1. Cayley, P. Desiderata and suggestions: No. 2. The Theory of groups: graphical representation // Amer. J. Math. – 1878. – Vol. 1, № 2. – P. 174–176.
2. Delizia, C. Finite groups in which some property of two-generator subgroups is transitive / C. Delizia, P. Moravec, C. Nicotera // Bull. Aust. Math. Soc. – 2007. – Vol. 75, № 2. – P. 313–320.
3. Brauer, R. On groups of even order / R. Brauer, K.A. Fowler // Ann. Math. – 1955. – Vol. 62, № 3. – P. 565–583.
4. Abdollahi, A. Non-commuting graph of a group / A. Abdollahi, S. Akbari, H.R. Maimani // J. Algebra. – 2006. – Vol. 298, № 2. – P. 468–492.
5. Iranmanesh, A. On the commuting graph associated with the symmetric and alternating groups / A. Iranmanesh, A. Jafarzadeh // J. Algebra Its Appl. – 2008. – Vol. 7, №1. – P. 129–146.
6. Woodcock, T. On bounding the diameter of the commuting graph of a solvable group / T. Woodcock // Int. J. Contemp. Math. Sci. – 2015. – Vol. 10, №7. – P. 325–330.
7. Giudici, M. There is no upper bound for the diameter of the commuting graph of a finite group / M. Giudici, C. Parker // J. Comb. Theory. – 2013. – Vol. 120, №7. – P.16001603.
8. Neumann, B.H. A problem of Paul Erdos on groups / B.H. Neumann // J. Aust. Math. Soc. Ser. A. – 1976. – Vol. 21. – P. 467–472.
9. Brown, R. Minimal covers of Sn by abelian subgroups and maximal subsets of pairwise noncommuting elements / R. Brown // J. Comb. Theory. – 1988. – Vol. 49, №2. – P. 294–307.
10. Brown, R. Minimal covers of Sn by abelian subgroups and maximal subsets of pairwise noncommuting elements, II / R. Brown // J. Comb. Theory. – 1991. – Vol. 56, №2. – P. 285–289.
11. Azad, A. Abelian coverings of finite general linear groups and an application to their non-commuting graphs / A. Azad, M.A. Iranmanesh, C. E. Praeger, P. Spiga // J. Algebr. Comb. – 2011. – Vol. 34, №4. – P. 683–710.
12. Abdollahi, A. Non-Nilpotent Graph of a Group / A. Abdollahi, M. Zarrin // Comm. Algebra. – 2009. – Vol. 38. – P. 4390-4403.
13. Das, A.K. On the genus of the nilpotent graphs of finite groups / A.K. Das, D. Nongsiang // Comm. Algebra. – 2015. – Vol. 43, №12. – P. 5282–5290.
14. Ballester-Bolinches, A. Graphs, partitions and classes of groups / A. Ballester Bolinches, J. Cossey // Monatsh. Math. – 2012. – Vol.166. – P. 309–318.
15. Burness, T.C. On the soluble graph of a finite group / T.C. Burness, A. Lucchini, D. Nemmi // J. Comb. Theory. – 2023. – Vol. 194. – P.105708.
16. Akbari, B. The solubility graph associated with a finite group / B. Akbari, M. L. Lewis, J. Mirzajani, A. R. Moghaddamfar // Int. J. Algebra Comput. – 2020. – Vol. 30, №8. – P. 1555–1564.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Поляков И.В.,
аспирант, Армавирский государственный педагогический университет,
г. Армавир, Российская Федерация
Научный руководитель – Санина Е.И., доктор пед. наук, профессор

Ключевые слова. Наглядное моделирование, ПО GeoGebra, познавательная активность, геометрические задачи с практическим содержанием.

Keywords. Visual modeling, GeoGebra, cognitive activity, geometric tasks with practical content.

