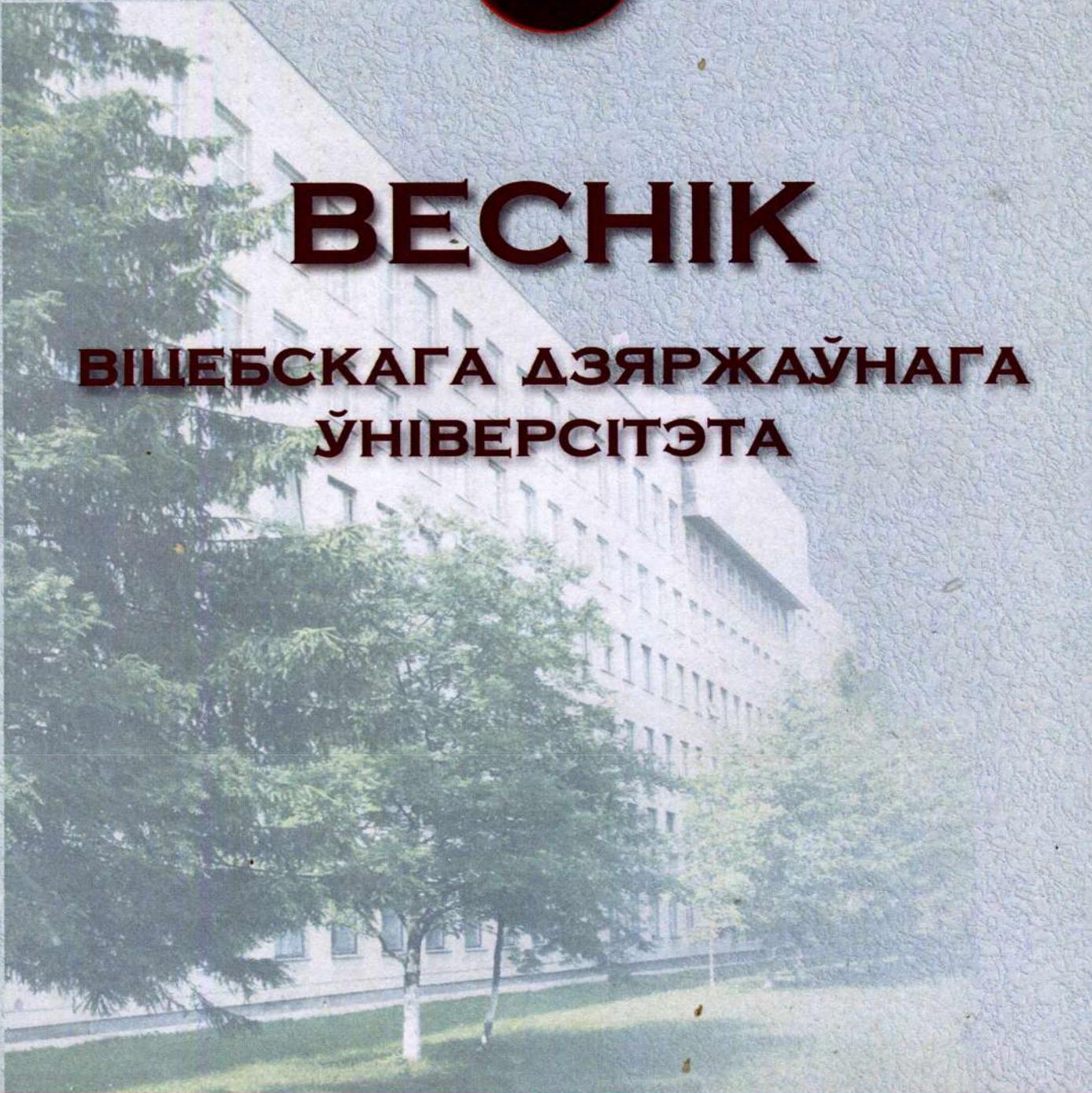


ISSN 2074-8566



# ВЕСНІК

ВІЦЕБСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА  
ЎНІВЕРСІТЭТА



2014 N 2(80)

# ВЕСНИК

Віцебскага дзяржаўнага  
ўніверсітэта

НАВУКОВА-ПРАКТЫЧНЫ  
ЧАСОПІС

*Выдаецца з верасня 1996 года*  
*Выходзіць шэсць разоў у год*



\* 2 0 4 7 7 3 7 9 \*

---

**2014 № 2(80)**

---

Установа адказная  
за выданне дзяржаўнага ўніверсітэта  
імя П. М. Машова  
НАВУКОВАЯ БІБЛІЯТЭКА

**Рэдакцыйная калегія:**

**І.М. Прышчэпа** (галоўны рэдактар),  
**А.А. Чыркін** (нам. галоўнага рэдактара)

**Г.П. Арлова, Я.Я. Аршанскі, М.М. Вараб'ёў, М.Ц. Вараб'ёў,**  
**Я.А. Васіленка, В.Н. Вінаградаў,**  
**А.Л. Гладкоў, Н.Ю. Каневалава, В.Я. Кузьменка,**  
**І.А. Ліцвянкова, В.М. Мінаева, П.І. Навіцкі, Н.А. Ракава,**  
**Г.Г. Сушко, Ю.В. Трубнікаў, В.М. Шут**

**Рэдакцыйны савет:**

**А.Р. Александровіч** (Польшча), **Го Вэньбін** (Кітай),  
**В.І. Казарэнкаў** (Расія), **Ф.М. Ліман** (Украіна),  
**Э. Рангелава** (Балгарыя), **В.А. Шчарбакоў** (Малдова)

**Сакратарыят:**

**Г.У. Разбоева** (адказны сакратар),  
**В.Л. Пугач, І.У. Волкава, А.М. Фенчанка**

*Часопіс «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» ўключаны ў Пералік  
навуковых выданняў Рэспублікі Беларусь для апублікавання вынікаў  
дысертацыйных даследаванняў па біялагічных, педагагічных,  
фізіка-матэматычных навуках, а таксама цытуецца і рэферывуецца  
ў рэфератыўных выданнях УНІТІ*

**Адрас рэдакцыі:**

210038, г. Віцебск, Маскоўскі пр-т, 33,  
пакой 202, т. 21-48-93.  
E-mail: [nauka@vsu.by](mailto:nauka@vsu.by)  
<http://www.vsu.by>

Рэгістрацыйны № 750 ад 27.10.2009.

Падпісана ў друк 21.04.2014. Фармат 60×84 1/8. Папера друкарская.  
Ум. друк. арк. 14,64. Ул.-выд. арк. 11,29. Тыраж 100 экз. Заказ 43.

**Матэматыка**

*Ломовцев Ф.Е., Новиков Е.Н.* Классические решения неоднородного уравнения колебаний полуграниченной струны с полунестационарной второй косой производной в граничном условии ... 5

*Козлов А.А., Бурак А.Д.* Об одном легальном маршруте в пространстве квадратных матриц ..... 13

*Вислобок Н.Ю.* Численное моделирование влияния дисперсии на спектральную континуацию мощных фемтосекундных импульсов в кварцевом стекле ..... 23

*Астафьева А.В.* Аппроксимации Эрмита-Паде для системы двух экспонент с сопряженными показателями ..... 29

*Сунь Байюй.* О точном нахождении экстремальных полиномов на двумерном подпространстве ..... 34

**Біялогія**

*Родкин О.И., Иванюкович В.А., Шабанов А.А.* Планирование производства биотоплива из древесины быстрорастущей ивы на основе интерактивной модели ..... 39

*Солодовников И.А., Плискевич Е.С.* Видовой состав мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *Formica rufa* L. (Insecta, Coleoptera) Белорусского Поозерья ..... 45

*Мироненко В.М., Корчевская Е.А.* Использование нейронных сетей для идентификации ооцитов эймерий крупного рогатого скота ..... 54

*Латышев С.Э., Мерзвинский Л.М., Высоцкий Ю.И.* Высшая водная растительность озера Ямно ..... 60

*Шимко И.И., Терещенко С.С., Вознячук И.П.* О новом местонахождении *Cladium mariscus* (L.) Pohl в Беларуси ..... 66

**Педагогіка**

*Орлова А.П., Шабанова Н.Э.* Народная сказка как средство нравственного воспитания дошкольников: актуализация проблемы ..... 75

**Mathematics**

*Lomovtsev F.E., Novikov E.N.* Classical Solutions of Inhomogeneous Vibration Equation of a Semibounded String with Semi-Nonstationary Second Directional Derivative in the Boundary Condition ..... 5

*Kozlov A.A., Burak A.D.* About One Legal Route in Space of Square Matrixes ..... 13

*Vislobokov N.Y.* Numerical Modeling of the Influence of Dispersion on Spectral Continuation of Powerful Femtosecond Impulses in Quarts Glass ..... 23

*Astafyeva A.V.* Hermite-Pade approximants for the system of two exponentials with conjugate indicators ..... 29

*Sun Bayuy.* About Exact Finding Extreme Polynomials on Two-Dimensional Subspace ..... 34

**Biology**

*Rodkin O.I., Ivaniukovich V.A., Shabanov A.A.* Planning Bio Fuel Production from Fast Growing Willow Wood on the Basis of Interactive Model ..... 39

*Solodovnikov I.A., Pliskevich E.S.* Myrmecophilous Coleoptera species composition ant *Formica rufa* in Belarus Lakeland ..... 45

*Myronenko V.M., Korchevskaya E.A.* Application of Neuron Networks for Identification of Cattle Oocytes of Ameri ..... 54

*Latyshev S.E., Merzhvinski L.M., Vysotski Yu.I.* Upper Aquatic Vegetation of Lake Yamno ..... 60

*Shimko I.I., Tereschenko S.S., Voznyachuk I.P.* About New Location of *Cladium mariscus* (L.) Pohl in Belarus ..... 66

**Pedagogy**

*Orlova A.P., Shabanova N.E.* Folk Tale as a Means of Moral Upbringing of Preschool Children: Setting Out the Issue ..... 75

<i>Андрущенко Н.Ю.</i> Развитие социальной педагогики в Беларуси (40–50-е годы XX столетия) .....	82	<i>Andrushchenko N.Yu.</i> Development of Social Education in Belarus (the 40–50-ies of the XX Century) .....	82
<i>Ракова Н.А., Волощенко О.Г.</i> Развитие творческого потенциала личности школьника в процессе музыкально-художественной деятельности .....	86	<i>Rakova N.A., Voloshchenko O.G.</i> Development of Creative Potential of the Personality of a Schoolchild in the Process of Musical and Art Activity .....	86
<i>Мацюшкова С.Д., Туболец С.Р.</i> Беларуская народная педагогіка ў кантэксце гендарнай культуры .....	91	<i>Matyushkova S.D., Tubolets S.R.</i> Belarusian Folk Education in the Context of Gender Culture .....	91
<i>Красоткина А.Н., Маркова Л.В.</i> Использование средств визуализации в курсе вычислительной математики .....	98	<i>Krasotkina A.P., Markova L.V.</i> Application of Means of Visualization in the Course of Computing .....	98
<i>Соколова Е.О.</i> Методы обучения, направленные на овладение основными приемами стилизации при взаимосвязи натурального и декоративного рисования (на примере школ и гимназий с углубленным изучением предметов художественно-эстетического цикла) .....	103	<i>Sokolova E.O.</i> Teaching Methods Aimed at Forming of the Basic Stylization Skills in Interconnection of Life and Decorative Drawing (evidence from schools and gymnasiums with enhanced study of Arts and Aesthetics) .....	103
<i>Аленкуц Л.Г.</i> Специфика адаптации первоклассников с общим недоразвитием речи к учебной деятельности .....	108	<i>Alenkuts L.G.</i> Specificity of Adaptation of First Year Pupils with General Speech Deficiency to Learning .....	108
<i>Вакушенко Т.Д., Балашова И.Э.</i> Роль учебно-научно-консультационного центра как инновационного проекта ВГУ имени П.М. Машерова в профессиональной подготовке специалистов социальной сферы .....	113	<i>Vakushenko T.D., Balashova I.E.</i> Role of the Study-Research-Consulting Center, as an Innovation Project of Vitebsk State P.M. Masherov University, in the Professional Training of Social Sphere Workers .....	113
<i>Ализарчик Л.Л., Залеская Е.Н., Лукомский А.В.</i> Использование информационных технологий при подготовке будущих абитуриентов к поступлению в учреждения высшего и среднего специального образования .....	119	<i>Alyzarchik L.L., Zaleskaya E.N., Lukomski A.V.</i> Application of Information Technologies in Training Would-be Applicants for Admission to Universities and Special Secondary Educational Establishments .....	119



УДК 517.956.3

## Классические решения неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны с полунестационарной второй кривой производной в граничном условии

Ф.Е. Ломовцев, Е.Н. Новиков  
Белорусский государственный университет

Получены в явном виде классические решения уравнения  $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = f(x,t)$ ,  $a > 0$ ,  $x \geq 0$ ,  $t \geq 0$ , при начальных условиях  $u|_{t=0} = \varphi(x)$ ,  $u_t|_{t=0} = \psi(x)$ ,  $0 \leq x < \infty$ , и граничном условии

$$\left[ \left( \alpha_2(t) \frac{\partial}{\partial t} + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_2(t) \right) \left( \alpha_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma_1 u \right) \right]_{x=0} = \mu(t), \quad 0 \leq t < \infty,$$

где функции  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \in C[0, \infty[$  непрерывны и  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  – вещественные постоянные. Рассмотрен случай граничного условия с нехарактеристическими направлениями первых кривых производных, т.е.  $\alpha_i \neq \beta_i$ ,  $t \in [0, \infty[$ ,  $i = 1, 2$ . Впервые для существования и единственности классических решений этой смешанной задачи для уравнения колебаний полуограниченной струны выведены необходимые и достаточные условия на правую часть уравнения, начальные данные и граничное данное:

$$\begin{aligned} f \in C(G), \varphi \in C^2[0, \infty[, \psi \in C^1[0, \infty[, \mu \in C[0, \infty[, \int_0^t f^{(1,0)}(x \pm a(t-\tau), \tau) d\tau \in C(G), \\ \beta_1[\alpha_2(0)\psi'(0) + \beta_2(0)\varphi''(0) + \gamma_2(0)\varphi'(0)] + \gamma_1[\alpha_2(0)\psi(0) + \beta_2(0)\varphi'(0) + \gamma_2(0)\varphi(0)] + \\ + \alpha_1[\alpha_2(0)(a^2\varphi''(0) + f(0,0)) + \beta_2(0)\psi'(0) + \gamma_2(0)\psi(0)] = \mu(0), \end{aligned}$$

где множество  $G = [0, \infty[ \times [0, \infty[$  и  $f^{(1,0)}(y, \tau)$  – первая частная производная от  $f$  по  $y$ .

## Classical Solutions of Inhomogeneous Vibration Equation of a Semibounded String with Semi-Nonstationary Second Directional Derivative in the Boundary Condition

F.E. Lomovtsev, E.N. Novikov  
Belarusian State University

We obtain a closed-form expression for the classical solutions of the equation  $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = f(x,t)$ ,  $a > 0$ ,  $x \geq 0$ ,  $t \geq 0$ , with the initial conditions  $u|_{t=0} = \varphi(x)$ ,  $u_t|_{t=0} = \psi(x)$ ,  $0 \leq x < \infty$ , and the boundary condition

$$\left[ \left( \alpha_2(t) \frac{\partial}{\partial t} + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_2(t) \right) \left( \alpha_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma_1 u \right) \right]_{x=0} = \mu(t), \quad 0 \leq t < \infty,$$

where a functions  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \in C[0, \infty[$  are continuous and  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  are a real constants. We consider the case of the boundary condition with the first directional derivatives, not directed along the characteristics, i.e.  $\alpha_i \neq \beta_i$ ,  $t \in [0, \infty[$ ,  $i = 1, 2$ . For the first time for the unique solvability of this mixed problem for vibration equation of a semibounded string we derive the necessary and sufficient conditions on the right-hand side, the initial data and the boundary data:

$$f \in C(G), \varphi \in C^2[0, \infty[, \psi \in C^1[0, \infty[, \mu \in C[0, \infty[, \int_0^t f^{(1,0)}(x \pm a(t-\tau), \tau) d\tau \in C(G),$$

$$\beta_1[\alpha_2(0)\psi'(0) + \beta_2(0)\varphi''(0) + \gamma_2(0)\varphi'(0)] + \gamma_1[\alpha_2(0)\psi(0) + \beta_2(0)\varphi'(0) + \gamma_2(0)\varphi(0)] +$$

$$+ \alpha_1[\alpha_2(0)(a^2\varphi''(0) + f(0,0)) + \beta_2(0)\psi'(0) + \gamma_2(0)\psi(0)] = \mu(0),$$

where a set  $G$  is  $[0, \infty[ \times [0, \infty[$  and  $f^{(1,0)}(y, \tau)$  is a first partial derivative of  $f$  on  $y$ .

**В** настоящей работе впервые получены в явном виде классические решения смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны при второй факторизованной косоj производной в граничном условии, в котором коэффициенты первой косоj производной не зависят от времени, а также для ее однозначной разрешимости найдены необходимые и достаточные условия на правую часть уравнения, начальные данные и граничное данное. Эти условия состоят из необходимых и достаточных требований гладкости на правую часть уравнения, начальные данные и граничное данное и необходимого и достаточного требования согласования начальных условий с граничным условием и уравнением. Нами рассмотрен случай, когда в граничном условии вторая косоj производная представима в виде произведения двух первых косоj производных и направления обеих первых косоj производных не являются характеристическими. Вторая косоj производная в граничном условии выражает наличие на конечном конце струны динамической силы, сопротивления среды, пропорционального его смещению, скорости и ускорению. Явная формула классических решений смешанной задачи для однородного уравнения колебаний полуограниченной струны с зависящей от времени первой косоj производной в граничном условии и для их существования и единственности достаточные условия на начальные данные и граничное данное найдены в [1]. Явная формула классических решений смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны с зависящей от времени первой косоj производной в граничном условии, а также для их существования и единственности необходимые и достаточные условия на правую часть уравнения, начальные данные и граничное данное были установлены в [2].

**Материал и методы.** В первой четверти плоскости  $G = [0, \infty[ \times [0, \infty[$  решается смешанная задача:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t), \quad a > 0, \quad \{x, t\} \in G, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = \psi(x), \quad 0 \leq x < \infty, \quad (2)$$

$$\left( \left( \alpha_2(t) \frac{\partial}{\partial t} + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_2(t) \right) \left( \alpha_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma_1 u \right) \right) \Big|_{x=0} = \mu(t),$$

$$0 \leq t < \infty, \quad (3)$$

где правая часть  $f$ , начальные данные  $\varphi, \psi$ , граничное данное  $\mu$ , коэффициенты  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$  – заданные функции своих независимых переменных  $x, t$  и  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  – вещественные постоянные. Эту смешанную задачу мы решаем методом характеристик и методом Дюамеля.

**Результаты и их обсуждение.** Множество  $G$  делится характеристикой  $x = at$  на два множества:

$$G_1 = \{(x, t) \in G : x > at\}, \quad G_2 = \{(x, t) \in G : x \leq at\}.$$

Пусть  $C^k(G)$  – множество всех  $k \geq 1$  раз непрерывно дифференцируемых функций на множестве  $G$ ,  $C(G)$  – множество всех непрерывных функций на  $G \subset \mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}$  – вещественная прямая.

**Теорема.** Пусть функции  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \in C[0, \infty[$  и  $\alpha\alpha_i \neq \beta_i, i = 1, 2$ . Смешанная задача (1)–(3) имеет единственные классические решения  $u(x, t) \in C^2(G)$  вида

$$u_1(x, t) = \frac{\varphi(x+at) + \varphi(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(\tau) d\tau + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(s, \tau) ds d\tau,$$

$$\{x, t\} \in G_1, \quad (4)$$

$$u_2(x, t) = \frac{\varphi(x+at) + \varphi(0)}{2} + \frac{1}{2a} \int_0^{x+at} \psi(\tau) d\tau + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(s, \tau) ds d\tau +$$

$$+ \frac{1}{2a} \int_0^{x-at} e^{\frac{\lambda(\tau-x+a\tau)}{A-a\alpha_1}} \left\{ (\beta_1 - \alpha\alpha_1)(a\varphi'(0) - \psi(0)) e^{\int_0^{\tau} \frac{\gamma_1(s)}{\beta_1 - \alpha\alpha_1 - \alpha_1 a} ds} + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^v \left( \beta_2 \left( \frac{-v}{a} \right) - a\alpha_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \right)^{-1} e^{\int_0^v \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} \left( 2a\mu \left( \frac{-v}{a} \right) - \right. \\
 & - \alpha_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \left( (\beta_1 + a\alpha_1)(a^2\varphi'(-v) + a\psi'(-v)) + 2a\alpha_1 f \left( 0, \frac{-v}{a} \right) \right) + \\
 & + a^2\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) - f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + a\beta_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) + f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + a\gamma_1 \left( a\varphi'(-v) + \psi(-v) + \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) + f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta \right) - \\
 & - \beta_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \left( (\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi'(-v) + \psi'(-v)) + \right. \\
 & + a\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) + f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \beta_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) - f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \gamma_1 \left( a\varphi'(-v) + \psi(-v) + \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) - f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta \right) - \\
 & - \gamma_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \left( (\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi'(-v) + \psi(-v)) + \right. \\
 & + a\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) + \\
 & + f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \beta_1 \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) - f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \gamma_1 \left( a(\varphi(-v) + \varphi(0)) + \int_0^{-v} \psi(\zeta) d\zeta + \right. \\
 & \left. + \int_0^{-v/a} \int_{v+a\zeta}^{-v-a\zeta} f(s, \zeta) ds d\zeta \right) \Big) dv \Big) dt, \{x, t\} \in G_2 \quad (5)
 \end{aligned}$$

тогда и только тогда, когда выполняются условия:

$$f \in C(G), \varphi \in C^2[0, \infty[, \psi \in C^1[0, \infty[, \mu \in C[0, \infty[, \quad (6)$$

$$\int_0^t f^{(1,0)}(x \pm a(t - \tau), \tau) d\tau \in C(G), \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 Y \equiv & \beta_1[\alpha_2(0)\psi'(0) + \beta_2(0)\varphi'(0) + \gamma_2(0)\varphi'(0)] + \\
 & + \gamma_1[\alpha_2(0)\psi(0) + \beta_2(0)\varphi(0) + \gamma_2(0)\varphi(0)] + \\
 & + \alpha_1[\alpha_2(0)(a^2\varphi''(0) + f(0, 0)) + \\
 & + \beta_2(0)\psi'(0) + \gamma_2(0)\psi(0)] = \mu(0), \quad (8)
 \end{aligned}$$

где одним и двумя штрихами над функциями обозначены соответственно первая и вторая производные этих функций, а  $f^{(1,0)}(y, s)$  – первая частная производная по  $y$ .

**Доказательство. Достаточность.** Сначала мы ищем решение смешанной задачи (1)–(3) в нижнем углу  $G_1$  в виде решения задачи Коши (1), (2) в  $G_1$ . Нетрудно показать, что для любых функций  $f, \varphi$  и  $\psi$ , удовлетворяющих условиям (6), (7), единственные классические решения задачи Коши (1), (2) в  $G_1$  выражаются известной полной формулой Даламбера (4) [3, с. 64].

Теперь мы ищем решение смешанной задачи (1)–(3) в верхнем углу  $G_2$  в виде решения задачи Дарбу для уравнения (1) в  $G_2$  при граничном условии (3) на одной стороне  $x = 0$  и граничном условии первого рода на другой стороне угла  $G_2$ .

Согласно методу характеристик и методу Дюамеля общее решение неоднородного уравнения (1) на множестве  $G_2$  имеет вид

$$u(x, t) = g(x + at) + h(x - at) + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(s, \tau) ds d\tau, \quad (9)$$

где  $g$  и  $h$  – любые дважды непрерывно дифференцируемые функции в  $G_2$ , а  $f$  удовлетворяет условиям (6), (7). Значения решений (9) на характеристике  $x = at$  должны совпадать со значениями непрерывных продолжений классических решений (4) из множества  $G_1$  на характеристику  $x = at$ , и еще сами решения (9) должны удовлетворять граничному условию (3) при  $x = 0$ . В результате получаем систему уравнений:

$$\begin{cases}
 g(2at) + h(0) = \frac{\varphi(2at) + \varphi(0)}{2} + \frac{1}{2a} \int_0^{2a} \psi(\tau) d\tau, \\
 \left\{ \left( \alpha_2(t) \frac{\partial}{\partial t} + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_2(t) \right) \left( \alpha_1 \left( \frac{1}{2} \int_0^t [f(x+a(t-\tau), \tau) + f(x-a(\tau-t), \tau)] d\tau + \right. \right. \right. \\
 \left. \left. + ag'(x+at) - ah'(x-at) \right) + \beta_1 \left( \frac{1}{2a} \int_0^t [f(x+a(t-\tau), \tau) - f(x-a(\tau-t), \tau)] d\tau + \right. \right. \\
 \left. \left. + g'(x+at) + h'(x-at) \right) + \gamma_1 \left( g(x+at) + h(x-at) + \frac{1}{2a} \int_0^{x+at} \int_{x-at}^{x+at} f(s, \tau) ds d\tau \right) \right\} \Big|_{x=0} = \mu(t)
 \end{cases} \quad (10)$$

относительно неизвестных функций  $g$  и  $h$ .

Из первого уравнения этой системы заменой переменной  $2at = z$  находим функцию

$$g(z) = \frac{\varphi(z) + \varphi(0)}{2} + \frac{1}{2a} \int_0^z \psi(\tau) d\tau - h(0), \quad z \geq 0. \quad (11)$$

Подставляем ее значение при  $z = x + at$  во второе уравнение системы (10) и после переноса всех слагаемых, не содержащих неизвестную функцию  $h$ , вправо приходим к дифференциальному уравнению первого порядка

$$\left\{ \left( \alpha_2(t) \frac{\partial}{\partial t} + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_2(t) \right) \left( (\beta_1 - a\alpha_1)h'(x-at) + \gamma_1 h(x-at) \right) \right\}_{x=0} = P(t) \quad (12)$$

относительно функции  $h$  с правой частью

$$P(t) = \mu(t) -$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2a} \left\{ \alpha_2(t) \left( a^2 \alpha_1 \int_0^t [f^{(1,0)}(a(t-\tau), \tau) - f^{(1,0)}(a(\tau-t), \tau)] d\tau + 2a\alpha_1 f(0, t) + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + (\beta_1 + a\alpha_1)(a^2 \varphi''(at) + a\psi'(at)) + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + a\beta_1 \int_0^t [f^{(1,0)}(a(t-\tau), \tau) + f^{(1,0)}(a(\tau-t), \tau)] d\tau + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + a\gamma_1 \left( a\varphi'(at) + \psi(at) + \int_0^t [f(a(t-\tau), \tau) + f(a(\tau-t), \tau)] d\tau \right) \right\} - \\ & -\beta_2(t) \left( a\alpha_1 \int_0^t [f^{(1,0)}(a(t-\tau), \tau) + f^{(1,0)}(a(\tau-t), \tau)] d\tau + \right. \\ & \quad \left. + (\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi''(at) + \psi'(at)) + \right. \\ & \quad \left. + \beta_1 \int_0^t [f^{(1,0)}(a(t-\tau), \tau) - f^{(1,0)}(a(\tau-t), \tau)] d\tau + \right. \\ & \quad \left. + \gamma_1 \left( a\varphi'(at) + \psi(at) + \int_0^t [f(a(t-\tau), \tau) - f(a(\tau-t), \tau)] d\tau \right) \right) - \\ & -\gamma_2(t) \left( a\alpha_1 \int_0^t [f(a(t-\tau), \tau) + f(a(\tau-t), \tau)] d\tau + \right. \\ & \quad \left. + (\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi'(at) + \psi(at)) + \right. \end{aligned}$$

$$+ \beta_1 \int_0^t [f(a(t-\tau), \tau) - f(a(\tau-t), \tau)] d\tau +$$

$$\left. + \gamma_1 \left( a(\varphi(at) + \varphi(0)) + \int_0^t \psi(\tau) d\tau + \int_0^t \int_{\tau(t-\tau)}^{a(t-\tau)} f(s, \tau) ds d\tau - h(0) \right) \right\}$$

В силу постоянных коэффициентов  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  уравнение (12) заменой неизвестной функции

$$H(x-at) = (\beta_1 - a\alpha_1)h'(x-at) + \gamma_1 h(x-at) \quad (13)$$

сводится к следующему виду:

$$\left\{ \left( \alpha_2(t) \frac{\partial}{\partial t} + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_2(t) \right) H(x-at) \right\}_{x=0} = (\beta_2(t) - a\alpha_2(t))H'(-at) + \gamma_2(t)H(-at) = P(t).$$

Отсюда заменой независимой переменной  $z = -at \leq 0$  имеем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка относительно новой неизвестной функции  $H(z)$

$$(\beta_2(-z/a) - a\alpha_2(-z/a))H'(z) + \gamma_2(-z/a)H(z) = P(-z/a). \quad (14)$$

Делим левую и правую части последнего уравнения на  $\beta_2(-z/a) - a\alpha_2(-z/a)$ , умножаем его на интегрирующий множитель

$$\sigma_1(z) = \exp \left\{ \int_0^z \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds \right\}$$

и получаем простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\left( H(z) e^{\int_0^z \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} \right)' = \frac{P(-z/a) e^{\int_0^z \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds}}{\beta_2(-z/a) - a\alpha_2(-z/a)}.$$

Интегрируя это уравнение по  $z$ , имеем общее решение уравнения (14)

$$\begin{aligned} H(z) = & \int_0^z \frac{P(-v/a) e^{\int_0^v \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds}}{\beta_2(-v/a) - a\alpha_2(-v/a)} dv + \\ & + C_1 e^{\int_0^0 \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds}, \end{aligned}$$

из которого при  $z = 0$  находим значения произвольной постоянной

$$C_1 = H(0) = (\beta_1 - a\alpha_1)h'(0) + \gamma_1 h(0).$$

Возвращаясь здесь от функции  $H$  к функции  $h$ , ввиду замены (13) имеем еще одно обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка уже относительно  $h$ :

$$(\beta_1 - a\alpha_1)h'(z) + \gamma_1 h(z) = \int_0^z \frac{P(-v/a)e^{\int_0^v \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds}}{\beta_2(-v/a) - a\alpha_2(-v/a)} dv + ((\beta_1 - a\alpha_1)h'(0) + \gamma_1 h(0))e^{\int_0^z \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds}. \quad (15)$$

Делим обе части этого уравнения на  $\beta_1 - a\alpha_1$ , умножаем его на интегрирующий множитель  $\sigma_2(z) = \exp\{\gamma_1 z / (\beta_1 - a\alpha_1)\}$  и получаем простейшее дифференциальное уравнение

$$\left( h(z)e^{\frac{\gamma_1 z}{\beta_1 - a\alpha_1}} \right)' = \frac{\gamma_1 z}{e^{\beta_1 - a\alpha_1}} \left[ \int_0^z \frac{P(-\eta/a)e^{\int_0^\eta \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds}}{\beta_2(-\eta/a) - a\alpha_2(-\eta/a)} d\eta + ((\beta_1 - a\alpha_1)h'(0) + \gamma_1 h(0))e^{\int_0^z \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} \right].$$

Интегрируя его по  $z$ , выводим общее решение уравнения (15)

$$h(z) = \int_0^z \frac{e^{\frac{\gamma_1(\tau-z)}{\beta_1 - a\alpha_1}}}{\beta_1 - a\alpha_1} \left[ \int_0^\tau \frac{P(-v/a)e^{\int_0^v \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds}}{\beta_2(-v/a) - a\alpha_2(-v/a)} dv + ((\beta_1 - a\alpha_1)h'(0) + \gamma_1 h(0))e^{\int_0^\tau \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} \right] d\tau + C_2 e^{\frac{-\gamma_1 z}{\beta_1 - a\alpha_1}}, \quad (16)$$

из которого при  $z = 0$  находим значения произвольной постоянной  $C_2 = h(0)$ .

Подставляем найденные функции  $g$  и  $h$  в общее решение (9) и согласно формулам (11), (16) при  $C_1 = (\beta_1 - a\alpha_1)h'(0) + \gamma_1 h(0)$  и  $C_2 = h(0)$  во множестве  $G_2$  получаем решения

$$u_2(x,t) = \frac{\varphi(x+at) + \varphi(0)}{2} + \frac{1}{2a} \int_0^{x+at} \psi(\tau) d\tau - h(0) + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(s,\tau) ds d\tau + h(0)e^{\frac{\gamma_1(at-x)}{\beta_1 - a\alpha_1}} + \int_0^{x-at} e^{\frac{\gamma_1(t+x-s)}{\beta_1 - a\alpha_1}} \times \left[ 2a((\beta_1 - a\alpha_1)h'(0) + \gamma_1 h(0))e^{\int_0^s \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} + \int_0^t \left( \beta_2 \left( \frac{-v}{a} \right) - a\alpha_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \right)^{-1} \times \int_0^v \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds \left( 2a\mu \left( \frac{-v}{a} \right) - \alpha_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \left( (\beta_1 + a\alpha_1)(a^2 \varphi''(-v) + a\psi'(-v)) + 2a\alpha_1 f \left( 0, \frac{-v}{a} \right) + a^2 \alpha_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) - f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + a\beta_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) + f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + a\gamma_1(a\varphi'(-v) + \psi(-v) + \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) + f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta) - \beta_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \left( (\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi'(-v) + \psi'(-v)) + a\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) + f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \beta_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) - f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \gamma_1 \left( a\varphi'(-v) + \psi(-v) + \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) - f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta \right) - \gamma_2 \left( \frac{-v}{a} \right) \left( (\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi'(-v) + \psi(-v)) + \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + a\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) + f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \beta_1 \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) - f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \gamma_1 \left( a(\varphi(-v) + \varphi(0)) + \int_0^{-v} \psi(\zeta) d\zeta - \right. \\
 & \left. \int_0^{-v/a} \int_{v+a\zeta}^{-v-a\zeta} f(s, \zeta) ds d\zeta \right) dv \Bigg\} d\tau. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Эти решения содержат, вообще говоря, произвольные постоянные  $h(0)$  и  $h'(0)$ .

В первую очередь, убедимся в том, что сумма всех слагаемых, содержащих множитель  $h(0)$ , равна нулю, т.е. в формуле (17) для суммы этих коэффициентов при любом значении множителя  $h(0)$  имеет место равенство

$$\begin{aligned}
 & h(0)e^{\frac{\gamma_1(at-x)}{\beta_1 - a\alpha_1}} - h(0) + \\
 & + h(0) \int_0^{x-at} e^{\frac{\gamma_1(t-x-a\tau)}{\beta_1 - a\alpha_1}} \left\{ \gamma_1 e^{\tau} \int_0^0 \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds + \right. \\
 & \left. + \int_0^{\tau} \frac{\gamma_2(-v/a)\gamma_1}{\beta_2(-v/a) - a\alpha_2(-v/a)} e^{\int_0^{\tau} \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} dv \right\} d\tau = 0. \quad (18)
 \end{aligned}$$

В третьем слагаемом равенства (18) под интегралом выносим за фигурную скобку общий множитель  $\gamma_1 \exp \left\{ \int_0^{\tau} \gamma_2(-s/a)(\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a))^{-1} ds \right\}$ , и левая часть этого равенства без общего множителя  $h(0)$  приобретает вид

$$\begin{aligned}
 & \left( e^{\frac{\gamma_1(at-x)}{\beta_1 - a\alpha_1}} - 1 \right) + \\
 & + \int_0^{x-at} \frac{\gamma_1}{\beta_1 - a\alpha_1} e^{\frac{\gamma_1(\tau-x+a\tau)}{\beta_1 - a\alpha_1}} + \int_0^0 \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds \\
 & \left\{ 1 + \int_0^{\tau} \frac{\gamma_2(-v/a)\gamma_1}{\beta_2(-v/a) - a\alpha_2(-v/a)} e^{\int_0^{\tau} \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} dv \right\} \quad (19)
 \end{aligned}$$

Замечаем, что в третьем слагаемом под интегралом в фигурных скобках интеграл допускает представление

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\tau} \frac{\gamma_2(-v/a)}{\beta_2(-v/a) - a\alpha_2(-v/a)} e^{\int_0^{\tau} \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} dv = \\
 & = \int_0^{\tau} \left( e^{\int_0^v \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} \right)' dv = e^{\int_0^{\tau} \frac{\gamma_2(-s/a)}{\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a)} ds} - 1.
 \end{aligned}$$

Подставляем это представление интеграла в (19) и имеем выражение

$$\left( e^{\frac{\gamma_1(at-x)}{\beta_1 - a\alpha_1}} - 1 \right) + e^{\frac{\gamma_1(at-x)}{\beta_1 - a\alpha_1}} \int_0^{x-at} \frac{\gamma_1}{\beta_1 - a\alpha_1} e^{\frac{\gamma_1\tau}{\beta_1 - a\alpha_1}} d\tau.$$

Снова замечаем, что здесь в третьем слагаемом под интегралом возможно представление

$$\frac{\gamma_1}{\beta_1 - a\alpha_1} e^{\frac{\gamma_1\tau}{\beta_1 - a\alpha_1}} = \left( e^{\frac{\gamma_1\tau}{\beta_1 - a\alpha_1}} \right)',$$

с помощью которого последнее выражение интегрированием приводится к выражению

$$\left( e^{\frac{\gamma_1(at-x)}{\beta_1 - a\alpha_1}} - 1 \right) + \left( 1 - e^{\frac{\gamma_1(at-x)}{\beta_1 - a\alpha_1}} \right) = 0.$$

В силу доказанного нами равенства (18) решения  $u_2$  приобретают вид

$$\begin{aligned}
 u_2(x, t) &= \frac{\varphi(x + at) + \varphi(0)}{2} + \\
 & + \frac{1}{2a} \int_0^{x+at} \psi(\tau) d\tau + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(s, \tau) ds d\tau + \\
 & + \frac{1}{2a} \int_0^{x-at} e^{\frac{\gamma_1(x-at)}{\beta_1 - a\alpha_1}} \int_0^t \gamma_1(\beta_1 - a\alpha_1)^{-1} ds (\beta_1 - a\alpha_1)^{-1} \times \\
 & \times \left\{ 2a(\beta_1 - a\alpha_1)h'(0)e^{\tau} \int_0^0 \gamma_2(-s/a)(\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a))^{-1} ds + \right. \\
 & \left. + \int_0^{\tau} (\beta_2(-v/a) - a\alpha_2(-v/a))^{-1} \int_0^v \gamma_2(-s/a)(\beta_2(-s/a) - a\alpha_2(-s/a))^{-1} ds \right. \\
 & \left. (2a\mu(-v/a) - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\alpha_2(-v/a)((\beta_1 + a\alpha_1)(a^2\varphi''(-v) + \\
 & + a\psi'(-v)) + 2a\alpha_1 f(0, -v/a) + \\
 & + a^2\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) - \\
 & - f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + a\beta_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) + f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + a\gamma_1(a\varphi'(-v) + \psi(-v) + \\
 & + \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) + f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta) - \\
 & - \beta_2(-v/a)((\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi''(-v) + \psi'(-v)) + \\
 & + a\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) + f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \beta_1 \int_0^{-v/a} [f^{(1,0)}(-v - a\zeta, \zeta) - f^{(1,0)}(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \gamma_1(\varphi'(-v) + \psi(-v) + \\
 & + \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) - f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta) - \\
 & - \gamma_2(-v/a)((\beta_1 + a\alpha_1)(a\varphi'(-v) + \psi(-v)) + \\
 & + a\alpha_1 \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) + f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \beta_1 \int_0^{-v/a} [f(-v - a\zeta, \zeta) - f(v + a\zeta, \zeta)] d\zeta + \\
 & + \gamma_1(a(\varphi(-v) + \varphi(0)) + \\
 & + \int_0^{-v} \psi(\zeta) d\zeta + \int_0^{-v/a} \int_{v+a\zeta}^{-v-a\zeta} f(\theta, \zeta) d\theta d\zeta)) dv \Big\} d\tau.
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

Поскольку эти решения  $u_2$  еще содержат произвольную постоянную  $h'(0)$ .

Найдем значение этой постоянной  $h'(0)$  на основании необходимости совпадения частных производных первого порядка от  $u_2$  и  $u_1$  на ха-

рактеристике  $x = at$ . Поскольку для классических решений  $u(x, t) \in C^2(G)$  задачи (1)–(3) значения решений  $u_2$  на характеристике  $x = at$  из  $G$ , должны совпадать с предельными значениями единственных решений  $u_1$  из  $G_1$  на характеристике  $x = at$  вместе со всеми своими частными производными до второго порядка включительно, то разности значений решений (20) и предельных значений решения (4) и их частных производных на характеристике  $x = at$  соответственно равны:

$$\begin{aligned}
 & u_2|_{x=at} - u_1|_{x=at} = 0, \\
 & \frac{\partial u_2}{\partial t} \Big|_{x=at} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \Big|_{x=at} = \frac{a\varphi'(0) - \psi(0)}{2} - ah'(0), \tag{21} \\
 & \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=at} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=at} = h'(0) - \frac{a\varphi'(0) - \psi(0)}{2a}, \\
 & \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \Big|_{x=at} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \Big|_{x=at} = \frac{a^2(a\alpha_1 - \beta_1)}{a\alpha_2(0) - \beta_2(0)} (\mu(0) - \\
 & - \alpha_1(\alpha_2(0)(a^2\varphi''(0) + f(0,0)) + \beta_2(0)\psi'(0) + \frac{\gamma_2(0)}{2}(\psi(0) + a(\varphi'(0) - 2h'(0)))) - \\
 & - \beta_1\left(\alpha_2(0)\psi'(0) + \beta_2(0)\varphi''(0) + \frac{1}{2a}\gamma_2(0)(a(\varphi'(0) + 2h'(0)) + \psi(0))\right) - \\
 & - \gamma_1\left(\frac{1}{2}\alpha_2(0)(a(\varphi'(0) - h'(0)) + \psi(0)) + \frac{1}{2a}\beta_2(0)(a(\varphi'(0) + h'(0)) + \psi(0)) + \gamma_2(0)\varphi(0)\right) \\
 & \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \Big|_{x=at} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \Big|_{x=at} = \frac{a\alpha_1 - \beta_1}{a\alpha_2(0) - \beta_2(0)} (\mu(0) - \\
 & - \alpha_1(\alpha_2(0)(a^2\varphi''(0) + f(0,0)) + \beta_2(0)\psi'(0) + \frac{\gamma_2(0)}{2}(\psi(0) + a(\varphi'(0) - 2h'(0)))) - \\
 & - \beta_1\left(\alpha_2(0)\psi'(0) + \beta_2(0)\varphi''(0) + \frac{1}{2a}\gamma_2(0)(a(\varphi'(0) + 2h'(0)) + \psi(0))\right) - \\
 & - \gamma_1\left(\frac{1}{2}\alpha_2(0)(a(\varphi'(0) - h'(0)) + \psi(0)) + \frac{1}{2a}\beta_2(0)(a(\varphi'(0) + h'(0)) + \psi(0)) + \gamma_2(0)\varphi(0)\right) \\
 & \frac{\partial^2 u_2}{\partial t \partial x} \Big|_{x=at} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t \partial x} \Big|_{x=at} = \frac{a(\beta_1 - a\alpha_1)}{a\alpha_2(0) - \beta_2(0)} (\mu(0) - \\
 & - \alpha_1(\alpha_2(0)(a^2\varphi''(0) + f(0,0)) + \beta_2(0)\psi'(0) + \frac{\gamma_2(0)}{2}(\psi(0) + a(\varphi'(0) - 2h'(0)))) - \\
 & - \beta_1\left(\alpha_2(0)\psi'(0) + \beta_2(0)\varphi''(0) + \frac{1}{2a}\gamma_2(0)(a(\varphi'(0) + 2h'(0)) + \psi(0))\right) - \\
 & - \gamma_1\left(\frac{1}{2}\alpha_2(0)(a(\varphi'(0) - h'(0)) + \psi(0)) + \frac{1}{2a}\beta_2(0)(a(\varphi'(0) + h'(0)) + \psi(0)) + \gamma_2(0)\varphi(0)\right)
 \end{aligned}$$

Поскольку для классических решений разности (21) предельных значений первой частной производной по  $t$  от решений  $u_2$  и первой частной производной по  $t$  от решения  $u_1$  на характеристике  $x = at$  должна равняться нулю, то из формулы (21) найдем единственное значение постоянной

$$h'(0) = \frac{a\varphi'(0) - \psi(0)}{2a}. \quad (22)$$

Подставив выражение (22) постоянной  $h'(0)$  и выражение постоянной  $Y$  из (8) в указанные выше разности на характеристике  $x = at$ , получаем соотношения

$$\begin{aligned} u_2|_{x=at} - u_1|_{x=at} &= \frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{x=at} - \frac{\partial u_1}{\partial t}\Big|_{x=at} = \frac{\partial u_2}{\partial x}\Big|_{x=at} - \frac{\partial u_1}{\partial x}\Big|_{x=at} = 0, \\ & \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}\Big|_{x=at} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}\Big|_{x=at} = \\ &= a^2 \frac{\mu(0) - Y}{(\alpha\alpha_1 - \beta_1)(\alpha\alpha_2(0) - \beta_2(0))} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}\Big|_{x=at} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}\Big|_{x=at} = \\ &= \frac{\mu(0) - Y}{(\alpha\alpha_1 - \beta_1)(\alpha\alpha_2(0) - \beta_2(0))}, \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t \partial x}\Big|_{x=at} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t \partial x}\Big|_{x=at} &= a \frac{Y - \mu(0)}{(\alpha\alpha_1 - \beta_1)(\alpha\alpha_2(0) - \beta_2(0))}. \end{aligned}$$

Из этих соотношений следует, что если выполняется условие согласования (8), то значения единственных решений  $u_2$  на характеристике  $x = at$  множества  $G_2$  совпадают с предельными значениями решений  $u_1$  из  $G_1$  на характеристике  $x = at$  вместе со всеми своими частными производными до второго порядка включительно. Поэтому решения (20) смешанной задачи (1)–(3) на множестве  $G_2$  при значении  $h'(0)$  из (22) приобретают вид (5).

Наконец, непосредственно проверяется, что если правая часть  $f$ , начальные данные  $\varphi$ ,  $\psi$  и граничное данное  $\mu$  удовлетворяют условиям гладкости (6), (7), то решения  $u_2$  вида (5) на множестве  $G_2$  имеют гладкость классических решений  $u \in C^2(G_2)$  смешанной задачи (1)–(3). Итак, достаточность условий (6)–(8) для существования единственных классических решений (4), (5) смешанной задачи (1)–(3) в  $G$  установлена.

**Необходимость** условий (6)–(8) для однозначной разрешимости смешанной задачи (1)–(3) непосредственно вытекает из уравнения (1), начальных условий (2), граничного условия (3), определения классических решений  $u \in C^2(G)$  и обосновывается так же, как в [2]. Наша теорема доказана.

**Заключение.** В настоящей работе впервые найдены в явном виде классические решения смешанной задачи (1)–(3), которые выражаются формулами (4) и (5) на множествах  $G_1$  и  $G_2$  соответственно. Из этих формул видна их непрерывная зависимость от исходных данных задачи  $f, \varphi, \psi$  и  $\mu$  в топологии равномерной сходимости, т.е. задача (1)–(3) является корректной по Адамару в соответствующей паре пространств решений и исходных данных. Установлены необходимые и достаточные условия (6)–(8) существования, единственности и устойчивости ее классических решений. Условия (6), (7) представляют собой необходимые и достаточные требования гладкости на правую часть уравнения, начальные данные и граничное данное. Они обеспечивают дважды непрерывную дифференцируемость решений этой задачи. Условие (8) является требованием согласования начальных условий (2) с граничным условием (3) и уравнением (1). Оно позволяет нам гладко «сшить» решения (4) и (5) вдоль характеристики  $x = at$ .

**Замечание.** Граничное условие (3) со второй косо́й производной при  $\alpha_1 = \beta_1 = 0, \gamma_1 = 1$  настоящей работы становится граничным условием (3) с первой косо́й производной статьи [2]. В этом исследовании одно из необходимых и достаточных условий (10) на правую часть  $f$  уравнения (1) для однозначной разрешимости во множестве классических решений смешанной задачи (1)–(3) с первой косо́й производной в нестационарном граничном условии (3) выполняется ввиду условия (9). Чтобы в этом убедиться, достаточно в (10) сделать замену  $t' = x - (t/a)$ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Барановская, С.Н. Смешанная задача для уравнения колебания струны с зависящей от времени косо́й производной в краевом условии / С.Н. Барановская, Н.И. Юрчук // Дифференц. уравнения. 2009. – Т. 45, № 8. С. 1188–1191.
2. Ломовцев, Ф.Е. Метод Дюамеля решения неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны с косо́й производной в нестационарном граничном условии / Ф.Е. Ломовцев, Е.Н. Новиков // Вести. Белорус. гос. ун-та. – 2012. – Сер. 1. № 1. – С. 83–86.
3. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: МГУ, 2004. 498 с.

REFERENCES

1. Baranovskaya S.N., Yurchuk N.I. Differ. uravneniya [Differential Equations], 2009, 45(8), pp. 1188–1191.
2. Lomovtsev F. E., Novikov E.N. Vesti. Belarus. Gos. Univ. [Journal of Belarusian State University], 2012, 1(1), pp. 83–86
3. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. Uravneniya matematicheskoi fiziki [Equations of Mathematical Physics], M.: MGU, 2004, 498 p.

Поступила в редакцию 21.02.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: lomovtsev@bsu.by – Ломовцев Ф.Е.

УДК 517.926+517.977

## Об одном легальном маршруте в пространстве квадратных матриц

А.А. Козлов, А.Д. Бурак

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

Решение многих задач современной механики, физики, техники связано с исследованием управляемых динамических систем, моделирующих физические, технические и иные процессы. Одним из основных факторов, определяющих динамику развития процесса, является его устойчивость – способность динамической системы, описывающей процесс, сохранять текущее состояние при наличии внешних воздействий. Для управляемых процессов (систем, объектов) понятие устойчивости неразрывно связано с понятием стабилизации управляемого динамического процесса, которая представляет собой возможность приведения рассматриваемого процесса с помощью некоторого управляющего воздействия в устойчивое состояние. В математической теории автоматического регулирования широко известна задача о стабилизации управляемого объекта [1], описываемого линейной стационарной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, исчерпывающе решенная [2] еще в середине XX века. Задача глобального управления асимптотическими (ляпуновскими) инвариантами линейных дифференциальных систем [3, с. 251–264] является обобщением на нестационарный случай этой задачи стабилизации.

Одним из этапов решения задачи глобальной управляемости ляпуновских инвариантов является построение в пространстве матриц так называемого легального маршрута [4]. В данной работе рассмотрена задача построения в пространстве квадратных матриц  $n$ -ого порядка одного легального маршрута [4], связывающего единичную матрицу с некоторой матрицей, последний столбец которой является наперед заданным  $n$ -мерным вектор-столбцом, сопоставленным с последним столбцом единичной матрицы.

**Ключевые слова:** легальный маршрут, пространство квадратных матриц, нормированный базис.

## About One Legal Route in the Space of Square Matrices

A.A. Kozlov, A.D. Burak

Educational establishment «Polotsk State University»

The solution of many problems of modern mechanics, physics, technology is connected with the research of controlled dynamic systems which model physical, technological and other processes. One of the major factors, defining the dynamics of progress of the process, is its stability – ability of the dynamic system, describing the process, to keep the current state with the presence of external influences. For controlled processes (systems, objects) the definition of stability is inseparably linked with the definition of stabilization of the controlled dynamic process which represents the possibility of reduction of the considered process by means of some controlled influence in a stable state. In the mathematical theory of automatic control the task of stabilization of the controlled object [1], which is described by linear stationary system of ordinary differential equations, more full solutions [2] in the middle of the XX century, is widely known. The problem of global control of asymptotic Lyapunov invariants of linear differential systems [3, p. 251–264] is generalization on a non-stationary case of this problem of stabilization.

One of the stages of the solution of the problem of global controllability of the invariants of Lyapunov is construction of a so-called legal route [4] in space of matrices. The problem of the construction of one legal route [4] in the space of square  $n$ -dimensional matrices, which connects an identity matrix with some matrix the last column of which is beforehand with  $n$ -dimensional vector-column, collinear with the last column of identity matrix, is considered in this paper.

**Key words:** legal route, space of square matrices, normal basis.

Рассмотрим  $n$ -мерное евклидово пространство  $\mathbb{R}^n$ , векторы канонического ортонормированного базиса которого обозначим через  $e_i$ ,  $i = 1, n$ . Наряду с векторным пространством  $\mathbb{R}^n$  будем рассматривать пространство  $M_n$  квадратных вещественных матриц порядка  $n$  со спектральной (операторной) нормой [5, с. 355], т.е. нормой, индуцируемой на  $M_n$  евклидовой

нормой в  $\mathbb{R}^n$ . Дадим следующее, используемое на протяжении всей работы,

**Определение 1** [4]. Пусть  $\xi_1, \dots, \xi_2$  – последовательность векторов из пространства  $\mathbb{R}^n$ ;  $\rho$  – некоторое положительное число. Последовательность матриц  $P_0, \dots, P_l \in M_n$  называется  $\rho$ -легальным маршрутом (относительно последовательности векторов  $\xi_i$ ).

соединяющим точки  $P_0$  и  $P_1$ , если выполнены неравенства  $\det P_i \geq \rho$ ,  $i = \overline{0,1}$ , и найдутся такие векторы  $u_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1,l}$ , что при каждом  $i = \overline{1,l}$  имеют место соотношения

$$P_i - P_{i-1} = \xi_i \cdot u_i^T. \quad (1)$$

Натуральное число  $l$  будем называть длиной легального маршрута.

Легальный маршрут является вспомогательным инструментом в решении задач глобальной управляемости различных асимптотических характеристик [3-4; 6-9] линейных управляемых нестационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geq 0. \quad (2)$$

Так, например, используя подходящим образом построенный легальный маршрут, были получены доказательства глобальной управляемости показателей Ляпунова  $n$ -мерных линейных систем (2) с кусочно равномерно непрерывными коэффициентами [4], а также двумерных [6] и трехмерных [7-8] линейных систем (2) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными матрицами коэффициентов  $A$  и  $B$ ; установлена глобальная управляемость полной совокупности ляпуновских инвариантов [3, с. 281-395; 9] двумерных линейных систем (2) с непрерывной и ограниченной матрицей  $A$  и ограниченной кусочно равномерно непрерывной матрицей  $B$ .

В данной работе на основании метода построения легального маршрута для квадратных матриц второго порядка, описанного в статье [6], найден легальный маршрут в пространстве  $M_n$  квадратных матриц  $n$ -ого порядка.

**Результаты и их обсуждение.** Прежде чем переходить к формулировке основных результатов работы, докажем необходимое нам в дальнейшем утверждение, обобщающее лемму 9 статьи [7] на  $n$ -мерный случай.

**Лемма 1.** При любых числах  $0 < \delta, \beta \leq 1$  и произвольных единичных векторах  $\xi_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1,n}$ , таких, что имеет место оценка  $|\det[\xi_1, \dots, \xi_n]| \geq \delta$ , среди векторов  $v_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $\|v_i\| = 1$ ,  $i = \overline{1,n}$ , удовлетворяющих неравенству  $|\det[v_1, \dots, v_n]| \geq \beta$ , для каждого  $l \in \{1, \dots, n\}$  найдется хотя бы один такой вектор  $v$ , при котором справедливо соотношение

$$|\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, v, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n]| \geq \delta\beta/n.$$

**Доказательство.** Зафиксируем произвольные векторы  $\xi_j \in \mathbb{R}^n$ ,  $j = \overline{1,n}$ , удовлетворяющие условиям леммы 1, и индекс  $l \in \{1, \dots, n\}$  и предположим противное, что для всех векторов  $v_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1,n}$ , определенных в лемме 1, выполняется обратное неравенство

$$|\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, v_i, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n]| < \delta\beta/n. \quad (3)$$

Из определения векторов  $v_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1,n}$ , вытекает их линейная независимость, а ввиду равенства  $\dim \mathbb{R}^n = n$  эти векторы образуют базис. Возьмем единичный вектор  $\xi^\perp \in \mathbb{R}^n$  такой, что  $\xi^\perp \perp L(\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n)$ , где множество  $L(\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n) \subset \mathbb{R}^n$ , как и всюду далее, будет обозначать линейную оболочку, натянутую на векторы  $\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n \in \mathbb{R}^n$ . Поскольку векторы  $v_i$ ,  $i = \overline{1,n}$ , образуют базис в пространстве  $\mathbb{R}^n$ , то справедливо разложение  $\xi^\perp = \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i$  с некоторыми коэффициентами  $\alpha_i \in \mathbb{R}$ .

Найдем оценки сверху на модули этих коэффициентов. Ввиду определения векторов  $v_i$ ,  $i = \overline{1,n}$ , неравенства Адамара [5, с. 565] и простейших свойств определителя выполняются соотношения

$$\begin{aligned} 1 &= \|\xi^\perp\| \|v_1\| \dots \|v_{n-1}\| \\ &\geq |\det[\xi^\perp, v_1, \dots, v_{n-1}]| = |\det[\sum_{i=1}^n \alpha_i v_i, v_1, \dots, v_{n-1}]| = \\ &= \alpha_1 \det[v_1, v_1, \dots, v_{n-1}] + \dots + \alpha_n \det[v_n, v_1, \dots, v_{n-1}]| \\ &= |\alpha_n| \cdot |\det[v_n, v_1, \dots, v_{n-1}]| \geq |\alpha_n| \beta, \end{aligned}$$

из которых следует неравенство  $|\alpha_n| \leq 1/\beta$ . Аналогичным образом находят оценки для остальных коэффициентов  $|\alpha_i| \leq 1/\beta$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ .

Следовательно, выполняется неравенство  $\sum_{i=1}^n |\alpha_i| \leq n/\beta$ , из которого, ввиду определения векторов  $\xi_i, \xi^\perp$ ,  $i = \overline{1,n}$ , оценки (3), а также простейших алгебраических и геометрических свойств определителя [10, с. 44], следуют соотношения

$$\begin{aligned} |\det[\xi_1, \dots, \xi_n]| &= |\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n, \xi_l]| = \\ &= \|\xi_1\| \dots \|\xi_{l-1}\| \|\xi_{l+1}\| \dots \|\xi_n\| \|\xi_l\| \cdot \\ &\cdot |\sin \angle(\xi_l, \xi_2) \dots \sin \angle(\xi_l, L(\xi_1, \xi_2))| \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot |\sin \angle(\xi_{l+1}, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}))| \cdot \dots \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi_n, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_{n-1}))| \cdot \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi_l, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n))| \leq \\
 & \leq \|\xi_1\| \|\xi_2\| \dots \|\xi_{l-1}\| \|\xi_{l+1}\| \dots \\
 & \cdot \|\xi_n\| \cdot |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| \cdot |\sin \angle(\xi_3, L(\xi_1, \xi_2))| \cdot \dots \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi_{l+1}, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}))| \cdot \dots \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi_n, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_{n-1}))| \cdot |\sin(\pi/2)| = \\
 & = \|\xi_1\| \|\xi_2\| \dots \|\xi_{l-1}\| \|\xi_{l+1}\| \dots \\
 & \|\xi_n\| \|\xi^\perp\| \cdot |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| \cdot |\sin \angle(\xi_3, L(\xi_1, \xi_2))| \cdot \dots \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi_{l+1}, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}))| \cdot \dots \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi_n, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_{n-1}))| \cdot \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi^\perp, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n))| = \\
 & = |\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n, \xi^\perp]| = \\
 & = |\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, \xi^\perp, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n]| = \\
 & = |\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n]| = \\
 & = \left| \sum_{i=1}^n \alpha_i \det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, v_i, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n] \right| \leq \\
 & \leq \sum_{i=1}^n |\alpha_i| \cdot |\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, v_i, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n]| < \\
 & < \delta \beta \sum_{i=1}^n |\alpha_i| / n \leq n \delta \beta / (\beta n) = \delta,
 \end{aligned}$$

которые приводят к противоречащему условиям леммы 1 неравенству  $|\det[\xi_1, \dots, \xi_n]| < \delta$ .

Следовательно, для некоторого вектора  $v \in \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathbb{R}^n$  справедливо обратное оценке (3) соотношение  $|\det[\xi_1, \dots, \xi_{l-1}, v, \xi_{l+1}, \dots, \xi_n]| \geq \delta \beta / n$ . Поскольку же фиксированный индекс  $l$  взят произвольным образом из множества  $\{1, \dots, n\}$ , то утверждение леммы 1 будет выполняться для любого  $l \in \{1, \dots, n\}$ .

Лемма 1 доказана.

В дальнейшем для всех  $j = \overline{1, n}$  через  $\mathfrak{B}_j$  будем обозначать нормированные базисы, составленные из векторов  $v_i(j) \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , т.е. множества векторов

$$\mathfrak{B}_j = \{v_1(j), v_2(j), \dots, v_n(j) : \|v_i(j)\| = 1, v_i(j) \in \mathbb{R}^n, i = \overline{1, n}\}.$$

Объемом системы векторов (базиса)  $\mathfrak{B} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subset \mathbb{R}^n$ , следуя работе [11, с. 260–261], будем называть неотрицательное число, равное  $|\det \mathfrak{B}| = |\det[v_1, v_2, \dots, v_n]|$ .

**Замечание 1.** Геометрически лемма 1 означает, что для любых двух нормированных базисов  $\mathfrak{B}_1$  и  $\mathfrak{B}_2$  пространства  $\mathbb{R}^n$ , имеющих

достаточно большой объем, и всякого вектора  $v_1 \in \mathfrak{B}_1$  всегда найдется (хотя бы один) такой вектор  $v_2 \in \mathfrak{B}_2$ , что при замене вектора  $v_1$  на  $v_2$  получившаяся из  $\mathfrak{B}_1$  система векторов будет также являться нормированным базисом в  $\mathbb{R}^n$  достаточно большого объема (зависящего от объемов базисов  $\mathfrak{B}_1$  и  $\mathfrak{B}_2$ ).

**Замечание 2.** При доказательстве лемм и теорем, приведенных далее, в случае нахождения отдельных оценок, связанных с определителем системы векторов, мы часто будем пользоваться (так же, как при доказательстве леммы 1) геометрическим смыслом модуля определителя (объем системы векторов) и следующими из этого смысла соотношениями: для любых векторов  $\xi_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , справедливы формула [10, с. 44]

$$\begin{aligned}
 & |\det[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]| = \\
 & = \|\xi_1\| \|\xi_2\| \dots \|\xi_n\| |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| \cdot |\sin \angle(\xi_3, L(\xi_1, \xi_2))| \cdot \dots \\
 & \cdot |\sin \angle(\xi_n, L(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-1}))|
 \end{aligned}$$

(здесь  $L(\xi_1, \dots, \xi_i)$  суть линейная оболочка, натянутая на векторы  $\xi_1, \dots, \xi_i$ ) и вытекающие из нее очевидным образом оценка  $|\det[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]| \leq \|\xi_1\| \|\xi_2\| \dots \|\xi_n\| |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)|$  и неравенство (неравенство Адамара [5, с. 565])  $|\det[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]| \leq \|\xi_1\| \|\xi_2\| \dots \|\xi_n\|$ .

**Теорема 1.** Пусть для произвольного числа  $\delta_0 \in (0, 1]$  даны единичные векторы  $v_1, v_2, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n$ , что имеет место оценка  $|\det[v_1, v_2, \dots, v_n]| \geq \delta_0$ . Тогда при любом числе  $\beta \in (0, 1]$  в каждой из  $n$  совокупностей единичных векторов  $v_1^{(i)}, v_2^{(i)}, \dots, v_n^{(i)} \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , удовлетворяющих неравенству  $|\det[v_1^{(i)}, v_2^{(i)}, \dots, v_n^{(i)}]| \geq \beta$ , найдется по крайней мере по одному вектору  $w^{(i)} \in \{v_j^{(i)}, j = \overline{1, n}\}$ , при которых выполняются соотношения

$$\begin{aligned}
 & |\det[w^{(1)}, v_2, v_3, \dots, v_n]| \geq \delta_0 (\beta/n)^n =: \delta_n, \\
 & |\det[w^{(1)}, w^{(2)}, v_3, \dots, v_n]| \geq \delta_n, \\
 & \dots, |\det[w^{(1)}, w^{(2)}, w^{(3)}, \dots, w^{(n)}]| \geq \delta_n.
 \end{aligned}$$

**Доказательство.** Зафиксируем  $n$  произвольных совокупностей  $n$  векторов  $\{v_j^{(i)}, j = \overline{1, n}\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , удовлетворяющих

условиям теоремы 1. Для нахождения описанных в формулировке этой теоремы векторов  $w^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , воспользуемся леммой 1. Возьмем вначале в качестве векторов  $\xi_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , леммы 1 векторы  $\vartheta_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , удовлетворяющие условиям теоремы 1, а в качестве векторов  $V_i$  – векторы первой совокупности, т.е. векторы  $v_i^{(1)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Тогда из неравенства  $\det[\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n] \geq \delta_0$  и определения векторов  $\xi_i$  и  $v_i^{(1)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , следует, что для этих векторов выполняются условия леммы 1. Поэтому среди векторов  $v_i^{(1)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , найдется хотя бы один такой вектор  $w^{(1)}$ , при котором справедливы соотношения

$$|\det[w^{(1)}, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n]| \geq \delta_0 \beta / n. \quad (4)$$

Для всех  $i = \overline{1, n-1}$  положим  $\delta_i := \delta_0 (\beta/n)^i$ . Тогда отсюда в силу верных для любого  $i = \overline{1, n}$  неравенств  $\beta^{n-i} < 1 \leq n^{n-i}$ , вытекающих из включений  $\beta \in (0, 1]$  и  $n \in \mathbb{N}$ , получим оценки

$$\delta_n = \delta_0 (\beta/n)^n \leq \delta_0 (\beta/n)^i = \delta_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

из которых, ввиду неравенства (4), следуют соотношения

$$|\det[w^{(1)}, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n]| \geq \delta_0 \cdot \beta / n = \delta_1 \geq \delta_n, \quad (6)$$

устанавливающие первую оценку теоремы 1.

Для доказательства второй оценки теоремы 1 вновь воспользуемся леммой 1. Возьмем теперь в качестве векторов  $\xi_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , леммы 1 последовательность единичных векторов  $w^{(1)}$ ,  $\vartheta_2, \dots, \vartheta_n$ , а в качестве векторов  $V_i$  – векторы  $v_i^{(2)}$  второй совокупности. В силу определения  $v_i^{(2)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , и неравенства (6) легко видеть, что для выбранных последовательностей векторов выполняются все условия леммы 1. Поэтому среди  $v_i^{(2)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , найдется по крайней мере один такой вектор  $w^{(2)}$ , что имеют место соотношения

$$|\det[w^{(1)}, w^{(2)}, \vartheta_3, \dots, \vartheta_n]| \geq \beta \delta_1 / n = \delta_0 \cdot (\beta/n)^2 = \delta_2 \geq \delta_n.$$

Последняя оценка в этих соотношениях следует из формулы (5). Таким образом, второе неравенство теоремы 1 также доказано.

Далее, на третьем шаге доказательства, взяв в качестве векторов  $\xi_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , последовательность  $w^{(1)}$ ,  $w^{(2)}$ ,  $\vartheta_3, \dots, \vartheta_n$ , а в качестве векторов  $V_i$  – векторы  $v_i^{(3)}$  третьей совокупности и рассуждая

аналогичным вышеприведенному образом, найдем среди векторов  $v_i^{(3)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , хотя бы один такой вектор  $w^{(3)}$ , при котором выполняется оценка

$$|\det[w^{(1)}, w^{(2)}, w^{(3)}, \vartheta_4, \dots, \vartheta_n]| \geq \beta \delta_2 / n = \delta_0 \cdot (\beta/n)^3 = \delta_3 \geq \delta_n.$$

Продолжая таким образом рассуждения, на  $n$ -ом шаге доказательства будем уже иметь последовательность из найденных на предыдущих шагах таких единичных векторов  $w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n-1)}$ , принадлежащих соответственно совокупностям векторов  $\{v_i^{(1)}\}, \{v_i^{(2)}\}, \dots, \{v_i^{(n-1)}\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , при которых справедливы оценки

$$|\det[w^{(1)}, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n]| \geq \delta_n,$$

$$|\det[w^{(1)}, w^{(2)}, \vartheta_3, \dots, \vartheta_n]| \geq \delta_n, \quad \dots,$$

$$|\det[w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n-1)}, \vartheta_n]| \geq \beta \delta_{n-2} / n = \delta_0 \cdot (\beta/n)^{n-1} = \delta_{n-1} \geq \delta_n.$$

Взяв в качестве  $\xi_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , единичные векторы  $w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n-1)}, \vartheta_n$ , а в качестве векторов  $V_i$  – векторы  $n$ -ой совокупности, т.е. векторы  $v_i^{(n)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , которые, очевидно, удовлетворяют условиям леммы 1, и воспользовавшись этой леммой, найдем среди векторов  $v_i^{(n)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , такой вектор  $w^{(n)}$ , при котором выполняются соотношения

$$|\det[w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n-1)}, w^{(n)}]| \geq \delta_{n-1} \beta / n = \delta_0 \cdot (\beta/n)^n = \delta_n.$$

Таким образом, построенная совокупность векторов  $w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n-1)}, w^{(n)} \in \mathbb{R}^n$  удовлетворяет всем указанным в теореме 1 условиям и поэтому является искомой. Теорема 1 доказана.

**Замечание 3.** Если для векторов  $w^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , описанных в теореме 1, положить  $w_i := \text{sign}(\det[w_1, w_2, \dots, w_{i-1}, w^{(i)}, \vartheta_{i+1}, \dots, \vartheta_n]) w^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , то на основании этой же теоремы получим неравенства

$$\det[w_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \dots, \vartheta_n] \geq \delta_n, \quad \det[w_1, w_2, \vartheta_3, \dots, \vartheta_n] \geq \delta_n, \quad \dots, \quad \det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_n] \geq \delta_n.$$

**Замечание 4.** Геометрически теорема 1 означает, что для нормированного базиса  $\mathfrak{B} = \{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n\} \subset \mathbb{R}^n$  и упорядоченной последовательности из  $n$  любых нормированных базисов  $\mathfrak{B}_i \subset \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , (достаточно больших объемов) в каждом из них всегда найдется  $n$ -

одному вектору  $v_j^{(i)} \in \mathfrak{B}_i$ ,  $j_i \in \{1, \dots, n\}$ , что при последовательной замене каждого из векторов  $\vartheta_j$  на  $v_j^{(i)} \in \mathfrak{B}_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , получившиеся из исходного  $\mathfrak{B}$  базиса системы векторов

$$\mathfrak{B}'_i = \{v_{j_1}^{(1)}, v_{j_2}^{(2)}, \dots, v_{j_k}^{(k)}, \vartheta_{k+1}, \dots, \vartheta_n\},$$

$$j_k \in \{1, \dots, n\}, \quad k = \overline{1, n},$$

будут также являться нормированными базами в  $\mathbb{R}^n$  достаточно больших объемов (однако, возможно, противоположной исходному базису  $\mathfrak{B}$  ориентации).

