УДК 512.542

О c_n^{ω}-неприводимых формациях H_n^{ω}-дефекта 2

П.А. Жизневский*, В.Г. Сафонов**
**Учреждение образования «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»*
***Министерство образования Республики Беларусь*

Пусть F и H – n-кратно ω-композиционные формации и $\mathsf{F} \not\subseteq \mathsf{H}$. Тогда длину решетки n-кратно ω-композиционных формаций, заключенных между $\mathsf{F} \cap \mathsf{H}$ и F, называют H_n^{ω}-дефектом формации F. В работе получено описание неприводимых n-кратно ω-композиционных формаций H_n^{ω}-дефекта 2, где H – непустая нильпотентная насыщенная формация.

Ключевые слова: *конечная группа, формация, n-кратно ω-композиционная формация, дефект формации, неприводимая формация.*

On c_n^{ω}-irreducible formations with H_n^{ω}-defect 2

P.A. Zhiznevsky*, V.G. Safonov**
** Educational establishment «Gomel State Francisk Skorina University»*
***The Ministry of Education of the Republic of Belarus*

Let F and H be n-multiply ω-composition formations such that $\mathsf{F} \not\subseteq \mathsf{H}$, then $\mathsf{F}/_n^{\omega}\mathsf{F} \cap \mathsf{H}$ is the lattice of all n-multiply ω-composition subformations laying between F and $\mathsf{F} \cap \mathsf{H}$. The length of the lattice $\mathsf{F}/_n^{\omega}\mathsf{F} \cap \mathsf{H}$ is called H_n^{ω}-defect of the formation F. In this paper we describe irreducible n-multiply ω-composition formations with H_n^{ω}-defect 2, where H is a nonempty nilpotent saturated formation.

Key words: *finite group, formation, n-multiply ω-composition formation, defect of formation, irreducible formation.*

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Необходимые определения и обозначения можно найти в [1–3]. Напомним, что если F и H – n-кратно ω-композиционные формации и $\mathsf{F} \not\subseteq \mathsf{H}$, то длину решетки n-кратно ω-композиционных формаций, заключенных между $\mathsf{F} \cap \mathsf{H}$ и F, называют H_n^{ω}-дефектом формации F. Если $\mathsf{H} = \mathsf{N}$ – формация всех нильпотентных групп, то H_n^{ω}-дефект формации называют ее нильпотентным c_n^{ω}-дефектом. Задача изучения и классификации n-кратно ω-композиционных формаций нильпотентного дефекта ≤ 2 поставлена в работе [3] (проблема 6). Частичное ее решение опубликовано в работах [4–5]. В данной статье получено описание неприводимых n-кратно ω-композиционных формаций с H_n^{ω}-дефектом 2, где $n \geq 2$ и H – непустая нильпотентная насыщенная формация, что завершает решение вышеуказанной задачи.

Непустую формацию F называют неприводимой n-кратно ω-композиционной формацией (или, иначе, c_n^{ω}-неприводимой формацией), если $\mathsf{M} = \vee_n^{\omega}(\mathsf{X}_i \mid i \in I) \subset \mathsf{F}$, где $\{\mathsf{X}_i \mid i \in I\}$ – набор всех собственных n-кратно ω-композиционных подформаций из F. В противном случае формацию F называют приводимой n-кратно ω-композиционной формацией (или, иначе, c_n^{ω}-приводимой формацией).

В дальнейшем, для краткости, вместо «*n*-кратно ω-композиционная формация» будем писать «c_n^{ω}-формация».

Лемма 1. *Пусть F_2 – c_n^{ω}-неприводимая формация H_n^{ω}-дефекта 2 и F_1 – ее единственная максимальная c_n^{ω}-подформация H_n^{ω}-дефекта 1 ($n \geq 1$). Тогда $\pi(Com((\mathsf{F}_2)) \cap \omega = \pi(Com(\mathsf{F}_1)) \cap \omega$.*

Доказательство. Пусть $\pi_i = \pi(Com(\mathsf{F}_i)) \cap \omega$, где $i = 1,2$. Включение $\pi_1 \subseteq \pi_2$ очевидно. Установим справедливость обратного включения. Предположим, что $\pi_2 \not\subseteq \pi_1$ и пусть $p \in \pi_2 \setminus \pi_1$. Тогда ввиду замечания 1 и леммы 11 работы [3] получаем, что $\mathsf{N}_p \not\subseteq \mathsf{F}_1$. Теперь поскольку F_1 – максимальная c_n^{ω}-подформация в F_2, то $\mathsf{F}_2 = \mathsf{F}_1 \vee_n^{\omega} \mathsf{N}_p$, что противоречит c_n^{ω}-неприводимости формации F_2. Поэтому $\pi_2 \subseteq \pi_1$. Таким образом, $\pi_2 = \pi_1$. Лемма доказана.

