

ISSN 2074-8566



ВЕСНІК

**ВІЦЕБСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА
ЎНІВЕРСІТЭТА**



2013 N 5(77)

ВЕСНІК

Віцебскага дзяржаўнага
ўніверсітэта

НАВУКОВА-ПРАКТЫЧНЫ
ЧАСОПІС

Выдаецца з верасня 1996 года
Выходзіць шэсць разоў у год

2013 № 5(77)

ЗАСНАВАЛЬНІК:

установа адукацыі «Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт
імя П.М. Машэрава»

Рэдакцыйная калегія:

А.П. Саладкоў (галоўны рэдактар),
І.М. Прышчэпа (нам. галоўнага рэдактара)

**Г.П. Арлова, Я.Я. Аршанскі, Н.І. Бумажэнка, М.Ц. Вараб'ёў,
Я.А. Васіленка, В.Н. Вінаградаў, А.Л. Гладкоў, Н.Ю. Каневалава,
В.Я. Кузьменка, А.С. Ключнікаў, В.М. Мінаева, П.І. Навіцкі,
Н.А. Ракава, Г.Г. Сушко, Ю.В. Трубнікаў, А.А. Чыркін, В.М. Шут**

Рэдакцыйны савет:

А.Р. Александровіч (Польшча), **Го Вэньбінь** (Кітай),
В.І. Казарэнкаў (Расія), **Ф.М. Ліман** (Украіна),
Э. Рангелава (Балгарыя), **В.А. Шчарбакоў** (Малдова)

Сакратарыят:

Г.У. Разбоева (адказны сакратар),
В.Л. Пугач, І.У. Волкава, А.М. Фенчанка

*Часопіс «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» ўключаны ў Пералік
навуковых выданняў Рэспублікі Беларусь для апублікавання вынікаў
дысертацыйных даследаванняў па біялагічных, педагагічных,
фізіка-матэматычных навуках, а таксама цытуецца і рэферыруецца
ў рэфератыўных выданнях УНІТІ*

Адрас рэдакцыі:

210038, г. Віцебск, Маскоўскі пр-т, 33,
пакой 202, т. 21-48-93.
E-mail: nauka@vsu.by
<http://www.vsu.by>

Рэгістрацыйны № 750 ад 27.10.2009.

Падпісана ў друк 21.10.2013. Фармат 60×84 1/8. Папера друкарская.
Ум. друк. арк. 14,42. Ул.-выд. арк. 9,85. Тыраж 100 экз. Заказ .

Матэматыка

- Гойко В.И.** О некоторых классах Фиттинга и инъекторах конечных групп ... 5
- Козлов А.А., Бурак А.Д.** Об управлении характеристическими показателями трехмерных линейных дифференциальных систем с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами 11
- Никонова Т.В., Корчевская Е.А.** Об одном из алгоритмов расчета напряженно-деформированного состояния гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, с учетом нелинейности деформации и прогиба 32
- Воробьев С.Н.** Инъекторы и подгруппы Фишера конечных групп 36

Біялогія

- Чиркин А.А.** Белорусский биохимик академик Ю.М. Островский 43
- Рупасова Ж.А., Бубнова А.М., Василевская Т.И., Яковлев А.П., Решетников В.Н., Лиштван И.И.** Антиоксидантная активность плодов таксонов сем. *Ericaceae* при выращивании на торфяных выработках в южной части Припятского Полесья 50
- Яцына А.П.** Лишайники усадебных парков северо-западной части Минской области 58
- Гершензон З.С.** Особенности формирования видового разнообразия молей-ипономеутид (*Lepidoptera*, *Yponomeutidae*, s.str.) 65
- Латышев С.Э., Мерзвинский Л.М., Высоцкий Ю.И., Мартыненко В.П.** Высшая растительность озера Белое (Сурмино) и тенденции ее изменения 69
- Мороз М.Д., Лаенко Т.М.** Водные беспозвоночные рек Случь и Локнея 76

Педагогіка

- Косареvская Т.Е., Турковский В.И., Шмуракова М.Е.** Развитие креативности в студенческом возрасте 83
- Талай В.А., Пороховская М.В.** Основные направления и перспективы развития туристической отрасли в Республике Беларусь 89

Mathematics

- Hoika U.I.** About of Some Fitting Classes and Injectors of Finite Groups 5
- Kozlov A.A., Burak A.D.** About the control exponent characteristics of the three-dimensional linear differential systems with non-continuous and fast oscillated coefficients 11
- Nikonova T.V., Korchevskaya E.A.** About One of the Algorithms of Calculation of Strain-Stress State of Corrugated Shell, Lying on an Elastic Foundation, Taking into Account Nonlinear Deformation and Deflection 32
- Vorobyev S.N.** Injectors and Fischer Subgroups of Finite Groups 36

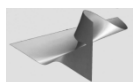
Biology

- Chirkin A.A.** Belarusian Biochemist Academician Y.M. Ostrovsky 43
- Rupasova Zh.A., Bubnova A.M., Vasilevskaya T.I., Yakovlev A.P., Reshetnikov V.N., Lishtvan I.I.** Antioxidant Activity of Fruit of *Ericaceae* Taxa Grown in Peat Mines in the Southern Part of Prypyat Polesie 50
- Yatsyna A.P.** Lichens of Manor Parks of North-Western Part of Minsk Region 58
- Gershenson Z.S.** Peculiarities of Species Diversity Formation of Yponomeutid Moths (*Lepidoptera*, *Yponomeutidae*, s.str.) 65
- Latyshev S.E., Merzhvinsky L.M., Vysotski Yu.I., Martynenko V.P.** Upper Vegetation of Lake Beloye (Surmino) and Tendencies of its Transformation 69
- Moroz M.D., Laenko T.M.** Aquatic Invertebrates of the Rivers of Sluch and Loknea . 76

Pedagogy

- Kosarevskaya T.E., Turkovsky V.I., Shmurakova M.E.** Development of Student Creativity 83
- Talay V.A., Porokhovskaya M.V.** Main Directions and Prospects of the Development of Tourist Industry in the Republic of Belarus 89

Картунова И.И. Этапы становления ветеринарного образования в Беларуси (1917–2013 гг.)	99	Kartunova I.I. Basic Stages of the Development of Veterinary Education in Belarus (1917–2013)	99
Шмырко Е.С. Формирование профессионально значимых личностных качеств будущих учителей иностранного языка	104	Shmyrko E.S. Forming professionally significant personal qualities of prospective foreign language teachers	104
Лауткина С.В., Рулева Ж.А. Развитие речи воспитанников детского дома методом комментированного рисования	113	Lautkina S.V., Ruleva Z.A. Development of Speech of Pupils of Children's Home by the Method of Comment Drawing	113
Чобот Ж.П., Кравченко М.А. Особенности развития эмоциональной сферы детей с интеллектуальной недостаточностью коррекционно-развивающей работе учителя-дефектолога	117	Chobot Zh.P., Kravchenko M.A. Peculiarities of the Development of Emotional Sphere of Children with Intellectual Deficiency in the Correction and Development Work of the Defectologist Teacher	117



УДК 512.542.6

О некоторых классах Фиттинга и инъекторах конечных групп

В.И. Гойко

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет
имени П.О. Сухого»

Хорошо известно, что в произвольной конечной группе для произвольного класса Фиттинга $\mathcal{F}$ -инъекторов не существует. В связи с этим возникла задача нахождения и построения таких классов конечных групп $\mathcal{X}$, для которых в произвольной конечной группе $\mathcal{F}$ -инъектор существует. Так, например, Блессеногль (D. Bleszenohl) и Лае (H. Laue) доказали, что в произвольной конечной группе существует инъектор для класса конечных квазинильпотентных групп. В работах Л.А. Шеметкова, Н.Т. Воробьева, Е.Н. Залесской, Ирансо (Iranso в соавторстве с Perez-Monazor) также доказано существование инъекторов в произвольных конечных группах для определенных видов классов конечных групп.

П. Германн построил специальный класс групп $\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q}$ (класс конечных групп без минимальных не $\mathbf{p}$ -нильпотентных бипримарных подгрупп) и доказал, что этот класс групп является ненасыщенной формацией Фиттинга. В.И. Гойко установил существование $\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q}$ -инъекторов в произвольных конечных группах. В данной работе устанавливаются свойства $L_p(\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q})$ -инъекторов в конечных группах, где через $L_p(\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q})$ обозначается класс таких конечных групп G , $\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q}$ -инъекторы которых содержат силовскую $\mathbf{p}$ -подгруппу группы G .

Ключевые слова: класс Фиттинга, ненасыщенная формация Фиттинга, конечная группа, подгруппа, инъектор, силовская подгруппа.

About of Some Fitting Classes and Injectors of Finite Groups

U.I. Hoika

Educational establishment «Gomel State Technical Sukhoy University»

It is well known that in an arbitrary finite group for arbitrary Fitting class there are no $\mathcal{F}$ -injectors. In this connection a problem of finding and building such classes of $\mathcal{X}$ finite groups, for which in an arbitrary finite group there is $\mathcal{F}$ -injector, arose. Thus, for example, D. Bleszenohl and H. Laue proved, that in an arbitrary finite group there is injector for the class of finite quazi nil potent groups. L.A. Shemetkov, N.T. Vorobyev, E.N. Zaleskaya, Iranso with Perez-Monazor also proved existence of injectors in arbitrary finite groups for some types of finite group classes.

P. Hermann built a special class of $\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q}$ groups (class of finite groups without minimal non $\mathbf{p}$ -nilpotent bипrimary subgroups) and proved that this class of groups is non saturated Fitting formation. V.I. Goiko proved the existence of $\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q}$ -injectors in arbitrary finite groups. In this paper properties of $L_p(\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q})$ -injectors of finite groups are established, where through $L_p(\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q})$ class of such finite G groups is indicated, $\mathcal{N}_{\mathcal{F}, q}$ -injectors of which contain Sylow $\mathbf{p}$ -subgroup of G group.

Key words: Fitting class, non saturated Fitting formation, finite groups, subgroups, injector, Sylow's subgroup.

В произвольной конечной группе для произвольного класса Фиттинга конечных групп инъекторов не существует (см. [1]). Однако если в качестве класса $\mathcal{F}$ рассматривать некоторые специальные классы групп, то в произвольной конечной группе $\mathcal{F}$ -инъекторы могут существовать. Так, например, в [2]

доказано существование инъекторов в произвольной конечной группе для класса конечных квазинильпотентных групп. В других работах [3–7] также установлено существование инъекторов в произвольных конечных группах для определенных видов классов конечных групп.

В [8] Ито изучил (p, q) -группы (минимальные не p -нильпотентные группы порядка $p^m q^n$, p, q – простые, $p \neq q$; m, n – любые натуральные числа). П. Германн [9] построил класс $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ – класс конечных групп без (p, q) -подгрупп. Там же [9] доказано, что класс $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ есть *ненасыщенная формация Фиттинга*, замкнутая относительно подгрупп. В работе [10] доказано существование $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ -инъекторов в произвольной конечной группе.

В данном исследовании устанавливаются свойства инъекторов в произвольных конечных группах для определенных типов классов групп $L_p(\mathcal{X})$, связанных с классами $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ определенными соотношениями (определение класса $L_p(\mathcal{X})$ см. ниже).

Приведем некоторые определения и обозначения, которые понадобятся нам в дальнейшем.

Класс Фиттинга $\mathcal{F}$ – это такой непустой класс конечных групп, для которого выполняются условия: а) если $G \in \mathcal{F}$ и N – нормальная в G подгруппа, то $N \in \mathcal{F}$; б) если M и N – нормальные подгруппы в группе G и $M \in \mathcal{F}, N \in \mathcal{F}$, то $MN \in \mathcal{F}$.

Подгруппа H разрешимой группы G называется *F-инъектором*, если для любой субнормальной подгруппы V группы G пересечение $H \cap V \in \mathcal{F}$ и является F -максимальной подгруппой в V (первыми ввели этот объект Фишер, Гашюц, Хартли). Подгруппа M группы G называется *F-максимальной подгруппой* в группе G , если $M \in \mathcal{F}$ и из условий $M \subseteq L \subseteq G, L \in \mathcal{F}$ всегда следует, что $M = L$. *Формацией* называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. Класс конечных групп, который одновременно является формацией и классом Фиттинга, называется *формацией Фиттинга*.

Символом p всегда обозначаем простое число. $\mathcal{N}$ – класс всех конечных nilпотентных групп, $\mathcal{S}$ – класс всех конечных разрешимых групп, $\mathcal{P}$ – класс всех конечных p -групп, $\mathcal{G}$ – класс всех конечных групп, G_p – силовская p -подгруппа группы G . Символом $\langle A, B, \dots, C \rangle$ обозначаем подгруппу, порожденную множествами (подгруппами) $A, B, \dots, C$.

Подгруппа H конечной группы G называется $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ -инъектором [10], если для любой

неединичной субнормальной подгруппы V группы G пересечение $H \cap V \in \mathcal{N}_{\Phi, q}$ и является $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ -максимальной подгруппой в группе V . Если наибольшая субнормальная подгруппа V группы G равна 1, то $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ -инъектором группы G называется $\mathcal{N}_{\Phi, q}$ -максимальная подгруппа группы G . Класс $\mathcal{F}$ называется *Q-замкнутым*, если для любой группы $H \in \mathcal{F}$ гомоморфный образ группы H также принадлежит $\mathcal{F}$. Класс $\mathcal{F}$ называется *S-замкнутым* (S_n -замкнутым), если для любой группы $H \in \mathcal{F}$ любая ее подгруппа (любая нормальная подгруппа) также принадлежит $\mathcal{F}$. Символом *B-pne-S* обозначается тот факт, что подгруппа B группы S является p -нормально погруженной в группе S .

Говорят [1], что класс групп X *сильно вложен* в класс Y (обозначается: $X \ll Y$), если для любой конечной группы ее Y -инъектор содержит X -инъектор.

Остальные необходимые определения и обозначения см. в книге [1]. Все рассматриваемые в этой работе группы и классы групп берутся из класса $\mathcal{E}$ (класс всех конечных групп).

В дальнейшем для простоты будем пользоваться обозначением:

$X = \mathcal{N}_{\Phi, q}$, то есть символом X на протяжении данного исследования обозначаем класс $\mathcal{N}_{\Phi, q}$.

В работе [11] построен класс групп $L_p(\mathcal{X})$ следующим образом:

$$L_p(\mathcal{X}) = \{G : X\text{-инъектор группы } G \text{ содержит } G_p, p \in \pi(G)\}.$$

В дальнейшем нам понадобятся следующие две теоремы.

Теорема 1 [11, теорема 1]. *Справедливы утверждения:*

- 1) $L_p(\mathcal{X})$ – формация Фиттинга, замкнутая относительно подгрупп;
- 2) $X \cup S_q \subseteq XS_q \subseteq L_p(\mathcal{X}) = L_p(\mathcal{S}_q), q \neq p$;
- 3) $L_p(\mathcal{P}) = L_p(\mathcal{X})$;
- 4) следующие утверждения эквивалентны:
 - а) $X = L_p(\mathcal{X})$;
 - б) $X = XG_q, q \neq p$.
 - в) в любой конечной группе индекс ее X -инъектора имеет степень числа p ;
 - д) $L_q(\mathcal{X}) = E, q \neq p$.

Теорема 2 [11, теорема 2]. Пусть G – конечная группа, $\pi G = \langle p, q, \dots, r \rangle$, $p, q, \dots, r$ – различные простые числа, F – X -инъектор группы G , $A = \langle G_q, \dots, G_r \rangle$, $W = \langle F, A \rangle$. Тогда справедливо утверждение: W есть $L_p \langle \pi G \rangle$ -инъектор группы G тогда и только тогда, когда $FA = AF$.

Теорема 3. Пусть $\pi G = \langle p, q, \dots, r \rangle$, где $p, q, \dots, r$ – различные простые числа. Справедливо утверждение:

$X \ll L_p \langle \pi G \rangle$ тогда и только тогда, когда X -инъектор X группы G перестановочен с подгруппой $A = \langle G_q, \dots, G_r \rangle$.

Доказательство. Возьмем $L_p \langle \pi G \rangle$ -инъектор V в группе G . Пусть X перестановочен с подгруппой A . Введем обозначение: $W = \langle X, A \rangle$. В силу теоремы 2 подгруппа W есть $L_p \langle \pi G \rangle$ -инъектор группы G . Ясно, что X входит в W , т.е. X -инъектор группы G входит в $L_p \langle \pi G \rangle$ -инъектор группы G . Следовательно, $X \ll L_p \langle \pi G \rangle$.

Обратно, пусть $X \ll L_p \langle \pi G \rangle$. Последнее означает, что $X \subseteq V$. Ввиду теоремы 3 из [10] подгруппа X является X -инъектором группы V . Далее, т.к. $V \in L_p(X)$, то в силу определения класса $L_p \langle \pi G \rangle$ получаем, что $V_p \subseteq X$. Теперь с учетом включения $X \subseteq V$ получаем следующее включение: $X_p \subseteq V_p^V, v \in V$. Очевидно, что $V_p = X_p$.

Далее получим следующие соотношения:

$$V = \langle V_p, \langle V_q, \dots, V_r \rangle \rangle =$$

$$\langle X_p, \langle V_q, \dots, V_r \rangle \rangle \subseteq \langle X, A \rangle = W, \text{ где } V_q, \dots, V_r - \text{ все силовские подгруппы группы } V, \text{ кроме } V_p.$$

Теперь очевидно, что

$$V \subseteq W. \quad (1)$$

Поскольку $L_p \langle \pi G \rangle = L_p \langle \pi G \rangle$ (по теореме 1), то индекс V есть степень простого числа p (по той же теореме 1). Значит, $A \subseteq V$. Так как, кроме того, $X \subseteq V$, то $W = \langle X, A \rangle \subseteq V$. Теперь с учетом (1) получаем, что $V = W$. Значит, W есть $L_p \langle \pi G \rangle$ -инъектор в группе G . Применяя теорему 2, получаем равенство: $XA = AX$.