**Следствие 1. Матрицы**

$$P_0 := [\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n], \quad P_1 := [w_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n],$$

$$P_2 := [w_1, w_2, \vartheta_3, \dots, \vartheta_n], \quad \dots, \quad P_n := [w_1, w_2, \dots, w_n],$$

в которых векторы  $\vartheta_i$  и  $w_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , определяются теоремой 1 и замечанием 3, образуют в пространстве  $n \times n$ -матрицы  $\delta_n$ -легальный маршрут относительно последовательности векторов  $e_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , соединяющий точки  $P_0$  и  $P_n$ .

Доказательство следствия 1 вытекает непосредственно из оценок  $\det P_i \geq \delta_n$ , установленных в замечании 3, и очевидных соотношений  $P_i - P_{i-1} = e_i \cdot (w_i - \vartheta_i)^T$ .

**Лемма 2.** При любых числах  $0 < \delta \leq 1$  и  $0 < \varphi < \delta/2$ , произвольных единичных векторов  $\xi_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , таких, что имеет место оценка  $|\det [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]| \geq \delta$ , если для единичного вектора  $\xi'_k \in \mathbb{R}^n$  выполняется неравенство  $\angle(\xi'_k, \xi_k) \leq \varphi$  при некотором  $k \in \{1, \dots, n\}$ , то справедливо соотношение

$$|\det [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1}, \xi'_k, \xi_{k+1}, \dots, \xi_n]| \geq \delta/2.$$

Доказательство. Зафиксируем произвольные числа  $\delta, \varphi$  и векторы  $\xi_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , удовлетворяющие условиям леммы 2. Возьмем такой единичный вектор  $\xi'_k \in \mathbb{R}^n$ , что для некоторого  $k \in \{1, \dots, n\}$  выполняется оценка  $\angle(\xi'_k, \xi_k) \leq \varphi$ . Пусть  $\omega := \xi_k - \xi'_k$ . Из последней оценки, неравенства  $\sin \psi \leq \psi$ , верного для любого  $0 < \psi \leq \pi/2$ , убывания функции  $\cos$  на промежутке  $[0, \pi/2]$ , определений величин  $\varphi$  и  $\delta$ , векторов  $\omega$ ,  $\xi'_k$ ,  $\xi_k$ , а также скалярного произведения векторов следуют соотношения

$$\|\omega\|^2 = \|\xi_k - \xi'_k\|^2 = \|\xi_k\|^2 + \|\xi'_k\|^2 - 2\|\xi_k\| \|\xi'_k\| \cos \angle(\xi_k, \xi'_k) = 1^2 +$$

$$+ 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \angle(\xi_k, \xi'_k) \leq 2 - 2 \cos \varphi = 4 \sin^2(\varphi/2) \leq 4(\varphi/2)^2 = \varphi^2,$$

т.е.  $\|\omega\| \leq \varphi < \delta/2$ . Отсюда с учетом определения векторов  $\omega$  и  $\xi_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , замечания 2 и простейших свойств определителя вытекают соотношения

$$\delta \leq |\det [\xi_1, \dots, \xi_k, \dots, \xi_n]| = |\det [\xi_1, \dots, \xi'_k, \dots, \xi_n]| + |\det [\xi_1, \dots, \omega, \dots, \xi_n]| \leq |\det [\xi_1, \dots, \xi_{k-1}, \xi'_k, \xi_{k+1}, \dots, \xi_n]| + \|\xi_1\| \dots \|\xi_{k-1}\| \|\omega\| \|\xi_{k+1}\| \dots \|\xi_n\| \leq |\det [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1}, \xi'_k, \xi_{k+1}, \dots, \xi_n]| + \delta/2,$$

из которых следует требуемое неравенство. Лемма 2 доказана.

**Замечание 5.** Лемма 2 представляет собой обобщение на  $n$ -мерный случай леммы 10 работы [8].

**Замечание 6.** Геометрически лемма 2 означает, что при «отклонении» одного из векторов нормированного базиса на достаточно малую угловую меру (т.е. при замене одного из векторов нормированного базиса на единичный вектор, лежащий вместе с заменяемым вектором в конусе достаточно малой угловой меры) получим новую систему векторов, которая будет также являться базисом, причем ее объем изменится незначительно по сравнению с объемом исходного базиса.

В дальнейшем при построении легального маршрута, работая с векторами различных нормированных базисов пространства  $\mathbb{R}^n$ , будем считать выполнимыми следующие операции над этими векторами:

1) растяжение (сжатие) любого из векторов (т.е. умножение вектора на вещественное, отличное от нуля, число);

2) замена любого вектора каждого из базисов на такие два единичных вектора пространства  $\mathbb{R}^n$ , которые «отклоняются» от заменяемого вектора на достаточно малую угловую меру (т.е. лежат вместе с заменяемым вектором в конусе достаточно малой угловой меры) и некоторая линейная комбинация которых дает заменяемый вектор.

Правомерность введения и выполнимости этих операций над векторами нормированных базисов пространства  $\mathbb{R}^n$  следует из возможности их введения и обоснования при решении одной из задач теории управления асимптотическими инвариантами – задачи глобального управления показателем Ляпунова (напр., для

двумерного случая см. леммы 2–5 работы [6]).

Для произвольных ненулевого вектора  $h \in \mathbb{R}^n$  и вещественных чисел  $0 < \beta, \delta \leq 1$  положим

$$\alpha(h, \beta, \delta) := [2^{3n+2} \cdot n \cdot (\|h\| + 1) \cdot (n/\beta)^{2n}] / \delta^2,$$

$$\gamma(h, \beta, \delta) := [(2n/\beta)^n \cdot (\|h\| + 1)] / \delta,$$

$$\Delta(h, \beta, \delta) := 2^n \cdot \gamma(h, \beta, \delta) \cdot \min\{1, \|h\|\}.$$

**Теорема 2.** Зафиксируем произвольные числа  $0 < \beta, \delta \leq 1$ . Пусть заданы  $n$  единичных векторов  $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n$  и  $n$  нормированных базисов

$$\mathfrak{B}_i = \{w_1(i), w_2(i), \dots, w_n(i) : \|w_j(i)\| = 1, w_j(i) \in \mathbb{R}^n, j = \overline{1, n}, i = 1, 2, \dots, n\},$$

пространства  $\mathbb{R}^n$ , удовлетворяющих неравенствам

$$\det P_0 := \det[v_1, v_2, \dots, v_n] \geq \delta,$$

$$|\det \mathfrak{B}_i| = |\det[w_1(i), w_2(i), \dots, w_n(i)]| \geq \beta, \quad i = \overline{1, n}.$$

Тогда для любого вектора  $h \in \mathbb{R}^n \setminus \{0, v_n\}$ , сопоставленного с  $v_n$ , и каждого  $i = \overline{1, n}$  найдутся такие единичные векторы  $w_i^0 \in \mathfrak{B}_i$ , что для любых векторов  $w_i, w_i' \in \mathbb{R}^n$ , удовлетворяющих условиям

$$w_i^0 \in L(w_i, w_i') \subset \mathbb{R}^n, \quad \|w_i\| = \|w_i'\| = 1, \quad \angle(w_i^0, w_i) \leq \varphi, \quad (7)$$

$$\angle(w_i^0, w_i') \leq \varphi, \quad \angle(w_i, w_i') \leq \varphi, \quad i = \overline{1, n},$$

существуют такие числа  $\alpha_i' \in \mathbb{R}$ ,  $|\alpha_i'| \leq \gamma(h, \beta, \delta) =: \gamma$ , что выполняется равенство

$$h - v_n = \alpha_1' w_1' + \alpha_2' w_2' + \dots + \alpha_n' w_n'. \quad (8)$$

Кроме того, если при этом имеет место оценка

$$\varphi \leq \arcsin(1/\alpha), \quad \text{где } \alpha := \alpha(h, \beta, \delta), \quad (9)$$

то также найдутся и такие числа  $\sigma_i \in \{1, 2\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , при которых справедливы соотношения

$$\det P_1 :=$$

$$= \det[v_1 + (-1)^{\sigma_1} \alpha w_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n] \geq \Delta(h, \beta, \delta) =: \Delta,$$

$$\det P_2 :=$$

$$= \det[v_1 + (-1)^{\sigma_1} \alpha w_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha_1' w_1'] \geq \Delta,$$

$$\det P_3 := \det[v_1 + (-1)^{\sigma_1} \alpha w_1, v_2 +$$

$$+ (-1)^{\sigma_2} \alpha w_2, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha_1' w_1'] \geq \Delta,$$

$$\det P_4 := \det[v_1 + (-1)^{\sigma_1} \alpha w_1, v_2 +$$

$$+ (-1)^{\sigma_2} \alpha w_2, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha_1' w_1' + \alpha_2' w_2'] \geq \Delta, \quad \dots,$$

$$\det P_{2n-1} := \det[v_1 + (-1)^{\sigma_1} \alpha w_1, v_2 +$$

$$+ (-1)^{\sigma_2} \alpha w_2, \dots, v_{n-1} + (-1)^{\sigma_{n-1}} \alpha w_{n-1}, v_n + \sum_{i=1}^n \alpha_i' w_i'] =$$

$$= \det[v_1 + (-1)^{\sigma_1} \alpha w_1, v_2 +$$

$$+ (-1)^{\sigma_2} \alpha w_2, \dots, v_{n-1} + (-1)^{\sigma_{n-1}} \alpha w_{n-1}, h] \geq \Delta.$$

**Доказательство.** Зафиксируем совокупности векторов  $\{w_j(i), j = \overline{1, n}\} \subset \mathbb{R}^n$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , и  $v_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , удовлетворяющие условиям теоремы 2. Тогда, очевидно, для них будет справедлива теорема 1, воспользовавшись которой, найдем среди векторов последовательности  $w_j(1)$ ,  $j = \overline{1, n}$ , такой вектор  $w_1^0$ , что выполняется неравенство  $|\det[w_1^0, v_2, \dots, v_n]| \geq \delta(\beta/n)^n =: \beta_1 \in (0, 1)$ ; среди векторов  $w_j(2)$ ,  $j = \overline{1, n}$ , – такой вектор  $w_2^0$ , что справедлива оценка  $|\det[w_1^0, w_2^0, v_3, \dots, v_n]| \geq \beta_1$ ; ...; среди векторов совокупности  $w_j(n)$  найдем такой вектор  $w_n^0$ , при котором имеет место соотношение  $|\det[w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0]| \geq \beta_1$ . Таким образом, при любом  $i = \overline{1, n}$  для векторов  $w_i^0$  выполняется оценка

$$|\det[w_1^0, w_2^0, \dots, w_i^0, v_{i+1}, \dots, v_n]| \geq \beta_1. \quad (11)$$

Возьмем произвольный ненулевой вектор  $h \in \mathbb{R}^n$ , для которого справедливы соотношения  $h = \|h\| \cdot v_n$  и  $\|h\| \neq 1$ . Очевидно, что  $h \uparrow \uparrow v_n$ . Положим

$$\alpha := \alpha(h, \beta, \delta) = 2^{3n+2} n (\|h\| + 1) (n/\beta)^{2n} / \delta^2$$

и зафиксируем произвольное число

$$0 < \varphi \leq \arcsin(1/\alpha).$$

Из неравенств  $n \geq 1$  и  $0 < \beta, \delta < 1$  непосредственно следует соотношение  $\alpha > 1$ . Поэтому для величины  $\varphi$  справедлива оценка  $0 < \varphi < \pi/2$ .

Для каждого  $i = \overline{1, n}$  возьмем такие произвольные векторы  $w_i$  и  $w_i' \in \mathbb{R}^n$ , удовлетворяющие соотношениям (7), некоторая линейная комбинация которых образует вектор  $w_i^0$ . Зафиксируем эти векторы. Ввиду определения величин  $\alpha, \beta, \beta_1, \varphi$ , оценки (9), а также возрастания функции  $\arcsin$  на отрезке  $[0, 1]$ , для всякого  $i \in \{1, \dots, n\}$  имеют место оценки

$$\varphi \leq \arcsin(\delta^2 \beta^{2n} / (2^{3n+2} n^{2n+1} (\|h\| + 1))) \leq$$

$$\leq \arcsin(\delta(\beta/2n)^n) =$$

$$= \arcsin(\beta_1/2^n) \leq \arcsin(\beta_1/2^i) \leq \beta_1/2^i.$$

Отсюда и из неравенств (7) при любом  $i = \overline{1, n}$  для векторов  $w_i$ ,  $w'_i$  и  $w_i^0$  следуют оценки

$$\angle(w_i^0, w_i) \leq \varphi \leq \beta_1 / 2^i \text{ и } \angle(w_i^0, w'_i) \leq \varphi \leq \beta_1 / 2^i,$$

из которых, применяя лемму 2, получим следующие цепочки неравенств:

$$\begin{aligned} |\det[w_1^0, v_2, \dots, v_n]| &\geq \beta_1, & |\det[w_1, v_2, \dots, v_n]| &\geq \beta_1 / 2; \\ |\det[w_1^0, v_2, \dots, v_n]| &\geq \beta_1, & |\det[w'_1, v_2, \dots, v_n]| &\geq \beta_1 / 2; \\ &|\det[w_1^0, w_2^0, v_3, \dots, v_n]| \geq \beta_1, \\ &|\det[w_1, w_2^0, v_3, \dots, v_n]| \geq \beta_1 / 2, \\ &|\det[w_1, w_2, v_3, \dots, v_n]| \geq \beta_1 / 2^2; \\ &|\det[w_1^0, w_2^0, v_3, \dots, v_n]| \geq \beta_1, \\ &|\det[w'_1, w_2^0, v_3, \dots, v_n]| \geq \beta_1 / 2, \\ &|\det[w'_1, w_2', v_3, \dots, v_n]| \geq \beta_1 / 2^2; \\ &\dots\dots\dots \\ &|\det[w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0]| \geq \beta_1, \\ &|\det[w_1, w_2^0, \dots, w_n^0]| \geq \beta_1 / 2, \dots \\ &|\det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_n]| \geq \beta_1 / 2^n; \\ &|\det[w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0]| \geq \beta_1, \\ &|\det[w'_1, w_2^0, \dots, w_n^0]| \geq \beta_1 / 2, \dots \\ &|\det[w'_1, w_2', w_3', \dots, w_n']| \geq \beta_1 / 2^n. \end{aligned}$$

Таким образом, для взятых векторов  $w_i$  и  $w'_i$  справедливы оценки

$$|\det[w'_1, w'_2, \dots, w'_n]| \geq \beta_1 / 2^n, \quad (12)$$

$$|\det[w_1, w_2, \dots, w_i, v_{i+1}, \dots, v_n]| \geq \beta_1 / 2^n, \quad i = \overline{1, n}. \quad (13)$$

Неравенство (12) говорит о том, что векторы  $w'_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = \overline{1, n}$ , образуют базис в пространстве  $\mathbb{R}^n$ , а поскольку  $(h - v_n) \in \mathbb{R}^n$ , найдутся такие числа  $\alpha'_i$ , что справедливо разложение

$$h - v_n = \alpha'_1 w'_1 + \alpha'_2 w'_2 + \dots + \alpha'_n w'_n. \quad (14)$$

Кроме того, так как выполняются оценки (12), то по формулам Крамера для всех  $i = \overline{1, n}$  получим равенства

$$\begin{aligned} \alpha'_i &= \det[w'_1, w'_2, \dots, w'_{i-1}, h - v_n, w'_{i+1}, \dots, w'_n] : \\ &: \det[w'_1, w'_2, \dots, w'_{i-1}, w'_i, w'_{i+1}, \dots, w'_n], \end{aligned}$$

из которых, ввиду неравенств Адамара [5, с. 565] и (12), а также определения векторов  $v_n$ ,  $w'_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , и величины  $\beta_1$ , следуют оценки

$$\begin{aligned} |\alpha'_i| &\leq \|h - v_n\| \prod_{j=1, n, j \neq i} \|w'_j\| : \\ |\det[w'_1, w'_2, \dots, w'_{i-1}, w'_i, w'_{i+1}, \dots, w'_n]| &\leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq 2^n (\|h\| + \|v_n\|) / \beta_1 = 2^n (\|h\| + 1) / \beta_1 = \\ &= [(2n / \beta)^n (\|h\| + 1)] / \delta = \\ &= \gamma(h, \beta, \delta) = \gamma, \quad i = \overline{1, n}. \quad (15) \end{aligned}$$

Для произвольных действительных чисел  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ , обозначим через  $G_{kj}$ ,  $j = \overline{1, k}$ ,  $k = \overline{2, n-1}$ , матрицы вида

$$\begin{aligned} G_{kj} &= [w_1, \dots, w_{j-1}, v_j, v_{j+1} + \alpha_{j+1} w_{j+1}, \dots, v_k + \\ &+ \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}]. \end{aligned}$$

При любых  $k = \overline{2, n-1}$  и  $j = \overline{1, k}$  найдем оценку сверху на модуль определителя матрицы  $G_{kj}$ , используя замечание 2, определения векторов  $v_i$ ,  $w_i$  и  $w'_i$ , а также неравенства (15) для величин  $\alpha'_i$ ,

$$\begin{aligned} |\det G_{kj}| &= |\det[w_1, \dots, w_{j-1}, v_j, v_{j+1} + \alpha_{j+1} w_{j+1}, \dots, \\ &v_k + \alpha_k w_k, v_{k+1}, v_{k+2}, \dots, v_{n-1}, v_n + \\ &+ \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}]| \leq \\ &\leq \left( \prod_{i=1}^{j-1} \|w_i\| \right) \cdot \|v_j\| \cdot \left( \prod_{i=j+1}^k \|v_i + \alpha_i w_i\| \right) \cdot \\ &\cdot \left( \prod_{i=k}^{n-1} \|v_i\| \right) \cdot \|v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}\| \leq \\ &\leq \left( \prod_{i=j+1}^k (\|v_i\| + |\alpha_i| \cdot \|w_i\|) \right) \cdot \\ &\cdot (\|v_k\| + |\alpha'_1| \cdot \|w'_1\| + \dots + |\alpha'_{k-1}| \cdot \|w'_{k-1}\|) \leq \\ &\leq \left( \prod_{i=j+1}^k (1 + |\alpha_i|) \right) \cdot (1 + (n-1)\gamma), \quad (16) \\ &j = \overline{1, k}, \quad k = \overline{2, n-1}. \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение матрицы

$$\begin{aligned} P_1 &:= [v_1 + \alpha_1 w_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n], \\ P_2 &:= [v_1 + \alpha_1 w_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1], \dots \\ P_{2k-1} &:= [v_1 + \alpha_1 w_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_k + \\ &+ \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}], \\ \dots, \quad P_{2n-3} &:= [v_1 + \alpha_1 w_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_{n-1} + \\ &+ \alpha_{n-1} w_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{n-2} w'_{n-2}], \end{aligned}$$

в которых числа  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ , определим ниже. и покажем, что для некоторого  $\Delta > 0$  при любом  $k = \overline{1, n-1}$  выполняется неравенство  $\det P_{2k-1} \geq \Delta$ .

Положим  $\alpha_i := 1$ , тогда, ввиду определения матриц  $G_{kj}$  и простейших свойств определителя. для всех  $k = \overline{1, n-1}$  имеем равенства

$$\begin{aligned}
 \det P_{2k-1} &:= \\
 &= \det[v_1 + \alpha_1 w_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_k + \\
 &+ \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}] = \\
 &= \det[v_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_k + \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \\
 &+ \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}] + \\
 &+ \alpha_1 \det[w_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_k + \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \\
 &+ \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}] = \\
 &= \det G_{k1} + \alpha_1 (\det[w_1, v_2, v_3 + \alpha_3 w_3, \dots, v_k + \\
 &+ \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}] + \\
 &+ \alpha_2 \det[w_1, w_2, v_3 + \alpha_3 w_3, \dots, v_k + \\
 &+ \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}]) = \\
 &= \alpha_0 \det G_{k1} + \alpha_0 \alpha_1 \det G_{k2} + \\
 &+ \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \det[w_1, w_2, v_3 + \alpha_3 w_3, \dots, v_k + \alpha_k w_k, v_{k+1}, \\
 &\dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}] = \dots = \\
 &= \alpha_0 \det G_{k1} + \alpha_0 \alpha_1 \det G_{k2} + \dots + \left( \prod_{i=0}^{k-1} \alpha_i \right) \cdot \det G_{kk} + \\
 &+ \left( \prod_{i=0}^k \alpha_i \right) \cdot \det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \\
 &+ \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_{k-1} w'_{k-1}] = \\
 &= \sum_{i=1}^k \left[ \left( \prod_{j=0}^{i-1} \alpha_j \right) \cdot \det G_{ki} \right] + \\
 &+ \left( \prod_{i=0}^k \alpha_i \right) \cdot (\det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n] + \\
 &+ \sum_{j=1}^{k-1} (\alpha'_j \cdot \det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, w'_j])) \cdot (17)
 \end{aligned}$$

При каждом  $k = \overline{1, n-1}$  положим  $\alpha_k := (-1)^{\sigma_k} \alpha$ , где величина  $\alpha := \alpha(h, \beta, \delta)$ , а число  $\sigma_k \in \{1, 2\}$  таково, что выполняются соотношения

$$\begin{aligned}
 \left( \prod_{i=1}^k \alpha_i \right) \cdot \det[w_1, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_n] &= (18) \\
 = \alpha^k \cdot \det[w_1, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_n] > 0
 \end{aligned}$$

(строгое неравенство будет выполняться ввиду формулы (13) и определения  $\alpha$ ).

Используя замечание 2, оценки (7), (9), (13), (15), (16) и  $\alpha > 1$ , соотношение (18), равенства  $\alpha_0 = \|w_i\| = \|v_i\| = \|w'_i\| = 1$ , верное для любого  $k \in \mathbb{N}$  неравенство  $k-1 < 2^k$ , формулу суммы геометрической прогрессии, а также определение величин  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ ,  $\gamma$  и  $\varphi$ , для всех  $k = \overline{1, n-1}$  оценим снизу определитель  $\det P_{2k-1}$ :

$$\det P_{2k-1} \geq - \sum_{i=1}^k \left[ \left( \prod_{j=0}^{i-1} \alpha_j \right) \cdot \det G_{ki} \right] +$$

$$\begin{aligned}
 &+ \left( \prod_{i=0}^k \alpha_i \right) \cdot (\det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n] - \\
 &- \sum_{j=1}^{k-1} (|\alpha'_j| \cdot |\det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, w'_j]|)) \geq \\
 &\geq - \sum_{i=1}^k |\alpha^{i-1} \cdot \det G_{ki}| + \\
 &+ \alpha^k \det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n] - \\
 &- \alpha^k \sum_{i=1}^{k-1} (|\alpha'_i| \cdot \|w'_i\| \cdot \|w_i\| \cdot |\sin \angle(w_i, w'_i)| \cdot \\
 &\cdot \left( \prod_{j=1, k, j \neq i} \|w_j\| \right) \cdot \left( \prod_{j=k+1}^{n-1} \|v_j\| \right)) \geq \\
 &\geq - \sum_{i=1}^k \alpha^{i-1} (1 + \alpha)^{k-i} \cdot (1 + (n-1)\gamma) + \\
 &+ \alpha^k \det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n] - \alpha^k \cdot \\
 &\cdot \left( \sum_{i=1}^{k-1} |\alpha'_i| \right) \cdot |\sin \varphi| \geq \\
 &\geq - \sum_{i=1}^k \alpha^{i-1} (2\alpha)^{k-i} \cdot (1 + (n-1)\gamma) + \\
 &+ \alpha^k \beta_1 / 2^n - \alpha^k \cdot (k-1)\gamma \cdot |\sin \varphi| \geq \\
 &\geq - \alpha^{k-1} (1 + (n-1)\gamma) \sum_{i=1}^k 2^{k-i} + \alpha^k \beta_1 / 2^n - (k-1)\alpha^{k-1} \gamma = \\
 &= \alpha^{k-1} \cdot (-1 + (n-1)\gamma) 2^{k-1} (1 - (1/2)^k) / (1 - 1/2) \\
 &+ \alpha \beta_1 / 2^n - (k-1)\gamma \geq \\
 &\geq \alpha^{k-1} \cdot (\alpha \beta_1 / 2^n - 2^k (1 + (n-1)\gamma) - (k-1)\gamma) \geq \\
 &\geq \alpha^{k-1} \cdot (\alpha \beta_1 / 2^n - 2^k (1 + (n-1)\gamma) - 2^k \gamma) = \\
 &= \alpha^{k-1} (\alpha \beta_1 / 2^n - 2^k (1 + n\gamma)).
 \end{aligned}$$

Поскольку

$$\alpha = 2^{3n+2} n (\|h\| + 1) (n/\beta)^{2n} / \delta^2 = 4^{n+1} n \gamma / \beta_1 > 1$$

в силу определений величин  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\beta_1$  и  $\gamma$ , то, ввиду неравенств  $\gamma > 1$  и  $n \geq 1$ , для всех  $k = \overline{1, n}$  имеем соотношения

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 2^{2n+2} n \gamma / \beta_1 = 2^{2n+1} \gamma (n+n) / \beta_1 \geq 2^{2n-1} \gamma (1+n) / \beta_1 \geq \\
 &\geq 2^n (2^{n+1} \gamma + 2^n (n\gamma + n\gamma)) / \beta_1 \geq \\
 &\geq 2^n (2^{n+1} \gamma + 2^n (1+n\gamma)) / \beta_1 \geq \\
 &\geq 2^n ((2^n + 2^n)\gamma + 2^k (1+n\gamma)) / \beta_1 \geq \\
 &\geq 2^n ((2^k + 2^n)\gamma + 2^k (1+n\gamma)) / \beta_1.
 \end{aligned}$$

Поэтому, полагая

$$\begin{aligned}
 \Delta &:= \Delta(h, \beta, \delta) = 2^n \gamma \min\{1, \|h\|\} = \\
 &= (4n / \beta)^n (\|h\| + 1) \min\{1, \|h\|\} / \delta.
 \end{aligned}$$

при любом  $k = \overline{1, n-1}$  с учетом неравенства  $\alpha > 1$  получим оценку

$$\begin{aligned} \det P_{2k-1} &\geq \alpha^{k-1} (\alpha \beta_1 / 2^n - 2^k (1+n\gamma)) \geq \\ &\geq \alpha^{k-1} \left( ((2^k + 2^n)\gamma + 2^k (1+n\gamma)) \cdot 2^n \beta_1 / (2^n \beta_1) - 2^k (1+n\gamma) \right) \geq \\ &\geq (2^k + 2^n) \gamma \alpha^{k-1} \geq \Delta, \end{aligned}$$

т.е.

$$\det P_{2k-1} \geq (2^k + 2^n) \gamma \alpha^{k-1} \geq \Delta, \quad k = \overline{1, n-1}. \quad (19)$$

При каждом  $k = \overline{1, n-1}$  рассмотрим матрицы

$$P_{2k} := [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_k + \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_k w'_k].$$

Тогда с учетом замечания 2, оценок (7), (9), (15) и (19), равенств  $\|w_i\| = \|w'_i\| = \|v_i\| = 1, \quad i = \overline{1, n}$ , а также определения матриц  $P_{2k-1}, \quad k = \overline{1, n-1}$ , и величин  $\Delta, \varphi, \alpha$  и  $\alpha_i, i = \overline{1, n}$ , для всех  $k = \overline{1, n-1}$  выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \det P_{2k} &= \det [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_k + \\ &+ \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_k w'_k] + \\ &+ \det [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_{k-1} + \\ &+ \alpha_{k-1} w_{k-1}, v_k + \alpha_k w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, \alpha'_k w'_k] = \\ &= \det P_{2k-1} + \alpha'_k (\det [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_{k-1} + \\ &+ \alpha_{k-1} w_{k-1}, v_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, w'_k] + \\ &+ \alpha_k \det [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_{k-1} + \\ &+ \alpha_{k-1} w_{k-1}, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, w'_k]) \geq \\ &\geq (2^k + 2^n) \gamma \alpha^{k-1} - \gamma (|\det [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_{k-1} + \\ &+ \alpha_{k-1} w_{k-1}, v_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, w'_k]| + \\ &+ |\alpha_k| \cdot |\det [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_{k-1} + \\ &+ \alpha_{k-1} w_{k-1}, w_k, v_{k+1}, \dots, v_{n-1}, w'_k]|) \geq \\ &\geq (2^k + 2^n) \gamma \alpha^{k-1} - \gamma \cdot \left( \prod_{i=1}^{k-1} \|v_i + \alpha_i w_i\| \right) \cdot \\ &\cdot \left( \prod_{i=k}^{n-1} \|v_i\| \right) \cdot \|w'_k\| + |\alpha_k| \cdot \left( \prod_{i=1}^{k-1} \|v_i + \alpha_i w_i\| \right) \cdot \|w_k\| \cdot \\ &\cdot \left( \prod_{i=k+1}^{n-1} \|v_i\| \right) \cdot \|w'_k\| \cdot |\sin \angle (w_k, w'_k)| \geq \\ &\geq (2^k + 2^n) \gamma \alpha^{k-1} - \gamma \cdot \left( \prod_{i=1}^{k-1} (\|v_i\| + |\alpha_i| \cdot \|w_i\|) \right) \cdot (1 + \alpha \sin \varphi) \geq \\ &\geq (2^k + 2^n) \gamma \alpha^{k-1} - 2\gamma (1 + \alpha)^{k-1} \geq \\ &\geq (2^k + 2^n) \gamma \alpha^{k-1} - 2^k \gamma \alpha^{k-1} = 2^n \gamma \alpha^{k-1} \geq \Delta, \end{aligned}$$

т.е.

$$\det P_{2k} \geq 2^n \gamma \alpha^{k-1} \geq \Delta, \quad k = \overline{1, n-1}. \quad (20)$$

Рассмотрим матрицу

$$P_{2n-1} := [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_n w'_n],$$

тогда в силу разложения (14) имеем равенство

$$P_{2n-1} = [v_1 + \alpha_1 w_1, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h].$$

Для всех  $i = \overline{1, n}$  определим матрицы  $G_{ni}$  равенствами

$$\begin{aligned} G_{ni} &:= [w_1, w_2, \dots, w_{i-1}, v_i, v_{i+1} + \alpha_{i+1} w_{i+1}, \dots, v_{n-1} + \\ &+ \alpha_{n-1} w_{n-1}, v_n + \alpha'_1 w'_1 + \dots + \alpha'_n w'_n] = \\ &= [w_1, w_2, \dots, w_{i-1}, v_i, v_{i+1} + \\ &+ \alpha_{i+1} w_{i+1}, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h] \end{aligned}$$

и, используя замечание 2, равенства  $\|w_i\| = \|v_i\| = 1, \quad i = \overline{1, n}$ , а также определение величин  $\alpha_i, i = \overline{1, n}$ , оценим сверху модули определителей этих матриц

$$\begin{aligned} |\det G_{ni}| &= |\det [w_1, w_2, \dots, w_{i-1}, v_i, v_{i+1} + \\ &+ \alpha_{i+1} w_{i+1}, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h]| \leq \\ &\leq \left( \prod_{j=1}^{i-1} \|w_j\| \right) \cdot \|v_i\| \cdot \left( \prod_{j=i+1}^{n-1} \|v_j + \alpha_j w_j\| \right) \cdot \\ &\cdot \|h\| \leq (1 + \alpha)^{n-i} \|h\|, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

Применив эти оценки, неравенства (13) и (18) для  $k = n-1$ , формулу суммы геометрической прогрессии, а также соотношения, аналогичные формулам (17), с учетом равенств  $h = \|h\| \cdot v_n, \quad \alpha = 4^{n+1} n \gamma / \beta_1 \geq 1$  и  $\Delta = 2^n \gamma \min\{1, \|h\|\}$ , неравенств  $\gamma > 1$  и  $n \geq 1$ , получим следующую цепочку соотношений:

$$\begin{aligned} \det P_{2n-1} &= \det [v_1 + \alpha_1 w_1, v_2 + \\ &+ \alpha_2 w_2, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h] = \\ &= \det [v_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h] + \\ &+ \alpha_1 \det [w_1, v_2 + \alpha_2 w_2, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h] = \\ &= \det G_{n1} + \alpha_1 (\det [w_1, v_2, v_3 + \alpha_3 w_3, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h] + \\ &+ \alpha_2 \det [w_1, w_2, v_3 + \alpha_3 w_3, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h]) = \\ &= \alpha_0 \det G_{n1} + \alpha_0 \alpha_1 \det G_{n2} + \\ &+ \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \det [w_1, w_2, v_3 + \alpha_3 w_3, \dots, v_{n-1} + \alpha_{n-1} w_{n-1}, h] = \\ &= \dots = \alpha_0 \det G_{n1} + \alpha_0 \alpha_1 \det G_{n2} + \dots + \\ &+ \left( \prod_{i=0}^{n-2} \alpha_i \right) \cdot \det G_{nn-1} + \left( \prod_{i=0}^{n-1} \alpha_i \right) \cdot \det [w_1, w_2, \dots, w_{n-1}, h] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \left( \prod_{j=0}^{i-1} \alpha_j \right) \cdot \det G_{ni} \right] + \\
 &+ \|h\| \cdot \left( \prod_{i=0}^{n-1} \alpha_i \right) \cdot \det[w_1, w_2, w_3, \dots, w_{n-1}, v_n] \geq \\
 &\geq \alpha^{n-1} \|h\| \beta_1 / 2^n - \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha^{i-1} \cdot |\det G_{ni}|) \geq \\
 &\geq \alpha^{n-1} \|h\| \beta_1 / 2^n - \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha^{i-1} (1 + \alpha)^{n-i}) \cdot \|h\| \geq \\
 &\geq \alpha^{n-2} \|h\| (\alpha \beta_1 / 2^n - \sum_{i=1}^{n-1} 2^{n-i}) = \\
 &= \alpha^{n-2} \|h\| \cdot (\alpha \beta_1 / 2^n - 2^{n-2} (1 - (1/2)^{n-1}) / (1 - 1/2)) \geq \\
 &\geq \alpha^{n-2} \|h\| (\alpha \beta_1 / 2^n - 2^{n-1}) \geq \\
 &\geq \alpha^{n-2} \|h\| (4^{n-1} n \gamma \beta_1 / (2^n \beta_1) - 2^{n-1}) = \\
 &= \alpha^{n-2} \|h\| 2^{n-1} (8n\gamma - 1) \geq \\
 &\geq 7n\gamma \alpha^{n-2} \|h\| 2^{n-1} \geq 2^{n+1} n\gamma \alpha^{n-2} \|h\| \geq \Delta,
 \end{aligned}$$

т.е.

$$\det P_{2n-1} \geq 2^{n+1} n\gamma \alpha^{n-2} \|h\| \geq \Delta. \quad (21)$$

Таким образом, на основании формул (19), (20) и (21) справедливы оценки

$$\det P_i \geq \delta, \quad i = \overline{1, 2n-1}.$$

Теорема 2 доказана.

**Замечание 7.** Теорему 2 (в частном случае) можно переформулировать следующим образом. Если имеется  $n$  базисов пространства  $\mathbb{R}^n$  достаточно большого объема, с векторами которых можно производить операции, определенные в замечании 6, то, взяв в качестве матрицы  $P_0$  единичную матрицу  $E = [e_1, \dots, e_n]$ , на основании доказательства теоремы 2 конструктивным образом можно построить  $\Delta$ -легальный маршрут, связывающий единичную матрицу  $E$  с некоторой матрицей, последний столбец которой будет сонаправлен с вектором  $e_n$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф13М-055).

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов, В.М. Гиперустойчивость автоматических систем / В.М. Попов. – М.: Наука, 1970. – 335 с.
2. Popov, V.M. Hyperstability and optimality of automatic systems with several control functions / V.M. Popov // Rev. Roumaine. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ. – 1964. – Vol. 9, № 4. – P. 629-690.
3. Макаров, Е.К. Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем / Е.К. Макаров, С.Н. Попова. – Минск: Беларус. навука, 2012. – 407 с.
4. Попова, С.Н. Глобальная приводимость линейных управляемых систем к системам скалярного типа / С.Н. Попова // Дифференц. уравнения. – 2004. – Т. 40, № 1. – С. 43-46.
5. Хорн, Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
6. Козлов, А.А. Об управлении показателями Ляпунова двумерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / А.А. Козлов // Дифференц. уравнения. – 2008. – Т. 44, № 10. – С. 1319-1335.
7. Козлов, А.А. О существовании линейно-независимых направлений движения для равномерно вполне управляемой трехмерной линейной системы с локально интегрируемыми коэффициентами / А.А. Козлов, А.Д. Бурак // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2013. – № 3(75). – С. 29-45.
8. Козлов, А.А. Об управлении характеристическими показателями трехмерных линейных дифференциальных систем с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами / А.А. Козлов, А.Д. Бурак // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2013. – № 5(77). – С. 11-31.
9. Макаров, Е.К. О глобальной управляемости полной совокупности ляпуновских инвариантов двумерных линейных систем / Е.К. Макаров, С.Н. Попова // Дифференц. уравнения. – 1999. – Т. 35, № 1. – С. 97-106.
10. Мишина, А.П. Высшая алгебра. Линейная алгебра, многочлены, общая алгебра / А.П. Мишина, И.В. Проскуряков. – М.: Наука, 1970. – 399 с.
11. Глазман, И.М. Конечномерный линейный анализ / И.М. Глазман, Ю.И. Любич. – М.: Наука, 1969. – 476 с.

REFERENCES

1. Popov V.M. Giperustoičivost avtomatičeskikh sistem [Hyperstability of Automatic Systems], M.: Nauka, 1970, 335 p.
2. Popov V.M. Rev. Roumaine. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., 1964, 9(4), pp. 629-690.
3. Makarov E.K., Popova S.N. Upravliayemost asimptotičeskikh invariantov nestatsionarnih lineinih sistem [Controllability of Asymptotic Invariants of Non Stationary Linear Systems]. Minsk: Belarus. navuka, 2012, 407 p.
4. Popova S.N. Differents. Uravneniya [Differential Equations], 2004, 40(1), pp. 41-46.
5. Horn R., Johnson C. Matrichnij analiz [Matrix Analysis], M.: Mir, 1989, 655 p.
6. Kozlov A.A. Differents. Uravneniya [Differential Equations], 2008, 44(10), pp. 1319-1335.
7. Kozlov A.A., Burak A.D. Vesnik VDU [Journal of VSU], 2013, 3(75), pp. 29-45.
8. Kozlov A.A., Burak A.D. Vesnik VDU [Journal of VSU], 2013, 5(77), pp. 11-31.
9. Makarov E.K., Popova S.N. Differents. Uravneniya [Differential Equations], 1999, 35(1), pp. 97-106.
10. Mishina A.P., Proskuriakov I.V. Vissshaya algebra. Lineinaya algebra, mnogochleni, obshchaya algebra [Higher Algebra. Linear Algebra, Multi Members, General algebra], M.: Nauka, 1970, 399 p.
11. Glazman I.M., Liubich Yu. I. Končnomernij lineinij analiz [Finite Measure Linear Analysis], M.: Nauka, 1969, 476 p.

Поступила в редакцию 05.02.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: kozlova@tut.by - Козлов А.А.

УДК 535.14+681.7

## Численное моделирование влияния дисперсии на спектральную континуацию мощных фемтосекундных импульсов в кварцевом стекле

**Н.Ю. Вислобоков**

*Учреждение образования Федерации профсоюзов Беларуси*

*«Международный институт трудовых и социальных отношений», Витебский филиал*

*Одной из важнейших задач численного моделирования в современной нелинейной оптике является изучение генерации излучения с континуальным частотным спектром в широко распространённых и недорогих диэлектрических материалах.*

*Целью данного численного исследования было определение вклада дисперсии групповой скорости в генерацию континуального спектра мощным ультракоротким лазерным импульсом.*

**Материал и методы.** *Для корректного описания эволюции поля ультракороткого импульса, распространяющегося в диэлектрике, необходимо использовать модифицированное уравнение Шредингера, учитывающее дифракцию, дисперсию, керровскую нелинейность и нелинейность пятого порядка, а также многофотонную, лавинную и туннельную ионизации. Для решения полученной самосогласованной системы уравнений применялась составленная автором численная схема.*

**Результаты и их обсуждение.** *В ходе проведенного численного исследования изучалась динамика изменения спектра сверхмощного ультракороткого импульса совместно с эволюцией его пространственно-временного профиля интенсивности. В работе представлены результаты численного исследования влияния дисперсии групповой скорости на процесс спектральной континуации (уширения частотного спектра) мощного импульсного лазерного излучения в прозрачных диэлектриках. Проведен сравнительный анализ вклада фазовой самомодуляции, обусловленной комплексом индуцированных фотоионизационных процессов, и дисперсии в процесс генерации низко- и высокочастотного континуального излучения.*

**Заключение.** *Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что дисперсия групповой скорости способствует уширению спектра в область низких частот. Низкая положительная и высокая отрицательная дисперсия позволяет получить континуальный спектр в более широком диапазоне начальных параметров. Однако ключевую роль в процессе континуации частотного спектра играют индуцированные фотоионизационные процессы.*

**Ключевые слова:** *фемтосекундный импульс, спектр, ионизация, многофотонная ионизация, дисперсия.*

## Numerical Modeling of the Influence of Dispersion on Spectral Continuation of Powerful Femtosecond Impulses in Quartz Glass

**N.Y. Vislobokov**

*Educational establishment of the Federation of Trade Unions of Belarus «International Institute of Labour and Social Relations», Vitebsk Branch*

*One of the main problems of numerical modeling in contemporary non linear optics is the study of the generation of radiation with continual frequency spectrum in widely spread and cheap dielectric materials.*

*The present numerical study aims at identification of the contribution of dispersion of group speed into the generation of continual spectrum by powerful ultra short laser impulse.*

**Material and methods.** *To correctly describe the evolution of the field of ultra short impulse, which spreads in the dielectrics, it is necessary to use the modified Shredinger equation, which takes into account diffraction, dispersion, Kerr non linearity and non linearity of the fifth order as well as multi photon, subsiding and tunnel ionizations. To solve the obtained self coordinated system of equations the numerical scheme, which was made up by the author, was used.*

**Findings and discussion.** *During the numerical study dynamics of the transformation of the spectrum of super powerful ultra short impulse was studied, along with the evolution of its space and time profile of intensity. Findings of numerical study of the influence of dispersion of group speed on the process of spectral continuation (widening of frequency spectrum) of powerful impulse laser radiation in transparent dielectrics, are presented in the paper. Comparative analysis of the contribution of phase self modulation.*

which is conditioned by the complex of inducted photo ionization processes, and dispersion into the process of generation of low and high frequency continual radiation, is conducted.

**Conclusion.** On the basis of the obtained findings conclusion can be made that dispersion of group speed promotes widening of the spectrum into the area of low frequencies. Low positive and high negative dispersion makes it possible to obtain continual spectrum in a wider range of initial parameters. However, key role in the process of continuation of frequency spectrum is played by induced photo ionization processes.

**Key words:** femtosecond impulse, specter, ionization, multi photon ionization, dispersion.

Одной из важнейших задач численного моделирования в современной нелинейной оптике является изучение генерации излучения с континуальным частотным спектром в широкопространственных и недорогих диэлектрических материалах, например, кварцевом стекле.

Процессы, возникающие при взаимодействии мощного импульсного лазерного излучения ультракороткой длительности с кристаллом диэлектрика, известны, однако эволюция такого излучения в диэлектриках изучена пока еще недостаточно. Во многом это обусловлено сложностью многофакторного характера динамики УКИ в нелинейной среде. В то же время детальное исследование динамики изменения пространственно-временных и спектральных характеристик высокоинтенсивного светового излучения в диэлектриках представляет большой интерес из-за широкого спектра возможных применений от фундаментальных исследований и нанотехнологий до медицины. Источник лазерного излучения с широким частотным диапазоном может быть использован в спектроскопии, устройствах компрессии импульсов, оптоволоконной оптике, оптической когерентной томографии [1–5].

Известно, что перечень процессов, определяющих характер распространения мощных УКИ в нелинейных средах, и следствия взаимодействия света с веществом зависят от входных параметров излучения и самой среды. В процессе распространения мощного лазерного импульса могут проявляться филаментация, самоукручение, пространственно-временная фокусировка, расщепление импульса на временной шкале на подимпульсы, обусловленное влиянием нормальной дисперсией групповой скорости, и т.д. [4–8]. Самовоздействие светового пучка с входной мощностью, превышающей критическое значение, приводит к его самофокусировке в средах с положительной нелинейностью. В процессе самофокусировки за счет фотоиндуцированной ионизации формируется плазма свободных электронов (ПСЭ), дефокусирующая пучок.

Среди механизмов, влияющих на уширение спектра, как правило, выделяют фазовую самомодуляцию, самоукручение, четырехволновое смешение, ионизационные процессы. Последние

фактически усиливают фазовую модуляцию. В ходе ряда известных исследований [4; 6; 8] было установлено, что для прозрачных диэлектриков фазовая самомодуляция, обусловленная индуцированными фотоионизационными процессами, играет ведущую роль в определении ширины спектра генерируемого излучения.

Заметим, когда речь идет о распространении пикосекундных импульсов, генерация суперконтинуума обусловлена, по большей части, лавинным образованием электронной плазмы, что резко затрудняет применение диэлектриков, облучаемых импульсным оптическим излучением пикосекундной длительности в качестве источников широкодиапазонного лазерного излучения, так как при формировании лавины плотность ПСЭ резко возрастает до критических значений, при которых происходит повреждение кристалла диэлектрика. В то же время при распространении в диэлектрике фемтосекундного лазерного импульса из-за его малой длительности электронная лавина не успевает развиваться. Превалирующими плазмообразующими процессами являются многофотонная и туннельная ионизации, поэтому генерация континуального излучения возможна при плотности ПСЭ меньшей критической, при которой в кристалл диэлектрика не вносятся структурных изменений [4; 6; 8].

Целью проводимого нами численного исследования было определение вклада дисперсии групповой скорости в генерацию континуального спектра мощным ультракоротким лазерным импульсом.

**Материал и методы.** Заметим, что значимое уширение спектра и в область высоких, и в область низких частот получается далеко не всегда. Одним из основных недостатков, уже наблюдавшихся в кварцевом стекле континуальных спектров, является резкая асимметричность: большое уширение спектра в область высоких частот и почти отсутствующее уширение в низкочастотную область (рис. 1) [4; 6; 8]. По аналогии с рядом современных работ в этой области, в случае, если речь идет о значительном уширении спектра излучения только в сторону высоких частот (уширение в сторону низких частот отсутствует либо незначительно) или же об уширении спектра излучения только в

сторону низких частот (уширение в сторону высоких частот отсутствует либо незначительно), будем говорить о генерации континуального спектра; а в случае, если речь идет о заметном уширении частотного диапазона лазерного излучения как в области высоких, так и низких частот, – о генерации суперконтинуума.

При выборе облучаемого диэлектрика нельзя забывать и о специфических свойствах твердотельных материалов, проявляемых при генерации континуального излучения. Известно, например, что в ходе ряда экспериментов была выявлена роль ширины запрещенной зоны диэлектрика как фактора, ограничивающего возможность генерации широкодиапазонного лазерного излучения. В [4] отмечается, что при экспериментах по генерации суперконтинуума в различных жидкостях и твердых телах наблюдать значимое уширение спектра удавалось лишь в средах, ширина запрещенной зоны которых  $U \geq 4.7$  эВ. При переходе от материалов с меньшей шириной запрещенной зоны к материалам с большей  $U$  отмечено небольшое увеличение ширины генерируемого спектра, но заметный рост минимальной мощности генерации суперконтинуума. Прозрачные диэлектрики типа сапфира и кварцевого стекла, как правило, обладают достаточно большой запрещенной зоной для получения континуального излучения с практически непрерывной спектральной полосой, обладающего узкой направленностью [4; 8].

В данной работе мы представляем результаты исследования того, как величина дисперсии групповой скорости (ДГС) (как положительной, так и отрицательной) влияет на генерируемый сверхмощным фемтосекундным лазерным импульсом континуальный спектр. Полученное высоко- и низкочастотное уширение спектра становится возможным после распада импульсного пучка на группу субимпульсов и субпучков, распространяющихся в непосредственной близости друг от друга (импульсные пучки, исключая фронтальный, распространяются в поле ПСЭ впереди идущего/их). Это исследование позволит нам оценить значимость ДГС в генерации континуального излучения и детально дифференцировать роль фотоионизационных процессов, индуцирующих резкое изменение нелинейной фазы после распада лазерного импульса на субимпульсы.

Мощный ( $P_{in}/P_{cr} > 1$ ) ультракороткий лазерный импульс в кристалле диэлектрика с положительной нелинейностью, по большей части, находится под влиянием двух, постоянно конкурирующих между собой процессов: самофокусировки,

обусловленной нелинейностью среды, и дефокусировки на электронной плазме. Интересующий нас режим динамической конкуренции можно получить, облучая образец кварцевого стекла сверхмощным УК импульсным излучением. Длительность импульса при этом должна быть достаточно малой для того, чтобы не допустить развития электронной лавины, последствием которой будет оптический пробой материала. Интересен этот случай тем, что при определенных параметрах значительные изменения претерпевает не только пространственно-временной профиль импульса, но и его спектр, происходит значительное уширение частотного диапазона излучения как в сторону высоких, так и в сторону низких частот.

При таких мощностях интенсивность в процессе распространения может достигать значений, при которых параметр  $\gamma = \omega_0/eE(mU)^{1/2}$  будет  $\approx 1$  или меньше, соответственно, как нам известно из теоретических работ, посвященных ионизации в поле сильной электромагнитной волны, и по результатам ряда экспериментов, осуществлявшихся в последние годы (экспериментов, в которых объектом исследования были скорость фотонной ионизации  $W_{PI}$  прозрачных диэлектриков, в том числе и кварцевого стекла, и способы ее аппроксимации при различных условиях), уже необходимо учитывать не только вклад многофотонной ионизации и лавинного образования плазмы, но и туннелирования. Наилучшее же соответствие численных и экспериментальных результатов было достигнуто при использовании для расчета  $W_{PI}$  способом, который предложил Келдыш [9].

Для корректного описания рассматриваемого процесса необходимо использовать модифицированное уравнение Шредингера, в котором учтены не только такие эффекты, как дифракция, дисперсия, керровская нелинейность, но и нелинейность пятого порядка, а также многофотонная, лавинная и туннельная ионизации [4].

Эволюция поля ультракороткого импульса, распространяющегося в диэлектрике, в этом случае будет описываться самосогласованной системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial z} = i \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \hat{T}^{-1} E - i \frac{\beta_D}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + P_{nl} \\ P_{nl} = ik_0 n_2 \hat{T} |E|^2 E + ik_0 n_3 \hat{T} |E|^4 E - \frac{\sigma_{IBS}}{2} \hat{T}^{-1} (1 + ia_0 \tau_c) \rho E - \frac{1}{2} \frac{W_{PI} U}{|E|^2} E \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = W_{PI} + \tau_c |E|^2 \rho - \frac{\rho}{\tau_c} \end{cases} \quad (1)$$

где  $E$  – амплитуда напряженности электрического поля,  $z$  – продольная координата,  $r$  – поперечная координата,  $\tau = t - z/v_g$  – время в движущейся с импульсом системе координат,  $v_g$  – групповая скорость,  $k_0$  – начальный волновой вектор,  $n_0$  – линейная часть показателя преломления,  $\sigma_{IBS}$  – поперечное сечение обратного тормозного излучения,  $\omega$  – частота лазерного излучения,  $n_2$  и  $n_4$  – коэффициенты нелинейности поляризации среды 3-го и 5-го порядков по полю соответственно,  $\beta_D$  – коэффициент дисперсии групповой скорости,  $\omega_0$  – несущая частота лазерного излучения (на входе в диэлектрик),  $\tau_p$  – длительность импульса,  $\tau_c$  – характерное время столкновений электронов,  $\rho$  – плотность свободных электронов в среде,  $W_{PI}$  – скорость фотонной ионизации,  $U$  – ширина запрещенной зоны диэлектрика,  $\eta = \sigma_{IBS}/U$ ,  $\tau_r$  – время релаксации среды;  $\sigma_{IBS}$  вычисляется согласно модели Друдде-Стюарта.

Оператор  $T$  в дифракционном и нелинейном членах уравнения (1) учитывает влияние конечной ширины спектра на дифракцию и самовоздействие.

Члены в правой части уравнения (1) описывают вклад нелинейности третьего порядка в эволюцию лазерного импульса в кристалле диэлектрика (первое слагаемое), дефокусировку вследствие образования электронной плазмы (второе слагаемое).

Во втором уравнении системы последнее слагаемое описывает фотопоглощение, то есть энергетические потери оптического поля за счет ионизации (включая многофотонное поглощение, лавинную ионизацию и туннельный эффект), а не только многофотонное поглощение.

Первое слагаемое в правой части третьего уравнения системы описывает фотоионизационный вклад в генерацию свободных электронов, включая переход из валентной зоны в зону проводимости, через запрещенную зону диэлектрика. Второе слагаемое описывает вклад лавинной ионизации. Третье слагаемое представляет электронную рекомбинацию с характерным временем  $\tau_r$ .

$$W_{PI}(|E|) = \frac{2\omega_0}{9\pi} \left( \frac{\omega_0 m^*}{\hbar \sqrt{\Gamma}} \right)^{3/2} Q(\gamma, x) \exp\{-\alpha \text{int} \langle x+1 \rangle\}. \quad (2)$$

$$\Gamma = \frac{\gamma^2}{1+\gamma^2}, \quad \Xi = \frac{1}{1+\gamma^2}, \quad \alpha = \pi \frac{K(\Gamma) - E(\Gamma)}{E(\Xi)},$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{K(\Xi)E(\Xi)}, \quad x = \frac{2U}{\pi \hbar \omega_0} \frac{E(\Xi)}{\sqrt{\Gamma}}, \quad (3)$$

где  $K$  – полный эллиптический интеграл первого рода, а  $E$  – полный эллиптический интеграл второго рода.

Согласно таким обозначениям переменная

$$x = \frac{2U}{\pi \hbar \omega_0} \frac{E(\Xi)}{\sqrt{\Gamma}}. \quad (4)$$

Выражение для вычисления  $Q(\gamma, x)$  можно записать в виде

$$Q(\gamma, x) = \sqrt{\frac{\pi}{2K(\Xi)}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \exp(-n\alpha) \cdot \Phi(\sqrt{\beta[n+2v]}) \right\}. \quad (5)$$

**Результаты и их обсуждение.** Для решения самосогласованной системы уравнений (1) использовалась составленная нами численная схема. В ходе проведенного численного исследования изучалась динамика изменения пространственно-временного профиля интенсивности сверхмощного УК импульса совместно с эволюцией его спектра (применяемые параметры сверхмощного импульсного излучения согласованы с реальными возможностями современных лазеров).

Рассмотрим основные результаты численного исследования. Уменьшение  $\beta_2$  от 1500  $\text{фс}^2/\text{см}$  до 350  $\text{фс}^2/\text{см}$  привело к тому, что частотный диапазон непрерывного спектра значительно расширился и стал более гладким, чего однако не происходило при дальнейшем уменьшении коэффициента дисперсии до нуля. Для сравнения на рис. 2 (сплошная кривая) изображены непрерывный спектр, генерируемый 50 фс импульсом ( $P_{in}/P_{cr}=30$ ), распространяющимся в среде с коэффициентом дисперсии групповой скорости 350  $\text{фс}^2/\text{см}$ , и непрерывный спектр, генерируемый таким же импульсом при  $\beta_2=0$  (штриховая кривая).

При небольших по модулю отрицательных значениях  $\beta_2$  уширение спектра в область низких частот было несколько больше, чем при  $\beta_2 \geq 0$  (рис. 3). Низко- и высокочастотные крылья непрерывного излучения стали почти симметричными. При «углублении» в область отрицательной дисперсии диапазон параметров, при которых наблюдалось непрерывное уширение спектра лазерного импульса, постепенно сужался, а сам непрерывный спектр становился менее гладким.

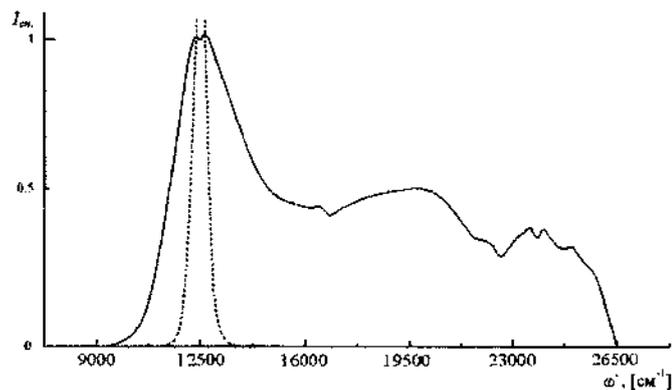


Рис. 1. Высокочастотный непрерывный спектр, генерируемый 140 фс импульсом в кварцевом стекле при  $P_{in}/P_{cr}=1.1$ , пунктирной кривой изображен исходный спектр лазерного импульса ( $\omega_0=1/\lambda$ ,  $\omega_0=12500 \text{ см}^{-1}$ ).

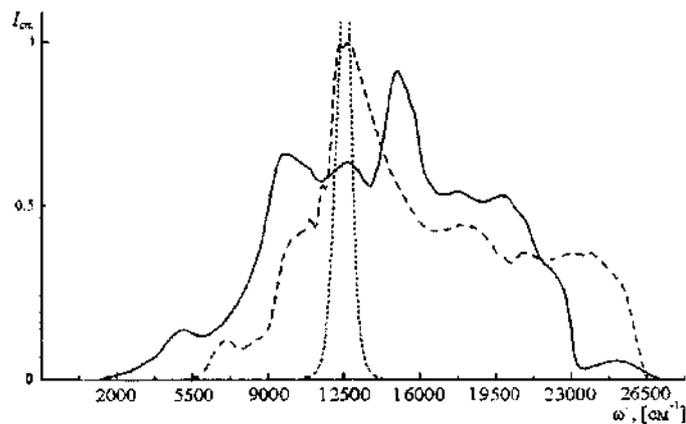


Рис. 2. Непрерывный спектр, генерируемый 50 фс импульсом ( $P_{in}/P_{cr}=30$ ), распространяющимся в среде с коэффициентом дисперсии  $\beta_D=350 \text{ фс}^2/\text{см}$  (сплошная кривая) и  $\beta_D=0$  (штриховая кривая), пунктирной кривой изображен исходный спектр лазерного импульса ( $\omega_0=1/\lambda$ ,  $\omega_0=12500 \text{ см}^{-1}$ ).

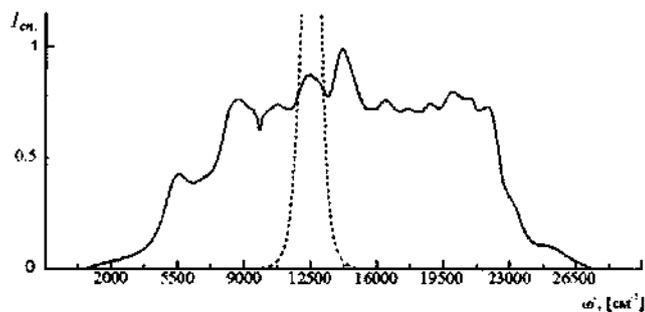


Рис. 3. Непрерывный спектр, генерируемый 50 фс импульсом ( $P_{in}/P_{cr}=30$ ), распространяющимся в среде с отрицательной ( $\beta_D=-360 \text{ фс}^2/\text{см}$ ) дисперсией групповой скорости, пунктирной кривой изображен исходный спектр лазерного импульса ( $\omega_0=1/\lambda$ ,  $\omega_0=12500 \text{ см}^{-1}$ ).

**Заключение.** Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что дисперсия групповой скорости способствует уширению спектра в область низких частот. Низкая положительная и высокая отрицательная дисперсия, оказывая стабилизирующее влияние на распространяющееся лазерное излучение, позволяет получить континуальный спектр в более широком диапазоне начальных параметров. Однако ключевую роль в процессе континуализации частотного спектра играет фазовая самомодуляция, обусловленная комплексом индуцированных фотоионизационных процессов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Homann, C. Direct measurement of the effective input noise power of an optical parametric amplifier / C. Homann and E. Riedle // *Laser&Photonics Reviews*. – 2013. – Vol. 165, № 7. – P. 580–588.
2. Chin, S. Advances in intense femtosecond laser filamentation in air / S. Chin, O. Kosareva, N. Panov, R. Li, Z. Xu [et al.] // *Laser Physics*. – 2012. – Vol. 22, № 1. – P. 1–53.
3. Lorient, V. Self-referenced characterization of femtosecond laser pulses by chirp scan / V. Lorient, G. Gitzinger, N. Forget // *Optics Express*. – 2013. – Vol. 21, № 21. – P. 24879–24893.
4. Couaillon, A. Femtosecond filamentation in transparent media / A. Couaillon, A. Mysyrowicz // *Phys. Rep.* – 2007. – Vol. 441, № 1. – P. 47–139.
5. Vislobokov, N.Yu. Supercontinuum generation by ultra-high power femtosecond laser pulses in dielectrics / N.Yu. Vislobokov, A.P. Sukhorukov // *Physics of Wave Phenomena*. – 2009. – Vol. 17, № 1. – P. 11–14.
6. Kandidov, V.P. Formation of conical emission of supercontinuum during filamentation of femtosecond laser radiation in fused silica / V.P. Kandidov, E.O. Smetanina, A.E. Dornidonov, V.O. Kompanets, S.V. Chekalin // *J. Exp. Theor. Phys.* – 2011. – Vol. 113, № 3. – P. 422–432.
7. Чекалин, С.В. От самофокусировки световых пучков – к filamentации лазерных импульсов / С.В. Чекалин, В.П. Кандидов // *УФН*. – 2013. – Vol. 183, № 2. – С. 133–152.
8. Peng, J. Control of energy deposition in femtosecond laser dielectric interactions / J. Peng, D. Grojo, D.M. Rayner, P.B. Corkum // *Appl. Phys. Lett.* – 2013. – Vol. 102, № 16. – P. 161105–161110.
9. Келдыш, Л.В. Ионизация в поле сильной электромагнитной волны / Л.В. Келдыш // *ЖЭТФ*. – 1964. – Vol. 47, № 15(11). P. 1945–1956.

## REFERENCES

1. Homann C., Riedle E. *Laser&Photonics Reviews*, 2013, 165(7), pp. 580–588.
2. Chin S., Kosareva O., Panov N., Li R., Xu Z. *Laser Physics*, 2012, 22(1), pp. 1–53.
3. Lorient V., Gitzinger G., Forget N. *Optics Express*, 2013, 21(21), pp. 24879–24893.
4. Couaillon A., Mysyrowicz A. *Phys. Rep.*, 2007, 441(1), pp. 47–139.
5. Vislobokov N.Yu., Sukhorukov A.P. *Physics of Wave Phenomena*, 2009, 17(1), pp. 11–14.
6. Kandidov V.P., Smetanina E.O., Dornidonov A.E., Kompanets V.O., Chekalin S.V. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2011, 3(113:3), pp. 422–432.
7. Чекалин С.В., Кандидов В.П. *УФН*, 2013, 31(183:2), pp. 33–152.
8. Peng J., Grojo D., Rayner D.M., Corkum P.V. *Appl. Phys. Lett.*, 2013, 102(16), pp. 161105–161110.
9. Келдыш, Л.В. *ЖЭТФ*, 1964, 47[15(11)], pp. 1945–1956.

Поступила в редакцию 15.01.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: nkt\_2004@mail.ru – Вислобовов Н.Ю.

УДК 517.538.52+517.538.53

## Аппроксимации Эрмита–Паде для системы двух экспонент с сопряженными показателями

А.В. Астафьева

Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины»

Для системы функций  $\{e^{(a+bi)z}, e^{(a-bi)z}\}$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа, изучаются асимптотические свойства диагональных аппроксимаций Эрмита–Паде  $\{\pi_{2n,2n}^1(z, e^{(a+bi)\xi}), \pi_{2n,2n}^2(z, e^{(a-bi)\xi})\}$ . В частности, для любого комплексного числа  $z$  найдены асимптотики поведения разностей  $e^{(a\pm bi)z} - \pi_{2n,2n}^j(z, e^{(a\pm bi)\xi})$  при  $j=1,2$ . Полученные результаты дополняют исследования Эрмита, Паде, Д. Браесса, А.И. Аптекарева, А.П. Старовойтова, относящиеся к изучению сходимости аппроксимаций Эрмита–Паде для системы экспонент.

**Ключевые слова:** аппроксимации Эрмита–Паде, диагональные аппроксимации Эрмита–Паде, асимптотические равенства, интегралы Эрмита, метод Лапласа, метод перевала.

## Hermite-Pade approximants for the system of two exponentials with conjugate indicators

A.V. Astafyeva

Educational establishment «Gomel State University of F. Scoriny»

We study the asymptotic properties of diagonal Hermite–Pade approximants  $\{\pi_{2n,2n}^1(z, e^{(a+bi)\xi}), \pi_{2n,2n}^2(z, e^{(a-bi)\xi})\}$  for the system of functions  $\{e^{(a+bi)z}, e^{(a-bi)z}\}$ , where  $a$  and  $b$  are real numbers. In particular, we determine asymptotic behavior of differences  $e^{(a\pm bi)z} - \pi_{2n,2n}^j(z, e^{(a\pm bi)\xi})$  for  $j=1,2$  for any complex number  $z$ . The obtained results supplement research of Hermite, Pade, D. Braess, A.I. Aptekarev and A.P. Starovoitov dealing with study of the convergence of Hermite–Pade approximants for systems of exponentials.

**Key words:** Hermite–Pade approximants, diagonal Hermite–Pade approximants, asymptotic equality, Hermite integral, Laplace method, saddle-point method.

**Введение.** В данной статье исследуется асимптотика диагональных аппроксимаций Эрмита–Паде системы экспонент  $\{e^{(a+bi)z}, e^{(a-bi)z}\}$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа. Впервые такие аппроксимации для системы  $\{1, e^z, \dots, e^{tz}\}$  рассматривал Ш. Эрмит [1] при доказательстве трансцендентности числа  $e$ . С помощью аналогичных конструкций Ф. Линдемана доказал, что натуральный логарифм любого алгебраического числа, отличного от 0 и 1, есть число трансцендентное. Отсюда и вытекает трансцендентность числа  $\pi$ , а значит и решение задачи о квадратуре круга [2].

Рассмотрим набор голоморфных в нуле функций

$$f_j(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k^j z^k, \quad j=1, 2, \dots, r. \quad (1)$$

Зафиксируем произвольные целые неотрицательные числа  $n, m_1, m_2, \dots, m_r$ . По определению полагаем  $m = \sum_{i=1}^r m_i$ ,  $n_j = n + m - m_j$ ,  $j=1, 2, \dots, r$ . Известно [3], что при  $j=1, 2, \dots, r$  существуют такие многочлены  $Q_m(z), P_{n_j}^j(z)$ ,  $\deg Q_m \leq m, \deg P_{n_j}^j \leq n_j$ , для которых

$$R_{n,m}^j(z) = Q_m(z)f_j(z) - P_{n_j}^j(z) = O(z^{n+m+1}). \quad (2)$$

При  $r \geq 2$  дроби  $\pi_{n,m}^j(z) = \pi_{n_j,m}^j(z; f_j) = P_{n_j}^j(z) / Q_m(z)$ ,  $j=1, 2, \dots, r$ , определенные условиями (2), находятся, вообще говоря, неоднозначно. В случае единственности множества  $\{\pi_{n,m}^j(z)\}_{j=1}^r$  его элементы называют аппроксимациями Эрмита–Паде

для системы функций (1). Единственность имеет место для системы экспонент  $f_j(z) = e^{\lambda_j z}$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ , где  $\{\lambda_j\}_{j=1}^r$  – различные комплексные числа [3]. Этот факт установлен Ш. Эрмитом [1]. При  $m_1 = m_2 = \dots = m_r = n$  аппроксимации Эрмита–Паде  $\pi_{m,n}^j(z; f_j)$  называются диагональными.

К. Малер [4–5] использовал аппроксимации Эрмита–Паде для получения количественной оценки меры трансцендентности некоторых чисел. Е.М. Никишиным была поставлена задача об исследовании сходимости таких аппроксимаций для произвольной системы экспонент. Решение этой задачи было получено А.И. Аптекаревым [6], который доказал, что при различных комплексных числах  $\lambda_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$  и  $n + m \rightarrow +\infty$   $\pi_{n,m}^j(z; e^{\lambda_j z})$  сходится равномерно на компактах  $\mathbb{C}$  к  $e^{\lambda_j z}$ . В [6], в частности, установлено, что

$$Q_n(z) = \exp \left\{ - \frac{\sum_{j=1}^r \lambda_j m_j}{n+m} z \right\} \left\{ 1 + O \left( \frac{1}{n+m} \right) \right\}, \quad (3)$$

и приводятся явные формулы

$$Q_n(z) = \frac{z^{n+m+1}}{(n+m)!} \int_0^\infty [x^n \prod_{i=1}^r (x - \lambda_i)^{m_i}] e^{-zx} dx,$$

$$P_{n_j}^j(z) = \frac{e^{\lambda_j z} z^{n+m+1}}{(n+m)!} \int_{\lambda_j}^\infty [x^n \prod_{i=1}^r (x - \lambda_i)^{m_i}] e^{-zx} dx, \quad (4)$$

$$R_{n,m}^j(z) = \frac{e^{\lambda_j z} z^{n+m+1}}{(n+m)!} \int_0^{\lambda_j} [x^n \prod_{i=1}^r (x - \lambda_i)^{m_i}] e^{-zx} dx,$$

где  $Q_n(z)$ ,  $P_{n_j}^j(z)$  – соответственно знаменатель и числитель  $\pi_{n,m}^j(z; e^{\lambda_j z})$ . Интегралы в (4) принято называть интегралами Эрмита.

Заметим, что в последнее время интерес к аппроксимациям Эрмита–Паде значительно возрос [7–9]. Кроме традиционных приложений в теории аппроксимаций аналитических функций и диофантовых приближениях, они используются в исследованиях алгебраической природы математических констант [7], в спектральной теории некоторых классов операторов [9], теории рассеяния [9] и решении дифференциальных уравнений.