Лемма 2. *Пусть* $\mathfrak{H}$ *– непустая нильпотентная насыщенная формация,* $\mathfrak{F}$ *– разрешимая* c_n^ω*-формация* $\mathfrak{H}_n^\omega$*-дефекта 2 (*$n \geq 2$*). Тогда если* $\pi(Com((\mathfrak{F})) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H})) \cap \omega$*, то формация* $\mathfrak{F}_2$ *–* c_n^ω*-приводима.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $\mathfrak{H}$ – формация из условия леммы, $\mathfrak{F}_2$ – разрешимая c_n^ω-формация $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефекта 2. Предположим, что $\mathfrak{F}_2$ c_n^ω-неприводима. Тогда у нее имеется единственная максимальная c_n^ω-подформация $\mathfrak{F}_1$ $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефекта 1. Пусть f_i – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^ω-значный спутник формации $\mathfrak{F}_i$, $i = 1, 2$. По теореме 1 [3] формация $\mathfrak{F}_2$ имеет канонический ω-композиционный спутник F_2 такой, что $F_2(\omega') = \mathfrak{F}_2$ и $F_2(p) = \mathfrak{N}_p f_2(p)$ для всех $p \in \omega$. Из c_n^ω-неприводимости формации $\mathfrak{F}_2$ следует, что она является $(\mathfrak{F}_1)_n^\omega$-критической формацией. В силу теоремы 1 [6], с учетом $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, имеем $\mathfrak{F}_2 = c_n^\omega \mathrm{form} G$, где G – такая монолитическая группа с цоколем $P = G^{\mathfrak{F}_1}$, что $P = C_G(P)$ – абелева p-группа, $p \in \omega$, $P \not\subseteq \Phi(G)$ и $f_2(p)$ – $(\mathfrak{N}_p f_1(p))_{n-1}^\omega$-критическая формация.

По теореме 1 [4], $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{M} \vee_n^\omega \mathfrak{K}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{K}$ – $\mathfrak{H}_n^\omega$-критическая формация. Ввиду леммы 11 [7], $f_1 = m \vee_{n-1}^\omega k$, где m и k – минимальные ω-композиционные c_{n-1}^ω-значные спутники формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{K}$ соответственно.

Поскольку $\mathfrak{K} \subseteq \mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$ и по условию формация $\mathfrak{F}_2$ разрешима, то формация $\mathfrak{K}$ также разрешима. Так как $\pi(Com(\mathfrak{K})) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, то, по теореме 1 [8], $\mathfrak{K} = c_n^\omega \mathrm{form} K$, где K – такая монолитическая группа с нефраттиниевым цоколем $R = K^{\mathfrak{H}}$, что $\pi(Com(R)) \cap \omega \neq \varnothing$ и выполняется одно из следующих условий:

1) K – группа простого порядка $r \in \omega \setminus \pi(Com(\mathfrak{H}))$;

2) $K = [R]T$, где $R = C_K(R)$ – абелева r-группа, $r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и $|T| = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, r и t – различные простые числа.

Согласно лемме 1, $\pi(Com(\mathfrak{F}_1)) \cap \omega = \pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \cap \omega$. Но по условию леммы $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) = \pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \cap \omega \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H})) \cap \omega$.

Значит, $\pi(Com(\mathfrak{F}_1)) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Поэтому случай 1) невозможен.

Используя леммы 11 [3], 11 [7], 11 [9], найдем возможные значения спутника f_1 на простом числе p:

(1) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{M})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{K}))$, то $f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^\omega \varnothing = (1)$;

(2) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то
$f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^\omega c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(K/C^p(K)) = \varnothing \vee_{n-1}^\omega (1) = (1)$;

(3) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \cap \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то
$f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^\omega c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(K/C^p(K)) = (1) \vee_{n-1}^\omega (1) = (1)$;

(4) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^\omega c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(K/C^p(K)) = \\ = \varnothing \vee_{n-1}^\omega c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(K/R) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} T = \mathfrak{N}_t;$$

(5) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \cap \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и $p = r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^\omega c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(K/C^p(K)) = \\ = (1) \vee_{n-1}^\omega c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(K/R) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} T = \mathfrak{N}_t.$$

Таким образом, возможны два случая: либо $f_1(p) = (1)$, либо $f_1(p) = \mathfrak{N}_t$, где $p \neq t$.

Рассмотрим случай, когда $f_1(p) = (1)$, т.е. выполняется одно из условий (1)–(3). Тогда, ввиду леммы 11 [3], $f_2(p) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(G/P)$ – $(\mathfrak{N}_p)_{n-1}^\omega$-критическая формация. Из теоремы 1 [8], учитывая, что $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, получаем $f_2(p) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} H$, где H – группа простого порядка $q \in \omega \setminus \{p\}$. Так как $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Тогда $G = [P]H$ и по теореме 1 [8] формация $\mathfrak{F}_2$ имеет $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект 1. Противоречие. Значит, рассматриваемый случай невозможен.