Наглядность играет фундаментальную роль в обучении геометрии, поскольку способствует лучшему пониманию и усвоению учащимися абстрактных понятий, делая их доступными и конкретными для восприятия. Визуальные материалы помогают упростить такие концепции, как углы, плоскости и формы, что позволяет ученикам легче их интерпретировать. Этот визуальный подход также развивает пространственное мышление, необходимое для представления геометрических фигур и их свойств в трёхмерном пространстве, что особенно важно для решения геометрических задач. Благодаря наглядным материалам учащиеся запоминают образы фигур быстрее и точнее, что позволяет им эффективнее применять геометрические свойства на практике. В то же время визуальная наглядность усиливает мотивацию и интерес к изучению геометрии, делает её более доступной и увлекательной, а также помогает учащимся лучше концентрироваться на деталях, таких как углы или длины отрезков. Наглядность в обучении позволяет легче установить связь между теоретической геометрией и повседневной реальностью, в которой окружение наполнено геометрическими формами и структурами.

Один из вариантов повышения наглядности на уроках геометрии – использование систем динамической геометрии (СДГ), например, программного обеспечения GeoGebra. Использовать её можно уже с 7 класса, но, в случае, когда есть цель подтвердить только что полученный ответ с помощью точного чертежа, выполненного в СДГ, программа первого года изучения геометрии будет не очень наглядной ввиду того, что имеется очень ограниченный набор теорем и свойств. Стороны пока возможно находить, если известны другие стороны или периметр. Углы возможно находить, если известны другие углы. Есть теорема, связывающая стороны и углы прямоугольного треугольника, но она проходится в конце года. [1]

В 8 классе ситуация намного лучше. Например, можно найти площадь треугольника, у которого известны две стороны и угол 30 градусов между ними. А потом построить такой треугольник в СДГ, использовать инструмент «Многоугольник» и на панели элементов увидеть посчитанную площадь. Здесь останется только сравнить её значение с полученной аналитически и сделать выводы про системы автоматического проектирования и то, как они облегчают жизнь инженерам. Еще интереснее будет ситуация, например, с задачей, где в треугольнике даны длины трех сторон и просят найти площадь. Аналитически это можно сделать через формулу Герона, а вот при использовании СДГ придется вспомнить программу 7 класса и решить задачу на построение – как с помощью инструмента «Окружность по центру и радиусу» построить треугольник с данным набором известных величин. [2] Если в задаче идет речь о каком-то «особенном» треугольнике, можно попробовать сделать чертеж и убедиться, что градусная мера его угла имеет определенное значение. Например, если в треугольнике известны длины трех сторон, и они равны 3, 4, 5, можно на чертеже в СДГ убедиться, что один из углов прямой, хотя в условии про углы не было речи. А как быть, если хочется решить и потом проверить задачу про фигуру, у которой какие-либо элементы не являются «табличными»?

В 9 классе после прохождения темы «решение треугольников» можно провести занятие-исследование, в ходе которого можно показать, что в геометрии бывают углы, отличные от 30-45-60-90 градусов и что и при этом вычисления возможны и даже интереснее. Один из вариантов – предложить ученикам самим придумать длины всех сторон треугольника и найти значение какого-либо угла в нем. Для интереса можно из набора чисел, которые предлагают ученики выбрать такие, чтобы для них не выполнялось требование по соотношению сторон, иначе говоря, чтобы одна сторона была длиннее, чем две другие вместе взятые и предложить использовать теорему косинусов и найти косинус одного из углов. После того, как будет полученное значение косинуса больше единицы (по модулю) можно предложить сделать выводы о данном треугольнике.

