

## Систематизация задач в электронных средствах обучения на основе метода суперпозиции

Е.Н. Рогановская\*, С.С. Новашинская\*\*

\*Учреждение образования «Белорусский государственный педагогический университет имени М. Танка»

\*\*Учреждение образования «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова»

*Существующие теоретические и практические рекомендации обычно ограничиваются тематической систематизацией задач и в лучшем случае распределением задач по нарастанию трудности и сложности. Набор задач далеко не отвечает принципу систематичности и системности. Существует проблема создания систем задач на локальном уровне и микроуровне.*

*Цель исследования – изучение дидактических возможностей использования различных видов суперпозиции задач в качестве метода систематизации задач в учебниках на традиционном и электронном носителях.*

**Материал и методы.** В 2013–2014 гг. проводилось экспериментальное обучение учащихся 7-х классов базового уровня решению геометрических задач на основе микросистем, строящихся методом суперпозиции. Эксперимент охватывал 188 учащихся экспериментальных классов и 186 учащихся контрольных классов (на базе 5 школ г. Могилева – № 8, 15, 25, 34, 35).

**Результаты и их обсуждение.** Выделены три вида суперпозиции: формализованная (в этом случае решение вспомогательных задач является частью решения основной задачи); дидактическая (в этом случае решение вспомогательных задач, предшествующих основной задаче, не является частью решения основной задачи, но, тем не менее, вспомогательные задачи подсказывают идею, способ, метод решения основной задачи); комбинированная (представляет собой комбинацию суперпозиций первых двух видов). В экспериментальных классах обучение велось с помощью ЭСО, в которых микросистемы задач строились на основе метода суперпозиции, в контрольных классах использовались действующие учебники геометрии, в которых данная систематизация задач не применялась. Эксперимент показал, что суперпозиция задач выступала в качестве эвристического средства, подсказывающего решение задач, быстрее формировались навыки применения эвристических средств, навыки решения задач, перенос этих навыков на новые ситуации.

**Заключение.** Проблема систематизации геометрических задач в ЭСО с использованием различных видов суперпозиции актуальна для совершенствования процесса обучения. Специфика конструирования задачного материала в ЭСО заключается в организации задач к каждому параграфу учебной теории в виде обучающих и развивающих микросистем задач с применением различных видов суперпозиции. Отметим, что в существующих учебниках подобная группировка задач практически отсутствует. Экспериментальное обучение показало, что использование суперпозиции в качестве метода систематизации задач в учебнике способствует формированию необходимых поисковых навыков.

**Ключевые слова:** вспомогательная и основная задачи, электронное средство обучения (ЭСО), школьный электронный учебник (ШЭУ), тестовое задание, формализованная, дидактическая и комбинированная суперпозиции, микросистема задач.

## Systematization of Tasks in Electronic Teaching Techniques on the Basis of the Method of Superposition

E.N. Roganovskaya\*, S.S. Novashinskaya\*\*

\*Educational establishment «Belarusian State Pedagogical M. Tank University»

\*\*Educational establishment «Mogilev State A.A. Kuleshov University»

*Existing theoretical and practical recommendations are usually limited to thematic systematization of tasks and at best by the distribution of tasks according to their rising difficulty and complexity. The set of tasks doesn't correspond to the principle of systematicness and systemacy in any way. There is a problem of making systems of tasks at the local level and the microlevel.*

*The aim of the research is to study the didactic potential of using different types of superposition of tasks as a method of systematization of tasks in traditional and computer textbooks.*

**Material and methods.** In 2013–2014 an experiment intended to teach students to solve geometrical tasks on the basis of microsystems built by the method of superposition was carried out among seventh year pupils of the basic school level. The experiment involved 188 pupils in the experimental classes and 186 pupils in the control classes (on the basis of 5 schools in Mogilev № 8, 15, 25, 34, 35).

**Findings and their discussion.** Three types of superposition are revealed: formalized superposition (in this case the solution of auxiliary tasks is a part of the solution of the main one); didactic superposition (in this case the solution of auxiliary tasks preceding the main one isn't a part of the solution of the main task but nevertheless auxiliary tasks suggest the idea, the mode and the method of solving the main task); combined superposition (it represents a combination of superpositions of the previous two types). The experiment involved pupils of the schools in Mogilev. In the experimental classes training was carried out with the help of electronic teaching techniques where microsystems of tasks were built on the basis of the method of superposition; in the control classes current geometry textbooks were used in which the given systematization of tasks wasn't applied. The experiment proved that the superposition of tasks functioned as a heuristic means suggesting the solution to the problems. The skills of applying heuristic means and solving tasks developed faster and the transposition of these skills to new situations was formed.

