УДК 512.542

О c_n^{ω}-неприводимых формациях $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 2

П.А. Жизневский*, В.Г. Сафонов**
**Учреждение образования «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»*
***Министерство образования Республики Беларусь*

Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – n-кратно ω-композиционные формации и $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$. Тогда длину решетки n-кратно ω-композиционных формаций, заключенных между $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{F}$, называют $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефектом формации $\mathfrak{F}$. В работе получено описание неприводимых n-кратно ω-композиционных формаций $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 2, где $\mathfrak{H}$ – непустая нильпотентная насыщенная формация.

Ключевые слова: *конечная группа, формация, n-кратно ω-композиционная формация, дефект формации, неприводимая формация.*

On c_n^{ω}-irreducible formations with $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-defect 2

P.A. Zhiznevsky*, V.G. Safonov**
** Educational establishment «Gomel State Francisk Skorina University»*
***The Ministry of Education of the Republic of Belarus*

Let $\mathfrak{F}$ and $\mathfrak{H}$ be n-multiply ω-composition formations such that $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$, then $\mathfrak{F}/_n^{\omega}\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ is the lattice of all n-multiply ω-composition subformations laying between $\mathfrak{F}$ and $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$. The length of the lattice $\mathfrak{F}/_n^{\omega}\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ is called $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-defect of the formation $\mathfrak{F}$. In this paper we describe irreducible n-multiply ω-composition formations with $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-defect 2, where $\mathfrak{H}$ is a nonempty nilpotent saturated formation.

Key words: *finite group, formation, n-multiply ω-composition formation, defect of formation, irreducible formation.*

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Необходимые определения и обозначения можно найти в [1–3]. Напомним, что если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – n-кратно ω-композиционные формации и $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$, то длину решетки n-кратно ω-композиционных формаций, заключенных между $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{F}$, называют $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефектом формации $\mathfrak{F}$. Если $\mathfrak{H} = \mathfrak{N}$ – формация всех нильпотентных групп, то $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации называют ее нильпотентным c_n^{ω}-дефектом. Задача изучения и классификации n-кратно ω-композиционных формаций нильпотентного дефекта ≤ 2 поставлена в работе [3] (проблема 6). Частичное ее решение опубликовано в работах [4–5]. В данной статье получено описание неприводимых n-кратно ω-композиционных формаций с $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефектом 2, где $n \geq 2$ и $\mathfrak{H}$ – непустая нильпотентная насыщенная формация, что завершает решение вышеуказанной задачи.

Непустую формацию $\mathfrak{F}$ называют неприводимой n-кратно ω-композиционной формацией (или, иначе, c_n^{ω}-неприводимой формацией), если $\mathfrak{M} = \vee_n^{\omega}(\mathfrak{X}_i \mid i \in I) \subset \mathfrak{F}$, где $\{\mathfrak{X}_i \mid i \in I\}$ – набор всех собственных n-кратно ω-композиционных подформаций из $\mathfrak{F}$. В противном случае формацию $\mathfrak{F}$ называют приводимой n-кратно ω-композиционной формацией (или, иначе, c_n^{ω}-приводимой формацией).

В дальнейшем, для краткости, вместо «n-кратно ω-композиционная формация» будем писать «c_n^{ω}-формация».

Лемма 1. *Пусть $\mathfrak{F}_2$ – c_n^{ω}-неприводимая формация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 2 и $\mathfrak{F}_1$ – ее единственная максимальная c_n^{ω}-подформация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 1 ($n \geq 1$). Тогда $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \cap \omega = \pi(Com(\mathfrak{F}_1)) \cap \omega$.*

Доказательство. Пусть $\pi_i = \pi(Com(\mathfrak{F}_i)) \cap \omega$, где $i = 1,2$. Включение $\pi_1 \subseteq \pi_2$ очевидно. Установим справедливость обратного включения. Предположим, что $\pi_2 \not\subseteq \pi_1$ и пусть $p \in \pi_2 \setminus \pi_1$. Тогда ввиду замечания 1 и леммы 11 работы [3] получаем, что $\mathfrak{N}_p \not\subseteq \mathfrak{F}_1$. Теперь поскольку $\mathfrak{F}_1$ – максимальная c_n^{ω}-подформация в $\mathfrak{F}_2$, то $\mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_1 \vee_n^{\omega} \mathfrak{N}_p$, что противоречит c_n^{ω}-неприводимости формации $\mathfrak{F}_2$. Поэтому $\pi_2 \subseteq \pi_1$. Таким образом, $\pi_2 = \pi_1$. Лемма доказана.