Теорема 3 доказана.

Теорема 4. Пусть $X = \langle p, q \rangle$, $V - X$ -инъектор в G , V - pne - G , $K = \bigvee_p^G$ – нормальное замыкание подгруппы V_p в группе G ,

$T/K = O_{p'}(G/K)$ – наибольшая нормальная p' -подгруппа в G/K ,

$$A = \langle G_q, \dots, G_r \rangle.$$

Справедливы утверждения:

(a) подгруппа T есть $L_p \langle \pi G \rangle$ -радикал группы G ;

(b) подгруппа TA есть $L_p \langle \pi G \rangle$ -инъектор группы G ;

$$(c) X \ll L_p \langle \pi G \rangle;$$

(d) $L_p \langle \pi G \rangle$ -инъектор группы G есть p -нормально погруженная подгруппа в группе G .

Доказательство. (a) Допустим, что G – простая группа. Тогда либо $K = 1$, либо $K = G$. Если $K = 1$, то $V_p = 1$. Последнее равенство противоречит условию теоремы. Пусть $K = G$. Отсюда следует, что $T = G$. Теперь из равенства $K = G$ и условия теоремы (V - pne - G) следует, что $V_p = G_p$. Значит, $G_p \subseteq V$. Следовательно, $G \in L_p(X)$. Поскольку $T = G$, то T есть $L_p(X)$ -радикал группы G . Пусть теперь G – непростая группа. Из условия V - pne - G получаем, что подгруппа V_p является p -силовской подгруппой в группе K . Ввиду равенства

$T/K = O_{p'}(G/K)$ получаем: $K \supseteq T_p$. Отсюда следует включение: $T_p \subseteq V_p$.

Так как $V_p \subseteq T$, то $V_p \subseteq T_p^t, t \in T$. Теперь из включения $T_p \subseteq V_p$

вытекает неравенство $|T_p| \leq |V_p|$, а из включения $V_p \subseteq T_p^t$ следуют соотношения $|V_p| \leq |T_p^t| = |T_p|$. Следовательно,

$$V_p = T_p. \quad (2)$$

Далее, так как $T \cap V$ есть X -инъектор группы T , то с учетом (1) получаем: $T \in L_p \langle \pi G \rangle$. Отсюда следует включение

$$T \subseteq R. \quad (3)$$

(Здесь через R обозначили $L_p \langle \pi G \rangle$ -радикал группы G).

С другой стороны, $V \cap R$ есть X -инъектор группы R , $R \in L_p \langle \mathbb{K} \rangle$. С учетом (2) получаем соотношения:

$V \cap R \supseteq R_p \supseteq T_p = V_p$. Отсюда следует включение:

$$R_p \supseteq V_p. \quad (4)$$

Теперь в силу того, что $V \cap R \triangleleft V$, получим равенство: $V_p \cap V \cap R = \mathbb{V} \cap R_p$. Значит, V_p есть p -силовская подгруппа в группе $V \cap R$. Следовательно, R_p есть p -силовская подгруппа в группе $V \cap R$ и $V_p = R_p^x$, $x \in V \cap R$. С использованием (4) можно получить следующие соотношения: $|V_p| \leq |R_p| = |R_p^x| = |V_p|$. Значит, $|R_p| = |V_p|$. Из последнего равенства и включения (4) следует равенство:

$$V_p = R_p. \quad (5)$$

Теперь очевидно, что из (5) и (3) следует утверждение: $|R:K|$ есть p' -число. Значит, фактор-группа R/K есть нормальная p' -подгруппа в фактор-группе G/K . Отсюда следует, что

$$R \subseteq T. \quad (6)$$

Следовательно, из (3) и (6) следует, что $R = T$, то есть подгруппа T есть $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -радикал в группе G . Пункт (а) доказан.

(b) При $G = 1$ утверждение (b) выполняется очевидно. Пусть $G \neq 1$. Если G – простая группа, то нормальное замыкание K подгруппы V_p в группе G либо равно 1, либо $K = G$. Допустим, что $K = 1$. Отсюда следует, что $V_p = 1$,

$T/1 \cong T = 1$. Значит, $O_{p'}(G/1) \cong O_{p'}(G) = 1$. Ввиду равенства $V_p = 1$ получаем включение:

$V \subseteq A^g$, $g \in G$. Без ограничения общности считаем, что $V \subseteq A$. Далее, так как V является X -инъектором группы A , то следующие равенства выполняются очевидно: $VA = AV = A$. Теперь в силу теоремы 1 получаем, что A является $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -инъектором группы G . Поскольку $T = 1$, то $A = TA = L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -инъектор группы G . Пусть теперь $K = G$. Тогда с учетом условия $V\text{-}p\text{-}ne\text{-}G$ получим равенство: $V_p = G_p$. Значит, $G_p \subseteq V$. Ввиду определения класса $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ получим включение: $G \in L_p \langle \mathbb{K} \rangle$. Поскольку при

этом $A \subseteq T = G$, то очевидно, что $TA = L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -инъектор группы G .

Пусть теперь G – непростая группа. Возьмем произвольную (собственную) максимальную нормальную подгруппу M в группе G . Тогда $V \cap M$ – X -инъектор группы M . Поскольку $V \cap M \triangleleft V$ и V_p – p -силовская в группе V , то ввиду равенства $V \cap M \cap V_p = \mathbb{V} \cap M_p$ получим: $V_p \cap M = \mathbb{V} \cap M_p$. Далее, так как $V_p \cap M \subseteq K \cap M \triangleleft G$, то получим, что $V_p \cap M$ – p -силовская в X -инъекторе $V \cap M$ группы M и $V_p \cap M$ – p -силовская в группе $K \cap M \triangleleft M$. Возьмем S – наименьшую нормальную подгруппу в M такую, что $V_p \cap M \subseteq S$ и $S \subseteq K \cap M$. Ясно, что $S = \mathbb{V}_p^M$ – нормальное замыкание подгруппы V_p в группе M .

Далее, $\mathbb{V}_p \cap M_p^M$ – нормальное замыкание подгруппы $\mathbb{V} \cap M_p$ в группе M . Обозначим: $\mathbb{V}_p \cap M_p^M \cong D$. Рассмотрим фактор-группу

$$H/D = O_{p'}(M/D).$$

В силу индукции получим следующие два утверждения: b1) H является $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -радикалом в группе M , b2) $H\bar{A}$ является $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -инъектором в M , где $\bar{A} = \mathbb{M}_q, \dots, M_r$. Так как $H \text{ char } M$, $M \triangleleft G$, то $H \triangleleft G$ и $H \in L_p \langle \mathbb{K} \rangle$. Поскольку, кроме того, ввиду пункта (а) подгруппа T есть $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -радикал в группе G , то получим включение:

$$H \subseteq T. \quad (7)$$

Из (7) следует включение $H\bar{A} \subseteq T\bar{A}$. Поскольку, кроме того,

$$H\bar{A} \subseteq T\bar{A} \cap M = \bar{A} \cap M_p, \quad (8)$$

то $H\bar{A}$ – $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -инъектор в группе $\bar{A} \cap M_p$. Теперь видим, что из следующих соотношений $H \subseteq T \cap M \triangleleft M$, $T \cap M \in L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ и того факта, что H есть $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -радикал в группе M , можно получить равенство: $H = T \cap M$. Значит, в силу (8) имеем следующее равенство: $H\bar{A} = \bar{A} \cap M_p$. Поскольку $H\bar{A}$ – $L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -инъектор в группе M , то $T\bar{A} \cap M = L_p \langle \mathbb{K} \rangle$ -инъектор в группе M .

Возьмем теперь в группе G произвольную субнормальную подгруппу N . Без ограничения общности можно считать, что $N \subseteq M$. Так как N – субнормальная подгруппа в M , то $N \cap T\bar{A}$ – $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ -максимальная подгруппа в N (ввиду определения инъектора). Значит, $T\bar{A}$ есть $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ -инъектор в группе G . Далее используем очевидное включение

$$T\bar{A} \subseteq TA. \quad (9)$$

Покажем теперь, что $TA \in L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$. В самом деле, возьмем X -инъектор B в группе TA . Тогда в силу того, что $T \triangleleft M$, получим: $B \cap T$ является X -инъектором в группе $T \in L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$. Теперь из последнего включения, на основании определения класса $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$, следуют соотношения: $T_p \subseteq B \cap T \subseteq B$. Далее, применяя лемму 11.6 из [12], получим равенство $\langle A \rangle_p = T_p A_p$, а учитывая тот факт, что $A_p = 1$, получим равенство: $\langle A \rangle_p = T_p$. Значит, $\langle A \rangle_p \subseteq B$. Опять, используя определения класса $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$, устанавливаем, что $TA \in L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$. Значит, с учетом (9), получим равенство: $TA = T\bar{A}$, т.е. TA есть $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ -инъектор в группе G .

Пункт (b) доказан.

(c) Предположим, что условие $X \ll L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ не выполняется. Пусть G – группа минимального порядка, для которой это условие не выполняется. В силу пункта (a) подгруппа TA является F -инъектором в группе G . Так как $V \cap T$ – X -инъектор в группе $T \in L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$, то ввиду определения класса $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ получим: $T_p \subseteq V \cap T$. Отсюда следует, что $T_p \subseteq V_p$. Теперь ясно, что $T \subseteq \langle V, A \rangle$ и $TA \subseteq \langle V, A \rangle$. Значит, TA есть $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ -инъектор в группе $\langle V, A \rangle$ (в силу теоремы 3 из [10]).

Допустим, что $\langle V, A \rangle \subset G$. Ввиду индуктивных рассуждений получим включение: $V \subseteq TA$ (с применением того, что V – X -инъектор в группе $\langle V, A \rangle$ и TA – $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ -инъектор в группе $\langle V, A \rangle$). Последнее включение приводит к доказываемому условию.

Пусть теперь $\langle V, A \rangle = G$. По лемме 11.6 из [12] получим равенства:

$G_p = \langle A \rangle_p = V_p A_p = V_p$ (напомним, что в этом случае $A_p = 1$). Из последнего равенства следует, что p -силовская подгруппа группы G входит в X -инъектор группы G . Значит, $G \in L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$. Следовательно, группа G является X -инъектором группы G . Последнее означает, что X -инъектор V группы G входит в $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ -инъектор группы G . Полученное противоречие завершает доказательство пункта (c).

(d) Докажем, что $L_p\langle\langle\bar{\cdot}\rangle\rangle$ -инъектор группы G есть p -нормально погруженная подгруппа в G .

Рассмотрим равенства:

$$\frac{|TA|}{|\mathcal{V}_p^G|} = \frac{|T| \cdot |A|}{|T \cap A| \cdot |\mathcal{V}_p^G|} = \frac{|A|}{|T \cap A|} \cdot \frac{|T|}{|\mathcal{V}_p^G|}$$

Так как $\frac{|A|}{|T \cap A|}$ является p' -числом и

$\frac{|T|}{|\mathcal{V}_p^G|}$ тоже p' -число (по условию), то $|TA : \mathcal{V}_p^G|$ есть p' -число. Отсюда получаем включение: $\mathcal{V}_p^G \not\subseteq \langle A \rangle_p = T_p A_p = T_p$.

Теперь из включения $T_p \subseteq \mathcal{V}_p^G$ следует включение: $T_p \subseteq \mathcal{V}_p^G$. Далее, так как $\mathcal{V}_p^G = V_p$, то получим соотношение:

$$T_p \subseteq V_p. \quad (10)$$

Следовательно, так как $V_p \subseteq \mathcal{V}_p^G \not\subseteq T$, то $V_p \subseteq T_p^t$, $t \in T$. Отсюда с очевидностью вытекают соотношения: $|V_p| \leq |T_p^t| = |T_p|$.

Из последнего получим неравенство:

$$|V_p| \leq |T_p|. \quad (11)$$

Теперь ясно, что из (10) и (11) следует равенство:

$$T_p = V_p.$$

Поскольку $T_p = \langle A \rangle_p$, то $V_p = \langle A \rangle_p$. Но V_p – p -силовская подгруппа в группе $\mathcal{V}_p^G$. Значит, $\langle A \rangle_p$ – p -силовская подгруппа в группе $\mathcal{V}_p^G = \mathcal{A}_p^G$. Поскольку $\mathcal{A}_p^G$ – нормальное замыкание для подгруппы $\langle A \rangle_p$

в группе G , то подгруппа TA – p -нормально погруженная в G . Пункт (d) доказан.

Теорема 4 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T.O. Hawkes. – Walter de Gruyter. – Berlin, 1992.
2. Blessenohl, D. Fittingklassen endlicher Gruppen in denen gewisse Hauptfaktoren einfach sind / D. Blessenohl, H. Laue // J. Algebra. – 1979. – Vol. 56. – P. 516–532.
3. Шеметков, Л.А. Некоторые свойства инъекторов в конечных группах / Л.А. Шеметков // Изв. Гомельск. гос. ун-та им. Ф. Скорины. Вопросы алгебры. – 1999. – № 1(15). – С. 5–13.
4. Shemetkov, L.A. Injectors in finite groups / L.A. Shemetkov // Изв. Гомельск. гос. ун-та им. Ф. Скорины. Вопросы алгебры. – 2000. – № 3(16). – С. 186–187.
5. Vorobiev, N.T. Gaschütz's local method in the theory of Fitting classes of finite soluble groups / N.T. Vorobiev // Изв. Гомельск. гос. ун-та им. Ф. Скорины. Вопросы алгебры. – 2000. – № 3(16). – С. 155–166.
6. Залесская, Е.Н. О новых классах сопряженных инъекторов конечных групп / Е.Н. Залесская // Дискретная математика. – 2004. – Т. 16. – Вып. 1. – С. 105–113.
7. Iranso, M.J. Fitting classes $\mathcal{F}$ such that all finite groups have $\mathcal{F}$ -injectors / M.J. Iranso, F. Pérez-Monazor // Israel J. Math. – 1986. – Vol. 56. – P. 97–101.
8. Ito, N. Note on (L, M) -groups of finite order / N. Ito // Kodai Math. Seminar Report. – 1951. – P. 1–6.
9. Hermann, P. Groups without certain subgroups form a Fitting class / P. Hermann // Ann. Univ. sci. Budapest. Sec. math. – 1983. – Vol. 26. – P. 183–186.
10. Гойко, В.И. О существовании сопряженного класса инъекторов в конечных группах / В.И. Гойко // Докл. НАН Беларуси. – 2008. – Т. 52. – № 6. – С. 17–22.
11. Гойко, В.И. Инъекторы конечных групп / В.И. Гойко // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2012. – № 1(67). – С. 5–11.
12. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 272 с.

Поступила в редакцию 27.06.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: stage@tut.by – Гойко В.И.

УДК 517.926+517.977

Об управлении характеристическими показателями трехмерных линейных дифференциальных систем с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами

А.А. Козлов, А.Д. Бурак

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

В данной работе рассмотрена задача глобального управления характеристическими показателями Ляпунова трехмерных линейных нестационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами и доказано, что если трехмерная линейная нестационарная управляемая система с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, то полный спектр показателей Ляпунова соответствующей ей замкнутой линейной дифференциальной системы с измеримой и ограниченной обратной связью, линейной по фазовым переменным, глобально управляем.

Предложенный метод, несмотря на свою достаточную сложность и объемность уже в случае размерности фазового пространства $n = 3$, рассмотренном в работе, указывает на возможность в дальнейшем своего распространения на линейные дифференциальные системы с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами более высоких размерностей.

Ключевые слова: линейная нестационарная система, равномерная полная управляемость, глобальное управление показателями Ляпунова, характеристические показатели, матричная задача управления.

About the control exponent characteristics of the three-dimensional linear differential systems with non-continuous and fast oscillated coefficients

A.A. Kozlov, A.D. Burak

Educational establishment «Polotsk State University»

The problem of global control characteristic exponents of Lyapunov three-dimensional linear non-stationary systems of ordinary differential equations with non-continuous and fast oscillated coefficients is considered in the paper and it is proved that if three-dimensional linear non-stationary controllable system with locally integrate and integrally bounded coefficients is uniformly globally controllable, then full spectrum of the exponents of Lyapunov respective to its closed linear differential system with measurable and bounded feedback linear on phases variables is globally controllable.

The offered method, in spite of its sufficient difficulty and big volume already in the event of dimensionality of the phase space $n = 3$, considered in work, indicates the possibility of its spreading on linear differential systems with non-continuous and fast oscillated coefficients of higher dimensionality in the future.

Key words: linear non-stationary system, uniformly global controllability, global control of the exponents of Lyapunov, characteristic exponents, matrix problem of control.

Рассмотрим линейную управляемую однородную систему
нестационарную систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

с локально интегрируемыми по Лебегу [1, с. 359] и интегрально ограниченными [2, с. 252] матрицами коэффициентов A и B . Замыкая систему (1) при помощи линейной обратной связи $u = U(t)x$, где U – некоторая измеримая [1, с. 50] и ограниченная $(m \times n)$ -матрица, получим

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

коэффициенты которой также локально интегрируемы и интегрально ограничены. Это значит, что система (2) имеет конечные характеристические показатели Ляпунова [2, с. 245; 3, с. 72] $\lambda_1(A+BU) \leq \dots \leq \lambda_n(A+BU)$.

Задача о построении для системы (1) обратной связи $u = U(t)x$, обеспечивающей

выполнение равенств $\lambda_i(A+BU) = \mu_i$, $i = \overline{1, n}$, для произвольных заранее заданных вещественных чисел $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_n$, называется задачей глобального управления характеристическими показателями Ляпунова [4].