**Conclusion.** The problem of systematization of geometrical tasks in electronic teaching techniques with the use of different types of superposition is important for the improvement of the process of education. The peculiarity of constructing tasks in electronic teaching techniques is manifested in the organization of tasks for each theoretical paragraph in the form of educational and developmental microsystems of tasks with the use of different types of superposition. It should be mentioned that in the current textbooks such a classification of tasks is almost absent. The experiment showed that the use of superposition as a method of task systematization in a textbook favours the development of necessary searching skills.

**Key words:** task, auxiliary task, the main (final, target) a task, electronic teaching techniques (ETT), electronic school textbook (EST), test task, the method of superposition, formalized superposition, didactic superposition, combined superposition, microsystem of tasks.

Вопрос об отборе и систематизации задач в Учебнике требует дальнейшего развития и углубления. Существующие теоретические и практические рекомендации обычно ограничиваются тематической систематизацией задач и в лучшем случае распределением задач по нарастанию трудности и сложности. Набор задач далеко не отвечает принципу систематичности и системности. Не представляется он в виде системы и в сознании ученика. Отбор задач на урок иногда выглядит произвольным. Существует проблема создания систем задач на локальном уровне и микроуровне. Эти уровни относятся к небольшим группам задач, внутри которых задачи тесно связаны в содержательном, логическом и эвристическом отношении. Для решения этой проблемы предлагается *метод суперпозиции*, представляющей объединение небольшого количества задач в одну группу на основе постепенного усложнения и укрупнения первой (исходной) задачи в этой группе.

Вопросам систематизации задач в учебниках посвящены исследования ряда ученых (Г.М. Возняк, Г.В. Дорофеев, М.Ю. Моисеева, Д. Пойа, Ж.М. Раббот, Е.Н. Рогановская, Н.М. Рогановский, Г.И. Саранцев и др.). В современной методике обучения математике все больше внимания уделяется использованию совокупностей, групп, циклов, блоков, локальных сред и микросред задач. Дидактические возможности такого подхода усиливаются, если его связать с систематизацией задач на основе метода суперпозиции.

Г.М. Возняк [1] акцентирует внимание на неоднократное рассмотрение прикладных задач, имеющих общую математическую модель с разными сюжетными фабулами. К сожалению, отметим, что разрозненное помещение подобных задач в учебнике не всегда позволяет подвести

учащихся к обобщенным мировоззренческим, методологическим, теоретическим и практическим знаниям.

Г.В. Дорофеев [2] отмечает, что каждая конкретная задача имеет определенный набор связанных с ней задач, определенную *окрестность* – по содержанию, методам рассуждений, кругу используемых понятий. Более того, каждая задача входит в некоторый «букет окрестностей», связанных с той или иной ее особенностью. На практике, в учебниках эти «окрестности» или «букеты окрестностей» либо являются редкостью, либо отсутствуют вовсе. Между тем, с их помощью системные качества задач могли бы быть значительно улучшены.

Ж.М. Раббот [3] рассматривает создание циклов взаимосвязанных задач, в которых, как правило, начало цикла – простое упражнение, а конец – важный математический факт. Автор вводит понятие базисной задачи, т.е. нестандартной задачи, имеющей многочисленные приложения как в теоретическом, так и в практическом плане. Характерной особенностью базисной задачи служит наличие у нее (в терминологии Г.В. Дорофеева [2]) «букета окрестностей». Каждая окрестность дает возможность составить цикл взаимосвязанных задач. Высказанные положения также представляют значительный интерес, особенно если уточнить характер взаимосвязи задач, различные типы и виды такой взаимосвязи.

М.Ю. Моисеева [4] выделяет методы конструирования системы задач: «метод ключевых задач», идея которого состоит в том, что можно отобразить определенный минимум задач, овладев методами решения которых ученики будут в состоянии решить любую задачу по изучаемой теме на уровне программных требований (минимум должен включать 5–7 задач); «метод варьирования задачи», идея которого состоит в том,

что задачи системы связаны с данной задачей по содержанию (совокупность ее компонентов – условие, требование, базис и способ решения). Метод ключевых задач – один из интересных и плодотворных методов систематизации задач, развитый в технологии крупноблочного изложения советскими учителями-новаторами (см. [5]), который в учебниках также почти не используется.