Лемма 2. *Пусть* $\mathfrak{H}$ *– непустая нильпотентная насыщенная формация,* $\mathfrak{F}$ *– разрешимая* c_n^{ω}*-формация* $\mathfrak{H}_n^{\omega}$*-дефекта 2 (*$n \geq 2$*). Тогда если* $\pi(Com((\mathfrak{F})) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H})) \cap \omega$*, то формация* $\mathfrak{F}_2$ *–* c_n^{ω}*-приводима.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $\mathfrak{H}$ – формация из условия леммы, $\mathfrak{F}_2$ – разрешимая c_n^{ω}-формация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 2. Предположим, что $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-неприводима. Тогда у нее имеется единственная максимальная c_n^{ω}-подформация $\mathfrak{F}_1$ $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 1. Пусть f_i – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник формации $\mathfrak{F}_i$, $i = 1, 2$. По теореме 1 [3] формация $\mathfrak{F}_2$ имеет канонический ω-композиционный спутник F_2 такой, что $F_2(\omega') = \mathfrak{F}_2$ и $F_2(p) = \mathfrak{N}_p f_2(p)$ для всех $p \in \omega$. Из c_n^{ω}-неприводимости формации $\mathfrak{F}_2$ следует, что она является $(\mathfrak{F}_1)_n^{\omega}$-критической формацией. В силу теоремы 1 [6], с учетом $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, имеем $\mathfrak{F}_2 = c_n^{\omega}\mathrm{form}G$, где G – такая монолитическая группа с цоколем $P = G^{\mathfrak{F}_1}$, что $P = C_G(P)$ – абелева p-группа, $p \in \omega$, $P \not\subseteq \Phi(G)$ и $f_2(p)$ – $(\mathfrak{N}_p f_1(p))_{n-1}^{\omega}$-критическая формация.

По теореме 1 [4], $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{M} \vee_n^{\omega} \mathfrak{K}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{K}$ – $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-критическая формация. Ввиду леммы 11 [7], $f_1 = m \vee_{n-1}^{\omega} k$, где m и k – минимальные ω-композиционные c_{n-1}^{ω}-значные спутники формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{K}$ соответственно.

Поскольку $\mathfrak{K} \subseteq \mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$ и по условию формация $\mathfrak{F}_2$ разрешима, то формация $\mathfrak{K}$ также разрешима. Так как $\pi(Com(\mathfrak{K})) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, то, по теореме 1 [8], $\mathfrak{K} = c_n^{\omega}\mathrm{form}K$, где K – такая монолитическая группа с нефраттиниевым цоколем $R = K^{\mathfrak{H}}$, что $\pi(Com(R)) \cap \omega \neq \varnothing$ и выполняется одно из следующих условий:

1) K – группа простого порядка $r \in \omega \setminus \pi(Com(\mathfrak{H}))$;

2) $K = [R]T$, где $R = C_K(R)$ – абелева r-группа, $r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и $|T| = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, r и t – различные простые числа.

Согласно лемме 1, $\pi(Com(\mathfrak{F}_1)) \cap \omega = \pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \cap \omega$. Но по условию леммы $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) = \pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \cap \omega \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H})) \cap \omega$.

Значит, $\pi(Com(\mathfrak{F}_1)) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Поэтому случай 1) невозможен.

Используя леммы 11 [3], 11 [7], 11 [9], найдем возможные значения спутника f_1 на простом числе p:

(1) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{M})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{K}))$, то $f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} \varnothing = (1)$;

(2) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K)) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} (1) = (1)$;

(3) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \cap \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K)) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} (1) = (1)$;

(4) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K)) =$$
$$= \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/R) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = \mathfrak{N}_t;$$

(5) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \cap \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K)) =$$
$$= (1) \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/R) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = \mathfrak{N}_t.$$

Таким образом, возможны два случая: либо $f_1(p) = (1)$, либо $f_1(p) = \mathfrak{N}_t$, где $p \neq t$.

Рассмотрим случай, когда $f_1(p) = (1)$, т.е. выполняется одно из условий (1)–(3). Тогда, ввиду леммы 11 [3], $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ – $(\mathfrak{N}_p)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. Из теоремы 1 [8], учитывая, что $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, получаем $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$, где H – группа простого порядка $q \in \omega \setminus \{p\}$. Так как $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Тогда $G = [P]H$ и по теореме 1 [8] формация $\mathfrak{F}_2$ имеет $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект 1. Противоречие. Значит, рассматриваемый случай невозможен.

Пусть теперь $f_1(p) = \mathfrak{N}_t$, т.е. выполняется условие (4) или (5). Тогда $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ – $(\mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t)_{n-1}^{\omega}$-критическая. Поскольку $\mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t$ – насыщенная формация, то, ввиду условия $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, по теореме 1 [8] получаем $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$, где H – монолитическая группа с цоколем $Q = H^{\mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t} \not\subseteq \Phi(H)$, что $\pi(Com(Q)) \cap \omega \neq \varnothing$ и для H выполняется одно из следующих условий:

(*) H – группа простого порядка $q \in \omega \setminus \{p, t\}$;

(**) $H = [Q]N$, где $Q = C_H(Q)$ – абелева

q-группа, $q\in\omega\cap\{p,t\}$ и $|N|=l\in\omega$, q и l – различные простые числа.