В [5] приведен краткий перечень работ, содержащих фундаментальные результаты, относящиеся к задаче глобального управления показателями Ляпунова и другими асимптотическими инвариантами [6, с. 61–71] линейных нестационарных систем (2), а также указана монография [6], являющаяся на сегодняшний день наиболее полным собранием работ по данной тематике исследований. Основным же содержанием статьи [5] были формулировка и доказательство теоремы 1 и лемм 1–8, необходимых для установления глобальной управляемости показателей Ляпунова трехмерных линейных систем (2), которое является главными целью и результатом данной работы. Таким образом, в представленном исследовании предложено доказательство глобальной управляемости характеристических показателей Ляпунова трехмерных линейных нестационарных систем (2) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами в случае равномерной полной управляемости соответствующей системы (1).

Материал и методы. Исходя из поставленной цели исследования, всюду в дальнейшем будем считать, что система (1) обладает свойством равномерной полной управляемости [4], а размерность этой системы $n = 3$. Также, поскольку представленная работа является продолжением статьи [5], для краткости изложения материала будем утверждать, что формулировки вспомогательных лемм 1–8 и теоремы 1, определения всех объектов, свойств, величин, используемых далее в работе и считаемых как изначально данными, содержатся в [5], и, в случае необходимости, отсылать читателя к этой статье. Кроме того, стоит заметить, что нумерация замечаний, лемм и теорем данной работы продолжает нумерацию исследования [5].

Результаты и их обсуждение. Прежде чем перейти к формулировке и доказательству основного результата работы, покажем, что имеет место следующая, аналогичная лемме 4 работы [5], необходимая нам в дальнейшем

Лемма 9. При любых числах $0 < \delta, \beta \leq 1$ и произвольных единичных векторах $\xi_i \in \mathbb{R}^3$,

$i = \overline{1, 3}$, таких, что имеет место оценка $|\det [\xi_1, \xi_2, \xi_3]| \geq \delta$, среди векторов $v_i \in \mathbb{R}^3$, $\|v_i\| = 1$, $i = \overline{1, 3}$, удовлетворяющих неравенству $|\det [v_1, v_2, v_3]| \geq \beta$, найдется хотя бы один такой вектор v , при котором справедливо соотношение $|\det [\xi_1, \xi_2, v]| \geq \delta\beta/3$.

Доказательство. Зафиксируем произвольные числа $0 < \delta, \beta \leq 1$ и векторы $\xi_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 3}$, удовлетворяющие условиям данной леммы, и предположим противное, т.е. что для всех векторов $v_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 3}$, определенных в лемме 9, выполняется обратное неравенство

$$|\det [\xi_1, \xi_2, v_i]| < \delta\beta/3. \quad (3)$$

Из определения векторов $v_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 3}$, вытекает их линейная независимость, а, ввиду равенства $\dim \mathbb{R}^3 = 3$, эти векторы образуют базис. Возьмем единичный вектор $\xi^\perp \in \mathbb{R}^3$ такой, что $\xi^\perp \perp L(\xi_1, \xi_2)$, где $L(\xi_1, \xi_2) \subset \mathbb{R}^3$, как и всюду далее, будет обозначать линейную оболочку, натянутую на векторы $\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{R}^3$. Поскольку векторы v_i , $i = \overline{1, 3}$, составляют базис, то справедливо разложение $\xi^\perp = \sum_{i=1}^3 \alpha_i v_i$ с некоторыми коэффициентами $\alpha_i \in \mathbb{R}$, $i = \overline{1, 3}$. Найдем оценки сверху на модули этих коэффициентов. Ввиду определения векторов v_i , $i = \overline{1, 3}$, неравенства Адамара [7, с. 565] и простейших свойств определителя выполняются соотношения

$$\begin{aligned} 1 &= \|\xi^\perp\| \|v_1\| \|v_2\| \geq |\det [\xi^\perp, v_1, v_2]| = \\ &= |\det [\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3, v_1, v_2]| = \\ &= |\alpha_1 \det [v_1, v_1, v_2] + \alpha_2 \det [v_2, v_1, v_2] + \\ &+ \alpha_3 \det [v_3, v_1, v_2]| = |\alpha_3| \cdot |\det [v_3, v_1, v_2]| = \\ &= |\alpha_3| \cdot |\det [v_1, v_2, v_3]| \geq |\alpha_3| \cdot \beta, \end{aligned}$$

из которых следует неравенство $|\alpha_3| \leq 1/\beta$. Аналогичным образом находятся оценки и для остальных коэффициентов α_i , $i = 1, 2$: $|\alpha_i| \leq 1/\beta$. Поэтому справедливо неравенство $\sum_{i=1}^3 |\alpha_i| \leq 3/\beta$, из которого ввиду определения векторов $\xi_1, \xi_2, \xi^\perp$, оценки (3), а также простейших алгебраических и геометрических свойств определителя следуют соотношения

$$\begin{aligned}
& |\det [\xi_1, \xi_2, \xi_3]| = \|\xi_1\| \|\xi_2\| \|\xi_3\| \cdot \\
& \cdot |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| |\sin \angle(\xi_3, L(\xi_1, \xi_2))| \leq \\
& \leq \|\xi_1\| \|\xi_2\| \cdot 1 \cdot 1 \cdot |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| = \\
& = \|\xi_1\| \|\xi_2\| \|\xi^\perp\| \cdot \sin(\pi/2) \cdot |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| = \\
& = \|\xi_1\| \|\xi_2\| \|\xi^\perp\| |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| \cdot |\sin \angle(\xi^\perp, L(\xi_1, \xi_2))| = \\
& = |\det [\xi_1, \xi_2, \xi^\perp]| = |\det [\xi_1, \xi_2, \sum_{i=1}^3 \alpha_i v_i]| \leq \\
& \leq \sum_{i=1}^3 |\alpha_i| \cdot |\det [\xi_1, \xi_2, v_i]| < \sum_{i=1}^3 |\alpha_i| \cdot (\delta\beta/3) \leq \\
& \leq (3/\beta) \cdot (\delta\beta/3) = \delta,
\end{aligned}$$

которые приводят к противоречащему условиям леммы 9 неравенству $|\det [\xi_1, \xi_2, \xi_3]| < \delta$. Следовательно, для некоторого вектора $v \in \{v_1, v_2, v_3\}$ справедливо обратное оценке (3) соотношение, т.е. неравенство $|\det [\xi_1, \xi_2, v]| \geq \delta\beta/3$. Лемма 9 доказана.

Помимо леммы 9 далее нам также потребуется нижеприведенная

Лемма 10. При любых числах $0 < \delta \leq 1$ и $0 < \varphi < \delta$, произвольных единичных векторов $\xi_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1,3}$, таких, что имеет место оценка $|\det [\xi_1, \xi_2, \xi_3]| \geq \delta$, если для единичного вектора $\xi \in \mathbb{R}^3$ выполняется неравенство $\angle(\xi, \xi_k) \leq \varphi$ при некотором $k \in \{1, 2, 3\}$, то справедливо соотношение

$$|\det [\xi, \xi_i, \xi_j]| \geq \delta - \varphi, \quad i, j \in \{1, 2, 3\}, \\ i \neq j \neq k.$$

Доказательство. Зафиксируем произвольные числа δ, φ и векторы $\xi_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1,3}$, удовлетворяющие условиям леммы 10. Возьмем такой единичный вектор $\xi \in \mathbb{R}^3$, что для некоторого $k \in \{1, 2, 3\}$ выполняется неравенство $\angle(\xi, \xi_k) \leq \varphi$. Не ограничивая общности рассуждений будем считать, что $k = 1$. Тогда имеет место оценка $\angle(\xi, \xi_1) \leq \varphi$, пользуясь которой докажем справедливость соотношения $|\det [\xi, \xi_2, \xi_3]| \geq \delta - \varphi$ (неравенство $|\det [\xi, \xi_3, \xi_2]| \geq \delta - \varphi$ в этом случае будет следовать из последнего соотношения и очевидного равенства $|\det [\xi, \xi_3, \xi_2]| = |\det [\xi, \xi_2, \xi_3]|$). Пусть $\omega := \xi_1 - \xi$. Из последней оценки, неравенства $\sin \psi \leq \psi$, верного для любого $0 < \psi \leq \pi/2$, убывания функции $\cos$ на промежутке $[0, \pi/2]$, определенных величины φ , векторов ω, ξ, ξ_1 , а также скалярного произведения векторов следуют соотношения

$$\|\omega\|^2 = \|\xi_1 - \xi\|^2 = \|\xi_1\|^2 +$$

$$\begin{aligned}
& + \|\xi\|^2 - 2 \cdot \|\xi_1\| \|\xi\| \cdot \cos \angle(\xi_1, \xi) = 1^2 + \\
& + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \angle(\xi_1, \xi) \leq 2 - 2 \cos \varphi = 4 \sin^2(\varphi/2) \leq \\
& \leq 4(\varphi/2)^2 = \varphi^2, \text{ т.е. } \|\omega\| \leq \varphi.
\end{aligned}$$

Отсюда с учетом определения векторов ω и ξ_i , $i = \overline{1,3}$, неравенства Адамара [7, с. 565], а также геометрического смысла и простейших свойств определителя вытекают соотношения

$$\begin{aligned}
\delta & \leq |\det [\xi_1, \xi_2, \xi_3]| = |\det [\xi, \xi_2, \xi_3]| + \\
& + |\det [\omega, \xi_2, \xi_3]| \leq \\
& \leq |\det [\xi, \xi_2, \xi_3]| + |\det [\omega, \xi_2, \xi_3]| \leq \\
& \leq |\det [\xi, \xi_2, \xi_3]| + \|\omega\| \|\xi_2\| \|\xi_3\| \leq \\
& \leq |\det [\xi, \xi_2, \xi_3]| + \varphi,
\end{aligned}$$

из которых следует требуемое неравенство. Лемма 10 доказана.

Доказательство основной теоремы. Перейдем теперь к формулировке и нахождению основного результата данной работы – достаточных условий глобальной управляемости характеристических показателей Ляпунова трехмерных линейных систем, а именно

Теорема 3. Пусть $n = 3$, $m \in \{1, 2, 3\}$.

Если система (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, то показатели Ляпунова соответствующей замкнутой системы (2) глобально управляемы.

Доказательство теоремы 3 разобьем на два этапа. На первом этапе докажем следующее утверждение, сформулированное в виде теоремы.

Теорема 2. Если система (1) σ -равномерно вполне управляема и матрица A этой системы является нижнетреугольной, то для любых вещественных чисел $\lambda_{ii} > 0$, $i = \overline{1,3}$, найдется такая величина $\delta = \delta(\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}) > 0$, что при всяком $t_0 \geq 0$ на отрезке $[t_0, t_0 + 5\sigma]$ существует измеримое и ограниченное матричное управление $U = U(t)$, удовлетворяющее для всех $t \in [t_0, t_0 + 5\sigma]$ оценке $\|U(t)\| \leq \delta$ и обеспечивающее для матрицы Коши $X_U(t, s)$, $t, s \geq 0$, системы (2) с этим управлением выполнение равенства $X_U(t_0 + 5\sigma, t_0) = \Lambda$, в котором матрица $\Lambda := \{\lambda_{ij}\}_{i,j=1}^3 \in M_3$ – нижнетреугольная и для всех ее поддиагональных элементов λ_{ij} , $j = 1, 2$, $j < i \leq 3$, имеют место неравенства $|\lambda_{ij}| \leq \delta$.

На втором этапе обратимся непосредственно к доказательству самой основной теоремы 3.

Первый этап. Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы 2. Пусть $T = 5\sigma$. Зафиксируем произвольное $t_0 \geq 0$. Поскольку для всех $t \geq 0$ матрица $A(t) := \{a_{ij}(t)\}_{i,j=1}^3$ нижнетреугольная, матрица Коши $X(t, \tau)$ системы (1) с нулевым управлением также является нижнетреугольной при всех $t, \tau \geq 0$. Тогда диагональные элементы $x_{ii}(t, \tau)$, $i = \overline{1, 3}$ матрицы $X(t, \tau)$ являются ее собственными значениями и поэтому в силу [7, с. 359] и замечания 2 работы [5] для любых $i = \overline{1, 3}$ и $|t - s| \leq T$ справедливы соотношения

$$\exp(-5a) \leq |x_{ii}(t, s)| \leq \exp(5a). \quad (4)$$

Возьмем произвольные числа $\lambda_{ii} > 0$, $i = \overline{1, 3}$ и образуем нижнетреугольную матрицу $H = \{h_{ij}\}_{i,j=1}^3 \in M_3$, диагональные элементы которой положим равными $h_{ii} := x_{ii}(t_0, t_0 + T)\lambda_{ii}$, а поддиагональные элементы h_{ij} (т.е. элементы с индексами $j = 1, 2$ и $j < i \leq 3$) определим позже. Рассмотрим на отрезке $[t_0, t_0 + T]$ матричную задачу управления

$$\dot{Y} = A(t)Y + B(t)V, \quad Y \in M_3, \quad (5)$$

$$Y(t_0) = E, \quad Y(t_0 + T) = X(t_0 + T, t_0)H, \quad (6)$$

и найдем такое измеримое и ограниченное управление $V(t)$, решающее задачу (5), (6), чтобы матрица $Y(t)$ была обратимой при всех $t \in [t_0, t_0 + T]$. Известно, что в этом случае управление $U(t) = V(t)Y^{-1}(t)$ будет являться измеримой и ограниченной для любого $t \in [t_0, t_0 + T]$ матричной функцией и обеспечивать для матрицы Коши $X_U(t, s)$, $t, s \geq 0$, системы (2) с этим управлением равенство $X_U(t_0 + T, t_0) = X(t_0 + T, t_0)H$. Покажем, что управление V , обладающее всеми указанными свойствами, существует.

Обозначим так же, как и в [5], через θ величину, равную $\theta := 2\arcsin(4\gamma_1 b \exp a)^{-1}$, где числа $a, b \geq 1$ суть равномерные по $t \geq 0$ оценки на интегралы от норм матричных коэффициентов A и B системы (1) по отрезкам длины σ , т.е.

$$\int_t^{t+\sigma} \|A(\tau)\| d\tau \leq a, \quad \int_t^{t+\sigma} \|B(\tau)\| d\tau \leq b,$$

$\gamma_1 := \max\{\gamma, \sqrt{3}\}$, $\gamma > 0$ – фиксированное число, вытекающее из определения равномерной полной управляемости [4–5] системы (1). Тогда из [5] следует включение $\theta \in (0, \pi/18]$. Возьмем некоторые числа $\varphi \in (0, \theta/16]$ и $p \geq 2$, $p \in \mathbb{N}$, выбор которых уточним ниже. Поскольку система (1) σ -равномерно вполне управляема, то, пользуясь теоремой 1 работы [5], для каждого $k = \overline{0, 4}$ на отрезках $I^k := [t_0 + k\sigma, t_0 + (k+1)\sigma]$ найдем допустимые векторные управления $u_j^k = u_j^k(t)$, $t \in I^k$, $j = \overline{1, 3}$, удовлетворяющие при всех $t \in I^k$ оценке $\|u_j^k(t)\| \leq \gamma_1$, отыщем множества $M_j^k \subset \{1, \dots, p\}$ и выпуклые круговые конусы $\Phi_j^k \subset \mathbb{R}^3$, $j = \overline{1, 3}$, меры, не превосходящей $4\varphi =: \varphi_1 \leq \theta/4$, а также построим векторы

$$w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k) := \int_{t_{s-1}}^{t_s} Q(t_0 + k\sigma, \tau) u_j^k(\tau) d\tau,$$

$$[t_{s-1}, t_s] \subset [t_0 + k\sigma, t_0 + (k+1)\sigma], \quad s \in M_j^k,$$

$$\text{и } \zeta_j^k := \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k), \quad j = \overline{1, 3},$$

принадлежащие соответствующим круговым выпуклым конусам Φ_j^k , такие, что выполняются неравенства $\|\zeta_j^k\| \geq \ell(\varphi) := \varphi^2/(4\pi^2\gamma_1)$. При этом единичные векторы $\xi_j^k := \zeta_j^k/\|\zeta_j^k\|$, $k = \overline{0, 4}$, $j = \overline{1, 3}$, также лежат в конусах Φ_j^k , ввиду выпуклости последних, и для всех $k = \overline{0, 4}$ удовлетворяют оценке

$$|\det[\xi_1^k, \xi_2^k, \xi_3^k]| \geq \sin(15\theta/16)/2,$$

из которой в силу включения $\theta \in (0, \pi/18]$ и соотношения $\sin \psi \geq 2\psi/\pi$, верного для углов $\psi \in [0, \pi/2]$, получим неравенства

$$|\det[\xi_1^k, \xi_2^k, \xi_3^k]| \geq \sin(15\theta/16)/2 \geq \geq 15\theta/(16\pi) \geq \theta/6 =: \theta_1, \quad k = \overline{0, 4}. \quad (7)$$

Замечание 5. Здесь и всюду далее верхний индекс означает номер отрезка длины σ , нижний индекс – номер объекта (управления, множества, вектора), найденного на этом отрезке на основании теоремы 1 работы [5].