Пусть теперь $f_1(p) = \mathfrak{N}_t$, т.е. выполняется условие (4) или (5). Тогда $f_2(p) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(G/P)$ – $(\mathfrak{N}_p \mathfrak{N}_t)_{n-1}^\omega$-критическая. Поскольку $\mathfrak{N}_p \mathfrak{N}_t$ – насыщенная формация, то, ввиду условия $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \subseteq \omega$, по теореме 1 [8] получаем $f_2(p) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} H$, где H – монолитическая группа с цоколем $Q = H^{\mathfrak{N}_p \mathfrak{N}_t} \not\subseteq \Phi(H)$, что $\pi(Com(Q)) \cap \omega \neq \varnothing$ и для H выполняется одно из следующих условий:

(*) H – группа простого порядка $q \in \omega \setminus \{p, t\}$;

(**) $H = [Q]N$, где $Q = C_H(Q)$ – абелева

q-группа, $q \in \omega \cap \{p,t\}$ и $|N| = l \in \omega$, q и l – различные простые числа.

Пусть выполняется условие (*). Поскольку $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$, то, по лемме 6 [3], $\mathfrak{N}_t = f_1(p) \subseteq f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H = \mathfrak{N}_q$, т.е. $q = t$. Полученное противоречие показывает, что данный случай невозможен.

Пусть теперь выполняется условие (**). Предположим, что $q = p = r$ и $l = t$. Тогда $Q \in \mathfrak{N}_p$. Поскольку $H/Q \in \mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t$, то $H \in \mathfrak{N}_p\mathfrak{N}_t$. Противоречие. Значит, $q = t$ и $l = p = r$. Так как $H \in \mathfrak{F}_1$, то $N \cong H/Q = H/C^q(H) \in f_1(q) = (1)$. Снова получаем противоречие. Таким образом, формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-приводима. Лемма доказана.

Формационно критическую группу G будем называть $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-базисной, если у формации $c_n^{\omega}\mathrm{form}G$ имеется лишь единственная максимальная c_n^{ω}-подформация, которая содержится в $\mathfrak{H}$.

Теорема 1. *Пусть* $\mathfrak{H}$ *– непустая нильпотентная насыщенная формация. Тогда и только тогда* c_n^{ω}*-неприводимая формация* $\mathfrak{F}$ *имеет* $\mathfrak{H}_n^{\omega}$*-дефект 2 (*$n \geq 2$*), когда* $\mathfrak{F} = c_n^{\omega}\mathrm{form}G$*, где* G *– такая монолитическая группа с цоколем* P*, что выполняется одно из следующих условий:*

1) $\pi(Com(P)) \cap \omega = \varnothing$, $P = G^{\mathfrak{M}}$*, группа* G *является* $\mathfrak{M}_{n-1}^{\omega}$*-базисной, где* $\mathfrak{M} = (\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}) \vee_n^{\omega} \times c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$*, а формация* $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ *имеет* $\mathfrak{H}_n^{\omega}$*-дефект 1;*

2) $G = [P]H$*, где* P *– абелева* p*-группа,* $p \in \omega \setminus \pi(Com(\mathfrak{H}))$*,* $P \not\subseteq \Phi(G)$ *и* H *– группа простого порядка* q*, где* $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$*;*

3) $G = [P]H$*, где* P *– абелева* p*-группа,* $p \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$*,* $P \not\subseteq \Phi(G)$*, а* H *– группа, удовлетворяющая одному из следующих условий:*

3.1) монолитическая группа с цоколем $Q = H^{\mathfrak{H}}$ *таким, что* $\pi(Com(Q)) \cap \omega = \varnothing$ *и* $H/Q \in \mathfrak{N}_p$*;*

3.2) циклическая примарная группа порядка q^2*, где* $q \notin \omega$*,* $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$ *и* $q \neq p$*;*

3.3) неабелева группа порядка q^3 *простой нечетной экспоненты* q*, где* $q \notin \omega$*,* $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$ *и* $q \neq p$*.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Необходимость. Пусть $\mathfrak{H}$ – формация из условия теоремы, $\mathfrak{F}_2$ – c_n^{ω}-неприводимая формация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 2, $\mathfrak{F}_1$ – ее максимальная c_n^{ω}-подформация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 1 и f_i – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник формации $\mathfrak{F}_i$, $i = 1, 2$. По теореме 1 [3] формация $\mathfrak{F}_2$ имеет канонический ω-композиционный спутник F_2 такой, что $F_2(\omega') = \mathfrak{F}_2$ и $F_2(p) = \mathfrak{N}_p f_2(p)$ для всех $p \in \omega$. Из c_n^{ω}-неприводимости формации $\mathfrak{F}_2$ следует, что она является $(\mathfrak{F}_1)_n^{\omega}$-критической формацией. Согласно теореме 1 [6] $\mathfrak{F}_2 = c_n^{\omega}\mathrm{form}G$, где G – такая монолитическая группа с цоколем $P = G^{\mathfrak{F}_1}$, что либо $\pi = \pi(Com(P)) \cap \omega = \varnothing$ и $f_2(\omega')$ – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация, либо $\pi \neq \varnothing$, $P = C_G(P)$ – абелева p-группа, $p \in \omega$, $P \not\subseteq \Phi(G)$ и $f_2(p)$ – $(\mathfrak{N}_p f_1(p))_{n-1}^{\omega}$-критическая формация.