Пусть выполняется условие (*). Поскольку $\mathfrak{F}_1\subseteq\mathfrak{F}_2$, то, по лемме 6 [3], $\mathfrak{N}_t = f_1(p)\subseteq f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H = \mathfrak{N}_q$, т.е. $q=t$. Полученное противоречие показывает, что данный случай невозможен.

Пусть теперь выполняется условие (**). Предположим, что $q=p=r$ и $l=t$. Тогда $Q\in\mathfrak{N}_p$. Поскольку $H/Q\in\mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t$, то $H\in\mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t$. Противоречие. Значит, $q=t$ и $l=p=r$. Так как $H\in\mathfrak{F}_1$, то $N\cong H/Q=H/C^q(H)\in f_1(q)=(1)$. Снова получаем противоречие. Таким образом, формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-приводима. Лемма доказана.

Формационно критическую группу G будем называть $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-базисной, если у формации $c_n^{\omega}\mathrm{form}G$ имеется лишь единственная максимальная c_n^{ω}-подформация, которая содержится в $\mathfrak{H}$.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{H}$ – непустая нильпотентная насыщенная формация. Тогда и только тогда c_n^{ω}-неприводимая формация $\mathfrak{F}$ имеет $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект 2 ($n\geq 2$), когда $\mathfrak{F}=c_n^{\omega}\mathrm{form}G$, где G – такая монолитическая группа с цоколем P, что выполняется одно из следующих условий:*

1) $\pi(Com(P))\cap\omega=\varnothing$, $P=G^{\mathfrak{M}}$, группа G является $\mathfrak{M}_{n-1}^{\omega}$-базисной, где $\mathfrak{M}=(\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H})\vee_n^{\omega}\times c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$, а формация $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ имеет $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект 1;

2) $G=[P]H$, где P – абелева p-группа, $p\in\omega\setminus\pi(Com(\mathfrak{H}))$, $P\not\subseteq\Phi(G)$ и H – группа простого порядка q, где $q\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$;

3) $G=[P]H$, где P – абелева p-группа, $p\in\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$, $P\not\subseteq\Phi(G)$, а H – группа, удовлетворяющая одному из следующих условий:

3.1) монолитическая группа с цоколем $Q=H^{\mathfrak{H}}$ таким, что $\pi(Com(Q))\cap\omega=\varnothing$ и $H/Q\in\mathfrak{N}_p$;

3.2) циклическая примарная группа порядка q^2, где $q\notin\omega$, $q\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и $q\neq p$;

3.3) неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q, где $q\notin\omega$, $q\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и $q\neq p$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Необходимость. Пусть $\mathfrak{H}$ – формация из условия теоремы, $\mathfrak{F}_2$ – c_n^{ω}-неприводимая формация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 2, $\mathfrak{F}_1$ – ее максимальная c_n^{ω}-подформация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 1 и f_i – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник формации $\mathfrak{F}_i$, $i=1,2$. По теореме 1 [3] формация $\mathfrak{F}_2$ имеет канонический ω-композиционный спутник F_2 такой, что $F_2(\omega')=\mathfrak{F}_2$ и $F_2(p)=\mathfrak{N}_p f_2(p)$ для всех $p\in\omega$. Из c_n^{ω}-неприводимости формации $\mathfrak{F}_2$ следует, что она является $(\mathfrak{F}_1)_n^{\omega}$-критической формацией. Согласно теореме 1 [6] $\mathfrak{F}_2=c_n^{\omega}\mathrm{form}G$, где G – такая монолитическая группа с цоколем $P=G^{\mathfrak{F}_1}$, что либо $\pi=\pi(Com(P))\cap\omega=\varnothing$ и $f_2(\omega')$ – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация, либо $\pi\neq\varnothing$, $P=C_G(P)$ – абелева p-группа, $p\in\omega$, $P\not\subseteq\Phi(G)$ и $f_2(p)$ – $(\mathfrak{N}_p f_1(p))_{n-1}^{\omega}$-критическая формация.

По теореме 1 [4], $\mathfrak{F}_1=\mathfrak{M}\vee_n^{\omega}\mathfrak{K}$, где $\mathfrak{M}\subseteq\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{K}$ – $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-критическая формация. Ввиду леммы 11 [7], $f_1=m\vee_{n-1}^{\omega}k$, где m и k – минимальные ω-композиционные c_{n-1}^{ω}-значные спутники формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{K}$ соответственно.