При всех $k = \overline{0, 4}$ и $j = \overline{1, 3}$ определим множества $\Phi_j(k) := X(t_0, t_0 + k\sigma) \cdot \Phi_j^k \subset \mathbb{R}^3$ и векторы $v_j(k) := X(t_0, t_0 + k\sigma) \xi_j^k \in \mathbb{R}^3$. Тогда для любого $k \in \{0, \dots, 4\}$ и $j \in \{1, 2, 3\}$, ввиду определения векторов $w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k)$ и

включений $w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k) \in \Phi_j^k$, $s \in M_j^k$, с учетом равенств $Q(t, s) = X(t, s)B(s)$ и $X(t, \tau)X(\tau, s) = X(t, s)$, $t, \tau, s \geq 0$, верных для матрицы Коши системы (1) с нулевым управлением, справедливы соотношения

$$\begin{aligned}\Phi_j(k) &= X(t_0, t_0 + k\sigma)\Phi_j^k \ni \\ &\ni X(t_0, t_0 + k\sigma)w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k) = \\ &= X(t_0, t_0 + k\sigma) \int_{t_{s-1}}^{t_s} Q(t_0 + k\sigma, \tau)u_j^k(\tau) d\tau = \\ &= \int_{t_{s-1}}^{t_s} X(t_0, t_0 + k\sigma)X(t_0 + k\sigma, \tau) B(\tau)u_j^k(\tau) d\tau = \\ &= \int_{t_{s-1}}^{t_s} Q(t_0, \tau)u_j^k(\tau) d\tau = w_s(t_0, u_j^k)\end{aligned}$$

(здесь $t_{s-1}, t_s \in I^k$), т.е. для любых $k = \overline{0, 4}$, $j = \overline{1, 3}$ и $s \in M_j^k$ справедлива формула

$$w_s(t_0, u_j^k) = X(t_0, t_0 + k\sigma)w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k) \in \Phi_j(k). \quad (8)$$

Поэтому при всех $k = \overline{0, 4}$ и $j = \overline{1, 3}$ для векторов $v_j(k)$ ввиду определения ξ_j^k , ζ_j^k и $v_j(k)$ справедливы равенства

$$\begin{aligned}v_j(k) &= X(t_0, t_0 + k\sigma)\xi_j^k = \\ &= X(t_0, t_0 + k\sigma)\zeta_j^k / \|\zeta_j^k\| = X(t_0, t_0 + k\sigma) \\ &\cdot \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k) / \|\zeta_j^k\| = \\ &= \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0, u_j^k) / \|\zeta_j^k\|, \\ \text{т.е. } v_j(k) &= \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0, u_j^k) / \|\zeta_j^k\|.\end{aligned}$$

Кроме того, поскольку выполняются включения $\xi_j^k \in \Phi_j^k$, $k = \overline{0, 4}$, $j = \overline{1, 3}$, при каждом $k = \overline{0, 4}$ и $j = \overline{1, 3}$ имеют место соотношения $v_j(k) = X(t_0, t_0 + k\sigma)\xi_j^k \in X(t_0, t_0 + k\sigma)\Phi_j^k = \Phi_j(k)$ и, следовательно, $v_j(k) \in \Phi_j(k)$.

Пусть величина φ_1 удовлетворяет неравенству $\varphi_1 \cdot \exp(16a) \leq 1$. Тогда, согласно лемме 2 работы [5], для всех $k = \overline{0, 4}$ и $j = \overline{1, 3}$ множества $\Phi_j(k)$, являются выпуклыми конусами, угловая мера которых, ввиду оценок $\angle \Phi_j^k \leq \varphi_1 = 4\varphi$, не превосходит величины $\arcsin(\varphi_1 \cdot \exp(4ak)) \leq \arcsin(4\varphi \exp(16a)) =: \varphi_2$.

Кроме того, в силу определения векторов ξ_j^k и

$v_j(k)$, $k = \overline{0, 4}$, $j = \overline{1, 3}$, неравенств (7), на основании леммы 3' статьи [5] для векторов $v_j(k)$ получим оценки

$$\exp(-ak) \leq \|v_j(k)\| \leq \exp(ak), \quad (9)$$

$$k = \overline{0, 4}, \quad j = \overline{1, 3},$$

$$|\det[v_1(k), v_2(k), v_3(k)]| \geq \exp(-3ak)\theta_1, \quad (10)$$

$$k = \overline{0, 4}.$$

Для всех $k = \overline{0, 4}$ и $j = \overline{1, 3}$ обозначим нормированные векторы

$$v_j^H(k) := v_j(k) / \|v_j(k)\|,$$

тогда для этих векторов из последних двух оценок, равенств

$$v_j(k) = \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0, u_j^k) / \|\zeta_j^k\|,$$

элементарных свойств определителя матрицы и нормы вектора [7, с. 313] вытекают верные при всяком $k = \overline{0, 4}$ неравенства

$$|\det[v_1^H(k), v_2^H(k), v_3^H(k)]| \geq \geq \theta_1 \exp(-3ak) / \exp(3ak) = \theta_1 \exp(-6ak), \quad (11)$$

$$\begin{aligned}v_j^H(k) &= v_j(k) / \|v_j(k)\| = \\ &= \left(\sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0, u_j^k) / \|\zeta_j^k\| \right) : \\ &: \left\| \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0, u_j^k) / \|\zeta_j^k\| \right\| = \\ &= \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0, u_j^k) / \left\| \sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0, u_j^k) \right\|, \quad (12) \\ &j = \overline{1, 3}.\end{aligned}$$

Помимо этого, из леммы 3' следует также, что для каждого $k = \overline{0, 4}$ среди векторов $v_j(k)$, $j = \overline{1, 3}$, найдется такой вектор $v_q(k)$, $q \in \{1, 2, 3\}$, при котором выполняются неравенства

$$|\det[v_q(k), e_2, e_3]| \geq \theta_1 \exp(-3ak)/6. \quad (13)$$

Замечание 6. Не ограничивая общности рассуждений будем считать, что при любом $k = \overline{0, 4}$ неравенства (13) выполняются для векторов $v_1(k)$ (в противном случае этого можно добиться перенумерацией найденных векторов $v_j(k)$, $j = \overline{1, 3}$, и связанных с ними объектов (множеств, управлений, выпуклых конусов)).

Нахождение векторных управлений и направлений движения системы¹. Возьмем вектор $v_1(0)$, тогда ввиду определения векторов $v_j(k)$ и замечания 6 для него справедливы равенства $v_1(0) = X(t_0, t_0)\xi_1^0 = \xi_1^0$ и оценка $|\det[v_1(0), e_2, e_3]| \geq \theta_1/6$. Поэтому, положив

$$\kappa'_1 := \text{sign}(\det[v_1(0), e_2, e_3]),$$

$$v'_1 := \kappa'_1 \cdot v_1(0) = \kappa'_1 \cdot \xi_1^0,$$

$$\Psi'_1 := \kappa'_1 \cdot \Phi_1(0) = \kappa'_1 \cdot X(t_0, t_0)\Phi_1^0 = \kappa'_1 \cdot \Phi_1^0,$$

в силу включения $\xi_1^0 \in \Phi_1^0$ и неравенства $\angle \Phi_1^0 \leq \varphi_1$, вытекающих из определений векторов ξ_j^k и конусов Φ_j^k , имеем соотношения

$$|\det[v'_1, e_2, e_3]| = \det[v'_1, e_2, e_3] \geq \theta_1/6, \\ v'_1 \in \Psi'_1, \angle \Psi'_1 \leq \varphi_1. \quad (14)$$

Обозначим через $v_1(t)$, $t \in I^0 = [t_0, t_0 + \sigma]$, то управление, а через $\mathfrak{M}'_1$ – то множество индексов, которые определяют вектор ξ_1^0 , а значит, и вектор v'_1 . Тогда из определения вектора v'_1 получим равенства $v_1(t) \equiv u_1^0(t)$, $t \in I^0$, и $\mathfrak{M}'_1 = M_1^0$.

Замечание 7. Множества индексов, определяющих векторы v'_1 , $v_1(0)$, ξ_1^0 и ζ_1^0 , совпадают ввиду того, что первые три из этих векторов образованы из ζ_1^0 в результате операции умножения их на ненулевое число, не изменяющей совокупности тех векторов $w_s(t_0, u_1^0)$, сумма которых образует вектор ζ_1^0 , а следовательно, не изменяющей и множества индексов M_1^0 . В дальнейшем для других, найденных нами аналогичным образом, векторов сходные с данным замечанием утверждения мы не будем дополнительно оговаривать.

Теперь, в отличие от доказательства теоремы 2 работы [8], разобьем множество $\mathfrak{M}'_1 = M_1^0$ на три непересекающиеся части $\mathfrak{M}_i$, $i = \overline{1, 3}$, так, чтобы выполнялись неравенства

$$\max_{s \in \mathfrak{M}_1} s < \min_{s \in \mathfrak{M}_2} s < \min_{s \in \mathfrak{M}_3} s,$$

$$\left\| \sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, v_1) \right\| : \left\| \sum_{j \in \mathfrak{M}'_1} w_j(t_0, v_1) \right\| \geq$$

$$\geq 1/4, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (15)$$

Докажем, что такое разбиение возможно. Пусть $q \in \{1, \dots, p\}$ – мощность множества $\mathfrak{M}'_1$.

Обозначим тогда через m_j , $j = \overline{1, q}$, элементы множества $\mathfrak{M}'_1$, упорядоченные по возрастанию, а через $\mathfrak{N}_j$ – множество $\{i \in \mathfrak{M}'_1 : i \leq m_j\}$. Для любого $J \subset \{1, \dots, p\}$ положим

$$S(J) := \sum_{s \in J} w_s(t_0, v_1) / \left\| \sum_{j \in \mathfrak{M}'_1} w_j(t_0, v_1) \right\|.$$

Поскольку $\|S(\mathfrak{N}_q)\| = \|S(\mathfrak{M}'_1)\| = 1 > 1/4$, то множество индексов $\tilde{J} := \{j : \|S(\mathfrak{N}_j)\| > 1/4\}$ непусто, и, следовательно, существует $\tilde{j} := \min \tilde{J}$. Пусть

$\mathfrak{M}_1 := \mathfrak{N}_{\tilde{j}}$, $\mathfrak{M}'_2 := \mathfrak{M}'_1 \setminus \mathfrak{M}_1$. Из леммы 1 работы [5] вытекает, что найдется натуральное $p \geq 2$, при котором выполняются неравенства

$$\|w_j(t_0, v_1)\| \leq \ell(\varphi)/8 \leq \left\| \sum_{s \in \mathfrak{M}'_1} w_s(t_0, v_1) \right\|/8 \quad \text{для}$$

всех $j = \overline{1, p}$. Тогда по определению $\tilde{j}$ имеют место соотношения $1/4 < \|S(\mathfrak{M}_1)\| \leq \|S(\mathfrak{N}_{\tilde{j}-1})\| +$

$$+ \|w_{m_{\tilde{j}}}(t_0, v_1)\| / \left\| \sum_{j \in \mathfrak{M}'_1} w_j(t_0, v_1) \right\| \leq 1/4 + 1/8 = 3/8.$$

Отсюда следует оценка

$$\|S(\mathfrak{M}'_2)\| \geq \|S(\mathfrak{M}'_1)\| - \|S(\mathfrak{M}_1)\| \geq 1 - 3/8 = 5/8.$$

Разбивая теперь множество $\mathfrak{M}'_2$ на множества $\mathfrak{M}_2$ и $\mathfrak{M}_3$ таким же образом, как разбивалось множество $\mathfrak{M}'_1$ на $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}'_2$ с учетом неравенств $\|S(\mathfrak{M}'_2)\| > 5/8 > 1/4$, получим множества $\mathfrak{M}_i$, $i = 2, 3$, для которых так же, как и для $\mathfrak{M}_1$, выполняется второе неравенство в (15). Первое неравенство в (15) следует из определения величины $\tilde{j}$ и множеств $\mathfrak{M}_i$, $i = \overline{1, 3}$.

Замечание 8. В дальнейшем, при необходимости разбиения множества индексов M_j^k , $j \in \{1, 2, 3\}$, $k \in \{1, \dots, 5\}$, на несколько непересекающихся частей, которые удовлетворяют неравенствам, схожим с формулами (15), мы не будем заострять внимание на возможности такого разбиения, поскольку доказательство его возможности будет проводиться аналогично представленному выше.

При каждом $i = \overline{1, 3}$ определим управления $u_i(t)$, полагая $u_i(t) := v_1(t)$ для всех $t \in I^0$.

Пусть $\Psi_i := \Psi'_1$, $\kappa_i := \kappa'_1$ и

¹ Здесь и всюду далее до конца первого этапа полужирным шрифтом выделены основные этапы доказательства теоремы 2.

$v_i := \kappa_i \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_i} w_j(t_0, u_i) / \|\sum_{j \in \mathcal{M}_i} w_j(t_0, u_i)\|$,
 $i = \overline{1, 3}$. Тогда справедливы соотношения
 $\|v_i\| = 1$, $i = \overline{1, 3}$. Поскольку для всех $j \in \mathcal{M}'_1$
 имеют место включения $w_j(t_0, u_1^0) \in \Phi_1^0$, то
 ввиду определений конуса Ψ'_1 и управления v_1
 выполняются соотношения
 $\kappa'_1 \cdot w_j(t_0, v_1) = \kappa'_1 \cdot w_j(t_0, u_1^0) \in \kappa'_1 \cdot \Phi_1^0 = \Psi'_1$,
 $j \in \mathcal{M}'_1$. Отсюда, используя свойство
 выпуклости конуса Φ_1^0 , а следовательно, и
 конусов Ψ_i , $i = \overline{1, 3}$, определение векторов v_i ,
 $i = \overline{1, 3}$, и включения $\mathcal{M}_i \subset \mathcal{M}'_i$, $i = \overline{1, 3}$, получим
 соотношения $v_i \in \Psi'_1 = \Psi_i$, $i = \overline{1, 3}$, из которых
 ввиду (14) следуют оценки

$$\angle(v_i, v_j) \leq \varphi_1, \quad \angle(v'_1, v_i) \leq \varphi_1, \\ i, j \in \{1, 2, 3\}, \quad i \neq j. \quad (16)$$

Замечание 9. Разбиение вектора v'_1 на
 векторы v_i , $i = \overline{1, 3}$, производится для того,
 чтобы иметь для угловых мер $\angle(v_1, v_2)$,
 $\angle(v_2, v_3)$ и $\angle(v_1, v_3)$ неравенство (16). Если бы
 векторы v_i , $i = \overline{1, 3}$, в отличие от предложенного
 здесь способа, строились на разных отрезках
 длины σ , то для угловой меры между этими
 векторами мы могли бы получить только оценку
 снизу, а получение оценки сверху, подобной
 формуле (16), было бы невозможным.

Положим $\varphi_1 \leq \theta_1/12$. Тогда в силу формул
 (14) и (16), равенств $\|v'_1\| = \|v_i\| = \|e_2\| = \|e_3\| = 1$ для
 векторов v'_1, e_2, e_3 и v_i , $i = \overline{1, 3}$, справедлива
 лемма 10, согласно которой, учитывая последнее
 неравенство, имеем соотношения

$$|\det[v_i, e_2, e_3]| \geq \theta_1/6 - \varphi_1 \geq \\ \geq \theta_1/6 - \theta_1/12 = \theta_1/12 =: \theta_0, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (17)$$

При этом для величины θ_0 в силу определений θ_1 и
 θ выполняется двусторонняя оценка $0 < \theta_0 < 1$.

Рассмотрим векторы $v_j^H(1) \in \Phi_j(1)$, $j = \overline{1, 3}$.
 Тогда ввиду неравенств (17) и (11) для $k=1$,
 равенств $\|v_3\| = \|e_2\| = \|e_3\| = 1$, на основании
 леммы 9 среди единичных векторов $v_j^H(1)$,
 $j = \overline{1, 3}$, найдется такой (пользуясь соглашением,
 аналогичным замечанию 6, будем считать, что
 этот вектор $v_1^H(1)$), при котором верны оценки
 $|\det[v_3, v_1^H(1), e_3]| \geq (\theta_1/12) \cdot (\theta_1 \exp(-6a))/3 =$

$$= (\theta_1/(6 \exp(3a)))^2 =: \theta_2.$$

В силу определения a , θ и θ_1 очевидно, что
 имеет место неравенство $0 < \theta_2 < 1$. Определим
 $\kappa'_4 \in \{-1, 1\}$ таким образом, чтобы выполнялось
 соотношение $\det[v_3, \kappa'_4 \cdot v_1^H(1), e_3] > 0$. Положим

$$v'_4 := \kappa'_4 \cdot v_1^H(1), \quad \text{тогда справедлива оценка} \\ |\det[v_3, v'_4, e_3]| = \det[v_3, v'_4, e_3] \geq \theta_2. \quad (18)$$

Обозначим через $v_4 = v_4(t)$, $t \in I^1$, и $\mathcal{M}'_4$
 соответственно управление и множество,
 задающие вектор $v_1^H(1)$. Тогда в силу
 определения векторов $v_1^H(1)$ и $v_1(1)$ очевидно,
 что $v_4(t) \equiv u_1^1(t)$, $t \in I^1$, и $\mathcal{M}'_4 = M_1^1$. Пусть
 $\Psi'_4 := \kappa'_4 \cdot \Phi_1(1)$. Ввиду включений

$v_j(k) \in \Phi_j(k)$, выпуклости конусов $\Phi_j(k)$, а
 также оценки на угловую меру этих конусов
 выполняются соотношения $v'_4 \in \Psi'_4$ и $\angle \Psi'_4 \leq \varphi_2$.
 Разобьем множество $\mathcal{M}'_4$ на две
 непересекающиеся части $\mathcal{M}_4$ и $\mathcal{M}_5$, таким же
 образом, как ранее разбивалось множество $\mathcal{M}'_1$
 на две части $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}'_2$. Тогда с учетом равенств
 (12) будут справедливы соотношения, аналогичные формулам (15):

$$\max_{s \in \mathcal{M}'_4} s < \min_{s \in \mathcal{M}_5} s, \\ \left\| \sum_{j \in \mathcal{M}_i} w_j(t_0, v_4) \right\| : \left\| \sum_{j \in \mathcal{M}'_4} w_j(t_0, v_4) \right\| \geq \\ \geq 1/4, \quad i = 4, 5. \quad (19)$$