По теореме 1 [4], $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{M} \vee_n^{\omega} \mathfrak{K}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{K}$ – $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-критическая формация. Ввиду леммы 11 [7], $f_1 = m \vee_{n-1}^{\omega} k$, где m и k – минимальные ω-композиционные c_{n-1}^{ω}-значные спутники формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{K}$ соответственно.

Согласно теореме 1 [8], $\mathfrak{K} = c_n^{\omega}\mathrm{form}K$, где K – такая монолитическая группа с нефраттиниевым цоколем $R = K^{\mathfrak{H}}$, что либо $\pi(Com(R)) \cap \omega = \varnothing$, либо $\pi(Com(R)) \cap \omega \neq \varnothing$ и выполняется одно из следующих условий:

а) K – группа простого порядка $r \in \omega \setminus \pi(Com(\mathfrak{H}))$;

б) $K = [R]T$, где $R = C_K(R)$ – абелева r-группа, $r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, $|T| = t$, r и t – различные простые числа.

Предположим, что $\pi = \varnothing$ и $f_2(\omega')$ – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. По лемме 11 [3], $f_2(\omega') = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}G$. Тогда G является $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^{\omega}$-базисной группой. Поскольку $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P) \subseteq \mathfrak{F}_1$, то в силу леммы 2 [4] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект d формации $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ не превосходит 1. Если $d = 0$, то $G/P \in \mathfrak{H}$. Но $G \notin \mathfrak{H}$. Поэтому $P = G^{\mathfrak{H}}$ и по теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 1. Противоречие. Следовательно, $d = 1$ и $c_n^{\omega}\mathrm{form}(G/P) \not\subseteq \mathfrak{F}_2 \cap \mathfrak{H}$. Поскольку $\mathfrak{F}_2$ – c_n^{ω}-неприводимая формация и $\mathfrak{F}_1$ – формация $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефекта 1, то $\mathfrak{F}_2 \cap \mathfrak{H} = \mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{H}$ – максимальная c_n^{ω}-подформация в $\mathfrak{F}_1$. Поэтому

$\mathfrak{F}_1 = (\mathfrak{F}_2 \cap \mathfrak{H}) \vee_n^{\omega} c_n^{\omega}\text{form}(G/P)$. Таким образом, группа G удовлетворяет условию 1) теоремы.

Предположим теперь, что $\pi \neq \varnothing$, $P = C_G(P)$ – абелева p-группа, $p \in \omega$, $P \not\subseteq \Phi(G)$ и $f_2(p)$ – $(\mathfrak{N}_p f_1(p))_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. По лемме 1, $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) \cap \omega = \pi(Com(\mathfrak{F}_1)) \cap \omega$. Значит, $p \in \pi(Com(\mathfrak{F}_1)) \cap \omega$. Используя леммы 11 [3], 11 [7] и 11 [9], рассмотрим возможные значения спутника f_1 на простом числе p:

(1) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{M})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{K}))$, то $f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} \varnothing = (1)$;

(2) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и для K выполняется условие $\pi(Com(R)) \cap \omega = \varnothing$, то $f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/C^p(K)) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} (1) = (1)$;

(3) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и K удовлетворяет условию а). Тогда $\mathfrak{K} = \mathfrak{N}_p$, где $p \notin \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и поэтому $f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} (1) = (1)$;

(4) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p \neq r$, то $p = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и

$f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/C^p(K)) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} (1) = (1)$;

(5) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p = r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p) = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/C^p(K)) = \\ = \varnothing \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/R) = c_{n-1}^{\omega}\text{form}T;$$

(6) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K}) \cap \pi(Com(\mathfrak{M}))$ и для K выполняется условие $\pi(Com(R)) \cap \omega = \varnothing$, то $f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/C^p(K)) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} (1) = (1)$;

(7) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K}) \cap \pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p \neq r$, то $p = t \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и

$f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/C^p(K)) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} (1) = (1)$;

(8) если $p \in \pi(Com(\mathfrak{K}) \cap \pi(Com(\mathfrak{M}))$, K удовлетворяет условию б) и $p = r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то

$$f_1(p) = (1) \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/C^p(K)) = \\ = (1) \vee_{n-1}^{\omega} c_{n-1}^{\omega}\text{form}(K/R) = c_{n-1}^{\omega}\text{form}T.$$

Итак, возможны два случая: либо $f_1(p) = (1)$, либо $f_1(p) = c_{n-1}^{\omega}\text{form}T$, где $|T| = t$ – простое число, $t \neq p$.

Рассмотрим случай, когда $f_1(p) = (1)$, т.е. выполняется одно из условий (1)–(4), (6) или (7). Тогда, ввиду леммы 11 [3], $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\text{form}(G/P)$ – $(\mathfrak{N}_p)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. По теореме 1 [8], $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\text{form}(G/P) = c_{n-1}^{\omega}\text{form}H$, где H – монолитическая группа с цоколем $Q = H^{\mathfrak{N}_p} \not\subseteq \Phi(H)$, что либо $\pi(Com(Q)) \cap \omega = \varnothing$, либо $\pi(Com(Q)) \cap \omega \neq \varnothing$ и H – группа простого порядка $q \in \omega \setminus \{p\}$.