Согласно теореме 1 [8], $\mathfrak{K}=c_n^{\omega}\mathrm{form}K$, где K – такая монолитическая группа с нефраттиниевым цоколем $R=K^{\mathfrak{H}}$, что либо $\pi(Com(R))\cap\omega=\varnothing$, либо $\pi(Com(R))\cap\omega\neq\varnothing$ и выполняется одно из следующих условий:

а) K – группа простого порядка $r\in\omega\setminus\pi(Com(\mathfrak{H}))$;

б) $K=[R]T$, где $R=C_K(R)$ – абелева r-группа, $r\in\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$, $|T|=t$, r и t – различные простые числа.

Предположим, что $\pi=\varnothing$ и $f_2(\omega')$ – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. По лемме 11 [3], $f_2(\omega')=c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}G$. Тогда G является $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-базисной группой. Поскольку $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)\subseteq\mathfrak{F}_1$, то в силу леммы 2 [4] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект d формации $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ не превосходит 1. Если $d=0$, то $G/P\in\mathfrak{H}$. Но $G\notin\mathfrak{H}$. Поэтому $P=G^{\mathfrak{H}}$ и по теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 1. Противоречие. Следовательно, $d=1$ и $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)\not\subseteq\mathfrak{F}_2\cap\mathfrak{H}$. Поскольку $\mathfrak{F}_2$ – c_n^{ω}-неприводимая формация и $\mathfrak{F}_1$ – формация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 1, то $\mathfrak{F}_2\cap\mathfrak{H}=\mathfrak{F}_1\cap\mathfrak{H}$ – максимальная c_n^{ω}-подформация в $\mathfrak{F}_1$. Поэтому

$\mathfrak{F}_1=(\mathfrak{F}_2\cap\mathfrak{H})\vee_n^{\omega} c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$. Таким образом, группа G удовлетворяет условию 1) теоремы.

Предположим теперь, что $\pi\neq\varnothing$, $P=C_G(P)$ – абелева p-группа, $p\in\omega$, $P\not\subseteq\Phi(G)$ и $f_2(p)$ – $(\mathfrak{N}_p f_1(p))_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. По лемме 1, $\pi(Com(\mathfrak{F}_2))\cap\omega=\pi(Com(\mathfrak{F}_1))\cap\omega.$ Значит, $p\in\pi(Com(\mathfrak{F}_1))\cap\omega$. Используя леммы 11 [3], 11 [7] и 11 [9], рассмотрим возможные значения спутника f_1 на простом числе p:

(1) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{M}))\setminus\pi(Com(\mathfrak{K}))$, то $f_1(p)=(1)\vee_{n-1}^{\omega}\varnothing=(1)$;

(2) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{K}))\setminus\pi(Com(\mathfrak{M}))$ и для K выполняется условие $\pi(Com(R))\cap\omega=\varnothing$, то $f_1(p)=\varnothing\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K))=\varnothing\vee_{n-1}^{\omega}(1)=(1)$;

(3) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{K}))\setminus\pi(Com(\mathfrak{M}))$ и K удовлетворяет условию а). Тогда $\mathfrak{K}=\mathfrak{N}_p$, где $p\notin\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и поэтому $f_1(p)=\varnothing\vee_{n-1}^{\omega}(1)=(1)$;

(4) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{K}))\setminus\pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p\neq r$, то $p=t\in\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и

$f_1(p)=\varnothing\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K))=\varnothing\vee_{n-1}^{\omega}(1)=(1)$;

(5) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{K}))\setminus\pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p=r\in\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p)=\varnothing\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K))= =\varnothing\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/R)=c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T;$$

(6) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{K})\cap\pi(Com(\mathfrak{M}))$ и для K выполняется условие $\pi(Com(R))\cap\omega=\varnothing$, то $f_1(p)=(1)\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K))=(1)\vee_{n-1}^{\omega}(1)=(1)$;

(7) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{K})\cap\pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p\neq r$, то $p=t\in\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и

$f_1(p)=(1)\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K))=(1)\vee_{n-1}^{\omega}(1)=(1)$;

(8) если $p\in\pi(Com(\mathfrak{K})\cap\pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p=r\in\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p)=(1)\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/C^p(K))= =(1)\vee_{n-1}^{\omega}c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/R)=c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T.$$

Итак, возможны два случая: либо $f_1(p)=(1)$, либо $f_1(p)=c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T$, где $|T|=t$ – простое число, $t\neq p$.

Рассмотрим случай, когда $f_1(p)=(1)$, т.е. выполняется одно из условий (1)–(4), (6) или (7). Тогда, ввиду леммы 11 [3], $f_2(p)=c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ – $(\mathfrak{N}_p)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. По теореме 1 [8], $f_2(p)=c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P)=c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$, где H – монолитическая группа с цоколем $Q=H^{\mathfrak{N}_p}\not\subseteq\Phi(H)$, что либо $\pi(Com(Q))\cap\omega=\varnothing$, либо $\pi(Com(Q))\cap\omega\neq\varnothing$ и H – группа простого порядка $q\in\omega\setminus\{p\}$.