Определим управления $u_4(t)$ и $u_5(t)$,
 полагая их равными $v_4(t)$
 для всех $t \in I^1 = [t_0 + \sigma, t_0 + 2\sigma]$. Пусть

$$\Psi_4 = \Psi_5 := \Psi'_4, \quad \kappa_4 = \kappa_5 := \kappa'_4, \\ v_i := \kappa_i \cdot \sum_{s \in \mathcal{M}_i} w_s(t_0, u_i) / \left\| \sum_{s \in \mathcal{M}_i} w_s(t_0, u_i) \right\|, \\ i = 4, 5.$$

Тогда справедливы соотношения $\|v_i\| = 1$,
 $i = 4, 5$. Поскольку для всех $s \in \mathcal{M}'_4 = M_1^1$ имеют
 место включения $w_s(t_0, v_4) = w_s(t_0, u_1^1) \in \Phi_1(1)$, то
 $\kappa'_4 \cdot w_s(t_0, v_4) \in \kappa'_4 \cdot \Phi_1(1) = \Psi'_4$, $s \in \mathcal{M}'_4$. Поэтому,
 используя выпуклость конуса Ψ'_4 , а
 следовательно, и Ψ_i , $i = 4, 5$, определение
 векторов v_i , $i = 4, 5$, и включений $\mathcal{M}_i \subset \mathcal{M}'_4$,
 $i = 4, 5$, получим соотношения $v_i \in \Psi'_4 = \Psi_i$,
 $i = 4, 5$, из которых ввиду неравенства $\angle \Psi'_4 \leq \varphi_2$
 следуют оценки

$$\angle(v_4, v_5) \leq \varphi_2, \quad \angle(v'_4, v_i) \leq \varphi_2, \quad i = 4, 5. \quad (20)$$

Тогда, положив $\varphi_2 \leq \theta_2/4 = (\theta_1/(12 \exp(3a)))^2$, ввиду формул (18) и (20), определения векторов v_5, v'_4, v_3, e_3 установим, что эти векторы удовлетворяют условиям леммы 10, согласно которой справедливы оценки

$$|\det[v_3, v_5, e_3]| \geq \theta_2 - \varphi_2 \geq \theta_2 - \theta_2/4 = 3\theta_2/4. \quad (21)$$

Аналогичным образом доказывается оценка $|\det[v_3, v_4, e_3]| \geq 3\theta_2/4$, из которой, полагая $\varphi_1 \leq \theta_2/4 = (\theta_1/(12 \exp(3a)))^2$, ввиду формулы (16) и равенств $\|v_1\| = \|v_3\| = \|v_4\| = \|e_3\| = 1$, следуя лемме 10, получим неравенства

$$|\det[v_1, v_4, e_3]| \geq 3\theta_2/4 - \varphi_1 \geq \geq 3\theta_2/4 - \theta_2/4 = \theta_2/2. \quad (22)$$

Из неравенств (21), оценки (11) для векторов $v_j^H(2)$, $j = \overline{1, 3}$, а также равенств $\|v_3\| = \|v_5\| = \|v_j^H(2)\| = \|e_3\| = 1$ вытекает, что указанные векторы удовлетворяют условиям леммы 9, по которой найдется такой вектор (пользуясь соглашением, аналогичным замечанию 6, будем считать, что этот вектор $v_1^H(2)$), для которого с учетом определения θ_2 справедливы соотношения $|\det[v_3, v_5, v_1^H(2)]| \geq \geq (\theta_1 \exp(-12a) \cdot \theta_2/2)/3 = (\theta_1/(6 \exp(6a)))^3 =: \theta_3$.

Возьмем такое $\kappa_6 \in \{-1, 1\}$, что выполняется неравенство $\det[v_3, v_5, \kappa_6 \cdot v_1^H(2)] \geq \theta_3$, и положим $v_6 := \kappa_6 \cdot v_1^H(2)$. Обозначим через $u_6 = u_6(t)$, $t \in I^2 := [t_0 + 2\sigma, t_0 + 3\sigma]$, и $\mathfrak{M}_6$ соответственно управление и множество, задающие вектор $v_1^H(2)$. Тогда в силу определения векторов $v_1^H(2)$ и $v_1(2)$ очевидно, что $u_6(t) \equiv u_1^2(t)$, $t \in I^2$, и $\mathfrak{M}_6 = M_1^2$. Пусть $\Psi_6 := \kappa_6 \cdot \Phi_1(2)$. Ввиду включений $v_j(k) \in \Phi_j(k)$, выпуклости конусов $\Phi_j(k)$, а также оценки на угловую меру $\Phi_j(k)$ верны соотношения $v_6 \in \Psi_6$ и $\angle \Psi_6 \leq \varphi_2$.

Замечание 10. Для найденных таким образом векторов $v_3, v_5, v_6 \in \mathbb{R}^3$ справедлива оценка $\det[v_3, v_5, v_6] \geq \theta_3 > 0$, означающая, что эти векторы образуют в пространстве $\mathbb{R}^3$ базис, причем в силу равенств $\|v_3\| = \|v_5\| = \|v_6\| = 1$ этот базис является нормированным.

Обозначим через F_1 матрицу $F_1 := [v_3, v_5, v_6]$, тогда верны соотношения

$$\det F_1 = \det[v_3, v_5, v_6] \geq \theta_3, \quad (23)$$

из которых вытекает, что найдутся такие числа $\alpha_3, \alpha_5, \alpha_6 \in \mathbb{R}$, при которых выполняется равенство $\alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5 + \alpha_6 v_6 = h_3 - e_3$, где $h_3 := (0, 0, h_{33})^T \in \mathbb{R}^3$ (разложение вектора $(h_3 - e_3) \in \mathbb{R}^3$ по базису, состоящему из векторов v_3, v_5, v_6). Коэффициенты α_i , $i \in \{3, 5, 6\}$, при этом легко вычисляются по формулам Крамера

$$\alpha_3 = \det[h_3 - e_3, v_5, v_6] / \det F_1,$$

$$\alpha_5 = \det[v_3, h_3 - e_3, v_6] / \det F_1,$$

$$\alpha_6 = \det[v_3, v_5, h_3 - e_3] / \det F_1.$$

Положим $\chi_1 := \exp(-5a) \cdot \min\{\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}\}$, $\chi_2 := \exp(5a) \cdot \max\{\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}\}$, тогда из равенств $h_{ii} := x_{ii}(t_0, t_0 + T)\lambda_{ii}$, $i = \overline{1, 3}$, и соотношений (4) следуют оценки

$$\chi_1 \leq |h_{ii}| \leq \chi_2, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (24)$$

Отсюда, из неравенств (23) и Адамара [7, с. 565], а также определений величин $\alpha_3, \theta_3, \theta_1$ и векторов v_5, v_6, e_3 вытекают соотношения

$$\begin{aligned} |\alpha_3| &= |\det[h_3 - e_3, v_5, v_6]| \cdot |\det F_1|^{-1} \leq \\ &\leq \|h_3 - e_3\| \|v_5\| \|v_6\| / \theta_3 \leq \\ &\leq (1 + \chi_2) \cdot (6 \exp(6a) / \theta_1)^3 = \\ &= (1 + \chi_2) \cdot (36 \exp(6a) / \theta)^3 =: \beta_1. \end{aligned}$$

Аналогичным образом доказываются оценки и на остальные коэффициенты $|\alpha_5|, |\alpha_6| \leq \beta_1$. Причем ввиду определения θ, a, χ_2 очевидно, что $\beta_1 \geq 1$.

Рассмотрим векторы $v_j^H(3)$, $j = \overline{1, 3}$. Тогда в силу определения этих векторов, равенств $\|v_2\| = \|e_2\| = \|e_3\| = 1$, а также оценок (17) для $i = 2$ и (11) для $k = 3$, на основании леммы 9 среди единичных векторов $v_j^H(3)$, $j = \overline{1, 3}$, найдется такой (пользуясь соглашением, аналогичным замечанию 6, будем считать, что этот вектор $v_1^H(3)$), для которого справедливы оценки

$$\begin{aligned} |\det[v_2, v_1^H(3), e_3]| &\geq (\theta_1/12) \cdot (\theta_1 \exp(-18a))/3 = \\ &= (\theta_1/(6 \exp(9a)))^2 =: \theta_4. \end{aligned}$$

При этом, используя определения θ_1 и θ , легко показать, что $0 < \theta_4 < 1$.

Пусть $\kappa_7 = \text{sign}(\det[v_2, v_1^H(3), e_3])$. Положим $v_7 := \kappa_7 \cdot v_1^H(3)$, тогда, обозначая через F_2 матрицу $[v_7, v_8, e_3]$, получим неравенство

$$\det F_2 = \det[v_2, v_7, e_3] \geq \theta_4. \quad (25)$$

Замечание 11. Геометрически выполнение оценки (25) и равенств $\|v_2\| = \|v_7\| = 1$ для векторов $v_2, v_7 \in \mathbb{R}^3$ означает то, что эти векторы образуют в подпространстве $L(v_2, v_7) \subset \mathbb{R}^3$ нормированный базис, причем имеет место представление $\mathbb{R}^3 = L(v_2, v_7) \oplus L(e_3)$, где символ $\oplus$ означает знак прямой суммы подпространств [9, с. 400].

Обозначим через $u_7 = u_7(t)$, $t \in I^3 := [t_0 + 3\sigma, t_0 + 4\sigma]$, и $\mathfrak{M}_7$ соответственно управление и множество, задающие вектор $v_1^H(3)$, а следовательно, и вектор v_7 . Тогда, как легко видеть, в силу определения векторов $v_1^H(3)$ и $v_1(3)$ выполняются равенства $u_7(t) \equiv u_1^3(t)$, $t \in I^3$, и $\mathfrak{M}_7 = M_1^3$. Положим $\Psi_7 := \kappa_7 \cdot \Phi_1(3)$. Из верных для всех $k = \overline{0, 4}$ и $j = \overline{1, 3}$ включений $v_j(k) \in \Phi_j(k)$, выпуклости конусов $\Phi_j(k)$, а также оценок $\angle \Phi_j(k) \leq \varphi_2$ вытекают соотношения $v_7 \in \Psi_7$ и $\angle \Psi_7 \leq \varphi_2$.

Так как справедливо неравенство (25), то при любом фиксированном $\alpha_4 \in \mathbb{R}$ найдутся такие $\alpha_2, \alpha_7 \in \mathbb{R}$, при которых выполняются равенства $e_i^T \cdot (\alpha_2 v_2 + \alpha_7 v_7) = e_i^T \cdot (h_2 - e_2 - \alpha_4 v_4)$, $i = 1, 2$, где вектор $h_2 := (0, h_{22}, h_{32})^T \in \mathbb{R}^3$ (в этом векторе компонента h_{22} равна, как и ранее, $h_{22} = x_{22}(t_0, t_0 + T)\lambda_{22}$, компонента h_{23} пока не определена). Коэффициенты α_i , $i = 2, 7$, легко вычисляются по формулам Крамера

$$\alpha_2 = \det[h_2 - e_2 - \alpha_4 v_4, v_7, e_3] / \det F_2,$$

$$\alpha_7 = \det[v_2, h_2 - e_2 - \alpha_4 v_4, e_3] / \det F_2.$$

Очевидно, что эти коэффициенты зависят от неопределенной пока величины α_4 . Положим $|\alpha_4| := 2\beta_1/\theta_2$ (выбор знака для этого коэффициента укажем в дальнейшем). Тогда, раскрывая вышеуказанные определители, с учетом определений величины θ_4 , векторов e_2 и h_2 , оценок (24), (25), равенств $\|v_2\| = \|v_7\| = \|e_2\| = \|e_3\| = 1$, неравенства Адамара [7, с. 565], а также поскольку модуль компоненты вектора не превосходит его нормы, получим соотношения

$$\begin{aligned} |\alpha_2| &= |\det[h_2 - e_2 - \alpha_4 v_4, v_7, e_3]| \cdot |\det F_2|^{-1} \leq \\ &\leq (|\det[h_2, v_7, e_3]| + |\det[e_2, v_7, e_3]| + \\ &+ |\det[\alpha_4 v_4, v_7, e_3]|) \cdot |\det F_2|^{-1} \leq \\ &\leq (|\det[h_2, v_7, e_3]| + \|e_2\| \|v_7\| \|e_3\| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \|\alpha_4 v_4\| \|v_7\| \|e_3\|) \cdot \theta_4^{-1} \leq \\ &\leq (|-h_{22} v_{71}| + 1 + |\alpha_4|) \cdot \theta_4^{-1} \leq \\ &\leq (|h_{22}| \|v_7\| + 1 + 2\beta_1/\theta_2) \cdot \theta_4^{-1} \leq \\ &\leq (\chi_2 + 1 + 2\beta_1/\theta_2) \cdot \theta_4^{-1} =: \beta_2 \end{aligned}$$

(здесь и всюду далее для произвольного вектора $d_i \in \mathbb{R}^3$, $i \in \mathbb{N}$, через d_{is} , $s = \overline{1, 3}$ обозначаются компоненты этого вектора, т.е. $d_i = (d_{i1}, d_{i2}, d_{i3})^T$). Аналогичным образом устанавливается оценка сверху и на коэффициент α_7 : $|\alpha_7| \leq \beta_2$. Отсюда с учетом неравенства $|\alpha_4| \leq \beta_2$, вытекающего из определения β_2 , равенства $|\alpha_4| := 2\beta_1/\theta_2$ и соотношения $0 < \theta_4 < 1$, для элемента $h_{32} := e_3^T \cdot (\alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 + \alpha_7 v_7)$ получим оценку

$$\begin{aligned} |h_{32}| &\leq \|e_3\| \cdot \|\alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 + \alpha_7 v_7\| \leq \\ &\leq |\alpha_4| \|v_4\| + |\alpha_2| \|v_2\| + |\alpha_7| \|v_7\| \leq 3\beta_2. \end{aligned}$$

Здесь же стоит заметить, что, ввиду определения β_2 и χ_2 , а также неравенств $\beta_1 > 1$, $0 < \theta_2 < 1$ и $0 < \theta_4 < 1$ для величины β_2 выполняются оценки $\beta_2 > \beta_1 > 1$.

В силу формул (9) и (13) при $k = 4$, с учетом замечания 6 для вектора $v_1^H(4) \in \Phi_1(4)$ выполняются соотношения

$$\begin{aligned} &|\det[v_1^H(4), e_2, e_3]| = \\ &= |\det[v_1(4)/\|v_1(4)\|, e_2, e_3]| \geq \\ &\geq \theta_1 \cdot \exp(-12a) \cdot (6\|v_1(4)\|)^{-1} \geq \\ &\geq \theta_1 \exp(-12a) / (6 \exp(4a)) = \\ &= \theta_1 \exp(-16a) / 6 =: \theta_5. \end{aligned}$$

Пользуясь определениями θ и θ_1 , легко показать, что имеют место неравенства $0 < \theta_5 < 1$. Обозначим управление и множество, определяющие вектор $v_1(4)$ (а следовательно, и вектор $v_1^H(4)$) соответственно $u_8 = u_8(t)$, $t \in I^4 := [t_0 + 4\sigma, t_0 + 5\sigma] = [t_0 + 4\sigma, t_0 + T]$, и $\mathfrak{M}_8$. Ввиду замечания 7 очевидно, что $u_8(t) \equiv u_1^4(t)$, $t \in I^4$, и $\mathfrak{M}_8 = M_1^4$. Положим $\kappa_8 := \text{sign}(\det[v_1^H(4), e_2, e_3])$, $v_8 := \kappa_8 \cdot v_1^H(4)$, $\Psi_8 := \kappa_8 \cdot \Phi_1(4)$, тогда имеют место неравенство $\det F_3 := \det[v_8, e_2, e_3] \geq \theta_5$ и ввиду определения и выпуклости конусов $\Phi_j(k)$, $k = \overline{0, 4}$, $j = \overline{1, 3}$, соотношения $v_8 \in \Psi_8$, $\angle \Psi_8 \leq \varphi_2$.