В работах [10–11] с помощью метода Лапласа исследуется асимптотика поведения диагональ-

ных аппроксимаций Эрмита–Паде  $\pi_{m,n}^j(z; e^{\lambda_j z})$  в случае, когда  $\lambda_j$  – действительные либо чисто мнимые числа. В данной статье рассматривается система из двух экспонент с комплексно-сопряженными показателями. В этом случае метод Лапласа не работает. При исследовании будем опираться на метод перевала.

**Основные результаты.** Будем считать, что  $a$  и  $b$  – произвольные действительные числа. Определим следующие функции:

$$\varphi(z) = z(z - a + bi)(z - a - bi),$$

$$\varphi_1(z) = z(z + a - ib)(z + a + ib),$$

$$S(z) = \ln \varphi(z),$$

$$S_1(z) = \ln \varphi_1(z),$$

где  $\ln \varphi(z)$  – главная ветвь логарифма, т.е.

$$\ln \varphi(z) = \ln |\varphi(z)| + i \arg_0 \varphi(z)$$

и  $\arg_0 \varphi(z) \in (-\pi; \pi]$ .

Рассмотрим несколько кривых:

$$\gamma_1 = \{z = yi : y \in [0; b]\},$$

$$\gamma_2 = \{z = bi + x : x \in [0; a]\},$$

$$\gamma_3 = \{z = -bi + x : x \in [0; a]\}.$$

Легко проверить, что  $\max_{\gamma_2} \operatorname{Re} S(z)$  и  $\max_{\gamma_3} \operatorname{Re} S_1(z)$  достигаются в точках  $z_2^* = bi$  и  $z_3^* = -bi$  соответственно. А  $\max_{\gamma_1} \operatorname{Re} S(z)$ ,  $\max_{\gamma_1} \operatorname{Re} S_1(z)$  достигаются в точке  $z_1^* = \sqrt{(8\sqrt{3}-12)/3} |b| i$ , когда выполнено условие  $a^2 = (7 - 4\sqrt{3})b^2$ , в противном случае достигаются в точке  $z_2^*$ .

Сформулируем основной результат работы.

**Теорема.** Пусть  $\{e^{(a+bi)z}, e^{(a-bi)z}\}$  – набор из двух экспонент с действительными числами  $a$  и  $b$ , а  $\{\pi_{2n,2n}^1(z), \pi_{2n,2n}^2(z)\}$  – соответствующие этому набору аппроксимации Эрмита–Паде. и  $m_1 = m_2 = n$ ,  $n_1 = n_2 = 2n$ . Тогда при  $n \rightarrow +\infty$  для любого комплексного числа  $|z| \leq M$  справедливы асимптотические равенства

$$\begin{aligned}
 e^{(a+bi)z} - \pi_{2n,2n}^1(z) &= \\
 &= -\frac{e^{(a+bi)z} z^{3n+1}}{(3n)!n} \times \\
 &\times \left( \frac{2}{S'(z_1^*)} \varphi^n(z_1^*) e^{-z_1^* z} + \frac{1}{S'(z_2^*)} \varphi^n(z_2^*) e^{-z_2^* z} \right) e^{2az/3} (1+O(1)), \\
 e^{(a-bi)z} - \pi_{2n,2n}^2(z) &= \\
 &= \frac{e^{(a-bi)z} z^{3n+1}}{(3n)!n} \times \\
 &\times \left( (-1)^n \frac{2}{S'(z_1^*)} \varphi^n(z_1^*) e^{z_1^* z} - \frac{1}{S'(z_2^*)} \varphi^n(z_2^*) e^{-z_2^* z} \right) e^{2az/3} (1+O(1)),
 \end{aligned}$$

если  $a^2 = (7 - 4\sqrt{3})b^2$ ,

$$\begin{aligned}
 e^{(a-bi)z} - \pi_{2n,2n}^1(z) &= \\
 &= -\frac{2e^{(a+bi)z} z^{3n+1}}{(3n)!nS'(z_2^*)} \varphi^n(z_2^*) e^{-z_2^* z} e^{2az/3} (1+O(1)), \\
 e^{(a-bi)z} - \pi_{2n,2n}^2(z) &= \\
 &= \frac{e^{(a-bi)z} z^{3n+1}}{(3n)!n} \times
 \end{aligned}$$

$$\times \left( \frac{(-1)^n}{S'(z_2^*)} \varphi^n(z_2^*) e^{z_2^* z} - \frac{1}{S'(z_3^*)} \varphi^n(z_3^*) e^{-z_3^* z} \right) e^{2az/3} (1+O(1)).$$

если  $a^2 \neq (7 - 4\sqrt{3})b^2$ .

Здесь и далее  $M$  – фиксированное положительное число.

**Следствие 1.** Пусть  $\{e^{(a+i)z}, e^{(a-i)z}\}$  – набор из двух экспонент и  $a^2 \neq (7 - 4\sqrt{3})b^2$ , а  $\{\pi_{2n,2n}^1(z), \pi_{2n,2n}^2(z)\}$  – соответствующие этому набору аппроксимации Эрмита-Паде, и  $m_1 = m_2 = n$ ,  $n_1 = n_2 = 2n$ . Тогда при  $n \rightarrow +\infty$  для любого комплексного числа  $|z| \leq M$

$$\begin{aligned}
 e^{(a+i)z} - \pi_{2n,2n}^1(z) &= \\
 &= \frac{2z^{3n+1} a^{n+1} (2+ia)^{n+1}}{(3n)!(2+4ia-a^2)n} e^{5az/3} (1+O(1)), \\
 e^{(a-i)z} - \pi_{2n,2n}^2(z) &= \\
 &= \frac{2(-1)^{n+1} z^{3n+1} a^{n+1} (ia-2)^{n+1}}{(3n)!(2+4ia-a^2)n} e^{5az/3} (1+O(1)).
 \end{aligned}$$

Для доказательства следствия достаточно заметить, что при  $b=1$ ,  $z_2^* = i$ ,  $z_3^* = -i$  и выполнении условий верны следующие равенства:

$$\begin{aligned}
 S(z_2^*) &= \ln(2a+ia), \quad S'(z_2^*) = -\frac{a^2i+4a-2i}{a(a-2i)}, \\
 S_1(z_2^*) &= \ln(a^2i-2a), \quad S_1'(z_2^*) = \frac{2i+4a-ia^2}{2ia+a^2},
 \end{aligned}$$

$$S(z_3^*) = \ln(2a-a^2i), \quad S'(z_3^*) = -\frac{2i+4a-ia^2}{2ia+a^2}.$$

**Следствие 2.** Пусть  $\{e^{(1+2i)z}, e^{(1-2i)z}\}$  – набор из двух экспонент, а  $\{\pi_{2n,2n}^1(z), \pi_{2n,2n}^2(z)\}$  – соответствующие этому набору аппроксимации Эрмита-Паде, и  $m_1 = m_2 = n$ ,  $n_1 = n_2 = 2n$ . Тогда при  $n \rightarrow +\infty$  для любого комплексного числа  $|z| \leq M$

$$\begin{aligned}
 e^{(1+2i)z} - \pi_{2n,2n}^1(z, e^{(1+2i)z}) &= \\
 &= \frac{2^{n+2} z^{3n+1} (4+i)^{n+1}}{(3n)!(7+8i)n} e^{5z/3} (1+O(1)), \\
 e^{(1-2i)z} - \pi_{2n,2n}^2(z, e^{(1-2i)z}) &= \\
 &= \frac{(-1)^{n+1} 2^{n+2} z^{3n+1} (i-4)^{n+1}}{(3n)!(7+8i)n} e^{5z/3} (1+O(1)).
 \end{aligned}$$

Для доказательства следствия достаточно вычислить значения функций в точках  $z_2^* = 2i$ ,  $z_3^* = -2i$ :

$$\begin{aligned}
 S(z_2^*) &= \ln(8+2i), \quad S'(z_2^*) = -\frac{7+8i}{8+2i}, \\
 S_1(z_2^*) &= \ln(2i-8), \quad S_1'(z_2^*) = \frac{7+8i}{2i-8}, \\
 S(z_3^*) &= \ln(8-2i), \quad S'(z_3^*) = \frac{7+8i}{2i-8}.
 \end{aligned}$$

**Доказательство теоремы.** Для исследования асимптотики интегралов (4) будем применять метод перевала [12]. Приведем без доказательства необходимый в дальнейшем результат.

Будем рассматривать интегралы вида

$$F(\lambda) = \int_{\gamma} f(z) e^{\lambda S(z)} dz,$$

где  $\gamma$  – конечная кривая и функции  $f(z)$ ,  $S(z)$  регулярны в некоторой области  $D$ , содержащей контур  $\gamma$ . Нас интересует асимптотика функции  $F(\lambda)$ , при  $\lambda \rightarrow +\infty$ , когда  $\max_{z \in \gamma} \operatorname{Re} S(z)$  достигается на конце кривой  $\gamma$ . Тогда верно следующее утверждение.

**Утверждение 1 (метод перевала).** Пусть  $\gamma$  – конечная кривая и функции  $f(z)$ ,  $S(z)$  регулярны в некоторой области  $D$ , содержащей контур  $\gamma$ . Если  $\max_{z \in \gamma} \operatorname{Re} S(z)$  достигается только в на-

чальной точке  $z_0$  контура  $\gamma$  и  $S'(z_0) \neq 0$ , то при  $\lambda \rightarrow +\infty$  главный член асимптотики имеет

$$F(\lambda) = \frac{1}{-\lambda S'(z_0)} e^{\lambda S(z_0)} [f(z_0) + O(1/\lambda)].$$

Перейдем непосредственно к доказательству теоремы.

Из (4) следует, что

$$R_{n,2n}^1 = \frac{e^{(a+bi)z} z^{3n+1} a^{+bi}}{(3n)!} \int_0^a x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx.$$

В этом интеграле представим кривую интегрирования в виде двух отрезков. Тогда получим, что

$$R_{n,2n}^1 = \frac{e^{(a+bi)z} z^{3n+1} a^{+bi}}{(3n)!} \int_0^{bi} x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx + \frac{e^{(a+bi)z} z^{3n+1} a^{+bi}}{(3n)!} \int_{bi}^a x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx. \quad (5)$$

Введем новые обозначения

$$I_1^1(z) = \int_0^{bi} x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx, \quad (6)$$

$$I_2^1(z) = \int_{bi}^a x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx. \quad (7)$$

Рассмотрим интеграл (6) и найдем его асимптотику с помощью метода перевала. Для этого преобразуем (6) к следующему виду:

$$I_1^1(z) = \int_0^{bi} e^{-zx} e^{n \ln(x(x-a-bi)(x-a+bi))} dx.$$

Интегрирование будем проводить по отрезку  $\gamma_1 = \{z = yi : y \in [0; b]\}$ .

Предположим, что  $a^2 = (7-4\sqrt{3})b^2$ . Тогда максимум на  $\gamma_1$  функции  $\text{Re} S(z)$  достигается в точке  $z_1^* = \sqrt{(8\sqrt{3}-12)/3} |b| i$ . Представим интеграл (6) в виде суммы двух интегралов

$$I_1^1(z) = \int_0^{z_1^*} e^{-zx} e^{nS(x)} dx + \int_{z_1^*}^{bi} e^{-zx} e^{nS(x)} dx.$$

Из утверждения 1 следует, что в предыдущем равенстве два интеграла равны. Следовательно, исходный интеграл (6) равен

$$I_1^1(z) = -\frac{2}{nS'(z_1^*)} \varphi^n(z_1^*) e^{-z_1^* z} (1 + O(1)). \quad (8)$$

Если  $a^2 \neq (7-4\sqrt{3})b^2$ , то не трудно проверить, что  $\max_{\gamma_1} \text{Re} S(z)$  достигается в точке  $z_2^*$ .

Применяя утверждение 1 к интегралу (6), получим

$$I_1^1(z) = -\frac{1}{nS'(z_2^*)} \varphi^n(z_2^*) e^{-z_2^* z} (1 + O(1)). \quad (9)$$

Найдем асимптотику интеграла (7). Приведем данный интеграл к следующему виду:

$$I_2^1(z) = \int_{bi}^{a+bi} e^{-zx} e^{nS(x)} dx,$$

где интегрировать будем по отрезку  $\gamma_2 = \{z = bi + x : x \in [0; a]\}$ . Тогда для любых значений  $a$  и  $b$   $\max_{\gamma_2} \text{Re} S(z)$  достигается в точке  $z_2^*$ .

Применяя утверждение 1 непосредственно к последнему интегралу, получим

$$I_2^1(z) = -\frac{1}{nS'(z_2^*)} \varphi^n(z_2^*) e^{-z_2^* z} (1 + O(1)). \quad (10)$$

Подставляя (8), (9) и (10) в (5), пользуясь при этом известным фактом, что  $Q_{2n}(z) = e^{-2az/3} (1 + O(1))$ , найдем асимптотику разности  $e^{(a+bi)z} - \pi_{2n,2n}^1(z)$ .

Перейдем к нахождению асимптотики разности  $e^{(a-bi)z} - \pi_{2n,2n}^2(z)$ . Из (4) получим

$$R_{n,2n}^2 = \frac{e^{(a-bi)z} z^{3n+1} a^{-bi}}{(3n)!} \int_0^a x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx.$$

Преобразуем данное равенство к следующему виду:

$$R_{n,2n}^2 = \frac{e^{(a-bi)z} z^{3n+1} a^{-bi}}{(3n)!} \int_0^{-bi} x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx + \frac{e^{(a-bi)z} z^{3n+1} a^{-bi}}{(3n)!} \int_{-bi}^a x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx. \quad (11)$$

Введем следующие обозначения:

$$I_1^2(z) = \int_0^{-bi} x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx, \quad (12)$$

$$I_2^2(z) = \int_{-bi}^a x^n (x-a+bi)^n (x-a-bi)^n e^{-zx} dx. \quad (13)$$

Найдем асимптотику интеграла (12). Представим данный интеграл в виде:

$$I_1^2(z) = (-1)^{n+1} \int_0^{bi} e^{zx} e^{nS_1(x)} dx.$$

Применим к последнему интегралу метод перевала, считая, что кривой интегрирования является  $\gamma_1 = \{z = yi : y \in [0; b]\}$ . Поступая аналогично, как при нахождении интеграла (6), при  $a^2 = (7 - 4\sqrt{3})b^2$  получим

$$I_1^2(z) = \frac{2(-1)^n}{nS_1'(z_1^*)} \varphi^n(z_1^*) e^{z_1^* z} (1 + O(1)). \quad (14)$$

В противном случае, если  $a^2 \neq (7 - 4\sqrt{3})b^2$ ,

$$I_1^2(z) = \frac{(-1)^n}{nS_1'(z_2^*)} \varphi^n(z_2^*) e^{z_2^* z} (1 + O(1)). \quad (15)$$

Рассмотрим интеграл (13). Приведем данный интеграл к следующему виду:

$$I_2^2(z) = \int_{-bi}^{a-bi} e^{-zx} e^{nS(x)} dx,$$

где будем интегрировать по отрезку  $\gamma_3 = \{z = -bi + x : x \in [0; a]\}$ . Тогда для любых значений  $a$  и  $b$   $\max \operatorname{Re} S(z)$  достигается в точке  $z_3^*$ . Применяя утверждение 1 к последнему интегралу, получим

$$I_2^1(z) = -\frac{1}{nS'(z_3^*)} \varphi^n(z_3^*) e^{-z_3^* z} (1 + O(1)). \quad (16)$$

Подставляя (14), (15) и (16) в (11), учитывая, что  $Q_{2n}(z) = e^{-2az/3} (1 + O(1))$ , получим асимптотику разности  $e^{(a-bi)z} - \pi_{2n,2n}^2(z, e^{(a-bi)z})$ . Теорема доказана.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hermite, C. Sur la fonction exponentielle / C. Hermite // C.R. Acad. Sci. (Paris). – 1873. – Vol. 77. – P. 18–293.

2. Клейн, Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей: в 2 т. / Ф. Клейн. – М.: Наука, 1987. – Т. 1: Арифметика. Алгебра. Анализ. – 324 с.  
 3. Никишин, Е.М. Рациональные аппроксимации и ортогональность / Е.М. Никишин, В.Н. Сорокин. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 256 с.  
 4. Mahler, K. Zur Approximation der Exponentialfunktion und des Logarithmus / K. Mahler // J. Reine Angew. Math. – 1932. – Vol. 166. – P. 118–150.  
 5. Mahler, K. On the approximation of logarithms of algebraic numbers / K. Mahler // Philos. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. – 1953. – Vol. 245. – P. 371–398.  
 6. Аптекарев, А.И. О сходимости рациональных аппроксимаций к набору экспонент / А.И. Аптекарев // Вестн. Моск. гос. ун-та. – Сер. 1, Математика. Механика. – 1981. – № 1. – С. 68–74.  
 7. Аптекарев, А.И. Рациональные приближения постоянной Эйлера и рекуррентные соотношения / А.И. Аптекарев // Совр. пробл. матем.: сб. ст. – М.: МИАН, 2007.  
 8. Калягин, В.А. Аппроксимации Эрмита Падэ и спектральная теория несимметричных разностных операторов / В.А. Калягин // Матем. сб. – 1994. – Т. 185, № 6. – С. 79–100.  
 9. Бейкер, Дж. Аппроксимации Падэ / Дж. Бейкер, П. Грейвс-Моррис. – М.: Мир, 1986. – 502 с.  
 10. Старовойтов, А.П. О свойствах аппроксимаций Эрмита-Падэ для системы функций Миттаг-Леффлера / А.П. Старовойтов // Докл. НАН Беларуси. – 2013. – Т. 57, № 1. – С. 5–10.  
 11. Старовойтов, А.П. Асимптотика аппроксимаций Эрмита-Падэ системы экспонент / А.П. Старовойтов // Докл. НАН Беларуси. – 2013. – Т. 57, № 2. – С. 5–10.  
 12. Сидоров, Ю.В. Лекции по теории функций комплексного переменного: учебник для вузов / Ю.В. Сидоров, М.В. Федорюк, М.И. Шабунин. – 3-е изд. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 480 с.

#### REFERENCES

1. Hermite C. Sur la fonction exponentielle, C.R. Acad. Sci. (Paris), 1873, 77, pp. 18–293.  
 2. Klein F., Elementarnaya matematika s tochki zreniya vysshei: v 2-h tomah. T.1. Arifmetica. Algebra. Analiz [Elementary Mathematics from the Points of View of the Higher One: In 2 Volumes. V.1. Arithmetics. Algebra. Analysis], M.: Nauka, 1987, 324 p.  
 3. Nikishin E.M., Sorokin V.N. Ratsionalniye approksimatsii i ortogonalnost [Rational Approximants and Orthogonality]. M.: Nauka, 1988, 256 p.  
 4. Mahler K, J. Reine Angew. Math., 1932, 166, pp. 118–150.  
 5. Mahler K, Philos. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A, 1953, 245, pp. 371–398.  
 6. Aptekarev A.I. Vestnik MGU. Seriya 1. Matematika. Mekhanika. [Journal of MSU. Series 1. Mathematics. Mechanics.], 1981, 1, pp. 68–74.  
 7. Aptekarev A.I. Sbornik statei. Sovr. probl. matem. [Collection of Articles. Modern Issues of Mathematics], MIAN, M, 2007.  
 8. Kaliagin V.A. Matem. Sb. [Mathematical Collection], 1994, 185(6), pp. 79–100.  
 9. Baker J., Greivs-Morris P. Approksimatsii Pade [Pade Approximants], M.: Mir, 1986, 502 p.  
 10. Starovoitov A.P. Dokladi Natsionalnoi akademii nauk Belarusi [Reports of the National academy of Sciences of Belarus], 2013, 57(1), pp. 5–10.  
 11. Starovoitov A.P. Dokladi Natsionalnoi akademii nauk Belarusi [Reports of the National academy of Sciences of Belarus]. 2013, 57(2), pp. 5–10.  
 12. Sidorov Y.V., Fedoriuk M.V., Shabunin M.I. Leksii po teorii funktsii kompleksnogo peremennogo: Uchebnik dlia vuzov [Lectures on the Theory of Functions of Complex Variable: Textbook for universities], M.: Nauka, 1989, 480 p.

## О точном нахождении экстремальных полиномов на двумерном подпространстве

Сунь Байюй

Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»

Работа посвящена построению экстремальных полиномов на двумерном подпространстве. В большинстве случаев [1] задача о точном нахождении экстремальных в равномерной метрике полиномов для заданной непрерывной функции  $f$  даже на отрезке  $[a, b]$  является неразрешимой. Поэтому рассмотрение тех случаев, когда для коэффициентов экстремальных полиномов получаются точные формулы, представляет значительный интерес. Целью данной статьи является получение точных формул для коэффициентов экстремальных полиномов при нахождении элемента наилучшего приближения на двумерном подпространстве. Из алгоритмов численного нахождения точек альтернанса  $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$  наиболее удачным является алгоритм Е.Я. Ремеза (1957). В этой статье решается та же самая задача – построение экстремального полинома для непрерывной функции, определенной на отрезке  $[a, b]$ , но исследуются те случаи, когда такое построение можно осуществить точно. Под точным построением понимается, что некоторые точки альтернанса являются корнями полученных в процессе реализации алгоритма уравнений, но очень часто подобные уравнения (или системы уравнений) имеют явные аналитические решения.

**Ключевые слова:** алгоритм Ремеза, полином наилучшего приближения, пространство непрерывных функций, чебышевская метрика.

## About Exact Finding Extreme Polynomials on Two-Dimensional Subspace

Sun Bayuy

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

The paper centers round building up extreme polynomials on two-dimensional subspace. In most cases [1] the problem on exact finding extreme, in an even metrics, polynomials for the given continuous  $f$  function even on  $[a, b]$  fragment is unsolvable. That is why consideration of those cases, when for quotients of extreme polynomials exact formulas are obtained, is of great interest. The work aims at obtaining exact formulas for quotients of extreme polynomials while finding the element of best approach on two-dimensional subspace. Of the algorithms of numerical finding alternance points  $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$  E.Ya. Remez algorithm (1957) is most appropriate. The same problem is being solved in the article – building up extreme polynomial for the continuous function, which is defined on the fragment of  $[a, b]$ , but the cases are explored, when such building up can be made exactly. Exact building up is understood as some alternance points which are roots of the obtained in the process of implementation of algorithm, equations; however, such equations (or systems of equations) have vivid analytical solutions.

**Key words:** Remez algorithm, polynomial of best approach, space of continuous functions, Chebyshev metrics.

Работа посвящена построению экстремальных полиномов на двумерном подпространстве. В большинстве случаев [1–2] задача о точном нахождении экстремальных в равномерной метрике полиномов для заданной непрерывной функции  $f$  даже на отрезке  $[a, b]$  является неразрешимой. Поэтому рассмотрение тех случаев, когда для коэффициентов экстремальных полиномов получаются точные формулы, представляет значительный интерес. Целью данной статьи является получение точных формул для коэффициентов экстремальных полиномов при нахож-

дении элемента наилучшего приближения на двумерном подпространстве. Из алгоритмов численного нахождения точек альтернанса  $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$  наиболее удачным является алгоритм Е.Я. Ремеза (1957). В этой статье решается та же самая задача – построение экстремального полинома для непрерывной функции, определенной на отрезке  $[a, b]$ , но исследуются те случаи, когда такое построение можно осуществить точно. Под точным построением понимается, что некоторые точки альтернанса являются корнями полученных в процессе реализации алгоритма

уравнений, но очень часто подобные уравнения (или системы уравнений) имеют явные аналитические решения.

**Материал и методы.** Прежде всего напомним читателю алгоритм Ремеза, так как именно в сравнении с алгоритмом Ремеза видно преимущество предлагаемого нами подхода. Алгоритм Ремеза основан на следующей последовательности операций.

1-й шаг. Для произвольной системы точек

$$a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b \quad (1)$$

строится экстремальный полином  $P_n^{(1)}$ , при этом применяются весьма громоздкие формулы [1, с. 72–73]. Далее проверяется, являются ли точки системы (1) альтернансом; для этого находится

$$\|f - P_n^{(1)}\| = \max_{a \leq x \leq b} |f(x) - P_n^{(1)}(x)|$$

и проверяются условия альтернанса. Если условия альтернанса выполнены, то  $P_n^{(1)}$  является требуемым полиномом, если нет, то выполнено неравенство

$$e_n^{(1)} = \max_{x_0, \dots, x_{n+1}} |f(x) - P_n^{(1)}(x)| \leq E_n(f) < \|f - P_n^{(1)}\|,$$

где  $E_n(f)$  – норма разности  $\|f - P_n^*\|$  на всем отрезке  $[a, b]$  между функцией  $f$  и ее полиномом наилучшего приближения  $P_n^*$ .

2-й шаг. По определенному правилу система точек (1) заменяется другой системой

$$a \leq x_0^{(2)} < x_1^{(2)} < \dots < x_{n+1}^{(2)} \leq b, \quad (2)$$

для которой выполнены следующие три условия:

$$\text{sign}[f(x_k^{(2)}) - P_n^{(2)}(x_k^{(2)})] = -\text{sign}[f(x_{k+1}^{(2)}) - P_n^{(2)}(x_{k+1}^{(2)})], \quad (3)$$

$$|f(x_k^{(2)}) - P_n^{(2)}(x_k^{(2)})| \geq |f(x_{k+1}^{(2)}) - P_n^{(2)}(x_{k+1}^{(2)})|, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\geq e_n^{(1)}, \quad k = 0, 1, \dots, n+1, \\ &\max_{x_0^{(2)}, \dots, x_{n+1}^{(2)}} |f(x_k^{(2)}) - P_n^{(2)}(x_k^{(2)})| = \|f - P_n^{(2)}\|. \end{aligned} \quad (5)$$

Далее по определенному правилу находится полином  $P_n^{(2)}$  и процесс повторяется.

Известно [1, с. 76], что алгоритм Ремеза сходится со скоростью геометрической прогрессии. Трудности, которые возникают в процессе реализации алгоритма Ремеза, связаны с переходом от одной системы точек к другой.

Впервые вопрос об эффективном построении полинома фиксированной степени  $n$  наилучшего приближения рассматривал Валле-Пуссен (1919). В том случае, когда область определения  $M$  функции  $f$  конечна и состоит из  $N$  точек  $x_1 < x_2 < \dots < x_N$ ,  $N \geq n + 2$ , Валле-Пуссен предложил рассматривать различные подсистемы

$$\{x_{k_0}, x_{k_1}, \dots, x_{k_{n+1}}\} \subset M$$

и на каждой из этих подсистем, пользуясь формулами нахождения экстремального полинома  $P_n^*$  на системе из  $n + 2$  точек, найти полином  $P_n^* = P_n^*(M)$  наилучшего приближения данной функции  $f$ . После этого, вследствие того, что характеристическое множество  $E_0$  [1, с. 52] состоит из  $n + 2$  точек, следовало заключение, что среди  $C_N^{n+2}$  подмножеств множества  $M$  характеристическим будет то подмножество  $E_0$ , на котором величина отклонения

$$\max_{x \in E_0} |f(x) - P_n^*(E_0; x)|$$

окажется максимальной. Сам же полином  $P_n^*(E_0; x)$  будет искомым полиномом наилучшего приближения функции  $f$  на  $M$ . Умение найти полином наилучшего приближения на множествах

$$\{x_1, x_2, \dots, x_{n+2}\} \subset M$$

позволяет со сколь угодно большой точностью найти экстремальный полином на отрезке  $[a, b]$ .

В отличие от этого способа Е.Я. Ремез, используя результаты Валле-Пуссена, предложил способ перехода от одного подмножества  $M_1 \subset [a, b]$  к другому  $M_2 \subset [a, b]$  с приближением к точкам альтернанса и благодаря этому построил алгоритм получения экстремального полинома.

Итак, целью данной статьи является выявление тех случаев, когда построение экстремального полинома может быть выполнено точно.

Это прежде всего случай, когда подпространство  $G \subset C[a, b]$  образовано обобщенными полиномами  $\varphi_0 \equiv 1$ ,  $\varphi_1(x) \equiv \varphi(x)$  – произвольная

дифференцируемая функция ( $x \in [a, b]$ ). В данном случае система уравнений для нахождения точек чебышевского альтернанса запишется следующим образом:

$$\begin{cases} d + c_0 + c_1 \varphi_1(x_1) = f(x_1), \\ -d + c_0 + c_1 \varphi_1(x_2) = f(x_2), \\ d + c_0 + c_1 \varphi_1(x_3) = f(x_3). \end{cases} \quad (6)$$

Рассматривая систему уравнений (1) как систему относительно неизвестных  $d, c_0, c_1$ , получаем, что

$$d = \begin{vmatrix} f_1 & 1 & \varphi_1 \\ f_2 & 1 & \varphi_2 \\ f_3 & 1 & \varphi_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\varphi_3 - \varphi_1} \cdot f_3 + \begin{vmatrix} 1 & 1 & \varphi_1 \\ -1 & 1 & \varphi_2 \\ 1 & 1 & \varphi_3 \end{vmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{\varphi_3 - \varphi_1} \cdot f_1 - \frac{1}{2} f_2,$$

где  $\varphi_j = \varphi(x_j)$ ,  $f_j = f(x_j)$  ( $j=1,2,3$ ).

**Результаты и их обсуждение.**

**Теорема.** Пусть для непрерывно дифференцируемых функций  $f, \varphi: [a, b] \rightarrow R$  выполнены следующие условия:

- 1)  $\varphi'(x) > 0$  ( $x \in (a, b)$ );
- 2) на интервале  $(a, b)$  функция  $\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$

строго возрастает.

Тогда

$$\begin{aligned} \inf_{c_0, c_1} \|f - c_0 - c_1 \varphi\| &= E_1(f) = \\ &= \frac{1}{2[\varphi(b) - \varphi(a)]} \{[\varphi(x_2^*) - \varphi(a)]f(b) + \\ &+ [\varphi(b) - \varphi(x_2^*)]f(a)\} - \frac{1}{2} f(x_2^*), \end{aligned}$$

где  $x_2^*$  — единственный корень уравнения

$$\frac{f'(x)}{\varphi'(x)} = \frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)}$$

на интервале  $(a, b)$ .

Коэффициенты экстремального полинома  $P_1^*(x) = c_0^* + c_1^* \varphi(x)$  находятся по следующим формулам:

$$c_0^* = \frac{1}{2[\varphi(b) - \varphi(a)]} \{[\varphi(x_2^*) + \varphi(b)]f(a) - [\varphi(a) - \varphi(x_2^*)]f(b)\} + \frac{1}{2} f(x_2^*);$$

$$c_1^* = \frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)},$$

при этом система точек, на которой достигается альтернанс, единственна и имеет вид

$$a < x_2^* < b.$$

**Доказательство.** Рассмотрим частную производную

$$\begin{aligned} \frac{\partial d}{\partial x_1} &= \frac{(\varphi_3 - \varphi_2)\varphi'(x_1)}{2(\varphi_3 - \varphi_1)} \times \\ &\times \left[ \frac{f'(x_1)}{\varphi'(x_1)} \cdot \frac{f_3 - f_1}{\varphi_3 - \varphi_1} \right]. \end{aligned}$$

В силу теоремы Коши существует такая точка  $c$  ( $x_1 < c < x_3$ ), для которой

$$\begin{aligned} \frac{\partial d}{\partial x_1} &= -\frac{(\varphi_3 - \varphi_2)\varphi'(x_1)}{2(\varphi_3 - \varphi_2)} \times \\ &\times \left[ \frac{f'(c)}{\varphi'(c)} - \frac{f'(x_1)}{\varphi'(x_1)} \right], \end{aligned}$$

т.е., учитывая, что по условию теоремы

$$\frac{f'(c)}{\varphi'(c)} - \frac{f'(x_1)}{\varphi'(x_1)} > 0 \quad (a \leq x_1 < c < x_3 \leq b),$$

получаем отрицательность частной производной  $\frac{\partial d}{\partial x_1}$  при любых  $x_2, x_3 \in (a, b)$  ( $x_2 < x_3$ ). Это оз-

начает, что максимальное значение  $d$  по переменной  $x_1$  достигается при  $x_1 = a$ .

Аналогично

$$\begin{aligned} \frac{\partial d}{\partial x_3} &= \frac{(\varphi_2 - \varphi_1)\varphi'(x_3)}{2(\varphi_3 - \varphi_1)} \times \\ &\times \left[ \frac{f'(x_3)}{\varphi'(x_3)} - \frac{f'(c)}{\varphi'(c)} \right] > 0 \end{aligned}$$

и, следовательно, максимум достигается при  $x_3 = b$ . Остается найти значение  $x_2^*$ , при котором

$$\|f(x_2) - c_0 - c_1 \varphi_1(x_2)\| = \|f - c_0 - c_1 \varphi_1\|.$$

Для этого, полагая, что  $x_1 = a$ ,  $x_3 = b$ , найдем частную производную

$$\frac{\partial d}{\partial x_2} = \frac{\varphi'(x_2)}{2} \left[ \frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} - \frac{f'(x_2)}{\varphi'(x_2)} \right].$$

В силу предположения о строгом возрастании функции  $\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$  уравнение

$$\frac{f'(x)}{\varphi'(x)} = \frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} \quad (7)$$

однозначно разрешимо при  $x \in (a, b)$  и частная производная  $\frac{\partial d}{\partial x_2}$  в точке  $x_2^*$ , являющейся решением уравнения (7), меняет знак с «+» на «-».

Таким образом, получена единственная система точек, образующих альтернанс

$$a < x_2^* < b.$$

Значения коэффициентов  $C_0^*$ ,  $C_1^*$  и величины  $E_1(f)$  получаются из системы (6) при  $x_1 = a$ ,  $x_2 = x_2^*$ ,  $x_3 = b$ .

Рассмотрим далее случай, когда проектирование осуществляется на трехмерное подпространство. В следующем примере возьмем отрезок  $[1, 4]$ , а подпространство  $G$ , образованное тремя базисными функциями

$$\varphi_0(x) \equiv 1, \quad \varphi_1(x) = x, \quad \varphi_2(x) = x^2.$$

В качестве функции  $f(x)$  рассмотрим функцию  $f(x) = 1/x$ . Система уравнений (6) в этом случае примет следующий вид:

$$\begin{aligned} d + c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 &= \frac{1}{x_1}, \\ -d + c_0 + c_1 x_2 + c_2 x_2^2 &= \frac{1}{x_2}, \\ d + c_0 + c_1 x_3 + c_2 x_3^2 &= \frac{1}{x_3}, \\ -d + c_0 + c_1 x_4 + c_2 x_4^2 &= \frac{1}{x_4}. \end{aligned} \quad (8)$$

Функция  $d = d(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , найденная из системы (8), будет иметь вид:

$$d = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(x_3 - x_4)(x_2 - x_3)(x_1 - x_4)(x_1 - x_2)}{x_1 x_2 x_3 x_4 (x_1 + x_3 - x_2 - x_4)}. \quad (9)$$

Анализ поведения частных производных

$$\frac{\partial d}{\partial x_1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(x_3 - x_4)(x_2 - x_3)(x_1^2 x_3 + x_1^2 x_4 + x_2^2 x_4 - x_2 x_3 x_4 - 2x_1 x_2 x_4)}{x_1^2 x_2 x_3 x_4 (x_1 + x_3 - x_2 - x_4)^2},$$

$$\frac{\partial d}{\partial x_4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x_2 - x_3)(x_1 - x_2)(x_1^2 x_3 + x_1^2 x_4 + x_2^2 x_4 - x_2 x_3 x_4 - 2x_1 x_2 x_4)}{x_1 x_2 x_3 x_4^2 (x_1 + x_3 - x_2 - x_4)^2}$$

приводит к выводу о том, что на множестве

$$1 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < 4$$

выполняются неравенства

$\frac{\partial d}{\partial x_1} < 0$ ,  $\frac{\partial d}{\partial x_4} > 0$ , т.е. для максимизации функции  $d = d(x_1, x_2, x_3, x_4)$  можно взять  $x_1 = a = 1$ ,  $x_4 = b = 4$ , тогда выражение (9) примет вид

$$d = \frac{3}{8} \cdot \frac{(x_3 - 4)(x_2 - x_3)(1 - x_2)}{x_2 x_3 (x_3 - x_2 - 3)}.$$

Учитывая равенства

$$\frac{\partial d}{\partial x_2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{(x_3 - 4)(4x_2^2 - 2x_2 x_3 + x_3^2 - 3x_3)}{x_2^2 x_3 (x_3 - x_2 - 3)^2},$$

$$\frac{\partial d}{\partial x_3} = \frac{3}{8} \cdot \frac{(x_2 - 1)(4x_2^2 - 8x_2 x_3 + x_3^2 + 12x_2)}{x_2 x_3^2 (x_3 - x_2 - 3)^2},$$

получаем, что система уравнений для нахождения стационарных точек имеет вид:

$$\begin{cases} 4x_2^2 - 2x_2 x_3 + x_3^2 - 3x_3 = 0, \\ 4x_2^2 - 8x_2 x_3 + x_3^2 + 12x_2 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Система (10) содержит точное решение  $x_2 = 3/2$ ,  $x_3 = 3$ . Подставляя эти значения

в равенство (9), находим  $d = 1/24$ , после чего из системы (8) получаем значения коэффициентов

$$c_0^* = \frac{13}{8}, \quad c_1^* = -\frac{7}{9}, \quad c_2^* = \frac{1}{9}$$

и, следовательно, экстремальный полином имеет вид

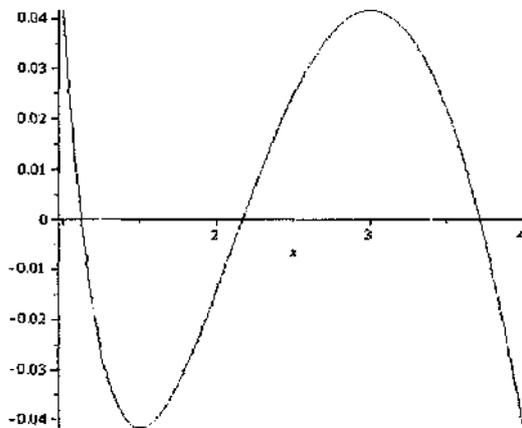
$$P_1^*(x) = \frac{13}{8} - \frac{7}{9}x + \frac{x^2}{9}.$$

Факт альтернанса можно подтвердить построением соответствующего графика:

```
> g:=(13/8)-(7/9)*x+(1/9)*x^2;
```

$$g := \frac{13}{8} - \frac{7}{9}x + \frac{1}{9}x^2$$

```
> plot(1/x-g,x=1..4);
```



**Заключение.** Как известно, в большинстве случаев задача о точном нахождении экстремальных в равномерной метрике полиномов для заданной непрерывной функции  $f$  даже на отрезке  $[a, b]$  является неразрешимой. Поэтому рассмотрение тех случаев, когда для коэффициентов экстремальных полиномов получаются точные формулы, представляет существенный интерес. В этой статье получены точные формулы для коэффициентов экстремальных полиномов в том случае, когда приближающее функцию подпространство является двумерным. В исследовании решена задача точного построения экстремального полинома для дифференцируемой функции, определенной на отрезке  $[a, b]$ . Под точным построением понимается, что некоторые точки альтернанса являются корнями полученных в процессе реализации алгоритма уравнений, но очень часто подобные уравнения (или системы уравнений) имеют явные аналитические решения. Кроме того, рассмотрен пример проектирования функции на трехмерное подпространство, в котором коэффициенты экстремального полинома также найдены точно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дзядык, В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / В.К. Дзядык. - М.: Наука, 1977. - 512 с.
2. Коллатц, Л. Теория приближений. Чебышевские приближения и их приложения / Л. Коллатц, В. Крабс. - М.: Наука, 1978. - 272 с.

#### REFERENCES

1. Dzyadyk V.K. Vvedeniye v teoriyu ravnomernogo priblizheniya funktsii polinomami [Introduction into the Theory of Even Approach of Functions with Polynomials], Moscow: Nauka, 1977, 512 p.
2. Collatz L., Crabs V. Moscow: Nauka, 1978, 272 p.

Поступила в редакцию 03.02.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: kteorfiz@vsu.by – Сунь Байюй

УДК 574:576:332:621.311

## Планирование производства биотоплива из древесины быстрорастущей ивы на основе интерактивной модели

**О.И. Родькин, В.А. Иванюкович, А.А. Шабанов**

*Учреждение образования «Международный государственный экологический университет имени А.Д. Сахарова»*

*В статье представлена интерактивная модель, разработанная на основе технологической карты возделывания быстрорастущей ивы и предназначенная для планирования производства биотоплива в конкретных хозяйственных условиях.*

*Цель исследования – выполнение оценки эколого-экономической эффективности производства древесины быстрорастущей ивы в качестве возобновляемого биотоплива на региональном уровне, рассчитывание баланса парниковых газов при получении и использовании биомассы на основе интерактивной модели.*

**Материал и методы.** *Полевые эксперименты по возделыванию быстрорастущей ивы проводились в Могилевской, Гродненской, Брестской и Минской областях на различных типах почв. Получены данные по влиянию экологических факторов на динамику роста, развития и продуктивность ивы. По результатам исследований разработана технология возделывания быстрорастущей ивы при плантажных посадках, адаптированная к различным экологическим условиям.*

**Результаты и их обсуждение.** *Технология легла в основу создания интерактивной модели расчета экономического баланса и оценки воздействия производства и доработки древесины ивы на окружающую среду. Модель реализована с использованием электронной таблицы MS Excel. Интерактивная модель позволяет рассчитывать экономический баланс, проводить оценку выбросов в окружающую среду и соответственно планировать производство древесины на биотопливо на основе показателей, сложившихся в конкретных условиях хозяйственной деятельности. Модель может быть трансформирована для анализа экономической и экологической эффективности производства других видов биотоплива. Себестоимость биотоплива, полученного с одного гектара плантации ивы, по нашим расчетам составляет около 600–800 долларов в год в зависимости от технологии. Оценка баланса парниковых газов показывает, что если Республика Беларусь получит возможность торговать квотами на выбросы парниковых газов, использование древесины ивы в качестве энергоносителя позволит дополнительно получить 3500–3700 евро с каждого гектара плантации ивы за весь срок ее эксплуатации (22 года).*

**Заключение.** *Расчеты показывают, что на местном уровне можно обеспечить определенный уровень рентабельности производства и использования древесины ивы на энергетические цели при сложившихся на сегодняшний день ценах на импортное топливо.*

**Ключевые слова:** *возобновляемая энергетика, математическое моделирование, быстрорастущая ива, планирование, экономическая эффективность, биотопливо, экологическое воздействие.*

## Planning Bio Fuel Production from Fast Growing Willow Wood on the Basis of Interactive Model

**O.I. Rodkin, V.A. Ivaniukovich, A.A. Shabanov**

*Educational establishment «International State Ecological A.D. Sakharov University»*

*Interactive model elaborated on the basis of the technological map of cultivating fast growing willow, and which is supposed to be used in planning bio fuel production in definite economic conditions, is presented in the article.*

*The purpose of the study is to assess ecological and economical efficiency of the production of fast growing willow wood as a renewable bio fuel on the regional level, to calculate the balance of greenhouse gases while obtaining and using biomass on the basis of the interactive model.*

**Material and methods.** *Field experiments of cultivating fast growing willow were conducted in Mogilev, Grodno, Brest and Minsk Regions on different soils. Data were obtained on the impact of ecological factors on the dynamics of growth, development and productivity of willow. Technology of cultivating fast growing willow on plantations, which is adapted to different ecological conditions, was worked out on the basis of the research findings.*

**Findings and their discussion.** *Technology became the basis of the creation of an interactive model of the calculation of the economic balance and assessment of the impact of the production and additional treatment of willow wood on the environment. The model is implemented with the application of MS Excel. The interactive model makes it possible to calculate economic balance.*

assess exhausts into the environment and, accordingly, plan production of wood for bio fuel on the basis of indicators of certain economic activity. The model can be transformed for the analysis of economic and ecological efficiency of the production of other types of bio fuel. The cost of bio fuel obtained from one hectare of the plantation of willow, according to our estimations, is 600–800 dollars a year depending on the technology. Assessment of the balance of greenhouse gases shows that if the Republic of Belarus gets an opportunity to sell greenhouse gasses exhaust quotas, application of willow wood as fuel will make it possible to additionally get 3500–3700 Euro from every hectare of willow plantation during the whole period of its use (22 years).

**Conclusion.** Calculations show that at the local level it is possible to provide a certain level of efficiency of the production and use of willow wood with the power needs at the present prices of imported fuel.

**Key words:** renewable power economy, mathematical modeling, fast growing willow, planning, economic efficiency, bio fuel, ecological impact.

**В** современном мире по мере истощения запасов ископаемого топлива все больше внимания уделяется развитию возобновляемой энергетики. В Республике Беларусь в рамках Национальной программы развития местных и возобновляемых энергисточников на 2011–2015 годы поставлена задача по увеличению объемов использования собственных энергоресурсов, развитию новых для страны тенденций в области энергетики и увеличения доли местных видов энергетических ресурсов до 30 процентов [1]. Иновационным направлением в соответствии с программой является создание лесохозяйственными организациями плантаций быстрорастущих древесно-кустарниковых пород для топливно-энергетических целей [2].

Эксперименты по внедрению подобных плантаций начались с 70-х годов прошлого века. В настоящее время наиболее значительные площади таких посадок, которые получили наименование короткоциклового (short rotation coppice), возделываются в Швеции (около 13 тысяч гектаров), а также в Австрии, Германии, Норвегии, США, Канаде, Польше и других странах [3–6].

В качестве культур для производства биотоплива используются деревья и кустарники (ива, тополь, ольха, эвкалипт) либо быстрорастущие травы (мискантус, безалкалоидные сорта конопли и др.). В процентном отношении наибольшие площади заняты ивой, специальные клоны (сорты) которой обеспечивают максимальный выход продукции за единицу времени и низкую себестоимость получения энергии из биомассы [7–9].

Для эффективного внедрения таких плантаций в Республике Беларусь необходимо решение ряда задач, в том числе:

- создание маточных плантаций быстрорастущих ивы и тополя в Республике Беларусь, проведение сортоиспытаний, поддержание и внедрение в производство перспективных образцов;
- отработка логистики производства древесины на основе создания сырьевых зон;

- планирование технологической цепочки производства древесины и получения из нее энергии;
- проведение детального эколого-экономического обоснования производства древесины ивы как биоэнергетического сырья.

Часть из обозначенных проблем в настоящее время уже решена. Например, в Государственный реестр сортов Республики Беларусь в 2013 году впервые включены три сорта ивы сербско-белорусской селекции – Бачка, Волмянка и Дрина. Сорты адаптированы к почвенно-климатическим условиям нашей страны и не уступают зарубежным аналогам по основным хозяйственно полезным признакам, характеризуются устойчивостью к заморозкам и быстрым накоплением биомассы. Кроме того, каждый из районированных сортов обладает определенной спецификой, что способствует оптимальному использованию его в конкретных условиях.

Другие вопросы, требующие своего решения, рассмотрены в данной статье.

Цель исследования – выполнить оценку эколого-экономической эффективности производства древесины быстрорастущей ивы в качестве возобновляемого биотоплива на региональном уровне, рассчитать баланс парниковых газов при получении и использовании биомассы на основе интерактивной модели.

Экономическое обоснование производства древесины быстрорастущей ивы требует решения следующих задач:

- оценки потенциальной урожайности для различных экологических условий;
- разработки адаптивной технологии возделывания;
- расчета финансовых затрат возделывания ивы;
- оценки потенциальной выручки при использовании (реализации) древесины.

**Материал и методы.** Наши исследования по возделыванию быстрорастущей ивы проводятся с 2005 года в различных почвенных и климатических условиях Республики Беларусь [10]. В частности, полевые эксперименты были заложены на выработанных и деградированных торфя-

никах, суглинистых, связных супесчаных и песчаных почвах. При трехлетнем цикле производства древесины на лучших участках товарный выход древесины составил 10–12 тонн за год.

На основе полученных данных предложены и апробированы методики расчета экономической и экологической эффективности предполагаемого производства биотоплива из древесины быстрорастущей ивы. Методики расчета реализованы в электронных таблицах, что делает их доступными для широкого использования в организациях страны.

**Результаты и их обсуждение.** По результатам экспериментов была разработана технология возделывания ивы, адаптивная к конкретным почвенно-климатическим условиям. Технология легла в основу разработки и составления технологических карт возделывания культуры, которые, в свою очередь, использованы для выполнения экономических расчетов.

Технологическая карта включает ряд основных блоков:

- подготовка участка и посадка черенков ивы;
- уход за посадками;
- уборка древесины;
- транспортировка;
- сушка древесины (выборочно).

Для расчета экономического и экологического обоснования применена интерактивная модель, разработанная по результатам наших исследований. Модель состоит из нескольких блоков:

**1. Входные и выходные данные.** В качестве входных данных используется ряд постоянных и переменных характеристик.

**Постоянные характеристики** рассчитаны на основе технологической карты возделывания ивы и для данной модели они неизменны. Например, нормативы выработки и амортизации техники, расхода топлива, последовательность технологических операций, период эксплуатации плантации ивы и др.

**Срок использования плантации.** Наши эксперименты проводятся с 2005 года и не позволяют говорить об оптимальном сроке эксплуатации плантации исходя из собственного опыта. В соответствии с данными зарубежных исследователей однократно заложённая плантация ивы предоставляет возможность получать не менее 7 урожаев без существенного снижения продуктивности. На основе опубликованных данных срок эксплуатации

плантации в наших расчетах принимается за 22 года [11].

**Амортизация техники.** Амортизационные отчисления рассчитывались на основе сложившейся практики производства в хозяйствах, где внедрены плантации быстрорастущей ивы. Как правило, срок использования обычной сельскохозяйственной техники (трактора, опрыскиватели, прицепы, измельчители биомассы и т.д.) рассчитывался на 10 лет. Дальше эта стоимость переносилась на гектар ивы из расчета времени (в часах) применения техники для производства (доработки) продукции. Несколько иные расчеты принимались для специальной техники (сажалка и комбайн). Эти агрегаты могут использоваться только для плантаций ивы, соответственно годовая стоимость амортизировалась не на время работы, а на количество гектаров. Чем больше размер плантации, тем меньше норматив амортизационных отчислений.

**Переменные характеристики** вводятся специалистом с учетом конкретных условий производства древесины ивы. Например, площадь уборки, густота посадки, стоимость оплаты труда, ГСМ и расходных материалов, расстояние перевозки, урожайность древесины, стоимость полученной щепы, расход топлива для сушки щепы, покупка или аренда специализированной техники и др.

Специалист также может выбрать вариант посадки плантации ивы (ручная или индустриальная) и ее уборки (ручная, прямое комбайнирование с дополнительной сушкой или уборка с последующим прессованием в рулоны).

Затраты можно рассчитать как на год, так и весь базовый срок эксплуатации плантации – 22 года.

**2. График окупаемости.** Этот блок позволяет оценить соотношение затрат и выручки по годам эксплуатации плантации, а также структуру затрат в зависимости от условий приобретения техники (рис. 1–2).

Пользователь программы имеет возможность изменять ряд входных данных, выбирать технологию и, таким образом, оптимально планировать производство с учетом структуры затрат. Например, при использовании комбайна с последующей дополнительной сушкой в искусственных условиях основная доля затрат ложится на уборку древесины. Производитель может планировать также затраты по годам эксплуатации плантации.

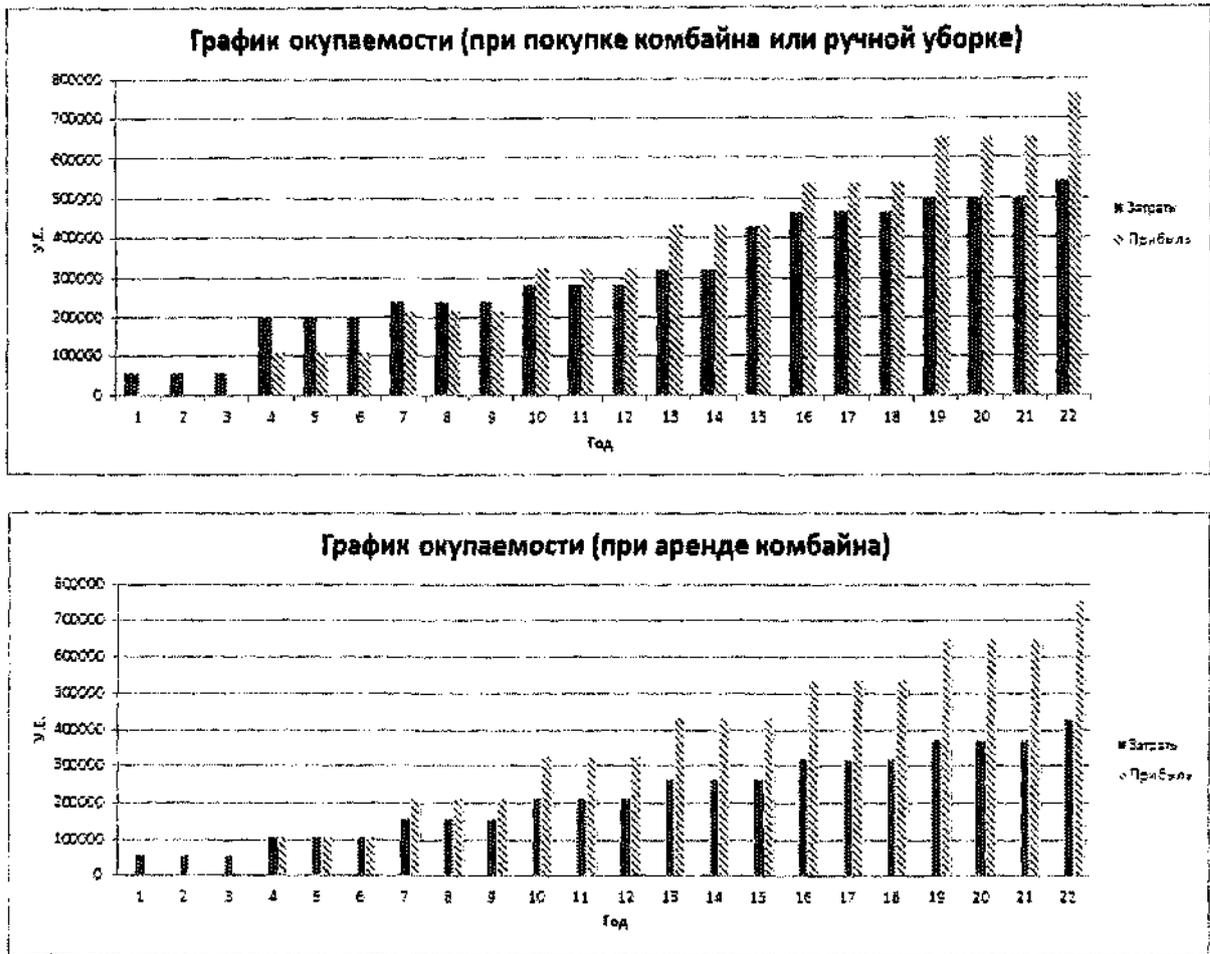


Рис. 1. Графики окупаемости производства древесины ивы.

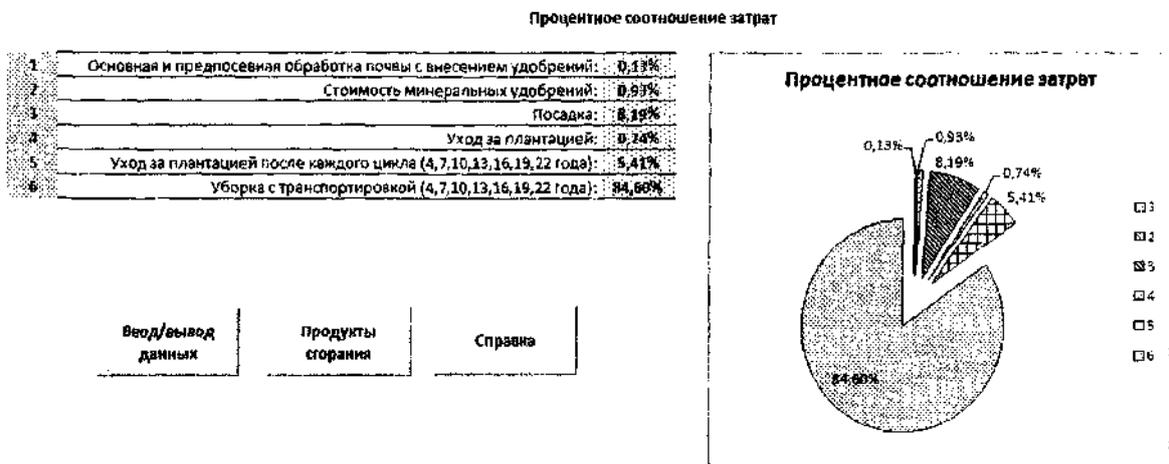


Рис. 2. Структура затрат при производстве древесины ивы с уборкой комбайном при его покупке.

**1. Продукты сгорания.** Блок позволяет дать экологическую оценку использованию древесины ивы в качестве биотоплива на основе анализа выбросов в окружающую среду, в том числе диоксида углерода (рис. 3). В соответствии с требованиями Киотского протокола древесина считается нейтральным топливом по отношению к парниковым газам. Вместе с тем производство биотоплива на основе древесины ивы требует применения определенного количества ископаемой энергии. Дизельное топливо потребляется на протяжении жизненного цикла продукции – в процессе закладки и эксплуатации плантации, транспортировки и доработки биомассы. Таким образом, из количества парниковых газов, которое выбрасывается в окружающую среду при условии замещения ископаемого топлива на древесину, необходимо вычесть выбросы, связанные с использованием дизельного топлива. Отображаемые на графике данные позволяют учесть эти показатели.

**4. Справка.** Блок содержит инструкции для пользователя программы.

Для расчета затрат по возделыванию и выручки от реализации продукции в соответствии с результатами наших исследований в модель вводились следующие базовые характеристики:

- *урожайность (выход древесины ивы).* Как было сказано ранее, биомасса ивы традиционно убирается каждые три года, начиная с четвертого от закладки плантации. Древесина ивы при уборке имеет достаточно высокую влажность (до 50%), поэтому при расчетах используется норматив относительно сухой древесины (10%);
- *размер участка.* В базовом расчете установлен минимальный размер участка, позволяющий получать прибыль – 30 га, что связано с амортизацией специальной техники;
- *густота посадки (количество черенков ивы на гектар).* Принята от 15000 до 18000 штук в зависимости от выбранной технологии;
- *стоимость посадочного материала.* В настоящее время в Беларуси внедрены собственные сорта сербско-белорусской селекции, что дает возможность ориентироваться на стоимость черенка не более 0,05 цента;
- *основные эксплуатационные затраты.* Необходимые для расчетов базовые затраты установлены с учетом сложившихся в стране цен:
  - оплата труда механизаторов – 3 доллара в час;
  - оплата неквалифицированных работников – 2 доллара в час;
  - стоимость топлива – 0,96 \$/литр;

- стоимость минеральных удобрений от 150 до 400 долларов за тонну в зависимости от вида (калийные, азотные, фосфорные);
- стоимость гербицидов (раундап, гезагард) в среднем составила 15 долларов за литр;
- *сушка и измельчение.* В наших расчетах представлены две технологии возделывания ивы:
  - традиционная, при которой используется уборка комбайном (типа CLAAS) с одновременным измельчением и дальнейшей доработкой. Недостатком является необходимость дополнительной сушки биомассы для снижения ее влажности, для чего требуются дополнительные ресурсы и соответственно финансы;
  - раздельная, когда биомасса срезается и убирается специальным пресс-подборщиком в тюки, с последующей сушкой в полевых (естественных) условиях, доработкой и измельчением;
- *стоимость техники и оборудования.* Стоимость для расчетов бралась на основе сложившихся в Республике Беларусь на настоящий момент цен в долларовом эквиваленте. Стоимость специальной техники:
  - сажалка – Step 2-6A Modular (Швеция) – 12000 долларов;
  - комбайн CLAAS (Германия) – 120 тысяч долларов;
  - пресс Biobaler (Канада) – 105 тысяч долларов.

**Заключение.** По результатам наших расчетов себестоимость биотоплива, полученного с одного гектара плантации ивы, составляет около 600–800 долларов в год в зависимости от технологии. При выходе древесины около 50 тонн сырой биомассы с гектара раз в три года количество сэкономленной энергии составит около 4,4 т условного топлива в год, что эквивалентно 3850 м<sup>3</sup> природного газа. В настоящее время стоимость российского природного газа для Республики Беларусь составляет около 230 долларов за 1000 м<sup>3</sup>. Это значит, что если природный газ заменить древесиной, то можно обеспечить определенный уровень рентабельности даже при сложившихся на сегодняшний день ценах.

Дополнительную прибыль потенциально можно получить, если Республика Беларусь получит возможность торговать квотами на выбросы парниковых газов. При стоимости одной тонны диоксида углерода 10 евро использование древесины ивы в качестве энергоносителя позволит дополнительно получить 3500–3700 евро с каждого гектара плантации ивы за весь срок ее эксплуатации (22 года) за счет экономии квот согласно Киотскому протоколу.

**Продукты сгорания**

Год	Дизель, кг	Ива,	Квота CO <sub>2</sub> ,
		2*10 <sup>12</sup> , кг	
1	178,493	0,000	-0,892
2	178,493	0,000	-0,892
3	178,493	0,000	-0,892
4	3435,787	8904,978	8887,799
5	3435,787	8904,978	8887,799
6	3435,787	8904,978	8887,799
7	6693,081	17809,957	17776,491
8	6693,081	17809,957	17776,491
9	6693,081	17809,957	17776,491
10	9950,375	26714,935	26665,183
11	9950,375	26714,935	26665,183
12	9950,375	26714,935	26665,183
13	13207,668	35619,913	35553,875
14	13207,668	35619,913	35553,875
15	13207,668	35619,913	35553,875
16	16464,962	44524,891	44442,566
17	16464,962	44524,891	44442,566
18	16464,962	44524,891	44442,566
19	19722,256	53429,870	53331,258
20	19722,256	53429,870	53331,258
21	19722,256	53429,870	53331,258
22	22079,550	62334,848	62219,550

© 2014 International Sakharov Environmental Univers EcoSide v1.4

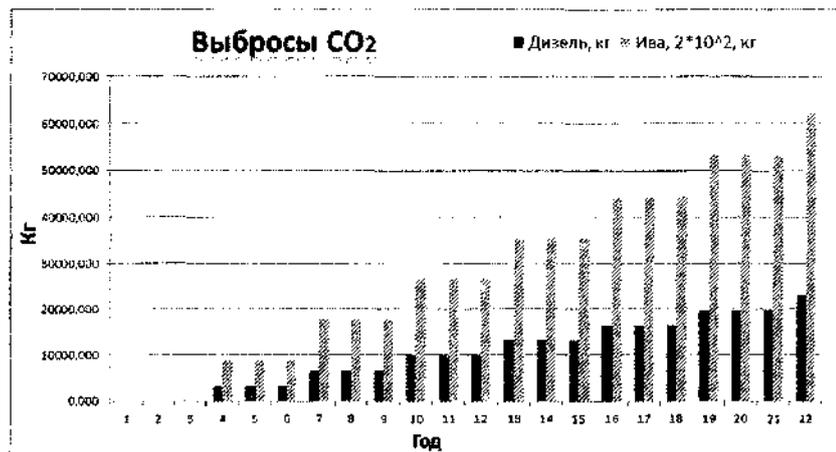


Рис. 3. Выбросы диоксида углерода при сжигании древесины ивы и дизельного топлива.

Интерактивная модель дает возможность рассчитывать экономический баланс, проводить оценку выбросов в окружающую среду и соответственно планировать производство древесины на биотопливо на основе показателей, сложившихся в конкретных условиях хозяйственной деятельности. Модель может легко трансформироваться для анализа экономической и экологической эффективности производства других видов биотоплива.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Об утверждении Национальной программы развития местных и возобновляемых источников на 2011-2015 годы: постановление Совета Министров Респ. Беларусь, 10 мая 2011 г., № 586.
2. Головков, С.И. Энергетическое использование древесных отходов: С.И. Головков, И.Ф. Коперин, В.И. Найденюв. – М.: Лесн. пром-сть, 1987. – 224 с.
3. Rodzkin, A. Biomass Production in Energy Forests / A. Rodzkin, J. Mosiej, A. Karczmarczyk, K. Wyporska // Ecosystem Health and Sustainable Agriculture 3. Editors: Lars Rydén and Ingrid Karlsson / The Baltic University Programme. Uppsala, 2012. – P. 196–202.
4. Information on declared energy crop area. – Warsaw: Agency for Restructuring and Modernizing of Agriculture, 2007.
5. Schweier, J. Harvesting of short rotation coppice – harvesting trials with a cut and storage system in Germany / J. Schweier & G. Bocker // Silva Fennica. – 2012. – Vol. 46, № 2. – P. 287–299.
6. Slow expansion and low yields of willow short rotation coppice in Sweden, implications for future strategies / I. Dimitriou, H. Rosenqvist, G. Berndes. – Gothenburg, 2011.
7. Rosenqvist, H. Energy crop production costs in the EU (RENEW project) Lund University / H. Rosenqvist and L. Nilsson. – Lund: Lund University, 2007.
8. Krasuska, E. Economics of energy crops in Poland today and in the future / E. Krasuska, H. Rosenqvist // Biomass and Bioenergy. – 2011.
9. Willow Biomass Producer's Handbook / L.P. Abrahamson [et al.]. – N. Y.: State University of New York, 2002. – 31 p.
10. Родькин, О.И. Производство возобновляемого биотоплива в аграрных ландшафтах: экологические и технологические аспекты: монография / О.И. Родькин. – Минск: МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2011. – 212 с.

11. Fenn, L.B. Willow tree productivity on fertilizer solutions containing various Ca/Al ratios / L.B. Fenn, G.R. Gobran // Nutrient Cycling in Agroecosystems. – 1999. – Vol. 53, № 2. – P. 121–131

**REFERENCES**

1. 10.05.2011 № 586 Decree of the Council of Ministers of the Republic of Belarus «On Approving the National Program of the Development of Local and Renewable Power Sources for the Years of 2011–2015».
2. Golovkov S. I., Koperin I.F., Naidenov V.I. Energeticheskoye ispolzovaniye drevesykh otkhodov [Power Application of Wood Wastes], M.: Lesn. promyshlennost, 1987, 224 p.
3. A.Rodzkin, J.Mosiej, A.Karczmarczyk, K.Wyporska Biomass Production in Energy Forests: p. 196-202 // Ecosystem Health and Sustainable Agriculture 3. Editors: Lars Rydén and Ingrid Karlsson© The Baltic University Programme, Uppsala University, 2012,325 p.
4. Information on declared energy crop area. Warsaw: Agency for Restructuring and Modernizing of Agriculture; 2007.
5. Schweier, J. & Becker, G. Harvesting of short rotation coppice – harvesting trials with a cut and storage system in Germany, 2012. Silva Fennica, 46(2), pp. 287–299.
6. Dimitriou I, Rosenqvist H, Berndes G. Slow expansion and low yields of willow short rotation coppice in Sweden: implications for future strategies, SE 41296 Gothenburg, Sweden, 11.
7. Rosenqvist H, Nilsson L. Energy crop production costs in the EU (RENEW project) Lund University, Lund: Lund University, 2007.
8. Krasuska E, Rosenqvist H, Economics of energy crops in Poland today and in the future, Biomass and Bioenergy, 2011, doi:10.1016/j.biombioe.2011.09.011.
9. Abrahamson L.P. Willow Biomass Producer's Handbook, State University of New York, 2002.
10. Rodkin O. I. Proizvodstvo vozobnovlyayemogo biotopliva v agrarnikh landshtakh: ekologicheskiye i tekhnologicheskiye aspekti: monografiya [Manufacture of Renewable Biofuel in Agrarian Landscapes: Ecological and Technological Aspects: Thesis], Minsk: MGEU im. A.D.Sakharov, 2011. 212 p.
11. Fenn, L. B. Willow tree productivity on fertilizer solutions containing various Ca/Al ratios / L. B Fenn, G. R. Gobran // Nutrient Cycling in Agroecosystems. 1999. – Vol. 53(2). P. 121–131.

Поступила в редакцию 13.03.2014. Принята в печать 21.04.2014  
Адрес для корреспонденции: e-mail: aleh.rodzkin@rambler.ru Родькин О.И.

УДК 595.763(476.5)

## Видовой состав мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *Formica rufa* L. (Insecta, Coleoptera) Белорусского Поозерья

И.А. Солодовников, Е.С. Плискевич

Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»

Изучение ряда вопросов о взаимном влиянии мирмекофильных жесткокрылых и муравьев, а также установление видового состава мирмекофилов имеют большую как практическую, так и теоретическую значимость.

Цель исследования – изучение сообществ мирмекофильных жесткокрылых (Insecta: Coleoptera) в гнездах *F. rufa* на территории Белорусского Поозерья.

**Материал и методы.** Использовались стандартные методы почвенной зоологии. В статье представлены данные, полученные в ходе изучения видового состава мирмекофильных жесткокрылых на территории Белорусского Поозерья. В исследовании применялся метод почвенных ловушек и производился анализ проб строительного материала гнезд.

**Результаты и их обсуждение.** В течение 2000–2012 гг. было собрано 1907 экземпляров жесткокрылых, из них 1639 экземпляров мирмекофильных жесткокрылых. За весь период проанализировано 48 гнезд. Доминирующее место по численности и количеству видов принадлежит семейству Staphylinidae – 654 экземпляров 42 видов, Carabidae – 137 экземпляров 20 видов, Ptiliidae – 122 экземпляра 4 видов, Scydmaenidae – 47 экземпляров 7 видов.

Результаты сравнения индексов видовой разнообразия Сенненского и Витебского районов показали, что видовое разнообразие обоих районов близко к среднему значению, однако индекс видовой разнообразия жесткокрылых в гнездах рыжего лесного муравья на территории Сенненского района выше, чем на территории Витебского района. Выравниенность по общему виду в обоих районах довольно низкая, что подтверждается численным доминированием нескольких видов (*Myrmecichixenus subterraneus*, *Monotoma angusticollis*, *Pella humeralis*, *Ptilium myrmecophilum*). При этом виды-доминанты для обоих районов различны.

**Заключение.** Можно предположить, что видовой состав мирмекофильных жесткокрылых зависит не только от вида муравья-хозяина, но и от биоценоза в целом.

**Ключевые слова:** Carabidae, Ptiliidae, Scydmaenidae, Staphylinidae, мирмекофилов, Белорусское Поозерье, Республика Беларусь.

## Myrmecophilous Coleoptera species composition ant *Formica rufa* in Belarus Lakeland

I.A. Solodovnikov, E.S. Pliskevich

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

The study of a number of issues concerning the mutual influence myrmecophilous beetles and ants, establishing the species composition of myrmecophilous beetles has a large practical and theoretical significance.