Пусть H – группа простого порядка $q\in\omega\setminus\{p\}$. Так как $O_p(H)=1$, то по лемме 18.8 [1] существует точный неприводимый F_pH-модуль V, где F_p – поле из p элементов. Положим $F=[V]H$. Поскольку $F/O_p(V)=F/V\cong$ $\cong H\in f_2(p)$ и спутник f_2 – внутренний, то, по лемме 4 [3], $F\in\mathfrak{F}_2$. Значит, $c_n^{\omega}\mathrm{form}F\subseteq\mathfrak{F}_2$. Если $c_n^{\omega}\mathrm{form}F\subset\mathfrak{F}_2$, то $c_n^{\omega}\mathrm{form}F\subseteq\mathfrak{F}_1$ и по лемме 2 [10] получаем $H\cong F/V=F/C^p(F)\in f_1(p)=(1)$. Противоречие. Следовательно, $\mathfrak{F}_2=c_n^{\omega}\mathrm{form}F$. Предположим, что $q\notin\pi(Com(\mathfrak{H}))$. Так как $H\in\mathfrak{F}_1$, то $q\in\pi(Com(\mathfrak{F}_1))$. Тогда $q\in\pi(Com(\mathfrak{K}))\setminus\pi(Com(\mathfrak{M}))$, т.е. выполняется одно из условий (2), (3) или (4). Если выполняется условие (2), то $q\in\pi(Com(K/R))$. Но $K/R\in\mathfrak{H}$. Значит, $q\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$. Противоречие. Значит, такой случай невозможен. Так как $q\neq p$, то невозможен также случай, когда выполняется (3). Если же выполняется условие (4), то $q=r\in\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$. Вновь полученное противоречие показывает, что $q\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$. Теперь, если $p\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$, то $\pi(Com(\mathfrak{F}_2))=\{p,q\}\subseteq\omega\cap\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и по лемме 2 получаем, что формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-приводима. Противоречие. Следовательно, $p\notin\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и группа F удовлетворяет условию 2) теоремы.

Пусть теперь $\pi(Com(Q))\cap\omega=\varnothing$. Так как $O_p(H)=1$, то по лемме 18.8 [1] существует точный неприводимый F_pH-модуль V, где F_p – поле из p элементов. Положим $F=[V]H$. Поскольку $F/O_p(V)=F/V\cong H\in f_2(p)$, то, согласно лемме 4 [3], $F\in\mathfrak{F}_2$. Значит, $c_n^{\omega}\mathrm{form}F\subseteq\mathfrak{F}_2$. Если $c_n^{\omega}\mathrm{form}F\subset\mathfrak{F}_2$, то $c_n^{\omega}\mathrm{form}F\subseteq\mathfrak{F}_1$. Но ввиду леммы 2 [10] получаем $H\cong F/V=F/C^p(F)\in f_1(p)=(1)$. Противоречие. Следовательно, $\mathfrak{F}_2=c_n^{\omega}\mathrm{form}F$. Предположим, что $H\in\mathfrak{H}$. Тогда $H=Q$ – группа простого порядка $q\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$. Если $p\in\pi(Com(\mathfrak{H}))$, то по теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 1. Противоречие. Значит, $p\notin\pi(Com(\mathfrak{H}))$ и группа F удовлетворяет условию 2) теоремы. Предположим теперь, что $H \notin \mathfrak{H}$. Поскольку $H \in \mathfrak{F}_1$, то, используя леммы 11 [3], 11 [7], 11 [9], получаем

$$H \cong H/R_{\omega}(H) \in f_1(\omega') = (\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'}) \vee_{n-1}^{\omega} k(\omega') =$$
$$= c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}((\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'}) \cup c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/R_{\omega}(K))) =$$
$$= c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}((\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'}) \cup \{K/R_{\omega}(K)\}) \subseteq$$
$$\subseteq \mathfrak{N}_{\omega}^{n-1}\mathrm{form}((\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'}) \cup \{K/R_{\omega}(K)\}),$$