Положив $\alpha_8 := e_1^T (h_1 - e_1 - \alpha_1 v_1) / \det F_3$,

получим равенство $\alpha_1 v_{11} + \alpha_8 v_{81} = h_{11} - 1$ и, с учетом формулы (24) и соотношений $\|e_1\| = \|v_1\| = 1$, оценку

$$|\alpha_8| = |e_1^T (h_1 - e_1 - \alpha_1 v_1)| / |\det F_3| \leq$$

$\leq (|h_{11}| + 1 + |\alpha_1| \|e_1^T v_1\|) / \theta_5 \leq (\chi_2 + 1 + |\alpha_1|) / \theta_5$, зависящую от α_1 . Определим элементы h_{21} и h_{31} равенствами $h_{i1} := \alpha_1 v_{1i} + \alpha_8 v_{8i}$, $i = 2, 3$. Тогда ввиду последнего неравенства для этих элементов также имеют место зависящие от α_1 оценки

$$\begin{aligned} |h_{i1}| &\leq |\alpha_1| \|v_{1i}\| + |\alpha_8| \|v_{8i}\| \leq \\ &\leq |\alpha_1| \|v_1\| + |\alpha_8| \|v_8\| \leq |\alpha_1| + |\alpha_8| = \\ &= |\alpha_1| + (\chi_2 + 1 + |\alpha_1|) / \theta_5 =: \beta_3(\alpha_1) = \beta_3, \quad i = 2, 3. \end{aligned}$$

Таким образом, для выбранных элементов $h_{ij} \in \mathbb{R}$, $j = \overline{1, 3}$, $1 \leq i \leq j$, и коэффициентов $\alpha_k \in \mathbb{R}$, а также найденных векторов $v_k \in \mathbb{R}^3$, $k = \overline{1, 8}$, справедливы равенства

$$\begin{aligned} e_1 + \alpha_1 v_1 + \alpha_8 v_8 &= (h_{11}, h_{21}, h_{31})^T = He_1, \\ e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 + \alpha_7 v_7 &= (0, h_{22}, h_{32})^T = He_2, \\ e_3 + \alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5 + \alpha_6 v_6 &= (0, 0, h_{33})^T = He_3. \end{aligned} \quad (26)$$

Определим элементы $\lambda_{ij} := e_i^T X(t_0 + T, t_0) He_j$, $i, j = \overline{1, 3}$. Тогда ввиду того, что матрицы $X(t_0 + T, t_0)$ и H – нижнетреугольные, матрица $\Lambda = \{\lambda_{ij}\}_{i,j=1}^3$ также нижнетреугольная, причем, очевидно, элементы h_{ii} удовлетворяют определенным ранее соотношениям $h_{ii} = x_{ii}(t_0, t_0 + T) \lambda_{ii}$, $i = \overline{1, 3}$. Кроме того, для полученной матрицы выполняется равенство

$$\Lambda = X(t_0 + T, t_0) H. \quad (27)$$

При этом поддиагональные элементы λ_{ij} , $j = 1, 2$, $j < i \leq 3$, этой матрицы удовлетворяют не зависящим от $t_0 \geq 0$ оценкам

$$\begin{aligned} |\lambda_{ij}| &= |e_i^T X(t_0 + T, t_0) He_j| \leq \|e_i^T\| \|X(t_0 + T, t_0)\| \|H\| \cdot \\ &\cdot \|e_j\| \leq \exp(5a) \cdot \|H\| \leq \sqrt{3} \exp(5a) \cdot \\ &\max \{ \|He_j\|, j = \overline{1, 3} \} \leq \sqrt{3} \exp(5a) \cdot \\ &\cdot \max \left\{ \left(\sum_{i=1}^3 h_{ij}^2 \right)^{1/2}, j = \overline{1, 3} \right\} \leq \sqrt{3} \exp(5a) \cdot \\ &\cdot \max \left\{ \sqrt{\chi_2^2 + \beta_3^2 + \beta_3^2}, \sqrt{\chi_2^2 + (3\beta_2)^2}, \chi_2 \right\} = \\ &= \sqrt{3} \exp(5a) \cdot \max \left\{ \sqrt{\chi_2^2 + 2\beta_3^2}, \sqrt{\chi_2^2 + 9\beta_2^2} \right\} = \\ &=: \delta_1(\alpha_1), \end{aligned}$$

которые следуют из оценок сверху для всех

поддиагональных элементов h_{ij} матрицы H , формулы (24), а также соотношений между столбцовой и спектральной нормами матриц [7, с. 336] и замечания 2 работы [5].

Построение необходимых матричного управления и матричной траектории движения (решения матричной задачи управления). Вводя на отрезке $[t_0, t_0 + T]$ замену переменных $Z(t) = X(t_0, t)Y(t)$, от задачи (5), (6) перейдем к следующей матричной задаче управления

$$\dot{Z} = Q(t_0, t)V, \quad Z \in M_3, \quad t \in [t_0, t_0 + T], \quad (28)$$

$$Z(t_0) = E, \quad Z(t_0 + T) = H, \quad (29)$$

в которой матричный коэффициент $Q(t_0, t) = X(t_0, t)B(t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$, является, очевидно, локально интегрируемым и интегрально ограниченным и удовлетворяет ввиду замечания 2 статьи [5] не зависящей от t_0 оценке

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_0+T} \|Q(t_0, \tau)\| d\tau &\leq \\ &\leq \exp(5a) \cdot \sum_{i=1}^5 \int_{t_0+(i-1)\sigma}^{t_0+i\sigma} \|B(\tau)\| d\tau \leq \\ &\leq 5b \exp(5a). \end{aligned} \quad (30)$$

Пусть $\Delta_i := \bigcup_{s \in \mathbb{M}_i} [t_{s-1}, t_s]$, $i = \overline{1, 8}$, тогда в силу соотношений (15), (19) найдутся такие точки $t^{(1)} \in (t_0, t_0 + \sigma)$, $t^{(2)} \in (t^{(1)}, t_0 + \sigma)$, $t^{(3)} \in (t_0 + \sigma, t_0 + 2\sigma)$, что выполняются включения $\Delta_1 \subseteq [t_0, t^{(1)}]$, $\Delta_2 \subseteq [t^{(1)}, t^{(2)}]$, $\Delta_3 \subseteq [t^{(2)}, t_0 + \sigma]$, $\Delta_4 \subseteq [t_0 + \sigma, t^{(3)}]$, $\Delta_5 \subseteq [t^{(3)}, t_0 + 2\sigma]$. Положив

$$c_i := \alpha_i \cdot \kappa_i \cdot \left\| \sum_{j \in \mathbb{M}_i} w_j(t_0, u_i) \right\|^{-1}, \quad i = \overline{1, 8},$$

определим матричное управление V следующим равенством:

$$V(t) := \begin{cases} [c_1 u_1(t), 0, 0], & t \in \Delta_1 \subseteq [t_0, t^{(1)}], \\ [0, c_2 u_2(t), 0], & t \in \Delta_2 \subseteq [t^{(1)}, t^{(2)}], \\ [0, 0, c_3 u_3(t)], & t \in \Delta_3 \subseteq [t^{(2)}, t_0 + \sigma], \\ [0, c_4 u_4(t), 0], & t \in \Delta_4 \subseteq [t_0 + \sigma, t^{(3)}], \\ [0, 0, c_5 u_5(t)], & t \in \Delta_5 \subseteq [t^{(3)}, t_0 + 2\sigma], \\ [0, 0, c_6 u_6(t)], & t \in \Delta_6 \subseteq [t_0 + 2\sigma, t_0 + 3\sigma], \\ [0, c_7 u_7(t), 0], & t \in \Delta_7 \subseteq [t_0 + 3\sigma, t_0 + 4\sigma], \\ [c_8 u_8(t), 0, 0], & t \in \Delta_8 \subseteq [t_0 + 4\sigma, t_0 + 5\sigma], \\ 0, & t \in [t_0, t_0 + 5\sigma], t \notin \Delta_i, i = \overline{1, 8}. \end{cases} \quad (31)$$

Замечание 12. Множества Δ_i , $i = \overline{1, 8}$, расположены на отрезке $[t_0, t_0 + 5\sigma]$ последовательно по возрастанию своих номеров, и на каждом из них действует только одно, соответствующее этому множеству управление,

стоящее под фигурной скобкой в (31).

Подставив матричное управление (31) в уравнение (28), с помощью равенств (26) найдем значения решения этого уравнения с начальным условием (29) в точках $t^{(1)}$, $t^{(2)}$, $t^{(3)}$ и $t_0 + i\sigma$, $i = \overline{1, 5}$. Действуя таким образом и используя при этом определения коэффициентов c_i и векторов v_i , $i = \overline{1, 8}$, а также соотношения (8) и $w_s(t_0 + k\sigma, u_i) = \int_{t_{s-1}}^{t_s} Q(t_0 + k\sigma, \tau) u_i(\tau) d\tau$, $k = \overline{0, 4}$, $i = \overline{1, 8}$, $s \in \mathcal{M}_i$, получим равенства

$$\begin{aligned} Z(t^{(1)}) &= [e_1 + c_1 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_1} w_j(t_0, u_1), \\ &e_2, e_3] = [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2, e_3] =: P_1, \\ Z(t^{(2)}) &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \\ &+ c_2 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_2} w_j(t_0, u_2), e_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, e_3] =: P_2, \\ Z(t_0 + \sigma) &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, \\ &e_3 + c_3 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_3} w_j(t_0, u_3)] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, e_3 + \alpha_3 v_3] =: P_3, \\ Z(t^{(3)}) &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \\ &+ c_4 \cdot X(t_0, t_0 + \sigma) \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_4} w_j(t_0 + \sigma, u_4), \\ &e_3 + \alpha_3 v_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \\ &+ c_4 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_4} w_j(t_0, u_4), e_3 + \alpha_3 v_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3] =: P_4, \\ Z(t_0 + 2\sigma) &= [e_1 + \alpha_1 v_1, \\ &e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3 + \\ &+ c_5 \cdot X(t_0, t_0 + \sigma) \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_5} w_j(t_0 + \sigma, u_5)] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, e_3 + \\ &+ \alpha_3 v_3 + c_5 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_5} w_j(t_0, u_5)] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \\ &+ \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5] =: P_5, \\ Z(t_0 + 3\sigma) &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3 + \\ &+ \alpha_5 v_5 + c_6 \cdot X(t_0, t_0 + 2\sigma) \cdot \\ &\cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_6} w_j(t_0 + 2\sigma, u_6)] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \\ &+ \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5 + \\ &+ c_6 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_6} w_j(t_0, u_6)] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, \\ &e_3 + \alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5 + \alpha_6 v_6] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, He_3] =: P_6, \\ Z(t_0 + 4\sigma) &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \\ &+ \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 + c_7 \cdot X(t_0, t_0 + 3\sigma) \cdot \\ &\cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_7} w_j(t_0 + 3\sigma, u_7), He_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 + \\ &+ c_7 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_7} w_j(t_0, u_7), He_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 + \alpha_7 v_7, He_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1, He_2, He_3] =: P_7, \\ Z(t_0 + 5\sigma) &= [e_1 + \alpha_1 v_1 + c_8 \cdot X(t_0, t_0 + 4\sigma) \cdot \\ &\cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_8} w_j(t_0 + 4\sigma, u_8), He_2, He_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1 + c_8 \cdot \sum_{j \in \mathcal{M}_8} w_j(t_0, u_8), He_2, He_3] = \\ &= [e_1 + \alpha_1 v_1 + \alpha_8 v_8, He_2, He_3] = \\ &= [He_1, He_2, He_3] = H. \end{aligned}$$

Так как выполняются соотношения $Z(t_0) = E$ и $Z(t_0 + T) = H$, то найденное управление V является решением матричной задачи управления (28), (29), а следовательно, и задачи управления (5), (6). Для доказательства теоремы 2 остается обеспечить выбор угловой меры φ , коэффициента α_1 и знака у коэффициента α_4 (и, тем самым, установить ограниченность найденного матричного управления V), а также показать, что матрица-решение $Z(t)$ с выбранным управлением V обратима при всех $t \in [t_0, t_0 + T]$ и имеет не зависящую от $t_0 \geq 0$ оценку сверху на норму матрицы $Z^{-1}(t)$.

Доказательство легальности [10] (невырожденности) построенного маршрута. На основании замечания 2 работы [5] последнее требование в случае равномерной по $t_0 \geq 0$ ограниченности при всех $t \in [t_0, t_0 + 5\sigma]$ нормы матрицы-решения $\|Z(t)\|$ уравнения (28) с выбранным управлением V эквивалентно тому, что при некотором фиксированном $\rho > 0$ для этого решения $Z(t)$ и любого $t \in [t_0, t_0 + 5\sigma]$ имеет место равномерная по t_0 оценка

$$\det Z(t) \geq \rho, \quad (32)$$

которую и будем устанавливать в дальнейшем. Для этого покажем вначале, что найдется такое число $\rho_1 > 0$, при котором для каждой из матриц P_i , $i = \overline{1, 8}$, определенных на предыдущем этапе, верно соотношение $\det P_i \geq \rho_1$.

Прежде чем переходить к нахождению таких

соотношений, введем необходимые далее обозначения и определения. При каждом $i = \overline{1,8}$ для коэффициента $\alpha_i \in \mathbb{R}$ обозначим через α_i^+ число, равное $\alpha_i^+ := |\alpha_i|$. Возьмем $\rho_1 := \min \{1, \chi_1, \chi_1^2, \det H\}$. Зададим ранее не определенный коэффициент $\alpha_1 \in \mathbb{R}$ как величину, удовлетворяющую соотношениям $\det[\alpha_1 v_1, e_2, e_3] \geq 0$ и $\alpha_1^+ := \max \{1, 17\beta_2^2/\theta_2\}/\theta_0$. Тогда в силу верных оценок $\beta_2 > 1$, $0 < \theta_k < 1$, $k = 0, 2$, имеем равенство $\alpha_1^+ = 17\beta_2^2/(\theta_2\theta_0)$. Теперь, введя используемые в дальнейшем обозначения и определения, и, кроме того, считая выполненной для величины φ_1 оценку $\varphi_1 \leq 1/\alpha_1^+$, перейдем непосредственно к рассмотрению каждого из вышеуказанных определителей.

Замечание 13. Для доказательства неравенств $\det P_i \geq \rho_1$ всюду на этом этапе будем пользоваться определениями величин α_1^+ и ρ_1 , оценкой $\sin \psi \leq \psi$, справедливой для малых углов $\psi \in [0, \pi/2]$, простейшими свойствами определителя, неравенством Адамара [7, с. 565], верным для произвольных векторов $\omega_j \in \mathbb{R}^3$, $j = \overline{1,3}$, соотношением $|\det[\omega_1, \omega_2, \omega_3]| \leq \|\omega_1\| \|\omega_2\| \|\omega_3\| |\sin \angle(\omega_k, \omega_l)|$, которое следует из геометрического смысла определителя, а также вытекающими из определений векторов e_j и v_i равенствами $\|e_j\| = \|v_i\| = 1$, $j = \overline{1,3}$, $i = \overline{1,8}$. Здесь же заметим, что оценки и соотношения, связанные с коэффициентами α_i , $i = \overline{2,8}$, а также величины θ_k , $k = \overline{0,4}$, и β_j , $j = \overline{1,3}$, получены на этапе «Нахождение векторных управлений...» представленного доказательства.

Рассмотрим определитель $\det P_1$. Поскольку имеет место верная в силу определения величины α_1 и формулы (17) оценка $\det[\alpha_1 v_1, e_2, e_3] \geq \alpha_1^+ \theta_0$, то ввиду замечания 13 для этого определителя справедливы соотношения

$$\det P_1 := \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2, e_3] = \det[e_1, e_2, e_3] + \det[\alpha_1 v_1, e_2, e_3] \geq 1 + \alpha_1^+ \theta_0 \geq 1 \geq \rho_1.$$

Пользуясь далее тем же замечанием 13, неравенствами (16) и $\varphi_1 \leq 1/\alpha_1^+$, а также оценкой $\alpha_2^+ = |\alpha_2| \leq \beta_2 = (\chi_2 + 1 + 2\beta_1/\theta_2)/\theta_4$, с учетом

определения $\det P_1$ для определителя $\det P_2$ получим соотношения

$$\begin{aligned} \det P_2 &= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, e_3] = \\ &= \det P_1 + \det[e_1 + \alpha_1 v_1, \alpha_2 v_2, e_3] \geq \det P_1 - \\ &- |\det[\alpha_1 v_1, \alpha_2 v_2, e_3]| - |\det[e_1, \alpha_2 v_2, e_3]| \geq \\ &\geq \det P_1 - \alpha_1^+ \alpha_2^+ \|v_1\| \|v_2\| \|e_3\| |\sin \angle(v_1, v_2)| - \\ &- \|e_1\| \|\alpha_2 v_2\| \|e_3\| \geq \det P_1 - \alpha_1^+ \alpha_2^+ |\sin \varphi_1| - \alpha_2^+ \geq \\ &\geq \det P_1 - \alpha_1^+ \alpha_2^+ \varphi_1 - \alpha_2^+ \geq 1 + \alpha_1^+ \theta_0 - 2\beta_2, \end{aligned}$$

из которых ввиду неравенств $0 < \theta_2 < 1$ и $\beta_2^2 \geq \beta_2$, вытекающего из оценки $\beta_2 > 1$, а также определения α_1^+ следует цепочка соотношений

$$\begin{aligned} \det P_2 &\geq 1 + 17\beta_2^2/\theta_2 - 2\beta_2 \geq \\ &\geq 1 + 17\beta_2^2/\theta_2 - 2\beta_2^2/\theta_2 \geq 1 + 15\beta_2^2/\theta_2 \geq 1 \geq \rho_1. \end{aligned}$$

Теперь на основании определения и оценки $\det P_2$, замечания 13, неравенств (16) и $\varphi_1 \leq 1/\alpha_1^+$, а также соотношений $\alpha_2^+ \leq \beta_2$, $\alpha_3^+ = |\alpha_3| \leq \beta_1 = (1 + \chi_2)(36 \exp(6a)/\theta)^3$, $1 < \beta_1 < \beta_2$ и $0 < \theta_2 < 1$ оценим снизу определитель $\det P_3$:

$$\begin{aligned} \det P_3 &:= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, e_3 + \alpha_3 v_3] = \\ &= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, e_3] + \\ &+ \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, \alpha_3 v_3] = \\ &= \det P_2 + \det[e_1, e_2 + \alpha_2 v_2, \alpha_3 v_3] + \\ &+ \det[\alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, \alpha_3 v_3] \geq \\ &\geq \det P_2 - |\det[e_1, e_2 + \alpha_2 v_2, \alpha_3 v_3]| - \\ &- |\det[\alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, \alpha_3 v_3]| \geq \\ &\geq \det P_2 - \|e_1\| \|e_2 + \alpha_2 v_2\| \|\alpha_3 v_3\| - \\ &- |\det[\alpha_1 v_1, \alpha_3 v_3, e_2 + \alpha_2 v_2]| \geq \\ &\geq \det P_2 - (1 + \alpha_2^+) \alpha_3^+ - \\ &- \alpha_1^+ \alpha_3^+ \|v_1\| \|v_3\| \|e_2 + \alpha_2 v_2\| |\sin \angle(v_1, v_3)| \geq \\ &\geq \det P_2 - (1 + \alpha_2^+) \alpha_3^+ - \alpha_1^+ \alpha_3^+ (1 + \alpha_2^+) |\sin \varphi_1| \geq \\ &\geq 1 + 15\beta_2^2/\theta_2 - (1 + \beta_2) \beta_1 - \alpha_1^+ \beta_1 (1 + \beta_2) \varphi_1 \geq \\ &\geq 1 + 15\beta_2^2/\theta_2 - 2(1 + \beta_2) \beta_1 \geq \\ &\geq 1 + 15\beta_2^2/\theta_2 - 4\beta_2^2/\theta_2 = 1 + 11\beta_2^2/\theta_2 \geq \rho_1. \end{aligned}$$