The purpose is learning communities myrmecophilous beetles (Insecta: Coleoptera) in the nests of *F. rufa* in the Belarusian Lakeland.

**Material and methods.** The standard methods of soil zoology are used. The data are presented in this article from the study of the species composition of beetles myrmecophilous in Belarus Lakeland. Ant-nest debris and soil traps are used in the study of species composition.

**Discussion of the results.** There were collected 1907 specimens Coleoptera during 2000–2012. Number of beetles myrmecophilous was composed 1639 specimens. Over the entire period were analyzed 48 ant-nest mounds. Dominant position of the quantity and the number of species belongs to the family Staphylinidae – 654 specimens of the 42 species, Carabidae – 137 specimens of the 20 species, Ptiliidae – 4 species of 122 specimens, Scydmaenidae – 47 specimens of the 7 species.

Results comparing species diversity indexes Senno and Vitebsk districts showed that the species diversity in both districts close to the mean, but the index of species diversity of beetles in the nests of red wood ants in the territory Senno district is higher than the territory of the Vitebsk district. Uniformity on the abundance of species in both areas is quite low, which is confirmed by numerical dominance of a few species (*Myrmecichixenus subterraneus*, *Monotoma angusticollis*, *Pella humeralis*, *Ptilium myrmecophilum*). In this case, the dominant species in both districts are different.

*Conclusion.* It can be assumed that the species composition myrmecophilous beetles depend not only on the type of host-ant, but also on the whole biocenose.

*Key words:* Curabidae, Ptilidae, Scydmaenidae, Staphylinidae, myrmecophilous beetles, Belarus Lake Lands (Belarusian Poozerie), Republic of Belarus.

**В** природе помимо очевидных взаимодействий, таких, как хищник–жертва, хозяин–паразит, существует ряд взаимоотношений, основанных на более сложных механизмах сосуществования. Мирмекофилия как частный пример мутуализма дает все основание полагать, что взаимодействия организмов имеют сложную структуру, которая в процессе эволюции реализовалась в группу узкоспециализированных взаимоотношений организмов. Выявлять подобные типы взаимоотношений целесообразно на примере организмов, имеющих общественный образ жизни (в частности социальные насекомые как пример эволюции высокоспециализированных взаимоотношений).

Термин «мирмекофилия» (от греч. *mýrmēx* – муравей и *philia* – любовь, склонность) используется при упоминании организмов (мирмекофилов), обитающих совместно с муравьями, в результате такого сожительства формируется сложная структура межвидовых взаимодействий. Такой способ сосуществования дает возможность мирмекофилам избежать межвидовой конкуренции, и, как следствие, возникает высокое видовое разнообразие мирмекофилов в пределах одной колонии муравьев.

Не возникает сомнений, что муравьи в качестве хищников способны уничтожать массово размножающихся хвос-листогрызущих вредителей, это объясняется явлением реактивности муравьев на пищу, по данным Г.М. Длусского (1967). Наряду с применением химических методов борьбы, эффективным является метод искусственного расселения именно рыжего лесного муравья как способ предотвращения вспышек размножения хвое-листогрызущих вредителей. Однако при наличии в гнездах муравьев мирмекофильных жесткокрылых рода *Lomechusoides* Fabricius, 1775 защита леса вышеуказанным методом малоэффективна, так как приводит к дальнейшей гибели колонии. Следовательно, изучение ряда вопросов о взаимном влиянии мирмекофильных жесткокрылых и муравьев, а также установление видового состава мирмекофилов имеют большую как практическую, так и теоретическую значимость для понимания основных законов взаимоотношений организмов в биологии. Необходимость в знаниях подобного рода не ставится под сомнение, по причине практического использования теоретических сведений по вопросам мирмеко-

филии не только в хозяйственной деятельности человека, но и в исследовании проблематики поддержания стабильного видового состава биоценоза и, как следствие, сохранения его устойчивости.

Цель исследования – изучение сообществ мирмекофильных жесткокрылых (Insecta: Coleoptera) в гнездах *F. rufa* на территории Белорусского Поозерья.

**Материал и методы.** Большая протяженность крупных массивов хвойных лесов, присутствие значительного количества озер, верховых болот и рек, располагающихся на территории 17 геоморфологических районов, формируют ряд уникальных экосистем, входящих в состав северной части Республики Беларусь (Белорусское Поозерье). Растительный покров представлен лесными, луговыми, болотными, кустарниковыми и водными фитоценозами. Структура лесов региона показывает, что преобладающее положение в структуре формаций занимают хвойные леса (59,6%), представленные сосновыми (38,7%) и еловыми (20,9%) лесами [1]. Геоботаническая структура Белорусского Поозерья положительно сказывается на распространении рыжего лесного муравья *F. rufa*, предпочитающего хвойные, лиственные и смешанные леса в качестве типичной среды обитания. Для *F. rufa* характерно явление поликалии (обитание одной семьи в нескольких взаимосвязанных гнездах), однако чаще встречаются одиночные семьи с возрастом до 20 лет, что обусловлено сроком существования самки.

При использовании методов в изучении фауны мирмекофилов учитывались биологические особенности *F. rufa*, в частности сезонная активность. Одним из методов определения сообществ мирмекофилов является изучение проб, строительного материала купола муравейника путем просева субстрата муравейника через геологические сита. Объем взятых проб (1–2 дм<sup>3</sup> строительного материала купола) после выборки мирмекофильных жесткокрылых возвращается на купол муравейника. Данный метод целесообразно применять в осенне-ранневесенний период по причине низкой активности муравьев вследствие нахождения их в стадии анабиоза. Наибольшая концентрация мирмекофильных жесткокрылых в гнездах муравьев приурочена именно к осенне-зимнему периоду, что делает метод просева субстрата муравейника наиболее эффективным. Большая часть материала фауны мирмекофилов была собрана вышеописанным методом, так как

при его использовании нанесение ущерба биоценозу минимально.

Применение метода почвенных ловушек (в качестве фиксирующей жидкости использовалась 9% уксусная кислота) [2] дает возможность определить видовой состав и динамику численности мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *F. rufa* наиболее точно. Размещение ловушек непосредственно в куполе муравейника или рядом с ним обеспечивает высокий процент выявления мирмекофилов. Недостатком данного метода является присутствие большого количества случайных видов в составе собранного материала.

В ходе установления видового состава мирмекофильных жесткокрылых Белорусского Поозерья были проанализированы данные, полученные путем анализа проб строительного материала 48 гнезд в период с 2000 по 2012 год. Причем количество обработанных муравейников за 2000 год составило 20, за 2010 – 3 гнезда, 2011 и 2012 гг. соответствуют количества 16 и 10 гнезд. На территории Сенненского района было проанализировано 17 гнезд (№ 1–17), Витебского – 20 (№ 18–38), Полоцкого – 5 (№ 39–43), Верхнедвинского – 2 (№ 44, 45), Лиозненского – 2 (№ 46, 47), Ушачского – 1 (№ 48).

При установлении структуры доминирования в сообществах мирмекофильных жесткокрылых применялась шкала [3] с изменениями. Согласно данной шкале виды подразделяются на несколько групп: эудоминанты – виды с обилием выше 20%, доминанты – виды с обилием от 5% до 20%; субдоминанты – виды с обилием от 2 до 5%; рецеденты – виды с обилием от 1 до 2%; субрецеденты – виды с обилием ниже 1%.

Для проведения частного анализа, позволяющего выявить существенные связи между сообществами мирмекофильных жесткокрылых, широко использовался кластерный анализ [4]. Матрица подвергалась иерархическому неперекрывающемуся объединительному кластерному анализу с минимизацией внутригрупповой дисперсии. По результатам была построена дендрограмма, графически представляющая систему иерархической классификации. Выделение скопленных объектов и построение дендрограммы проходило по методу среднего присоединения и с использованием минимизации внутригрупповой дисперсии [5].

При составлении списка видов были применены таксономические и номенклатурные данные Н. Silfverberg [6–8] и O.L. Kryzhanovskij et al. [9] с изменениями, а также вышедших шести томов Каталога жесткокрылых Палеарктики. Поряд-

док расположения семейств и уточнение авторов взяты из недавно опубликованной коллективной работы Bouchard et al. [10], с комментариями А.Л. Лобанова от 27.10.2011 [11].

Авторы выражают искреннюю благодарность В.М. Коцуру (ВГУ, г. Витебск) за постоянную помощь в исследованиях и совместные экспедиции по территории Витебской области. Неоценимую помощь в детерминации и подтверждении определений некоторых видов оказали О.Р. Александрович (Slupsk, Poland), Н.Б. Никитский, Ю.Г. Любарский (г. Москва, Зоомузей МГУ им. М.В. Ломоносова), С.А. Курбатов (Всемирный центр карантина растений, Московская область, пос. Быково), В.Б. Семенов (г. Москва, Институт медицинской паразитологии и тропической медицины им. Е.И. Марциновского), В.А. Цинкевич (г. Минск, БГПУ), С.В. Салук (г. Минск), Dr. M. Sörensson (Department of Zoology, Lund, Sweden), за что авторы им очень признательны.

**Результаты и их обсуждение.** Общее число обнаруженных жесткокрылых за весь период исследования составило 1907 экземпляров 119 видов. Доминирующее место по численности и количеству видов принадлежит семейству Staphylinidae – 754 экземпляров 42 видов, Carabidae – 137 экземпляров 20 видов, Ptiliidae – 122 экземпляра 4 видов, Scydmaenidae – 47 экземпляров 7 видов. Причем мирмекофильных жесткокрылых обнаружено 1639 экземпляров, относящихся к 47 видам из 13 семейств.

#### CARABIDAE Latreille, 1802

*Carabus glabratus* Paykull, 1790 – обнаружено по 1 экз. в муравейниках № 1 и 8. *Eraphius secalis* Paykull, 1790 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1. *Poecilus versicolor* Sturm, 1824 – обнаружено 6 экз. в муравейниках № 1, 4, 8, 9. *Pterostichus strenuus* Panzer, 1797 – обнаружено 7 экз. в муравейниках № 3, 7, 22. *Calathus melanocephalus* Linnaeus, 1758 – обнаружены 6 и 1 экз. в муравейниках № 1, 4. *Calathus micropterus* Duftschmid, 1812 – выявлены 1 и 2 экз. в муравейниках № 3, 22. *Synuchus vivalis* Panzer, 1797 – обнаружено по 1 экз. в муравейниках № 3, 8. *Amara communis* Panzer, 1797 – выявлено по 1 экз. в муравейниках № 1, 3. *Amara famelica* Zimmermann, 1832 – обнаружено 2 экз. в муравейнике № 1. *Amara lunicollis* Schödtle, 1837 – выявлен 1 экз. в муравейнике № 6. *Amara brunnea* Gyllenhal, 1810 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1. *Amara fulva* De Geer, 1774 – выявлено 82 экз. в муравейниках № 8, 37, 47. *Amara majuscula* Chaudoir, 1850 – обнаружено 3 экз.

в муравейнике № 6. *Amara equestris* Duftschmid, 1812 – виявлен 1 экз. в муравейнике № 6. *Anisodactylus binotatus* Fabricius, 1792 – обнаружено по 1 экз. в муравейниках № 1, 3. *Harpalus rufipes* De Geer, 1774 – выявлены 3 и 2 экз. в муравейниках № 8, 9. *Harpalus tardus* Panzer, 1797 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 2. *Badister bullatus* Schrank, 1798 – выявлены 1 и 2 экз. в муравейниках № 1, 4. *Badister lacertosus* Sturm, 1815 – обнаружено 2 экз. в муравейнике № 4. *Syntomus truncatellus* Linnaeus, 1761 – выявлено 4 экз. в муравейниках № 1, 4, 43.

#### HISTERIDAE Gyllenhal, 1808

*Acritus minutus* Herbst, 1792 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 18. *Myrmetes piceus* Kanaar, 1979 – выявлено 7 экз. в муравейниках № 15, 20, 35, 36, 47. *Dendrophilus pygmaeus* Linnaeus, 1758 – выявлено 36 экз. в муравейниках № 1, 5, 6, 9, 10, 16, 22, 28, 44. *Hetaerus ferrugineus* Olivier, 1759 – выявлены 1 и 3 экз. в муравейниках № 6, 23.

#### PTILIIDAE Erichson, 1845/Motschulsky, 1845

*Ptenidium formicetorum* Kraatz, 1851 – обнаружено 12 экз. в муравейниках № 1, 15, 35, 37. *Ptilium myrmecophilum* Allibert, 1844 – выявлено 97 экз. в муравейниках № 1, 15, 21, 23, 26, 29, 37. *Acrotichis montandoni* Allibert, 1844 – обнаружено по 1 экз. в муравейниках № 26, 29. *Acrotichis* sp. – выявлено 11 экз. в муравейнике № 16.

#### LEIODIDAE Fleming, 1821

*Anisotoma glabra* Kugelann, 1794 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 10.

#### SCYDMAENIDAE Leach, 1815

*Neuraphes angulatus* P.W.J. Müller et Kuntze, 1822 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 30. *Neuraphes elongatulus* P.W.J. Müller et Kuntze, 1822 – выявлено 2 экз. в муравейнике № 30. *Stenichnus bicolor* Denny, 1825 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 22. *Stenichnus godarti* Latreille, 1806 – выявлено 11 экз. в муравейниках № 13, 14, 32, 46. *Eucornus macklinii* Mannerheim, 1844 – выявлено 26 экз. в муравейниках № 1, 2, 4, 6, 13, 14, 17. *Eucornus claviger* P.W.J. Müller et Kuntze, 1822 – обнаружено 6 экз. в муравейниках № 18, 29. *Scydmaenus hellwigii* Herbst, 1792 – выявлено 64 экз. в муравейниках № 1, 4, 6, 13, 14, 16, 17, 18, 21, 29, 37, 39, 42, 43.

#### SILPHIDAE Latreille, 1807

*Silpha tristis* Illiger, 1798 – 1 экз. обнаружен в муравейнике № 7.

#### STAPHYLINIDAE Latreille, 1802

*Gabrius osseticus* Kolenati, 1846 – выявлены 1 и 2 экз. в муравейниках № 1, 26. *Staphylinus erythropterus* Linnaeus, 1758 – обнаружено 2 экз. в муравейнике № 8. *Ocupus nero* Faldermann, 1835 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 4. *Ocupus*

*opthalmicus* Scopoli, 1763 – выявлен 1 экз. в муравейнике № 4. *Quedius molochinus* Gravenhorst, 1806 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 3. *Quedius brevis* Erichson, 1840 – выявлено 12 экз. в муравейниках № 1, 4, 6, 8, 16, 43. *Leptacinus formicetorum* Märkel, 1841 – обнаружено 92 экз. в муравейниках № 1, 4, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 29, 30, 48. *Gyrohypnus atratus* Heer, 1839 – выявлено 17 экз. в муравейниках № 2, 15, 16, 21, 29, 30, 37, 42, 43. *Gyrohypnus* sp. – обнаружено 2 экз. в муравейнике № 1. *Xantholinus* sp. – выявлено 5 экз. в муравейниках № 3, 4, 9. *Xantholinus tricolor* Fabricius, 1787 – обнаружено 4 экз. в муравейниках № 1, 3, 10. *Lithocharis nigriceps* Kraatz, 1859 – выявлено 28 экз. в муравейнике № 29. *Stenus clavicornis* Scopoli, 1763 – обнаружено 12 экз. в муравейниках № 1, 3, 6, 8. *Stenus lustrator* Erichson, 1839 – выявлен 1 экз. в муравейнике № 6. *Stenus canaliculatus* Gyllenhal, 1827 – обнаружено 2 экз. в муравейнике № 4. *Stenus aterrimus* Erichson, 1839 – выявлено 2 экз. в муравейнике № 47. *Ischosoma splendidum* Gravenhorst, 1806 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 6. *Lordithon lunulatus* Linnaeus, 1761 – выявлен 1 экз. в муравейнике № 3. *Sepedophilus immaculatus* Stephens, 1802 – обнаружено 2 экз. в муравейнике № 3. *Sepedophilus marshami* Stephens, 1832 – выявлено по 1 экз. в муравейниках № 2, 31, 39, 43. *Sepedophilus testaceus* Fabricius, 1792 – обнаружено по 1 экз. в муравейниках № 15, 40. *Tachyporus chrysomelinus* Linnaeus, 1758 – выявлено 2 экз. в муравейнике № 1. *Oxytelus rugosus* Fabricius, 1775 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 29. *Tachyporus nitidulus* Fabricius, 1781 – выявлено 2 экз. в муравейнике № 30. *Proteinus laevigatus* Hochhuth, 1872 (= *macropterus* Gyllenhal, 1810) – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 26. *Oxypoda procerula* Mannerheim, 1830 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1. *Oxypoda formiceticola* Märkel, 1841 – выявлено 11 экз. в муравейниках № 10, 17, 19, 29, 36. *Oxypoda haemorrhoea* Mannerheim, 1830 – обнаружен 51 экз. в муравейниках № 1, 2, 3, 4, 5, 6, 16, 29, 37, 42, 47. *Oxypoda soror* Thomson, 1855 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1. *Thiasophila angulata* Erichson, 1837 – выявлено 88 экз. в муравейниках № 13, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 29, 31, 35, 37, 38, 39, 47. *Dinarda maerkelii* Kiesenwetter, 1843 – выявлено 26 экз. в муравейниках № 6, 17, 30, 31, 33, 36, 38, 47. *Drusilla canaliculata* Fabricius, 1787 – выявлены 2 и 1 экз. в муравейниках № 1, 4. *Pella humeralis* Gravenhorst, 1802 – обнаружено 98 экз. в муравейниках № 3, 4, 8, 20, 21, 22. *Lomechusoides strumosus* Fabricius, 1792 – выявлено 38 экз. в муравейниках № 3, 5, 8, 10.

*Atheta talpa* Heer, 1841 – обнаружено 74 экз. в муравейниках № 2, 3, 16, 20, 22, 29, 34. *Atheta fungi* Gravenhorst, 1806 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1. *Atheta gagatina* Baudi, 1848 – выявлено 3 экз. в муравейниках № 1, 3, 6. *Atheta flavipes* Gravenhorst, 1806 – обнаружено 7 экз. в муравейниках № 1, 13, 15, 29, 36, 42. *Lyprocorrhe anceps* Erichson, 1837 – выявлено 46 экз. в муравейниках № 5, 6, 8, 13, 15, 16, 17, 18, 20, 23, 29, 34, 35, 37, 42, 47. *Amischa analis* Gravenhorst, 1802 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 20. *Amischa bifoveolata* Mannerheim, 1830 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1. *Oligota pusillima* Gravenhorst, 1806 – выявлено 3 экз. в муравейниках № 1, 10, 18.

#### SCAPHIDIIDAE Latreille, 1807

*Scaphisoma* sp. – обнаружено 3 экз. в муравейнике № 1.

#### PSELAPHIDAE Latreille, 1802

*Euplectus karstenii* Reichenbach, 1816 – выявлено по 1 экз. в муравейниках № 1, 2, 32. *Euplectus kirbii* Denny, 1825 – обнаружены 1 и 4 экз. в муравейниках № 21, 29. *Euplectus signatus* Reichenbach, 1816 – выявлено 20 экз. в муравейниках № 1, 2, 18, 21, 22, 26, 28, 29, 45. *Trimium brevicorne* Reichenbach, 1816 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 13.

#### LUCANIDAE Latreille, 1804

*Platycerus caraboides* Linnaeus, 1758 – выявлено 2 экз. в муравейнике № 4. *Platycerus caprea* DeGeer, 1774 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 3.

#### SCARABAEIDAE Latreille, 1802

*Cetonia aurata* Linnaeus, 1758 – выявлен 1 экз. в муравейнике № 1. *Potosia metallica* Herbst, 1782 – выявлено 4 экз. в муравейниках № 1, 14, 24.

#### CLAMBIDAE Fischer von Waldheim, 1821

*Eucinetus haemorrhoidalis* Germar, 1818 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 3.

#### BUPRESTIDAE Leach, 1815

*Argilus angustulus* Illiger, 1803 – выявлен 1 экз. в муравейнике № 4.

#### NITIDULIDAE Latreille, 1802

*Thalycra fervida* Olivier, 1790 – обнаружено по 1 экз. в муравейниках № 2, 3.

#### MONOTOMIDAE Laporte de Castelnau, 1840

*Monotoma angusticollis* Gyllenhal, 1827 – выявлено 123 экз. в муравейниках № 1, 2, 4, 8, 16, 17, 18–24, 26, 27, 29–32. *Monotoma conicicollis* Aubé, 1837 – обнаружено 113 экз. в муравейниках № 3, 4, 16, 18–23, 28–30, 36, 39, 42, 47.

#### CRYPTOPHAGIDAE Kirby, 1837

*Cryptophagus quercinus* Kraatz, 1852 – выявлено 2 экз. в муравейнике № 6. *Spavius glaber* Gyllenhal, 1808 – обнаружено 19 экз. в муравей-

никах № 1, 2, 6, 10, 17, 35. *Atomaria* sp. – выявлено 2 экз. в муравейнике № 37.

#### CORYLOPHIDAE Le Conte, 1852

*Sericoderus lateralis* Gyllenhal, 1827 – обнаружено по 1 экз. в муравейниках № 37, 43.

#### CERYLONIDAE Billberg, 1820

*Cerylon fagi* Brisout de Barneville, 1867 – обнаружено 2 экз. в муравейнике № 3. *Cerylon ferrugineum* Stephens, 1830 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 37. *Cerylon histeroides* Fabricius, 1792

#### LATHRIDIIDAE Redtenbacher, 1845

*Enicmus transversus* Olivier, 1790 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1. *Corticaria longicollis* Zetterstedt, 1838 – выявлено 104 экз. в муравейниках № 1, 4, 12–15, 17, 26, 31, 32, 39, 42–44, 46–48. *Corticaria gibbosa* Herbst, 1793 – обнаружены 1 и 2 экз. в муравейниках № 4, 37. *Corticarina fuscata* Gyllenhal, 1827 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 3.

#### ALLECULIDAE Mulsant, 1856

*Pseudocistela ceramboides* Linnaeus, 1758 – выявлено 2 экз. в муравейнике № 8.

#### TENEBRIONIDAE Latreille, 1802

*Myrmecixenus subterraneus* Chevrolat, 1835 – выявлено 292 экз. в муравейниках № 1, 4, 6, 10, 12, 23, 27, 28, 34, 39. *Polorus depressus* Fabricius, 1790 – обнаружено 53 экз. в муравейниках № 12–14, 17, 30, 31, 44, 46. *Crypticus (s. str.) quisquilius* Linnaeus, 1761 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 1.

#### CERAMBYCIDAE Latreille, 1802

*Leptura melanura* Linnaeus, 1758 – выявлено 3 экз. в муравейнике № 8.

#### CHRYSOMELIDAE Latreille, 1802

*Longitarsus* sp. – 1 экз. обнаружен в муравейнике № 1. *Phyllotreta undulate* – выявлен 1 экз. в муравейнике № 37. *Asiorestia* sp. – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 6.

#### CURCULIONIDAE Latreille, 1802

*Otiiorhynchus scaber* Linnaeus, 1758 – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 3. *Otiiorhynchus ovatus* Linnaeus, 1758 – выявлено 18 экз. в муравейниках № 1, 3, 4, 6, 8, 10. *Trachyploeus bifoveolatus* Beck, 1817 – обнаружено 4 экз. в муравейниках № 1, 2, 6. *Strophosoma capitatum* De Geer, 1775 – выявлено 7 экз. в муравейниках № 1, 4, 6, 10. *Sitona* sp. – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 4. *Acalles* sp. – обнаружен 1 экз. в муравейнике № 6. *Rutidosoma globulus* Herbst, 1795 – выявлен 1 экз. в муравейнике № 4.

В изучении сообществ мирмекофильных жесткокрылых целесообразно определять индекс видового разнообразия (соотношение между числом видов и каким-либо показателем (обилие), имее-

щим значимость для сообщества и экосистем). Использование различных индексов дает возможность охарактеризовать и смоделировать многокомпонентную структуру сообществ при наиболее полном их сравнении между собой [12].

В ходе исследования был применен индекс Шеннона, основанный на изучении вероятности наступления цепи событий, т.е. он является информационной мерой разнообразия, которая выражается в единицах неопределенности или информации, учитывает относительное обилие видов, выравнивание и видовое богатство [13]:

$$H' = - \sum_{i=1}^S p_i \ln p_i, (1)$$

где  $p_i$  – доля  $i$ -го вида в выборке,  $S$  – количество видов. В выборке истинное значение  $p_i$  неизвестно. Оно оценивается как  $n_i$  (число особей одного вида)/ $N$  (общее к-во особей), что дает смещенный результат. Это связано с тем, что расчеты индекса разнообразия Шеннона предполагают попадание в выборку особей случайно из «неопределенно большой» (т.е. практически бесконечной) генеральной совокупности. Более точное значение индекса можно получить по формуле (2):

$$H' = - \sum p_i \ln p_i - \frac{S-1}{N} + \frac{1 - \sum p_i^{-1}}{12 N^2} + \frac{\sum (p_i^{-1} - p_i^{-2})}{12 N^3}. (2)$$

Индекс Шеннона обычно варьирует в пределах от 0,5 до 3,5 и очень редко превышает 4,5. Для получения значения индекса Шеннона, равного 5, необходимо оперировать выборкой, в которой содержится  $10^5$  видов.

В ходе анализа видового разнообразия мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *F. rufa* было проведено сравнение сообществ сожителей муравьев на территории Сенненского и Витебского районов (примерно равное количество исследованных гнезд дало возможность сравнить данные районы: Сенненский – 17, Витебский – 21 муравейник). Общее число видов мирмекофильных жесткокрылых ( $S$ ) в гнездах *F. rufa* Сенненского района составило 41 вид, тогда как на территории Витебского района было выявлено 32 вида мирмекофильных жесткокрылых. Рассчитаны индексы видового разнообразия

мирмекофильных жесткокрылых для Сенненского и Витебского районов по формуле (1) (данные для расчета представлены в табл.). В итоге  $H'$  для Сенненского района равен 2,654, для Витебского – 2,759. Данные показатели практически равные и соответствуют среднему значению индекса видового разнообразия.

Оценка стандартной ошибки  $H'$ , при использовании натуральных логарифмов в  $H'$ , находится по формуле:

$$m_{H'}^2 = \frac{1}{N} \left[ \frac{1}{N} \left( N \ln^2 N - \sum n_i \ln^2 n_i \right) - (H')^2 + \frac{(S-1)}{2N^2} + \dots \right], (3)$$

где третий и следующие члены правой части уравнения пренебрежительно малы. Для Сенненского района стандартная ошибка  $H'$  составила 0,028, для Витебского – 0,027.

Для определения равномерности распределения видов по их обилию в сообществе был использован индекс *выравниваемости Хейпа*, который применяется в случае относительно небольшого количества видов, т.к. при малом разнообразии он меньше зависит от  $S$  [6]:

$$E = \frac{(e^{H'} - 1)}{(S - 1)}, (4)$$

где  $e$  – число натурального логарифма, равное 2,718...;  $S$  – общее число видов.  $E$  имеет значения от 0 до 1, причем, чем выше значение, тем более выровнена выборка. При этом  $E = 1$  соответствует равному обилию всех видов, входящих в выборку. Результаты расчетов для видов мирмекофильных жесткокрылых Сенненского района –  $E = 0,320$ , Витебского –  $E = 0,462$ . В гнездах *F. rufa* Витебского района наблюдается более равномерное распределение видов по обилию в сравнении с Сенненским, однако как Витебский, так и Сенненский районы имеют довольно смещенный результат, лежащий ближе к нулю, нежели к единице. Это говорит о том, что в видовом составе жесткокрылых этих районов резко выделяются группы видов, характеризующиеся высоким числом особей данного вида ( $n_i$  в табл.).

Таблица

**Видовой состав мирмекофильных жесткокрылых  
в гнездах *F. rufa* Сепшенского и Витебского районов**

№	Вид (S)	Сепшенский р-н		Витебский р-н	
		$n_i$	$p_i$	$n_i$	$p_i$
1.	<i>Myrmetes piceus</i> Kanaar, 1979	2	0,002519	3	0,004127
2.	<i>Dendrophilus pygmaeus</i> Linnaeus, 1758	19	0,023929	15	0,020633
3.	<i>Hetaerus ferrugineus</i> Olivier, 1759	1	0,001259	3	0,004127
4.	<i>Ptenidium formicetorum</i> Kraatz, 1851	2	0,002519	10	0,013755
5.	<i>Ptilium myrmecophilum</i> Allibert, 1844	80	0,100756	17	0,023384
6.	<i>Acrotrichis</i> sp.	11	0,013854	0	0
7.	<i>Acrotrichis montandoni</i> Allibert, 1844	0	0	2	0,002751
8.	<i>Neuraphes angulatus</i> P.W.J. Müller et Kuntze, 1822	0	0	1	0,001376
9.	<i>Neuraphes elongatulus</i> P.W.J. Müller et Kuntze, 1822	0	0	2	0,002751
10.	<i>Stenichmus godarti</i> Latreille, 1806	5	0,006297	3	0,004127
11.	<i>Euconnus maklinii</i> Mannerheim, 1844	25	0,031486	0	0
12.	<i>Euconnus claviger</i> P.W.J. Müller et Kuntze, 1822	0	0	6	0,008253
13.	<i>Scydmaenus hellwigii</i> Herbst, 1792	43	0,054156	17	0,023384
14.	<i>Quedius molochinus</i> Gravenhorst, 1806	1	0,001259	0	0
15.	<i>Quedius brevis</i> Erichson, 1840	9	0,011335	0	0
16.	<i>Leptacinus formicetorum</i> Märkel, 1841	12	0,015113	79	0,108666
17.	<i>Gyrophypnus atratus</i> Heer, 1839	8	0,010076	6	0,008253
18.	<i>Gyrophypnus</i> sp.	2	0,002519	0	0
19.	<i>Xantholinus</i> sp.	5	0,006297	0	0
20.	<i>Xantholinus tricolor</i> Fabricius, 1787	4	0,005038	0	0
21.	<i>Lithocharis nigriceps</i> Kraatz, 1859	0	0	28	0,038514
22.	<i>Stenus clavicornis</i> Scopoli, 1763	12	0,015113	0	0
23.	<i>Sepedophilus marshami</i> Sterhens, 1832	1	0,001259	1	0,001376
24.	<i>Oxypoda formiceticola</i> Märkel, 1841	3	0,003778	8	0,011004
25.	<i>Oxypoda haemorrhoea</i> Mannerheim, 1830	44	0,055416	4	0,005502
26.	<i>Thiasophila angulata</i> Erichson, 1837	4	0,005038	63	0,086657
27.	<i>Dinarda maerkelii</i> Kiesenwetter, 1843	2	0,002519	12	0,016506
28.	<i>Drusilla canaliculata</i> Fabricius, 1787	3	0,003778	0	0
29.	<i>Pella humeralis</i> Gravenhorst, 1802	5	0,006297	93	0,127923
30.	<i>Lomechusoides strumosus</i> Fabricius, 1792	38	0,047859	0	0
31.	<i>Atheta talpa</i> Heer, 1841	17	0,021411	57	0,078404
32.	<i>Lyprocorrhe anceps</i> Erichson, 1837	25	0,031486	15	0,020633
33.	<i>Oligota pusillima</i> Gravenhorst, 1806	2	0,002519	1	0,001376
34.	<i>Euplectus karstenii</i> Reichenbach, 1816	2	0,002519	1	0,001376
35.	<i>Euplectus kirbii</i> Denny, 1825	0	0	5	0,006878
36.	<i>Euplectus signatus</i> Reichenbach, 1816	3	0,003778	16	0,022008
37.	<i>Trimium brevicorne</i> Reichenbach, 1816	1	0,001259	0	0
38.	<i>Platycerus caraboides</i> Linnaeus, 1758	2	0,002519	0	0
39.	<i>Potosia metallica</i> Herbst, 1782	4	0,005038	0	0

40.	<i>Thalycra fervida</i> Olivier, 1790	2	0,002519	0	0
41.	<i>Monotoma angusticollis</i> Gyllenhal, 1827	22	0,027708	101	0,138927
42.	<i>Monotoma conicicollis</i> Aubé, 1837	10	0,012594	99	0,136176
43.	<i>Spavius glaber</i> Gyllenhal, 1808	18	0,02267	1	0,001376
44.	<i>Corticaria longicollis</i> Zetterstedt, 1838	61	0,076826	17	0,023384
45.	<i>Pseudocistela ceramboides</i> Linnaeus, 1758	2	0,002519	0	0
46.	<i>Myrmexichenus subterraneus</i> Chevrolat, 1835	267	0,336272	23	0,031637
47.	<i>Polorus depressus</i> Fabricius, 1790	15	0,018892	18	0,024759

Особый интерес представляет структура доминирования в сообществах мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *F. rufa* в условиях севера Беларуси. Выявлена примерно равная доля доминантных видов мирмекофилов в изучаемых сообществах (*Ptilium myrmecophilum*, *Leptacinus formicetorum*, *Thiasophila angulata*, *Pella humeralis*, *Monotoma angusticollis*, *Monotoma conicicollis*, *Corticaria longicollis*) и составляет 5,4-7,5%. Однако численность вида *Myrmexichenus subterraneus* достигает максимального значения в структуре доминирования и составляет 17,8%.

К субдоминантам относятся *Oxyopoda haemorrhoea*, *Lomechusoides strumosus*, *Atheta talpa*, *Luprocorthe anceps*, *Palorus depressus*.

**Рецеденты:** *Euconnus macklinii*, *Gyrohypnus atratus*, *Lithoharis nigriceps*, *Dinarda maerkelii*, *Euplectus signatus*, *Spavius glaber*.

**Субрецеденты:** *Myrmex piceus*, *Hetaerus ferrugineus*, *Ptenidium formicetorum*, *Acrotrichis montandoni*, *Acrotrichis* sp., *Neuraphes angulatus*, *Neuraphes elongatulus*, *Stenichmus godarti*, *Euconnus claviger*, *Quedius molochinus*, *Quedius brevis*, *Gyrohypnus* sp., *Xantholinus* sp., *Xantholinus tricolor*, *Stenus clavicornis*, *Stenus aterrimus*, *Sepedophilus marshami*, *Oxyopoda formiceticola*, *Drusilla canaliculata*, *Oligota pusillima*, *Euplectus karstenii*, *Euplectus kirbii*, *Trimium brevicorne*, *Platycerus caraboides*, *Potosia metallica*, *Thalycra fervida*, *Pseudocistela ceramboides*.

Использование кластерного анализа дало возможность установить степень сходства видового состава сообществ мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *F. rufa*. На рис. представлены данные, полученные в ходе сравнения видового состава сообществ мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *F. rufa* на территории 6 районов. При анализе матрицы расстояний между объектами видно, что группировки сообществ мирме-

кофилов распадаются на четыре кластера. Несмотря на разрозненный и фрагментарный характер распределения сообществ мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *F. rufa* на исследуемой территории можно утверждать, что сообщества мирмекофилов довольно близки по видовому составу. Дальнейший анализ степени сходства и различий видового состава мирмекофилов требует детального рассмотрения экологических, биотопических аспектов, таких, как возрастная структура муравейника, биотоп, характер растительности, сезонная динамика жесткокрылых. Все эти данные, вероятно, позволят объяснить уникальность мирмекофильных комплексов в пределах одного гнезда.

**Заключение.** В результате проведенного исследования был установлен видовой состав сообществ и мирмекофильных жесткокрылых в гнездах *Formica rufa* на территории Белорусского Поозерья. Количество мирмекофилов составило 1639 экземпляров 48 видов из 13 семейств. Составлен список видов всех жесткокрылых, выявленных в муравейниках за период исследования, их число составило 1907 экземпляров 119 видов. Результаты сравнения индексов видового разнообразия Сенненского и Витебского районов показали, что видовое разнообразие обоих районов близко к среднему значению, однако индекс видового разнообразия жесткокрылых в гнездах рыжего лесного муравья на территории Сенненского района выше, чем на территории Витебского района. Выравненность по обилию видов в обоих районах довольно низкая, что подтверждается численным доминированием нескольких видов (*Myrmexichenus subterraneus*, *Monotoma angusticollis*, *Pella humeralis*, *Ptilium myrmecophilum*). При этом виды-доминанты для обоих районов различны. Можно предположить, что видовой состав мирмекофильных жесткокрылых зависит не только от вида муравья-хозяина, но и от биоценоза в целом.

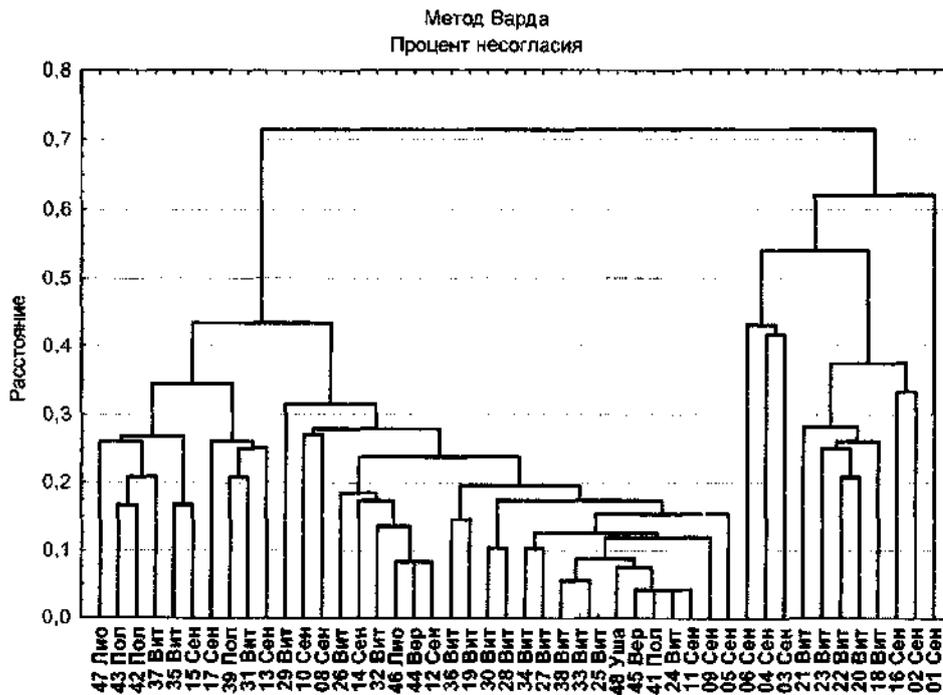


Рис. Дендрограмма сходства сообществ мирмекофильных жесткокрылых по видовому составу в Белорусском Поозерье.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Юркевич, И.Д. География, типология и районирование лесной растительности Белоруссии / И.Д. Юркевич, В.С. Гельтман. – Минск: Наука и техника, 1965. – 288 с.
2. Грюнталь, С.Ю. К методике количественного учета жуков (Coleoptera, Carabidae) / С.Ю. Грюнталь // Вестн. зоологии. – 1981. – № 6. – С. 63–66.
3. Renkonen, O. Statistisch-ökologisch Untersuchungen über die terrestrische Käferwelt der finnischen Bruchmoore / O. Renkonen // Ann. Zool. Soc.-Bot. Fennicae. – 1938. – Bd. 6, ti 1. – 231 s.
4. Песенко, Ю.А. Принципы и методы количественного анализа в фаунистических исследованиях / Ю.А. Песенко. – М.: Наука, 1982. – 287 с.
5. Ward, J.H. Hierarchical grouping to optimize an objective function / J.H. Ward // J. Amer. Statist. Assoc. – 1963. – Vol. 58, № 301. – P. 236–244.
6. Silfverberg, H. Enumeratio coleopterorum Fennoscandiae, Daniae et Baltiae / H. Silfverberg. – Helsinki: Helsingin Hyonteisvaihtoyhdistys, 1992. – 94 p.
7. Silfverberg, H. Additions and corrections to Enumeratio Coleopterorum Fennoscandiae et Daniae / H. Silfverberg. – Sahlbergia. – 1996. – Vol. 3. – P. 33–62.
8. Silfverberg, H. Enumeratio Coleopterorum Fennoscandiae, Daniae et Baltiae / H. Silfverberg // Sahlbergia. – 2004. – Vol. 9. – 111 p.
9. Kryzhanovskij, O.L. A Checklist of the Ground-Beetles of Russia and Adjacent Lands (Insecta, Coleoptera, Carabidae) / O.L. Kryzhanovskij, I.A. Belousov, I.I. Kabak, B.M. Kataev, K.V. Makarov, V.G. Schilnikov. – Sofia–Moscow: Pensoft Publishers, 1995. – 271 p.
10. Bouchard, P. Family-group names in Coleoptera (Insecta) / P. Bouchard, Y. Bousquet, A.E. Davies, M.A. Alonso-Zarazaga, J.F. Lawrence, C.H.C. Lyal, A.F. Newton, C.A.M. Reid, M. Schmitt, S.A. Slipinski, A.B.T. Smith // ZooKeys. – 2011. – № 88. – P. 1–972.
11. Систематический список таксонов группы семейства для отряда Coleoptera. – Режим доступа: <http://www.zin.ru/Animalia/Coleoptera/rus/syst2011.htm>. – Дата доступа: 05.12.2011.
12. Тихомиров, В.Н. Методы анализа биологического разнообразия: пособие для студентов биол. фак. спец. 1-31 01 01 «Биология» и 1-33 01 01 «Биоэкология» / В.Н. Тихомиров. – Минск: БГУ, 2009. – 87 с.
13. Hutchesson, K. A test for comparing diversities based on the Shannon formula / K. Hutchesson // J. Theor. Biol. – 1970. – Vol. 29, № 1. – P. 151–154.

#### REFERENCES

1. Yurkevich I.D., Geltman V.S. Geografiya, tipologiya i rayonirovaniye lesnoy rastitelnosti Belorusii [Geography, Typology and Area Characteristics of Forest Vegetation of Belarus], Minsk: Nauka i Tehnika, 1965, 288 p.
2. Gruntal S.Yu. Vestnik zoologii [Journal of Zoology], 1981, 6, pp. 63–66.
3. Renkonen, O. Statistisch-ökologisch Untersuchungen über die terrestrische Käferwelt der finnischen Bruchmoore // Ann. Zool. Soc.-Bot. Fennicae. Vanamo, 1938. – Bd. 6, – ti 1. – 231 s.
4. Pesenko Yu.A. Printsipi i metodi kolichestvennogo analiza v faunisticheskikh issledovaniyakh [Principles and Methods of Quantitative Analysis in Fauna Studies], M., Nauka, 1982, 287 p.
5. Ward, J.H. J. Amer. Statist. Assoc., 1963, 58(301), pp.236–244.
6. Silfverberg H. Enumeratio coleopterorum Fennoscandiae, Daniae et Baltiae. – Helsinki: Helsingin Hyonteisvaihtoyhdistys, 1992, 94 p.
7. Silfverberg H. Additions and corrections to Enumeratio Coleopterorum Fennoscandiae et Daniae, Sahlbergia, 1996, 3, pp. 33–62.
8. Silfverberg H. Enumeratio Coleopterorum Fennoscandiae, Daniae et Baltiae / Sahlbergia, 2004, (9), 111 p.
9. Kryzhanovskij O.L., Belousov I.A., Kabak I.I., Kataev B.M., Makarov K.V., Schilnikov V.G. A Checklist of the Ground-Beetles of Russia and Adjacent Lands (Insecta, Coleoptera, Carabidae), Sofia-Moscow: Pensoft Publishers, 1995, 271 p.
10. Bouchard Patrice, Yves Bousquet, Anthony E. Davies, Miguel A. Alonso-Zarazaga, John F. Lawrence, Chris H. C. Lyal, Alfred F. Newton, Chris A. M. Reid, Michael Schmitt, S. Adam Slipinski, Andrew B. T. Smith. Family-group names in Coleoptera (Insecta). ZooKeys, 2011, 88. pp. 1–972.
11. Sistematičeski spisok taksonov gruppi semeistva dla otrada Coleoptera [Systematic List of Taxons of the Family Group for the Order of Coleoptera], <http://www.zin.ru/Animalia/Coleoptera/rus/syst2011.htm>. Access Time: 05.12.2011.
12. Tikhomirov V.N. Metodi analiza biologicheskogo raznobraziya posobiye dla studentov biologicheskikh fakultetov [Methods of the Analysis of Biological Diversity: Textbook for Biology Students]. Minsk: BGU, 2009, 87 p.
13. Hutchesson, K. J. Theor. Biol., 1970, 29(1), pp. 151–154.

Поступила в редакцию 07.02.2014. Принята в печать 21.04.2014  
Адрес для корреспонденции: e-mail: iasolodov@mail.ru – Солодовников И.А.

## Использование нейронных сетей для идентификации ооцист эймерий крупного рогатого скота

**В.М. Мироненко\*, Е.А. Корчевская\*\***

*\*Учреждение образования «Витебская ордена “Знак Почета” государственная академия ветеринарной медицины»*

*\*\*Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»*

*Наличие большой вариабельности оптических свойств внутри одного класса объектов природного происхождения является основной проблемой идентификации.*

*Цель – изучение возможности применения различных архитектур нейронных сетей к задаче распознавания паразитологических объектов.*

*Материал и методы.* Объектом исследования являются цветные цифровые изображения ооцист эймерий крупного рогатого скота. В статье использовались методы: математического моделирования, объектно-ориентированного программирования, вычислительный эксперимент и др.

*Результаты и их обсуждение.* В результате проведенного анализа существующих методов идентификации объектов был выбран метод искусственных нейронных сетей как один из наиболее перспективных подходов для решения задачи распознавания ооцист эймерий крупного рогатого скота. Авторами разработана признаковая модель изображений паразитологических объектов, а также адаптированы и реализованы различные виды архитектур нейронных сетей для распознавания ооцист эймерий крупного рогатого скота.

*Заключение.* Нейронные сети могут быть использованы для идентификации ооцист эймерий крупного рогатого скота. Эффективность протестированных нейронных сетей (сеть Кохонена, Хемминга, многослойный перцептрон и сеть с адаптивным резонансом) зависит от вида эймерий и при использованных настройках колеблется в пределах 21,21%–100%.

*Ключевые слова:* искусственная нейронная сеть, ооцисты эймерий крупного рогатого скота, распознавание образов, программирование.

## Application of Neuron Networks for Identification of Cattle Oocytes of Ameri

**V.M. Myronenko\*, E.A. Korchevskaya\*\***

*\*Educational establishment «Vitebsk “Sign of Honor” Order State Academy of Veterinary Medicine»*

*\*\*Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»*

*Presence of big variability of optical properties within one class of natural origin objects is the main issue of identification.*

*Aim of the research:* to study the possibility of application of different architectures of neuron networks to the problem of identification parasite objects.

*Material and methods.* The object of the research is color digital pictures of cattle oocytes of ameri. Main methods of the research are mathematical modeling methods, methods of object oriented programming, calculation experiment.

*Findings and their discussion.* As a result of analysis of the existing methods of object identification the method of artificial neuron networks was chosen as one of the most promising approaches to solve the problem of identification of cattle oocytes of ameri. The authors elaborated a feature model of the images of parasite objects; different types of architectures of neuron networks for identifying of cattle oocytes of ameri are also adapted and implemented.

*Conclusion.* Neuron networks can be used to identify cattle oocytes of ameri. The efficiency of the tested neuron networks (Kohonen, Hemming networks, multi layer perceptron as well as network with adaptive resonance) depends on ameri type and, with the applied adjustments, varies between 21,21%–100%.

*Key words:* artificial neuron network, cattle oocytes of ameri, identification of images, программирование.

Диагностика паразитологических заболеваний базируется, прежде всего, на идентификации и классификации паразитозов. В некоторых случаях диагноз может быть поставлен опытным диагностом на основе качественных различий объектов, что требует больших временных и человеческих ресурсов. Когда эти различия не заметны человеческому глазу, а также для избегания рутинной работы принимать решение могут специальные компьютерные программы.

В настоящее время известно множество методов распознавания изображений, однако самыми малоизученными остаются искусственные нейронные сети, индуцированные биологией, так как они состоят из элементов, функциональные возможности которых аналогичны большинству элементарных функций биологического нейрона, и демонстрируют удивительное число свойств, присущих мозгу. Например, они обучаются на основе опыта, обобщают предыдущие прецеденты на новые случаи и извлекают существенные свойства из поступающей информации, содержащей излишние данные. Искусственные нейронные сети могут менять свое поведение в зависимости от внешней среды. После предъявления входных сигналов вместе с требуемыми выходами они самонастраиваются, чтобы обеспечивать требуемую реакцию.

В теории нейронных сетей существуют две актуальные проблемы, одной из которых является выбор оптимальной структуры нейронной сети, а другой – построение эффективного алгоритма обучения нейронной сети.

Оптимизация нейронной сети направлена на уменьшение объема вычислений при условии сохранения точности решения задачи на требуемом уровне. Параметрами оптимизации в нейронной сети могут быть:

- размерность и структура входного сигнала нейросети;

- синапсы нейронов сети. Они упрощаются с помощью удаления из сети или заданием «нужной» или «оптимальной» величины веса синапса;

- количество нейронов каждого слоя сети: нейрон целиком удаляется из сети, с автоматическим удалением тех синапсов нейронов следующего слоя, по которым проходил его выходной сигнал;

- количество слоев сети.

Вторая проблема заключается в разработке качественных алгоритмов обучения нейросети, позволяющих за минимальное время настроить ее на распознавание заданного набора входных образов.

Цель – исследование возможности применения различных архитектур нейронных сетей к задаче распознавания паразитологических объектов.

Для этого решались следующие задачи: выделение признаков изображений и построение модели – признакового описания исходного изображения; адаптация нейронной сети Кохонена для распознавания паразитозов; разработка математической модели сети с адаптивным резонансом; построение многослойного персептрона и обучение его методом обратного распространения ошибки и генетическими алгоритмами; построение математической модели сети Хемминга и адаптация ее для распознавания паразитологических объектов.

**Материал и методы.** Объектом исследования являются цветные цифровые изображения ооцист эймерий крупного рогатого скота. Методы изучения: математического моделирования, искусственного интеллекта, объектно-ориентированного программирования, численные, вычислительный эксперимент.

**Многослойный персептрон.** Схема двухслойного персептрона показана на рис. 1.

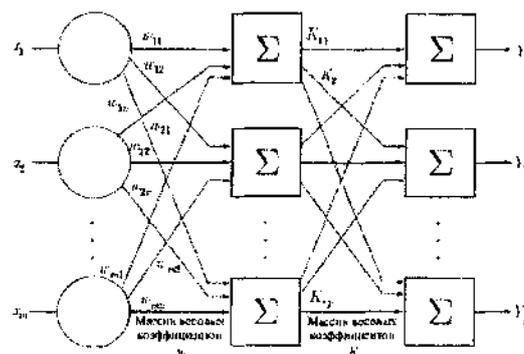


Рис. 1. Многослойная нейронная сеть.

На каждый нейрон входного слоя поступает один из рассчитанных признаков. Каждый из них умножается на вес, и произведения суммируются. Эта сумма, обозначаемая NET, должна быть вычислена для каждого нейрона сети. После того как величина NET вычислена, она модифицируется с помощью активационной функции и получается сигнал OUT. В качестве активационной функции выбран сигмоид [1]:

$$OUT = \frac{1}{1 + e^{-NET}}.$$

Сигмоид, который иногда называется также логистической, или сжимающей, функцией, сужает диапазон изменения NET так, что значение OUT лежит между нулем и единицей.

Сеть обучается, чтобы для некоторого множества входов давать желаемое множество выходов. Каждое такое входное (или выходное) множество рассматривается как вектор. Обучение осуществляется путем последовательного предъявления входных векторов с одновременной подстройкой весов в соответствии с определенной процедурой. В процессе обучения веса сети постепенно становятся такими, чтобы каждый входной вектор вырабатывал выходной вектор [1].

Обучение происходило методом обратного распространения ошибки и генетическими алгоритмами.

Метод обратного распространения ошибки заключается в распространении сигналов ошибки от выходов сети к ее входам, в направлении, обратном прямому распространению сигналов в обычном режиме работы. Обратное распространение использует разновидность градиентного спуска, то есть осуществляет спуск вниз по поверхности ошибки, непрерывно подстраивая веса в направлении к минимуму.

Генетические алгоритмы для подстройки весов скрытых и выходных слоев применяются следующим образом. Каждая хромосома (решение) представляет собой вектор из весовых коэффициентов. Хромосома  $a = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$  состоит из генов  $a_i$ , которые могут иметь числовые значения. Популяцией называют набор хромосом (решений). Начальная популяция в представленной работе выбирается случайно, значения весов лежат в промежутке  $[-1.0, 1.0]$ . Для обучения сети к начальной популяции используются простые операции: селекция, скрещивание, мутация, в результате чего генерируются новые популяции.

**Нейронная сеть Кохонена.** Самоорганизующиеся карты Кохонена – это нейросетевой метод,

предполагающий обучение без внешнего вмешательства. В нейросетевых методиках, предполагающих обучение с учителем, для нахождения образа или соотношения между данными требуется, чтобы один или более выходов были точно заданы вместе с одним или более входами нейросети. Карта Кохонена, напротив, отображает данные большей размерности на карте меньшей размерности, состоящей из решетки нейронов. Основу обучения самоорганизующихся нейронных сетей составляет конкуренция между нейронами [2]. Для реализации системы распознавания выбрана архитектура в виде однослойной сети, в которой каждый нейрон соединен со всеми компонентами  $N$ -мерного выходного вектора  $x$ .

**Искусственная нейронная сеть Хэмминга** представляет собой сеть с двумя обрабатываемыми слоями: первый слой – слой Хэмминга, второй слой – немного измененная сеть Хопфилда. Сеть Хэмминга реализует классификатор, базирующийся на наименьшей погрешности для векторов двоичных входов, где погрешность определяется расстоянием Хэмминга. Идея работы сети состоит в нахождении расстояния Хэмминга от тестируемого образа до всех образцов. Расстоянием Хэмминга называется число отличающихся битов в двух бинарных векторах. Сеть должна выбрать образец с минимальным расстоянием Хэмминга до неизвестного входного сигнала, в результате чего будет активизирован только один выход сети, соответствующий этому образцу [1].

Особенностями данной сети являются наличие обратных связей и особенный входной вектор. На вход сети Хэмминга поточечно поступает бинарный вектор размерности 160000, который описывает контур распознаваемого объекта. Предварительно необходимо пропорционально изменить размерность изображения до величины 400\*400.

Построенная нейронная сеть состоит из двух слоев. Первый и второй слои имеют по 11 нейронов (количество классов). Нейроны первого слоя состоят из 160000 синапсов, соединенных с входами сети, образующими фиктивный нулевой слой.

Первый слой имеет однонаправленное распространение сигналов от входа к выходу и фиксированные значения весов.

Нейроны второго слоя связаны между собой ингибиторными (отрицательными обратными) синаптическими связями. Единственный синапс с положительной обратной связью для каждого нейрона соединен с его же аксоном. Таким образом, второй слой состоит из нейронов, связанных

обратными связями по принципу «каждый с каждым», при этом в каждом нейроне слоя существует автосвязь (связь входа нейрона со своим собственным выходом). Разные нейроны в слое связаны отрицательной (тормозящей) обратной связью с весом, выбранным для данной задачи:  $-0,05$ . С собственным входом нейрон связан положительной (возбуждающей) обратной связью с весом, равным  $+1$ . Пороговые веса нейронов приняты равными нулю. Нейроны этого слоя функционируют в режиме, при котором в каждой фиксированной ситуации активизируется только один нейрон, а остальные пребывают в состоянии покоя.

Выходной однонаправленный слой формирует выходной вектор, соответствующий входному вектору.

**Проектирование нейронной сети на основе адаптивной резонансной теории (АРТ).** Особенностью нейронных сетей с адаптивным резонансом является то, что они сохраняют пластичность при запоминании новых образов и в то же время предотвращают модификацию старой памяти. Нейросеть имеет внутренний детектор новизны – тест на сравнение предъявленного образа с содержимым памяти. При удачном поиске в памяти предъявленный образ классифицируется с одновременной уточняющей модификацией синаптических весов нейрона, выполнившего классификацию. Такую ситуацию называют возникновением адаптивного резонанса в сети в ответ на предъявление образа. Если резонанс не возникает в пределах некоторого заданного порогового уровня, то тест новизны считается успешным и образ воспринимается сетью как новый. Модификация весов нейронов, не испытавших резонанса, при этом не производится.

Сеть АРТ представляет собой векторный классификатор. Входной вектор классифицируется в зависимости от того, на какой из множест-

ва ранее предъявленных образов он похож. Свое классификационное решение сеть АРТ выражает в форме возбуждения одного из нейронов распознающего слоя. Если входной вектор не соответствует ни одному из хранящихся в памяти образов, создается новая категория путем запоминания образа, идентичного новому входному вектору. Если определено, что входной вектор похож на один из ранее запомненных с точки зрения определенного критерия сходства, зафиксированный системой вектор будет изменяться (обучаться) под воздействием нового входного вектора таким образом, чтобы стать более похожим на этот входной вектор [3].

Запомненный образ не будет изменяться, если текущий входной вектор не окажется достаточно похожим на него. Таким образом, решается дилемма стабильности–пластичности. Новый образ может создавать дополнительные классификационные категории, однако он не может заставить измениться существующую память.

На рис. 2 показана конфигурация сети АРТ, представленная в виде пяти функциональных модулей. Она включает два слоя нейронов: так называемые «слой сравнения» и «слой распознавания». Приемник 1, Приемник 2 и Сброс обеспечивают управляющие функции, необходимые для обучения и классификации.

**Результаты и их обсуждение.** Задача распознавания изображений разбивается на две части: на задачу приведения изображений к виду, удобному для распознавания, и собственно задачу распознавания. В связи с этим возникла потребность в разработке методов и средств построения формальных описаний изображений.

Для решения первой задачи проведен анализ различных моделей изображений, используемых как в когнитивной психологии, так и в анализе изображений. Исследованы следующие классы моделей изображений:

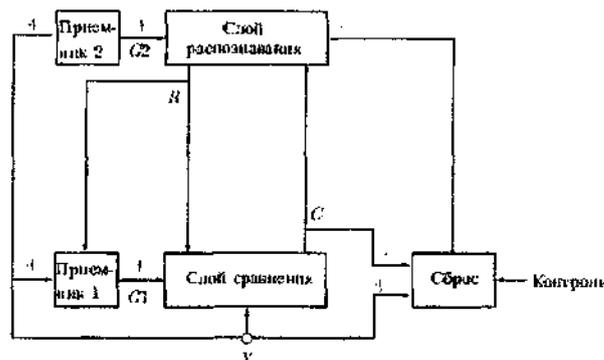


Рис. 2. Конфигурация сети АРТ.

1. Классы моделей, порождаемые методами когнитивной психологии:

Класс 1: модели, основанные на сопоставлении эталонов.

Класс 2: модели, основанные на наборе признаков.

Класс 3: модели, основанные на преобразовании Фурье.

Класс 4: структурные модели.

2. Классы моделей, порождаемые методами представления и обработки изображений:

Класс 1: тоновые и цветные изображения.

Класс 2: двухуровневые (или представляемые в нескольких «цветах») изображения.

В результате проведенного анализа была вы-

делена признаковая модель изображений как наиболее часто применяемая как в когнитивной психологии, так и в анализе изображений.

В качестве признаков выбраны геометрические инвариантные к повороту, сдвигу и масштабированию показатели.

Вторая задача решалась с помощью нейронных сетей. В результате вычислительных экспериментов была выбрана архитектура многослойного персептрона с 10 входами (признаки) и 11 выходами (количество видов распознаваемых объектов), состоящая из трех слоев. Вероятность скрещивания составляет 0,76, вероятность мутации – 0,003. Результаты работы сети представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Результаты анализа качества классификации с помощью многослойного персептрона**

Название группы образов	Количество изображений в группе	Количество верно классифицированных изображений	Процент верной классификации
<i>E. alabamensis</i>	33	21	63,64%
<i>E. auburnensis</i>	26	13	50,00%
<i>E. bovis</i>	28	14	50,00%
<i>E. brasiliensis</i>	54	45	83,33%
<i>E. bukidnonesis</i>	23	23	100,00%
<i>F. cylindrica</i>	38	26	68,42%
<i>E. ellipsoidalis</i>	42	25	59,52%
<i>E. zuernii</i>	22	14	63,63%
<i>E. subspherica</i>	38	19	50,00%
<i>E. wyomingensis</i>	47	30	63,83%
<i>E. canadensis</i>	7	6	85,71%

Таблица 2

**Результаты анализа качества классификации с помощью нейронной сети Хемминга**

Название группы образов	Количество изображений в группе	Количество верно классифицированных изображений	Процент верной классификации
<i>E. alabamensis</i>	33	20	60,61%
<i>E. auburnensis</i>	26	15	57,69%
<i>E. bovis</i>	28	14	50,00%
<i>E. brasiliensis</i>	54	43	79,63%
<i>E. bukidnonesis</i>	23	22	95,65%
<i>E. cylindrica</i>	38	25	65,79%
<i>E. ellipsoidalis</i>	42	25	59,52%
<i>E. zuernii</i>	22	11	50,00%
<i>F. subspherica</i>	38	27	71,05%
<i>E. wyomingensis</i>	47	30	63,83%
<i>E. canadensis</i>	7	5	71,43%

Таблица 3

## Результат работы сети, построенной на основе архитектуры АРТ

Название группы образцов	Количество изображений в группе	Количество верно классифицированных изображений	Процент верной классификации
<i>E. alabamensis</i>	33	7	21,21%
<i>E. auburnensis</i>	26	13	50,00%
<i>E. bovis</i>	28	20	71,43%
<i>E. brasiliensis</i>	54	25	46,30%
<i>E. bukidnonesis</i>	23	19	82,61%
<i>E. canadensis</i>	7	4	57,14%
<i>E. cylindrica</i>	38	21	55,26%
<i>E. ellipsoidalis</i>	42	30	71,43%
<i>E. subspherica</i>	38	15	39,47%
<i>E. wyomingensis</i>	47	24	51,06%
<i>E. zuernii</i>	22	22	100%

Результатом работы нейронной сети Кохонена является набор кластеров. Кластером будет являться группа векторов, расстояние между которыми внутри этой группы меньше, чем расстояние до соседних групп. При тестировании созданного алгоритма на паразитологических объектах из 11 классов распознаваемых объектов было выделено 11. Карты Кохонена позволяют в исследуемых образцах идентифицировать все группы паразитологических объектов.

В табл. 2 представлены результаты распознавания паразитологических объектов с помощью сети Хемминга.

Результаты распознавания ооцист эймерий крупного рогатого скота с помощью сети с адаптивным резонансом представлены в табл. 3.

**Заключение.** Нейронные сети могут быть использованы для идентификации ооцист эймерий крупного рогатого скота. Эффективность протестированных нейронных сетей (сеть Кохонена, Хемминга, многослойный перцептрон и сеть с

адаптивным резонансом) зависит от вида эймерий и при использованных настройках колеблется в пределах 21,21%–100%.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Суровцев, И.С. Нейронные сети / И.С. Суровцев, В.И. Ключкин, Р.П. Пивоварова. – Воронеж: ВГУ, 1994. – 224 с.
2. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика // Эврика [Электронный ресурс] / Ф. Уоссермен; пер. Ю.А. Зуева, В.А. Точенова. – 1992. – Режим доступа: <http://evrika.tsi.lv/index.php?name=texts&file=show&f=410>. – Дата доступа: 20.02.2014.
3. Арутюнян, А.Л. Современные реализации нейронных сетей адаптивного резонанса / А.Л. Арутюнян // Электроника и связь. – 2003. – № 20.

## REFERENCES

1. Arutunian A.L. Elektronika i sviaz [Electronics and Communication], M., 2003, № 20.
2. Surovtsev I.S., Kliukin V. I., Pivovarova R.P. Neironniye seti [Neuron networks], Voronezh: VGU, 1994, 224 p.
3. Wasserman F. (Translation into Russian by Zuyev Yu.A.) Neirokompyuternaya tehnika: Teoriya i praktika [Neuro Computer Technology: Theory and Practice], 1992: <http://evrika.tsi.lv/index.php?name=texts&file=show&f=410>. – Access date: 20.02.2014.

Поступила в редакцию 03.03.2014. Принята в печать 21.04.2014

Адрес для корреспонденции: e-mail: korchevskaya.elena@tut.by -- Корчевская Е.А.

## Высшая водная растительность озера Ямно

С.Э. Латышев, Л.М. Мерзвинский, Ю.И. Высоцкий

Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»

В статье дана геоботаническая характеристика высшей растительности озера Ямно, расположенного на севере Белорусского Поозерья в Россонском районе на территории республиканского ландшафтного заказника «Синьша».

Цель исследования – изучение высшей водной растительности озера Ямно, определение характерных особенностей растительности озера и установление степени зарастания, определение годовой продукции и продуктивности макрофитов, составление электронной векторной карты растительности озера.

**Материал и методы.** Озеро Ямно расположено на севере Беларуси в Россонском районе на территории республиканского ландшафтного заказника «Синьша». Относится к бассейну реки Дриссы. В озеро впадают 6 ручьев, вытекает ручей в озеро Усвеча. По комплексной классификации О.Ф. Якушко озеро Ямно относится к эвтрофному типу. Изучение высшей водной растительности произведено 14 августа 2013 года. Исследование проводилось по общепринятым методикам И.М. Распопова и В.М. Катанской. Было заложено 30 учетных площадок и 7 профилей зарастания.

**Результаты и их обсуждение.** Данные, полученные на тестовых полигонах, заносились в специальные бланки для описания высшей водной растительности. По результатам исследований составлены схема зарастания озера и табл., в которой даны список ассоциаций и продуктивность, площадь, которую они занимают в водоеме, их продукция. При обследовании озера нами были использованы компьютерные технологии для картирования водной растительности. Маршрут обследования водоема фиксировался прибором спутниковой навигации марки GPSmap60CSx фирмы GARMIN.

Макрофитную растительность озера формируют полоса воздушно-водной растительности, полоса растений с плавающими на поверхности воды листьями. Характерной особенностью водоема является отсутствие полосы погруженной растительности и полосы водных мхов и харовых водорослей. Составлена схема зарастания озера, приведены сведения о восьми растительных ассоциациях, их продуктивности и величине продукции. Воздушно-водную растительность представляет в основном тростник обыкновенный *Phragmites australis*. Основным строителем полосы растений с плавающими на поверхности воды листьями является кубышка желтая *Nuphar lutea*.

**Заключение.** Высшая водная растительность озера Ямно занимает 6,58 га, что составляет 7,2% от площади всего водоема. За вегетационный период макрофиты озера образуют 26,193 т фитомассы, или 28,47 г/м<sup>2</sup>.

**Ключевые слова:** озеро Ямно, высшая водная растительность, макрофиты, зарастание, фитоценозы, ассоциация, продукция, продуктивность, мониторинг растительности, ГИС технологии, электронная векторная карта.

## Upper Aquatic Vegetation of Lake Yamno

S.E. Latyshev, L.M. Merzhvinski, Yu.I. Vysotski

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

Geobotanical characteristics of the upper vegetation of Lake Yamno, which is located in the north of Belarusian Lake District (Poozeriye) in Rossony District on the territory of the National Landscape Reserve of Synsha, is presented in the article.

The purpose of the research is to study the upper aquatic vegetation of Lake Yamno, to identify characteristic features of the Lake vegetation and to find out the degree of overgrowth, to identify annual product and productivity of macrophytes, to make up a computer vector map of the Lake vegetation.

**Materials and methods.** Lake Yamno is located in the north of Belarusian Lake District (Poozeriye) in Rossony District on the territory of the National Landscape Reserve of Synsha. It belongs to the River Drissa basin. 6 streams flow into the Lake. one stream flows out into Lake Usvecha. According to complex classification by O.F. Yakushko Lake Yamno is of eutrophy type. The study of the upper vegetation was conducted on August 14, 2013. The study was carried out according to I.M. Raspopov and V.M. Katanskaya established methods. 30 control sites were established and 7 profiles of overgrowth.

**Findings and their discussion.** Data obtained on test sites were entered into special forms for the description of upper aquatic vegetation. According to the results of the study a growth scheme and a chart with the list of associations and productivity, area, which they take in the Lake, their product, were compiled. Computer technologies for mapping aquatic vegetation were used. The itinerary of the study of the water body was fixed by a satellite navigation device of GARMIN GPSmap60CSx.

A strip of air-aquatic vegetation and a strip of plants with floating leaves are typical of the Lake. Lack of the strip of submersed vegetation as well as a strip of aquatic moss and charophytes is typical of the Lake. The Lake growth scheme was compiled; data on 8 vegetation associations, their productivity and the amount of product were presented. Air and aquatic vegetation is presented mainly by *Phragmites australis*. Main builder of the strip of plants with floating leaves is *Nuphar lutea*.

**Conclusion.** Upper aquatic vegetation of Lake Yamno takes 6,58 hectares, which is 7,2% of the Lake area. During the vegetation period macrophytes of the Lake produce 26,193 t of phytomass, or 28,47 h/m<sup>2</sup>.

**Key words:** Lake Yamno, upper aquatic vegetation, macrophytes, overgrowth, phytocenoses, association, product, productivity, vegetation monitoring, geo information technologies, computer vector map.

Работа по изучению флоры и растительности водоемов республиканского ландшафтного заказника «Синьша» осуществляется в рамках выполнения задания 5.2.22 «Оценка современного состояния биоразнообразия и ресурсного потенциала Белорусского Поозерья как основа для его сохранения и рационального использования» ГПНИ «Химические технологии и материалы, природно-ресурсный потенциал» подпрограммы 5 «Природно-ресурсный потенциал» раздела «Биоразнообразие, биоресурсы и экотехнологии».

Цель исследования – изучение флоры и высшей водной растительности озера Ямно. Для достижения этого были поставлены задачи: выявить характерные особенности высшей растительности озера и установить степень зарастания, определить годовую продукцию и продуктивность макрофитов, составить электронную векторную карту водной растительности озера.

**Материал и методы.** Озеро Ямно расположено на севере Беларуси в Россономском районе (27 км на северо-восток от г.п. Россоны, 3 км на северо-запад от деревни Шерстово) на территории республиканского ландшафтного заказника «Синьша». Относится к бассейну реки Дриссы. Площадь водоема составляет 0,92 км<sup>2</sup>. Длина 1,56 км, максимальная ширина 0,72 км. Средняя глубина составляет 2,3 м, максимальная глубина 3,8 м. Длина береговой линии 4,95 км, площадь водосбора 13,4 км<sup>2</sup> [1].