Основное целевое назначение вспомогательной задачи, по мнению Г.И. Саранцева [6], заключается в подведении учащихся к выбору метода решения, в ознакомлении с этим методом, в обращении внимания школьников на «поворотные» моменты в решении основной задачи, на ее частных случаях или обобщениях. Эта идея, исходящая от Д. Пойа [7], также подводит к необходимости объединения задач в небольшие группы.

Е.Н. Рогановская рассматривает систематизацию задач с позиции локальных сред и микро-сред [8–9], а также построение таких «задачных» сред на основе методов редукции и суперпозиции [9].

В настоящее время одним из важнейших направлений информатизации системы образования является использование ЭСО в учебном процессе, и, с учетом того, что систематизация задач внутри параграфа еще не стала предметом специального исследования либо затрагивается поверхностно, нами предлагается систематизировать задачи курса геометрии средней школы внутри каждого параграфа учебной теории в ЭСО *методом суперпозиции*. Суперпозиция (позднелат. *superpositio* – наложение, от лат. *superpositus* – положенный наверх, композиция) как термин многозначен. Принцип суперпозиции является одним из общих законов во многих разделах физики, математики, описывающий наложение процессов, суммирование простых решений, соответствующих частным составляющим общей задачи.

В нашей работе суперпозиция понимается как объединение вспомогательных задач и целевой (основной) задачи в одну группу, причем

*вспомогательные задачи так или иначе подводят к решению целевой задачи, расщепляют трудность целевой задачи на части меньшей трудности*. Все задачи, предшествующие основной, заключительной задаче, выступают по отношению к заключительной задаче как вспомогательные. Термин «вспомогательная задача» использует в своих работах Дж. Пойа [7]. В рамках нашего исследования данный термин имеет первостепенное значение. Мы рассматриваем вспомогательную задачу в двух аспектах, в зависимости от характера связи ее с целевой задачей (непосредственная, косвенная, комбинированная связь). Отсюда возможны три вида суперпозиции задач.

Цель исследования – изучение дидактических возможностей использования различных видов суперпозиции задач в качестве метода систематизации задач в учебниках на традиционном и электронном носителях.

**Материал и методы.** В 2013–2014 гг. проводилось экспериментальное обучение учащихся 7-х классов базового уровня решению геометрических задач на основе микросистем, строящихся методом суперпозиции. Эксперимент охватывал 188 учащихся экспериментальных классов и 186 учащихся контрольных классов (на базе 5 школ г. Могилева – № 8, 15, 25, 34, 35). В экспериментальных классах обучение велось с помощью ЭСО, в которых микросистемы задач строились на основе метода суперпозиции (примеры таких ЭСО приведены ниже), в контрольных классах использовались действующие учебники геометрии (Л.А. Латотина, В.В. Шлыкова), в которых данная систематизация задач не применялась. Результаты обучения отражены в табл.

Эксперимент подтвердил большую доступность суперпозиции задач для учащихся базового уровня. Суперпозиция задач выступала в качестве эвристического средства, подсказывающего решение задач. Быстрее формировались навыки применения эвристических средств, навыки решения задач, перенос этих навыков на новые ситуации.

Таблица

| Баллы | 1  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | Средний балл | Количество учащихся |
|-------|----|---|----|----|----|----|----|----|---|----|--------------|---------------------|
| Э     | 0  | 2 | 20 | 28 | 24 | 42 | 21 | 30 | 4 | 17 | 6,07         | 188                 |
| К     | 12 | 5 | 27 | 39 | 28 | 23 | 20 | 19 | 8 | 5  | 5,11         | 186                 |

## Результаты и их обсуждение.

### Теория составления суперпозиции задач

#### *I вид суперпозиции: формализованная.*

В этом случае решение вспомогательных задач является частью решения основной (заключительной, целевой) задачи. Предположим, что решение основной задачи состоит из 5 элементарных шагов, которые нельзя разбить на более мелкие шаги. В каждом шаге либо доказывается некоторое утверждение, либо находится значение вспомогательной величины, либо выполняется промежуточное построение. Для каждого шага может быть сформулирована отдельная задача, служащая вспомогательной задачей по отношению к основной (заключительной, целевой) задаче. Предоставление ученику последовательности вспомогательных задач является помощью в решении основной (заключительной, целевой) задачи. Но необходимо определиться с мерой этой помощи: не всегда слишком детализированный набор вспомогательных задач методически целесообразен, так как он оказывается слишком большой подсказкой. Чтобы избежать задач в одно действие, мы предлагаем объединять их, образуя при этом меньшее число укрупненных вспомогательных задач. Две–три вспомогательные задачи и основная задача образуют *микросистему задач*. Микросистема задач составлена на одной и той же математической ситуации, в ней говорится об одном и том же математическом объекте. Решение микросистемы задач рассматривается как выяснение различных свойств объекта, заданного в основной (заключительной) задаче. Методическое назначение микросистемы задач состоит в уменьшении трудности решения основной задачи. Так как немаловажное место в обучении математике занимают взаимно обратные действия, возможны микросистемы к прямой задаче, к обратной задаче, к обобщенной задаче. Эти микросистемы естественно объединить и рассматривать как единую локальную среду.