Прежде чем перейти к рассмотрению определителя $\det P_4$, установим знак коэффициента α_4 (ранее был определен модуль этой величины, который равен $\alpha_4^+ = |\alpha_4| := 2\beta_1/\theta_2$). Положим $\text{sign } \alpha_4 = \text{sign}(\det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3])$. Тогда в силу формулы (22), определения α_4^+ и неравенства

$\alpha_5^+ = |\alpha_5| \leq \beta_1$ выполняются соотношения

$$\det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3] = |\alpha_1 \alpha_4| |\det[v_1, v_4, e_3]| \geq \\ \geq \alpha_1^+ \alpha_4^+ \theta_2 / 2 = \beta_1 \alpha_1^+ \geq \alpha_1^+ \alpha_5^+,$$

используя которые вместе с определением и оценкой на $\det P_3$, замечанием 13, неравенствами (16), $\varphi_1 \leq 1/\alpha_1^+$, $\alpha_3^+ \leq \beta_1$, $0 < \theta_2 < 1$ и $1 < \beta_1 < \beta_2$ оценим снизу определитель $\det P_4$:

$$\begin{aligned} \det P_4 &:= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \\ &+ \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3] = \\ &= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, e_3 + \alpha_3 v_3] + \\ &+ \det[e_1 + \alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3] = \\ &= \det P_3 + \det[e_1, \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3] + \\ &+ \det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3] + \det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, \alpha_3 v_3] \geq \\ &\geq \det P_3 - |\det[e_1, \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3]| + \\ &+ \det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3] - |\det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, \alpha_3 v_3]| \geq \\ &\geq \det P_3 - |e_1| |\alpha_4 v_4| |e_3 + \alpha_3 v_3| + \\ &+ \alpha_1^+ \alpha_5^+ - |\det[\alpha_1 v_1, \alpha_3 v_3, \alpha_4 v_4]| \geq \\ &\geq \det P_3 - \alpha_4^+ (1 + \alpha_3^+) + \alpha_1^+ \alpha_5^+ - \\ &- \alpha_1^+ \alpha_3^+ \alpha_4^+ |v_1| |v_3| |v_4| |\sin \angle(v_1, v_3)| \geq \\ &\geq \det P_3 - \alpha_4^+ (1 + \beta_1) + \\ &+ \alpha_1^+ \alpha_5^+ - \alpha_1^+ \alpha_3^+ \alpha_4^+ |\sin \varphi_1| \geq \\ &\geq \det P_3 - 2\alpha_4^+ \beta_1 + \alpha_1^+ \alpha_5^+ - \alpha_4^+ \beta_1 \alpha_1^+ \varphi_1 \geq \\ &\geq \det P_3 - 4\beta_1^2 / \theta_2 + \alpha_1^+ \alpha_5^+ - 2\beta_1^2 / \theta_2 \geq \\ &\geq 1 + 11\beta_2^2 / \theta_2 + \alpha_1^+ \alpha_5^+ - \\ &- 6\beta_2^2 / \theta_2 \geq 1 + 5\beta_2^2 / \theta_2 + \alpha_1^+ \alpha_5^+ \geq 1 \geq \rho_1. \end{aligned}$$

Положим $\varphi_2 \leq 1/(2\alpha_1^+) \leq 1/(1 + \alpha_1^+)$ и найдем оценку на определитель $\det P_5$, используя определение и оценку на $\det P_4$, а также учитывая определение величины α_4^+ , замечание 13, формулы (16) и (20), неравенства $\alpha_2^+ \leq \beta_2$, $\alpha_5^+ \leq \beta_1$, $\varphi_1 \leq 1/\alpha_1^+$, $1 < \beta_1 < \beta_2$ и $0 < \theta_2 < 1$. Таким образом, имеем соотношения

$$\begin{aligned} \det P_5 &:= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \\ &+ \alpha_4 v_4, e_3 + \alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5] = \\ &= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, \\ &e_3 + \alpha_3 v_3] + \det[e_1 + \alpha_1 v_1, \\ &e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, \alpha_5 v_5] = \\ &= \det P_4 + \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \\ &+ \alpha_2 v_2, \alpha_5 v_5] + \det[e_1 + \alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, \alpha_5 v_5] = \\ &= \det P_4 + \det[e_1, e_2 + \alpha_2 v_2, \alpha_5 v_5] + \\ &+ \det[\alpha_1 v_1, e_2, \alpha_5 v_5] + \\ &+ \det[\alpha_1 v_1, \alpha_2 v_2, \alpha_5 v_5] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \det[e_1 + \alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, \alpha_5 v_5] \geq \\ &\geq \det P_4 - |e_1| |e_2 + \alpha_2 v_2| |\alpha_5 v_5| - \\ &- |\alpha_1 v_1| |e_2| |\alpha_5 v_5| - \\ &- |\alpha_1 v_1| |\alpha_2 v_2| |\alpha_5 v_5| |\sin \angle(v_1, v_2)| - \\ &- |e_1 + \alpha_1 v_1| |\alpha_4 v_4| |\alpha_5 v_5| |\sin \angle(v_4, v_5)| \geq \\ &\geq \det P_4 - (1 + \alpha_2^+) \alpha_5^+ - \alpha_1^+ \alpha_5^+ - \alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_5^+ |\sin \varphi_1| - \\ &- (1 + \alpha_1^+) \alpha_4^+ \alpha_5^+ |\sin \varphi_2| \geq \\ &\geq \det P_4 - (1 + \beta_2) \beta_1 - \alpha_1^+ \alpha_5^+ - \alpha_1^+ \beta_2 \beta_1 \varphi_1 - \\ &- (1 + \alpha_1^+) \alpha_4^+ \beta_1 \varphi_2 \geq \det P_4 - 2\beta_2^2 - \\ &- \alpha_1^+ \alpha_5^+ - \beta_2^2 - \alpha_4^+ \beta_1 \geq \\ &\geq 1 + 5\beta_2^2 / \theta_2 + \alpha_1^+ \alpha_5^+ - 3\beta_2^2 / \theta_2 - \\ &- \alpha_1^+ \alpha_5^+ - 2\beta_1^2 / \theta_2 \geq 1 + 2\beta_2^2 / \theta - 2\beta_2^2 / \theta_2 = 1 \geq \rho_1. \end{aligned}$$

По определению матрицы H имеет место равенство $He_3 = h_{33}e_3$, используя которое наряду с определениями величин α_1^+ , α_4^+ , ρ_1 , определителя $\det P_2$ и его оценкой сверху, соотношениями (24) и $1 < \beta_1 < \beta_2$, формулой $\det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3] \geq \alpha_1^+ \beta_1$, полученной при нахождении неравенства для $\det P_4$, а также замечанием 13 оценим определитель

$$\begin{aligned} \det P_6 &:= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, He_3] = \\ &= h_{33} \cdot (\det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, e_3] + \\ &+ \det[e_1 + \alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3]) = \\ &= h_{33} \cdot (\det P_2 + \det[e_1, \alpha_4 v_4, e_3] + \\ &+ \det[\alpha_1 v_1, \alpha_4 v_4, e_3]) \geq h_{33} \cdot (\det P_2 - \\ &- \alpha_4^+ |v_1| |v_4| |e_3| + \alpha_1^+ \beta_1) \geq \\ &\geq h_{33} \cdot (1 + 15\beta_2^2 / \theta_2 - 2\beta_1 / \theta_2) \geq h_{33} \cdot 1 \geq \chi_1 \geq \rho_1. \end{aligned}$$

Поскольку для произвольной нижнетреугольной матрицы $S = [s_1, s_2, s_3] = \{s_{ij}\}_{i,j=1}^n \in M_3$ выполняются равенства $\det S = s_{11} \cdot s_{22} \cdot s_{33} = s_{22} s_{33} \cdot \det[s_1, e_2, e_3]$, а матрица H – нижнетреугольная, то, учитывая оценку на $\det P_1$, формулу (24), а также определение ρ_1 , для определителя $\det P_7$ получим соотношения

$$\begin{aligned} \det P_7 &:= \det[e_1 + \alpha_1 v_1, He_2, He_3] = \\ &= h_{22} h_{33} \cdot \det[e_1 + \alpha_1 v_1, e_2, e_3] = h_{22} h_{33} \cdot \det P_1 \geq \\ &\geq h_{22} h_{33} \cdot 1 \geq \chi_1^2 \geq \rho_1. \end{aligned}$$

Наконец, обозначив $P_0 := E$, ввиду определения величины ρ_1 для определителей матриц P_0 и P_8 установим следующие оценки снизу $\det P_0 = 1 \geq \rho_1$, $\det P_8 := \det H \geq \rho_1$.

Замечание 14. Найденные матрицы $P_i \in M_3$,

$i = \overline{0, 8}$, удовлетворяют соотношениям $\det P_i \geq \rho_1$ и $P_j - P_{j-1} = (\alpha_j v_j) \cdot u_j^T$, где $u_j \in \{e_1, e_2, e_3\}$, $j = \overline{1, 8}$. В этом случае говорят [10], что последовательность матриц $E = P_0, \dots, P_8 = H$ образует ρ_1 -легальный маршрут (относительно последовательности векторов $\alpha_j v_j$, $j = \overline{1, 8}$), соединяющий точки E и H .

В заключение данного этапа укажем общее для всех коэффициентов α_i , $i = \overline{1, 8}$, положительное число, ограничивающее сверху их модули. На основании найденных еще на этапе «Нахождение векторных управлений...» соотношений $\alpha_2^+ \leq \beta_2$, $\alpha_3^+ \leq \beta_1$, $\alpha_5^+ \leq \beta_1$, $\alpha_6^+ \leq \beta_1$, $\alpha_7^+ \leq \beta_2$, $\alpha_8^+ \leq (\chi_2 + 1 + |\alpha_1|)/\theta_5$, $\beta_3(\alpha_1) := |\alpha_1| + (\chi_2 + 1 + |\alpha_1|)/\theta_5$, $\beta_2 > \beta_1 > 1$, $0 < \theta_i < 1$, $i = \overline{0, 5}$, а также полученных на данном этапе равенств $\alpha_4^+ = \beta_1^2/\theta_2$ и $\alpha_1^+ = 18\beta_2^2/(\theta_2\theta_0)$ имеем для модулей коэффициентов α_k , $k = \overline{1, 8}$, оценки $|\alpha_k| = \alpha_k^+ \leq \beta_3$. При этом, поскольку величина α_1^+ суть заданное положительное число, величина β_3 также является вполне определенным положительным числом. Тогда отсюда и из соотношений

$$|\lambda_{ij}| \leq \sqrt{3} \exp(5a) \cdot \max\{\sqrt{\chi_2^2 + 2\beta_3^2}, \sqrt{\chi_2^2 + 9\beta_2^2}\} =: \delta_1(\alpha_1)$$

для всех поддиагональных элементов матрицы Λ следует не зависящая уже ни от t_0 , ни от α_1 их оценка сверху $|\lambda_{ij}| \leq \delta_1$, $j = \overline{1, 2}$, $j < i \leq 3$.

Замечание 15. Величины β_3 и δ_1 , являющиеся оценками сверху на все коэффициенты α_k и все поддиагональные элементы λ_{ij} матрицы Λ , выражаются через величины β_r , $r = \overline{1, 3}$, которые, в свою очередь, зависят от чисел θ и χ_2 . Поэтому эти оценки определяются заданными исходной системой (1) и диагональными элементами матрицы Λ (см. определение величины θ в начале доказательства теоремы 2 и формулу (24)).

Построение конусных интервалов для легального маршрута. Из определения матриц P_j , $j = \overline{0, 9}$, оценок $\alpha_i^+ \leq \beta_3$, $i = \overline{1, 8}$, и равенств $\|v_i\| = 1$, $i = \overline{1, 8}$, следуют соотношения

$$\begin{aligned} \|(P_1 - P_0)e_1\| &= \|e_1 + \alpha_1 v_1 - e_1\| = \|\alpha_1 v_1\| \leq \alpha_1^+ \leq \beta_3, \\ \|(P_2 - P_1)e_2\| &= \|e_2 + \alpha_2 v_2 - e_2\| = \|\alpha_2 v_2\| \leq \alpha_2^+ \leq \beta_3, \\ \|(P_3 - P_2)e_3\| &= \|e_3 + \alpha_3 v_3 - e_3\| = \|\alpha_3 v_3\| \leq \alpha_3^+ \leq \beta_3, \\ \|(P_4 - P_3)e_2\| &= \|e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 - e_2 - \alpha_2 v_2\| = \\ &= \|\alpha_4 v_4\| \leq \alpha_4^+ \leq \beta_3, \quad \|(P_5 - P_4)e_3\| = \\ &= \|e_3 + \alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5 - e_3 - \alpha_3 v_3\| = \|\alpha_5 v_5\| \leq \alpha_5^+ \leq \beta_3, \\ \|(P_6 - P_5)e_3\| &= \|He_3 - e_3 - \alpha_3 v_3 - \alpha_5 v_5\| = \\ &= \|e_3 + \alpha_3 v_3 + \alpha_5 v_5 + \alpha_6 v_6 - e_3 - \alpha_3 v_3 - \alpha_5 v_5\| = \\ &= \|\alpha_6 v_6\| \leq \alpha_6^+ \leq \beta_3, \quad \|(P_7 - P_6)e_2\| = \\ &= \|He_2 - e_2 - \alpha_2 v_2 - \alpha_4 v_4\| = \\ &= \|e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4 + \alpha_7 v_7 - e_2 - \alpha_2 v_2 - \alpha_4 v_4\| = \\ &= \|\alpha_7 v_7\| \leq \alpha_7^+ \leq \beta_3, \quad \|(P_8 - P_7)e_1\| = \|He_1 - e_1 - \alpha_1 v_1\| = \\ &= \|e_1 + \alpha_1 v_1 + \alpha_8 v_8 - e_1 - \alpha_1 v_1\| = \|\alpha_8 v_8\| \leq \alpha_8^+ \leq \beta_3. \end{aligned}$$

Положим $\beta_4 := 1 + 3\beta_3$, $\varepsilon := \rho_1/(3\beta_4^2)$, $\varphi_3 := \arctg(2\varepsilon/\beta_3)$ и потребуем, чтобы для величины φ_2 выполнялось неравенство $\varphi_2 \leq \varphi_3$. Определим угловую меру φ следующим равенством:

$$\varphi := \min\{\theta/72, (\theta_1/(12 \exp(3a)))^2, \theta_2\theta_0/(36\beta_2^2), \varphi_3\}/(4 \exp(16a)). \quad (33)$$

Легко видеть, что $\varphi \in (0, \theta/16)$. Тогда поскольку по определению $\varphi_1 = 4\varphi$, $\theta \in (0, \pi/18)$ и $a > 1$, то, очевидно, что величина φ_1 удовлетворяет всем наложенным на нее ранее в процессе доказательства соотношениям, т.е. неравенствам $\varphi_1 \cdot \exp(16a) < 1$, $\varphi_1 \leq \theta_1/12 = \theta/72$,

$\varphi_1 \leq (\theta_1/(12 \exp(3a)))^2$, $\varphi_1 \leq 1/\alpha_1^+ = \theta_2\theta_0/(18\beta_2^2)$. Аналогично, по определению $\varphi_2 := \arcsin(4\varphi \cdot \exp(16a))$, тогда в силу очевидной оценки $\varphi < 1/(4 \exp(16a))$ и верного для любого $0 < \psi < 1$ соотношения $\arcsin \psi \leq \psi$ имеем неравенство $\varphi_2 \leq \min\{\theta/72, (\theta_1/(12 \exp(3a)))^2, \theta_2\theta_0/(36\beta_2^2), \varphi_3\}$, означающее так же, как и для φ_1 , что при выбранном φ для величины φ_2 справедливы все наложенные на нее выше условия, а именно: $\varphi_2 \leq (\theta_1/(12 \exp(3a)))^2$, $\varphi_2 \leq 1/(2\alpha_1^+) = \theta_2\theta_0/(36\beta_2^2)$, $\varphi_2 \leq \varphi_3$.