где $\mathfrak{N}_{\omega}^{n-1}$ – произведение $n-1$ копии формации $\mathfrak{N}_{\omega}$. Положим $\mathfrak{X} = \mathrm{form}((\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'}) \cup \{K/R_{\omega}(K)\})$. Тогда $H^{\mathfrak{X}} \in \mathfrak{N}_{\omega}^{n-1}$. Если $H^{\mathfrak{X}} \neq 1$, то $Q \subseteq H^{\mathfrak{X}}$. Поэтому Q – ω-группа. Противоречие. Значит, $H^{\mathfrak{X}} = 1$, т.е. $H \in \mathfrak{X}$. Если для K выполняется условие а) или б), то $K/R_{\omega}(K) \cong 1 \in \mathfrak{H}$ или, соответственно, $K/R_{\omega}(K) = K/R \cong T \in \mathfrak{H}$. Поскольку $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'} \subseteq \mathfrak{H}$, то $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{H}$ и поэтому $H \in \mathfrak{H}$. Противоречие. Следовательно, K – монолитическая группа с цоколем R таким, что $\pi(Com(R)) \cap \omega = \varnothing$. Тогда $R_{\omega}(K) = 1$ и $p \in \pi(Com(\mathfrak{H})) \cap \omega$. Отсюда получаем, что $H \in \mathrm{form}((\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'}) \cup \{K\}) \setminus \mathfrak{H}$. Поскольку $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'} \subseteq \mathfrak{H}$ и $K^{\mathfrak{H}} \not\subseteq \Phi(K)$, то у каждой группы D из $(\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}_{\omega'}) \cup \{K\}$ ее $\mathfrak{H}$-корадикал $D^{\mathfrak{H}}$ не имеет фраттиниевых D-главных факторов. Теперь согласно лемме 1.2.29 [2] H является гомоморфным образом группы K. Но $K/R \in \mathfrak{H}$. Значит, $H \cong K$. Таким образом, H удовлетворяет условию 3.1) теоремы.

Рассмотрим теперь случай, когда $f_1(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T$, т.е. выполняется условие (5) или (8). Тогда $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ – $(\mathfrak{N}_p c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. Пусть H – группа минимального порядка из $f_2(p) \setminus \mathfrak{N}_p c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T$. Тогда H – монолитическая группа с цоколем $Q = H^{\mathfrak{N}_p c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T}$ и $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$. Поскольку $H \in \mathfrak{F}_1$, то $c_n^{\omega}\mathrm{form}H \subseteq \mathfrak{F}_1 = \mathfrak{M} \vee_n^{\omega} \mathfrak{K} \subseteq \quad \subseteq \mathfrak{N} \vee_n^{\omega} \mathfrak{N}_r\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{N}_r\mathfrak{N}$. Значит, $H \in \mathfrak{N}_r\mathfrak{N}$. Если H – ненильпотентная группа, то, ввиду ее монолитичности, получаем, что Q – r-группа. Но в рассматриваемом случае $p = r$. Значит, Q – p-группа. Кроме того, $H/Q \in \mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t$. Отсюда следует, что $H \in \mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t$. Противоречие. Поэтому H – нильпотентная группа. Тогда $|Q| = q$ и H – q-группа, для некоторого $q \neq p$. Аналогично вышесказанному получаем, что $\mathfrak{F}_2 = c_n^{\omega}\mathrm{form}F$, где $F = [V]H$, V – точный неприводимый F_pH-модуль, F_p – поле из p элементов. Так как $c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = f_1(p) \subseteq f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$, то $t = q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Если $t \in \omega$, то $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) = \{p, q\} \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H})) \cap \omega$ и по лемме 2 формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-приводима. Противоречие. Значит, $t \notin \omega$. Тогда, ввиду примера 1 [3] и замечания 3 [3], $f_1(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = \mathrm{form}T$ и $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H = \mathrm{form}H$.

Пусть M – максимальная подгруппа группы H. Если $M = 1$, то $H = Q$ и по теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 1. Противоречие. Значит, $M \neq 1$. Тогда согласно лемме 8.12 [1] $\mathrm{form}M$ – максимальная подформация в $\mathrm{form}H$. Значит, $\mathrm{form}M \subseteq \mathfrak{N}_p\mathrm{form}T$. Но M – q-группа и $q \neq p$. Значит, $\mathrm{form}M \subseteq \mathrm{form}T$. Таким образом, $\mathrm{form}H$ – $\mathrm{form}T$-критическая формация. Поскольку $M \in \mathrm{form}T$, то M – элементарная абелева q-группа. Теперь ввиду монолитичности группы H получаем, что $|M| = q$. Если группа H – абелева группа, то она циклична. Следовательно, H – группа порядка q^2, т.е. H удовлетворяет условию 3.2) теоремы. Пусть теперь H – неабелева группа. Тогда в $\mathrm{form}H$ содержится минимальная неабелева подформация $\mathfrak{K}_1$. Если $\mathfrak{K}_1 \subset \mathrm{form}H$, то $\mathfrak{K}_1 \subseteq \mathrm{form}T \subseteq \mathfrak{A}$. Противоречие. Значит, $\mathfrak{K}_1 = \mathrm{form}H$. Теперь согласно лемме 18.13 [1], учитывая, что $H \in \mathfrak{H}$, получаем, что H либо группа кватернионов порядка 8, либо неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q. Если H – группа кватернионов порядка 8, то регулярное сплетение $F = Z_p \wr Z_4$, где Z_p и Z_4 – соответственно циклические группы порядков p и 4, принадлежит $\mathfrak{F}_2 \setminus \mathfrak{F}_1$ и $c_n^{\omega}\mathrm{form}F \neq \mathfrak{F}_2$. Но всякая собственная c_n^{ω}-подформация из $\mathfrak{F}_2$ входит в $\mathfrak{F}_1$. Значит, $c_n^{\omega}\mathrm{form}F = \mathfrak{F}_2$. Противоречие. Следовательно, рассматриваемый случай невозможен. Таким образом, H – неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q, т.е. H удовлетворяет условию 3.3) теоремы.