Склоны котловины высотой до 3 м, поросшие лесом. Дно до глубины 2 м песчаное, глубже выстлано сапропелем. В озеро впадают 6 ручьев, вытекает ручей в озеро Усвеча [2]. Прозрачность по диску Секке составляет 0,5 м. По комплексной классификации О.Ф. Якушко озеро Ямно относится к эвтрофному типу [3].

Изучение высшей водной растительности произведено 14 августа 2013 года. Исследование проводилось по общепринятым методикам И.М. Распопова [4] и В.М. Катанской [5]. При изучении флоры и растительности обследованного водоема применялся маршрутный метод исследований. В связи с тем, что водоем имеет небольшую площадь и однотипный характер зарастания высшей водной растительностью, было заложено 30 учетных площадок и 7 профилей зарастания. Данные, полученные на тестовых полигонах, заносились в специальные бланки для описания высшей водной растительности.

В этих бланках отмечались высота растений, глубина произрастания, обилие и проективное покрытие, характер грунта, на котором произрастает фитоценоз, и площадь фитоценоза. Для определения точной глубины произрастания и учета видов погруженной растительности использо-

вали двухъярусную железную кошку со шкалой глубин. Продуктивность ассоциаций учитывали на площадках 0,25, 1, 4 и 9 м<sup>2</sup>. По результатам исследований составлены схема зарастания озера (рис. 2–6) и табл., в которой даны список ассоциаций и продуктивность, площадь, которую они занимают в водоеме, их продукция.

При обследовании озера нами были использованы компьютерные технологии для картирования водной растительности. Маршрут обследования водоема фиксировался прибором спутниковой навигации марки *GPSmap60CSx* фирмы *GARMIN*. Границы обнаруженных растительных ассоциаций заносились в память *GPS*-навигатора как путевые точки с точными географическими координатами (рис. 1).

Впоследствии данные с *GPS*-навигатора передавались в специальную программу *OziExplorer 3.95.4m*. Эта программа переносит географические данные путевых точек и пройденного пути на топографическую карту и сохраняет их в отдельный файл. С использованием программного комплекса ГИС «Карта 2008» на основе топографической карты с нанесенными на нее *GPS*-координатами путевых точек и записи пути движения лодки при обследовании водной растительности средствами ГИС составлена электронная картосхема растительности озера Ямно.

**Результаты и их обсуждение.** Исключительной особенностью озера Ямно является крайне низкий видовой состав высшей водной растительности, который включает 8 видов. К ним относятся 4 представителя полосы воздушно-водной растительности, 3 представителя полосы растений с плавающими на поверхности воды листьями и 1 представитель полосы погруженной растительности. Такой бедный видовой состав макрофитов более характерен для олиготрофных либо дистрофных водоемов [3]. Кроме того, в озере Ямно отсутствуют полосы погруженной растительности и полосы водных мхов и харовых водорослей, что также является специфической особенностью этого водоема.

Полоса воздушно-водной растительности преобладает как по количеству видов, так и по занимаемой площади. Зарастание носит поясной характер. Ширина полосы воздушно-водной растительности колеблется от 2 до 50 м, в среднем по озеру 10 м. Представителями гелофитов являются *Phragmites australis* (Cav) Trin. ex Steud., *Schoenoplectus lacustris* (L.) Palla, *Equisetum fluviatile* L., *Acorus calamus* L. (рис. 2–3).

Доминирующее положение среди представителей воздушно-водной растительности занимает тростник обыкновенный. Ассоциация

(*Phragmites australis* – *ass.*) представляет собой пояс зарослей, который прерывается в месте вытекания ручья. Высота растений 220–270 см, произрастают до глубины 1,5 м. Грунт песок. Максимального развития тростник обыкновен-

ный достигает в фитоценозе, локализованном у мыса на юго-восточном побережье. Ширина зарослей здесь около 50 м, обилие составляет 5–6 баллов, а проективное покрытие до 60% (рис. 3).

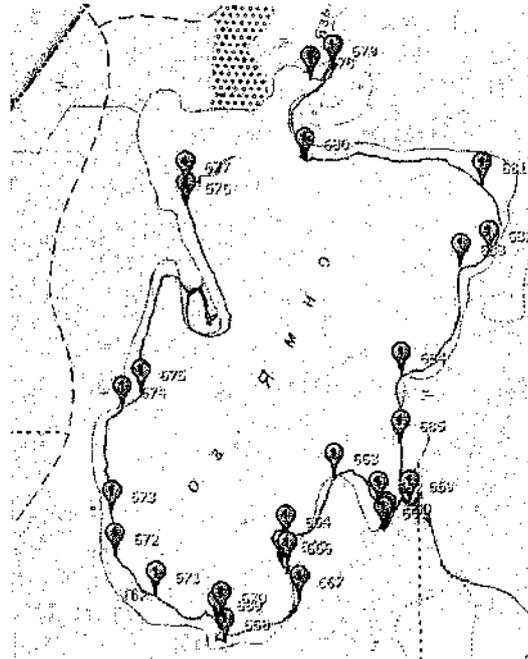


Рис. 1. Путь обследования водоема и точки GPS на границах растительных ассоциаций.

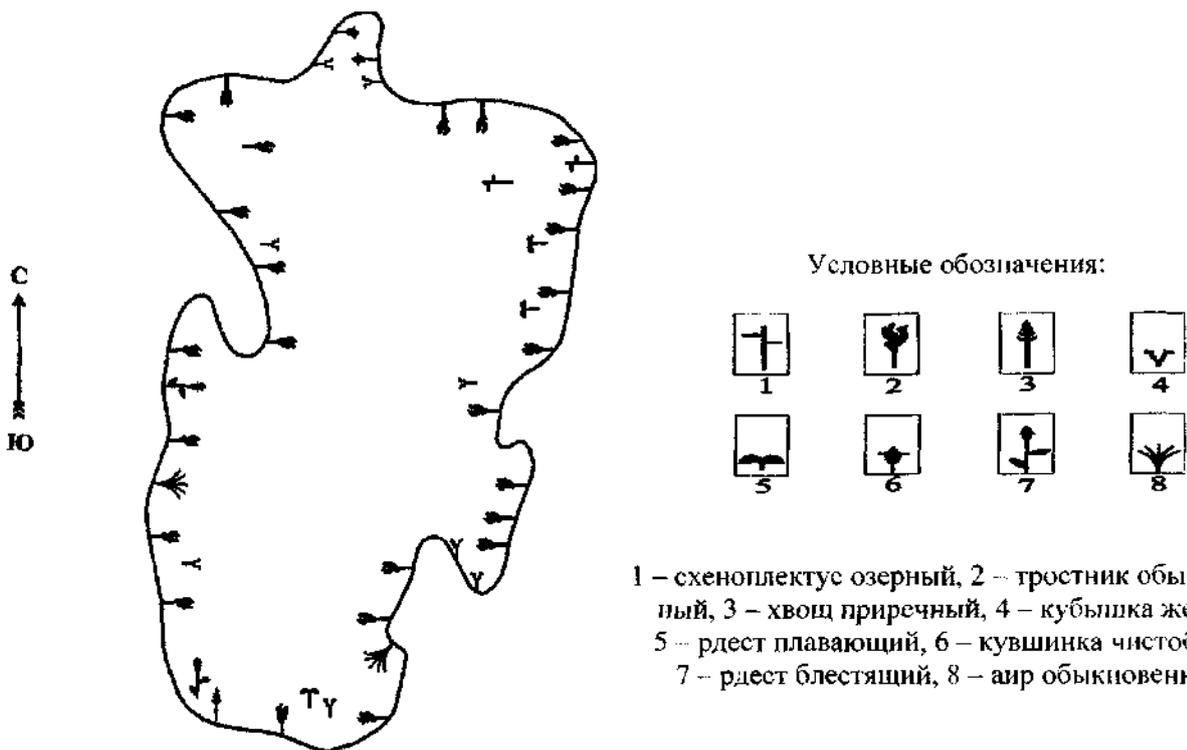


Рис. 2. Схема распространения макрофитов озера Ямно.

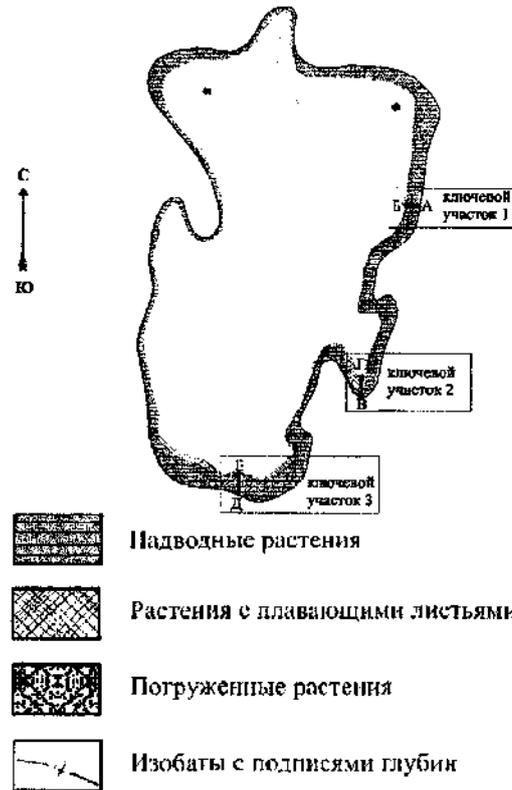


Рис. 3. Схема зарастания озера Ямно, 2013.

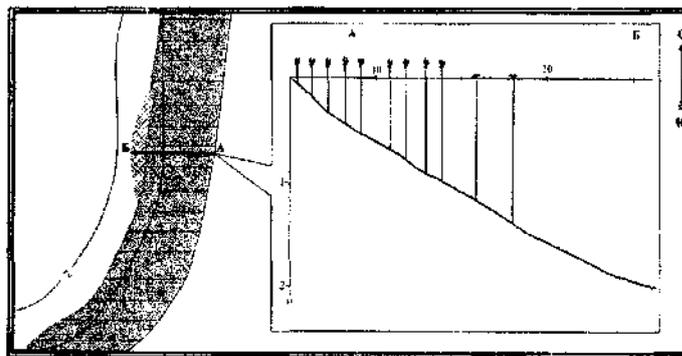


Рис. 4. Распределение растительности по глубине на ключевом участке 1.

Наименьшего развития достигают фитоценозы, расположенные вдоль всего западного побережья (рис. 3). Ширина зарослей здесь редко превышает 5 м, обилие составляет 2–3 балла, проективное покрытие 20–30%. В фитоценозах тростника обыкновенного встречаются все представители высшей водной растительности, характерные для озера Ямно.

У юго-восточного, южного и северного побережий (рис. 3) произрастают фитоценозы тростника обыкновенного с кубышкой желтой, формирующие ассоциацию (*Phragmites australis* – *Nuphar lutea* – ass.). Глубина произрастания до 2 м.

Грунт песок, ил. Наибольшего развития достигает фитоценоз, локализованный у северного побережья, рядом с местом вытекания ручья. Обилие тростника обыкновенного составляет 4–5 баллов. Обилие кубышки желтой 3–4 балла. Проективное покрытие соответственно 40–50% и 50–60%.

Ассоциация (*Schoenoplectus lacustris* – ass.) состоит из нескольких фитоценозов, произрастающих у северо-восточного побережья (рис. 1). Высота растений 250–300 см. Глубина произрастания 1,5 м. Грунты илистые и песчаные. Обилие схеноплектуса озерного составляет 4–5 баллов, проективное покрытие 40–50%.

Фитоценозы аира обыкновенного произрастают у южного и юго-западного побережья, имеют малые площади и образуют ассоциацию (*Acorus calamus* – ass.). Высота растений 100–150 см. Грунт песок. Глубина произрастания 0,5–1 м. Обилие аира составляет 2–3 балла, проективное покрытие 30–40%.

Полоса растений с плавающими на поверхности воды листьями представлена фрагментарно и приурочена к локалитетам, защищенным от волнобоя (рис. 3). Представителями полосы являются *Nuphar lutea* (L.) Smith, *Nymphaea candida* J. et C. Presl, *Potamogeton natans* L.

Кубышка желтая является доминирующим видом полосы растений с плавающими на поверхности воды листьями. Ассоциации (*Nuphar lutea* – ass.) состоят из фитоценозов, произрастающих почти по всему озеру, на глубинах от 0,5 до 2 м и приурочены в основном к илистым грунтам. Наибольшего развития достигают фитоценозы, произрастающие у южного и юго-восточного побережья. Ширина зарослей дости-

гает 40 м, обилие 4 балла, а проективное покрытие 80%.

Ассоциация (*Nuphar lutea* – *Equisetum fluviatile* – ass.) представлена единственным фитоценозом, произрастающим у южного побережья. Глубина произрастания 0,5 м. Грунт песок. Обилие хвоща приречного 2 балла, проективное покрытие 20%. Обилие кубышки желтой составляет 4 балла, проективное покрытие 80%. Также в этом фитоценозе встречаются единичные экземпляры представителя погруженной растительности *Potamogeton lucens* L. (рис. 2, 5).

У северного побережья (рис. 2), в месте вытекания ручья, локализованы фитоценозы кубышки желтой и кувшинки чистобелой, формирующие ассоциацию (*Nuphar lutea* + *Nymphaea candida* – ass.). Ассоциация занимает весь залив, у берега заросли более плотные, в середине разреженные. Обилие кубышки желтой колеблется от 2 до 3 баллов, обилие кувшинки чистобелой от 1 до 2 баллов. Проективное покрытие соответственно 30–40% и 20–30%.

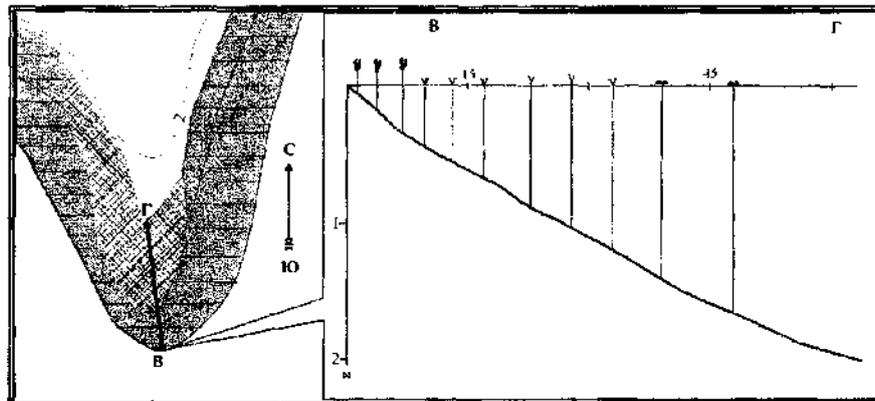


Рис. 5. Распределение растительности по глубине на ключевом участке 2.

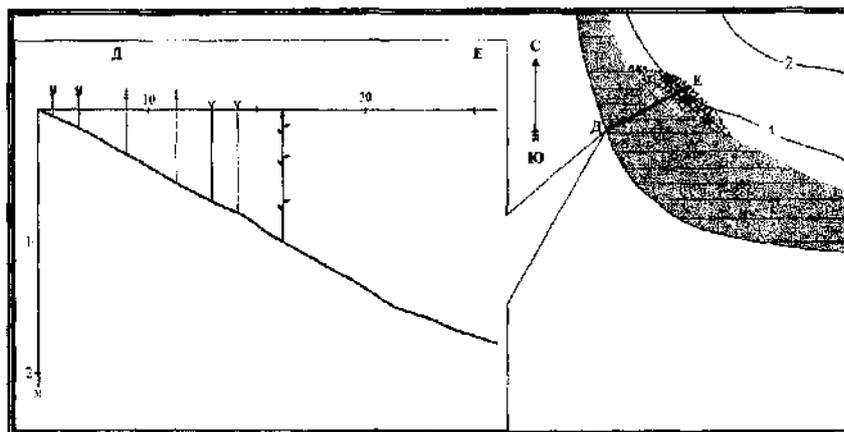


Рис. 6. Распределение растительности по глубине на ключевом участке 3.

**Площадь ассоциаций, их продуктивность и общая продукция  
высших растений озера Ямно**

№	Ассоциация	Площадь, га	Продуктивность, г/м <sup>2</sup>	Фитомасса, т
1.	<i>Phragmites australis</i>	3,96	510	20,196
2.	<i>Phragmites australis</i> – <i>Nuphar lutea</i>	0,4	450	1,8
3.	<i>Schoenoplectus lacustris</i>	0,05	400	0,2
4.	<i>Acorus calamus</i>	0,02	310	0,062
5.	<i>Nuphar lutea</i>	1,4	200	2,8
6.	<i>Nuphar lutea</i> – <i>Equisetum fluviatile</i>	0,05	190	0,095
7.	<i>Nuphar lutea</i> + <i>Nymphaea candida</i>	0,5	160	0,8
8.	<i>Potamogeton natans</i>	0,2	120	0,24
Всего:		6,58		26,193

Фитоценозы рдеста плавающего произрастают в основном у восточного побережья, имеют небольшие размеры и образуют ассоциацию (*Potamogeton natans* – ass.). Глубина произрастания 1,5–2 м, грунты илстые. Обилие рдеста плавающего составляет 2–3 балла, проективное покрытие 20–30%.

**Заключение.** Известно, что видовой состав водных растительных сообществ позволяет довольно точно характеризовать состояние экосистемы водоема. Нами установлено, что особенностью озера Ямно является крайне низкий видовой состав высшей водной растительности, который включает 8 видов, которые образуют 8 растительных ассоциаций (табл.). Такой бедный видовой состав макрофитов более характерен для олиготрофных либо дистрофных водоемов [3]. Кроме того, в озере Ямно отсутствуют полосы погруженной растительности и полосы водных мхов и харовых водорослей, что также является специфической особенностью этого водоема.

Высшая водная растительность озера Ямно занимает 6,58 га, что соответствует 7,2% от площади всего водоема. Площадь воздушно-водной растительности 4,43 га, что составляет 67% от общей площади зарастания макрофитами. Продукция воздушно-водной растительности 22,26 т, или 85% от всей фитомассы макрофитов. Полоса растений с плавающими на поверхности воды листьями занимает площадь 2,15 га (33% от общей площади макрофитов) и образует 3,94 т фитомассы, или 15% от общей фитомассы макрофитов. Всего за вегетационный период макрофиты озера продуцируют 26,193 т фитомассы, или 28,47 г/м<sup>2</sup>. При пересчете на органический углерод по Распопову [4] это равно 11,4 г/м<sup>2</sup>.

По рыбохозяйственной классификации озеро Ямно относится к лещево-щучье-плотвичному типу. Местность вокруг озера холмистая, заросшая лесом, местами сильно заболочена, труднодоступная, прак-

тически незаселенная. Поэтому антропогенная нагрузка на экосистему озера Ямно минимальная. Хозяйственное использование связано в основном с рыбной ловлей. В окрестных лесах производится сбор грибов и ягод.

Полученные данные являются основой для долгосрочного мониторинга состояния экосистемы озера. Используя их, можно будет разрабатывать мероприятия по минимизации негативных воздействий антропогенных факторов и сохранению ландшафтного и биологического разнообразия этой территории, по рациональному природопользованию и развитию экотуризма.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дзісько, Н.А. Блакітная кніга Беларусі: энцыклапедыя / Н.А. Дзісько [і інш.]. – Мінск: БелЭн, 1994. – 415 с.
2. Власов, Б.П. Озера Беларуси: справочник / Б.П. Власов, О.Ф. Якушко, Г.С. Гигевич, А.Н. Рачевский, Е.В. Логинова. – Минск: БГУ, 2004. – 284 с.
3. Якушко, О.Ф. Озероведение / О.Ф. Якушко. – 2-е изд., перераб. – Минск: Выш. шк., 1981. – 223 с.
4. Распопов, И.М. Высшая водная растительность больших озер Северо-Запада СССР / И.М. Распопов. – Л.: Наука, 1985. – 196 с.
5. Катанская, В.М. Высшая водная растительность континентальных водоемов СССР. Методы изучения / В.М. Катанская. – Л.: Наука, 1981. – 187 с.

#### REFERENCES

1. Dzisko N.A. Blakitnaya kniga Belarusi: Entsiklopediya [Blue Book of Belarus: Encyclopedia], Mn.: BelEn, 1994, 415 p.
2. Vlasov B.P., Yakushko O.F., Gigevich G.S., Rachevski A.N., Loginiva E.V. Oзера Belarusi: Spravochnik [Lakes of Belarus: Directory], Minsk: BGU, 2004, 284 p.
3. Yakushko O.F. Ozerovedeniye [Lake Studies], Mn.: Vysh.shk., 1981, 223 p.
4. Raspopov I.M. Vysshaya vodnaya rastitelnost bolshih ozer Severo-Zapada SSSR [Upper Aquatic Vegetation of Big Lakes of the North-West of the USSR], L.: Nauka, 1985, 196 p.
5. Katanskaya V.M. Vysshaya vodnaya rastitelnost kontinentalnih vodoemov SSSR. Metodi izucheniya [Upper Aquatic Vegetation of Continental Water Bodies of the USSR. Methods of Study], L.: Nauka, 1981, 187 p.

Поступила в редакцию 12.03.2014. Принята в печать 21.04.2014  
Адрес для корреспонденции: e-mail: leonardm@tut.by – Мерзвинский Л.М.

## О НОВОМ МЕСТОНАХОЖДЕНИИ *Cladium mariscus* (L.) Pohl в Беларуси

И.И. Шимко\*, С.С. Терещенко\*\*, И.П. Вознячук\*\*

\*Учреждение образования «Витебская ордена “Знак почета” государственная академия ветеринарной медицины»

\*\*Государственное научное учреждение «Институт экспериментальной ботаники имени В.Ф. Купревича Национальной академии наук Беларуси»

Выявление новых мест произрастания редких видов растений – один из важных этапов в формировании представлений об их ареале и экологии.

Цель работы – комплексная флористическая характеристика нового местопроизрастания редкого (I (CR) категории национального природоохранного статуса) реликтового вида для территории Беларуси – *Cladium mariscus* (L.) Pohl, выявленного в прибрежной полосе озера Броднонок.

**Материал и методы.** В полевых условиях применен метод эколого-фитоценологического профилирования, при обработке материалов использовался метод Браун-Бланке.

**Результаты и их обсуждение.** Численность популяции на площади 240 кв.м составляет 49 генеративных особей со средней плотностью 2,2 шт./кв.м (при максимальной встречаемости – 11 шт./кв.м). Жизненное состояние оценивается как «хорошее» (балл 4 из 5). Основное скопление растений *C. mariscus* отмечено на протяжении 40 м вдоль прибрежной полосы озера на глубине 0,2–0,8 м, менее обильно – на прилегающем к водоему низинном болоте, на расстоянии до 6 м от уреза воды. Определена фитоценологическая приуроченность *C. mariscus*. В пределах эколого-фитоценологического профиля выделено 5 ассоциаций. Участие *C. mariscus* отмечено в составе асс. *Phragmitetum communis*, присутствие в асс. *Calamagrostidetum canescentis* и предполагает наличие кальцефитных подстилающих пород. Негативными факторами, лимитирующими распространение вида, рассматриваются природные сукцессии болотообразования и подтопление участка бобрами.

**Заключение.** В границах популяции заложен постоянный пункт наблюдений. Результаты исследований являются основой для дальнейшего мониторинга состояния популяции и изучения биолого-экологических особенностей вида *C. mariscus* на регулярной основе.

**Ключевые слова:** *Cladium mariscus* (L.) Pohl, эколого-фитоценологическая приуроченность, жизнеспособность.

## About New Location of *Cladium mariscus* (L.) Pohl in Belarus

I.I. Shimko\*, S.S. Tereschenko\*\*, I.P. Voznyachuk\*\*

\*Educational establishment «Vitebsk “Sign of Honour” Order State Academy of Veterinary Medicine»

\*\*State scientific establishment «V.F. Kuprevich Institute of Experimental Botany of the National Academy of Sciences of Belarus»

Identification of new locations of rare plant species is one of the most important stages in the formation of perceptions of their natural habitat and ecology.

The purpose of the article was the complex floristic characteristic of a new growth site of the rare (I (CR) category of the national conservation status, a relict species in Belarus – *Cladium mariscus* (L.) Pohl, which was found at the lakefront of Lake Brodonok.

**Material and methods.** In the field the method of eco-phytocenotic profiling and in material processing Braun-Blanquet method were used.

**Results and discussion.** The population size is 49 generative individuals on the area of 240 sq.m, with an average density of 2,2 pc./sq.m (maximum occurrence – 11 pcs./sq.m). Living condition is assessed as «average» (score 4 out of 5). The main cluster of plants *C. mariscus* is observed within 40 m along the lakefront at the depth of 0,2–0,8 m, less abundantly – on the adjacent fens of the water body, at a distance of up to 6 m from the water. Phytocenotic confinement of *C. mariscus* was defined. Within the eco-phytocenotic profile 5 associations were allocated. Participation of *C. mariscus* in composition of ass. *Phragmitetum communis*, presence in the composition of ass. *Calamagrostidetum canescentis* were noted and it assumes the presence of calcium phytites underlying rocks. Negative factors limiting the distribution of this species are natural succession bog formation and beavers flooding.

**Conclusion.** Within the boundaries of the population constant observation site was founded. Findings of the research are the basis for further monitoring of population status and studying biological and environmental peculiarities of *C. mariscus* on a regular basis.

**Key words:** *Cladium mariscus* (L.) Pohl, ecological and phytocenotic confinement, vitality.

**В**ывявление новых мест произрастания редких видов растений – один из важных этапов в формировании представлений об их ареале и экологии. В 2013 году обнаружено новое местонахождение меч-травы обыкновенной (*Cladium mariscus* (L.) Pohl), значительно удаленное от известных ранее.

В Беларуси *C. mariscus* – реликтовый вид (рис. 1), имеющий I (CR) категорию национального природоохранного статуса [1]. На сопредельных с Беларусью территориях он включен в список видов Красных книг Прибалтики, Украины, Российской Федерации [2–4]. Основная часть ареала типового подвида охватывает южную часть Скандинавии, Атлантическую, Среднюю и Восточную (до Заволжья) Европу.

На территории Беларуси до недавнего времени вид был известен из одного локалитета, расположенного в Мядельском районе Минской области на территории «Голубых озер», входящих в настоящее время в состав ГПУ «Национальный парк «Нарочанские озера»». Здесь в прибрежной зоне озер Глубелька и Ячменец *C. mariscus* впервые была собрана Н.К. Кудряшовой в 1967 году [1]. Позже специалистами Национальной академии наук Республики Беларусь, вузов страны и сотрудниками научного отдела НП «Нарочанские озера» отмечалось значительное варьирование численности особей в наблюдаемые годы, а в отдельные периоды вид не выявлялся вовсе.

Цель статьи – комплексная флористическая характеристика нового местопроизрастания редкого для территории Беларуси вида – *Cladium mariscus* (L.) Pohl.

**Материал и методы.** Изучение эколого-фитоценотической приуроченности *C. mariscus* в новом локалитете проведено согласно общепринятым методикам. Геоботанические описания выполнены на пробных площадях, заложенных по линии эколого-фитоценотического профиля (ЭФП) [5]. Названия таксонов сосудистой флоры даны по С.К. Черепанову [6]. Для оценки количественного участия видов применена 7-балльная шкала [7]. Обработка описаний выполнена по методу Браун-Бланке [7–8]. При установлении синтаксонов использованы единые блоки диагностических видов, что соответствует тенденции развития флористической классификации в Европе [9]. Названия синтаксонов приведены в соответствии с Международным кодексом фитоценологической номенклатуры [10]. Идентификация выделенных синтаксонов осуществлялась по работам отечественных [11] и зарубежных [12] авторов. Жизненность популяции оценива-

лась по методике мониторинга охраняемых видов растений [13]. В данном локалитете заложен постоянный пункт наблюдений, который включен в сеть мониторинга охраняемых видов растений в рамках Государственной программы обеспечения функционирования и развития Национальной системы мониторинга окружающей среды в Республике Беларусь на 2011–2015 гг.

**Результаты и их обсуждение.** Новое местонахождение выявлено на территории республиканского ландшафтного заказника «Синьша», расположенного в Россонском районе Витебской области на границе с Себежским районом Псковской области России. Растения отмечены в прибрежной части озера Бродонок, которое находится в 2,2 км к северо-востоку от д. Воронино Горбачевского сельского совета (рис. 2).

На сопредельных с Беларусью территориях в Псковской области России и Литве *C. mariscus* встречается значительно чаще [2–3]. Исходя из этого выявленное нами местонахождение вполне предсказуемо и следует ожидать, что при более детальном изучении флоры севера Беларуси количество местонахождений вида может быть увеличено. При этом ограниченность его распространения в республике и крайняя «редкость», вероятнее всего, являются следствием недостаточного распространения высокоминерализованных болотистых экотопов, которые в большей степени встречаются в Прибалтийских странах и некоторых районах Псковской области России.

*C. mariscus* относится к видам «кальцефилам» и в экологическом отношении предпочитает карбонатные почвы [1–2; 4]. В известных ранее местонахождениях он произрастает в прибрежной полосе озер с высокой минерализацией воды и высоким содержанием в ней карбонатных солей. В прибрежной части оз. Глубелька растения отмечены на заиленном и заторфованном грунте на глубине 0,2–0,5 м. На северо-западе России, как и в Прибалтийских странах, кроме побережий озер, *C. mariscus* встречается также на ключевых болотах [2]. На данном участке имеется сток воды с болота в озеро и вполне возможно, подстилаемого карбонатными породами. К сожалению, провести исследование химического состава воды в озере и почвенных проб в пределах профиля в рамках данных исследований не представилось возможным.

В новом местонахождении основное скопление особей *C. mariscus* отмечено на протяжении 40 м вдоль северо-северо-восточной береговой линии озера на глубине 0,2–0,8 м. Менее обильно на прилегающем к водоему низинном болоте: на

расстоянии до 6 м от уреза воды. Численность популяции на площади 240 кв.м составляет 49 генеративных особей со средней плотностью 2,2 шт./кв.м (при максимальной встречаемости – 11 шт./кв.м). Проективное покрытие вегетирующих растений на отдельных учетных площадках

(1 кв.м) достигает 100%. Единичные особи отмечены у береговой линии на удалении от основного фрагмента на расстоянии 50 м. Следует отметить, что более по береговой линии растения *C. mariscus* не выявлены. Жизненное состояние популяции оценивается как «хорошее» (балл 4 из 5).

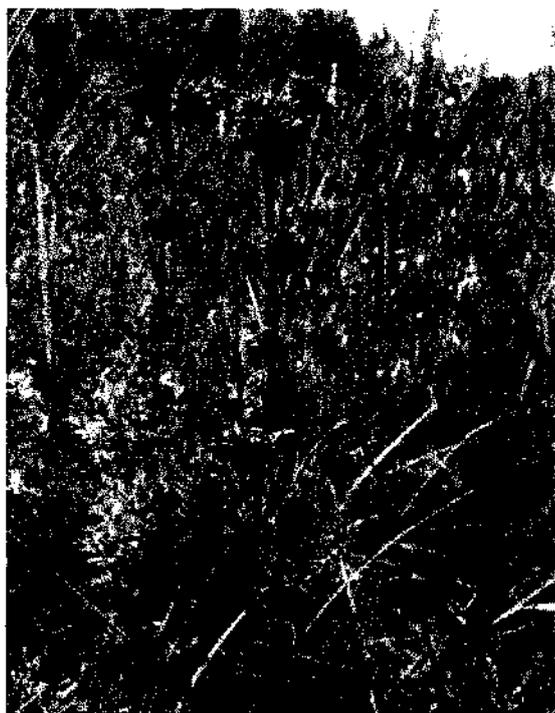


Рис. 1. *Cladium mariscus* (L.) Pohl: соцветие в фазу плодоношения (побережье оз. Бродонок).

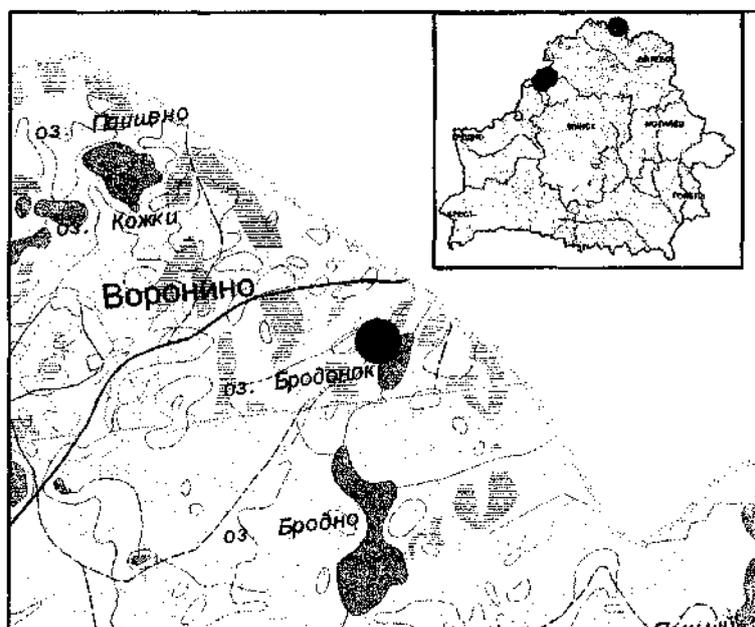


Рис. 2. Местонахождения *C. mariscus* на территории Беларуси и в заказнике «Синьша».

Для учета растительных сообществ и изучения особенностей экотопов нами заложен эколого-фитоценотический профиль (ЭФП), протянувшийся от крайней границы произрастания гидрофитов до лесного массива коренного берега. В пределах профиля выделены 5 ассоциаций общей протяженностью 157 м: асс. *Potametum natantis* – 20 м, асс. *Phragmitetum communis* – 3 м, *Calamagrostidetum canescentis* – 4 м, *Molinio (coeruleae)-Pinetum (sylvestris)* – 70 м, *Caricetum lasiocarpae* – 60 м. Ниже представлен продромус (перечень) выделенных нами синтаксонов. Структура и видовой состав травяных сообществ в пределах ЭФП приведены в табл.

**Синтаксономическое положение растительных сообществ ЭФП**

Класс *Potametea* Klika in Klika et Novák 1941 em. R. Tx. et Preising 1942 – сообщества пресноводных водоемов

Порядок *Littorelletalia (uniflorae)* Koch 1926

Союз *Potamion graminei* (Den Hartog & Segal 1964) Westhoff & Den Held 1969

Асс. *Potametum natantis* Sob 1927 em. Oberdorfer 1977

Класс *Phragmito-Magnocaricetea* Klika (1942) 1944 – болотистые травяные сообщества

Порядок *Phragmitetalia (communis)* Koch 1926 em. Pignatti 1953

Союз *Phragmition communis* Koch 1926  
Асс. *Phragmitetum communis* (Koch 1926) Gams 1927 em. Schmale 1939

Класс *Molinio-Arrhenatheretea* R. Tx. 1937 – сообщества ксеромезофитных, настоящих (эумезофитных) и сырых лугов

Порядок *Molinietalia (coeruleae)* Koch 1926

Союз *Filipendulion ulmariae* (Br.-Bl. 1947) Lohm. ap. Oberd. et al. 1967 em. Balatova-Tulačkova 1978

Асс. *Calamagrostidetum canescentis* Simon 1960 Brezina et al. 1963 em. Peciar 1967

Класс *Vaccinio-Piceetea (abietis)* Br.-Bl. in Br.-Bl., Sissingh et Vlieger 1939 – сообщества бореальных, преимущественно еловых, лесов

Порядок *Pinetalia sylvestris* Oberd. 1957

Союз *Dicrano-Pinion (sylvestris)* (Libbert 1933) Wl. Matuszkiewicz 1962 em Oberdorfer 1979

Асс. *Molinio (coeruleae)-Pinetum (sylvestris)* (J. Matuszkiewicz 1973) Matuszkiewicz 1984

Класс *Scheuchzerio-Caricetea fuscae* Nordh. 1936 em. Br.-Bl. et Tx. 1943 – ацидофильные сообщества травяных болот

Порядок *Scheuchzerietalia palustris* Nordhagen 1936

Союз *Caricion lasiocarpae* Van den Bergh. in Lebrun et al. 1949

Асс. *Caricetum lasiocarpae* (Osvald 1923) Koch 1926 em. Klika 1935

Таблица

**Структура и видовой состав травянистых сообществ**

№ п/п	Название растений	Ярус	Средняя высота, м	Фенофаза	Жизненность, балл	Проективное покрытие, %	Обилие, балл
1	2	3	4	5	6	7	8
ПП 1 Ассоциация <i>Potametum natantis</i>							
1.	<i>Sparganium erectum</i>	I	0,28	вег	4	1	1
2.	<i>Nymphaea candida</i>	I	0,25	цв	3	2	1
3.	<i>Nuphar lutea</i>	I	0,20	цв	3	4	1
4.	<i>Potamogeton natans</i>	I	0,18	вег	3	15	2
5.	<i>Hydrocharis morsus-ranae</i>	I	0,11	вег	4	1	1
ПП 2 Ассоциация <i>Phragmitetum communis</i>							
1.	<i>Alnus glutinosa</i>	I	–	вег	4	6	2
2.	<i>Salix cinerea</i>	I	–	вег	3	1	1
3.	<i>Salix rosmarinifolia</i>	I	–	вег	3	+	+
4.	<i>Phragmites australis</i>	II	1,40	вег-пл	3	55	5
5.	<i>Cladium mariscus</i>	II	0,90	вег-пл	4	15	2
6.	<i>Calamagrostis canescens</i>	II	0,65	пл-вег	3	10	2
7.	<i>Carex rostrata</i>	III	0,60	пл-вег	4	8	2
8.	<i>Peucedanum palustre</i>	III	0,55	цв-вег	4	1	1
9.	<i>Carex pseudocyperus</i>	III	0,55	пл-вег	3	1	1
10.	<i>Lysimachia vulgaris</i>	III	0,45	цв	3	3	1
11.	<i>Filipendula denudata</i>	III	0,45	пл	4	1	1

1	2	3	4	5	6	7	8
12.	<i>Schoenoplectus lacustris</i>	III	0,40	вег	3	+	+
13.	<i>Naumburgia thyrsiflora</i>	III	0,35	вег	4	1	1
14.	<i>Scutellaria galericulata</i>	III	0,33	цв-вег	4	2	1
15.	<i>Galium palustre</i>	III	0,31	вег	4	1	1
16.	<i>Lycopus europaeus</i>	III	0,30	вег	4	+	+
17.	<i>Thelypteris palustris</i>	III	0,30	вег	3	8	2
18.	<i>Comarum palustre</i>	IV	0,25	вег	4	4	1
19.	<i>Carex lasiocarpa</i>	IV	0,25	пл	3	15	2
20.	<i>Cardamine dentata</i>	IV	0,20	вег-пл	3	1	1
21.	<i>Viola epipsila</i>	IV	0,16	вег	3	4	1
22.	<i>Calla palustris</i>	IV	0,15	вег	3	1	1
23.	<i>Hydrocharis morsus-ranae</i>	V	0,15	вег	3	15	2
24.	<i>Utricularia intermedia</i>	V	0,08	вег	3	15	2
III 3 Ассоциация <i>Calamagrostidetum canescentis</i>							
1.	<i>Alnus glutinosa</i>	I	—	вег	4	5	1
2.	<i>Betula pendula</i>	I	—	вег	4	8	2
3.	<i>Salix rosmarinifolia</i>	I	—	вег	4	3	1
4.	<i>Frangula alnus</i>	I	—	вег	3	2	1
5.	<i>Salix cinerea</i>	I	—	вег	4	1	1
6.	<i>Pinus sylvestris</i>	I	—	вег	4	1	1
7.	<i>Phragmites australis</i>	II	1,40	пл	3	50	5
8.	<i>Molinia caerulea</i>	II	0,95	пл	4	20	3
9.	<i>Cladium mariscus</i>	II	0,90	пл	4	1	1
10.	<i>Calamagrostis canescens</i>	II	0,75	пл	4	75	5
11.	<i>Filipendula denudata</i>	II	0,70	цв-вег	4	1	1
12.	<i>Peucedanum palustre</i>	II	0,65	цв-вег	4	1	1
13.	<i>Lysimachia vulgaris</i>	III	0,50	цв	4	4	1
14.	<i>Cirsium palustre</i>	III	0,43	цв	4	+	+
15.	<i>Carex nigra</i>	III	0,38	пл-вег	4	1	1
16.	<i>Lycopus europaeus</i>	III	0,35	вег	4	1	1
17.	<i>Carex panicea</i>	III	0,30	пл	3	3	1
18.	<i>Thelypteris palustris</i>	III	0,30	вег	3	5	1
19.	<i>Carex flava</i>	III	0,28	пл	4	6	2
20.	<i>Carex lasiocarpa</i>	III	0,28	пл	3	30	4
21.	<i>Carex appropinquata</i>	III	0,25	пл	4	20	3
22.	<i>Galium uliginosum</i>	III	0,23	вег	4	4	1
23.	<i>Potentilla erecta</i>	III	0,21	цв	4	4	1
24.	<i>Utricularia intermedia</i>	IV	0,15	вег	4	3	1
25.	<i>Pyrola sp.</i>	V	0,04	вег	4	1	1
III 4 Ассоциация <i>Molinio (caeruleae)-Pinetum (sylvestris)</i>							
1.	<i>Pinus sylvestris</i>	I	—	вег	4	60	5
2.	<i>Picea abies</i>	I	—	вег	4	4	1
3.	<i>Alnus glutinosa</i>	I	—	вег	4	5	1
4.	<i>Frangula alnus</i>	II	—	вег	3	55	5
5.	<i>Salix cinerea</i>	II	—	вег	4	15	2
6.	<i>Viburnum opulus</i>	II	—	вег	3	1	1
7.	<i>Sorbus aucuparia</i>	II	—	вег	4	25	3
8.	<i>Phragmites australis</i>	III	0,90	пл	3	7	2
9.	<i>Molinia caerulea</i>	III	0,70	пл	4	50	4
10.	<i>Calamagrostis canescens</i>	III	0,65	пл	3	8	2

Окончание табл.

1	2	3	4	5	6	7	8
11.	<i>Lysimachia vulgaris</i>	III	0,55	цв	4	2	1
12.	<i>Carex nigra</i>	IV	0,38	пл-вег	4	5	1
13.	<i>Ledum palustre</i>	IV	0,30	вег	4	10	2
14.	<i>Potentilla erecta</i>	IV	0,28	цв	4	2	1
15.	<i>Vaccinium myrtillus</i>	IV	0,25	пл	4	25	3
16.	<i>Melampyrum nemorosum</i>	IV	0,23	цв	3	3	1
17.	<i>Vaccinium vitis-idaea</i>	IV	0,20	пл	4	12	2
18.	<i>Oxycoccus palustris</i>	IV	0,20	пл	4	3	1
19.	<i>Convallaria majalis</i>	IV	0,19	вег	3	15	2
20.	<i>Trientalis europaea</i>	IV	0,10	вег	3	2	1
21.	<i>Sphagnum magellanicum</i>	V	0,20	вег	4	15	2
22.	<i>Hylocomium splendens</i>	V	0,06	вег	4	2	1
23.	<i>Pleurosium schreberi</i>	V	0,05	вег	3	70	5
24.	<i>Dicranum polysetum</i>	V	0,04	вег	4	3	1
ПП 5 Ассоциация <i>Caricetum lasiocarpae</i>							
1.	<i>Pinus sylvestris</i>	I	–	вег	3	15	2
2.	<i>Alnus glutinosa</i>	I	–	вег	4	6	2
3.	<i>Betula pubescens</i>	I	–	вег	3	5	1
4.	<i>Salix rosmarinifolia</i>	I	–	вег	4	20	3
5.	<i>Betula nana</i>	I	–	вег	4	2	1
6.	<i>Phragmites australis</i>	II	1,50	вег	3	19	3
7.	<i>Calamagrostis canescens</i>	II	0,90	пл	4	5	1
8.	<i>Lysimachia vulgaris</i>	II	0,85	цв	4	1	1
9.	<i>Carex vesicaria</i>	III	0,55	пл	4	2	1
10.	<i>Peucedanum palustre</i>	III	0,45	цв	3	1	1
11.	<i>Molinia caerulea</i>	III	0,40	вег	4	6	2
12.	<i>Equisetum fluviatile</i>	III	0,40	вег	4	1	1
13.	<i>Eriophorum vaginatum</i>	III	0,30	вег-пл	3	2	1
14.	<i>Thelypteris palustris</i>	III	0,30	вег	3	4	1
15.	<i>Chamaedaphne calyculata</i>	III	0,30	вег	3	15	2
16.	<i>Comarum palustre</i>	III	0,28	вег	4	7	2
17.	<i>Potentilla erecta</i>	III	0,26	цв	3	+	+
18.	<i>Carex lasiocarpa</i>	III	0,25	пл	3	60	5
19.	<i>Menyanthes trifoliata</i>	III	0,25	вег	4	18	3
20.	<i>Galium uliginosum</i>	III	0,23	вег	3	1	1
21.	<i>Stellaria palustris</i>	III	0,20	вег	4	1	1
22.	<i>Melampyrum pratense</i>	III	0,18	цв	3	6	2
23.	<i>Andromeda polifolia</i>	III	0,18	вег	4	5	1
24.	<i>Oxycoccus palustris</i>	IV	0,12	пл	4	40	5
25.	<i>Drosera rotundifolia</i>	IV	0,05	вег	4	6	2
26.	<i>Sphagnum magellanicum</i>	V	0,25	вег	4	30	3
27.	<i>Sphagnum cuspidatum</i>	V	0,24	вег	4	15	2
28.	<i>Sphagnum fallax</i>	V	0,20	вег	4	15	2
29.	<i>Sphagnum angustifolium</i>	V	0,17	вег	4	20	3
30.	<i>Polytrichum strictum</i>	V	0,14	вег	3	5	1
31.	<i>Sphagnum fuscum</i>	V	0,08	вег	4	10	2

Ассоциация *Potamogetum natantis* Soo 1927 em. Oberdorfer 1977

Диагностические виды: *Potamogeton natans*, *Hydrocharis morsus-ranae*.

Общее количество видов в ценозе – 5, образуют маловидовое сообщество. Проективное покрытие трав – от 18%, участие *Potamogeton natans* – 15%. Формируется в застойных, медленно проточных водоемах, на мелководьях. В пределах профиля развивается на поверхности оз. Бродонок. Протяженность 20 м. Глубины 0,6–1,5 м. Формируют полосы, пятна на открытой акватории. Гидрогенные грунты илистые, илисто-торфянистые. На территории республики распространены повсеместно.

Ассоциация *Phragmitetum communis* (Koch 1926) Gams 1927 em. Schmale 1939

Диагностический вид – *Phragmites australis*.

Дерновина рыхлая, неразвита. Общее количество видов в описании – 24. Проективное покрытие трав очень высокое – 95%, деревьев и кустарников – 7%. Мхи занимают значительное проективное покрытие – 45%. Доминантными видами являются *Phragmites australis* – 55%, *Carex lasiocarpa* – 15%, *Hydrocharis morsus-ranae* – 15%, *Utricularia intermedia* – 15%. Проективное покрытие *S. mariscus* в составе сообщества – 15%. Растет на мелководье зарастающего озера Бродонок на глубине 0,2–0,8 м разреженными скоплениями вдоль береговой линии.

Является одной из наиболее распространенных по территории республики ассоциаций класса *Phragmito-Magnocaricetea* с широкой экологической амплитудой. Фитоценоз формируется вдоль прибрежной полосы, образуя неширокую сплави́ну, в условиях постоянного переувлажнения на иловато-торфянистой почве. Вода на поверхности почвы от 0 до 20 см, обводненность – 35%. В пределах ЭФП является пионерным сообществом длиннокорневищной стадии эндоэкогенетической сукцессии (зарастания озера). Занимает незначительную площадь. В природном экологическом ряду растительности обычно сменяются гигромезофильными сообществами своего и класса *Scheuchzerio-Caricetea* (ацидофильные сообщества травяных болот), реже – *Molinio-Arrhenatheretea* (сообщества сырых лугов).

Ассоциация *Calamagrostidetum canescentis* Simon 1960 Brezina et al. 1963 em. Peciar 1967

Диагностические виды: *Calamagrostis canescens*, *Lythrum salicaria*, *Galium palustre*.

Общее количество видов в описании – 25. Дерновина хорошо развита. Проективное покрытие

трав очень высокое – 90%, *Calamagrostis canescens* – до 75%, деревьев и кустарников – 15%, покрытие мхов значительно – 90%. Участие *S. mariscus* незначительно – 1%. Произрастает единично, фрагментарно, однако встречаются как вегетативные, так и генеративные особи.

Сообщество формируется на плоском понижении приозерной поймы у подножия террасы, по окраине коренного берега на болотных торфянисто-(торфяно)-глееватых почвах. Вода на поверхности почвы от 0 до 5 см, обводненность – 1%. В природном экологическом ряду растительности выше сменяются мезофильными и гигромезофильными сообществами класса *Molinio-Arrhenatheretea* (сообщества сырых лугов), ниже – класса *Scheuchzerio-Caricetea* (ацидофильные сообщества травяных болот) или *Phragmito-Magnocaricetea* (болотистые травяные сообщества).

Ассоциация *Molinio (coeruleae)-Pinetum (sylvestris)* (J. Matuszkiewicz 1973) Matuszkiewicz 1984.

Диагностические виды: *Pinus sylvestris*, *Molinia caerulea*, *Vaccinium myrtillus*.

Эти сообщества хорошо идентифицируются доминированием *Pinus sylvestris*, *Molinia caerulea*, *Vaccinium myrtillus*, а также присутствием ряда болотных видов растений: *Ledum palustre*, *Oxycoccus palustris*. Древесный ярус состоит из *Pinus sylvestris*, к ней примешивается *Picea abies*. Постоянными видами густого подлеска (80%) являются *Sorbus aucuparia* и *Frangula alnus*. Из других видов представлены *Salix cinerea*, *Viburnum opulus*. В травяно-кустарничковом ярусе основной фон образуют *Molinia caerulea*, *Vaccinium myrtillus*, под ними сплошной ковер зеленых мхов – *Pleurozium schreberi*, *Hylocomium splendens*, *Dicranum polysetum*. В моховом покрове высока фитоцено-тическая роль сфагновых мхов (*Sphagnum magellanicum*).

Данный тип леса формируется в условиях повышенного увлажнения. УГВ – 50 см. В пределах ЭФП произрастает предположительно на месте невысокого минерального выступа. Распространены на территории республики повсеместно, встречаются в понижениях или по окраинам болотных массивов. Формируются на песчаных, реже супесчаных дерново-подзолистых оглееных или торфянисто-подзолисто-глеевых почвах.

Ассоциация *Caricetum lasiocarpae* (Osvald 1923) Koch 1926 em. Klika 1935

Диагностические виды: *Carex lasiocarpa*, *Sphagnum fallax*.

Общее количество видов в описании – 31. Дерновина слабо развита. Проективное покрытие трав очень высокое – 90%, деревьев и кустарников – 30%, мхов – 95%. Доминируют *Carex lasiocarpa* – 60%, *Oxycoccus palustris* – 40%. Высока фитоценотическая роль сфагновых мхов (*Sphagnum magellanicum*, *Sphagnum angustifolium*, *Sphagnum cuspidatum*).

Сообщество формируется в условиях постоянного переувлажнения почвы на плоских заболоченных участках с залеганием грунтовых вод в межень от +0,40 до –0,45 на торфяно-болотных почвах. Вода на поверхности почвы от 0 до 5 см, обводненность – 5%. Наличие и значительное участие по периметру *Phragmites australis* – до 19% и *Menyanthes trifoliata* – 18% свидетельствует о существующей небольшой грунтовой проточности. В природном экологическом ряду растительности выше могут сменяться другими сообществами своего и класса *Molinio-Arrhenatheretea* (сообщества сырых лугов), ниже – своего и класса *Phragmito-Magnocaricetea* (болотистые травяные сообщества), *Oxycocco-Sphagnetetea* (сообщества верховых болот). Распространены нечасто на территории Беларуси, преимущественно в Поозерье, что связано с широко проводимой мелиорацией.

Кроме *C. mariscus* за пределами заложенного ЭФП произрастает мякотница однолистная (*Malaxis monophyllos* (L.) Swartz) – вид II (EN) категории национального природоохранного статуса [1]. Она отмечена: а) у северо-северо-восточного побережья оз. Бродонок, по краевой зоне болота, переходящего в лес, где растет в закустаренных вахтово-осоково-сфагновых сообществах на границе с черноольсом, – 4 растения; б) у западного побережья озера, у уреза воды по береговой линии на границе с лесом, в тростниковых сообществах со сфагнумом и вахтой – 19 растений.

На данной территории встречаются и некоторые другие, имеющие ограниченное распространение в Беларуси, виды растений: береза низкая (*Betula humilis* Schrank), водяника черная (*Empetrum nigrum* L.), виды из рода пальчатокоренник sp. (*Dactylorhiza* sp. Nevski), осока влагалищная (*Carex vaginata* Tausch), осока плетевидная (*Carex chordorrhiza* Ehrh.), леерсия рисовидная (*Leersia arizoides* (L.) Sw.).

**Заключение.** В пределах ЭФП прослеживается классический сукцессионный ряд, сформированный в процессе зарастания водоема и заболачивания прилегающей территории в условиях постоянного обводнения и (или) избыточного увлажнения. Развиваются фитоценозы, последовательно сменяющие друг друга: от погруженных гидрофитов до ацидофильных сообществ травяных болот. Флористический состав сообществ экологического ряда свидетельствует о постепенной дальнейшей ацидофилизации экотопов в пределах ЭФП, что вполне закономерно. Однако участие вида *C. mariscus* в составе асс. *Phragmitetum communis* и его присутствие в асс. *Calamagrostidetum canescentis* предполагает наличие кальцефитных подстилающих пород, что требует подтверждения и является задачей дальнейших исследований.

В настоящее время из всех известных местонахождений *C. mariscus* описанная популяция характеризуется наиболее высокой жизнеспособностью, о чем свидетельствует соотношение ее возрастного состава и жизнеспособность особей. В отличие от ранее известных местонахождений в Беларуси, данная популяция в минимальной степени подвержена антропогенному воздействию, так как находится в значительном удалении от населенных пунктов и не является привлекательным объектом для рекреации. Негативными факторами, лимитирующими распространение вида, рассматриваются природные сукцессии болотообразования, усиливаемые подтоплением участка болотами. В связи с этим обследованное местонахождение может стать модельным для длительного мониторинга по изучению биологии и экологии *C. mariscus*.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Красная книга Республики Беларусь: Редкие и находящиеся под угрозой исчезновения виды дикорастущих растений / гл. редкол.: Л.И. Хоружик (предс.), Л.М. Сушена, В.И. Парфенов [и др.]. – Минск: БелЭн, 2005. – 456 с.: ил.
2. Цвелев, Н.Н. Определитель сосудистых растений Северо-Западной России (Ленинградская, Псковская и Новгородская области) / Н.Н. Цвелев. – СПб.: Издательство СПбГУ, 2000. – С. 152.
3. Красная книга Российской Федерации (растения и грибы). М.: Товарищество научных изданий КМК, 2008. – 885 с.
4. Червона книга України. Рослинний світ / за ред. А.П. Дідуха. – К.: Глобалкасалтинг, 2009. – 900 с.
5. Сцепановіч, Я.М. Трансэкт-мегад як аснова маніторынгу раслінных экасістэм (з нямецкага досведу) / Я.М. Сцепановіч // Міжнародны экалагічны досвед і яго выкарыстанне на Беларусі: зб. навук. артыкулаў / пад агульн. рэд. У.К. Слабіна. – Віцебск: ВФ УА ІСВ, 2003. – С. 226–230.
6. Черепанов, С.К. Сосудистые растения России и сопредельных государств / С.К. Черепанов. – СПб.: Мир и семья, 1995. – 990 с.

7. Braun-Blanquet, J. Pflanzensozologie. Grundzüge der Vegetationskunde / J. Braun-Blanquet. – W.-N. Y.: Springer-Verlag, 1964.
8. Westhoff, V. The Braun-Blanquet approach / V. Westhoff [et al.] // Classification of plant communities; ed. by R.H. Whittaker. – The Hague, 1978. – P. 287–399.
9. Rostlinna společenstva České Republiky a jejich ohrožení / J. Moravec [a kol.]. – 2 vyd. – Severoceskou Přírodou, 1995. – 206 s.
10. Weber, H.E. International Code of phytosociological nomenclature. – 3rd ed. / H.E. Weber [et al.] // Journal of Vegetation Science. – 2000. – Vol. 11, № 5. – P. 739–768.
11. Степановіч, Я.М. Фітацнаразнастаянасць расліннасці Беларусі / Я.М. Степановіч // Ботаника: Исследования. Вып. XXXIV. – Минск: ИООО «Право и экономика», 2006. – С. 264–281.
12. Matuszkiewicz, W. Przewodnik do oznaczania zbiorowisk roślinnych Polski (Guidebook to determination of plant communities in Poland) / W. Matuszkiewicz. – Wyd. nowe (3 zm. i uzup.), 7 dodr. – Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012. – 536 s.
13. Пугачевский, А.В. Программа и методика организации и проведения мониторинга охраняемых видов растений в Республике Беларусь: метод. пособие / А.В. Пугачевский, И.П. Вознячук, Л.В. Семеренко. – Минск: Право и экономика, 2011. – 48 с.
3. Krasnaya kniga Rossiyskoi Federatsii (rasteniya i gribi) [Red Book of the Russian Federation (Plants and Mushrooms), M.: Tovarishestvo nauchnikh izdaniy KMK, 2008, 885 p.
4. Dzidukh A.P. Chervona kniga Ukraini. Roslinniy svit [Red Book of Ukraine. World of Plants], K.: Globalkasalling, 2009, 900 p.
5. Stsepanovich Ya. M. Mizhnarodni ekalagichni desved iyago vykaristannne na Belarusi. Zbornik navukovikh artikular [International Environmental Experience: Applications for Belarus (collected papers)], Vitsebsk: VF UA ICB, 2003, pp. 226–230.
6. Tcherepanov S. K. Sosudistyye rasteniya Rossii i sopredelnikh gosudarstv [Vessel Plants of Russia and Borderline Countries], SPb.: Mir i semia, 1995, 990 p.
7. Braun-Blanquet J. Pflanzensozologie. Grundzüge der Vegetationskunde, Wien-New York: Springer-Verlag, 1964.
8. Westhoff, V. The Braun-Blanquet approach, Classification of plant communities, ed. by R. H. Whittaker, The Hague, 1978, pp. 287–399.
9. Moravec J. Rostlinna společenstva České Republiky a jejich ohrožení, 2 vydani, Severoceskou Přírodou, 1995, 206 p.
10. Weber H. E. International Code of phytosociological nomenclature. 3rd edition, Journal of Vegetation Science, 2000, 11(5), pp.739–768.
11. Stsepanovich Ya. M. Botanika: Issledovaniya [Botany: Researches], XXXIV, Mn.: IOOO «Pravo i economica», 2006, pp.264–281.
12. Matuszkiewicz W. Przewodnik do oznaczania zbiorowisk roślinnych Polski [Guidebook to determination of plant communities in Poland], Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012, 536 p.
13. Pugachevski A. V., Vozhiachuk I.P., Semerenko L.V. Programma i metodika organizatsii i provedeniya monitoringa ohranyaemikh vidov rastenii v Respublike Belarus: Metodicheskoye posobiye [Program and Methods of Setting up and Conduction of Monitoring of Protected Species of Plants in the Republic of Belarus: Textbook], Minsk : Law and Economics, 2011, 48 p.

REFERENCES

Поступила в редакцию 18.02.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: shimkotk@mail.ru – Шимко И.И.



УДК 398.21:373.2.034

## Народная сказка как средство нравственного воспитания дошкольников: актуализация проблемы

А.П. Орлова, Н.Э. Шабанова

Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»

*В современном поликультурном мире приоритетным является этнопедагогизация образования, что акцентируется в исследованиях, касающихся реализации народной педагогики в нравственном воспитании детей дошкольного возраста, и проецирует внимание на воспитательной ценности народной сказки.*

*Цель статьи – показать актуальность использования народной сказки как средства нравственного воспитания дошкольников.*

*Материал и методы.* Материалом послужили этнопедагогические исследования в области нравственного воспитания. Основным методом – метод научного этнопедагогического исследования.

*Результаты и их обсуждение.* В статье определены социально-педагогические противоречия, обуславливающие важность реализации народной сказки в нравственном воспитании детей. Представлен генезис развития этнопедагогических исследований в области нравственного воспитания: начиная с 20-х годов XX века проводятся этнопедагогические исследования, посвященные нравственному воспитанию в народной педагогике и ее роли в развитии теории и практики воспитания. Среди них имеются работы, посвященные проблеме народной сказки в нравственном воспитании детей дошкольного возраста.

*Заключение.* Этнопедагогический анализ диссертационных исследований свидетельствует об актуализации изучения народной сказки как средства нравственного воспитания детей дошкольного возраста.

*Ключевые слова:* нравственное воспитание, этнопедагогизация образования, народная педагогика, народная сказка.

## Folk Tale as a Means of Moral Upbringing of Preschool Children: Setting Out the Issue

A.P. Orlova, N.E. Shabanova

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

*In contemporary polycultural world ethnopedagogical character of education becomes topical, which is stressed in studies concerned with the implementation of folk education in the moral upbringing of preschool children, and projects attention onto educational values of the folk tale. The article aims at showing the urgency of the use of the folk tale as a means of moral upbringing of preschool children.*

*Material and methods.* Ethnopedagogical studies in the field of moral upbringing is the material. The main method of the research is the method of scientific ethnopedagogical study.

*Findings and their discussion.* Social and pedagogical contradictions, which condition the significance of the implementation of the folk tale in the moral upbringing of children, are identified in the article. Genesis of the development of ethnopedagogical studies in the field of moral upbringing is presented: since the 1920-ies ethnopedagogical research, devoted to moral upbringing in folk education and its role in the development of the theory and practice of education, has been conducted. Among them are works devoted to the issue of folk tale in the moral upbringing of preschool children.

*Conclusion.* Ethnopedagogical analysis of theses testifies to the urgency of the study of folk tale as a means of moral upbringing of preschool children.

*Key words:* moral upbringing, ethnopedagogical character of education, folk education, folk tale.

Исследуя проблему образования и воспитания в современном мире, ученые приходят к выводу, что ее решение имеет четко выраженную этнопедагогическую направленность. Повышение эффективности образования и воспитания в условиях поликультурного социума зависит от места и роли этнопедагогики в образовательной системе региона. В связи с этим целый ряд исследований посвящен проблеме образования в контексте этнопедагогического знания (Ж.К. Жаулыбаев, 2006; И.В. Мусханова, 2012; Г.В. Палаткина, 2003; А.Д. Семенова, 2005; И.А. Сивцева, 2008; Ю.В. Филиппов, 2006; С.Г. Цахаева, 2001; З.Ц. Чокаева, 2005; А.Н. Яковлева, 2002; Ф.Г. Ялалов, 2001). В ряде научных трудов, посвященных этнопедагогизации образования и воспитания, особое место отводится дошкольному образованию. Об этом, в частности, свидетельствует исследование М.Б. Кожановой (2007), рассматривающее регионально-этническую направленность воспитания как системообразующий фактор педагогического процесса в дошкольном образовательном учреждении; диссертационная работа Л.М. Захаровой (2011), непосредственно посвященная этнопедагогической направленности дошкольного воспитания в отечественной (речь идет о Российской Федерации. – *А.П., Н.Ш.*) педагогике (вторая половина XIX – начало XXI в.). Особое внимание в диссертационных исследованиях обращено на формирование этнокультурной компетентности детей в дошкольном образовательном учреждении (С.В. Мажаренко, 2009; В.В. Новиков, 2004; О.Н. Степанова, 2007). В контексте этнопедагогизации образования дошкольников рассматриваются преемственность использования средств этнопедагогики в системе «детский сад–начальная школа» (М.В. Абдрахманова, 2004; И.А. Иванова, 2006), реализация воспитательно-развивающего потенциала этнопедагогики в учреждениях дополнительного образования детей раннего возраста (Л.Г. Зенкова, 2012; И.Б. Лебедева, 2006; Н.А. Минулина, 2009), этнопедагогические условия формирования личности детей старшего дошкольного возраста (Н.Н. Лебедева, 2003).

Этнопедагогизация дошкольного образования потребовала пристального внимания к подготовке педагогических кадров, способных на высоком профессиональном уровне осуществлять реализацию народной педагогики в работе с детьми согласно их возрастным особенностям. В связи с этим появляется ряд исследований, направленных на этнопедагогическую подготовку работников системы дошкольного образования.

Уже в конце прошлого века ученые проецируют внимание на проблеме подготовки студентов факультета дошкольной педагогики и психологии к этнопедагогизации процесса воспитания детей (М.Б. Кожанова, 1999). На рубеже столетий появляются труды, углубленно рассматривающие теорию и практику этнопедагогической подготовки воспитателей дошкольных учебных заведений (Р.М. Рамазанова, 2001). Изучается формирование готовности студентов к воспитанию дошкольников средствами народного искусства (Р.М. Мубаракшина, 2006), народная педагогика рассматривается как фактор подготовки студентов к воспитательной работе с дошкольниками (Р.М. Рамазанова, 2001).

Следует отметить, что активизация исследования различных аспектов дошкольного воспитания сквозь призму этнопедагогического знания наблюдается начиная с 90-х годов XX века. Ученые уделяют внимание формированию развивающей этнокультурной образовательной среды (Б.В. Салчак, Р.М. Чумичева); развитию этнокультурной компетентности и образованности детей (Е.С. Бабунова, Т.В. Поштарева, О.Н. Степанова); билингвальному образованию дошкольников (Н.В. Кагуй, Л.К. Ничипоренко, Ю.И. Трофимова, Т.В. Палиева); формированию национального, толерантного самосознания, этнической идентичности и развитию ментальности детей дошкольного возраста (Н.В. Казнова, О.В. Сенько, И.З. Хабибулина, М.А. Чистякова, О.М. Юденко, Л.Н. Воронецкая); использованию форм и средств народного воспитания в личностном и социальном развитии дошкольников (И.Н. Буторина, Т.Ф. Бабынина, В.Д. Ботнар, М.И. Богомолова, А.Г. Гогоберидзе, О.В. Дыбина, С.А. Козлова, Е.И. Корнеева, И.Э. Куликовская, О.В. Леонова, В.Н. Лукьяненко, Ч.М. Ондар, Э.К. Сулова, А.Ю. Тихонова).

Однако акцентируется внимание на нравственном воспитании детей дошкольного возраста (А.Э. Шамхалова, 2006), развитии нравственных качеств личности старшего дошкольника средствами народной педагогики (О.В. Леонова; 1996). Среди средств и методов народной педагогики, реализуемых в воспитании детей, ученые выделяют фольклор. Внимание проецируется на воспитательной ценности фольклора при работе с детьми как дошкольного, так и младшего школьного возраста. Проведенные сравнительно-сопоставительный анализ и обобщение диссертаций позволяют сделать вывод, что наблюдается определенная качественная градация исследований, посвященных реализации фольклора в отношении младших школьников и детей д.

школьного возраста. Исследования, посвященные реализации фольклора в работе с детьми младшего школьного возраста, касаются в основном методологических проблем: формирования мотивационно-ценностного отношения младших школьников к детскому фольклору на основе этнопедагогизации учебно-воспитательного процесса (С.В. Иванова, 2011), развития творческой самореализации в процессе изучения фольклора (О.Н. Костюшина, 2009), формирования интереса к фольклору славянских народов (О.С. Михайлова, 2010), формирования культуры школьников средствами фольклора (Т.Х. Ахмадова, 2011). В системе дошкольного образования фольклор становится источником получения знаний при исследовании проблемы эстетического воспитания (Т.С. Есян, 2003), развития музыкальных способностей (А.Г. Григорьева, 2006). Изучается роль фольклора в воспитании личности ребенка в семье (Р.М. Алиев, 2003; А.Х. Дзамыхов, 2004; Г.Н. Пивнева, 2004). Вместе с тем в ряде диссертационных работ выделяются исследования методологического характера, где прослеживается преемственность в реализации фольклора в системе «дошкольное образовательное учреждение – начальная школа» (М.В. Абдрахманова, 2004).

Диссертационные исследования белорусских авторов свидетельствуют, что, изучая формирование личности детей дошкольного возраста, они также проецируют внимание на народную педагогику. В частности, проблема приобщения дошкольников к музыкальному фольклору рассматривается в работах педагогов (О.Н. Андиперович, А.А. Грималь, А.П. Орлова) и фольклористов (О.М. Алехнович, Г.А. Барташевич). Процесс формирования национального самосознания детей старшего дошкольного возраста в разных видах деятельности средствами белорусской народной педагогики исследует Л.Н. Воронечкая.

Мы солидарны с утверждением Л.М. Захаровой (2011) о том, что этнопедагогическую направленность дошкольного воспитания нужно рассматривать «как ценностный вектор развития дошкольного воспитания, обусловленный, с одной стороны, идеальным образом социально-личностных качеств воспитанника, в котором нашли отражение общечеловеческие и этнокультурные ценности, а с другой стороны, процессом по достижению этой цели. Этнопедагогическая направленность предполагает построение воспитательного процесса с учетом гуманистических основ народной педагогики, утверждением основных нравственных правил человеческого бытия; предусматривает последовательное включение

ребенка-дошкольника в систему этнических и общечеловеческих ценностей с использованием народных факторов воспитания». Эта же мысль прослеживается в исследовании Н.В. Космачевой (2009), посвященной формированию нравственных ценностей у дошкольников.

Таким образом, главным в этнопедагогизации дошкольного воспитания является нравственный аспект. Это достаточно четко просматривается в диссертационных исследованиях, где акцентируется внимание на средствах и методах, способствующих нравственному воспитанию. Учитывая возрастные особенности детей, ученые обращают пристальное внимание на те средства народной педагогики, которые позволяют в наибольшей степени их заинтересовать. В частности, это касается устного народного творчества и непосредственно народной сказки, которой отводится особое место в нравственном воспитании детей дошкольного (Д.А. Абдрахманова, 1998; Н.С. Карпинская, 1947; О.В. Леонова, 1996; Х.И. Салимханова, 1990; Л.А. Сидорова, 2001) и младшего школьного возраста (С.А. Герасимов, 2004; М.И. Корякина, 2002; А.А. Мирзаянов, 2006; Б.С. Найденов, 1954; М.М. Никеева, 2006).

Цель статьи – показать актуальность использования народной сказки как средства нравственного воспитания дошкольников.

**Материал и методы.** Материалом послужили диссертационные исследования этнопедагогизации образования, нравственного воспитания в народной педагогике и реализации народной сказки в воспитании детей.