А после этого, начать все с выбора новых сторон и определения косинуса в новом треугольнике. Обычно, подстановка значений в формулу не вызывает затруднений, и ученики быстро получат искомую величину. Здесь можно затронуть тему 10 класса и рассказать, как пользоваться калькулятором для вычисления обратных тригонометрических функций. Как ни странно, лишь немногие старшеклассники умеют производить расчёты на калькуляторе, особенно, когда дело доходит до тригонометрии, логарифмов и требует выполнения последовательности из нескольких действий. Умение пользоваться калькулятором в старших классах имеет важное значение, так как развивает навыки быстрой и точной обработки числовых данных, необходимых для решения сложных задач, особенно в алгебре, тригонометрии и физике. Это умение позволяет учащимся сосредоточиться на аналитических аспектах задач, не отвлекаясь на длительные вычисления, минимизировать вероятность ошибок, а также улучшает их готовность к работе с профессиональными инженерными и научными инструментами в будущем.

Самое интересное начнется, когда будет нужно найти значение градусной меры угла, зная значение его косинуса. Здесь можно поговорить о том, какая точность вычислений нам вообще доступна. А потом найти, чему равен угол с точность до 8-10 знаков после запятой. Последующая проверка в СДГ, разумеется, только подтвердит предыдущие расчеты, но главный момент здесь в том, что, выбрав в GeoGebra округление до тех же самых 8-10 разрядов, мы получим значение, совпадающее полностью с тем, что только что показал дисплей калькулятора. [3] Как правило это вызывает интерес и показывает возможности математики, которые не всегда очевидны ввиду использования «табличных» величин.

Ученики лучше запоминают материал, если понимают, как он может быть использован в жизни. И здесь можно рассказать, что примерно таким же способом появилась ГГС – государственная геодезическая сеть. Государственная геодезическая сеть была построена путём создания системы точек с определёнными координатами, которые образуют геодезические опорные пункты, равномерно распределённые по всей территории страны. Строительство сети включало триангуляцию, трилатерацию и нивелирование – методы, которые использовали для последовательного определения взаимных положений точек на поверхности Земли. На начальных этапах применялась триангуляция: измерялись углы и расстояния в последовательности взаимосвязанных треугольников, что позволяло минимизировать погрешности измерений и увеличить точность.

Геометрия играет фундаментальную роль не только в геодезии. Применение подобных наглядных примеров, в которых известные элементы были придуманы только что позволяет донести мысль, что математика может работать не только с равносторонними треугольниками и параллелограммами, у которых биссектрисы смежных углов пересекаются на середине стороны. Да, такие фигуры красивы, вычисления с ними не требуют использования калькулятора или таблиц Брадиса, но они при этом не охватывают всего разнообразия геометрических фигур в мире.

Заключение. Таким образом, умение решать задачи с «нетабличными» исходными данными важно, поскольку это развивает гибкость мышления и аналитические навыки, позволяя адаптироваться к условиям реальных ситуаций, где данные редко представлены в удобной, структурированной форме. Решение таких задач требует от учащихся способности интерпретировать и преобразовывать данные из разных источников, оценивать их достоверность и адаптировать методы решения к новым условиям. Эти навыки необходимы для построения математических моделей в научных и инженерных задачах, анализа больших данных и принятия решений в условиях неопределенности, что особенно востребовано в профессиональной деятельности.

1. Математика. Геометрия. 7-9-классы : Геометрия. 7-9-классы : базовый уровень : учебник / Л. С.Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – 15-е изд., перераб. - Москва : Просвещение, 2024. – 416 с. : ил.; 21 см. – (ФГОС).; ISBN 978-5-09-111167-5

2. Поляков, И. В. Использование графического калькулятора Desmos на уроках математики в средней школе. [Текст]./ И. В. Нишакова, И. В. Поляков //Функциональность подготовки как императив современного образования: материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (г. Армавир, 1 ноября 2020 г.) / научные редакторы Е.А.Дьякова, Л.Н.Горобец; ответственный редактор Е.А.Дьякова. – Армавир: РИО АГПУ, 2022. – 260 с. – ISBN 978-5-89971-906-6. – С.-77-79.

3. Поляков, И. В. Методические подходы к обучению решения задач координатным методом с использованием СДГ. [Текст]./ Е. И. Санина, И. В. Поляков //ISSN 1991-5497. Мир науки, культуры, образования. № 4 (107) 2024