<u>Достаточность</u>. Пусть $\mathfrak{H}$ – формация из условия теоремы, $\mathfrak{F}_2 = c_n^{\omega}\mathrm{form}G$, где G – группа из условия теоремы и f_2 – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник формации $\mathfrak{F}_2$.

Пусть группа G удовлетворяет условию 1) и $\mathfrak{F}_1 = (\mathfrak{F}_2 \cap \mathfrak{H}) \vee_n^{\omega} c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$. Поскольку группа G – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-базисная, то единственная максимальная c_{n-1}^{ω}-подформация $\mathfrak{M}_1$ формации $c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}G$ содержится в $\mathfrak{F}_1$. Так как $P = G^{\mathfrak{F}_1}$, то $G \notin \mathfrak{F}_1$. Значит, $f_2(\omega') = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}G$ – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. Следовательно, по теореме 1 [6] формация $\mathfrak{F}_2$ – $(\mathfrak{F}_1)_n^{\omega}$-критическая. Понятно, что $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$. Так как $G \notin \mathfrak{F}_1$, то $\mathfrak{F}_1 \subset \mathfrak{F}_2$. Значит, формация $\mathfrak{F}_2$ – c_n^{ω}-неприводима. Поскольку по условию $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $c_{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ равен 1, то из лемм 2 и 3 [4] заключаем, что $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_1$ равен 1. Следовательно, $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Пусть G удовлетворяет условию 2). Предположим, что $q \in \omega$. Тогда из леммы 11 [3] имеем $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H = \mathfrak{N}_q$, $f_2(q) = f_2(\omega') = (1)$ и $f_2(r) = \varnothing$ для всех $r \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Покажем, что $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{N}_p \vee_n^{\omega} \mathfrak{N}_q$ – единственная максимальная c_n^{ω}-подформация в $\mathfrak{F}_2$. Пусть m_1 – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник формации $\mathfrak{M}_1$. Тогда из лемм 11 [3] и 11 [9] получаем, что $m_1(a) = (1)$ для всех $a \in \{p, q, \omega'\}$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \{p, q\}$. Пусть $\mathfrak{H}_1$ – произвольная собственная c_n^{ω}-подформация в $\mathfrak{F}_2$ и h_1 – ее минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник. Тогда найдется такое $b \in \omega \cup \{\omega'\}$, что $h_1(b) \subset f_2(b)$. Заметим, что $f_2(a) = m_1(a)$ для всех $a \neq p$. Это означает, что $h_1(p) \subset f_2(p)$. Тогда $h_1(p) \subseteq (1) = m_1(p)$ и $h_1(a) \subseteq f_2(a) = m_1(a)$ для всех $a \neq p$. Поэтому, согласно лемме 6 [3], $\mathfrak{H}_1 \subseteq \mathfrak{M}_1$. Таким образом, формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-не-приводима. По теореме 1 [4] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{M}_1$ равен 1. Значит, $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Предположим теперь, что $q \notin \omega$. Тогда по лемме 20 [4] формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-неприводима и ее единственная максимальная c_n^{ω}-подформация $\mathfrak{M}_1$ имеет такой ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-знач-ный спутник m_1, что $m_1(p) = (1)$, $m_1(\omega') = \mathrm{form}H$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Пусть $\mathfrak{M}_2 = \mathfrak{N}_p \vee_n^{\omega} c_n^{\omega}\mathrm{form}H$ и m_2 – ее минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник. Тогда из лемм 11 [3], 11 [7] и 11 [9] получаем, что $\mathfrak{M}_2 = CF_{\omega}(m_2) = CF_{\omega}(m_1) = \mathfrak{M}_1$. Но по теореме 1 [4] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{M}_2$ равен 1. Значит, $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Пусть теперь группа G удовлетворяет условию 3). Если для группы H выполняется условие 3.1) теоремы, то по лемме 20 [4] формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-неприводима и ее единственная максимальная c_n^{ω}-подформация $\mathfrak{M}_1$ имеет такой ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник m_1, что $m_1(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(H/Q)$, $m_1(\omega') = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Если m – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник формации $\mathfrak{M}_1$, то ввиду леммы 11 [3] и примера 1 [3] получаем, что $m_1(p) = (1)$, $m_1(\omega') = \mathrm{form}H$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Пусть $\mathfrak{M}_2 = c_n^{\omega}\mathrm{form}H$. Тогда, как нетрудно заметить, $\mathfrak{M}_2 = CF_{\omega}(m) = \mathfrak{M}_1$. Но по теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{M}_2$ равен 1. Значит, $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Пусть теперь для группы H выполняется условие 3.2) или 3.3) теоремы. Тогда из леммы 11 [3] и примера 1 [3] получаем, что $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H = \mathrm{form}H$, $f_2(\omega') = \mathrm{form}H$ и $f_2(r) = \varnothing$ для всех $r \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Рассмотрим группу $F = [V]T$, где V – точный неприводимый F_pT-модуль и T – группа простого порядка q. Пусть $\mathfrak{M}_1 = c_n^{\omega}\mathrm{form}F$. По теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{M}_1$ равен 1. Покажем, что каждая собственная c_n^{ω}-подформация $\mathfrak{H}_1$ из $\mathfrak{F}_2$ содержится в $\mathfrak{M}_1$. Пусть m_1 и h_1 – минимальные ω-композиционные c_{n-1}^{ω}-значные спутники формаций $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{H}_1$ соответственно. Ввиду примера 1 [3], $c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = \mathrm{form}T$. Пусть H – циклическая примарная группа порядка q^2. Если M – максимальная подгруппа группы H, то $|M| = q$ и, значит, в силу леммы 8.12 [1], $\mathrm{form}T$ – единственная максимальная подформация формации $\mathrm{form}H$. Если же H – неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q, то ввиду леммы 18.13 [1] получаем, что $\mathrm{form}T$ – единственная максимальная подформация в $\mathrm{form}H$. Таким образом,