Использованы методы научного этнопедагогического исследования теоретического уровня: историко-педагогический анализ и синтез; выявление истоков и основных направлений генезиса этнопедагогики; сравнение и обобщение (в том числе обработка и этнопедагогическая интерпретация библиографического указателя, представленного в научной электронной библиотеке диссертаций и авторефератов Российской Федерации (dissertCat – электронная библиотека диссертаций); историко-структурный (с помощью которого осуществляются структуризация приобретенного историко-педагогического знания и соотношение ее с конкретными периодами, доминантными идеями).

**Результаты и их обсуждение.** Значимость рассмотрения народной сказки как средства нравственного воспитания детей определена целым рядом обстоятельств и в широком социологическом и педагогическом смысле обусловлена объективно существующей потребностью решения ряда противоречий:

– прогрессирующая интервенция западной субкультуры, изменившиеся условия жизнедеятельности человека создают трудности в нравственном формировании личности. В то же время остается невостребованным богатейший потенциал народной педагогики, обладающей апробированным многовековой воспитательной практикой опытом нравственного формирования новых поколений;

– испокон веков человек нуждается в нравственной опоре, нравственном ориентире, идеале. Бог, библейские нравственно-религиозные заповеди, Моральный кодекс советского гражданина в свое время выполняли роль идеала, являлись регуляторами нравственности. Исторически предопределенная потребность человека в определенных нравственных ориентирах, в опоре на общечеловеческие ценности с учетом национальных особенностей приходит в противоречие с реальной жизнью, где зачастую подрастающее поколение встречается с размытыми нравственными идеалами, отсутствием нравственного стержня. Между тем, на протяжении многих веков у народа сформировались устойчивый идеал, целостное представление о нравственных требованиях к личности, своеобразный свод норм и правил морали, зафиксированные в устном народном творчестве, в том числе в народной сказке;

– сегодня в качестве аксиомы рассматривается факт, что действительность воспитательной практики во многом определяется народной педагогикой. Однако на воспитательном процессе это существенно не отражается, что связано с отсутствием достаточного уровня научных знаний по народной педагогике и не разработанностью путей ее реализации;

– современные социальные институты, в том числе дошкольные учреждения, испытывают потребность в создании системы нравственного воспитания, основанной на этнокультурных традициях. В то же время отсутствует научный подход к разработке такой системы, т.к. нет научно обоснованных программ по внедрению народной педагогики в практику нравственного воспитания;

– концепции образования и воспитания ставят задачу не просто формирования человека, а задачу формирования на этнокультурной основе личности, способной органически вписаться во всемирную культуру и цивилизацию. Для успешного решения поставленных задач воспитательная работа во всех звеньях системы непрерывного образования должна быть ориентирована на идеал, запечатленный в моральном кодексе народа, который ярко очерчен в народной сказке, научающей жить согласно этическим требованиям народа.

Первые сугубо этнопедагогические исследования появились в 20-е годы прошлого века. Это работы Г.С. Виноградова (1926) и И.Я. Поздеева (1929). В связи с рассматриваемой проблемой нас интересует работа И.Я. Поздеева «Народная педагогика удмуртов» (1929), где была предложена программа по сбору материалов народной педагогики, включающая вопрос о нравственном воспитании и об идеале человека. В 50-е годы одним из первых этнопедагогических исследований, поставивших задачу изучения идеи нравственного воспитания в народной педагогике, была работа А.Ф. Хинтибидзе «Идеи воспитания в грузинском народном эпосе» (1951), выполненная на уровне кандидатской диссертации. В это же время появляется первое диссертационное исследование, касающееся реализации нравственного потенциала народной сказки в воспитании детей дошкольного возраста. Это работа Н.С. Карпинской (1947) «Русская народная сказка в моральном воспитании советского ребенка дошкольного возраста». В последующие годы нравственной ценности русской народной сказки в воспитании детей будет посвящено еще одно исследование – диссертационная работа Б.С. Найденова (1954), однако она будет касаться воспитания школьников.

Идеи нравственного воспитания в народной педагогике в 50-е годы рассматривались также в работах Б. Александрова («Народная мудрость о воспитании», 1956), А.Ш. Гашимова («Идеи умственного и нравственного воспитания в азербайджанских сказках и пословицах», 1957), Г.Н. Волкова («Чувашская народная педагогика: очерки», 1958), Ю.П. Ступака («Педагогические идеи в украинском поэтическом творчестве», 1958), П.А. Храпалы («Об изучении вопросов нравственного воспитания в русской народной педагогике», 1959). Наибольший интерес, с точки зрения реализации рассматриваемой нами проблемы, представляет собой работа последнего автора. П.А. Храпалы выдвигает ряд важных идей, в числе которых идея возрастания роли народной педагогики в связи с решением вопросов нравственного воспитания, идея включения народной педагогики в «золотой фонд народного творчества в области воспитания», идея необходимости глубокого изучения народной педагогики, преемственности этических традиций русского народа на различных этапах исторического развития. В исследовании предлагается целостная программа изучения вопроса нравственного воспитания в русской народной педагогике, включающая в себя разработку теории и истории педагогики. Один из важнейших вопросов программы – взаимосвязь теоретической и народной педагогики, общественного и семейного воспитания в формировании нравственных качеств у детей

Все вышесказанное позволяет расценивать статью П.А. Храпаля как определенный вклад и даже, можно сказать, своеобразный этап в разработке основ исследования народной педагогики и ее реализации в развитии теории и практики нравственного воспитания детей.

В 60-е годы появляется ряд работ, касающихся рассмотрения идей нравственного воспитания в народной педагогике отдельных народов и народностей: адыгов (И.А. Шоров, 1968), армян (В.Х. Арутюнян, 1962), грузин (А.Ф. Хинтибидзе, 1967), балкарцев (М.Б. Гуртуева, 1969; И.П. Копачев, 1962), кабардинцев (И.П. Капачев, 1962), русских (А.А. Анциферова, 1967; М.А. Никитина, 1968), татар (Я.И. Ханбиков, 1966, 1967), узбеков (А.Т. Муминов, 1969), украинцев (Ю.П. Ступак, 1960; В.П. Мирный, 1968), чувашей (Г.Н. Волков, 1966, 1967).

Идеи нравственного воспитания исследовались преимущественно только в результате анализа произведений устного народного творчества (В.Х. Арутюнян, М.Б. Гуртуева, А.Т. Муминов, В.П. Мирный, М.А. Никитина, Ю.П. Ступак, А.Ф. Хинтибидзе, И.А. Шоров), а также на основе изучения устного народного творчества и традиций воспитания, сложившихся в многовековой воспитательной практике народа (Г.Н. Волков, И.П. Копачев, Л.П. Федорук, Я.И. Ханбиков).

Вопрос о взаимосвязи и взаимодействии народной и научной педагогики в нравственном воспитании, необходимости его изучения ставился в статьях Я.И. Ханбикова («Значение исследования фольклорных материалов для использования идей нравственного воспитания в педагогической практике», 1962; «Некоторые вопросы изучения народной педагогики», 1966), а также в исследовании Г.Н. Волкова «Этнопедагогика чувашского народа (в связи с проблемой общности народных педагогических культур)», 1966.

В работах А.А. Анциферовой («Нравственное воспитание детей в бытовой игре», 1967), М.А. Никитиной («Фольклор в эстетическом и нравственном воспитании школьников», 1969), Л.П. Федорук («Формирование нравственных идеалов у старшеклассников на героических традициях народа», 1969) четко просматривается идея реализации народной педагогики в развитии теории и практики нравственного воспитания. В них показан процесс реализации различных средств народной педагогики (игр, фольклора, традиций) в нравственном воспитании подрастающего поколения (дошкольников, младших школьников, старшеклассников).

В 1967 году были защищены две докторские диссертации по проблемам народной педагогики

(Г.Н. Волков, «Этнопедагогика чувашского народа» и А.Ф. Хинтибидзе «Идеи воспитания в грузинском устном народном творчестве»), где значительное место отведено вопросам нравственного воспитания в народной педагогике.

В 70-е годы идеи нравственного воспитания в народной педагогике рассматриваются более чем в 30 исследованиях регионального характера. Это работы, посвященные народной педагогике адыгов (И.А. Шоров, 1970, 1977), азербайджанцев (А.Ш. Гашимов, 1970), балкар (М.Б. Гуртуева, 1974), башкир (Т.К. Исаков, 1973), белорусов (А.П. Орлова, 1977, 1979), дагестанцев (Р.М. Пашасва, 1972; З.М. Магомедова, 1978), казахов (А.Х. Мухамбаева, 1974; И. Оршибеков, 1973; Ф. Султанова, 1972; Л.М. Ходжаева, 1973), киргизов (К. Кыдыралиев, 1979; Т. Ормонов, 1972; Ж. Бешимов, 1975; С.М. Саипбаев, 1979), молдаван (О.М. Валяева, 1974), русских (И.А. Печерникова, 1971; И.Ф. Яковлев, 1971; Ю.А. Рудь, 1973; А.М. Мусатова, 1975; С.Д. Бабишин, 1979; П.В. Лосюк, 1974), татар (Ш.Ш. Залляев, 1974; Я.И. Ханбиков, 1974), тувинцев (К.Б. Салчак, 1974), туркмен (М. Нурмедов, 1979), узбеков (С. Темурова, 1970; М.А. Муратова, 1974; Я. Рахмонова, 1979; Б. Кадыров, 1979), украинцев (Е.В. Сютя, 1971; М.И. Стельмахович, 1971; Е.И. Сявавко, 1974), хакасов (Б.М. Ховротович, 1971, 1972, 1979), эстонцев (Г.Я. Кальевез, 1972) нерусских народов Сибири и Дальнего Востока (В.Ф. Афанасьев, 1979).

Большое место среди этих этнопедагогических исследований занимают работы, рассматривающие идеи нравственного воспитания преимущественно на основе изучения устного народного творчества (см. диссертации И.А. Шорова (1970), Т. Ормонова (1972), И. Оршибекова (1973), О.М. Валяевой (1974), М.Б. Гуртуевой (1974), Б. Кадырова (1979), К. Кыдыралиева (1979), С.М. Саипбаева (1979), статьи Ю.А. Рудь (1973), А.М. Мусатовой (1975). Среди них следует отметить исследование В.Х. Арутюняна (1972), посвященное проблеме реализации идеи воспитания в армянских народных сказках.

В то же время целый ряд исследований раскрывает идеи нравственного воспитания на основе анализа народных традиций воспитания (см. диссертации С. Темуровой, (1970), Ф. Султановой (1972), Л.М. Ходжаевой (1973), Ш.Ш. Залляева (1974), Ж. Бешимова (1975), З.М. Магомедовой (1978), К.Б. Салчак (1974), М.А. Муратовой (1974), А.Х. Мухамбаевой (1974); статьи И.А. Печерниковой (1971), И.Ф. Яковлева (1971). Надо отметить, что этнопедагоги, строящие свое исследование в основном на изучении идей воспитания, заложенных в устном народном твор-

честве, не исключают привлечение некоторых традиций народной педагогики, и наоборот.

В работах Г.Н. Волкова (1974), А.Ш. Гашимова (1970), И.А. Шорова (1970), Е.В. Сюты (1971), М.И. Стельмаховича (1971), Г.Я. Кальювез (1972), Б.М. Ховротовича (1972), Р.М. Пашаевой (1972), Т.К. Искакова (1973), Г.В. Мухаметзяновой (1973), Е.И. Сявакко (1974), К.Б. Салчака (1974), В.Ф. Афанасьева (1979), Я. Рахмоновой (1979), С.Д. Бабишина (1979) педагогические идеи и воспитательный опыт народной педагогики исследуются на основе всестороннего анализа устного народного творчества и народных традиций воспитания.

Среди работ вышеназванных авторов имеются исследования, реализующие идею преемственности народной и научной педагогики в развитии нравственного воспитания в советской школе. Это диссертационные исследования С. Темуровой («Прогрессивные народные традиции в системе нравственного воспитания (на материале старших классов узбекских школ)»), Л.М. Ходжаевой («Прогрессивные народные традиции как фактор нравственного воспитания пионеров»), Г.В. Мухаметзяновой («Патриотическое и интернациональное воспитание старшеклассников в процессе освоения основ национальной культуры»), М.А. Муратовой («Народные традиции и их функции в процессе нравственного формирования личности старшеклассников (на материале школ Узбекской ССР)»), А.Х. Мухамбаевой («Национальные обычаи и традиции казахского народа и их влияние на воспитание детей и молодежи»), Ж. Бешимова («Народные традиции в нравственном воспитании школьников старших классов (на материале Киргизии)»), З.М. Магомедовой («Прогрессивные традиции народов Дагестана как средство нравственного воспитания старших школьников»), В.Ф. Афанасьева («Этнопедагогика нерусских народов Сибири и Дальнего Востока»), М. Нурмедова («Туркменские народные игры как средство нравственного воспитания младших школьников»); статьи И.Я. Яковлева («Вологодские народные традиции и их влияние на воспитание детей»), Б.М. Ховротовича («Народная педагогика о роли семейной чести в нравственном формировании молодого поколения»).

В последующие годы проблема нравственного воспитания в этнопедагогических исследованиях изучается путем проведения специальных исследований идей и опыта нравственного воспитания в народной педагогике разных народов: русских (Е.В. Белоусова, 1998; Фетисова, 2004; И.В. Абрашина, 2005); марийцев (И.Ш. Александрова, 2003); башкир (Ю.З. Кутлугильдина, 1984); ханты и манси (А.Б. Григорян, 1998); осетин

(И.И. Бирагова, 2001); народов Дагестана (Р.И. Омарова, 1998); таджиков (А. Умаров, 1998); чечен (Р.М. Эхаева, 2009); калмыков (В.А. Довданов, 2007); балкарского народа (З.Ж. Кучукова, 2009). Причем особенностью данных исследований было то, что в большинстве случаев результатом являлись не столько теоретические изыскания, сколько возможность творческой реализации народной педагогической традиции в современной воспитательной практике разных социальных институтов (семья, дошкольные учреждения, система дополнительного образования, образования, школа, среднее специальное образование, вуз). С учетом поликультурности современного общества, в местах компактного проживания разных народов, акцент делается на комплексное исследование народных педагогических традиций с целью использования положительного опыта в решении современных педагогических задач в области нравственного воспитания (например, исследуется формирование нравственного сознания и поведения у подростков на народных традициях хантов и манси (А.Б. Григорян, 1998); нравственное воспитание в традиционных педагогических культурах русского и карачаевского народов (Б.А. Айбазов, 2004)).

Исследуется преемственность народной и научной педагогики в развитии теории нравственного воспитания в советской школе (А.П. Орлова, 1998), в процессе формирования нравственных качеств детей в семье (Бибихафиза Маджидова, 2004); младших школьников (Е.В. Белоусова, 1998; Е.В. Номогоева, 2003; И.В. Абрашина, 2005); подростков (Т.В. Емельянова, 1986; О.П. Фетисова, 2004; А.Б. Григорян, 1998; З.Ж. Кучукова, 2009); старшеклассников (Р.И. Омарова, 1998); во внеучебной деятельности (А. Умаров, 1998; Н.Т. Абидова, 2010).

Таким образом, большинство работ этнопедагогического характера посвящены нравственному воспитанию в народной педагогике и реализации народной педагогики в нравственном воспитании детей. Поскольку построены данные научные труды на основе материалов как этнографии, так и фольклора, то в любом случае в определенной мере они касаются использования народной сказки в нравственном воспитании детей разного возраста.

Проведенное исследование дает возможность говорить о том, что в раскрытие нравственного потенциала белорусских народных сказок определенный вклад внесли отечественные ученые: фольклористы (В.В. Козлов, Г.А. Барташевич), этнопедагоги (Л.Н. Воронцовская, А.А. Гримоть, Е.Л. Михайлова, А.П. Орлова, В.В. Пашкевич).

Нравственную ценность белорусских народных сказок отмечают фольклористы. Так, напри-

мер, В.В. Козлов, посвятивший свою диссертационную работу исследованию данного вида народного творчества, говорит: «Важность поднятых в белорусском сказочном эпосе социальных и нравственных проблем, их разрешение в духе лучших вольнолюбивых традиций и принципов, ограниченность формы и содержания сказок, их эстетическая и этическая убедительность превращают белорусские народные сказки в своеобразный «моральный кодекс», утверждающий передовые демократические идеи и воззрения» [1, с. 14].

В диссертации Л.Н. Воронечкой особое внимание уделяется педагогическим возможностям народной сказки. В частности, раскрывая сущность реализуемой в работе методики формирующего эксперимента, ученый ставит задачу разработать доступное освоению дошкольников содержание с основными элементами национальной культуры белорусов. При этом акцент делается на народной сказке. В автореферате диссертации Л.Н. Воронечка отмечает, что «отбор белорусских народных сказок осуществлялся на следующих условиях:

- сюжетная занимательность, их доступность детям, яркость национальных образов, выразительность языка (сюжетная привлекательность, достоверная характеристика героев);

- простота и выразительность композиции (зачин, логика, развертывание действия, кульминация и развязка);

- воспитательная направленность содержания (проявление нравственных качеств белорусского народа; доброта, трудолюбие, доброжелательность, честность, уважение к старым и близким, забота о семье, природе и т.д.).

Для старших дошкольников отбирались сказки, насыщенные фантастическими образами, национальными героями.

На этом материале были определены этапы привлечения детей к доступному содержанию белорусской культуры» [2, с. 11].

Нравственные возможности народных сказок применительно к детям дошкольного возраста затрагиваются в пособии «Беларуская народная педагогіка ў сістэме дашкольнага выхавання», адресованном студентам и преподавателям (А.А. Гримоть, Л.Н. Воронечка, 1994).

Реализации народной сказки в воспитании детей дошкольного возраста касаются программы дошкольного образования (см., напр., «Праграма па этнавыхаванні дзяцей дашкольнага ўзросту: вучэб. метад. дапаможнік / Г.П. Арлова, Т.Д. Вакушэнка, С.П. Марзан»; «Пралеска: программа

дашкольнага образования / Е.А. Панько [и др.]» [3–4].

В свете перспективы развертывания этнопедагогизации образования в Республике Беларусь серьезным основанием для совершенствования нравственного воспитания может стать реализация народной сказки в системе дошкольного образования. Таким образом, актуальность исследования белорусской народной сказки как средства нравственного воспитания детей старшего дошкольного возраста несомненна, т.к. результаты проведенного исследования в определенной мере могут способствовать созданию более совершенной системы нравственного воспитания дошкольников.

**Заключение.** В настоящее время обострились социально-педагогические противоречия, акцентирующие внимание ученых и практиков на реализации народной педагогики в нравственном воспитании. Среди многочисленных этнопедагогических исследований, посвященных нравственному воспитанию, следует отметить работы, раскрывающие потенциальные возможности устного народного творчества, а следовательно, опосредованно или непосредственно народной сказки в нравственном воспитании детей. Данная проблема занимает определенное место в ряду этнопедагогических научных трудов начиная с 20-х годов XX века. Все вышесказанное подчеркивает актуальность и значимость проведения исследования белорусских народных сказок в нравственном воспитании детей дошкольного возраста.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов, В.В. Отражение социально-этических идеалов народа в белорусской сказке: автореф. ... дис. канд. филол. наук / В.В. Козлов. – Минск, 1979. – 15 с.
2. Варанецкая, Л.М. Фарміраванне нацыянальнай самасвядомасці дзяцей старэйшага дашкольнага ўзросту: аўтаграф. ... дис. канд. пед. навук / Л.М. Варанецкая. – Минск, 1997. – 20 с.
3. Праграма па этнавыхаванні дзяцей дашкольнага ўзросту: вучэб. метад. дапаможнік / Г.П. Арлова, Т.Д. Вакушэнка, С.П. Марзан. Віцебск: ВДУ імя П.М. Машэрава, 2004. – 193 с.
4. Пралеска: праграма дошкольнага образования / Е.А. Панько [и др.]. – Минск: НИО; Аверса, 2007. – 320 с.

#### REFERENCES

1. Kozlov V.V. Otrazheniye sotsialno-eticheskikh idealov naroda v belorusskoi skazke: avtoreferat dis. . . kand. filol. nauk [Reflection of Social and Ethic Ideals of People in Belarusian Tale: Self-summary of PHD Thesis], Minsk, 1979, 15 p.
2. Varanetskaya L.M. Formiravanne natsiyanalnai samasvyadomasti dzyatsei stareishaga dashkolnaga uzlostu: avtoreferat dis. . . kand. ped. nauk [Building Up National Self-Identification by Preschool Children: Self-summary of PHD Thesis], Minsk, 1997, 20 p.
3. Arlova G.P., Vakushenko T.D., Marizan S.P. Programma pa etnavykhavanniu dzyatsei dashkolnaga uzrostu: vuchebn. metod. dapamozhnik / G.P. Arlova, T.D. Vakushenka, S.P. Marzan. [Program on Ethnoupbringing of Preschool Children: Textbook]. Vitsebsk: VGU im.P.M. Masherava, 2004, 193 p.
4. Panko E.A. Pralaska: programma doshkolnogo obrazovaniya [Pralaska: Program of Preschool Education], Minsk: NIO; Aversa, 2007, 320 p.

Поступила в редакцию 11.02.2014. Принята в печать 21.04.2014  
Адрес для корреспонденции: e-mail: annaor39@yandex.ru Орлова А.И.

## Развитие социальной педагогики в Беларуси (40–50-е годы XX столетия)

Н.Ю. Андрущенко

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

*Исторические знания, являясь неотъемлемым компонентом профессиональной подготовки специалистов в области социальной педагогики, выступают важным образовательным и воспитательным средством.*

*Цель данной статьи – рассмотреть развитие отечественной социальной педагогики в 40–50-е годы XX столетия.*

**Материал и методы.** Материалом послужили педагогические источники, в частности были проанализированы статьи педагогической периодики (журнал «В помощь учителю»), а также отдельные главы учебников по педагогике известных ученых (П.Н. Груздев, И.Т. Огородников, П.Н. Шимбирев). Кроме того, была изучена инструктивно-методическая литература (инструкции и положения Министерства просвещения БССР). Для достижения поставленной цели были использованы общелогические методы (индукция и дедукция, анализ и синтез, сравнение и обобщение).

**Результаты и их обсуждение.** В статье дан ретроспективный анализ развития социальной педагогики в Беларуси в 1940–1950-е годы. Рассмотрены особенности реализации основных положений воспитательной работы с детьми. Акцентируется внимание на взаимодействии школы и семьи в развитии ребенка. Раскрыта сущность семейного воспитания. Показана роль классных руководителей в реализации задач воспитательной политики. Охарактеризованы проблемы развития социально-педагогической деятельности. Представлен сравнительно-сопоставительный анализ взглядов педагогов на проблему соотношения социальной среды и воспитания в формировании личности.

**Заключение.** В 40–50-е годы XX столетия активизировалось развитие социально-педагогической деятельности, в частности воспитательной работы с детьми. Образовательная политика была направлена на изучение и обобщение опыта взаимодействия школы и родителей в деле воспитания детей. Возрос интерес к проблемам семейного и внешкольного воспитания, которые активно обсуждались педагогическим сообществом.

**Ключевые слова:** социальная педагогика, социально-педагогическая деятельность, семейное воспитание, внешкольное воспитание.

## Development of Social Education in Belarus (the 40–50-ies of the XX Century)

N.Yu. Andrushchenko

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

*Historical knowledge, being an inseparable component of professional training of social education specialists, is an important educational and upbringing means.*

*The purpose of the article is to consider the development of national social education in the 40–50-ies of the XX century.*

**Material and methods.** Pedagogical sources became the material. In particular, articles from pedagogical periodicals were analyzed («Teacher' Guidebook» Journal), and some chapters from pedagogical textbooks by outstanding scholars (P.N. Grouzdev, I.T. Ogorodnikov, P.N. Shimbirev). Besides, regulation and methodological literature was studied (regulations by the Ministry of Education of the BSSR). To reach the goal general logics methods were used (induction and deduction, analysis and synthesis, comparison and generalization).

**Findings and their discussion.** Retrospective analysis of the development of social education in Belarus in 1940–1950-ies is presented in the article. Peculiarities of the implementation of basic ideas of educational work with children are considered. Attention is drawn to the interaction of school and family in bringing up the child. The idea of family upbringing is revealed. Role of class tutors in the implementation of the tasks of educational policy is presented. Issues of the development of social and educational activity are characterized. Comparative analysis of the educationalists' ideas on the correlation of social environment and upbringing in personality formation is presented.

**Conclusion.** In the 40–50-ies of the XX century development of social and pedagogical activity became more active, the upbringing work with children in particular. Educational policy was directed at the study and generalization of the experience of the interaction of school and parents in upbringing children. Interest in the issues of family and out of school upbringing has increased, which was actively discussed by pedagogical community.

**Key words:** social education, social and pedagogical activity, family upbringing, out of school upbringing.

**А**ктуальность исследования проблем социальной педагогики детерминируется рядом причин. Одна из них совершенствование системы кад-

рового обеспечения воспитательной работы в учреждениях образования, поскольку сфера деятельности социального педагога – социальное воспитание

подростающего поколения. Без научного знания по истории отечественной социальной педагогики это невозможно.

Цель данной статьи – рассмотреть развитие отечественной социальной педагогики в 40–50-е годы XX столетия.

**Материал и методы.** Материалом послужили педагогические источники, в частности были проанализированы статьи педагогической периодики (журнал «В помощь учителю»), а также отдельные главы учебников по педагогике известных ученых (П.Н. Груздев, И.Т. Огородников, П.Н. Шимбирев), в которых освещались вопросы социально-педагогического характера. Кроме того, была изучена инструктивно-методическая литература (инструкции и положения Министерства просвещения БССР), отражавшая сущность образовательной политики рассматриваемого периода времени. Методологическая основа исследования представлена общенаучным и конкретно-научным уровнями. Общенаучный уровень составили принципы единства теории и практики, историзма, объективности, взаимосвязи исторического и логического. Конкретно-научный уровень представлен совокупностью подходов: историко-педагогическим, культурологическим, средовым. Были использованы общелогические методы (индукция и дедукция, анализ и синтез, сравнение и обобщение).

**Результаты и их обсуждение.** Общий характер проводимых в стране в конце 40–50-х годов XX столетия преобразований приводит к активизации развития социально-педагогической деятельности. Прежде всего, это касается проблемы воспитательной работы с детьми. Перед органами образования была поставлена задача всестороннего изучения и обобщения опыта, накопленного школами, родителями, общественностью в деле воспитания подрастающего поколения. Отмечалось, что руководители школ, педагогические кабинеты, институты повышения квалификации учителей, органы народного просвещения недопустимо мало уделяют внимания данной проблеме. Предлагалось принять все меры для усиления связи школы и семьи посредством обязательного планирования деятельности школ с родителями, ознакомления учителей с содержанием и формами работы с родителями.

Следует отметить, что в рассматриваемый период времени явно наблюдался интерес к проблеме семейного воспитания. Подчеркивалось, что «школа только в том случае может выполнять задачи, которые стоят перед ней, если она будет вести свою работу в тесном контакте с семьей» [1,

с. 63]. Во многом это было обусловлено тем, что педагогическое сообщество признало ошибочность установки «Воспитывать должна только школа». Поэтому была поставлена задача по привлечению родителей к воспитанию собственных детей. Кроме того, обсуждался вопрос о целесообразности повышения ответственности родителей за воспитание ребенка [2].

Вопросы семейного воспитания, взаимодействия школы и семьи в воспитании ребенка дискутировались на страницах педагогической периодики. Предлагалось активизировать совместную деятельность школы и родителей, акцентировалось внимание на воспитательном потенциале семьи и необходимости его развития. Значительная роль в совместной работе отводилась родительскому комитету, который являлся своего рода связующим звеном между педагогическим коллективом и семьей. Задачами родительского комитета было изучение условий жизни и воспитания детей в семье, консультации по вопросам обучения и воспитания, педагогическая пропаганда. Например, в одной из школ Могилева по инициативе родительского комитета для родителей учителями был прочитан ряд лекций: «О воспитании в семье», «Об ответственности родителей за воспитание и успеваемость учеников», «О роли родителей в воспитании детей» [2].

Уже в конце 1940-х годов активизировалась деятельность по пропаганде передового опыта по взаимодействию школы и семьи в воспитании детей. В Положении о методической работе в школе (1949 г.) заострялось внимание на необходимости изучения педагогами возрастных особенностей детей, форм и методов воспитательной работы, методики работы с талантливыми детьми, методов и содержания педагогической пропаганды среди родителей [3]. В 1952 году Коллегия Министерства просвещения Белорусской ССР постановила разработать и обсудить на советах по народному просвещению конкретные мероприятия по улучшению пропаганды педагогических знаний среди населения и родителей.

В инструктивно-методическом указании «О работе классного руководителя в школе» отмечалось, что классный руководитель обязан добиться того, чтобы родители принимали активное участие в воспитании своих детей, чаще посещали школу и интересовались их успехами и неудачами, советовались с педагогами по вопросам воспитания. В этой связи классные руководители и учителя школ были нацелены на организацию лекций, консультаций для родителей, изучение воспитательного потенциала родителей, индивидуальных особенностей детей и социально-бытовых условий жизни. Для проведения родительских лекториев предлагался пере-

чень тем, отдельные из которых («Совместная работа школы и семьи», «Воспитание у детей навыков и привычек культурного поведения») носили социально-педагогическую направленность [4].

На страницах педагогической периодики поднималась проблема работы внешкольных учреждений. В частности, говорилось о том, что внешкольные детские учреждения ведут свою работу в отрыве от школы, с узким кругом учеников, не согласовываются планы работ, без учета нагрузки детей, их интересов дают задания, которые не имеют никакого воспитательного значения. Отмечалось, что Управление школ Министерства просвещения БССР и органы народного просвещения не уделяют должного внимания руководству внеклассной и внешкольной работой учеников, допуская бесконтрольность школы в этой области педагогической работы, чем в значительной мере снижают ее образовательное значение.

В послевоенные годы акцент в воспитательной работе был сделан на усилении дисциплины учащихся [5]. С этой целью предлагалось повысить ответственность учителей и классных руководителей за качество проводимой ими воспитательной работы, активизировать работу родительских комитетов, шире развернуть педагогическую пропаганду среди населения, усилить педагогическое и общественное воздействие на родителей, не должным образом заботящихся о детях. Для повышения качества работы с детьми и подростками предлагалось акцентировать внимание на организации детских комнат, спортивных площадок при домоуправлениях, общежитиях, рабочих клубах, домах культурах. Был выявлен ряд недостатков в проводимой воспитательной работе. В частности, отмечалось, что недостаточно внимания уделяется воспитанию учеников во внеклассной работе, ответственного поведения школьников, многие школы не работают с родителями, не помогают им правильно воспитывать детей в семье, недостаточно пропагандируют педагогические знания среди населения. Подчеркивалось, что слабость воспитательной работы в ряде школ, отсутствие необходимого контакта в единой линии воздействия на учеников со стороны школы и семьи приводят к безнадзорности детей и другим отрицательным результатам. Во многом данные проблемы не решались из-за нехватки квалифицированных кадров. Поэтому обращалось внимание на повышение квалификации педагогов, важным звеном которой была методическая работа. В 1949 году вышло положение «О методической работе в школе». Основным содержанием работы методических объединений учителей являлись организация учебно-воспитательной работы с второклассниками, изуче-

ние методики работы с отлично и хорошо успевающими учениками, изучение их интересов и потребностей, методика проведения внеклассных и внешкольных мероприятий, методы изучения учеников и составление педагогических характеристик и др. [3].

В 1950-е годы проблемы учебно-воспитательного характера требовали поставить в центр внимания педагогов вопросы воспитания школьников и повысить ответственность учителей за результаты педагогической деятельности [6].

В целях улучшения воспитательной работы в школе учителей ориентировали на необходимость увязки преподаваемых дисциплин с практической жизнью и явлениями окружающего мира. Действенными средствами осуществления поставленных задач считали краеведение и педагогизацию среды [7].

Связующим звеном между школой и родителями должны были стать классные руководители. В их обязанности входили постоянное взаимодействие с родителями и информирование об успеваемости детей, посещение на дому, проведение индивидуальных бесед, организация родительских собраний и т.п.; всестороннее изучение индивидуальных особенностей, интересов учеников, организация контроля за поведением [8].

Следует отметить, что еще в 1930-е годы вследствие несогласованности в деятельности школы, внешкольных учреждений и семьи по воспитанию детей обсуждалась проблема разработки единого воспитательного плана. Организация воспитательного процесса в соответствии с этим планом предполагала объединение усилий семьи, школы, пионерской и комсомольской организаций, общественности (горсовет, жакт, секции врачей, библиотеки, кино), поскольку «... в одну цепочку должны быть увязаны все воздействия на ребенка и взрослого. Тогда они дадут огромный воспитательный эффект» [9]. По сути, речь шла о социально-педагогических комплексах, которые получили развитие в 1980-е годы.

Особый интерес, с точки зрения исследования специфики развития социальной педагогики, вызывают учебники по педагогике, вышедшие в рассматриваемый период времени. Например, в «Педагогике» И.Т. Огородникова (1950 г.) отдельным вопросом выносятся проблема соотношения среды и воспитания в формировании ребенка. Автор анализирует такие понятия, как «среда и воспитание», «социальное развитие», подчеркивая приоритетность воспитания, не умаляя роли среды и необходимости ее изучения: «Решающее значение в деле подготовки всесторонне развитых людей ... принадлежит воспитанию. В то же время сила и роль воспитания тем больше будет возрастать, чем больше будет связь между воспитанием и всей осталь-

ной общественной практикой подрастающего поколения» [10]. Таким образом, педагог предпринял попытку теоретического осмысления данной проблемы. Отдельный параграф посвящен вопросу взаимодействия школы и семьи в воспитании детей.

Аналогичные проблемы социально-педагогической направленности нашли отражение в учебнике по педагогике П.Н. Шимбирева (1940 г.). Следует отметить, что глава «Семья и школа» отсутствовала в ранее изданном учебнике «Педагогика». Это свидетельствует о нарастающем интересе к проблеме семейного воспитания. Не обошел вниманием педагог проблему влияния социальной среды на развитие ребенка. Ученый на примере анализа идей буржуазных педагогов, в частности В. Лая, хотел показать, что социальная среда не может предопределить все последующее развитие ребенка. Вместе с тем, признавал, что «социальная среда оказывает огромное влияние и на развитие подрастающего поколения» [11]. Неоднозначность объясняется тем, что данные проблемы рассматривались сквозь призму существовавших тогда политических установок, с позиции марксистско-ленинской идеологии. Так, в учебнике по педагогике под редакцией П.Н. Груздева (1940 г.) вопрос о социальной среде, развитии ребенка анализируется только с точки зрения буржуазной педагогики, где социальная среда рассматривается вне контекста общественно-классовой борьбы и соответственно неприемлемой для советской системы образования. В данном учебнике не нашла отражения проблема семейного воспитания [12].

**Заключение.** В 1940–1950-е годы активизировалось развитие социально-педагогической деятельности. Прежде всего, это касается воспитательной работы с детьми. Политика образования была направлена на изучение и обобщение опыта, накопленного школами и родителями в деле воспитания детей. Поэтому наблюдался значительный интерес к проблемам взаимодействия родителей и школы, семейного и внешкольного воспитания. Данные вопросы активно обсуждались на страницах педагогической периодики. В частности, отмечалось, что мало внимания уделяется внеклассной работе, многие школы не работают с родителями, недостаточно

пропагандируются педагогические знания, что приводит к социально-негативным последствиям (безнадзорность, нарушение дисциплины, правонарушения). Вышеобозначенные проблемы во многом были обусловлены отсутствием квалифицированных кадров. Поэтому обращалось внимание на профессиональную подготовку и повышение квалификации педагогов. В учебниках по педагогике освещались вопросы социального развития, соотношения социальной среды и воспитания, взаимодействия семьи и школы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аб работе дырэктара, загадчыка навучальнай часткі сямгадовай і сярэдняй школы // У дапамогу настаўніку. – 1945. – № 1. – С. 57–66.
2. Ермоленка, Я. Пашырыць сувязь школы з сям'ёй у справе навучання і выхаваўчай дзейнасці / Я. Ермоленка // У дапамогу настаўніку. – 1954. – № 5. – С. 32–40.
3. Палажэнне аб метадычнай рабоце ў школе // У дапамогу настаўніку. – 1949. – № 6. – С. 16–22.
4. Інструкцыяна-метадычны ўказанні аб рабоце класнага кіраўніка ў школе // У дапамогу настаўніку. – 1954. – № 2. – С. 68–80.
5. Ломцян, Т.П. Шляхі павышэння якасці навучання і выхаваўчай работы ў школах Беларускай ССР / Т.П. Ломцян // У дапамогу настаўніку. – 1946. – № 1-2. – С. 23–34.
6. Больш адказнасці кіраўніка школы і настаўніка за вынікі педагогічнай работы // У дапамогу настаўніку. – 1955. – № 4. – С. 3–6.
7. Павышэнне эфектыўнасці вучэбна-выхаваўчай работы ў школе // У дапамогу настаўніку. – 1959. – № 2. – С. 3–7.
8. Палажэнне аб класным кіраўніку // У дапамогу настаўніку. – 1954. – № 3. – С. 65–67.
9. Королёв, Ф.Ф. Воспитательные задачи школы / Ф.Ф. Королёв. – 2-е изд. – Л.-М., 1930. – 93 с.
10. Огородников, И.Т. Педагогика / И.Т. Огородников. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Учпедгиз, 1950. – 432 с.
11. Шимбирев, П.Н. Педагогика / П.Н. Шимбирев. – М.: Учпедгиз, 1940. – 338 с.
12. Педагогика / под ред. проф. П.Н. Груздева. – М.: Учпедгиз, 1940. – 624 с.

#### REFERENCES

1. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1945, 1, pp. 57-66.
2. Yermolenka Ya. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1954, 5, pp. 32-40.
3. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1949, 6, pp. 16-22.
4. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1954, 2, pp. 68-80.
5. Lomtsiyau T.P. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1946, 1-2, pp. 23-34.
6. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1955, 4, pp. 3-6.
7. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1959, 2, pp. 3-7.
8. U dapamogy настаўніку [Teacher's Guidebook], 1954, 3, pp. 65-67.
9. Korolev F.F. Vospitatelnyye zadachi shkoli [Educational Tasks of School], L., M., 1930, 93 p.
10. Ogorodnikov I.T. Pedagogika [The Science of Education]. M.: Uchpedgiz, 1950, 432 p.
11. Shimbirev P.N. Pedagogika [The Science of Education]. M.: Uchpedgiz, 1940, 338 p.
12. Gruzdev P.N. Pedagogika [The Science of Education]. M.: Uchpedgiz, 1940, 624 p.

## Развитие творческого потенциала личности школьника в процессе музыкально-художественной деятельности

**Н.А. Ракова, О.Г. Волощенко**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»*

*Содействие развитию и формированию творческой личности во всем ее богатстве и разнообразии, создание условий для наиболее полной и успешной творческой реализации становится первоочередной задачей системы образования.*

*Цель – выявление педагогических условий эффективной организации музыкально-художественной деятельности, способствующих развитию творческого потенциала личности школьника.*

**Материал и методы.** *В рамках организации музыкально-художественной внеурочной деятельности школьников нами была разработана технология развития творческого потенциала личности школьника и проведена опытно-экспериментальная работа с учащимися ГУО «СШ № 17 г. Витебска».*

*Методологическая основа исследования: теория личностно-деятельностного подхода в обучении, концептуальные подходы приобщения детей к творчеству, методология и методика развития творческого потенциала личности школьника, теория развития креативности учащихся в процессе художественной деятельности.*

**Результаты и их обсуждение.** *Творчество представляет процесс созидания нового, выход за пределы привычного, что предопределяется уровнем развития творческого потенциала личности. Реализация творческого потенциала происходит в деятельности. Художественная деятельность – разновидность духовно-практической деятельности, в которой социально опосредованные субъект-объектные отношения преобразуются в личностно-индивидуальные установки творца. Музыкально-художественная деятельность – это способ взаимодействия человека с музыкой.*

**Заключение.** *Реализация разработанной нами педагогической технологии развития творческого потенциала личности школьника обеспечивает развитие направленности и потребности личности в творчестве, овладение специальными знаниями, умениями и навыками, способами умственной и практической деятельности.*

**Ключевые слова:** *творчество, творческий потенциал, деятельность, музыкально-художественная деятельность.*

## Development of Creative Potential of the Personality of a Schoolchild in the Process of Musical and Art Activity

**N.A. Rakova, O.G. Voloshchenko**

*Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»*

*Promotion of the development and shaping a creative personality in all its riches, creation of conditions for fullest and successful creative implementation, is a primary task of the system of education.*

*The aim is to find out pedagogical conditions for efficient organization of musical and creative activity, which would facilitate the development of the creative potential of the personality of a schoolchild.*

**Material and methods.** *Within the framework of the organization of musical and creative extracurricular activity of schoolchildren we elaborated technology of the development of the creative potential of the personality of a schoolchild and conducted experimental work with the pupils of secondary school No17 of the City of Vitebsk.*

*The methodological basis of the research is the theory of personality and activity approach in teaching, conceptual approaches of introducing children to creation, methodology and methods of the development of the creative potential of the personality of a schoolchild, the theory of creativity development in the process of art activity.*

**Findings and their discussion.** *Creative activity is a process of building up new, transcending the limits of the ordinary. Creation of something new is conditioned by the development level of the creative potential of the personality. The creative potential is implemented in the activity. Art activity is a kind of spiritual and practical activity, in which socially defined subject-object relations are converted into personality individual settings of the creator. Musical and art activity is a way of interaction of the man with music.*

**Conclusion.** *Implementation of the pedagogical technology of the development of the creative potential of a schoolchild personality, which we elaborated, provides the development of the personality direction and necessity in creation, mastering special knowledge and skills, ways of mental and practical activity.*

**Key words:** *creative activity, creative potential, activity, musical and art activity.*

Совершенствование материального производства, духовной сферы, уникальные достижения в области науки, культуры, искусства, в целом прогресс жизни имели и имеют прямое отношение к творческой деятельности человека, которая во все времена вызывала уважение и составляла непреходящую ценность цивилизаций. Вследствие этого закономерной становится острая нужда в человеке-творце, обладающем гибкостью мышления, высоким профессионализмом, продуцирующим нестандартные решения проблемных ситуаций, способным к самоопределению в мире. Содействие развитию и формированию творческой личности во всем ее богатстве и разнообразии, создание условий для наиболее полной и успешной творческой реализации становится первоочередной задачей системы образования.

Цель – выявление педагогических условий эффективной организации музыкально-художественной деятельности, способствующие развитию творческого потенциала личности школьника.

**Материал и методы.** Методологическую основу исследования составили: теория личностно-деятельностного подхода в обучении (Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, А.Н. Леонтьев); концептуальные подходы приобщения детей к творчеству (Д.Б. Богоявленская, И.П. Волков, Я.А. Пономарев); методология и методика развития творческого потенциала личности школьника (Н.В. Зайцева, И.В. Курьшева, И.Е. Садовникова); теория развития креативности учащихся в процессе художественной деятельности (Н.В. Зайцева, И.А. Малахова).

В качестве методов теоретического исследования использованы сравнительно-сопоставительный анализ, обобщение научной литературы, индуктивный и дедуктивный методы.

В процессе проведения эмпирического исследования реализованы методы педагогического наблюдения, беседа, анкетирования, педагогический эксперимент.

С целью обработки полученных данных использованы методы регистрации, шкалирования и др.

В контексте организации внеурочной музыкально-художественной деятельности школьников нами была разработана технология развития творческого потенциала личности школьника и проведена опытно-экспериментальная работа с учащимися 5–7 классов ГУО «СШ № 17 г. Витебска» в количестве 237 человек.

**Результаты и их обсуждение.** Творчество представляет собой непрерывный процесс созидания нового, выход за пределы привычного. По-

требность в творчестве, стремление к нему естественны для каждой личности. Очевидно, что школьник создает субъективно-новое, то есть новое для него самого, однако это созидание имеет важное социокультурное значение, так как в ходе его проявляются и формируются способности личности, которые представляют собой общественную ценность.

Создание чего-либо нового предопределяется уровнем развития творческого потенциала личности.

Под творческим потенциалом (от лат. *potentia* – возможность) традиционно понимают средства, запасы, источники, имеющиеся в наличии, а также средства, которые могут быть мобилизованы, приведены в действие, использованы для достижения определенной цели, решения какой-либо задачи; возможности отдельного лица, общества в определенной области.

Реализация творческого потенциала происходит в деятельности. Не только ее результат, но и сам процесс может служить определенным показателем уровня развития творческого потенциала личности. Остановимся подробнее на определении значения термина «деятельность», его специфики по сравнению с такими понятиями, как «действие», «движение», «активность», «операция». Для разведения философских понятий «движение», «активность», «жизнедеятельность», «деятельность» М.С. Коган предлагает соотносить их со сложностью форм движения материи. Для обозначения всеобщего свойства материи предлагается термин «движение». С появлением жизни как формы существования материи появляется и новая форма движения – активность. Форму движения, характеризующую активность животных, ученый предлагает называть жизнедеятельностью. И, наконец, только целенаправленную активность человека предлагается называть деятельностью. Для устранения некоторой жесткости в определении понятия «деятельность», возникающей при таком строгом подходе, можно согласиться с определением психолога Г.В. Суходольского, который определяет деятельность как «целесообразную жизнедеятельность, свойственную высокоорганизованным животным (деятельность животных) и людям (человеческая деятельность).

Отличительной характеристикой человеческой деятельности является лежащее в ее основе осознанное целеполагание. Следовательно, специфически человеческой является деятельность осознанная. Это не значит, что в деятельности человека не принимают участие неосознаваемые психические образования. Неосознаваемые потребности, значение категорий объектов и даже

цели также принимают участие в деятельности человека, однако они не являются ее существенной характеристикой, а относятся к области неосознаваемой, часто импульсивной, не всегда последовательной и понятной области жизнедеятельности человека [1].

Художественная деятельность входит в перечень важнейших направлений человеческой деятельности. Особенно важным является то, что ей присуща интегральная форма, т.к. она сочетает в себе элементы всех видов деятельности: познавательной, преобразовательной, коммуникативной и ценностно-ориентационной. Художественная деятельность характеризуется как разновидность духовно-практической деятельности, в которой социально опосредованные субъект-объектные отношения преобразуются в личностно-индивидуальные установки творца, становясь его внутренним достоянием. Одной из главных особенностей данного направления деятельности является то, что ей не противостоит какой-то особый объект. Отмечается, что предметом может быть любой объект действительности и общественной практики [2].

Как отмечает В.М. Пивоев, художественная деятельность включает различные виды продуктивной активности человека в сфере искусства: исполнительство, интерпретацию, восприятие и переживание произведений искусства. Различные виды художественной деятельности объединены между собой тем, что они обеспечивают функционирование художественной культуры, художественное отражение действительности.

Для более глубокого рассмотрения сущности художественной деятельности необходимо определить решаемые в ходе ее осуществления задачи:

- развитие способностей к восприятию прекрасного, эстетических представлений и чувств;
- приобщение к деятельности в сфере искусства посредством воспитания потребности и привычек вносить элементы прекрасного в быт, общественные отношения и т.д.;
- формирование основ художественного вкуса и на этой основе – способности к самостоятельной оценке произведений искусства и явлений жизни;
- развитие художественно-творческих способностей [3].

Н.А. Ветлугина выделяет следующие уровни художественной деятельности:

1) развитие восприятия художественной литературы, произведений музыкального и изобразительного искусства;

2) обучение навыкам творческого исполнительства;

3) формирование способов творческих действий.

В современной литературе принято рассматривать пять направлений художественной деятельности школьников, соответствующих следующим видам искусства: литература, кино, музыка, театр, изобразительное искусство, плюс танец и хореография.

В контексте нашего исследования важным представляется более глубокое рассмотрение сущностных характеристик музыкального направления художественной деятельности.

Музыкально-художественная деятельность – это способ взаимодействия человека с музыкой. Специфика искусства как особой художественной информации заключается в том, что она:

- сообщает о значениях, смыслах, ценностях, но не об объектах мира;
- вбирает в себя и общее, и особенное;
- характеризует единство рационального и эмоционального уровня (мысли и чувства) [4].

В рамках организации музыкально-художественной внеурочной деятельности школьников нами была разработана технология развития творческого потенциала личности школьника и проведена опытно-экспериментальная работа с учащимися ГУО «СШ № 17 г. Витебска». Она проводилась по трем направлениям, отражающим содержательный компонент разработанной технологии развития творческого потенциала личности школьника (познавательное, практическое, творческое).

Познавательное направление предполагало отбор педагогом и освоение учащимися информационного материала, обеспечивающего осознанное целеполагание и мотивацию занятий, а также систему теоретических знаний, сущности, задач, содержания и методов организации процесса развития творческого потенциала личности школьника во внеурочной музыкально-художественной деятельности.

Основой содержательного компонента творческого потенциала личности школьника стала программа «Ступени творчества», разработанная с учетом результатов уровня развития творческого потенциала личности школьника и уровня специальных знаний, умений, навыков, полученных учащимися на уроках музыки в начальной школе. При составлении программы нами применялись анализ литературных источников, результаты наблюдения за работой хореографического, драматического, хорового кружков, накопленный собственный опыт по организации уроков музыки, факультативных занятий, вокально-

го кружка. Исходя из этого осуществлялось тематическое планирование разделов по годам обучения с указанием часов, отводимых на каждый раздел.

Практическое направление характеризуется непосредственной реализацией программы «Ступени творчества».

В программе предусматривается операциональная подготовка, направленная на формирование необходимого объема специальных знаний, которые должны усвоить школьники, а также на выработку и закрепление системы умений и действий, связанных с реализацией своего собственного творческого потенциала во внеурочной музыкально-художественной деятельности.

Использовались традиционные для школы формы организации музыкально-художественной внеурочной деятельности: тематические вечера, празд-

ники, конкурсы, музыкальная гостиная, НИОУ, хоровой кружок, вокальная группа, хореографический кружок, театральные кружки.

Реализация творческого направления основывалась на идее, согласно которой музыкально-художественная деятельность способствует развитию креативных способностей человека, которые, в свою очередь, являются необходимым условием развития творческого потенциала личности школьника. В связи с этим на протяжении эксперимента мы наблюдали за особенностями проявления и развития творческих способностей учащихся экспериментальной группы.

В приводимой ниже табл. 1 представлено соотношение показателей развития творческих способностей к музыкально-художественной деятельности до начала эксперимента и по его завершении.

Таблица 1

**Соотношение показателей развития творческих способностей учащихся к музыкально-художественной деятельности**

Критерии	Экспериментальная группа учащихся		
	2009–2010 уч. г.	2010–2011 уч. г.	2011–2012 уч. г.
1. Осознанный интерес к музыкально-художественной творческой деятельности	63(62%)	72(71%)	89(87%)
2. Способность к творческому преобразованию музыкальных произведений усвоенными способами	42(41%)	67(66%)	87(85%)
3. Способность к самостоятельному элементарному творческому преобразованию музыкально-художественного объекта деятельности	25(24%)	57(56%)	63(62%)
4. Способность создавать самостоятельную вокальную интерпретацию произведения, новую трактовку изучаемого произведения	–	39(38%)	61(60%)
5. Потребность и способность самостоятельного создания новых музыкальных образов	–	17(16%)	37(36%)
6. Способность к критическому анализу музыкальных произведений, поиску новых сюжетов, тем, а также выбору способов и средств их выполнения	–	–	23(22%)

Таблица 2

**Динамика развития уровней творческой музыкально-художественной деятельности учащихся экспериментальной группы**

Уровни творческой музыкально-художественной деятельности	Количество учащихся		
	2009–2010 уч.г.	2010–2011 уч.г.	2011–2012 уч.г.
1. Интуитивно-творческий	53(52%)	21(20%)	–
2. Репродуктивно-творческий	26(25%)	29(29%)	12(12%)
3. Частично-креативный	23(23%)	32(32%)	14(14%)
4. Креативно-поисковый	–	18(17%)	39(38%)
5. Собственно креативный	–	2(2%)	37(36%)

Из данных табл. 1 видно, что в течение первого года эксперимента у учащихся продолжалось накопление специфических знаний, умений, навыков. Только 24% участников предпринимали попытки частичного привнесения своего. На втором этапе исследования этот показатель составил уже 56%. Обозначился выход на новый уровень творческой деятельности – самостоятельная интерпретация, трактовка и создание новых образов. Способность к критическому анализу произведений, поиску новых сюжетов, тем проявляется у 22% воспитанников, когда произошло значительное накопление не только практического опыта, но и искусствоведческих знаний.

Ориентируясь на динамику развития творческих способностей учащихся экспериментальной группы, анализ образцов их креативной деятельности, можно привести сравнение показателей уровней творческой музыкально-художественной деятельности школьников. Показатели представлены в табл. 2.

Данные этой таблицы позволяют наблюдать за трансформацией характера музыкально-художественной творческой деятельности у школьников. Не все учащиеся способны были перейти на репродуктивно-творческий уровень даже на втором году обучения, хотя большинство из них уже овладели основными умениями и навыками. Степень овладения вторым уровнем подразумевала полную самостоятельность в работе после совместного анализа произведения-образца. Уже на первом этапе эксперимента 23% учащихся уже пытались вносить частичные изменения в предложенный образец. На втором этапе намечилось значительное движение, хотя по-прежнему 20% учащихся остались на уровне интуитивно-творческой деятельности. Следует отметить, что 25 учащихся уже к завершению второго этапа достигли собственно креативного уровня творческой деятельности. Повышение творческой активности воспитанников, на наш взгляд, связано с участием в разнообразных конкурсах и победой в них. Также, наряду с конкурсными выступлениями, воспитанники были задействованы практически во всех мероприяти-

ях в рамках школы, что дало им возможность почувствовать социальную значимость дела, которым они занимаются, что, наряду с совершенствованием форм и методов работы, способствовало освоению новых уровней творчества. К моменту завершения эксперимента деятельность 36% учащихся можно отнести к собственно креативной. Остальные, как видно из табл. 2, распределились со 2 по 4 уровни, что наглядно свидетельствует о возрастании креативного компонента в деятельности школьников – участников эксперимента.

**Заключение.** Таким образом, специфика музыкально-художественной деятельности состоит в том, что она содержит знания не об объективных законах реального мира, а о «значениях», «смыслах», «ценностях» музыкальных явлений для субъекта, включая в себя субъективное личностное отношение к отражаемому содержанию. Реализация разработанной нами педагогической технологии развития творческого потенциала личности школьника обеспечивает развитие направленности и потребности личности в творчестве, овладение специальными знаниями, умениями и навыками, способами умственной и практической деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кagan, М.С. Человеческая деятельность: опыт системного анализа / М.С. Каган. – М.: Политиздат, 1974. – 328 с.
2. Выготский, Л.С. Психология искусства / Л.С. Выготский. – М.: Искусство, 1986. – 573 с.
3. Тарасова, К.В. Онтогенез музыкальных способностей / К.В. Тарасова. – М.: Педагогика, 1988. – 176 с.
4. Гогоберидзе, А.Г. Теория и методика музыкального воспитания детей дошкольного возраста: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А.Г. Гогоберидзе, В.А. Деркунская. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 320 с.

REFERENCES

1. Kagan M.S. Chelovecheskaya deyatelnost: opyt sistemnogo analiza [Human Activity: Experience of System Analysis], M.: Politizdat, 1974, 328 p.
2. Vygotski L.S. Psikhologiya iskustva [Psychology of Art], M.: Iskusstvo, 1986, 573 p.
3. Tarasova K.V. Ontogenez muzikalnykh sposobnosteï [Ontogenesis of Musical Abilities], M.: Pedagogika, 1988, 176 p.
4. Gogoberidze A.G. Teoriya i metodika muzikalnogo vospitaniya detei doshkolnogo vozrasta: Ucheb. posobiye dlia stud. vyssh. ucheb. zavedenii [Theory and Methods of Musical Education of Preschool Children: University Textbook], M.: Izdatelski tsentr «Akademiya», 2005, 320 p.

Поступила в редакцию 14.03.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: vo-la77@mail.ru - Волошенко О.И.

УДК 37.013.8:39(476)

## Беларуская народная педагогіка ў кантэксце гендарнай культуры

С.Д. Мацюшкова, С.Р. Туболец

Установа адукацыі «Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт імя П.М. Машэрава»

*Нашу эпоху вызначае мноства разнастайных культурных феноменаў, у тым ліку змяненне ўяўленняў аб сабе і ролі мужчын і жанчын у грамадстве, якое аспрэчваецца старэйшым пакаленнем і крытыкуецца новым. Таму востра стаіць пытанне павышэння ўзроўню гендарнай культуры моладзі, які здольны ўраўнаважыць сучасны і традыцыйны падыходы да жаночасці і мужнасці, а гэта, у сваю чаргу, знітавала б традыцыйны і сённяшні погляды на азначанае пытанне.*

*Мэтай даследавання з'яўляецца перасэнсаванне этнапедагагічных традыцый беларускага народа ў выхаванні дзяцей рознай паловай прыналежнасці ў кантэксце гендарных даследаванняў.*

**Матэрыял і метады.** У якасці матэрыялаў для даследавання вылучаны фальклорныя матэрыялы беларускага народа, абрады, звычкі, зборы прыказак і прымавак. **Метады даследавання:** тэарэтычны аналіз і сінтэз эмпірычных дадзеных, гендарны аналіз.

**Вынікі і іх абмеркаванне.** У артыкуле аналізуецца традыцыя беларускага народа ў выхаванні дзяцей рознага полу ў кантэксце гендарных даследаванняў, накіраваная на падтрыманне бесперапыннасці жыцця, фарміраванне якасцяў, неабходных для арганізацыі жыццёвага шляху жанчыны і мужчыны. Актуальнасць матэрыялу абумоўлена неабходнасцю знаёмства моладзі з традыцыйным выхаваннем у беларускіх сем'ях, якія склаліся ў канцы XIX – пачатку XX стагоддзя, таму што сям'я гэтага часу характарызуецца стабільнасцю, высокім выхаваўчым патэнцыялам і сілай. Вывучэнне фальклорных матэрыялаў беларускага народа, абрадаў, звычаяў, традыцый у кантэксце гендарных даследаванняў дазваляе зрабіць выснову, што сям'я, нягледзячы на ўсялякія трансфармацыі грамадства, выконвае першасную ролю з усіх сацыяльных інстытутаў у фарміраванні гендарнай культуры як састаўной часткі агульнай культуры, і таму сама павінна ёю валодаць на досыць высокім узроўні.

**Заклучэнне.** Этнапедагагічныя традыцыі беларускага народа накіраваны на выхаванне годных прадаўжальнікаў роду ў сацыяльна-культурным і ва ўтылітарна-практычным сэнсе. Роля бацькоў у фарміраванні гендарнай культуры дзяцей была і будзе вядучай і вызначальнай.

**Ключавыя словы:** выхаванне, этнапедагагічныя традыцыі, гендарная культура, сям'я.

## Belarusian Folk Education in the Context of Gender Culture

S.D. Matyushkova, S.R. Tubolets

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

*Our era is noted by a wide variety of cultural phenomena, including changing perceptions of themselves and the roles of men and women in society, which is being contested by the older generation and criticized by the younger one. Therefore is an urgent need to improve the gender culture of youth, which is capable to balance modern and traditional approaches to femininity and masculinity, and this, in turn, is linked to the traditional and present views on the above issue.*

*The purpose of research is to rethink ethnical and pedagogical traditions of the Belarusian people in the upbringing of different gender in the context of gender studies.*

**Material and methods.** The materials for the study are folklore materials of the Belarusian people, rituals, customs, collections of proverbs and sayings. The methods are theoretical analysis and synthesis of empirical data, gender analysis.

**Findings and discussion.** The article analyzes the traditions of the Belarusian people in the education of children of different sex in the context of gender studies, aiming at maintaining the continuity of life, the formation of the qualities necessary for the organization of the way of life of women and men. Relevance of the material is due to the necessity to acquaint young people with traditions of upbringing in Belarusian families, established in the late XIXth – early twentieth centuries, because the family of that time was characterized by stability, high educational potential and power. Studying folklore materials of Belarusian people, rituals, customs and traditions in the context of gender studies suggests that the family, in spite of all transformations of the society, performs the primary role in all social institutions in shaping gender culture as an integral part of the general culture and therefore itself it must possess a sufficiently high level.

**Conclusion.** Ethnical and pedagogical traditions of the Belarusian people are focused on education of worthy successors of the family from the point of view of social and cultural as well as utilitarian and practical sense. The role of parents in shaping gender culture of children was and is leading and decisive.

**Key words:** education, ethnical and pedagogical traditions, gender culture, family.

Сусветнай суполкай прызнаная неабходнасць гуманізацыі выхавання, насычэння яго гуманістычнымі ідэямі. Аднак пошук накірункаў пераўтварэння і рэфармавання ідзе ў большай ступені ў замежных выхаваўчых сістэмах. Недаацэньваецца або проста ігнаруецца найбагацейшы вопыт, што заснаваны на айчынных народных гуманістычных традыцыях выхавання. У той жа час працэс выхавання павінен быць арыентаваным не на нейкую асярэдненую асобу, якая жыве ў грамадстве, пазбаўленым нацыянальнай ідэі, а на асобу, што жыве ў краіне з пэўнай нацыянальнай ідэнтычнасцю, са сваімі гуманістычнымі каштоўнасцямі, якімі спакон веку карысталася народная педагогіка. Менавіта народная культура выхавання ўяўляе сабой аснову ўсялякай культуры. Таму сёння існуе неабходнасць выявіць і рэалізаваць на практыцы гуманістычныя ідэі беларускай народнай педагогікі, якія знайшлі адлюстраванне ў матэрыялах народнай творчасці. Мы прытрымліваемся пазіцыі, што заўжды мае месца пераемнасць педагогічных выхаваўчых ідэяў, нягледзячы на змену сацыяльных, палітычных, эканамічных умоў.

Сучасныя даследчыкі народнай педагогікі (якую разглядаем як адзінства педагогічнай думкі і выхаваўчага вопыту чалавечай суполкі), у прыватнасці Г.П. Арлова, В.С. Болбас, В.У. Буткевіч, Ю.С. Любімава, А.Л. Міхайлава, У.В. Пашкевіч, Л.В. Ракава, пераканаўча даказваюць, што выкарыстанне народна-педагогічнай спадчыны дапамагае выхаваць асобу, якая мае дачыненне да ўсяго свету, выгадавана на лепшых культурных дасягненнях чалавецтва, здольна да інтэграцыі ў сусветную культуру і цывілізацыю, бо не згубіла сваёй нацыянальнай самабытнасці [1].

Нашу эпоху вызначае мноства разнастайных культурных феноменаў, сярод якіх можна вылучыць наступную тэндэнцыю: мужчыны і жанчыны радыкальна мяняюць уяўленне адзін пра аднаго. Сёння, на думку айчынных і замежных даследчыкаў (І.С. Клецына, Л.Г. Цітарэнка, В.І. Часнакова, Л.В. Штылёва і інш.), паняцце пра жыццёвае прызначэнне прадстаўнікоў абодвух палоў размытае, традыцыйныя вобразы мужчыны-здабытчыка і жанчыны-захавальніцы хатняга агню крытыкуюцца з-за нераўназначнасці іх становішча, а новыя погляды канчаткова не сфарміраваліся. Прычым сучасныя трактоўкі мужчынскіх і жаночых роляў аспрэчваюцца старэйшым пакаленнем і крытыкуюцца новым. Таму востра стаіць пытанне павышэння ўзроўню гендарнай культуры моладзі, які здольны ўраўнаважыць сучасныя і традыцыйны падыходы да жаночасці і мужнасці, а гэта, у сваю чаргу,

знітала б традыцыйныя і сённяшнія погляды на азначанае пытанне.

Гендарная культура як састаўная частка агульнай культуры з'яўляецца сукупнасцю сацыякультурных характарыстык, якія вызначаюць узаемаадносіны мужчын і жанчын на аснове гендарных каштоўнасцяў. Змест гендарнай культуры вызначаецца ўяўленнямі аб мужнасці/жаночасці, ролі мужчын і жанчын, гендарнымі каштоўнасцямі, стратэгіяй і формамі гендарных паводзін. Структурнымі кампанентамі гендарнай культуры з'яўляюцца: гендарныя веды (паняцці і ўяўленні, якія дапамагаюць раскрыць асаблівасці паводзін і адносін паміж прадстаўнікамі як свайго, так і процілеглага полу); гендарныя адносіны (узаемадзеянне, заснаванае на прынятых асобай гендарных нормах і правілах, якія выказваюць стаўленне да сябе і іншых прадстаўнікоў свайго і супрацьлеглага полу); гендарныя каштоўнасці (духоўныя сацыякультурныя регулятывы гендарных адносін, якія складаюцца ў працэсе засваення культуры і з'яўляюцца каштоўнымі для большасці членаў грамадства). У лік гендарных каштоўнасцей уваходзяць: агульначалавечыя (эгалітарнасць; разуменне культурна-гістарычнай ролі мужчын і жанчын у грамадстве; кангруэнтныя адносіны да значнасці прадстаўнікоў абодвух палоў для сучаснага грамадства, як на ўзроўні самога грамадства, так і асобы) і індывідуальна-асобасныя (аб'ектыўнае ўспрыманне мужчын і жанчын у грамадстве без акцэнтавання ўвагі на іх негатыўных рысах; непрыманне агрэсіі і гвалту ў адносінах паміж мужчынам і жанчынай; узаемапавага і самапавага, станоўчыя адносіны да сябе і членаў суполкі незалежна ад полу; роўныя правы і абавязкі членаў сям'і, іх партнёрскія ўзаемаадносіны).

У кантэксце беларускай народнай педагогікі сям'я выконвае першасную ролю з усіх сацыяльных інстытутаў у фарміраванні гендарнай культуры, і таму сама павінна ёю валодаць на досыць высокім узроўні. Вельмі актуальна для сучаснага грамадства знаёмства моладзі з традыцыямі выхавання дзяцей рознага полу ў беларускіх сем'ях, якія склаліся ў канцы XIX – пачатку XX стагоддзя, калі насельніцтва не знаходзілася пад уплывам масавага ўрбанізацыйнага працэсу з яго адмоўнымі бакамі. Пераважную колькасць насельніцтва складала сялянства, дзе панавала стабільная сям'я, моцная міжпакаленнымі і роднаснымі сувязямі, высокім выхаваўчым патэнцыялам. Увага да абранага перыяду абумоўлена пашырэннем выкарыстаннем традыцый беларускай педагогікі ў жыцці грамадства якія на той час з'яўляліся адзіным сродкам выха-

вання дзяцей беларусаў. Гэта час найбольш цэльнага погляду на пытанні культуры, гendarнай у прыватнасці. Этнапедагагічныя традыцыі выхавання дзяцей былі накіраваны на падтрыманне бесперапыннасці жыцця, на фарміраванне якасцяў, што неабходныя для арганізацыі жыццёвага шляху жанчыны і мужчыны, на паразуменне неабходнасці існавання і ўзаемадапаўняльнага пачатку ролей мужа і жонкі.

Пад традыцыямі, згодна з напрацоўкамі філосафаў Э.С. Маркарана, Ю.А. Лявады, А.В. Мудрыка, А.Б. Гофмана, мы будзем разумець працэс перадачы сацыяльнай спадчыны (матэрыяльныя і духоўныя каштоўнасці) і яе спосабы. Адзначаецца, што ў якасці традыцый выступаюць пэўныя грамадскія законы: нормы паводзін, каштоўнасці, ідэі, звычаі, абрады [2]. Традыцыя – гэта сістэма перадачы сацыяльна значных ведаў, каштоўнасцей, поглядаў, навыкаў, што гістарычна складалася на працягу стагоддзяў пад уплывам нацыянальнай культуры і накіравана на захаванне і памнажэнне народнага вопыту.

Сёння, як ніколі раней, уяўляецца важным вывучэнне нацыянальнай, традыцыйнай культуры, асабліва ў плане выхавання дзяцей у супрацьвагу (або дадатак) моднай тэндэнцыі ўспрымання кар’іны свету праз усходнюю традыцыю (кітайскія, японскія гарасконы, летазлічэнне і астралагічныя прадказанні), праз мас-культуру. Мы разумеем, што сістэма традыцый этнасу з’яўляецца вынікам яго выхаваўчых намаганняў на працягу вякоў. Мы бачым у традыцыі сістэму перадачы сацыяльна значных ведаў, каштоўнасцей, поглядаў, навыкаў, што гістарычна складалася на працягу стагоддзяў пад уплывам нацыянальнай культуры і накіравана на захаванне і памнажэнне народнага вопыту. Навукоўцамі абгрунтавана даказана, што народныя традыцыі і звычаі заключаюць у сабе шмат такога, што можа быць з поспехам выкарыстана пры стварэнні новага. У рамках фарміравання нацыянальнай ідэнтычнасці, традыцыйнага погляду на ролю мужчыны і жанчыны неабходна вывучаць асаблівасці поглядаў беларусаў на выхаванне і развіццё дзяўчынак і хлопчыкаў як у агульным, так і паасобку.

Мэта даследавання: на падставе тэарэтыка-метадалагічнага аналізу пераасэнсаванне этнапедагагічных традыцый беларускага народа ў выхаванні дзяцей рознай палавой прыналежнасці ў кантэксце гendarных даследаванняў.

**Матэрыял і метады.** У якасці матэрыялаў для даследавання вылучаны:

– фальклорныя матэрыялы беларускага народа (прыказкі і прымаўкі як афарыстычны канцэн-

трат народных поглядаў на жыццё, выхаваўчыя ідэі), абрады (традыцыйныя дзеі, што суправаджаюць найбольш значныя моманты чалавечага жыцця), звычаі (звыклія ўзоры паводзін, што адбываюцца ў пэўны час), традыцыі (сацыяльная і культурная спадчына, што перадаецца між пакаленнямі);

– манаграфічныя працы айчынных (Г.П. Арлова, В.С. Болбас, А.Л. Міхайлава, Л.В. Ракава, Л.Р. Цітарэнка, В.І. Часнакова) і замежных (І.С. Клецына, Л.В. Штылёва) навукоўцаў;

– зборы прыказак і прымавак (Г. Дулеба, З. Санько, А. Фядосік), фальклорных матэрыялаў (А. Сержпудоўскі);

– працы, прысвечаныя аналізу традыцыйнай беларускай культуры філалага Я. Крука, педагога А. Катовіч.