Пусть H – группа простого порядка $q \in \omega \setminus \{p\}$. Так как $O_p(H) = 1$, то по лемме 18.8 [1] существует точный неприводимый F_pH-модуль V, где F_p – поле из p элементов. Положим $F = [V]H$. Поскольку $F/O_p(V) = F/V \cong \cong H \in f_2(p)$ и спутник f_2 – внутренний, то, по лемме 4 [3], $F \in \mathfrak{F}_2$. Значит, $c_n^{\omega}\text{form}F \subseteq \mathfrak{F}_2$. Если $c_n^{\omega}\text{form}F \subset \mathfrak{F}_2$, то $c_n^{\omega}\text{form}F \subseteq \mathfrak{F}_1$ и по лемме 2 [10] получаем $H \cong F/V = F/C^p(F) \in f_1(p) = (1)$. Противоречие. Следовательно, $\mathfrak{F}_2 = c_n^{\omega}\text{form}F$. Предположим, что $q \notin \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Так как $H \in \mathfrak{F}_1$, то $q \in \pi(Com(\mathfrak{F}_1))$. Тогда $q \in \pi(Com(\mathfrak{K})) \setminus \pi(Com(\mathfrak{M}))$, т.е. выполняется одно из условий (2), (3) или (4). Если выполняется условие (2), то $q \in \pi(Com(K/R))$. Но $K/R \in \mathfrak{H}$. Значит, $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Противоречие. Значит, такой случай невозможен. Так как $q \neq p$, то невозможен также случай, когда выполняется (3). Если же выполняется условие (4), то $q = r \in \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Вновь полученное противоречие показывает, что $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Теперь, если $p \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то $\pi(Com(\mathfrak{F}_2)) = \{p, q\} \subseteq \omega \cap \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и по лемме 2 получаем, что формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^{ω}-приводима. Противоречие. Следовательно, $p \notin \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и группа F удовлетворяет условию 2) теоремы.

Пусть теперь $\pi(Com(Q)) \cap \omega = \varnothing$. Так как $O_p(H) = 1$, то по лемме 18.8 [1] существует точный неприводимый F_pH-модуль V, где F_p – поле из p элементов. Положим $F = [V]H$. Поскольку $F/O_p(V) = F/V \cong H \in f_2(p)$, то, согласно лемме 4 [3], $F \in \mathfrak{F}_2$. Значит, $c_n^{\omega}\text{form}F \subseteq \mathfrak{F}_2$. Если $c_n^{\omega}\text{form}F \subset \mathfrak{F}_2$, то $c_n^{\omega}\text{form}F \subseteq \mathfrak{F}_1$. Но ввиду леммы 2 [10] получаем $H \cong F/V = F/C^p(F) \in f_1(p) = (1)$. Противоречие. Следовательно, $\mathfrak{F}_2 = c_n^{\omega}\text{form}F$. Предположим, что $H \in \mathfrak{H}$. Тогда $H = Q$ – группа простого порядка $q \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$. Если $p \in \pi(Com(\mathfrak{H}))$, то по теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^{\omega}$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 1. Противоречие. Значит, $p \notin \pi(Com(\mathfrak{H}))$ и группа F удовлетворяет условию 2) теоремы. Предположим теперь, что $H \notin \mathsf{H}$. Поскольку $H \in \mathsf{F}_1$, то, используя леммы 11 [3], 11 [7], 11 [9], получаем

$$H \cong H/R_\omega(H) \in f_1(\omega') = (\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'}) \vee_{n-1}^{\omega} k(\omega') =$$
$$= c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}((\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'}) \cup c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(K/R_\omega(K))) =$$
$$= c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}((\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'}) \cup \{K/R_\omega(K)\}) \subseteq$$
$$\subseteq \mathsf{N}_{\omega}^{n-1}\mathrm{form}((\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'}) \cup \{K/R_\omega(K)\}),$$