*Методика использования формализованной суперпозиции.* При изучении темы «Прямоугольный треугольник» (7 кл.) может быть рассмотрена следующая микросистема задач.

**Задача 1.** а) Дан  $\triangle ABC$ ,  $CM$  – медиана  $\triangle ABC$ ,  $AB = 16$  см,  $CM = 8$  см. Докажите, что  $\triangle ABC$  – прямоугольный.

б) Дан  $\triangle ABC$ ,  $CM$  – медиана  $\triangle ABC$ ,  $AB = 16$  см,  $CM = 8$  см,  $\angle A = 60^\circ$ . Найдите катет  $BC$ .

в) (основная задача). Дан  $\triangle ABC$ ,  $CM$  – медиана  $\triangle ABC$ ,  $AB = 16$  см,  $CM = 8$  см,  $\angle A$ . Найдите площадь  $\triangle ABC$ .

В приведенном примере решение первой задачи является частью решения второй задачи. Решение второй задачи является частью решения третьей задачи. Это означает, что данная микросистема задач построена на основе формализованной суперпозиции. Микросистема задач, построенная по такому принципу, обладает эвристичностью – в ней решение одной задачи подсказывает решение следующей. Подобные микросистемы выступают в качестве средства управления поисковой деятельностью учащихся и особенно полезны в процессе самостоятельной, например, домашней, работы.

*II вид суперпозиции: дидактическая.* В этом случае решение вспомогательных задач, предшествующих основной задаче, не является частью решения основной (целевой) задачи, но, тем не менее, вспомогательные задачи подсказывают идею, способ, метод решения основной (целевой) задачи. В этом случае вспомогательная задача косвенно связана с основной и формально не представляет собой элементарную или укрупненную вспомогательную задачу первого вида. Эта связь носит исключительно дидактический, эвристический характер. Суперпозицию группы задач в этом случае назовем *дидактической суперпозицией*. Введение и применение данного понятия представляется весьма ценным для методики преподавания математики.

*Методика использования дидактической суперпозиции.* При изучении темы «Признаки параллельности прямых» (7 кл.) может быть рассмотрена следующая микросистема задач.

**Задача 2.** а) Пусть  $\angle ABC = 70^\circ$ ,  $\angle BCD = 100^\circ$ . Могут ли прямые  $AB$  и  $CD$  быть параллельными? Всегда ли прямые  $AB$  и  $CD$  не параллельны? Какие случаи должны быть рассмотрены?

б) Пусть  $\angle ABC = 80^\circ$ ,  $\angle BCD = 100^\circ$ . Могут ли прямые  $AB$  и  $CD$  быть параллельными? Всегда ли прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны? Какие случаи должны быть рассмотрены?

в) (основная задача). Пусть  $\angle ABC = \alpha$ ,  $\angle BCD = 180^\circ - \alpha$ . Могут ли прямые  $AB$  и  $CD$  быть параллельными? Сделайте рисунок.

В данном примере решение первой задачи подсказывает решение второй, первых двух задач – решение третьей, но решение какой-либо одной задачи не является частью решения другой. В этом случае систематизация задач ведется на основе дидактической суперпозиции. Микросистема задач в этом случае, так же, как и суперпозиция первого вида, обладает эвристичностью, выступает в качестве средства управления поиском решения задач. Отметим, что очень важно формировать у учащихся общеучебное умение –

строить ответ (по форме) с учетом того, как поставлен вопрос, какую логическую нагрузку он имеет. В ответе на данные вопросы ключевыми являются слова «могут» и «всегда». Также учащихся необходимо обучать оперировать не только числовыми данными, но и величинами, заданными в общем виде.

**III вид суперпозиции: комбинированная.** Суперпозицию, использующую в той или иной комбинации суперпозиции первых двух видов, назовем комбинированной суперпозицией.