У даследаванні выкарыстоўваліся:

– тэарэтычны аналіз і сінтэз эмпірычных дадзеных дзеля збору неабходнай інфармацыі, вылучэння састаўных частак і галоўнага, групавання матэрыялу згодна з мэтай;

– гendarны аналіз з мэтай збору якаснай інфармацыі і яе выкарыстання для выяўлення і разумення патэнцыйных праблем і пошуку рашэнняў. Метадалагічнай асновай гэтага аналізу сталі тэорыя інтэрпрэтацыі гendarна як культурнай метафары (Л. Іррыгарэ, Х. Сісу, Ю. Крысцева), тэорыя гendarных адрозненняў у сацыяльных паводзінах (С. Кросс, Л. Мэдсан), ідэя аб гendarы як сацыякультурным канструкце (Ш. Бёрн, В.А. Вароніна, І.С. Клецына, М. Мід, К. Хорн), канцэпцыя палавой сацыялізацыі (Д.М. Ісаеў, У.Я. Каган, І.С. Клецына, Я.Л. Каломінскі, І.С. Кон), тэорыя гendarнага падыходу да адукацыі (Л.В. Штылёва) і выхаванні (А.М. Каменская).

**Вынікі і іх абмеркаванне.** Намі было выяўлена, што многія з’явы сацыякультурнага жыцця на аснове асацыятыўнага раду лічыліся спрыяльнымі або неспрыяльнымі фактарамі жыцця дзіцяці. Напрыклад, калі пры з’яўленні немаўляці ў доме пражываў чалавек старога ўзросту, доўгажыхар, то гэта “прадракала” вельмі шчаслівае і даўгавечнае жыццё дзіцяці. Прыкметай шчасця быў і які-небудзь прыбытак у сям’і, напрыклад, здзейснілася загадка прызначаная вялікая купля, хатняя жывёла прынесла прыплод і г.д. Акрамя таго, прыкмета шчаслівага дзіцяці – нараджэнне яго з доўгімі валасамі, захаванне плоднага пузыру («кашулі») на галаве або целе (...з таго дзіцяці будзе вельмі шчаслівы чалавек, да не толькі ён сам, але й уся сям’я будзе праз яго мець шчасце...) [цыт. па: З. с. 172]. Нездарма да гэтага часу пра людзей, у якіх усё ў жыцці складваецца выключна спрыяльна, кажуць: “У кашулі нарадзіўся”. Прызнаным рытуалам было

прымаць дзіця на плянкі са старога адзення бацькоў ці прабацькоў. “Робляць гэта дзеля таго, каб дзіця ва ўсім было, як яго бацькі, дзяды ці другія сроднікі” [цыт. па: 3, с. 174]. Цікава: калі дзяўчынка, падростаючы, становілася падобная на бацьку, а хлопчык – на маці, то гэта лічылася спрыяльным прадвесцем, знакам шчаслівага жыцця.

Важным момантам у народнай традыцыі з’яўлялася стаўленне да дзяцей, якія нарадзіліся, не маючы законнага бацькі (маці “прыдбала, прынесла ў падоле”, “ветрам надзьмула” і г.д.). Такую жанчыну асуджалі за легкадумнасць, але дзіця разглядалася ў зусім іншым ключы. Частковая абяздоленасць у сацыяльным плане, грамадская непрыязнасць да жанчыны з-за адсутнасці асвечанага законам нарачонага кампенсаваліся верай у тое, што дзіця будзе прыносіць поспех і шчасце навакольным людзям. Да такіх дзетак з задавальненнем ішлі ў хросныя бацькі [4]. Такім чынам сельская абшчына спрабавала аднавіць парушаны выхаваўчы патэнцыял сям’і. Акрамя таго, існавала цікавае павер’е, што, калі дзяўчына “засядзелася ў дзеўках”, то яна можа змяніць сваё становішча, калі пахрысціць няшлюбнага хлопчыка. Як толькі ён пачне хадзіць – дзяўчына выйдзе замуж [5–7].

Адметная рыса поглядаў продкаў на нараджэнне складаецца ў тым, што гэта не проста момант з’яўлення на свет чалавека, а з’ява сацыяльная, а таму – культурная і гістарычная. Народжаны член суполкі пражыве шэраг цыклаў чалавечага існавання (дзяцінства, маленства, сталасць, старасць). Трэба ўлічваць, што пераход праз іх заўжды надае чалавеку пэўны, прыняты грамадствам статус, з выкананнем зафіксаваных абавязкаў. Таму нараджэнне хлопчыка ці дзяўчыны заўсёды суправаджалася выкананнем шэрагу адпаведных традыцыйных абрадаў, рытуалаў, спецыфічных дзеянняў, з улічваннем у іх большасці членаў сямейна-родавай суполкі. У прыватнасці, роля бацькі ў рытуальным прыманні дзіцяці пачынаецца з вырабу новай калыскі. Лічыцца, што гэта павінны зрабіць менавіта сам бацька, хаця б нешта дарабіць у рэчы, бо, калі ён гэта не зробіць, “та дзіця не будзе бацька шанаваць” [цыт. па: 3, с. 181].

Народ верыў, што час сутак, калі нараджаецца дзіця, можа быць шчаслівым (ад апоўначы да апоўдня) або нешчаслівым (апоўначы, апоўдзень, час заходу сонца) фактарам лёсу. Існавала ўяўленне пра шчаслівыя і нешчаслівыя хвіліны, гадзіны. Таму жыццё чалавека шмат у чым залежала ад таго, у які момант ён з’яўляўся на свет [4–5]. Так, у сістэме светапоглядных уяўленняў беларусаў розных рэгіёнаў кожны дзень тыдня

быў надзелены сваімі пэўнымі рысамі, якія пераходзілі да новага члена грамадства.

Народжаны ў панядзелак – чалавек настрою, хоць рашучы і ўпарты. Ён любіць пагаварыць, але яшчэ больш любіць слухаць, асабліва тое, як яго хваляць. Такія людзі ядуць шмат мясной ежы і любяць кветкі. Адзначаецца, што яны нічога не пазычаюць іншым, але забываюцца, калі пазычалі самі. Аднак тыя, хто нарадзіўся бліжэй да заходу сонейка, больш мяккія, душэўныя.

Чалавек-аўторак – аматар спрэчак. Яго нельга назваць надзвычай ахайным. Вельмі добра ўмее прыстасоўвацца да старасці назапашвае капітал, але не хваліцца гэтым; замкнёны, аднак гэта не адштурхоўвае, а прываблівае да яго іншых людзей (бо бачаць у ім надзейнага чалавека). Абавязкова прыходзіць на дапамогу сваяку ў няшчасці.

Дзеці серады кволяы, таму патрабуюць асаблівага клопату бацькоў. Калі праойдуць небяспечную ўзроставую мяжу, то будуць жыць доўга. Яны прыгожыя, славалюбівыя, валодаюць прыемным характарам, надзвычай верныя супругі. Сваё жыццё аддаюць сям’і, багатымі не бываюць, бо багацце «не прыжываецца» каля іх. Яркі выраз існуе ў народзе: “У сераду раніцай нарадзіўся”. На жаль, лічыцца, што ў душы людзі серады нешчаслівыя і адзінокія.

Тыя, хто нарадзіўся ў чацвер, маюць прывабную знешнасць, трымаюцца прыгожа і з годнасцю. Гэта выдатныя сябры, выключна клапатлівыя бацькі. Яны вельмі цэняць утульнасць і спакой, выдатна гатуюць. Любяць ваду, ім падабаецца спяваць, прымаць гасцей.

Пятніца дорыць сваім дзецям пачуццё спагады да слабых і бездапаможных, творчыя здольнасці, добразычлівасць, гераічную схільнасць. Калі атрымліваюць добрую адукацыю, то гэтыя людзі здольныя дасягнуць вялікіх вышынь.

Тыя, хто прыйшоў у гэты свет у суботу, – меланхалічныя, не любяць прыслухоўвацца да парад, лічаць сябе вельмі разумнымі. Яны асабліва не прыхарошваюцца, надзяваюць адзенне старога ўзору. Калі пранікнуцца павагай да сваіх “карапёў”, продкаў, то могуць атрымаць магчымасць вылечваць. Людзі суботы здольныя раптоўна разгневацца, але пасля імкнуцца хутчэй памірыцца.

Нядзельнае нараджэнне, па павер’і, дорыць моцнага анёла-ахоўніка, які дапамагае фарміраванню шчаслівага лёсу. Такіх людзей любяць, на іх спадзяюцца, яны становяцца доўгажыхарамі. Нават пры самай цяжкай хваробе яны здольныя ачуныць [5].

Разгляд гендарнага аспекту сямейнага выхавання можна пачаць з разгляду адносінаў у сям’і

беларусаў да нараджэння дзяцей рознага полу. Важным лічым і той факт, што наогул дзяцей у сям’і навінна быць шмат: “У каго дзеці, у таго і шчасце”, “Багаты Аўдзей – поўна хата дзяцей”, “Малыя дзеці – малы клопат, большыя дзеці – большы клопат”, “Малыя дзеткі – малыя бедкі, большыя дзеткі – вялікія бедкі”, “Без дзяцей ціха, ды на старасці ліха”, “Бацька з маткай на рабоце не томяцца, калі з дзетак сваіх цешацца” [8–9]. Нягледзячы на тое, што віталася вялікая колькасць дзяцей, народам адзначаны шэраг цяжкасцей і праблем, якія спадарожнічалі такому сямейнаму статусу, як шмагдзетнасць: “Дзяцей як бобу, а хлеба ні дробу”, “Бяда без дзяцей, але ж бяда і з дзецьмі”, “Маці сама не з’есць, а дзяцей накорміць”, “Твае дзеці, табе і глядзеці”, “У каго матка, у таго галоўка гладка”, “Даў Бог дзеці, але няма іх дзе падзеці” [4; 8].

Традыцыйная культура асабліва адрознівае мужчынскі пачатак як дынамічны, поўны энергіі, актыўны (у процівагу жаночаму, які адпавядае стабільнасці і спакою). У беларускай сям’і, як і ў большасці народаў, аддавалі перавагу сынам. Гэта звязана з асаблівым становішчам жанчыны ў грамадстве, з разуменнем неабходнасці падрыхтоўкі пасагу для замужжа дачкі. Хлопчык разглядаўся як працаўнік, нашчадак, апора для бацькі (асабліва ў старасці) – “будзе каму вочы зачыніць”. Дзяўчынка – памочніца ў доме, падтрымка маці: “Без дачкі сям’я, што без агня”. Аднак неабходна адзначыць, што жаданне мець сына ці дачку залежала яшчэ і ад наяўнасці ў сям’і дзяцей аднаго полу. Калі нараджаліся сыны, то хацелі дачку, а калі дзяўчынку, зразумела, марылі пра сына. Сапраўднымі бацькамі лічыліся тыя людзі, што выгадалі шмат дзяцей: “Адзін сын – не сын, два сыны – паўсыны, тры сыны – сын”, “Дзе сыноў лава, там бацьку слава, дзе дачок лава, там матцы слава”, “У каго дачок сем, то ёсць доля ўсім, а ў каго адна – то і тая долі жадна” [8–9].

Адназначна ўсе бацькі радаваліся нараджэнню здаровага дзіцяці, незалежна ад яго полу. Гэта звязана з тым, што фізічныя недахопы або калецтва для селяніна маглі быць непераадольнай перашкодай пры стварэнні ўласнай сям’і. Тым не менш, для заможных дзяўчат, нават якія маюць фізічны недахоп, жаніх знаходзіўся практычна заўсёды. Як сведчыць Л.В. Ракава, “часам дзяўчына з багатай сям’і, якая моцна культвала або мела іншы фізічны недахоп, выходзіла замуж за самага прыгожага хлопца, бо, як абвясчае народная мудрасць, “За няўдачу даюць бальшую прыдачу (пасар)” [10].

Гендарная дыферэнцыяцыя як працэс, у якім біялагічныя адрозненні паміж мужчынам і жанчынай надзяляюцца сацыяльным значэннем, пачыналася ў беларускіх сем’ях з моманту нара-

джэння. У залежнасці ад полу дзіцяці абрад цырыманіяльнага адсячэння пупавіны праводзіўся з дапамогай інструментаў для жаночых або мужчынскіх работ, прадметаў, што сімвалізавалі дастатак, сілу [7, с. 31–32]. Так, хлопчыку пупавіну маглі перарэзаць на нажа, сякеры, малатку, на дубовай кары, сухой скарыначцы хлеба, кніжцы, а дзяўчынцы – на грэбні, верацяне, нітках, нажніцах [3; 5–6; 10]. Гэты звычай злучэння пупавіны з прадметам мужчынскага або жаночага свету сімвалізаваў палавую ідэнтыфікацыю, канчаткова “фіксаваў” пол дзіцяці.

Цікавы абрад “замацавання” полу немаўлят. Паколькі хлопчыка з’яўляўся будучым гаспадаром дома, то яго паслед закопвалі каля дома пад ганкам або на вуглу дома. Дзяўчынка ж ва ўяўленні беларусаў – будучая гаспадыня, жонка і маці, таму яе “дзіцячае месца” закопвалі пад яблыняй, вішняй (дзеля пладавітасці і прыгажосці) або пад печчу (каб вяла гаспадарку) [3; 5–6; 10]. Гэтак ж садзейнічалі і розныя малітвы, што чыталіся над дзецьмі. Над дзяўчынкай тры разы паўтаралі “Песню Найсвяцейшай Багародзіцы”, над хлопчыкам – “Гасподнюю малітву”.

Сацыяльныя адрозненні паміж дзецьмі рознага полу далей замацоўвалі падчас першага купання. Для хлопчыка ў вадку клалі збожжа (маючы на мэце працяг роду), заручальны пярсцёнак бацькі (як магічны круг абароны чалавека, чыё дарослае жыццё будзе праходзіць па-за ахавальнай прасторы дома), лілі піва (каб быў моцным і адважным), маглі пакласці і кнігу (каб быў разумным і адукаваным). Для дзяўчыны давалі малако (каб яе твар усё жыццё быў белым і чыстым), манету-капейку (каб звесці да мінімуму працягласць і хваравітасць месячных) пад купель змяшчалі грабеньчык, іголку, лён (каб стала добрай гаспадыняй і рукадзельніцай) [5–6]. Вадку пасля купання вылівалі пад моцнае, стройнае дрэва (дуб, ясьень) – для хлопчыкаў, пад прыгожае пладовае дрэва (яблыня, вішня), пад ганак (каб хутчэй замуж выйшла) – для дзяўчынак. Менавіта ў ходзе першага рытуальнага купання бацька звычайна ўпершыню агучваў імя новапаходжанага. Такім чынам, першыя жыццёвыя абрады вызначаюць мужчынскую і жаночую прастору, якія існуюць ва ўяўленнях беларусаў і спрыяюць сацыяльнаму палавому развіццю. Агульным правілам пры нараджэнні дзяцей было захаванне стабільнасці, жыццёвай сталасці, духоўна-энергетычнай раўнавагі. Гэтым імкнуліся “абараніць” долю, лёс дзіцяці, каб той вырастаючы, “не цураўся роднай хаты”, гэта значыць выконваўся шэраг забарон: аддаваць, выносіць, прадаваць, з’язджаць, пазычаць і г.д. [5].

Прызнанне дзіцяці як прыналежага да мужчынскага або жаночага свету ад нараджэння да 6-8-гадовага ўзросту носіць, у асноўным, аднолькавы абрадавы і сацыяльны характар. Дзеці маюць аднолькавую вопратку (доўгая кашуля), спяць і гуляюць разам, знаходзяцца пад наглядом старэйшых братоў і сёстраў і маці. Адзначаецца неабходнасць асаблівага падыходу да дзяцей ладзенага ўзросту: “Да пяці год пястуй дзіця, як ячка, з сямі – пасі, як авечку, тады выйдзі на чалавека” [1; 8].

Да 5-гадовага ўзросту дзеці пачынаюць пасупова ўключацца ў працоўную дзейнасць, што арыентавана на фарміраванне гендарнай ідэнтыфікацыі як базавай структуры сацыяльнай ідэнтычнасці, якая характарызуе чалавека з пункту гледжання прыналежнасці да мужчынскай або жаночай групы [7, с. 31–32]. Прыкладна з 6–8 гадоў пачынаецца адасабленне ў гульнях і працы хлопчыкаў ад дзяўчынак. Існаваў абрад пераходу ў наступны ўзроставы этап, звязаны з пераапрапаннем дзяцей у прысутнасці ўсёй сям’і: хлопчык, што надзеў штаны, сядзеў на камя, а дзяўчынка ў спадніцы, якая была перашыта з матчынай, на лаву каля калаўрота.

З 12–14 гадоў хлопчыкі пераходзяць пад апеку да бацькі, яны разам косяць, зграбаюць сена, нарыхтоўваюць дровы і г.д. Дзяўчынкі застаюцца пад апекай маці. Калі да гэтага ўзросту не было строгага размежавання па месцы знаходжання дзяцей рознага полу, то зараз пачынаецца аддзяленне хлопчыкаў-падлеткаў ад дзяўчынак: хлопчыкі гуляюць і спяць з хлопчыкамі, засвойваюць мужчынскія віды працы. Канец падлеткавага перыяду вызначаецца даволі актыўным удзелам хлопчыкаў у гаспадарцы сям’і, яны атрымліваюць права на ўдзел у сходах моладзі. Дзяўчыны пачынаюць назапашваць пасяг, у вопратку ўключаюць элементы дарослага адзення, пачынаюць далучацца да ігрышчаў, вечарынак, гуляюць вядучую ролю ў шэрагу абрадаў. Напрыклад, абрад “Завіванне бярозкі” (у чацвер на траецкім тыдні дзяўчыны спляталі вянкi з бярозавых галін, варожачы пры гэтым на лёс блізкіх і каханых) [5].

Гендарная дыферэнцыяцыя ў беларускай сям’і знаходзіць адлюстраванне ў прыказках і прымаўках. Напрыклад, “Ад дурнога куста і дубец крывы, і ягада пуста”, “Лысая карова лысае цяля прывядзе”, “Па роду і куры чубатыя”, “Якія бацькі, такія і дзеці”, “Якое карэнне, такое і насенне”, “Яблычак ад яблыні далёка не адкочваецца”, “Бацька – рыбак, і дзеці ў вадзі глядзяць”, “Якая хатка, такія і тын, які бацька, такія і сын”, “Які млын, такія і ставок, які бацька, такія і сыноч”, “Якое вогнішча, такія і дым, які бацька, такія і сын”, “Якое дрэва, такія і клін, які бацька, такія і

сын”, “Якая матка, такое й дзіцятка”, “Якое дрэва, такая і стружка, якая маці, такая і дачушка”, “Ад злой маткі злыя дзеткі” [8].

Увага акцэнтацыя і на тое, што кожная сям’я мае свае асаблівыя шляхі развіцця, у выніку чаго магчыма нараджэнне самых розных нашчадкаў, прычым не заўжды з прыемнымі характарыстыкамі. Як кажуць: “Няма роду без выроду”, “У балоце не без чорта, а ў роду не без выроду”, “У кожнай чарадзе авечку з матыліцамі знойдзеш”, “І на здаровай яблыні гнілы яблык знойдзецца”, “І ў добрай сям’і вырадак бывае”, “Няма лесу без воўка, а сяла без злодзея” [8–9].

Для беларусаў вельмі важным момантам з’яўлялася ўступленне чалавека ў шлюб, стварэнне сям’і. А.К. Сержпутоўскі прыводзіць наступны расповед палешука: “Радзіны, вяселле і смерць – гэта самае важнае ў жыццю чалавека. Радзіны кожны перажыў, а смерці не міне, а вяселле – як Бог судзіць. Калі нежанаты памрэ, та на том свеце будзе пасціць коз, а дзеўка казлоў, калі яны на гэтым свеце не пазнаюць жыцця...” [цыт. па: 3, с. 197–198]. Менавіта да пераходу ў стан шлюбных рыхтуе народ сваіх дзяцей: “Няма горшай кары, як жыць без пары”, “Кожная пачвары мае сваю пару”, “Хто любіць, то і прыгалубіць”, “Не піў, не еў бы, а на жонку глядзеў бы”, “У добрай гаспадыні і певень нясецца”, “Не кайся рана ўстаўшы, а змоладу жаніўшыся”, “Замуж выйсці – трэба знаць: позна легчы, а рана ўстаць”, “Як жэняцца, скачуць, а як разводзяцца, дык плачуць”, “Мужык з жонкай сvaraцца, а ў печы трасца варыцца”, “З вялікіх перабораў засталіся толькі лапці і аборы”, “Ня бойся п’яніцы, а бойся нідбаліцы, бо п’яны прасьпіцца, а гультай гэткім будзе да веку” [4; 9]. З гэтай мэтай ухваляецца жанчына, якая валодае навыкамі вядзення гаспадаркі, добрым характарам: “Добрая жонка – дома рай, благая – хоць ты цягу дай”, “Хто жонку добру мае, той гора не знае”, “Там і Бог раюе, дзе жонка мужыка шануе”. Адзначаюцца патрабаванні прывабнасці дзяўчыны і жанчыны (“Дзявоцкая краса – заплеценая каса і руцьвяны вяночак”, “Дзеўка без касы не мае красы”, “Ні радзіся краснай, а радзіся шчаснай”, “Нашу дачку пазнаюць і ў андарачку”, “Добрая жонка дом зберажэ, а ліхая рукавом рас-трасе”), хлопца і мужчыны (“Не той харош, хто прыгож, а той харош, хто для дзела гож”, “Ні радзіся хвасліў, а радзіся шчасліў”, “Няхай мужык як шкарпэтка, абы жонка як кветка”, “Хоць мужык як лапаць, абы за ім не плакаць”, “Мужык хай будзе як долата, абы ты за ім была як золата”, “Сякі-такі мужчына, абы дровы дылучына”, “Мужык як варона, ды ўсё жонцы абарона”) [4; 8–9]. Бачна, што фізічная прывабнасць пажаданая, але не вырашальная ўмова выбару

шлюбнага партнёра. Галоўная рыса – прыстасаванасць да сямейнага жыцця, да вядзення гаспадаркі, добры нораў. Магчыма, гэта адна з прычын моцных сямейных адносін.

Абавязковым этапам жыццёвага цыкла было абранне шлюбу. Прычым асаблівае патрабаванне да дзяўчыны – быць замужам. Напрыклад: “Хоць за быка, як няма маладзіка”, “Хоць за казла, абы замуж пайшла”, “Хоць за вала, абы дома не была”, “Хоць за старца, абы не астацца”, “Хадзі за казла, абы з дому спаўзла”, “Выйсці хоць і за лапаць, абы не плакаць”, “Хоць лядашчы мужычок, ды затулле мае: завалося за яго, не баюся нікаго”, “Які ні пенцялей, але сэрцу весялей”, “Хоць які цяляпей, але ўдваіх ляпей”, “Сякі-такі, абы быў, абы хлеба зарабіў”, “Няхай без хлеба пасяджу, але ж на мужа пагляджу”. Глумачыць падобную ўстаноўку магчыма тым, што жанчыне значна цяжэй у адзіноце весці гаспадарку, гадаваць дзяцей, мець сацыяльна станоўчы статус. Таму і існавала грамадская думка аб неабходнасці шлюбных адносін, каб нараджаліся жаданыя дзеці, працягвалася жыццё.

**Заклучэнне.** Вывучэнне фальклорных матэрыялаў беларускага народа, абрадаў, звычаяў, традыцый у кантэксце гендарных даследаванняў дазваляе зрабіць наступныя вывады:

- сям’я, нягледзячы на ўсялякія трансфармацыі грамадства, выконвае першасную ролю з усіх сацыяльных інстытутаў у фарміраванні гендарнай культуры як састаўной часткі агульнай культуры, таму сама павінна ёю валодаць на досыць высокім узроўні;
- этнапедагагічныя традыцыі беларускага народа накіраваны на выхаванне годных прадаўжальнікаў роду: як у сацыяльна-культурным сэнсе (носьбітаў ведаў, абрадаў, традыцый народа), так і ва ўтылітарна-практычным (уменне быць носьбітам сацыяльных роляў жанчына–маці–гаспадыня і мужчына–муж–гаспадар, настолькі эфектыўных, каб паўнаважна весці хатнюю гаспадарку, выхоўваць дзяцей, быць паважаным членам суполкі). У іх можна вылучыць дыферэнцыяцыю накіраванасці выхаваўчых намаганняў маці і бацькі; мэтай сацыялізацыі дзяцей рознага полу; адрозненні ў сістэме працоўнага навучання і сацыяльнага выхавання хлопчыкаў і дзяўчынак;

- роля бацькоў у фарміраванні гендарнай культуры дзяцей была і будзе не толькі вядучай, але і вызначальнай. Зыходзячы з асноўнага ўплыву на выхаванне бацькі або маці, дзеці становяцца падобнымі на сваіх родных характарамі, схільнасцямі.

#### ЛІТАРАТУРА

1. Арлова, Г.П. Беларуская народная педагогіка / Г.П. Арлова. – Мінск: Народная асвета, 1993. – 120 с.
2. Философский энциклопедический словарь / ред.-сост.: Е.Ф. Губский, Г.В. Корблева, В.А. Лутченко. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 576 с.
3. Сержпутоўскі, А.К. Прыкмкі і забавоны беларусаў-палешукоў / А.К. Сержпутоўскі; прадм. У.К. Касько. – Мінск: Універсітэткае, 1998. – 301 с.
4. Дулеба, Г. Прыказкі і прымаўкі Жыткаўшчыны [Электронны рэсурс]. – Рэжым доступу: <http://www.pallesc.by/2009/11/Prykazki-i-primauki-Zhytkaushchyny/>. – Дата доступу: 23.01.2014.
5. Котович, О. Золотые правила народной культуры / О. Котович, Я. Крук. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2010. – 592 с.
6. Крук, Я. Сімволіка беларускай народнай культуры / Я. Крук. – Мінск: Ураджай, 2001. – 350 с.
7. Словарь гендерных терминов / под ред. А.А. Денисовой – М.: Информация – XXI век, 2002. – 256 с.
8. Прыказкі і прымаўкі: у 2 кн. / рэд. А.С. Фядосік. Мінск: Навука і тэхніка, 1976. – 560 с.
9. Санько, З. Малы руска-беларускі слоўнік прыказак, прымавак і фразем / З. Санько. Мінск: Навука і тэхніка, 1991. – 218 с.
10. Ракава, Л.В. Эвалюцыя традыцый сямейнага выхавання беларусаў у XIX–XX стст. / Л.В. Ракава. – Мінск: Беларуская навука, 2009. – 311 с.

#### REFERENCES

1. Arlova G.P. Belaruskaya narodnaya pedagogika [Belarusian Folk Education], Minsk: Narodnaya asveta, 1993, 120 p.
2. Gubskii E.F., Korbleva G.V., Lutchenko V.A. Filosofski entsiklopedicheski slovar [Philosophical Encyclopedia Dictionary], M.: INFRA-M, 1997, 576 p.
3. Srezhputouski A.K. Pripkhi i zababoni belarusau-paleshukou [Jokes and anecdotes by Belarusians Pelesye Dwellers], Minsk: Universitetskaye, 1998, 301 p.
4. Duleba G. Prikazki i primauki Zhidkaushchiny [Proverbs and Sayings of Zhidkovichi District], <http://www.pallesc.by/2009/11/Prykazki-i-primauki-Zhytkaushchyny/>. Access date: 23.01.2014
5. Kotovich O., Kruk Ya. Zolotiye pravila narodnoi kulturi [Golden Rules of Folk Culture], Mn.: Adukatsiya i vyhavanne, 2010, 592 p.
6. Kruk Ya. Simvolika belaruskai narodnai kulturi [Symbolics of Belarusian Folk Culture], Minsk: Uradzhai, 2001, 350 p.
7. Demisova A.A. Slovar gendernikh terminov [Dictionary of Gender Terms], Moscow: Informatsiya – XXI vek, 2002, 256 p.
8. Fyadosik A.S. Prikazki i primauki u dzyvuh knigah [Proverbs and Sayings in Two Books], Mn.: Navuka i tehnik, 1976, 560 p.
9. Snako Z. Mali riska-balaruski slounik prikazak, primavak i frazem [Small Russian-Belarusian Dictionary of Proverbs and Sayings], Mensk, Navuka i tehnik, 1991, 218 p.
10. Rakava L.V. Evalyutsiya traditsii siameynaga vihavannia belarusau u XIX–XX st. [Evolution of the Traditions of Belarusians' Family Upbringing in the XIX–XX Centuries], Minsk: Belaruskaya navuka, 2009, 311 p.

## Использование средств визуализации в курсе вычислительной математики

А.Н. Красоткина, Л.В. Маркова

Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»

*Успешное формирование профессиональных компетенций у студентов естественнонаучного профиля напрямую связано с использованием современных методических приемов и тенденций в области IT-технологий в учебном процессе.*

*Цель статьи – определение путей построения учебного курса дисциплины «Вычислительные методы алгебры» для повышения эффективности процесса формирования профессиональных компетенций студентов специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика».*

*Материал и методы.* Объектом исследования был выбран процесс формирования профессиональных компетенций у студентов специальности «Прикладная математика». Основные методы: системный подход, анализ нормативной литературы, деятельностная парадигма образования.

*Результаты и их обсуждение.* Придерживаясь основных принципов методологии ООП в рамках предмета «Вычислительные методы алгебры» авторами разработаны иерархия матричных классов и иерархия алгоритмов линейной алгебры. Так как лабораторный практикум дисциплины «Вычислительные методы алгебры» имеет единую классификационную иерархию, то для ее наглядного восприятия и совершенствования учебного процесса авторы предлагают воспользоваться визуальной средой.

*Заключение.* Использование средств визуализации является современной тенденцией образовательного процесса, которая повышает качество подготовки студентов IT-специальностей и способствует формированию профессиональных компетенций.

*Ключевые слова:* алгоритмы, методы, вычислительная алгебра, программирование, компетенции, профессиональные навыки.

## Application of Means of Visualization in the Course of Computing

A.P. Krasotkina, L.V. Markova

Education establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

*Successful formation of Natural Science Students' professional competences is closely linked with the application of contemporary methodological techniques and tendencies in the sphere of IT-technologies in the academic process.*

*The purpose of the research is to identify ways of building up an academic course of Computing Methods of Algebra to increase the efficiency of the process of formation of professional competences of 1-31 03 03 «Applied Mathematics» students.*

*Material and methods.* As the object of the research process of the formation of professional competences of Applied Mathematics students was chosen. Basic methods of the research are system approach, analysis of regulation literature, activity educational paradigm.

*Findings and their discussion.* Sticking to basic principles of OOP methodology within the course of Computing Methods of Algebra the authors elaborated the hierarchy of matrix classes as well as the hierarchy of algorithms of linear algebra. Since laboratory practicum on Computing Methods of Algebra has single classification hierarchy, to visually perceive it and improve academic process, the authors propose to use visual environment.

*Conclusion.* Application of means of visualization is a contemporary tendency of educational process, which improves the quality of IT students training and promotes formation of professional competences.

*Key words:* algorithms, methods, computing algebra, programming, competences, professional skills.

Одним из основных критериев качества полученного образования специалиста-выпускника в области IT-технологий является его способность осваивать быстро меняющиеся современные информационные технологии и успешно применять наиболее эффективные мате-

матические и программные продукты в своей профессиональной деятельности. Образовательным результатом дипломированного специалиста в настоящее время признается не сумма усвоенной информации, а его способность самостоятельно ориентироваться и принимать решения

в различных проблемных ситуациях. Важная роль в такой методологии современного образования принадлежит компетентностному подходу. Современному студенту за время обучения необходимо не просто овладеть набором элементарных профессиональных навыков, а сформировать в себе профессиональные компетенции. Для успешного формирования у студентов профессиональных компетенций учебный процесс должен строиться с учетом современных методических приемов и тенденций в области IT-технологий [1].

Следовательно, одной из главных задач системы подготовки будущих математиков-программистов является повышение качества математической подготовки студентов на основе современных направлений развития и использования информационных технологий.

Цель статьи – определение путей построения учебного курса дисциплины «Вычислительные методы алгебры», которые сделают процесс формирования профессиональных компетенций студентами специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика» наиболее эффективным.

**Материал и методы.** Мы опирались на методологические идеи педагогики профессионально-технического образования. Объектом исследования был выбран процесс формирования профессиональных компетенций у студентов специальности «Прикладная математика». Основные методы: системный подход, анализ научной, педагогической и нормативной литературы, деятельностная парадигма образования. Работа проводилась на базе кафедры прикладной математики и механики ВГУ имени П.М. Машерова. Материалами исследования послужили труды теоретиков и практиков по рассматриваемой проблеме, а также опыт работы авторов.

**Результаты и их обсуждение.** Студенты специальности «Прикладная математика» овладевают теоретическими основами программирования в рамках информационных дисциплин на первом и втором курсах. Особое место уделяется объектно-ориентированному программированию как наиболее современной технологии. Однако при изучении данной парадигмы преобладает теоретическая составляющая. В каждой теме дисциплин программирования демонстрируются базовые примеры, которые являются узконаправленными, отражают изучаемую функциональность темы и не несут повышенной математической нагрузки. Изучаемый теоретический материал подкрепляется также заданиями лабораторного практикума, часовые рамки которого не позволяют студентам сформировать практические навыки использования полученных зна-

ний в области информационных технологий в полном объеме.

Классическую область применения вычислительной техники и информационных технологий представляют собой численные методы. Курс вычислительной математики занимает одно из центральных мест в системе естественнонаучного образования. Промышленные расчеты следует проводить, применяя самые современные математические и IT-технологии, однако в базовых учебниках по численным методам современным тенденциям реализации численных методов не уделяется должного внимания.

В соответствии с программой дисциплины «Вычислительные методы алгебры» для специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика» в четвертом семестре предусмотрен лабораторный практикум. К моменту изучения дисциплины «Вычислительные методы алгебры» студенты данной специальности уже обладают основными базовыми приемами программирования [2].

Главная задача лабораторного практикума и применяемого в нем подхода – научить студентов в полном объеме использовать те знания, умения и навыки, которые они получили при освоении информационных технологий не только для решения типовых задач, но и для глубокого осмысления математических дисциплин. Необходимо также показать, как используя современные методологии программирования, можно наиболее эффективно реализовать некоторые часто используемые численные методы.

В лабораторном практикуме предлагается программировать задания на основе современной технологии – объектно-ориентированного программирования (ООП). Парадигма объектно-ориентированного программирования – это не просто набор новых методов в программировании, это новый уровень мышления и восприятия окружающего мира. Объектно-ориентированный подход делает задачу проще и приводит ее к более естественной форме.

Отправной точкой для применения ООП к программированию методов линейной алгебры и разработки унифицированного подхода к их реализации послужило то обстоятельство, что прямые методы базируются теоретически на тех или иных элементарных матричных преобразованиях, которые приводят задачу к эквивалентной, но более простой форме, допускающей ее непосредственное решение. Причем набор типов преобразований, необходимый для реализации большинства прямых методов, оказывается относительно небольшим.

Использование технологии ООП дает возможность создать единую классификационную иерархию. Наряду с широкими классами общих, специальных и элементарных матриц иерархия включает классы самих задач и методов линейной алгебры.

Придерживаясь основных принципов методологии ООП в рамках предмета «Вычислительные методы алгебры» авторами разработаны иерархия матричных классов и иерархия алгоритмов линейной алгебры [3]. Создание конкретного матричного класса сводится к реализации набора операций с элементарными матрицами. Значительная часть операций непосредственно реализуется в верхних матричных классах. Тем не менее, переопределение их в конкретных классах с учетом частных математических свойств, особенностей конкретных структур данных позволяет при необходимости добиться наибольшей эффективности программного кода. Представленная классификация элементарных матриц определяет базовый набор матричных преобразований, участвующих в методах линейной алгебры. Такой подход обеспечивает существенную программную общность, поскольку реализация методов решения новых классов линейных задач, отличающихся от имеющихся типами матричных объектов, сводится к созданию производных классов в рамках единой матричной иерархии.

Использование технологии ООП позволяет работать с реальными программными объектами, помогая добиться математической наглядности, и способствует упрощению написания программного кода. Разработанные алгоритмические и матричные классификации могут рассматриваться также в качестве инструментальной основы для создания математических библиотек и разнообразных приложений. Например, приложений с графическим пользовательским интерфейсом.

Так как лабораторный практикум дисциплины «Вычислительные методы алгебры» имеет единую классификационную иерархию, то для ее наглядного восприятия, повышения выразительности и интерактивности выполнения лабораторных работ, совершенствования учебного процесса авторы предлагают воспользоваться визуальной средой. В отличие от интерфейса командной строки (консоли) в графическом интерфейсе пользователь может произвольно выбирать экранные объекты (элементы интерфейса) и осуществлять непосредственное манипулирование ими. Скорость доступа к основной информации при этом значительно увеличивается, а сам доступ упрощается.

Решение задач вычислительной алгебры с применением пользовательского интерфейса усиливает визуализацию результатов вычислений, значительно облегчает проведение объемных математических вычислений, избавляет от рутинной работы (многократного ручного ввода матриц, сохранения результата, выбора метода и т.д.).

В качестве примера предлагаемого подхода к построению учебного курса «Вычислительные методы алгебры» авторами разработана и создана визуальная среда, основу пользовательского интерфейса которой составляют наборы графических элементов, представляемые меню и системой окон для взаимодействия с данными.

Разработанное приложение с графическим интерфейсом пользователя для решения задач вычислительной алгебры реализовано на языке программирования «С++» с использованием библиотеки визуальных компонентов VCL. При создании визуальной среды использовалась технология быстрого программирования – RAD. В основном эта технология ориентирована на визуальное программирование и связана с увеличением скорости создания программного продукта. Технология RAD позволяет размещать визуальные компоненты на форме приложения посредством работы с мышью. С помощью мыши можно изменять параметры и свойства используемых компонент, при этом следить за тем, как тот или иной параметр влияет на выбранный элемент управления.

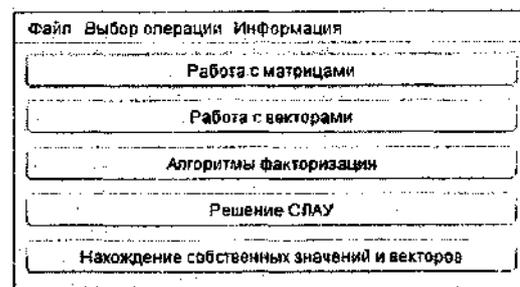


Рис. 1. Стартовая форма.

В качестве базовых требований к функциональности системы выдвигались следующие:

- 1) два режима ввода матриц: с клавиатуры и из файла;
- 2) сохранения результатов в файл;
- 3) демонстрация подробного решения задач вычислительной алгебры. Подробное решение представляет собой пошаговое описание алгоритма метода с соответствующими числовыми расчетами.

4) обработка исключительных ситуаций, связанных с вводом нечисловых данных и ограничением размерности матрицы.

Визуальная среда должна обладать следующими свойствами:

- 1) быть простой и удобной в использовании;
- 2) предусматривать возможные функции определенного класса пользователей;
- 3) предостерегать от ошибок при работе;
- 4) не создавать неожиданные или тупиковые ситуации при любых действиях пользователей;
- 5) обладать дружелюбным, логичным и интуитивно-понятным интерфейсом;
- 6) содержать простую систему меню.

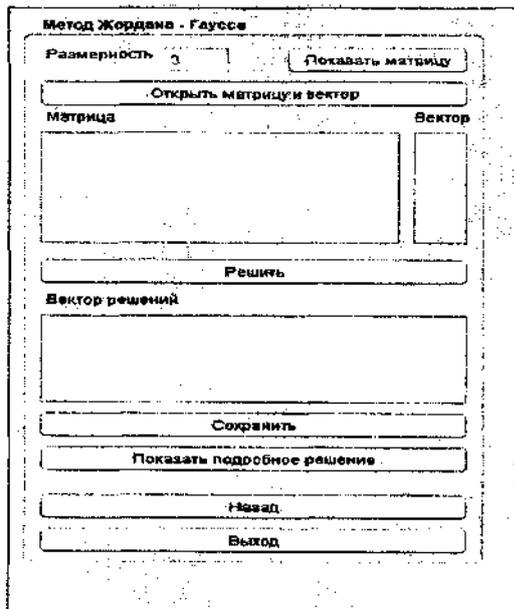


Рис. 2. Метод Жордана–Гаусса.

Структура приложения представлена горизонтальным и вертикальным меню. Это дает возможность пользователю право выбора способа навигации, тем самым улучшая эффективность работы с приложением [4].

Стартовая форма имеет следующий вид:

Горизонтальное меню включает следующие команды:

- «Файл» – содержит команды:
- «Сохранить файл» – сохранение данных в файл, при этом появляется стандартный диалог сохранения файла.
- «Загрузить файл» – загрузка из файла данных, при этом появляется стандартный диалог открытия файла.
- «Выход».
- «Выбор операции» – дублирует вертикальное меню.
- «Информация» – руководство пользователя.

Вертикальное меню содержит следующие функциональные части:

- «Работа с матрицами» – в данном разделе можно производить вычисления основных операций (умножение, сложение, вычитание) для двух классов матриц: «Квадратная матрица» и «Расширенная матрица». Для квадратных матриц также реализованы операция транспонирования, нахождения обратной матрицы, нормы и вычисления определителя.

- «Работа с векторами» – в данном пункте меню производятся вычисления основных операций с векторами: умножение вектора на число, нахождение скалярного произведения, сложение, вычитание, нахождение нормы.

- Раздел «Алгоритмы факторизации» позволяет получать разложение матрицы. Данный раздел содержит следующие пункты: «LU-разложение», «LDU-разложение», «STS-разложение», «SDS-разложение» и «QR-разложение».

- Раздел «Решение СЛАУ» содержит методы для решения систем линейных алгебраических уравнений. В соответствии с иерархией вычислительных методов алгебры данный раздел разбит на два подраздела: «Прямые методы» и «Итерационные методы». В свою очередь, подраздел «Прямые методы» включает в себя пункты «Методы на основе факторизации» и «Методы, не использующие факторизацию».

Например, форма для решения систем линейных алгебраических уравнений методом Жордана–Гаусса выглядит следующим образом:

Раздел «Нахождение собственных значений и векторов» также сформирован в соответствии с иерархией вычислительных методов алгебры. Имеются два подраздела: «Прямые методы» и «Итерационные методы». Подраздел «Итерационные методы» содержит следующие пункты: «Решение частичной проблемы нахождения собственных значений матрицы» и «Решение полной проблемы нахождения собственных значений матрицы».

Предложенный подход к организации практической части курса «Вычислительные методы алгебры» использовался авторами для проведения занятий со студентами специальности «Прикладная математика» на протяжении двух семестров, что позволило отметить следующие полученные результаты:

- при формировании учебного рабочего плана можно существенным образом перераспределять часы в сторону увеличения доли самостоятельной работы. Основная нагрузка лабораторного практикума – это проектирование матричной

иерархии. После разработки и описания матричной иерархии с учетом основных матричных операций существенно упрощается программная реализация изучаемого метода. Студенты получают возможность больше времени уделить рассмотрению и изучению качественных свойств численного метода;

- использование разработанной графической среды визуализирует классификационные иерархии матриц и методов линейной алгебры, а также оптимизирует процесс выполнения матричных операций и вычислительных методов: отсутствует необходимость в постоянном ручном вводе данных, перезапуске приложения для проверки работы нового метода, неверный ввод исходных данных не приводит к аварийному выходу и потере ранее полученных результатов, посредством навигации возможен доступ к любому методу в любой момент времени;

- изучение математических методов на основе приложений с графическим интерфейсом способствует более глубокому усвоению учебного материала, т.к. позволяет наглядно представить получаемые промежуточные и итоговые результаты, значительно сократить временные затраты по решению трудоемких задач, а для некоторого класса задач построить графические иллюстрации, что не всегда возможно сделать вручную;

- использование визуальной среды увеличивает эффективность проверки полученных результатов решения задач студентами самостоятельно. Реализованная функция просмотра вспомогательных расчетов позволяет отследить шаг, на котором произошла ошибка в алгоритме. Демонстрация вспомогательных расчетов может использоваться студентами для составления отчета по лабораторной работе, значительно сократив время его оформления;

- наиболее «продвинутым» студентам была предоставлена возможность создания собственной визуальной среды с самостоятельным выбором графической библиотеки для создания интерфейса. Студенты отдавали предпочтение новым, ранее не использованным в учебном процессе библиотекам (например, QT, GTK), что, безусловно, способствовало расширению кругозора студентов в области информационных технологий;

- разработанные матричные, алгоритмические классы могут применяться в качестве программных средств постановки и решения стандартных задач линейной алгебры, а также

в качестве инструментария для проектирования математических библиотек, применяемых при решении конкретных прикладных задач в смежных дисциплинах, при выполнении курсовых и дипломных проектов, научных разработках;

- близость учебных программ дисциплины «Вычислительные методы алгебры» для специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика» и дисциплины «Методы вычислений» специальности 1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям) позволяет использовать предложенный подход к построению учебного материала для обеих специальностей.

**Заключение.** Решение математических задач с использованием средств визуализации является современной тенденцией образовательного процесса, которая повышает качество подготовки студентов IT-специальностей и способствует формированию профессиональных компетенций, ориентированных на полноценное использование современных информационных технологий в профессиональной деятельности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Маркова, Л.В. Формирование профессиональных компетенций у студентов специальности «Прикладная математика» / Л.В. Маркова, Н.Д. Адаменко, О.Г. Казашева, Е.А. Корчевская // Вестн. Витебск. дзярж. ун-та. – 2012. – № 1(67). – С. 116–121.
2. Маркова, Л.В. Обучение вычислительной математике. Современные аспекты / Л.В. Маркова, Е.А. Корчевская // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам: материалы междунар. науч.-практ. Интернет-конференции, посвященной 60-летию доктора физико-математических наук, профессора Н.Т. Воробьева. Витебск, 21–22 июня 2011 г. – Витебск, 2011. – С. 128–129.
3. Маркова, Л.В. Объектная реализация методов вычислительной алгебры / Л.В. Маркова, Е.А. Корчевская, А.Н. Красоткина // Вестн. Витебск. дзярж. ун-та. – 2013. – № 2(74). – С. 18–22.
4. Маркова, Л.В. Создание интерфейса для решения задач вычислительной алгебры в системе объектной классификации / Л.В. Маркова, А.Н. Красоткина, Н.Д. Адаменко // Информационные системы и технологии: материалы междунар. конгресса по информатике, Минск, 4–7 нояб. 2013 г. – С. 233–236.

#### REFERENCES

1. Markova L.V., Adamenko N.D., Kazantseva O.G., Korchevskaya E.A. Vestnik Vitebskogo gosudarstvennogo universiteta [Journal of Vitebsk State University], 2012, 1(67), pp. 116–121.
2. Markova L.V., Korchevskaya E.A. [Innovation Technologies of Teaching Physical and Mathematical Subjects: Materials of International Scientific and Practical Internet Conference Devoted to the 60<sup>th</sup> Birthday of Professor N.T. Vorobyev. Vitebsk, June 21–22, 2011], 2011, pp.128–129.
3. Markova L.V., Korchevskaya E.A., Krasotkina A.N. Vestnik Vitebskogo gosudarstvennogo universiteta [Journal of Vitebsk State University], 2013, 2(74), pp. 18–22.
4. Markova L.V., Krasotkina A.N., Adamenko N.D. Informatsionnye sistemi i tehnologii: Materiali mezhduнародnogo kongressa po informatike, Minsk, 4 – 7 noyabrya 2013 g. [Information Systems and Technologies: Materials of the International Computer Technologies Congress, Minsk, November 4–7, 2013], pp. 233–236.

Поступила в редакцию 24.01.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: l\_v\_markova@mail.ru · Маркова Л.В.

УДК 373.5.016:741

## Методы обучения, направленные на овладение основными приемами стилизации при взаимосвязи натурального и декоративного рисования (на примере школ и гимназий с углубленным изучением предметов художественно-эстетического цикла)

**Е.О. Соколова***Государственное учреждение образования «Гимназия № 4 г. Витебска»*

*Одним из направлений развития художественного образования в Республике Беларусь на современном этапе являются школы и гимназии с углубленным изучением предметов художественно-эстетического цикла. При изучении дисциплин изобразительного цикла в данных школах основными видами художественной деятельности являются рисование с натуры и декоративное рисование.*

*Цель статьи – определение, научное обоснование и экспериментальная проверка наиболее эффективных методов обучения, направленных на овладение основными приемами стилизации в процессе натурального и декоративного рисования.*

*Материал и методы.* Объектом исследований данной работы является процесс обучения дисциплинам изобразительного цикла в специализированных школах с художественно-эстетическим уклоном Республики Беларусь, а предметом – методы овладения основными приемами стилизации при взаимосвязи натурального и декоративного рисования.

*Результаты и их обсуждение.* Автор рассматривает одно из важных средств взаимосвязи натурального и декоративного рисования – метод стилизации. Стилизация как художественный метод, который используется при натурном и декоративном рисовании, а также при изготовлении изделий декоративно-прикладного характера, актуален для всей системы художественного образования.

*Исследуя вопрос повышения эффективности овладения приемами стилизации при взаимосвязи натурального и декоративного рисования, автор обращает внимание на следующие методы обучения: обобщения и упрощения, анализа и синтеза, сравнения, наблюдения и целевой установки.*

*Заключение.* При использовании данных методов обучения у учащихся развиваются художественно-образное мышление, наблюдательность, аналитико-синтетический подход, формируются чувство пропорций и целостное видение формы, художественный вкус, воображение и фантазия, необходимые как при выполнении рисунка с натуры, так и при выполнении декоративного изображения.

*Ключевые слова:* изобразительное искусство, декоративно-прикладное искусство, методы обучения, рисование с натуры, декоративное рисование, стилизация, обобщение, упрощение, анализ, синтез, наблюдения, сравнения, установка.

## Teaching Methods Aimed at Forming of the Basic Stylization Skills in Interconnection of Life and Decorative Drawing (evidence from schools and gymnasiums with enhanced study of Arts and Aesthetics)

**E.O. Sokolova***State educational establishment «Vitebsk Gymnasium No. 4»*

*Currently, schools and gymnasiums with enhanced study of Arts and Aesthetics are one of the directions of art education development in the Republic of Belarus. They not only give general artistic education, but also play an important role in all-round and harmonized personal development of a modern schoolchild.*

*The basic activities of young learners in such schools are life drawing and decorative drawing. The author studies stylization as one of the main means of correlation between life and decorative drawing. This artistic method is used both in life and decorative drawing, as well as in Applied and Decorative Art and has great importance in artistic education. That is why in this study the author aims to define the most effective methods of teaching basic stylization skills in life and decorative drawing, scientifically substantiate them and practically test their effectiveness.*

*The author studies the issues of improving efficiency in the process of building stylization skills in correlation of life and decorative painting and draws attention to the following teaching methods: generalization and simplification, analysis and synthesis, comparison, observation and goal setting. The usage of these methods proves effective for the development of artistic and creative thinking, observation, analytic-synthetic approach, as well as for forming the feeling of proportion and integral perception of the form, artistic taste, imagination and creativity, which are important both in life drawing and in decorative drawing.*

*Key words: Arts, decorative and applied art, teaching methods, life drawing, decorative drawing, stylization, generalization, simplification, analysis, synthesis, observations, comparisons, goal setting.*

Приоритеты современного образования сосредоточены в целом на развитии интеллектуально-творческой личности, свободно ориентирующейся в различных областях знания и культуры. Большая роль в решении данных вопросов отводится специализированным школам с художественно-эстетическим уклоном, основной функцией которых является всестороннее развитие личности школьника на уроках изобразительного искусства.

В освещении образовательного значения уроков изобразительного искусства, обосновании отдельных методов повышения эффективности уроков изобразительного искусства ведущее место занимают работы таких известных ученых и методистов, как Г.В. Лабунская, Н.Н. Ростовцев, Б.Г. Смирнов, В.С. Щербakov и др.

Теоретические поиски и методические разработки проблемы эстетического воспитания учащихся средствами национального искусства на уроках изобразительного искусства нашли свое научное обоснование, положение и развитие в работах видных ученых и педагогов: Н.Н. Ростовцева, В.С. Кузина, Е.В. Шорохова, Т.Я. Шпикаловой, Б.В. Неменского, Б.П. Юсова и ряда других. Большой вклад в изучение национального искусства на уроках изобразительного искусства и определение его роли в художественно-эстетическом воспитании учащихся внесла исследователь Т.Я. Шпикалова.

При изучении дисциплин изобразительного цикла основными видами художественной деятельности являются натурное<sup>1</sup> и декоративное рисование<sup>2</sup>, которые базируются на развитом восприятии природы, а также на ее отражении с помощью различных изобразительных средств и приемов.

На основании анализа психолого-педагогической, методической и искусствоведческой литературы мы выявили один из важных факторов, который является необходимым при выполнении как реалистического, так и декоративного изображения – это принцип обоб-

щения или упрощения формы изображаемого объекта действительности. «Обобщение» является определяющим фактором в ходе выполнения рисунка с натуры, особенно на первоначальном этапе изображения. В то же время предельная обобщенность формы и подчеркнутость ее выразительных деталей характерны для рисунка, выполненного методом стилизации в процессе декоративного рисования и изготовления эскиза изделия декоративно-прикладного характера.

Стилизация – это метод, при котором у учащегося закладываются фундаментальные научные знания о действительности, формируются художественно-обобщенные представления об разных ее сторонах. При этом натурное рисование является той основой, на которой «держится» декоративное рисование, а метод стилизации выступает как средство, позволяющее связать натурное и декоративное рисование.

Использование метода стилизации в процессе натурального и декоративного рисования, а также при выполнении изделия декоративно-прикладного характера занимает важное место в художественном развитии школьника и выполняет следующие функции:

- учит видеть «большие» отношения формы изображаемого объекта, развивает чувства пропорций и целостное видение формы;
- развивает художественно-образное мышление, наблюдательность, воображение и фантазию;
- способствует лучшему пониманию взаимосвязи природы явлений: натура-стилизация-материал;
- формирует художественный вкус и представления о национальном искусстве;
- раскрывает истинную природу явлений «стиль», «декоративно-прикладное искусство» и «натурное рисование» в процессе изучения действительности на практических занятиях изобразительного цикла.

На наш взгляд, стилизация как художественный метод, который используется при натурном и декоративном рисовании, а также при изготовлении изделий декоративно-прикладного искусства, актуален для всей системы художественного образования.

Однако сегодня этот вопрос недостаточно изучен. В связи с этим целью данной статьи яв-

<sup>1</sup> Под натурным рисованием мы понимаем реалистическое изображение различных объектов и явлений действительности.

<sup>2</sup> Под декоративным рисованием мы подразумеваем изображение, основанное на творческой переработке, видоизменении объектов и явлений окружающей действительности при наибольшем художественном обобщении (стилизации) с учетом национальных традиций и материала.

ляется определение, научное обоснование и экспериментальная проверка наиболее эффективных методов обучения, направленных на овладение основными приемами стилизации в процессе натурального и декоративного рисования.

**Материал и методы.** Объектом исследований данной работы является процесс обучения дисциплинам изобразительного цикла в специализированных школах с художественно-эстетическим уклоном Республики Беларусь, а предметом – методы овладения основными приемами стилизации при взаимосвязи натурального и декоративного рисования.

Методологической основой данного исследования явились работы ученых в области теории и методики обучения изобразительному и декоративно-прикладному искусству, педагогики и психологии.

Основные теоретические положения данного исследования, касающиеся природы рисования с натуры и различных видов рисования, базируются на фундаментальных трудах ученых, художников-педагогов Н.Н. Ростовцева, В.С. Кузина, Н.Э. Радлова, Е.И. Игнатъева, С.П. Ломова, В.К. Лебедко, О.А. Авсияна и др.

По психолого-педагогическим закономерностям изобразительной деятельности рисования с натуры и декоративного рисования нам оказали большую помощь результаты многих исследований известных ученых: Н.Н. Волкова, Е.И. Игнатъева, С.Л. Рубинштейна, В.С. Кузина, Л.С. Выготского, Р. Арнхейма, Р. Вудвордс, П. Линдсея, Д. Нормана, С.Е. Игнатъева, П.М. Якобсона и др.

В области исследований художественного стиля и стилизации мы опирались на фундаментальные научные труды А. Лосева, Г. Вельфлина, В.Г. Власова, Т.Я. Шпикаловой и др.

**Результаты и их обсуждение.** Среди многообразия методов обучения, выдвигаемых современной педагогикой, в рамках нашего исследования были определены методы, которые способствуют наиболее эффективному овладению приемами стилизации на уроках натурального и декоративного рисования, среди которых необходимо отметить методы:

- обобщения и упрощения;
- анализа и синтеза;
- сравнения;
- наблюдения;
- целевой установки.

**Метод обобщения и упрощения.** Необходимо сказать, что буквально все художники-педагоги академической школы рисунка приходили к одному выводу: изображение любого объекта действительности следует начинать с «большой» формы, выявления общей массы объема, а затем уже переходить к деталям [1]. По-

этому создание любого изображения начинается с выявления его обобщенной характеристики. Такой метод позволяет без особого труда разобраться в закономерностях строения любых сложных объектов и передать наиболее характерные и типичные особенности формы изображаемого объекта как при рисовании с натуры, так и при выполнении стилизации.

Использование метода обобщения при выполнении изображения заключается в упрощении сложных задач, установлении методической последовательности построения изображения от простого к сложному.

Исходя из дидактического принципа обучения (от простого к сложному, от общего к частному), большинство художников-педагогов академической школы рисунка считали необходимым для облегчения изображения сложной формы на плоскости в начальной стадии построения изображения упрощать ее сложную конструкцию до простых геометрических форм. Метод обобщения и упрощения формы изображаемого объекта путем разложения ее на геометрические тела широко использовали в своих методических системах обучения А. Дюрер, И.Д. Прейслер, А.П. Лосенко, В.С. Шебуев, А.П. Сапожников, братья Дропои, П.П. Чистяков, Д. Кардовский, А. Ашбе. По их мнению, все предметы окружающей действительности, начиная от простейших объектов до изображения фигуры человека, можно рассматривать с геометрической точки зрения. В основе формы каждого предмета обнаруживается геометрическая фигура или тело: куб, цилиндр, шар, конус, призма, пирамида и другие.

Геометрическая основа объектов действительности очень часто используется при выполнении стилизации, когда на основе простых геометрических форм художник передает то основное и характерное, что есть в изображаемом объекте. Геометрический способ формообразования при выполнении стилизации является наиболее распространенным при изготовлении изделий декоративно-прикладного характера. Так, например, в белорусском народном искусстве сюжеты орнаментальных мотивов в вышивке, ткачестве, деревообработке в большинстве своем имеют геометрический характер. Поэтому геометрический способ обобщения формы объекта действительности при рисовании с натуры постепенно подводит учащихся к выполнению стилизации геометрическим способом формообразования при создании эскиза изделия декоративно-прикладного характера.

Из всего вышесказанного необходимо отметить, что «*обобщения*» и «*упрощения*», являясь

формой отражения общих и основных признаков и качеств объектов и явлений действительности, позволяют не только понять и правильно изобразить данный объект действительности в процессе натурального рисования, но и путем сознательного отбора главного и характерного в объекте, создать полноценный декоративный образ в процессе выполнения стилизации.

**Метод анализа и синтеза.** Любой изобразительный процесс включает в себя мыслительную деятельность, основу которой составляют мыслительные операции – анализ и синтез. «Четко характеризуясь своей конкретной направленностью и являясь противоположными друг другу операциями, анализ и синтез вместе с тем неразрывно связаны, всегда целенаправленны и призваны решать конкретную задачу» [2].

Взаимоотношение анализа и синтеза выражается в общепринятом порядке выполнения любой художественной работы – от общего к частному и от частного снова к общему.

В процессе работы над рисунком с натуры анализу и синтезу подвергаются определенные стороны, признаки, качества изображаемых объектов: форма, конструкция, пропорции, пространственное положение. В процессе натурального рисования анализу и синтезу подвергается не только натура, но и само изображение [3]. Постоянный анализ и синтез натуры и изображения – необходимое условие познания натуры с целью ее изображения. При декоративном рисовании вся аналитико-синтетическая деятельность направлена на исследование изображения, так как при выполнении стилизованного изображения процесс познания натуры невозможен, он опосредован анализом и синтезом образа данного объекта, полученного при натурном рисовании и запечатленного в памяти рисующего. В этих условиях качество изображения напрямую зависит от глубины памяти и развитости воображения учащегося. Поэтому для возможности создания полноценного декоративного образа заданного объекта требуется предварительно исследовать и познать соответствующий предмет с натуры. Изучение натуры заключается не только в накоплении зрительных впечатлений, но и сознательном отборе этих впечатлений, основанных на анализе и синтезе характерных особенностей натуры, которые будут использованы при выполнении стилизации на уроках декоративного рисования.

Таким образом, развитие аналитико-синтетического подхода учащихся на уроках рисования с натуры является важным звеном в переходе от натурального рисования к декоративному.

**Метод сравнения.** Сравнение представляет собой мысленное установление сходства или различия сопоставляемых объектов и явлений

окружающей действительности, а также их отдельных частей.

Любое сравнение предполагает последовательное выделение тех или иных признаков, сторон предметов. Посредством сравнения определяется то общее, что имеется между отдельными объектами или явлениями, которые объединяются в конкретную группу, категорию. В процессе сравнения происходит выделение не только общих, но и основных признаков, характеризующих сущность данных объектов и явлений. Чем точнее ученик установит общее и основное в изображаемых объектах, тем он глубже познает и поймет их форму, конструкцию и пропорциональные отношения. Для этого необходимо приучить учащихся активно смотреть на природу, часто сверяя части и целое, глядя попеременно на разные участки модели, находить их верное соотношение.

Залогом успешного процесса рисования с натуры является постоянное сравнение изображения с натурой. Сравнивая свой рисунок с натурой, ученик систематически контролирует весь процесс работы, «устанавливая соответствие и несоответствие изображения с натурой, находя в рисунке те или иные ошибки, неточности, исправляя их» [4].

В процессе выполнения стилизации заданного объекта действительности внимание школьника направлено на сравнение отдельных частей самого изображения, так как натура в данном случае недоступна. Постоянное сравнение одной части изображенного объекта с другой, одного участка рисунка с другим помогает учащимся найти верные соотношения частей и целого, что приводит к созданию полноценного декоративного образа.

**Метод наблюдения.** Изучая особенности изобразительной деятельности детей, Е.И. Игнатьев отмечает, что «умение наблюдать природу является предпосылкой успешного развития изобразительной деятельности школьника» [5].

Великий русский педагог К.Д. Ушинский придавал большое значение умению наблюдать. Значение наблюдения в умственном развитии школьника он рассматривал так: «Всякое не мертвое, не бесцельное обучение имеет в виду готовить дитя к жизни; а ничего не может быть важнее в жизни, как уметь видеть предмет со всех сторон и в среде тех отношений, в которые он поставлен. Если мы вникнем глубже в то, что обыкновенно зовется в людях замечательным или великим умом, то увидим, что главным образом есть способность видеть предметы в их действительности, всесторонне, со всеми отношениями, в которые они поставлены» [6].

Умению наблюдать и тонко видеть предметы и их свойства необходимо обучать школьников. Постоянные наблюдения за окружающим миром

приучают школьников присматриваться к различным объектам и явлениям действительности, подмечать в них типичные для целого ряда объектов черты, видеть внутренние стороны объектов и явлений, что совершенно необходимо как при выполнении рисунка с натуры, так и при создании стилизованного изображения.

Особое значение развития наблюдательности и внимания школьник приобретает на уроках рисования с натуры, где процесс изображения, как правило, начинается с внимательного изучения натуры. Рисуя с натуры различные предметы реальной действительности, наблюдая гармоничную слаженность форм предметов, учащиеся тем самым развивают свою наблюдательность, приучаются не пассивно рассматривать, а изучать, исследовать их. Формирование способности целенаправленно, осознанно и внимательно наблюдать расширяет круг зрительных впечатлений и способствует более точному и полному представлению об объектах действительности при последующем выполнении стилизации. Поэтому изучение действительности, особенностей и закономерностей формы, цвета, пространственного положения предметов, стремление увидеть за деталью, мелочью главное и существенное – все это приводит к развитию внимания и наблюдательности школьника, которые необходимы как при натурном, так и при декоративном рисовании.

Наблюдательность как способность представляет собой продукт целенаправленного наблюдения и формируется лишь при условии осознанного восприятия действительности, проявляясь в умении подмечать существенные, характерные, в том числе и малозаметные, но наиболее типичные свойства предметов и явлений. Однако она сформировывается только в том случае, если предварительные наблюдения будут отличаться высокой эффективностью. Для эффективности наблюдения важны определенные организационные условия, прежде всего, конкретная *установка* на специально организованное наблюдение. Например, изображая дерево с натуры, ученик получает установку на последующее декоративное изображение этого дерева. В процессе выполнения учебного задания ученик должен выявить особенности формы конкретного дерева, его деталей, определить его пропорциональные отношения, найти наиболее важные для характеристики изображаемого объекта черты и признаки, свойст-

венные данному объекту. В рисунке такие особенности служат важным исходным материалом для создания образного представления об изображаемом объекте, которые в дальнейшем будут использованы для создания его декоративного образа при выполнении стилизации.

**Заключение.** Необходимо отметить, что процесс выполнения учебно-творческих заданий на уроках натурального и декоративного рисования неизбежно включает в себя художественно-образное обобщение, системное трансформирование и соподчинение многообразных признаков, характеристик и свойств натурального объекта для установления в их взаимоотношениях такого порядка, который позволит наглядно выразить наиболее существенные и характерные его качества. Это достигается при помощи вышеперечисленных методов, комплексное использование которых, как показали поисковый и формирующий этапы экспериментального исследования, способствует повышению эффективности овладения приемами стилизации на уроках натурального и декоративного рисования в школах с углубленным изучением предметов художественно-эстетического цикла.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кардовский, Д.И. Пособие по рисованию / под общ. ред. проф. Д.Н. Кардовского [и др.]. М.: В. Шевчук, 2006. – С. 124.
2. Кузин, В.С. Психология / В.С. Кузин. – М.: Высшая школа, 1982. – С. 151.
3. Волков, П.Н. Восприятие предмета и рисунка / П.Н. Волков. – М.: АПН РСФСР, 1950. – С. 47.
4. Радлов, Н.Э. Рисование с натуры / Н.Э. Радлов. – Л.: Художник РСФСР, 1978. – С. 71.
5. Игнатъев, Е.И. Психология изобразительной деятельности детей / Е.И. Игнатъев. – М.: Учпедгиз, 1961. – С. 23.
6. Ушинский, К.Д. Избранные педагогические сочинения: в 2 т. / К.Д. Ушинский. – М., 1974. – Т. 1. – С. 94.

#### REFERENCES

1. Kardovski D.N. Posobiye po risovaniyu [Drawing manual], M.: V.Shevchuk, 2006.
2. Kuzin V.S. Psihologiya [Psychology], M.: Vysshaya shkola, 1982.
3. Volkov N.N. Vospriyatiye predmeta i risunka [Perception of an Object and a Drawing], M.: APN RSFSR, 1950.
4. Radlov N.E. Risovaniye s naturi [Life Drawing], L.: Khudozhnik RSFSR, 1978.
5. Ignatyev E.I. Psihologiya izobrazitelnoi deyatel'nosti detei [Psychology of Painting Activity of Children], M.: Uchpedgiz, 1961.
6. Ushinski K.D. Izbranniye pedagogicheskiye sochineniya, v 2-h tomah [Selected Pedagogical Compositions], M., 1974, V. 1.

Поступила в редакцию 10.03.2014. Принята в печать 21.04.2014  
Адрес для корреспонденции: e-mail: elena.vit@mail.ru – Соколова Е.О.

## Специфика адаптации первоклассников с общим недоразвитием речи к учебной деятельности

Л.Г. Аленкуц

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

*Гуманизация общества, переход в Республике Беларусь к инклюзивному образованию поставили ряд актуальных проблем перед исследователями и практическими работниками сферы образования. Одной из таких проблем является адаптация первоклассников с особыми образовательными потребностями в начальный период их обучения в школе, когда учебная деятельность становится ведущей.*

*Цель статьи – выявление специфики адаптации к учебной деятельности учащихся первых классов с общим недоразвитием речи.*

**Материал и методы.** Исследование проводилось на базе общеобразовательных средних школ № 18, 25, 31, 40 и гимназии № 5 г. Витебска. В констатирующем эксперименте приняли участие 100 детей в возрасте 7–8,5 лет. Методами исследования также являлись педагогическая беседа, методы математического анализа.

**Результаты и их обсуждение.** В статье сделан акцент на особенностях адаптации к учебной деятельности учащихся первых классов с общим недоразвитием речи по параметрам: успеваемость, характер мотивации учебной деятельности, успешность выполнения основных учебных обязанностей.

**Заключение.** Полученные результаты показали, что школьная дезадаптация к учебной деятельности детей с недоразвитием речи – комплексная проблема, проявляющаяся в социальной и личностной сферах, имеющая место в настоящее время в общеобразовательных учреждениях и требующая своего решения.

**Ключевые слова:** инклюзивное обучение, учащиеся первых классов, общее недоразвитие речи, адаптация к учебной деятельности, учебная мотивация, успеваемость, учебные обязанности.

## Specificity of Adaptation of First Year Pupils with General Speech Deficiency to Learning

L.G. Alenkuts

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

*Humanization of society and transition to inclusive education in the Republic of Belarus have set a number of urgent issues for researchers and practical workers of education. One of the issues is adaptation of first year pupils with special educational needs at the initial stage of their schooling when learning becomes the leading activity.*

*The purpose of the study is to find out specificity of adaptation to learning of first year pupils with general speech deficiency.*

**Material and methods.** The study was conducted on the basis of secondary comprehensive schools No. 18, 25, 31, 40 and gymnasium № 5 of the City of Vitebsk. 100 of 7–8.5 year old children took part in the stating experiment. The methods of the research are pedagogical talk, mathematical analysis methods.

**Findings and their discussion.** Accent is made on the peculiarities of adaptation of first year pupils with general speech deficiency to learning according to the parameters: academic performance, motivation character to learning, success of fulfillment of basic learning duties.

**Conclusion.** Research findings indicate that school deadaptation to learning of children with speech deficiency is a complex task, which manifests itself in social and personality spheres, and is observed nowadays in secondary schools and requires its solution.

**Key words:** inclusive teaching, first year pupils, general speech deficiency, adaptation to learning, learning motivation, academic performance, academic duties.

Гуманизация общества, изменения в социальном, экономическом и культурном развитии нашей страны, а также переход в Республике Беларусь к инклюзивному образованию поставили ряд актуальных проблем перед исследователями и практическими работниками сферы образования, в том числе и специального. Инклюзивное

образование предполагает совместное обучение всех без исключения детей, в том числе и с особыми образовательными потребностями. а также доступность качественного образования для всех на основе создания образовательного пространства, соответствующего различным нуждам детей. Совершенствование и развитие системы об-

разования предполагает оптимальное содействие развитию потенциальных возможностей детей, их познавательной деятельности и личности в целом. Осознание роли современной школы в охране физического, психического и нравственного здоровья детей, в том числе и с особыми образовательными потребностями, обеспечении полноценного образования обязывает педагогов и психологов к поиску таких путей и способов в педагогической деятельности, которые наилучшим образом будут соответствовать индивидуальным возможностям учащихся, особенно в начальный период их обучения в школе, когда учебная деятельность становится ведущей. В последние годы особое внимание уделяется формированию жизнеспособной личности, успешно адаптирующейся к изменяющимся социальным условиям, умеющей и готовой осуществлять различные виды деятельности и правильно определять поведение в жизненно важных ситуациях.