где $\mathsf{N}_{\omega}^{n-1}$ – произведение n – 1 копии формации N_{ω}. Положим $\mathsf{X} = \mathrm{form}((\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'}) \cup \{K/R_\omega(K)\})$. Тогда $H^{\mathsf{X}} \in \mathsf{N}_{\omega}^{n-1}$. Если $H^{\mathsf{X}} \neq 1$, то $Q \subseteq H^{\mathsf{X}}$. Поэтому Q – ω-группа. Противоречие. Значит, $H^{\mathsf{X}} = 1$, т.е. $H \in \mathsf{X}$. Если для K выполняется условие а) или б), то $K/R_\omega(K) \cong 1 \in \mathsf{H}$ или, соответственно, $K/R_\omega(K) = K/R \cong T \in \mathsf{H}$. Поскольку $\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'} \subseteq \mathsf{H}$, то $\mathsf{X} \subseteq \mathsf{H}$ и поэтому $H \in \mathsf{H}$. Противоречие. Следовательно, K – монолитическая группа с цоколем R таким, что $\pi(Com(R)) \cap \omega = \varnothing$. Тогда $R_\omega(K) = 1$ и $p \in \pi(Com(\mathsf{H})) \cap \omega$. Отсюда получаем, что $H \in \mathrm{form}((\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'}) \cup \{K\}) \setminus \mathsf{H}$. Поскольку $\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'} \subseteq \mathsf{H}$ и $K^{\mathsf{H}} \not\subseteq \Phi(K)$, то у каждой группы D из $(\mathsf{M} \cap \mathsf{N}_{\omega'}) \cup \{K\}$ ее H-корадикал D^{H} не имеет фраттиниевых D-главных факторов. Теперь согласно лемме 1.2.29 [2] H является гомоморфным образом группы K. Но $K/R \in \mathsf{H}$. Значит, $H \cong K$. Таким образом, H удовлетворяет условию 3.1) теоремы.

Рассмотрим теперь случай, когда $f_1(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T$, т.е. выполняется условие (5) или (8). Тогда $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P)$ – $(\mathsf{N}_p c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T)_{n-1}^{\omega}$-критическая формация. Пусть H – группа минимального порядка из $f_2(p) \setminus \mathsf{N}_p c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T$. Тогда H – монолитическая группа с цоколем $Q = H^{\mathsf{N}_p c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T}$ и $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$. Поскольку $H \in \mathsf{F}_1$, то $c_n^{\omega}\mathrm{form}H \subseteq \mathsf{F}_1 = \mathsf{M} \vee_n^{\omega} \mathsf{K} \subseteq \quad \subseteq \mathsf{N} \vee_n^{\omega} \mathsf{N}_r\mathsf{N} \subseteq \mathsf{N}_r\mathsf{N}$. Значит, $H \in \mathsf{N}_r\mathsf{N}$. Если H – ненильпотентная группа, то, ввиду ее монолитичности, получаем, что Q – r-группа. Но в рассматриваемом случае $p = r$. Значит, Q – p-группа. Кроме того, $H/Q \in \mathsf{N}_p\mathsf{N}_t$. Отсюда следует, что $H \in \mathsf{N}_p\mathsf{N}_t$. Противоречие. Поэтому H – нильпотентная группа. Тогда $|Q| = q$ и H – q-группа, для некоторого $q \neq p$. Аналогично вышесказанному получаем, что $\mathsf{F}_2 = c_n^{\omega}\mathrm{form}F$, где $F = [V]H$, V – точный неприводимый F_pH-модуль, F_p – поле из p элементов. Так как $c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = f_1(p) \subseteq f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H$, то $t = q \in \pi(Com(\mathsf{H}))$. Если $t \in \omega$, то $\pi(Com(\mathsf{F}_2)) = \{p, q\} \subseteq \pi(Com(\mathsf{H})) \cap \omega$ и по лемме 2 формация F_2 c_n^{ω}-приводима. Противоречие. Значит, $t \notin \omega$. Тогда, ввиду примера 1 [3] и замечания 3 [3], $f_1(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = \mathrm{form}T$ и $f_2(p) = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}H = \mathrm{form}H$.

Пусть M – максимальная подгруппа группы H. Если $M = 1$, то $H = Q$ и по теореме 1 [8] H_n^{ω}-дефект формации F_2 равен 1. Противоречие. Значит, $M \neq 1$. Тогда согласно лемме 8.12 [1] $\mathrm{form}M$ – максимальная подформация в $\mathrm{form}H$. Значит, $\mathrm{form}M \subseteq \mathsf{N}_p\mathrm{form}T$. Но M – q-группа и $q \neq p$. Значит, $\mathrm{form}M \subseteq \mathrm{form}T$. Таким образом, $\mathrm{form}H$ – $\mathrm{form}T$-критическая формация. Поскольку $M \in \mathrm{form}T$, то M – элементарная абелева q-группа. Теперь ввиду монолитичности группы H получаем, что $|M| = q$. Если группа H – абелева группа, то она циклична. Следовательно, H – группа порядка q^2, т.е. H удовлетворяет условию 3.2) теоремы. Пусть теперь H – неабелева группа. Тогда в $\mathrm{form}H$ содержится минимальная неабелева подформация K_1. Если $\mathsf{K}_1 \subset \mathrm{form}H$, то $\mathsf{K}_1 \subseteq \mathrm{form}T \subseteq \mathsf{A}$. Противоречие. Значит, $\mathsf{K}_1 = \mathrm{form}H$. Теперь согласно лемме 18.13 [1], учитывая, что $H \in \mathsf{H}$, получаем, что H либо группа кватернионов порядка 8, либо неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q. Если H – группа кватернионов порядка 8, то регулярное сплетение $F = Z_p \wr Z_4$, где Z_p и Z_4 – соответственно циклические группы порядков p и 4, принадлежит $\mathsf{F}_2 \setminus \mathsf{F}_1$ и $c_n^{\omega}\mathrm{form}F \neq \mathsf{F}_2$. Но всякая собственная c_n^{ω}-подформация из F_2 входит в F_1. Значит, $c_n^{\omega}\mathrm{form}F = \mathsf{F}_2$. Противоречие. Следовательно, рассматриваемый случай невозможен. Таким образом, H – неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q, т.е. H удовлетворяет условию 3.3) теоремы.