Методика использования комбинированной суперпозиции. При изучении темы «Свойства параллельных прямых» (7 кл.) может быть рассмотрена следующая микросистема задач.

**Задача 3.** а) Пусть  $AB \parallel CD$ ,  $KM$  – секущая,  $KM \cap CD = O$ ,  $KM \cap AB = P$ . Докажите, что:

- а)  $\angle KOD = \angle OPB$ ; б)  $\angle DOP = \angle KPA$ ;  
в)  $\angle COM + \angle OPA = 180^\circ$ .

б) Пусть  $AB \parallel CD$ ,  $KM$  – секущая,  $KM \cap CD = O$ ,  $KM \cap AB = P$ ,  $\angle APK = 130^\circ$ . Чему равен  $\angle COM$ ?

в) Пусть  $AB \parallel CD$ ,  $KM$  – секущая,  $KM \cap CD = O$ ,  $KM \cap AB = P$ ,  $\angle APK = 130^\circ$ . Чему равны углы, образованные прямой  $CD$  и лучом  $OK$ ?

В данном случае решение первой задачи хотя не является частью решения второй задачи, тем не менее подсказывает решение второй задачи. Имеет место дидактическая суперпозиция. В свою очередь, вторая задача является частью решения третьей задачи. Здесь присутствуют элементы формализованной суперпозиции. В итоге поиск решения третьей задачи будет осуществляться методом комбинированной суперпозиции. Исходя из рассмотренных примеров можно заметить, что последовательность задач при различных видах суперпозиции такова: первоначально презентуются вспомогательные задачи, затем – основная задача. Вспомогательные задачи варьируются, постепенно укрупняются и в заключение помещается наиболее крупная основная (заключительная, целевая) задача. Данная последовательность задач может быть использована как в учебнике, так и предлагаться на уроке учителем (если в учебнике она отсутствует).

Учащимся необходимо разъяснить особенности построения суперпозиции задач, нежелательность пропуска каких-либо задач, в начале работы полезны обзор группы задач, знакомство с целевой задачей. Это повысит целенаправленность действий. Возможны следующие варианты использования суперпозиции задач на уроке: а) решение задач ведется в такой последовательности, в какой они приводятся в суперпозиции;

б) начинаем с попытки решения целевой задачи; если попытка окажется успешной, то вспомогательные задачи могут быть опущены; в) как и в предыдущем варианте, начинаем с целевой задачи, если попытка решить ее вызывает затруднение, обращаемся к вспомогательным задачам. Отметим, что метод суперпозиции не является универсальным. Необходимость в нем возникает при решении задач, которые наделены субъективной новизной и трудностью; при решении сравнительно содержательных в математическом отношении задач. Анализ практики обучения свидетельствует о необходимости расширения области применения данного метода на уровне метода систематизации задач в учебнике и на уровне метода обучения (составление вспомогательных задач учителем и учащимися по ходу решения основной задачи).

#### Методика использования суперпозиции тестовых заданий в ШЭУ

Тестовые задания составляют основу компьютерных учебных программ. В работах [5; 9] делается упор на обучающую и развивающую сторону таких заданий. В них оптимально следует включать помощь, в то время как структура обычной задачи может ее и не иметь. В традиционном учебнике не все задачи приводятся с ответом или указанием. Мы предусматриваем в ШЭУ к каждой задаче помощь, которая для учащихся будет весьма полезной в процессе поиска решения задач. Кроме того, тестовые задания могут систематизироваться в микросистемы на основе различных видов суперпозиции. Первые, как правило, 1–3 задачи будут являться вспомогательными задачами следующей основной задачи. В представлении задач в ШЭУ важно, чтобы задачи вызывались на электронную страницу не поочередно, а группами эвристически связанных задач (рис. 1–4). Это необходимо для формирования понимания учеником, что он работает не с отдельной задачей, а с группой задач. Информация каждой электронной страницы представляется на экране, разделенной на четыре области. В области, которая располагается слева, содержится задачный материал. В правом верхнем углу расположена область, где отображается различного рода графическая информация (статические изображения, анимации, модели с активными точками). В правом нижнем углу – область для гиперссылок, в которой отображаются указания к решению конкретной задачи, пояснительный текст, варианты ответа (для задач на вычисление) и варианты промежуточного ответа (для задач на доказательство и построение).