$m_1(p) = m_1(\omega') = c^{\omega}_{n-1}\mathrm{form}T = \mathrm{form}T$ – единственная максимальная подформация в $f_2(p) = f_2(\omega') = \mathrm{form}H$. Отсюда следует, что $h_1(a) \subseteq m_1(a)$, где $a \in \{p, \omega'\}$. Кроме того, очевидно, что $h_1(a) = \varnothing \subseteq m_1(a)$ для всех $a \in \omega \setminus \{p\}$. Итак, согласно лемме 6 [3], $\mathfrak{H}_1 \subseteq \mathfrak{M}_1$. Следовательно, $\mathfrak{M}_1$ – единственная максимальная c^{ω}_n-подформа-ция в $\mathfrak{F}_2$. Таким образом, формация $\mathfrak{F}_2$ c^{ω}_n-непри-водима и ее $\mathfrak{H}^{\omega}_n$-дефект равен 2. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 253 с.
2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
3. Шеметков, Л.А. Кратно $\mathcal{L}$-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский математический журнал. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
4. Жизневский, П.А. О $c^{\tau}_{\omega_n}$-приводимых формациях $\mathfrak{H}^{\tau}_{\omega_n}$-дефекта ≤ 2 / П.А. Жизневский // Вестн. Гродненск. государств. ун-та им. Я. Купалы. Серия 2. – 2011. – № 3(118). – С. 6–10.
5. Жизневский, П.А. О c_{ω}-неприводимых формациях $\mathcal{H}_{\omega}$-дефекта 2 / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Известия Гомельск. государств. ун-та им. Ф. Скорины. – 2011. – № 4(67). – С. 49–54.
6. Близнец, И.В. О $\mathfrak{H}_{\Theta^{\mathfrak{L}}}$-критических формациях / И.В. Близнец // Известия Гомельск. государств. ун-та им. Ф. Скорины. – 1999. – № 1(15). – С. 140–144.
7. Жизневский, П.А. О модулярности и индуктивности решетки всех τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций конечных групп / П.А. Жизневский // Известия Гомельск. государств. ун-та им. Ф. Скорины. – 2010. – № 1(58). – С. 185–191.
8. Жизневский, П.А. О критических частично композиционных формациях / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2010. – № 3. – С. 44–49.
9. Жизневский, П.А. Формации групп с максимальной $\mathfrak{L}$-композиционной нильпотентной подформацией / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Вестн. Полоцк. государств. ун-та. Серия С, Фундаментальные науки. – 2007. – № 9. – С. 30–36.
10. Скиба, А.Н. О минимальном композиционном экране композиционной формации / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Вопросы алгебры. – 1992. – Вып. 7. – С. 39–43.

Поступила в редакцию 06.07.2011. Принята в печать 30.08.2011
Адрес для корреспонденции: 246019, г. Гомель, ул. Советская, д. 104, УО «ГГУ им. Ф. Скорины»,
e-mail: pzhiznevsky@yahoo.com – Жизневский П.А.