Учебная деятельность понимается как особая форма социальной активности способами предметных и познавательных действий [1].

Школьная адаптация, выражающаяся в оптимальном равновесии возможностей школьника и требований социальной среды с точки зрения внутренних (эмоциональных и когнитивных) и внешних (успешность учебной деятельности, поведенческие проявления, межличностные отношения) критериев, является одним из основных показателей эффективности функционирования структуры взаимодействий образовательной среды и ученика [2]. В психологической науке школьная адаптация характеризуется своеобразием и спецификой вхождения учащихся в учебный процесс и, в известной мере, отражает перспективы их дальнейшего обучения в последующие годы.

В психолого-педагогической литературе школьная адаптация также определяется как результат и процесс активного приспособления ребенка к условиям новой среды, связанный со сменой ведущей деятельности и социального окружения (Я.Л. Коломинский, Е.А. Панько, В.С. Мухина, И.В. Дубровина, Е.Ю. Петрова и др.). В этой связи имеет значение наличие такого качества личности, как адаптивность (изменчивость) поведения в соответствии с ролевыми ожиданиями других качеств, характеризующего реальные и потенциальные возможности личности как субъекта адаптационного процесса. По обобщенным данным отечественных и зарубежных исследователей, от 4 до 25% семилетних и от 20 до 50% шестилетних детей не способны при традиционной организации процесса обучения успешно адаптироваться

к современным школьным требованиям и освоить программу обучения [3].

Предпринятые психолого-педагогические исследования особенностей влияния общего недоразвития речи (ОНР) на психическое развитие детей, изучение личностных особенностей этой категории детей позволили сделать вывод об имеющихся адаптационных нарушениях в начальный период обучения, вызванных расстройством нормального функционирования психофизиологических механизмов речевой деятельности (Л.С. Волкова, Р.Е. Левина, А.Р. Лурия, В.И. Лубовский, Е.М. Маспокова, Т.Б. Филшчева, Г.В. Чиркина и др.).

Проблема адаптации детей к условиям школьного обучения становится предметом внимания многих современных исследователей (М.В. Григорьева, Т.В. Дорожевец, Г.Ф. Кумарина, Н.Я. Кушнир, Е.Ю. Петрова, Н.Н. Савина, и др.). Вместе с тем, значительная часть работ посвящена, главным образом, изучению сфер, механизмов, уровней, социально-педагогических условий адаптации к школьной среде детей с нормальным речевым развитием. В то же время в специальной литературе по проблемам детей с недоразвитием речи недостаточно сведений, раскрывающих особенности адаптации к школе и педагогические условия преодоления школьной дезадаптации данной категории детей.

Цель статьи – выявление специфики адаптации к учебной деятельности учащихся первых классов с общим недоразвитием речи.

**Материал и методы.** Исследование проводилось на базе общеобразовательных средних школ № 18, 25, 31, 40, гимназии № 5 г. Витебска. Всего в констатирующем эксперименте по изучению особенностей школьной адаптации детей с общим недоразвитием речи (ОНР) приняли участие 100 детей в возрасте 7–8,5 лет. В экспериментальную группу вошли 50 детей с нормальным слухом и первично сохранным интеллектом с диагнозом общее недоразвитие речи (по классификации Р.Е. Левинной) – выпускников ГУО «Специальный детский сад № 18 г. Витебска для детей с тяжелыми нарушениями речи». Контрольную группу составило такое же количество детей, не имевших отклонений в речевом развитии и посещавших до поступления в школу дошкольные учреждения образования общего типа.

Методами исследования являлись педагогическая беседа, констатирующий эксперимент, методы математического анализа. Для экспериментального исследования адаптации первоклассников с ОНР к учебной деятельности использова-

лась система экспресс-методик шкального типа для оценки различных параметров школьной адаптации, разработанная Т.В. Дорожевец, а также беседа с учителями и учащимися 1-х классов. В качестве главных показателей адаптации к учебной деятельности, согласно методике Т.В. Дорожевец, нами были выбраны следующие: 1) успеваемость, оцениваемая учителем по 5-балльной шкале; 2) характер мотивации, изучаемый экспериментально (показателем успешной академической адаптации являлось наличие стойкой мотивации к учебной деятельности); 3) выполнение основных учебных обязанностей, оцениваемых учителем [4].

Определение уровня успеваемости предполагало оценку учителем каждого ученика 1-го класса по 5-балльной шкале, полюса которой заданы вербально: «5» – «идеально усваивает весь учебный материал, знания полные и стойкие»; на полюсе «1» – «совершенно не усваивает программный материал, знаний почти нет».

Характер мотивации посещения школы исследовался с помощью двух методик, направленных на изучение различных сторон данного показателя. С учениками проводилась беседа, состоящая из 10-ти вопросов. Критерием учебной мотивации являлись ответы, содержание которых имело отношение к получению знаний и умений в ходе учебной деятельности. Вторая методика предполагала получение ответа на вопрос «Чем бы ты хотел заниматься в первую (вторую, третью) очередь?». Каждому ребенку предъявлялась серия из 9 картинок, содержание трех из которых связано с учебной деятельностью, на остальных картинках были изображены различные виды трудовой и игровой деятельности детей. Выбор трех «учебных» картинок являлся самым высоким показателем развития мотивации учебной деятельности.

Параметром успешности выполнения основных учебных обязанностей служила методика, предполагавшая оценку каждого ученика учителем по 7 пунктам, с использованием 5-балльной шкалы. Крайние полюса шкалы были заданы вербально. На полюсе «5 баллов» были расположены 7 утверждений: «Очень дисциплинирован», «Выполняет задания учителя», «Слушает указания учителя», «В случае непонимания задает вопросы», «Правильно оценивает свои результаты», «Активен на уроках», «Вежлив с учителем». На полюсе «1 балл» имелись 7 противоположных утверждений: «Плохо дисциплинирован», «Не выполняет задания», «Не слушает указания учителя», «В случае непонимания не задает необходимые вопросы», «Не замечает свои

ошибки», «Не заинтересован в учебе, пассивен на уроках», «Не умеет себя вести со взрослыми».

**Результаты и их обсуждение.** Анализ данных, полученных в результате бесед с учителями, показал различный уровень успеваемости учащихся первых классов общеобразовательной школы, имевших до начала обучения общее недоразвитие речи, с преобладанием среднего и низкого уровней успеваемости (96% детей). Лишь незначительная часть детей относительно успешно осваивала программу обучения и имела благоприятный прогноз по успеваемости.

Беседы с учителями, работающими в классах, где наряду с нормально развивающимися обучающимися дети с общим недоразвитием речи, позволили выявить причины низкой успеваемости этого контингента учащихся: различные отклонения в речевом развитии; недоразвитие мелкой моторики пальцев рук; невозможность приспособиться к темпу ведения урока учителем; несформированность умений общаться с учителями и сверстниками; низкий уровень самоорганизации и произвольности поведения.

Сравнительный анализ данных об уровне сформированности мотивации учебной деятельности респондентов экспериментальной и контрольной групп по итогам беседы позволил определить более низкий уровень указанного показателя в группе респондентов с ОНР ( $p < 0,05$ ). При максимальной оценке ответов 10 баллов оценка центральной тенденции показала, что большинство испытуемых получили за беседу 7,5 и 8 баллов (соответственно, экспериментальная и контрольная группы). Средний показатель учебной мотивации в контрольной группе также оказался более высоким. Кроме того, 6% детей контрольной группы по результатам беседы получили максимальное количество баллов, что говорит о высоком уровне учебной мотивации. Данный уровень у респондентов с общим недоразвитием речи (ОНР) не зафиксирован.

Анализ характера мотивации показал, что в большинстве случаев желание посещать школу связано с внешней, атрибутивной стороной учебной деятельности, т.е. наблюдается доминирование внешних мотивов (новая школьная форма, звонки, оценки и т.п.) на фоне недостаточной внутренней мотивации (интереса к познанию, приобретению новых умений и навыков). Часть детей свое желание ходить в школу объясняло появлением новых друзей и иного круга общения, а также ожиданием того, что статус школьника изменяет отношение окружающих к ним. Некоторых детей в школе привлекали иные особенности режима дня: отсутствие тихого часа.

наличие большой подвижной переменной, посещение столовой, более раннее по сравнению с детским садом возвращение домой. Такие мотивы являются узколичными (мотивация благополучия, престижная мотивация), слабо осознаваемыми, но реально действующими. Несовпадение реально действующих мотивов с возможностями и ограничениями, заложенными в ситуации осуществления учебной деятельности, порождает противоречивость в мотивационной сфере, например, когда у ребенка мотивы получения хорошей оценки сталкиваются с необходимостью интенсивно готовиться к урокам. Однако достаточно большой части детей с ОНР (32%) нравилось ходить в школу еще и потому, что в ней учат читать, писать, решать задачи и вообще чему-то новому. Эти мотивы связаны с целями учения («Хочу все знать», «Хочу всему научиться в школе»), относятся к группе учебно-познавательных мотивов и наиболее осознаваемы учащимися.

Методика выбора «учебной» картинки показала, что учебную деятельность 34% испытуемых с ОНР предпочитают другим видам деятельности (игровой и трудовой), что является показателем высокого уровня учебной мотивации. Во вторую очередь заниматься учебной деятельностью предпочли 38% детей (средний уровень), в третью очередь – 12% испытуемых (низкий уровень). Вообще не привлекает учебная

деятельность 16% респондентов с ОНР (очень низкий уровень). Это можно объяснить угасанием учебной мотивации, неполным и неточным осознанием ребенком своих истинных мотивов. Необходимость затрачивать большие усилия для достижения незначительных результатов в учебной деятельности способствует потере интереса к учебе и в целом потребности в познавательной деятельности.

Сравним данные экспериментальной и контрольной групп. Полученные результаты представлены на рис. 1.

Средний показатель составил 2,2 и 2,7 балла соответственно. В первую очередь предпочли заниматься учебной деятельностью 44% испытуемых контрольной группы (высокий уровень), во вторую очередь – 46% (средний уровень), в третью очередь – 6% (низкий уровень) и вообще не привлекла учебная деятельность (очень низкий уровень мотивации) 4% респондентов КГ. В целом по методике выбора «учебной» картинки у детей с нормальным речевым развитием уровень «учебной» мотивации при посещении школы незначительно выше, чем у детей с общим недоразвитием речи (разница между двумя выборками не достоверна;  $p > 0,05$ ).

Результаты успешности выполнения учащимися основных учебных обязанностей представлены на рис. 2.

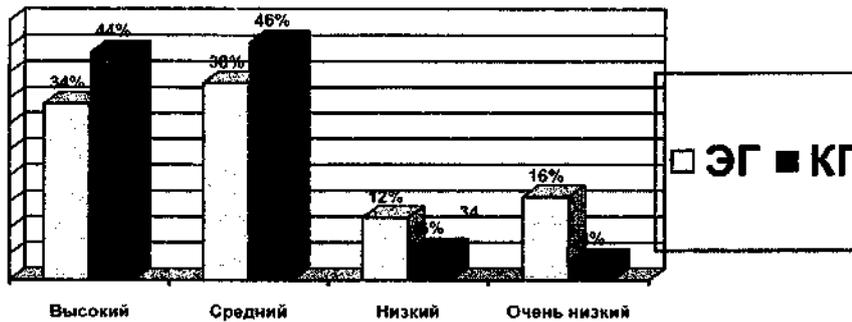


Рис. 1. Уровни учебной мотивации (по серии картинок) (%).



Рис. 2. Показатели выполнения основных учебных обязанностей (%).

Анализ данных учителей начальных классов, характеризующих успешность выполнения основных учебных обязанностей, показал, что 2% респондентов с ОНР и 8% респондентов контрольной группы справились со своими учебными обязанностями на «отлично». Оценка «хорошо» зафиксирована у 44% испытуемых экспериментальной группы и 60% испытуемых контрольной группы; «удовлетворительно» у 46% и 18% респондентов соответственно. Не справились с учебными обязанностями 8% учащихся с ОНР и 14% нормально развивающихся сверстников. Средний показатель по выборке испытуемых с общим недоразвитием речи равен 3,8 балла, среди учащихся КГ – 4 балла.

Полученные данные позволяют констатировать, что при выполнении основных учебных обязанностей значимых статистических различий между показателями экспериментальной и контрольной групп не выявлено ( $p > 0,05$ ). Это можно объяснить тем фактом, что первичной формой организации учебной деятельности служит ее коллективно-распределительное осуществление всем классом под руководством учителя. Кроме того, подготовка к школе и систематическое осуществление учебно-познавательной деятельности в дошкольном учреждении способствует возникновению и развитию у детей психологических новообразований данного возраста (субъекта этой деятельности и произвольности учебно-познавательных действий).

Таким образом, исследование школьной адаптации к учебной деятельности показало более низкие результаты у детей с общим недоразвитием речи по большинству параметров. Значимые статистические различия выявлены по двум показателям: сформированности учебной мотивации по результатам проведенной беседы и среднему показателю успешности выполнения учебной программы. Социальные потребности, выражающиеся в стремлении занять социальную позицию школьника, у респондентов ЭГ преобладают над познавательными, направленными на получение новых знаний.

**Заключение.** В результате проведенного исследования было установлено, что школьная дезадаптация к учебной деятельности детей с недоразвитием речи – комплексная проблема, проявляющаяся в социальной и личностной сферах, и она имеет место в настоящее время в общеобразовательных учреждениях и требует своего решения. На основании полученных данных можно говорить о том, что недоразвитие речи ребенка дошкольного возраста и связанные с ним вторичные отклонения в психофизическом развитии, низкая степень личностной готовности к обучению в школе являются надежными предикторами школьной дезадаптации.

Одним из способов решения этой проблемы выступают специально созданные педагогические условия, которые позволяют школьной дезадаптации перейти на уровень адаптации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Психологический словарь / под ред. В.П. Зинченко, Б.Г. Мешерякова. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Педагогика-Пресс, 1998. – 440 с.
2. Григорьева, М.В. Психологическая структура и динамика взаимодействий образовательной среды и ученика в процессе его школьной адаптации: дис. ... д-ра психол. наук: 19.00.07 / М.В. Григорьева. – Саратов, 2010. – 520 с.
3. Савина, И.Н. Организационно-педагогические условия адаптации детей «группы риска» в общеобразовательном учреждении: автореф. ... дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / И.Н. Савина. – Новосибирск, 2000. – 21 с.
4. Дорожевец, Т.В. Исследование школьной дезадаптации: метод. рекомендации / Т.В. Дорожевец. – Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 1995. – 32 с.

#### REFERENCES

1. Zinchenko V.P., Meshcheriakov B.G. Psikhologicheskii slovar [Psychological Dictionary], M.: Pedagogika-Press, 1998, 440 p.
2. Grigoryeva M.V. Psikhologicheskaya struktura i dinamika vzaimodeistvii obrazovatel'noi sredi i uchenika v protsesse yego shkol'noi adaptatsii: diss. [Psychological Structure and Dynamics of Interaction of Educational Environment and the Pupil in the Process of his School Adaptation: Doctor of Psychology Dissertation], 19.00.07, Saratov, 2010, 520 p.
3. Savina N.N. Organizatsionno-pedagogicheskiye usloviya adaptatsii detei "gruppi riska" v obshcheobrazovatel'nom uchrezhdenii: avtoref. ... dis. cand. ped. nauk: 13.00.01 [Organizational and Pedagogical Conditions of Adaptation of "Risk Group" Children in a Comprehensive School: PhD Thesis Summary], Novosibirsk, 2000, 21 p.
4. Dorozhevets T.V. Issledovaniye shkol'noi desadaptatsii: metod. rekomendatsii [Studies of School Deadaptation: Textbook], Vitebsk: UO «VGU im. P.M. Masherova», 1995, 32 p.

Поступила в редакцию 04.02.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: lud\_milan@rambler.ru – Аленкуш Л.Л.

УДК 378.4(476.5).096:37.013.42

## Роль учебно-научно-консультационного центра как инновационного проекта ВГУ имени П.М. Машерова в профессиональной подготовке специалистов социальной сферы

**Т.Д. Вакушенко, И.Э. Балашова**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»*

*Для повышения качества подготовки конкурентоспособного специалиста социальной сферы в ВГУ имени П.М. Машерова создан учебно-научно-консультационный центр (УНКЦ) на базе территориального центра социального обслуживания населения (ТЦСОН), который является организующей структурой филиала кафедры социально-педагогической работы в рамках практико-ориентированного образования.*

*Цель статьи – анализ системы взаимодействия ВГУ имени П.М. Машерова и учреждения социального обслуживания населения в рамках повышения качества профессиональной подготовки специалистов социальной сферы.*

***Материал и методы.** Материалом послужили нормативные правовые акты и методические материалы, постановления и решения Министерства образования Республики Беларусь, регулирующие вопросы функционирования и развития высшего образования, локальные документы, регламентирующие образовательный процесс в университете. В работе проанализирован опыт взаимодействия учреждения социального обслуживания и ВГУ имени П.М. Машерова в системе профессионального образования.*

***Результаты и их обсуждение.** В результате проведенного исследования определены задачи и направления работы УНКЦ. Каждому направлению дана характеристика, представлена специфика его реализации. Предпринята попытка обобщить используемые формы и методы сотрудничества университета и учреждения социального обслуживания населения. Установлено, что функционирование УНКЦ на базе ТЦСОН позволяет решить ряд важных задач профессиональной подготовки специалиста социальной сферы.*

***Заключение.** Анализ системы работы УНКЦ на базе ТЦСОН позволили определить «внутренние и внешние факторы профессиональной подготовки специалистов по социальной работе».*

***Ключевые слова:** практико-ориентированное образование, профессиональная подготовка, учебно-научно-консультационный центр, социальная сфера, специалист по социальной работе.*

## Role of the Study-Research-Consulting Center, as an Innovation Project of Vitebsk State P.M. Masherov University, in the Professional Training of Social Sphere Workers

**T.D. Vakushenko, I.E. Balashova**

*Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»*

*To increase the quality of training of a competitive social sphere worker the Study-Research-Consulting Center was set up at Vitebsk State P.M. Masherov University (SRCC) on the base of Regional Center of Public Social Service (RCPSS), which is an organizing institution of the Branch of the Department of Social and Pedagogical Work within practice oriented education.*

*The aim of the article is to analyze the system of the interaction between Vitebsk State P.M. Masherov University (VSMU) and the Establishment of Public Social Service within quality improvement of professional training of social sphere workers.*

***Material and methods.** The material of the research is legal regulations and methodological materials, decrees and decisions of the Ministry of Education of the Republic of Belarus which regulate issues of higher education functioning and development, local documents, which regulate the University academic process. The experience of the interaction between the Establishment of Social Service and VSMU within the system of professional education is analyzed.*

***Findings and their discussion.** As a result of the research tasks and directions of the work of the SRCCB have been established. Each direction is given a characteristic as well as specificity of its implementation. Attempt is made to generalize the used forms and methods of the University and the Establishment of Social Service cooperation. It has been found out the SRCC on the base of RCPSS can solve a number of important problems of the professional training of a social sphere worker.*

*Conclusion.* The analysis of the system of work of the SRCC on the base of RCPSS has made it possible to identify internal and external factors of professional training of social sphere workers.

*Key words:* practice oriented education, professional training, Study-Research-Consulting Center, social sphere, social sphere worker.

Современный этап развития образования ставит все новые задачи перед высшим образованием. Необходим поиск новых путей практического сотрудничества между учреждениями высшего образования и организациями-заказчиками кадров. Отсюда актуальной становится система работы в рамках практико-ориентированного образования для повышения качества подготовки конкурентоспособного специалиста.

В условиях модернизации современной системы образования возрастает роль инновационной деятельности, возникает потребность существенного обновления содержания образования, достижения нового качества на основе инновационных инициатив по приоритетным направлениям образовательной деятельности. В связи с этим возросла потребность в специалисте, способном модернизировать содержание своей деятельности посредством критического, творческого осмысления и применения в практике достижений науки и педагогического опыта. Система образования призвана обеспечить высокий качественный уровень выпускаемых специалистов, в особенности в рамках системы профессионального вузовского образования. Определяющим в такой подготовке должен стать инновационный процесс, который по своему содержанию является сложным, взаимовлияющим и взаимообогащающим. Выбор инновационного ориентированного пути развития способен обеспечить системе образования высокое качество практической подготовки специалистов и повысить уровень интеграции рынка образовательных услуг в рынок труда. Формирование инновационной политики должно содействовать разработке комплекса мероприятий в системе вузовского профессионального образования, организующих и стимулирующих инновационную деятельность высшей школы, и способствовать интеграции высшей школы в научно-техническое пространство [1].

В Государственной программе развития высшего образования Республики Беларусь на 2011–2015 гг., инструктивно-методических письмах Министерства образования Республики Беларусь «Об организациях образовательного процесса в УВО» с 2010 по 2013 год для повышения качества практической подготовки специалистов делается акцент на практико-ориентированное обучение студентов УВО [2]. Приоритетным направлением развития высшего образования на 2011–2015 го-

ды является создание в организациях кафедр (филиалов кафедр), обеспечивающих образовательный процесс и прохождение производственных практик студентов в реальном секторе экономики и учреждений общего и среднего образования. Согласно инструктивно-методическому письму Министерства образования Республики Беларусь «Об организациях образовательного процесса в УВО» на 2013–2014 годы для этого необходимо: оптимизировать процесс прохождения практики обучающимися; обеспечить должный уровень организации и контроля практики; усилить связь образовательного процесса с производством (филиалы кафедр, базовые производства, совместные учебно-производственные лаборатории и др.).

Усиление практической направленности имеет целью подготовку специалиста, обладающего гибкостью, критичностью, готовностью работать в новых инновационных условиях, способного учиться всю жизнь, ориентироваться в новых технологиях, применять знания на практике, и следовательно, включиться в профессиональную деятельность и успешно ее осуществлять.

Долгосрочное научно-исследовательское и учебно-методическое сотрудничество университета и организаций-заказчиков кадров, повышение качества подготовки будущих специалистов, максимально адаптированных к практической профессионально-педагогической деятельности, а также развитие профессионализма работающих преподавателей, внедрение инноваций и эффективных технологий в образовательный процесс университета и организаций-заказчиков кадров оказались возможными посредством создания учебно-научно-консультационных центров (УНКЦ) как организующих структур филиалов кафедр.

Социальная сфера становится стратегически важным направлением жизнедеятельности белорусского общества. Уровень профессионализма специалистов социальной работы во многом зависит от качества их подготовки в высшем учебном заведении. В феврале 2010 года между Комитетом по труду, занятости и социальной защите Витебского облисполкома, учреждением «Территориальный центр социального обслуживания населения» Первомайского района г. Витебска (ТЦСОН) и факультетом социальной педагогики и психологии ВГУ имени П.М. Машерова был заключен договор о долгосрочном сотрудничестве с целью повышения качества дея-

тельности по социальному обслуживанию и оказанию социальных услуг гражданам (семьям), оказавшимся в трудной жизненной ситуации, качества подготовки специалистов, максимально адаптированных к практической профессиональной деятельности, а также развития профессионализма специалистов по социальной работе, внедрения инновационных технологий социальной работы с различными категориями населения.

В качестве основных задач деятельности УНКЦ как организующей структуры филиала кафедры социально-педагогической работы (на базе учреждения «Территориальный центр социального обслуживания населения» Первомайского района г. Витебска) выделены следующие:

- совместное планирование и организация работ в сфере научно-исследовательской, учебно-методической, социальной, информационно-просветительской, культурно-досуговой деятельности кафедры социально-педагогической работы и ТЦСОН;

- повышение профессиональной компетентности специалистов по социальной работе с участием профессорско-преподавательского состава кафедры социально-педагогической работы в качестве консультантов, методистов;

- совместная разработка и подготовка к публикации учебно-методических изданий, предназначенных для организации практического обучения студентов, обучающихся по специальности «Социальная работа» и для использования в деятельности ТЦСОН;

- организация непрерывной практической подготовки студентов I–VI курсов обучения и обеспечение регулярного прохождения студентами, обучающимися по специальности «Социальная работа», на базе ТЦСОН всех видов практик. Совместное методическое руководство практиками, практическими занятиями;

- проведение совместных научно-практических конференций, семинаров, консультаций;

- организация выполнения курсовых, дипломных и магистерских работ студентами на базе ТЦСОН.

Целью данной статьи является анализ системы взаимодействия ВГУ имени П.М. Машерова и учреждения социального обслуживания населения в рамках повышения качества профессиональной подготовки специалистов социальной сферы.

**Материал и методы.** Материалом исследования послужили следующие нормативные документы: Государственная программа развития высшего образования Республики Беларусь на 2011–2015 гг., инструктивно-методические письма Министерства образования Беларусь «Об

организациях образовательного процесса в УВО» с 2010 по 2013 год, Концепция развития ВГУ имени П.М. Машерова на 2011–2015 годы [3], План мероприятий ВГУ имени П.М. Машерова по реализации Государственной программы развития высшего образования Республики Беларусь на 2011–2015 годы [4], деятельность учебно-научно-консультационного центра кафедры социально-педагогической работы ВГУ имени П.М. Машерова», а также многолетний опыт работы авторов со студентами. В статье использованы метод анализа опыта взаимодействия учреждения социального обслуживания и университета в системе профессионального образования; беседы со специалистами и руководителем ТЦСОН, анализ документации, планов работы УНКЦ, продуктов учебной и научно-исследовательской деятельности студентов: курсовых и дипломных работ, заданий в период практики и др.

**Результаты и их обсуждение.** Профессиональная подготовка специалистов социальной сферы, в рамках работы УНКЦ – филиала кафедры социально-педагогической ВГУ имени П.М. Машерова, реализуется в следующих направлениях: организационная, учебная, учебно-информационная, научно-инновационная, волонтерская работа; воспитательная работа со студентами; научно-методическое сопровождение специалистов ТЦСОН.

Практика является первостепенно важным компонентом подготовки специалистов социальной сферы к профессиональной деятельности и предоставляет широкую основу для создания и развития внешних связей кафедры социально-педагогической работы и ТЦСОН. Партнерство с данным учреждением проявляется в: совместном научно-методическом сопровождении практики; участии сотрудников-супервизоров в установочных и итоговых конференциях по практикам; систематическом проведении преподавателями кафедры лекций-консультаций по наиболее сложным проблемам, касающимся характерных проблем социальной сферы; использовании учебников и методических пособий преподавателей кафедры; обогащении методической базы ТЦСОН информационными материалами, изготовленными студентами; проведении циклов внеаудиторных мероприятий.

Учебная и производственная практика по специальности «Социальная работа» в условиях ТЦСОН выступает связующим звеном между теоретическим и практико-ориентированным обучением, научно-исследовательской деятельностью, внеаудиторной воспитательной работой и добровольческой деятельностью. Активное многолетнее взаимодействие кафедры социаль-

но-педагогической работы и ТЦСОН позволило получить уникальный опыт по супервизии и успешно решить вопрос реализации целей и задач практики, а также обеспечения формирования и развития у студентов профессиональной мотивации, стремления к эффективной практической деятельности и самосовершенствованию. Это особенно важно в связи с тем, что специальность «Социальная работа» включается в профессиональную сферу «человек–человек», что предполагает грамотный дифференцированный выбор форм и методов работы, специфику профессионального общения с различными категориями населения, выбор правильной стратегии реагирования в проблемных и конфликтных ситуациях. По определению А.К. Хесса (1980), супервизия – это «важнейшая межличностная интеракция, главная цель которой заключается в том, чтобы один человек (супервизор) общался с другим человеком (супервизируемым), чтобы помочь ему более эффективно оказывать помощь другим людям» [5, с. 335]. Кроме того, структура системы социального обслуживания населения имеет свою специфику, и ознакомить с ней студентов «на теоретическом уровне» без «наставничества» практических специалистов достаточно сложно. Мы считаем, что супервизия в практической подготовке будущего специалиста в области социальной работы выполняет мирсозеренческую функцию, способствует формированию у системы ценностей, определяющих его отношение к миру, своей деятельности, к самому себе как к личности и профессионалу в области социальной работы. Она имеет определяющее значение, поскольку существенно отражается на процессах и результатах труда конкретного специалиста, организации всей системы социальной защиты; на личности и социальном самочувствии клиентов социальных служб.

В зависимости от вида практики и освоения студентами теоретического и практического аспектов социальной работы супервизор выполняет образовательную, поддерживающую, консультативную и направляющую функции. При таком подходе к учебной и производственной практике будущих специалистов социальной сферы ответственность за результаты обучения несут все участники образовательного процесса: преподаватели вуза, сам студент, а также супервизор и руководитель ТЦСОН.

Инновационный проект позволяет повышать качество учебной работы на факультете путем проведения в рамках образовательного процесса практических занятий по специальным дисциплинам на базе ТЦСОН. Специалисты-практики участвуют в процессе обучения студентов практическим навыкам, проводят мастер-классы

для преподавателей и студентов, оказывают помощь преподавателям в составлении заданий для проверки практических умений и навыков по учебным дисциплинам. Следует отметить, что в организации и проведении учебных занятий в УНКЦ заинтересованы и сами работодатели. По мнению последних, будущие специалисты по социальной работе должны овладеть не только базовыми, но в то же время и узкоспециализированными компетенциями. Именно поэтому при составлении плана практического занятия, перечня заданий для проверки практических умений и навыков преподаватели учитывают, прежде всего, мнение и опыт работающих специалистов по социальной работе, особенности учреждения социального обслуживания и специфику работы с социально уязвимыми категориями граждан.

Особое значение в рамках работы УНКЦ уделяется взаимодействию кафедры и ТЦСОН в организации научно-инновационной работы, обеспечивающий участие студентов в исследовании и решении социальных проблем клиентов социальной службы [6–7]. ТЦСОН выступает как исследовательская площадка для проведения исследований к курсовым и дипломным проектам. Темы дипломных работ выпускников определяются актуальными проблемами социальной сферы и (или) заказом ТЦСОН, например, «Организация социальной работы с одинокими пожилыми людьми в условиях ТЦСОН», «Социальная работа с лицами без определенного места жительства», «Социальная поддержка семей одиноких матерей», «Формирование профессиональной компетентности будущих специалистов социальной сферы на примере взаимодействия вуза и ТЦСОН», «Социально-педагогическое сопровождение выпускников интернатных учреждений», «Социальное обслуживание граждан пожилого возраста на дому» и другие.

В организации научно-исследовательской деятельности студента, обучающегося по специальности «Социальная работа», по мнению преподавателей кафедры и сотрудников ТЦСОН, четко прослеживаются связь предмета и объекта научного исследования (публикаций, выступлений на конференциях) с актуальными проблемами социальной работы; отражение в исследовании регионального опыта решения проблем; самостоятельность исследования; глубина и научно-практическая значимость проделанной работы в социальной практике; наличие у автора собственных суждений по проблемным вопросам, формирование авторской точки зрения; отражение в исследовании взаимосвязи теории и практики социальной работы; взаимосвязь научно-исследовательской деятельности с темами курсовых и дипломных работ и т.п. Анализируя успеваемость студентов, можно утверждать

о непосредственном влиянии исследовательской деятельности на успешность их обучения.

Навыки и умения формируются быстрее и сохраняются прочнее, если существует продуманная система их поддержки, т.е. совокупность видов внеучебной деятельности студентов, в которых эти навыки и умения активно задействуются. В этом направлении работа УНКЦ обогащена совместным проведением крупных мероприятий: международной конференции «Социально-психологические проблемы современного общества и человека: пути решения», «круглого стола» по теме «Актуальные вопросы социальной поддержки воинов-интернационалистов», областного фестиваля художественной самодеятельности «В кругу друзей» среди инвалидов, посещающих территориальные центры социального обслуживания населения, конкурса «Лучшая семья Первомайского района г. Витебска» и др. Традиционными стали мероприятия, посвященные Дню пожилого человека, Дню инвалида, Международному дню волонтера, Дню семьи, Дню Победы, «Дыхание весны», «Диалог поколений» и др. Участие студентов в мероприятиях является условием развития личности студента и содействует формированию нравственной культуры, усвоению стандартов этического поведения социальных работников.

Одним из факторов профессиональной подготовки будущего специалиста по социальной работе выступает добровольческая деятельность, которая позволяет реализовать потребность помочь нуждающимся, включиться в социально значимую деятельность, повысить свой информационно-коммуникативный уровень. В ней студент, с одной стороны, осознает себя как будущего профессионала и создает свой образ «Я-концепция», с другой стороны, это помогает волонтеру осознать образ клиента, с которым ему предстоит работать, адекватно воспринимать людей, имеющих те или иные социальные, психологические, педагогические проблемы, способствует их позитивному принятию, точному пониманию клиента, его проблемы и переживания, оказанию активной поддержки и помощи – «Концепция другого человека» [8]. В рамках волонтерской работы УНКЦ реализуются социальные проекты по поддержанию активности пожилых людей и людей с особенностями психофизического развития с акцентом на преодоление социального отчуждения, освоение требований изменяющегося окружения и взаимодействия с ним. Студенты поэтапно включаются в добровольческую деятельность. Как правило, организаторами акций, инициаторами социальных проектов выступают старшекурсники, а студенты младших курсов привлекаются как участники-

исполнители. В помощь студентам разработаны «Памятки», которые содержат важную и необходимую информацию для начинающих волонтеров.

Целенаправленная и систематическая работа по организации добровольческой деятельности содействует вовлечению молодежи в общественно-полезную работу, позволяет студентам решить свои личностные проблемы и помочь обществу, индивиду в решении социальных проблем. Примером может стала работа театрально-музыкальной студии «Параллели», объединившей творческих, инициативных, чутких людей разных поколений: представителей ветеранских организаций, людей с ограниченными возможностями, их родителей, студентов-волонтеров, а также сотрудников ТЦСОН. Проект направлен на повышение качества жизни молодых инвалидов, пожилых людей.

Социальное проектирование стало неотъемлемой составляющей социальной работы, и в общественной практике получила распространение идея применения проектирования как способа решения проблем в различных сферах и видах деятельности. Ежегодно в рамках работы УНКЦ проводится факультетский конкурс социальных проектов. Включение студентов в проектную деятельность стимулирует развитие творческой активности и гражданской позиции, а также способствует успешной социализации молодежи в период ее обучения в вузе. Как правило, тематика проектов приближена к специфике профессиональной подготовки за счет междисциплинарных связей учебных дисциплин (например, «Социальная работа в сообществах», «Социальная работа с семьей», «Методы и технологии социальной работы» и др.), а также к курсовым и дипломным проектам студентов. С целью решения конкретной проблемы в социальной сфере, опоры на способности и возможности студентов, усиления готовности студентов к разработке и реализации социальных проектов проводится деятельность непосредственно в ТЦСОН, и специалисты являются консультантами, экспертами, а иногда и участниками студенческих проектов, передают студентам свои знания и опыт. Основным мотивирующим фактором создания и участия в конкурсе для студентов является реализация лучшего социального проекта на практике. Студентами факультета социальной педагогики и психологии разработаны и успешно реализуются социальные проекты, направленные на удовлетворение потребностей и решение социальных проблем клиентов учреждения социального обслуживания, например, «Вместе мы сильнее». Цель проекта:

обеспечить социальную интеграцию молодых инвалидов – улучшение качества их жизни.

Наличие у социальных работников и специалистов по социальной работе профессиональных затруднений и высокая потребность в повышении профессиональных компетенций подтвердили необходимость сопровождения этой деятельности в рамках работы УНКЦ. В данных условиях актуальность приобрела такая форма сопровождения, как «Школа социального работника». В качестве методов обучения используются лекции, практические занятия и тренинги. Также применяются дискуссионные методы, игровые методы. В рамках методической системы обучения социальных работников используется коммуникативная игра – метод, предполагающий организацию коммуникативной деятельности обучаемых, в ходе которой они воспроизводят типичные ситуации профессионального общения и развивают свои профессионально значимые коммуникативные умения.

Функционирование УНКЦ на базе ТЦСОН позволило решить ряд важных задач профессиональной подготовки специалиста социальной сферы:

- соединение фундаментальности обучения с деятельностью-практической подготовкой, что способствует формированию профессиональных компетенций студентов и их профессиональной социализации;

- вовлечение в образовательный процесс специалистов-практиков, что соответствует реализации требований практико-ориентированного подхода;

- содействие занятости студентов и последующего трудоустройства выпускников;

- реализация совместных проектов для изучения и решения социальных проблем;

- включение студентов в волонтерскую деятельность, что способствует формированию профессионально-личностных качеств, мотивации трудоустройства по специальности;

- подготовка супервизоров в ТЦСОН для руководства учебной и производственной практиками студентов;

- мониторинг качества практической подготовки будущих специалистов социальной работы в процессе прохождения практики.

**Заключение.** Анализ системы работы УНКЦ на базе ТЦСОН позволили определить внутренние и внешние факторы профессиональной подготовки специалистов по социальной работе. Внутренними факторами являются: мониторинг

процесса практической подготовки специалистов, трудоустройства и адаптивности выпускников в социальной сфере; совершенствование форм взаимодействия «университет–учреждение социального обслуживания населения» в процессе формирования профессиональных компетенций; научные достижения и опыт профессорско-преподавательского состава кафедры социально-педагогической работы в профессиональной подготовке специалиста социальной сферы. Внешними – престижность университета и специальности «Социальная работа» в Витебском регионе; востребованность специалистов по социальной работе; ориентированность работодателей на расширение форм взаимодействия с университетом в процессе подготовки специалистов в области социальной работы и др.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кодекс об образовании Республики Беларусь от 13.01.2011 № 243-З (ред. от 26.05.12 № 376-З).
2. Государственная программа развития высшего образования на 2011–2015 годы (утв. постановлением Совета Министров от 01.07.11 № 893).
3. Концепция развития ВГУ имени П.М. Машерова на 2011–2015 годы.
4. План мероприятий ВГУ имени П.М. Машерова по реализации Государственной программы развития высшего образования на 2012–2015 годы от 15.11.2011 № 308.
5. Шмелева, Н.Б. Формирование и развитие личности социального работника как профессионала / Н.Б. Шмелева. – М., 2004. – 195 с.
6. Лукюв, В.А. Социальное проектирование / В.А. Лукюв. М., 2003. – 240 с.
7. Павленок, П.Д. Методология и теория социальной работы / П.Д. Павленок. – М., 2009. – 266 с.
8. Ховкинс, П. Супервизия. Индивидуальный, групповой и организационный подходы / П. Ховкинс, Р. Шохет. СПб.: Речь, 2002. – 350 с.

#### REFERENCES

1. Kodeks ob obrazovanii Respubliki Belarus Code of education of the Republic of Belarus of 13.01.2011 № 243-z.
2. Gosudarstvennaya programma razvitiya vysshego obrazovaniya na 2011-2015 [State Program of the Development of Higher Education for the years of 2011-2015 (approved by the Decree of the Council of Ministers, 01.07.11 №893)].
3. Kontseptsiya razvitiya VGU im. Masherova na 2011-2015 gody [Conception of the Development of VSMU for the years of 2011=2015].
4. Plan meropriyatii VGU im. P.M.Masherova po realizatsii Gosudarstvennoi programmi razvitiya vissshego obrazovaniya na 2012-2015 godi ot15.11.2011 № 308 [Plan of Events at Vitebsk State P.M.Masherov University on the Implementation of 15.11.2011 №308 State Program of the Development of Higher Education for the years of 2012 – 2015].
5. Shmeleva N.B. Formirovaniye i razvitiye lichnosti sotsialnogo rabotnika kak professionala [Formation and Development of the Personality of the Social Worker as a Professional], M., 2004, 195 p.
6. Lukov V.A. Sotsialnoye proyektirovaniye [Social Design]. M., 2003, 240 p.
7. Pavlenok P.D. Metodologiya i teoriya sotsialnoi raboti [Methodology and Theory of Social Work], M., 2009, 266 p.
8. Hawkins P., Shokhet R. Superviziya. Individualnii, gruppovoi i organizatsionnii podkhody [Supervision. Individual, Group and Organizational Approaches], SPb. Rech, 2002, 350 p.

Поступила в редакцию 08.11.2014. Принята в печать 21.04.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: um\_otd@vsu.by – Балашова И.И.

УДК 371.277.2:004

## Использование информационных технологий при подготовке будущих абитуриентов к поступлению в учреждения высшего и среднего специального образования

Л.Л. Ализарчик, Е.Н. Залеская, А.В. Лукомский  
Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

*В статье на основе анализа инноваций в дистанционном образовании выявлены методические особенности использования вебинаров как современной интерактивной формы обучения. При стремительном развитии форм и средств электронного обучения становится актуальным и достижимым для белорусских университетов использование дистанционного режима при подготовке будущих абитуриентов к централизованному тестированию.*

*Целью работы является выявление потенциала использования современных информационных технологий в дистанционной подготовке будущих абитуриентов к централизованному тестированию.*

**Материал и методы.** В качестве рабочего материала применялись публикации педагогов, психологов, IT-специалистов, видеоматериалы, официальные интернет-ресурсы. Реализованы такие методы, как изучение и обобщение педагогического опыта, анкетирование, интервьюирование, статистические методы и педагогический эксперимент.

**Результаты и их обсуждение.** Представлены статистические данные об уровне подготовленности абитуриентов к поступлению в вузы. Описан опыт проведения в ВГУ имени П.М. Машерова online-семинаров и интернет-курсов по подготовке к ЦТ. Описаны психолого-педагогические особенности проведения дистанционных занятий в режиме реального времени. Определены актуальные направления исследований в области использования современных интернет-технологий при подготовке будущих абитуриентов к поступлению в учреждения высшего и среднего специального образования.

**Заключение.** В ходе выполнения исследования необходимо разработать теоретическую концепцию и методическую систему дистанционной подготовки учащихся учреждений общего среднего образования к поступлению в университеты и колледжи, а также создать учебно-методическое обеспечение проведения занятий при подготовке к ЦТ.

**Ключевые слова:** дистанционное обучение, централизованное тестирование, вебинар, система дистанционного управления обучением, интернет-курсы.

## Application of Information Technologies in Training Would-be Applicants for Admission to Universities and Special Secondary Educational Establishments

L.L. Alyzarchik, E.N. Zalesskaya, A.V. Lukomski  
Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

*On the basis of innovation analysis in distant education methodological peculiarities of the application of webinars as a modern interactive form of teaching are found out. With fast development of forms and means of computer teaching, application of distant mode during training would-be applicants for Centralized Testing becomes urgent and feasible for Belarusian universities.*

**The purpose of the work is finding out the potential of the application of modern information technologies in distant training of would-be applicants for Centralized Testing.**

**Material and methods.** As operation material publications by teachers, psychologists, IT specialists, video materials, official Internet resources were used. Such methods as study and generalization of pedagogical experience, questionnaires, interviews, statistical methods and pedagogical experiment were used.

**Findings and their discussion.** Statistical data are presented on the level of preparedness of applicants for university admission. Experience of online seminars conducted at Vitebsk State University is described as well as Internet courses of Centralized Testing preparation. Psychological and pedagogical features of giving online distant classes are described. Typical directions of studies in the field of application of contemporary Internet technologies while training would-be applicants for admission to universities and special secondary educational establishments are identified.

*Conclusion.* During the study it is necessary to work out a theoretical conception and methodological system of distant training of students of general secondary educational establishments for admission to universities and colleges, and to create study and methodological provision for classes while training for CT.

*Key words:* distant teaching, Centralized Testing, webinar, system of distant management of teaching, Internet courses.

Современный учебный процесс предполагает применение новых информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). Информационные ресурсы интернета используются на уроках в школе, на занятиях в вузах в очной и заочной формах обучения. Появилась и новая форма обучения – дистанционная, полностью основанная на средствах ИКТ. Теперь каждый школьник или студент может принять участие в международных учебных, исследовательских проектах, видеоконференциях, дискуссиях, которые проводятся в университетах различных стран мира. Благодаря распространению беспроводного интернета проблема получения информации и связи со всем миром перестала быть актуальной для самых отдаленных регионов.

Дистанционные образовательные технологии начали использоваться в мировой практике в последней трети XX века (Северная Америка, Западная Европа). В странах СНГ дистанционное обучение стало интенсивно развиваться в конце 1990-х годов. С тех пор интерес к проблеме наблюдается как со стороны руководителей вузов, деятелей науки, учреждений образования, так и преподавателей, которые связывают с дистанционным обучением поиск новых подходов в образовании.

Дидактические основы, проблемы организации дистанционного обучения, инновации в дистанционном образовании представлены в работах Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркиной, М.В. Моисеевой и др. [1–4]. Проектирование и реализация дистанционных учебных курсов, обзор оболочек для размещения курсов дистанционного обучения предложены в работах М.Б. Лебедевой, С.В. Агапонова, М.А. Горюновой, А.Н. Костикова и др. [5]. Концептуальные основы создания и развития, основные проблемы дистанционного образования в Республике Беларусь рассматриваются в работах А.И. Жука, А.Н. Курбацкого, Н.И. Листопада, И.А. Тавгеня и др. [6]. Теоретические и методические аспекты использования современных информационных и коммуникационных технологий в образовании отражены в работах И.В. Роберт, О.А. Козлова, Л.П. Мартиросян и др. [7].

Проблемы применения виртуальных классов, вебинаров как инновационных форм дистанци-

онного обучения в основном рассматриваются в интернет-источниках. Много полезных советов по подготовке и проведению вебинаров можно найти в работах Мэттью Мердока, Трейна Мюллера, Оливии Митчел, Марии Андерсен.

При стремительном развитии форм и средств электронного обучения становится актуальным и достижимым для белорусских университетов использование дистанционного режима при подготовке будущих абитуриентов к централизованному тестированию (ЦТ).

Ежегодно Министерство образования Республики Беларусь подводит итоги централизованного тестирования – испытания, которое должны пройти все абитуриенты. В 2013 году значительно увеличилось количество абитуриентов, набравших максимальный балл: 247 абитуриентов имеют стобалльные результаты. Причем 18 человек из них получили сразу по два стобалльных сертификата, а две абитуриентки все три теста сдали на максимальные баллы.

Если сравнивать результаты ЦТ за последних два года, то в 2012 году абсолютных результатов в 100 баллов по математике добились 46 человек, в 2013 году – 146. По физике в 2013 году 46 человек получили максимальный результат, хотя в 2012 году таких абитуриентов было только два. Это показатель того, что, во-первых, тесты решаемы, и, во-вторых, что подготовленных и способных абитуриентов у нас немало.

С другой стороны, более 40 тысяч абитуриентов не справились с тестами, не набрав минимальные проходные баллы хотя бы по одному предмету. С целью исключения возможности участия в конкурсе абитуриентов, имеющих низкий уровень подготовки, Министерством образования Республики Беларусь в 2013 году было установлено по каждому предмету нижнее значение тестового балла, начиная с которого отметка при поступлении в вуз признается удовлетворительной: по русскому и белорусскому языкам – 10 баллов; по математике, физике, химии и биологии – 15 баллов; по истории Беларуси, всемирной истории, географии, обществоведению и иностранным языкам – 20 баллов.

Таким образом, по данным Республиканского института контроля знаний, почти 36% от всех сдавших ЦТ не набрали минимальные проход-

ные баллы хотя бы по одному предмету. Причем в их числе больше 2 тысяч абитуриентов, которые не смогли преодолеть необходимый минимум по всем трем предметам. Больше всего среди них тех, кто не набрал необходимый минимум баллов по физике, математике и иностранному языку. Эти абитуриенты могут учиться в белорусских ссузах, так как для поступления в них тоже требуются сертификаты ЦТ, но минимальный балл не учитывается.

Одна из причин подобных результатов ЦТ, на наш взгляд, – низкое качество подготовки абитуриентов из отдаленных районов республики, а также школьников, которые по медицинским показаниям вынуждены получать общее среднее образование на дому и не имеют возможности квалифицированно консультироваться по предметам. Факультеты довузовской подготовки университетов оказывают реальную помощь в основном только школьникам, живущим в областных центрах.

Так как будущие абитуриенты обладают достаточным уровнем компьютерной компетентности и технической оснащенности, они могут посещать виртуальные занятия, которые проводят наиболее активные и творчески настроенные преподаватели университетов.

И хотя услуги дистанционного обучения сегодня предоставляют многие учебные заведения, развитие новых форм такого вида получения образования идет от практики к теории – практические наработки в этой области пока преобладают над теоретическими.

Преподаватель, ведущий обучение дистанционно, должен обладать знаниями в области информационных технологий (свободно владеть инструментарием используемого программного обеспечения и техническими средствами), учитывать специфику такой формы обучения, психологические особенности взаимодействия с учащимися в процессе виртуального общения. Многие ученые-педагоги считают, что использование современных технологий дистанционного управления обучением может вывести образование на новый качественный уровень.

Таким образом, разработка научно-методологического, учебно-методического и технического обеспечения применения технологии интерактивного виртуального предоставления образовательных услуг (включая подготовку к централизованному тестированию) представляется новой, актуальной и востребованной.

Поэтому целью работы является выявление потенциала использования современных информационных технологий в дистанционной подготовке будущих абитуриентов к централизованному тестированию.

**Материал и методы.** В исследовании в качестве рабочего материала использовались различные источники: публикации педагогов, психологов, IT-специалистов, видеоматериалы, официальные интернет-ресурсы. Реализованы такие методы, как изучение и обобщение педагогического опыта, различные виды наблюдений, анкетирование, интервьюирование, статистические методы и педагогический эксперимент.

**Результаты и их обсуждение.** Для двустороннего взаимодействия в системе школа–вуз на основе свободно распространяемого web-приложения Moodle в нашем университете создан портал «School–VSU» (школа–вуз). Адрес виртуальной точки входа в глобальной сети Internet – <http://school.vsu.by>. Одним из направлений и целей создания данного интернет-ресурса является реализация идеи дистанционной помощи старшеклассникам в подготовке к ЦТ. При работе в рамках интернет-курсов по подготовке к централизованному тестированию используются основные интерактивные инструменты Системы управления обучением (Moodle): Ответ – в виде Файла, Ответ – в виде Текста, Тест, Форум и др. Безусловным ядром при проведении занятий – вебинаров является браузерное онлайн-программное обеспечение OpenMeetings, которое установлено на сервер нашего университета и интегрировано с СДО Moodle сотрудниками центра информационных технологий.

В нашем университете накоплен опыт проведения вебинаров для школьников. Начиная с 2012 года, осенью и весной организуются виртуальные классы по предметам, выносимым на ЦТ. Online-консультации преподавателей нашего университета получают ученики и учителя школ г. Витебска, различных районов Витебской и Гродненской областей.

По совместной инициативе и при участии центра информационных технологий и факультета довузовской подготовки ВГУ имени П.М. Машерова в 2012–2013 учебном году на постоянной основе начали работу интернет-курсы по подготовке к ЦТ с использованием технологии вебинаров. Качественную подготовку к вступительным испытаниям по математике

физике, истории Беларуси, русскому языку, биологии уже получили за домашним компьютером учащиеся из тринадцати районов Витебской и Гомельской областей. Существование виртуальной образовательной среды позволяет проконсультироваться у преподавателей вуза даже школьникам из отдаленных районов республики.

За время обучения на интернет-курсах наши слушатели становятся участниками 28-ми занятий в режиме online-связи – вебинаров. При этом создается обстановка школьной аудитории, так как на экране компьютера преподаватель и ученики могут видеть друг друга, хотя они «разнесены в пространстве». Онлайн-семинар делает дистанционное обучение максимально приближенным к реальному, «живому» обучению, так как вебинару присущ главный признак семинара – интерактивность, т.е. наличие обратной связи с учащимися в реальном времени. Как и на настоящем уроке, они отвечают на вопросы преподавателя, используя при этом чат или голосовую связь. Каждый участник вебинара видит реакцию собеседников на получаемую информацию, как если бы они находились в одном помещении. На экране также транслируются презентации учебных материалов, интернет-ссылки, преподаватель может использовать инструменты виртуальной доски.

Во время сеанса интернет-связи опытный педагог учит выполнять все виды тестовых заданий и рассказывает о типичных ошибках. При правильной организации и грамотной методике проведения формат online-обучения способствует глубокому погружению в процесс усвоения знаний и формирования умений, достижению эффективных результатов.

Кроме того, ежедневно на протяжении всего обучения с помощью инструмента системы Moodle-Форум в режиме offline-связи учащиеся могут задавать любой вопрос по изучаемому предмету и получать оперативный ответ и консультацию. Контрольные работы, выполненные слушателями, обязательно анализируются преподавателем, а оценка сохраняется в виртуальном журнале, доступном слушателю.

Немаловажно, что участники курсов имеют доступ к электронным материалам по всем темам. К материалу, изложенному на online-занятии, преподаватель прилагает в своем курсе в категории «Интернет-курсы по подготовке к ЦТ» множество дополнительных ресурсов: лекции, презентации, интерактивные задания, в том числе и тестовые, которые постоянно доступны на электронных ресурсах университета.

Анализ проведенного анкетирования и интервьюирования участников процесса дистанционной подготовки к вступительным испытаниям позволяет говорить о том, что обучение на интернет-курсах не только информативно, современно, эффективно и удобно, но вместе с тем интересно и увлекательно. Такая инновационная форма подготовки к вступительным испытаниям, на наш взгляд, уравнивает возможности выпускников городских школ и ребят, живущих в отдаленных районах, а также за пределами Республики Беларусь. Например, в 2013–2014 учебном году на дистанционных курсах занимаются старшеклассники из 15 районов Витебской области, слушатели из Могилевской и Гомельской областей, а также из Санкт-Петербурга.

Запись на интернет-курсы осуществляется сотрудниками факультета довузовской подготовки с использованием электронных средств общения, что значительно упрощает процедуру оформления документов.

**Заключение.** Эффективный переход от традиционного к online-обучению требует нового подхода к содержанию обучения и способам передачи знаний, так как система преподавания в реальном учебном пространстве не всегда подходит к виртуальному. Поэтому в ходе выполнения теоретической и экспериментальной частей проводимого нами исследования необходимо разработать теоретическую концепцию и методическую систему дистанционной подготовки учащихся учреждений общего среднего образования к поступлению в университеты и колледжи, а также создать учебно-методическое обеспечение проведения занятий при подготовке к ЦТ. Кроме того, планируется создать методическое пособие для преподавателей по проведению виртуальных интерактивных занятий с учащимися учреждений общего среднего образования.

Благодаря внедрению материалов исследования ожидается повышение качества подготовки школьников к поступлению в вузы и ссузы. Так, по результатам вступительных испытаний 2013 года 100% слушателей интернет-курсов поступили в вузы и ссузы, из них 60% – в вузы (БГЭУ, БГПУ имени М. Танка, Академия МВД РБ, Военная академия РБ, ВГУ имени П.М. Машерова, ПГУ).

Необходимо отметить, что предлагаемая форма дистанционной подготовки к ЦТ особое значение имеет для учащихся, которые по медицинским показаниям временно или постоянно не могут посещать учреждения образования и получают общее среднее образование на дому. Трое таких старшеклассников, проживающих в г. Ор-

ше, в 2012–2013 учебном году принимали участие в online-занятиях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров; под ред. Е.С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 1999. – 224 с.
2. Теория и практика дистанционного обучения / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева; под ред. Е.С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 416 с.
3. Педагогические технологии дистанционного обучения / Е.С. Полат, М.В. Моисеева, А.Е. Петров [и др.]; под ред. Е.С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 400 с.
4. Полат, Е.С. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 368 с.
5. Дистанционные образовательные технологии: проектирование и реализация учебных курсов / М.Б. Лебедева, С.В. Агапонов, М.А. Горюнова [и др.]; под общ. ред. М.Б. Лебедевой. – СПб.: БХВ-Петербург, 2010. – 336 с.
6. Жук, А.И. Концептуальные основы создания и развития дистанционного образования в Республике Беларусь / А.И. Жук, А.Н. Курбашкин, Н.И. Листопад, И.А. Тавгень. – Минск: БГУ, 2002. – 20 с.
7. Роберт, И.В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты) / И.В. Роберт. – М.: ИИО РАО, 2008. – 274 с.

#### REFERENCES

1. Polat E.S., Bukharkina M.Yu., Moiseyeva M.V., Petrov A.E. *Noviye pedagogicheskiye i informatsionniye tehnologii v sisteme obrazovaniya* [New Pedagogical and Information Technologies in the System of Education], M.: Izdatelski Tsentr «Akademiya», 1999, 224 p.
2. Polat E.S., Bukharkina M.Yu., Moiseyeva M.V. *Teoriya i praktika distantsionnogo obucheniya* [Theory and Practice of Distant Teaching], M.: Izdatelski Tsentr «Akademiya», 2004, 416 p.
3. Polat E.S., Moiseyeva M.V., Petrov A.E. *Pedagogicheskiye tehnologii distantsionnogo obucheniya* [Pedagogical Technologies of Distant Teaching], M.: Izdatelski Tsentr «Akademiya», 2006, 400 p.
4. Polat E.S., Bukharkina M.Yu. *Sovremenniyе pedagogicheskiye i informatsionniye tehnologii v sisteme obrazovaniya* [Contemporary Pedagogical and Information Technologies in the System of Education], M.: Izdatelski Tsentr «Akademiya», 2010, 368 p.
5. Lebedeva M.B., Agaponov S.V., Goriunova M.A. *Distantsionniye obrazovatelniye tehnologii: proyektirovaniye i realizatsiya uchebnikh kursov* [Distant Educational Technologies: Design and Implementation of Study Courses] SPb.: BHV-Peterburg, 2010, 336 p.
6. Zhuk A.I., Kurbatski A.N., Listopad N.I., Tavgen I.A. *Жук, А.И. Kontseptualniye osnovi sozdaniya i razvitiya distantsionnogo obrazovaniya v Respublike Belarus* [Conceptual Bases of Creation and Development of Distant Education in the Republic of Belarus] Mн.: BГУ, 2002, 20 p.
7. Robert I.V. *Teoriya i metodika informatizatsii obrazovaniya (psihologo-pedagogicheskii i tehnologicheskii aspekti)* [Theory and Methodology of Informatization of Education (Psychological and Pedagogical and Technological Aspects)], M.: ИИО РАО, 2008, 274 p.

*Поступила в редакцию 21.03.2014. Принята в печать 21.04.2014*  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: alizarchik@tul.by – Ализарчик Л.Л.

## ПРАВИЛЫ ДЛЯ АЎТАРАЎ

1. «Вестнік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» публікуе вынікі навуковых даследаванняў, якія праводзяцца ў Віцебскім дзяржаўным універсітэце, навуковых устаноў і ВНУ рэспублікі, СНД і іншых краін. Асноўным крытэрыем мэтазгоднасці публікацыі з'яўляецца навізна і арыгінальнасць артыкула. Навуковы часопіс уключаны ў Пералік навуковых выданняў, рэкамендаваных ВАК Рэспублікі Беларусь для апублікавання вынікаў дысертацыйных даследаванняў па біялагічных, педагагічных, фізіка-матэматычных навуках. Па-за чаргой публікуюцца навуковыя артыкулы аспірантаў апошняга года навучання (уключаючы артыкулы, якія падрыхтаваны ім і сааўтарстве) пры ўмове іх поўнай адпаведнасці патрабаванням, што прад'яўляюцца да навуковых публікацый выдання.

2. Патрабаванні да афармлення артыкула:

2.1. Рукапісы артыкулаў прадстаўляюцца на беларускай, рускай ці англійскай мове.

2.2. Кожны артыкул павінен утрымліваць наступныя элементы:

- індэкс УДК;
- назва артыкула;
- прозвішча і ініцыялы аўтара (аўтараў);
- арганізацыя, якую ён (яны) прадстаўляе;
- уводзіны;
- раздзел «Матэрыял і метады»;
- раздзел «Вынікі і іх абмеркаванне»;
- заключэнне;
- спіс выкарыстанай літаратуры.

2.3. Назва артыкула павінна адлюстроўваць яго змест, быць па магчымасці лаканічнай, утрымліваць ключавыя словы, што дазволіць індэксаваць артыкул.

2.4. Ва ўвядзенні даецца кароткі агляд літаратуры па праблеме, указваюцца не вырашаныя раней пытанні, фармулююцца і абгрунтоўваюцца мэты, падаюцца спасылкі на працы іншых аўтараў за апошнія гады, а таксама на замежныя публікацыі.

2.5. Раздзел «Матэрыял і метады» ўключае апісанне метадыкі, тэхнічных сродкаў, аб'ектаў і зместу даследаванняў, праведзеных аўтарам (аўтарамі).

2.6. У раздзеле «Вынікі і іх абмеркаванне» аўтар павінен зрабіць высновы з пункту гледжання іх навуковай навізны і супаставіць з адпаведнымі вядомымі дадзенымі. Гэты раздзел можа дзяліцца на падраздзелы з паяснальнымі падзаглаўкамі.

2.7. У заключэнні ў сціслым выглядзе павінны быць сфармуляваны атрыманыя вынікі, з указаннем на дасягненне пастаўленай мэты, навізну і магчымасці прымянення на практыцы.

2.8. Спіс літаратуры павінен уключаць не больш за 12 спасылак. Спасылкі нумаруюцца адпаведна з парадкам іх цытавання ў тэксце. Парадкавыя нумары спасылак пішуцца ў квадратных дужках па схеме: [1], [2]. Спіс літаратуры афармляецца ў адпаведнасці з патрабаваннямі ДАСТ – 7.1-2003. Спасылкі на неапублікаваныя працы, дысертацыі не дапускаюцца. Указваюцца поўная назва аўтарскага пасведчання і дэпаніраванага рукапісу, а таксама арганізацыя, якая прад'явіла рукапіс да дэпаніравання.

2.9. Артыкулы падаюцца ў рэдакцыю ў двух экзэмплярах аб'ёмам не менш за 0,35 аўтарскага аркуша

(14000 друкаваных знакаў, з прабеламі паміж словамі, знакамі прыпынку, лічбамі і інш.), надрукаваных праз адзін інтэрвал, шрыфт Times New Roman памерам 11 пт. У гэты аб'ём уваходзяць тэкст, тэблiцы, спіс літаратуры. Колькасць малюнкаў не павінна перавышаць трох. Малюнкi і схемы павінны падавацца асобнымі файламі ў фармаце jpg. Фатаграфіі ў друк не прымаюцца. Артыкулы павінны быць падрыхтаваны ў рэдактары Word для Windows. Простыя формулы і літарныя абазначэнні велічынь трэба ўстаўляць, выкарыстоўваючы Symbol (напрыклад,  $\infty$ ,  $A_1$ ,  $\beta^k$ ,  $^{\circ}C$ ). Складаныя формулы набіраюцца тым жа шрыфтам і памерам, што і асноўны тэкст, пры дапамозе рэдактара формул Equation, і па шырыні яны не павінны перавышаць 7 см. Выкарыстоўваецца наступны фармат старонкі: чырвоны радок – 0,5 см; палі: зверху – 2,5 см, знізу – 2,5 см, злева – 2 см, справа – 2 см.

2.10. Ілюстрацыі, формулы, ураўненні, якія сустракаюцца ў артыкуле, павінны быць пранумараваныя ў адпаведнасці з парадкам цытавання ў тэксце. Да кожнага экзэмпляра артыкула трэба прыкласти па адным экзэмпляры ілюстрацый. Копіі малюнкаў для другога экзэмпляра артыкула павінны ўтрымліваць усе неабходныя літарныя і лічбавыя надпісы. Подпісы да малюнкаў, схем і тэблiц друкуюцца праз адзін інтэрвал. У назвах тэблiц і малюнкаў не павінна быць скарачэнняў.

2.11. Размернасць усіх велічынь, якія выкарыстоўваюцца ў тэксце, павінна адпавядаць Міжнароднай сістэме адзінак вымярэння (SI).

2.12. У дадатак да папяровай версіі артыкула ў рэдакцыю здаецца электронная версія матэрыялаў. Электронная і папяровая версіі артыкула павінны быць ідэнтычнымі. Электронная версія падаецца на дысках ці дысках або перасылаецца на адрас электроннай пошты ўніверсітэта ([nauka@vsu.by](mailto:nauka@vsu.by)).

3. Да артыкула дадаюцца наступныя матэрыялы (на асобных лістах):

- рэферат (100–250 слоў), які павінен дакладна перадаваць змест артыкула і быць прыдатным для апублікавання ў анатацыях да часопісаў асобна ад артыкула, і ключавыя словы на мове арыгінала. Ён павінен мець наступную структуру: уводзіны, мату, матэрыял і метады, вынікі і іх абмеркаванне, заключэнне;
- назва артыкула, прозвішча, імя, імя па бацьку аўтара (поўнаасцю), месца яго працы, рэферат, ключавыя словы і спіс літаратуры на англійскай мове;
- хатні адрас аўтара, нумар тэлефона, адрас электроннай пошты;
- рэкамендацыя кафедры (навуковай лабараторыі) да друку;
- экслертнае заключэнне аб магчымасці апублікавання матэрыялаў у друку;
- заложаная аўтарская дамова ў двух экзэмплярах. Бланк дамовы змешчаны на сайце ВДУ імя П.М. Машэрава (<http://www.vsu.by>).

4. Па рашэнні рэдкалегіі артыкул накіроўваецца на рэцэнзію, затым візіруецца членам рэдкалегіі. Вяртанне артыкула аўтару на дапрацоўку не азначае, што ён прыняты да друку. Перапрацаваны варыянт артыкула зноў разглядаецца рэдкалегіяй. Датай паступлення лічыцца дзень атрымання рэдакцыяй канчатковага варыянта артыкула.

5. Накіраванне ў рэдакцыю раней апублікаваных або прынятых да друку ў іншых выданнях работ не дапускаецца.

## GUIDELINES FOR AUTHORS

1. «Vesnik of Vitebsk State University» publishes results of scientific research conducted at Vitebsk State University as well as at scientific institutions and universities, CIS and other countries. The main criterion for the publication is novelty and specificity of the article. The scientific journal is included into the List of scientific publications recommended by Supreme Qualification Commission (VAK) of the Republic of Belarus for publishing the results of dissertation research in biological, pedagogical, physical and mathematical sciences. The priority for publication is given to scientific articles by postgraduates in their last year (including their articles written with co-authors) on condition these articles correspond the requirements for scientific articles of the journal.

2. Guidelines for the layout of a publication:

2.1. Articles are to be in Belarusian, Russian or English.

2.2. Each article is to include the following elements:

- UDK index;
- title of the article;
- name and initial of the author (authors);
- institution he (she) represents;
- introduction;
- «Material and methods» section;
- «Findings and their discussion» section;
- conclusion;
- list of applied literature.

2.3. *The title* of the article should reflect its contents, be laconic and contain key words which will make it possible to classify the article.

2.4. *The introduction* should contain a brief review of the literature on the problem. It should indicate not yet solved problems. It should formulate the aim; give references to the recent articles of other authors including foreign publications.

2.5. «*Material and methods*» section» includes the description of the method, technical aids, objects and contents of the author's (authors') research.

2.6. In «*Findings and their discussion*» section the author should draw conclusions from the point of view of their scientific novelty and compare them with the corresponding well-known data. This section can be divided into sub-sections with explanatory subtitles.

2.7. *The conclusion* should contain a brief review of the findings, indicating the achievement of this goal, their novelty and possibility of practical application.

2.8. The list of literature shouldn't include more than 12 references. The references are to be numerated in the order of their citation in the text. The order number of a reference is given in square brackets e.g. [1], [2]. The layout of the literature list layout is to correspond State Standard (GOST) – 7.1-2003. References to articles and theses which were not published earlier are not permitted. A complete name of the author's certificate and the deposited copy is indicated as well as the institution which presented the copy for depositing.

2.9. Two copies of articles of at least 0,35 of an author sheet size (14000 printing symbols with blanks, punctuation marks, numbers etc.), interval 1, Times New Roman 11 pt are sent to the editorial office. This size includes the text, charts and list of literature. Not more than three pictures are allowed. Pictures and schemes are to be presented in individual *jpg* files. Photos are not allowed. Articles should be typed in Word for Windows. Simple formulas and alphabetical symbols of dimensions should be put by using Symbol (e.g.  $\infty$ ,  $A_1$ ,  $\beta^A$ ,  $^{\circ}C$ ). Complicated formulas are typed by the same point and size as the basic text with the help of formula's editor Equation. Their wide should not exceed 7 cm. The page layout is the following: new paragraph – 0,5 cm; margins: top – 2,5 cm, bottom – 2,5 cm, left – 2 cm, right – 2 cm.

2.10. Illustrations, formulas, equations, if any, are to be numbered in accordance with their appearance in the text. One copy of illustrations should be attached to each copy of the article. Picture copies for the second copy of the article should contain all the required letter and number titles. Titles of the pictures, charts and tables are to be typed in one interval. Titles of tables and pictures should not be abbreviated.

2.11. All dimensions used in the text should correspond the International measurement unit system.

2.12. The electronic version should be attached to the paper copy of the article submitted to the editorial board. The electronic and the paper copies of the article should be identical. The electronic version is presented on a diskette or diskettes or is sent by e-mail (the university e-mail address is [nauka@vsu.by](mailto:nauka@vsu.by)).

3. Following materials (on separate sheets) are attached to the article:

- summary (100–250 words), which should precisely present the contents of the article, should be liable for being published in magazine summaries separately from the article as well as the key words in the language of the original. The structure of the summary is the following: introduction, objective, material and methods, findings and their discussion, conclusion;
- title of the article, surname, first and second names of the author (without being shortened), place of work, summary, key words and the list of literature should be in English;
- author's home address, telephone number, e-mail address;
- recommendation of the department (scientific laboratory) to publish the article;
- expert conclusion on the feasibility of the publication;
- the author's agreement filled in duplicate. Form of agreement is available on the website VSU named after P.M. Masherov (<http://www.vsu.by>).

4. On the decision of the editorial board the article is sent for a review, and then it is signed by the members of the editorial board. If the article is sent back to the author for improvement it doesn't mean that it has been accepted for publication. The improved variant of the article is reconsidered by the editorial board. The article is considered to be accepted on the day when the editorial office receives the final variant.

5. Earlier published articles as well as articles accepted for publication in other editions are not admitted.



---

Выдавец і паліграфічнае выкананне – установа адукацыі  
«Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт імя П.М. Машэрава».

Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі ў якасці выдаўца,  
вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў  
№ 1/255 ад 31.03.2014 г.

Надрукавана на рызографе ўстановы адукацыі  
«Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт імя П.М. Машэрава».  
210038, г. Віцебск, Маскоўскі праспект, 33.

Пры перадрукаванні матэрыялаў спасылка  
на «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» з’яўляецца абавязковай.

ИДЭКС 00246