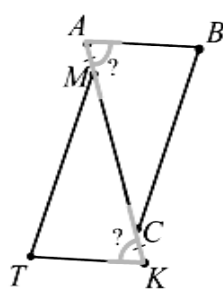
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p align="center"><b>§ 2. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ</b><br/><b>Решение задач</b></p> <p><i>Как решить задачу? Какие дополнительные построения необходимо выполнить? Как используются признаки равенства треугольников при решении задач? Как используются свойства параллельных прямых и признаки параллельности прямых?</i></p> <p><b>Задача 1.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>. Докажите, что:<br/>а) <math>\angle A = \angle K</math> (анимация а);<br/>б) <math>\angle TMK = \angle BCA</math> (анимация б);<br/>в) <math>\triangle ABC = \triangle KTM</math> (анимация в).<br/><b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> <p><b>Задача 2.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>. Проведите отрезки <math>AT</math> и <math>KB</math>. Докажите, что <math>\triangle AMT = \triangle KCB</math>.<br/><b>Анимация</b>   <b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> <p><b>Задача 3.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>, <math>\angle ABK = 90^\circ</math>. Докажите, что четырехугольник <math>ABKT</math> является прямоугольником.<br/><b>Анимация</b>   <b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> |  <p><b>Помощь к задаче 1 а):</b><br/>а) какие <math>\angle A</math> и <math>\angle K</math>?<br/>б) каким свойством параллельных прямых необходимо воспользоваться?<br/><b>Помощь к задаче 1 б):</b><br/><b>Помощь к задаче 1 в):</b></p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Рис. 1.

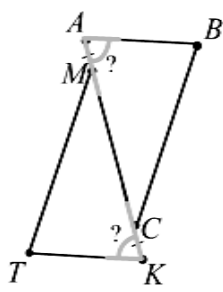
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p align="center"><b>§ 2. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ</b><br/><b>Решение задач</b></p> <p><i>Как решить задачу? Какие дополнительные построения необходимо выполнить? Как используются признаки равенства треугольников при решении задач? Как используются свойства параллельных прямых и признаки параллельности прямых?</i></p> <p><b>Задача 1.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>. Докажите, что:<br/>а) <math>\angle A = \angle K</math> (анимация а);<br/>б) <math>\angle TMK = \angle BCA</math> (анимация б);<br/>в) <math>\triangle ABC = \triangle KTM</math> (анимация в).<br/><b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> <p><b>Задача 2.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>. Проведите отрезки <math>AT</math> и <math>KB</math>. Докажите, что <math>\triangle AMT = \triangle KCB</math>.<br/><b>Анимация</b>   <b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> <p><b>Задача 3.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>, <math>\angle ABK = 90^\circ</math>. Докажите, что четырехугольник <math>ABKT</math> является прямоугольником.<br/><b>Анимация</b>   <b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> |  <p><b>Варианты промежуточного ответа к задаче 1а):</b><br/>Необходимо воспользоваться свойством параллельных прямых, сформулированным через:<br/>1. равенство соответственных углов<br/>2. сумму односторонних углов<br/>3. равенство накрест лежащих углов<br/><b>Варианты промежуточного ответа к задаче 1б):</b><br/><b>Варианты промежуточного ответа к задаче 1в):</b></p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Рис. 2.

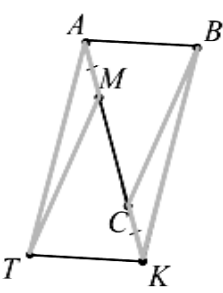
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p align="center"><b>§ 2. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ</b><br/><b>Решение задач</b></p> <p><i>Как решить задачу? Какие дополнительные построения необходимо выполнить? Как используются признаки равенства треугольников при решении задач? Как используются свойства параллельных прямых и признаки параллельности прямых?</i></p> <p><b>Задача 1.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>. Докажите, что:<br/>а) <math>\angle A = \angle K</math> (анимация а);<br/>б) <math>\angle TMK = \angle BCA</math> (анимация б);<br/>в) <math>\triangle ABC = \triangle KTM</math> (анимация в).<br/><b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> <p><b>Задача 2.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>. Проведите отрезки <math>AT</math> и <math>KB</math>. Докажите, что <math>\triangle AMT = \triangle KCB</math>.<br/><b>Анимация</b>   <b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> <p><b>Задача 3.</b><br/>На рисунке <math>AB \parallel TK</math>, <math>BC \parallel MT</math>, <math>AM = CK</math>, <math>\angle ABK = 90^\circ</math>. Докажите, что четырехугольник <math>ABKT</math> является прямоугольником.<br/><b>Анимация</b>   <b>Помощь</b>   <b>Варианты ответа</b></p> |  <p><b>Варианты промежуточного ответа к задаче 2:</b><br/>Необходимо воспользоваться признаком равенства треугольников:<br/>1. 1-м признаком<br/>2. 2-м признаком<br/>3. 3-м признаком</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Рис. 3.