Достаточность. Пусть H – формация из условия теоремы, $\mathsf{F}_2 = c_n^{\omega}\mathrm{form}G$, где G – группа из условия теоремы и f_2 – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^{ω}-значный спутник формации F_2.

Пусть группа G удовлетворяет условию 1) и $\mathfrak{F}_1 = (\mathfrak{F}_2 \cap \mathfrak{H}) \vee_n^\omega c_n^\omega \mathrm{form}(G/P)$. Поскольку группа G – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^\omega$-базисная, то единственная максимальная c_{n-1}^ω-подформация $\mathfrak{M}_1$ формации $c_{n-1}^\omega \mathrm{form} G$ содержится в $\mathfrak{F}_1$. Так как $P = G^{\mathfrak{F}_1}$, то $G \notin \mathfrak{F}_1$. Значит, $f_2(\omega') = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} G$ – $(\mathfrak{F}_1)_{n-1}^\omega$-критическая формация. Следовательно, по теореме 1 [6] формация $\mathfrak{F}_2$ – $(\mathfrak{F}_1)_n^\omega$-критическая. Понятно, что $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$. Так как $G \notin \mathfrak{F}_1$, то $\mathfrak{F}_1 \subset \mathfrak{F}_2$. Значит, формация $\mathfrak{F}_2$ – c_n^ω-неприводима. Поскольку по условию $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $c_\omega \mathrm{form}(G/P)$ равен 1, то из лемм 2 и 3 [4] заключаем, что $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{F}_1$ равен 1. Следовательно, $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Пусть G удовлетворяет условию 2). Предположим, что $q \in \omega$. Тогда из леммы 11 [3] имеем $f_2(p) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} H = \mathfrak{N}_q$, $f_2(q) = f_2(\omega') = (1)$ и $f_2(r) = \varnothing$ для всех $r \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Покажем, что $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{N}_p \vee_n^\omega \mathfrak{N}_q$ – единственная максимальная c_n^ω-подформация в $\mathfrak{F}_2$. Пусть m_1 – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^ω-значный спутник формации $\mathfrak{M}_1$. Тогда из лемм 11 [3] и 11 [9] получаем, что $m_1(a) = (1)$ для всех $a \in \{p, q, \omega'\}$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \{p, q\}$. Пусть $\mathfrak{H}_1$ – произвольная собственная c_n^ω-подформация в $\mathfrak{F}_2$ и h_1 – ее минимальный ω-композиционный c_{n-1}^ω-значный спутник. Тогда найдется такое $b \in \omega \cup \{\omega'\}$, что $h_1(b) \subset f_2(b)$. Заметим, что $f_2(a) = m_1(a)$ для всех $a \neq p$. Это означает, что $h_1(p) \subset f_2(p)$. Тогда $h_1(p) \subseteq (1) = m_1(p)$ и $h_1(a) \subseteq f_2(a) = m_1(a)$ для всех $a \neq p$. Поэтому, согласно лемме 6 [3], $\mathfrak{H}_1 \subseteq \mathfrak{M}_1$. Таким образом, формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^ω-неприводима. По теореме 1 [4] $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{M}_1$ равен 1. Значит, $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Предположим теперь, что $q \notin \omega$. Тогда по лемме 20 [4] формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^ω-неприводима и ее единственная максимальная c_n^ω-подформация $\mathfrak{M}_1$ имеет такой ω-композиционный c_{n-1}^ω-значный спутник m_1, что $m_1(p) = (1)$, $m_1(\omega') = \mathrm{form} H$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Пусть $\mathfrak{M}_2 = \mathfrak{N}_p \vee_n^\omega c_n^\omega \mathrm{form} H$ и m_2 – ее минимальный ω-композиционный c_{n-1}^ω-значный спутник. Тогда из лемм 11 [3], 11 [7] и 11 [9] получаем, что $\mathfrak{M}_2 = CF_\omega(m_2) = CF_\omega(m_1) = \mathfrak{M}_1$. Но по теореме 1 [4] $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{M}_2$ равен 1. Значит, $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Пусть теперь группа G удовлетворяет условию 3). Если для группы H выполняется условие 3.1) теоремы, то по лемме 20 [4] формация $\mathfrak{F}_2$ c_n^ω-неприводима и ее единственная максимальная c_n^ω-подформация $\mathfrak{M}_1$ имеет такой ω-композиционный c_{n-1}^ω-значный спутник m_1, что $m_1(p) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(H/Q)$, $m_1(\omega') = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} H$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Если m – минимальный ω-композиционный c_{n-1}^ω-значный спутник формации $\mathfrak{M}_1$, то ввиду леммы 11 [3] и примера 1 [3] получаем, что $m_1(p) = (1)$, $m_1(\omega') = \mathrm{form} H$ и $m_1(a) = \varnothing$ для всех $a \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Пусть $\mathfrak{M}_2 = c_n^\omega \mathrm{form} H$. Тогда, как нетрудно заметить, $\mathfrak{M}_2 = CF_\omega(m) = \mathfrak{M}_1$. Но по теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{M}_2$ равен 1. Значит, $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{F}_2$ равен 2.