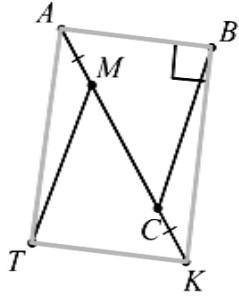
**§ 2. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ**  
**Решение задач**

*Как решить задачу? Какие дополнительные построения необходимо выполнить? Как используются признаки равенства треугольников при решении задач? Как используются свойства параллельных прямых и признаки параллельности прямых?*

**Задача 1.**  
На рисунке  $AB \parallel TK$ ,  $BC \parallel MT$ ,  $AM = CK$ . Докажите, что:  
а)  $\angle A = \angle K$  (анимация а);  
б)  $\angle TMK = \angle BCA$  (анимация б);  
в)  $\triangle ABC = \triangle KTM$  (анимация в).  
**Помощь**   **Варианты ответа**

**Задача 2.**  
На рисунке  $AB \parallel TK$ ,  $BC \parallel MT$ ,  $AM = CK$ . Проведите отрезки  $AT$  и  $KB$ . Докажите, что  $\triangle AMT = \triangle KCB$ .  
**Анимация**   **Помощь**   **Варианты ответа**

**Задача 3.**  
На рисунке  $AB \parallel TK$ ,  $BC \parallel MT$ ,  $AM = CK$ ,  $\angle ABK = 90^\circ$ . Докажите, что четырехугольник  $ABKT$  является прямоугольником.  
**Анимация**   **Помощь**   **Варианты ответа**



**Помощь к задаче 3**

а) воспользуйтесь результатом предыдущей задачи;  
б) вспомните определение прямоугольника;  
в) каким признаком параллельности прямых необходимо воспользоваться?  
г) каким свойством параллельных прямых необходимо воспользоваться?

Рис. 4.

В систематизации задач 1–3 (7 кл.) использована комбинированная суперпозиция. В задаче 1 решение вспомогательной задачи а) подсказывает идею решения вспомогательной задачи б) (имеет место дидактическая суперпозиция). В свою очередь, решение вспомогательной задачи в) содержит в качестве своих частей решения предыдущих вспомогательных задач (здесь присутствуют элементы формализованной суперпозиции). Решение вспомогательной задачи в) является частью решения задачи 2, которая в то же время является частью решения (основной в данной группе) задачи 3. В итоге управление поиском решения задачи 3 будет осуществляться методом комбинированной суперпозиции.

**Заключение.** Проблема систематизации геометрических задач в ЭСО с использованием различных видов суперпозиции актуальна для совершенствования процесса обучения. Специфика конструирования задачного материала в ЭСО заключается в организации задач к каждому параграфу учебной теории в виде обучающих и развивающих микросистем задач с применением различных видов суперпозиции. Отметим, что в существующих учебниках подобная группировка задач практически отсутствует в силу изолированности задач друг от друга. Использование суперпозиции в качестве метода систематизации задач в учебнике способствует формированию необходимых поисковых навыков. Обучение учащихся решению геометрических задач с использованием ЭСО, в которых заложена разрабатываемая методика систематизации задач, строится с устремлением на инновационную модель, основными характеристиками которой являются личностно ориентированная направленность

обучения, установка на развитие креативных качеств учащихся.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Возняк, Г.М. Прикладная направленность абстрактных математических задач / Г.М. Возняк // Современные проблемы методики преподавания математики: сб. ст.: учеб. пособие для студентов мат. и физ.-мат. спец. пед. ин-тов / сост.: Н.С. Антонов, В.А. Гусев. – М.: Просвещение, 1985. – С. 254–257.
2. Дорофеев, Г.В. О составлении циклов взаимосвязанных задач / Г.В. Дорофеев // Математика в школе. – 1983. – № 6. – С. 34–39.
3. Раббот, Ж.М. Система взаимосвязанных математических задач как средство активизации познавательной деятельности школьников / Ж.М. Раббот [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.mce.su/archive/doc15383/doc.pdf](http://www.mce.su/archive/doc15383/doc.pdf). – Дата доступа: 29.01.2014.
4. Моисеева, М.Ю. Система задач как средство повышения эффективности обучения математике / М.Ю. Моисеева [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.gramota.net/materials/1/2008/1/57.html](http://www.gramota.net/materials/1/2008/1/57.html). – Дата доступа: 26.06.2013.
5. Рогановский, Н.М. Методика преподавания математики в средней школе: учеб. пособие: в 2 ч. / Н.М. Рогановский, Е.Н. Рогановская. – Могилев: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2010. – Ч. 1: Общие основы методики преподавания математики (общая методика). – 312 с.
6. Саранцев, Г.И. Упражнения в обучении математике / Г.И. Саранцев // Современные проблемы методики преподавания математики: сб. ст.: учеб. пособие для студентов мат. и физ.-мат. спец. пед. ин-тов / сост.: Н.С. Антонов, В.А. Гусев. – М.: Просвещение, 1985. – С. 121–132.
7. Пойа, Д. Как решать задачу: пособие для учителей / Д. Пойа; пер. с англ. под ред. Ю.М. Гайдука. – М.: Учпедгиз, 1959. – 208 с.
8. Рогановская, Е.Н. Средовоориентированный подход к дидактическому проектированию и применению информационно-образовательных ресурсов в процессе геометрической подготовки учащихся: монография / Е.Н. Рогановская. – Могилев: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2011. – 316 с.
9. Рогановский, Н.М. Методические особенности представления геометрических задач в электронных средствах обучения / Н.М. Рогановский, Е.Н. Рогановская, С.С. Новашинская // Математика: проблемы выкладки. – 2014. – № 1. – С. 14–21.

## REFERENCES

1. Voznyak G.M. *Sovremennyye problemi metodiki prepodavaniya matematiki: sb. st. Uchebnoye posobiye dlia studentov mat. i fiz.-mat. spets. ped. in-v* [Modern problems of methods of teaching Mathematics: collected articles. A tutorial for students of Mathematical and Physical-Mathematical departments of teachers' training insti-

- tutes], Moscow: Prosveshcheniye, 1985, pp. 254–257.
2. Dorofeyev G.V. *Matematika v shkole* [Mathematics at school], 1983. (6). pp. 34–39.
  3. Moiseeva M.Yu. [The system of tasks as a means of increasing efficiency of teaching mathematics], [www.gramota.net/materials/1/2008/1/57.html](http://www.gramota.net/materials/1/2008/1/57.html).
  4. Poya D. *Kak reshat zadachu: posobiye dlia uchitelei* [How to solve a task: teacher's book], translated from English, Moscow: Uchpedgiz, 1959, 208 p.
  5. Rabbot Zh.M. [The system of interconnected mathematical tasks as a means of activization of pupils' cognitive activity], [www.mce.su/archive/doc15383/doc.pdf](http://www.mce.su/archive/doc15383/doc.pdf).
  6. Roganovskaya E.N. *Sredovooriyentirovannii podkhod k didakticheskomu proyektirovaniyu i primeneniyu informatsionno-obrazovatelnykh resursov v protsesse geometricheskoi podgotovki uchashchikhsia: monografiya* [Environment-oriented approach to the didactic design and application of informational and educational resources in the course of geometrical training of pupils: monograph], Mogilev: Mogilev State A. Kuleshov University, 2011, 316 p.
  7. Roganovsky N.M., Roganovskaya E.N. *Metodika prepodavaniya matematiki v srednei shkole: uchebnoye posoboye v 2-kh chastiakh – ch. 1: Obshchiye osnovy metodiki prepodavaniya matematiki (obshchaya metodika)* [Methods of teaching Mathematics in high school: a tutorial: in 2 parts. – Part 1: General foundations of methods of teaching Mathematics (general methods)], Mogilev: Mogilev State A. Kuleshov University, 2010, 312 p.
  8. Roganovsky N.M., Roganovskaya E.N., Novashinskaya S.S. *Matematika: Problemy vikladaniya* [Mathematics: Teaching problems], Minsk, 2014, (1), pp. 14–21.
  9. Sarantsev G.I. *Sovremennyye problemy metodiki prepodavaniya matematiki: sb. st. Uchebnoye posobiye dlia studentov mat. i fiz.-mat. spets. ped. in-ov* [Modern problems of methods of teaching Mathematics: collected articles. A tutorial for students of Mathematical and Physical-Mathematical departments of teachers' training institutes], Moscow: Prosveshcheniye, 1985, pp. 121–132.

Поступила в редакцию 16.06.2014. Принята в печать 18.08.2014  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: [geometr@tut.by](mailto:geometr@tut.by) – Рогановская Е.Н.