Пусть теперь для группы H выполняется условие 3.2) или 3.3) теоремы. Тогда из леммы 11 [3] и примера 1 [3] получаем, что $f_2(p) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form}(G/P) = c_{n-1}^\omega \mathrm{form} H = \mathrm{form} H$, $f_2(\omega') = \mathrm{form} H$ и $f_2(r) = \varnothing$ для всех $r \in \omega \setminus \pi(Com(G))$. Рассмотрим группу $F = [V]T$, где V – точный неприводимый F_pT-модуль и T – группа простого порядка q. Пусть $\mathfrak{M}_1 = c_n^\omega \mathrm{form} F$. По теореме 1 [8] $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект формации $\mathfrak{M}_1$ равен 1. Покажем, что каждая собственная c_n^ω-подформация $\mathfrak{H}_1$ из $\mathfrak{F}_2$ содержится в $\mathfrak{M}_1$. Пусть m_1 и h_1 – минимальные ω-композиционные c_{n-1}^ω-значные спутники формаций $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{H}_1$ соответственно. Ввиду примера 1 [3], $c_{n-1}^\omega \mathrm{form} T = \mathrm{form} T$. Пусть H – циклическая примарная группа порядка q^2. Если M – максимальная подгруппа группы H, то $|M| = q$ и, значит, в силу леммы 8.12 [1], $\mathrm{form} T$ – единственная максимальная подформация формации $\mathrm{form} H$. Если же H – неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q, то ввиду леммы 18.13 [1] получаем, что $\mathrm{form} T$ – единственная максимальная подформация в $\mathrm{form} H$. Таким образом,

$m_1(p) = m_1(\omega') = c_{n-1}^{\omega}\mathrm{form}T = \mathrm{form}T$ – единственная максимальная подформация в $f_2(p) = f_2(\omega') = \mathrm{form}H$. Отсюда следует, что $h_1(a) \subseteq m_1(a)$, где $a \in \{p, \omega'\}$. Кроме того, очевидно, что $h_1(a) = \varnothing \subseteq m_1(a)$ для всех $a \in \omega \setminus \{p\}$. Итак, согласно лемме 6 [3], $\mathsf{H}_1 \subseteq \mathsf{M}_1$. Следовательно, M_1 – единственная максимальная c_n^{ω}-подформация в F_2. Таким образом, формация F_2 c_n^{ω}-неприводима и ее H_n^{ω}-дефект равен 2. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 253 с.
2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
3. Шеметков, Л.А. Кратно $\mathfrak{L}$-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский математический журнал. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.

Жизневский, П.А. О $c_{\omega_n}^{\tau}$-приводимых формациях $\mathsf{H}_{\omega_n}^{\tau}$-дефекта ≤ 2 / П.А. Жизневский // Вестн. Гродненск. государств. ун-та им. Я. Купалы. Серия 2. – 2011. – № 3(118). – С. 6–10.

5. Жизневский, П.А. О c_{ω}-неприводимых формациях $\mathfrak{H}_{\omega}$-дефекта 2 / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Известия Гомельск. государств. ун-та им. Ф. Скорины. – 2011. – № 4(67). – С. 49–54.
6. Близнец, И.В. О $\mathsf{H}_{\Theta^{L}}$-критических формациях / И.В. Близнец // Известия Гомельск. государств. ун-та им. Ф. Скорины. – 1999. – № 1(15). – С. 140–144.
7. Жизневский, П.А. О модулярности и индуктивности решетки всех τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций конечных групп / П.А. Жизневский // Известия Гомельск. государств. ун-та им. Ф. Скорины. – 2010. – № 1(58). – С. 185–191.
8. Жизневский, П.А. О критических частично композиционных формациях / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2010. – № 3. – С. 44–49.
9. Жизневский, П.А. Формации групп с максимальной L-композиционной нильпотентной подформацией / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Вестн. Полоцк. государств. ун-та. Серия С, Фундаментальные науки. – 2007. – № 9. – С. 30–36.
10. Скиба, А.Н. О минимальном композиционном экране композиционной формации / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Вопросы алгебры. – 1992. – Вып. 7. – С. 39–43.

Поступила в редакцию 06.07.2011. Принята в печать 30.08.2011

Адрес для корреспонденции: 246019, г. Гомель, ул. Советская, д. 104, УО «ГГУ им. Ф. Скорины»,
e-mail: pzhiznevsky@yahoo.com – Жизневский П.А.