Из этапа «Нахождение векторных управлений...» следует, что при всех $i = \overline{2, 8}$ для угловых мер найденных выпуклых конусов Ψ_i выполняются оценки сверху $\angle \Psi_i \leq \varphi_2$. Последние справедливы также и для угловой

меры конуса Ψ_1 ввиду вытекающего из соотношений $\arcsin(\varphi_1 \cdot \exp(4ak)) \leq \arcsin(4\varphi \cdot \exp(16a)) = \varphi_2$, $k = \overline{0, 5}$, неравенства $\varphi_1 \leq \sin \varphi_2 \leq \varphi_2$ и оценки $\angle \Psi_1 \leq \varphi_1$, верной в силу определения конуса Ψ_1 . Таким образом, при любом $i = \overline{1, 8}$ имеют место неравенства $\angle \Psi_i \leq \varphi_2 \leq \varphi_3$. Для каждого $i = \overline{1, 8}$ положим $\bar{\Psi}_i = (\text{sign } \alpha_i) \cdot \Psi_i$, где величины α_i – найденные на предыдущих этапах коэффициенты. Тогда ввиду определения конусов Ψ_i , $i = \overline{1, 8}$, следует, что конусы $\bar{\Psi}_i$, $i = \overline{1, 8}$, выпуклы и удовлетворяют оценке $\angle \bar{\Psi}_i \leq \varphi_2 \leq \varphi_3$. В силу определения векторов $w_s(t_0, u_i)$, $s \in \mathfrak{M}_i$, конусов Ψ_i , а также чисел κ_i , $i = \overline{1, 8}$, найденных на этапе «Нахождение векторных управлений...» доказательства, имеем соотношения $\kappa_i \cdot w_s(t_0, u_i) \in \Psi_i$, $s \in \mathfrak{M}_i$, и ввиду определения и выпуклости конусов $\bar{\Psi}_i$ включения $\alpha_i \cdot (\kappa_i \cdot w_s(t_0, u_i)) \in \bar{\Psi}_i$ для всех $i = \overline{1, 8}$ и $s \in \mathfrak{M}_i$. Тогда отсюда, ввиду равенств $c_i = \alpha_i \cdot \kappa_i \cdot \|\sum_{s \in \mathfrak{M}_i} w_s(t_0, u_i)\|^{-1}$, $i = \overline{1, 8}$, при каждом $i = \overline{1, 8}$ и $s \in \mathfrak{M}_i$ следуют включения

$$c_i \cdot w_s(t_0, u_i) \in \bar{\Psi}_i. \quad (34)$$

В силу последней формулы, на основании выпуклости при любом $i = \overline{1, 8}$ конуса $\bar{\Psi}_i$, с учетом справедливых для всех ранее найденных векторов v_i , $i = \overline{1, 8}$, равенств $v_i := \kappa_i \cdot \sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i) / \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i)\|$, а также ввиду определения коэффициентов c_i , при всяком $i = \overline{1, 8}$, выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \alpha_i v_i &= \alpha_i \cdot (\kappa_i \cdot \sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i) / \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i)\|) = c_i \cdot \sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i) \in \bar{\Psi}_i, \\ \text{т.е. } \alpha_i v_i &\in \bar{\Psi}_i. \end{aligned}$$

Обозначим через $\Xi_i \supset \bar{\Psi}_i$, $\Xi_i \subset \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 8}$, выпуклые круговые конусы угловой меры $2\varphi_2$, на осях которых лежат векторы $\alpha_i v_i$ (такие выпуклые конусы существуют в силу очевидной оценки $0 < \varphi_2 < \pi/4$), и введем в рассмотрение конусные интервалы [5]:

$$\begin{aligned} R_1 &:= \Xi[P_0 e_1, P_1 e_1], \quad R_2 := \Xi[P_1 e_2, P_2 e_2], \\ R_3 &:= \Xi[P_2 e_3, P_3 e_3], \end{aligned}$$

$$R_4 := \Xi[P_3 e_2, P_4 e_2], \quad R_5 := \Xi[P_4 e_3, P_5 e_3],$$

$$R_6 := \Xi[P_5 e_3, P_6 e_3],$$

$$R_7 := \Xi[P_6 e_2, P_7 e_2], \quad R_8 := \Xi[P_7 e_1, P_8 e_1].$$

Для любых векторов $g_1, g_2 \in \mathbb{R}^3$ через $w^\perp(g_1, g_2) \in \mathbb{R}^3$ будем обозначать вектор $w^\perp(g_1, g_2) = g_1 \times g_2$, где символ $\times$ означает векторное произведение векторов. Тогда из определения векторного и смешанного произведений векторов следуют соотношения $w^\perp(g_1, g_2) \perp L(g_1, g_2)$, в котором, как и ранее, $L(g_1, g_2)$ суть линейная оболочка векторов g_1, g_2 , и $(w^\perp(g_1, g_2))^T \cdot f = f^T \cdot w^\perp(g_1, g_2) = \det[g_1, g_2, f] = \det[f, g_1, g_2]$ для произвольного вектора $f \in \mathbb{R}^3$. В силу последней формулы выполняются соотношения

$$\begin{aligned} |\det[f, g_1, g_2]| &= |(w^\perp(g_1, g_2))^T \cdot f| \leq \\ &\leq \|w^\perp(g_1, g_2)\| \cdot \|f\| \end{aligned}$$

и вытекающая из них, в случае $f \neq 0$, оценка $\|w^\perp(g_1, g_2)\| \geq |\det[f, g_1, g_2]| / \|f\|$. Кроме того, из геометрического смысла векторного произведения векторов следуют соотношения

$$\begin{aligned} \|w^\perp(g_1, g_2)\| &= \|g_1 \times g_2\| = \\ &= \|g_1\| \cdot \|g_2\| \cdot |\sin \angle(g_1, g_2)| \leq \|g_1\| \cdot \|g_2\|. \end{aligned}$$

По определению матрицы P_j , $j \in \{1, \dots, 8\}$, каждый ее столбец представляет собой сумму нескольких слагаемых (их максимальное количество равно четырем), одно из которых есть вектор e_k , $k \in \{1, \dots, 3\}$, а остальные слагаемые (которые могут отсутствовать) – векторы $\alpha_i v_i$, $i \in \{1, \dots, 8\}$. Тогда на основании неравенств $\alpha_i^+ \leq \beta_3$, $i = \overline{1, 8}$, равенств $\|v_i\| = \|e_k\| = 1$, $i = \overline{1, 8}$, $k = \overline{1, 3}$, легко показать, что для всех $j = \overline{0, 8}$ и $k = \overline{1, 3}$ выполняются оценки $\|P_j e_k\| \leq 1 + 3\beta_3 = \beta_4$. Отсюда и из соотношений $\det P_j \geq \rho_1$, $j = \overline{0, 8}$, найденных на предыдущем этапе, с учетом определения матриц P_j , $j = \overline{0, 8}$, вектора $w^\perp(g_1, g_2)$ и его свойств, при каждом $j = \overline{0, 8}$ и $q, r, l \in \{1, 2, 3\}$, $q \neq r \neq l$, получим неравенства

$$\begin{aligned} \|w^\perp(P_j e_q, P_j e_r)\| &\geq \\ &\geq |\det[P_j e_l, P_j e_q, P_j e_r]| / \|P_j e_l\| = |\det P_j| / \|P_j e_l\| \geq \end{aligned}$$

$$\geq \rho_1 / \beta_4 > 0, \\ \|w^\perp(P_j e_q, P_j e_r)\| \leq \|P_j e_q\| \|P_j e_r\| \leq \beta_4^2. \quad (35)$$

Рассмотрим конусный интервал R_1 . Ввиду оценки $\det P_j \geq \rho_1$, $j = \overline{0, 8}$, с учетом определения матриц P_s , $s \in \{0, 1\}$, выполняются соотношения

$$(w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3))^T \cdot (P_1 e_1) = \det [P_0 e_1, P_0 e_2, P_0 e_3] = \\ = \det P_0 \geq \rho_1, (w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3))^T \cdot (P_1 e_1) = \\ = (w^\perp(P_1 e_2, P_1 e_3))^T \cdot (P_1 e_1) = \\ = \det [P_1 e_1, P_1 e_2, P_1 e_3] = \det P_1 \geq \rho_1.$$

Положим $\xi = w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3) / \|w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3)\|$, тогда справедливы равенство $\|\xi\| = 1$ и, с учетом последних соотношений, определения $\varepsilon := \rho_1 / (3\beta_4^2)$ и формул (35), оценки $\xi^T \cdot (P_s e_1) \geq \rho_1 / \|w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3)\| \geq \rho_1 / \beta_4^2 = 3\varepsilon$, $s = 0, 1$. Кроме того, ввиду определения величин ε , φ_2 и φ_3 , а также неравенства $\|P_0 e_1 - P_0 e_1\| \leq \beta_3$, установленного в начале данного этапа, имеем соотношения $2\varphi_2 \leq 2\varphi_3 = 2\arctg(2\varepsilon/\beta_3) \leq 2\arctg(2\varepsilon/\|P_1 e_1 - P_0 e_1\|)$, означающие вместе с оценками для $\xi^T(P_s e_1)$, $s \in \{0, 1\}$, что векторы ξ и $P_s e_1$ удовлетворяют условиям леммы 7 работы [5], используя которую, получим, что для произвольного элемента $\eta_1 \in U_\varepsilon(R_1)$ (принадлежащего ε -окрестности [5] конусного интервала R_1) будет выполняться неравенство $\xi_1^T \eta_1 \geq 3\varepsilon/3 = \varepsilon$. Отсюда ввиду определения ξ , ε и формул (35) следуют соотношения

$$\det [\eta_1, P_0 e_2, P_0 e_3] = (w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3))^T \cdot \eta_1 = \\ = (\|w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3)\| \cdot \xi^T) \cdot \eta_1 \geq \|w^\perp(P_0 e_2, P_0 e_3)\| \cdot \varepsilon \geq \\ \geq \varepsilon \cdot (\rho_1 / \beta_4) = \rho_1^2 / (3\beta_4^3) =: \rho. \quad (36)$$

Таким образом, для любого элемента $\eta_1 \in U_\varepsilon(R_1)$ справедливо неравенство

$$\det [\eta_1, P_0 e_2, P_0 e_3] \geq \rho. \quad (36)$$

Аналогичным образом, используя определения величин ε , ρ , φ_2 , φ_3 , неравенства (35) и $\det P_j \geq \beta_3$, $j = \overline{1, 8}$, а также соотношения, полученные вначале данного этапа доказательства для норм разностей столбцов матриц P_j , на основании леммы 7 работы [5] можно установить, что для каждого элемента $\eta_i \in U_\varepsilon(R_i)$, $i = \overline{2, 8}$, выполняется соответствующее ему неравенство:

$$\det [P_1 e_1, \eta_2, P_1 e_3] \geq \rho, \det [P_2 e_1, P_2 e_2, \eta_3] \geq \rho, \\ \det [P_3 e_1, \eta_4, P_3 e_3] \geq \rho, \\ \det [P_4 e_1, P_4 e_2, \eta_5] \geq \rho, \\ \det [P_5 e_1, P_5 e_2, \eta_6] \geq \rho, \det [P_6 e_1, \eta_7, P_6 e_3] \geq \rho, \\ \det [P_7 e_1, \eta_8, P_7 e_3] \geq \rho. \quad (37)$$

Замечание 16. Из оценок (36) и (37) следует, что для каждого $j = \overline{0, 7}$ ранее найденные векторы $P_j e_i$, $P_j e_k$, $i, k \in \{1, 2, 3\}$, $i \neq k$, и произвольно взятый вектор $\eta_{j+1} \in U_\varepsilon(R_{j+1})$, расположенные в порядке следования, указанном в соответствующем определителе (см. формулы (36) и (37)), образуют правую тройку векторов (базис) достаточно большого объема ($\geq \rho$).

Доказательство принадлежности векторных траекторий матричного решения окрестностям найденных конусных интервалов. Пусть q_i , $i = \overline{1, 8}$, – мощность множества $\mathfrak{M}_i$. Обозначим через $m_{i,j}$, $j = \overline{1, q_i}$, $i = \overline{1, 8}$, элементы множества $\mathfrak{M}_i$, упорядоченные по возрастанию. Тогда в силу включений (34), определения конусных интервалов R_i , $i = \overline{1, 8}$, на основании леммы 6 работы [5] для всех $i = \overline{1, 8}$ и $s_i = \overline{1, q_i}$ получим включения

$$P_0 e_1 + c_1 \cdot \sum_{j=1}^{s_1} w_{m_{1,j}}(t_0, u_1) \in R_1, \\ P_1 e_2 + c_2 \cdot \sum_{j=1}^{s_2} w_{m_{2,j}}(t_0, u_2) \in R_2, \\ P_2 e_3 + c_3 \cdot \sum_{j=1}^{s_3} w_{m_{3,j}}(t_0, u_3) \in R_3, \\ P_3 e_2 + c_4 \cdot \sum_{j=1}^{s_4} w_{m_{4,j}}(t_0, u_4) \in R_4, \\ P_4 e_3 + c_5 \cdot \sum_{j=1}^{s_5} w_{m_{5,j}}(t_0, u_5) \in R_5, \\ P_5 e_3 + c_6 \cdot \sum_{j=1}^{s_6} w_{m_{6,j}}(t_0, u_6) \in R_6, \\ P_6 e_2 + c_7 \cdot \sum_{j=1}^{s_7} w_{m_{7,j}}(t_0, u_7) \in R_7, \\ P_7 e_1 + c_8 \cdot \sum_{j=1}^{s_8} w_{m_{8,j}}(t_0, u_8) \in R_8. \quad (37')$$

По построению функции u_i , $i = \overline{1, 8}$, являются измеримыми и ограниченными на своих областях определения, поэтому ввиду формулы (31) матричная функция V также измерима и ограничена на $[t_0, t_0 + T]$. Отсюда, поскольку матричная функция $Q(t, \tau)$ локально интегрируема при всех $t, \tau \geq 0$, вектор-функции

$Q(t_0, t)V(t)e_j$, $j = \overline{1, 3}$, также локально интегрируемы на $[t_0, t_0 + T]$. Используя лемму 1 работы [5], найдем такое $p_1 \geq p$, $p_1 \in \mathbb{N}$, при котором для всех $i = \overline{1, p_1}$, $k = \overline{0, 5}$, $j = \overline{1, 3}$ и $t \in [t_{i-1}, t_i] \subset I_k = [t_0 + k\sigma, t_0 + (k+1)\sigma]$ будут выполняться включения

$\|\int_{t_{i-1}}^t Q(t_0, \tau)V(\tau)e_j d\tau\| \in U_\varepsilon(0)$. Тогда отсюда с учетом включений (37') для первого столбца решения матричной задачи управления (28) с начальным условием (29) и управлением (31) при любом $i = \overline{1, p_1}$ и $t \in [t_{i-1}, t_i] \subset [t_0, t^{(1)}]$ получим соотношения

$$\begin{aligned} Z(t)e_1 &= (E + \int_{t_0}^t Q(t_0, \tau)V(\tau)d\tau)e_1 = \\ &= [e_1 + c_1 \cdot \int_{t_0}^t Q(t_0, \tau)u_1(\tau)d\tau, e_2, e_3] \cdot e_1 = \\ &= [P_0e_1 + c_1 \cdot \sum_{j=1}^s w_{m_{1,j}}(t_0, u_1) + \\ &+ c_1 \cdot \int_{t_{m_{1,s}}}^t Q(t_0, \tau)u_1(\tau)d\tau, e_2, e_3] \cdot e_1 = \\ &= P_0e_1 + c_1 \cdot \sum_{i=1}^s w_{m_{1,i}}(t_0, u_1) + \\ &+ c_1 \cdot \int_{t_{m_{1,s}}}^t Q(t_0, \tau)u_1(\tau)d\tau = \\ &= P_0e_1 + c_1 \cdot \sum_{i=1}^s w_{m_{1,i}}(t_0, u_1) + \\ &+ \int_{t_i}^t Q(t_0, \tau)V(\tau)e_1 d\tau \in R_1 + U_\varepsilon(0) = U_\varepsilon(R_1), \end{aligned}$$

где $m_{1,s} \leq i \leq p_1$, $s \in \{1, \dots, q_1\}$. В силу произвольности $i \in \{1, \dots, p_1\}$ для всех $t \in [t_0, t^{(1)}]$ имеет место соотношение $Z(t)e_1 \in U_\varepsilon(R_1)$. Рассуждая аналогичным образом, можно получить следующие включения:

$$\begin{aligned} Z(t)e_2 &\in U_\varepsilon(R_2), \quad t \in [t^{(1)}, t^{(2)}]; & Z(t)e_3 &\in U_\varepsilon(R_3), \\ t &\in [t^{(2)}, t_0 + \sigma]; & Z(t)e_2 &\in U_\varepsilon(R_4), \quad t \in [t_0 + \sigma, t^{(3)}]; \\ Z(t)e_3 &\in U_\varepsilon(R_5), \quad t \in [t^{(3)}, t_0 + 2\sigma]; & Z(t)e_3 &\in U_\varepsilon(R_6), \\ t &\in [t_0 + 2\sigma, t_0 + 3\sigma]; & Z(t)e_2 &\in U_\varepsilon(R_7), \\ t &\in [t_0 + 3\sigma, t_0 + 4\sigma]; & Z(t)e_1 &\in U_\varepsilon(R_8), \\ t &\in [t_0 + 4\sigma, t_0 + 5\sigma]. \end{aligned}$$

Нахождение равномерной по начальному моменту времени оценки на построенное матричное управление. Так как лишь один из столбцов каждой матрицы управления в (31) –

ненулевой, то, используя определения матриц P_j , $j = \overline{0, 8}$, последние включения и выполнимые в силу этих включений неравенства (36) и (37), имеем для матрицы-решения задачи управления (28), (29) с выбранным управлением (31) следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \det Z(t) &= \det [Z(t)e_1, e_2, e_3] = \\ &= \det [Z(t)e_1, P_0e_2, P_0e_3] \geq \rho, \quad t \in [t_0, t^{(1)}], \\ \det Z(t) &= \det [e_1 + \alpha_1 v_1, Z(t)e_2, e_3] = \\ &= \det [P_1e_1, Z(t)e_2, P_1e_3] \geq \rho, \quad t \in [t^{(1)}, t^{(2)}], \\ \det Z(t) &= \det [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2, Z(t)e_3] = \\ &= \det [P_2e_1, P_2e_2, Z(t)e_3] \geq \rho, \quad t \in [t^{(2)}, t_0 + \sigma], \\ \det Z(t) &= \det [e_1 + \alpha_1 v_1, Z(t)e_2, e_3 + \alpha_3 v_3] = \\ &= \det [P_3e_1, Z(t)e_2, P_3e_3] \geq \rho, \quad t \in [t_0 + \sigma, t^{(3)}], \\ \det Z(t) &= \det [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, Z(t)e_3] = \\ &= \det [P_4e_1, P_4e_2, Z(t)e_3] \geq \rho, \quad t \in [t^{(3)}, t_0 + 2\sigma], \\ \det Z(t) &= \det [e_1 + \alpha_1 v_1, e_2 + \alpha_2 v_2 + \alpha_4 v_4, Z(t)e_3] = \\ &= \det [P_5e_1, P_5e_2, Z(t)e_3] \geq \rho, \\ &\quad t \in [t_0 + 2\sigma, t_0 + 3\sigma], \\ \det Z(t) &= \det [e_1 + \alpha_1 v_1, Z(t)e_2, He_3] = \\ &= \det [P_6e_1, Z(t)e_2, P_6e_3] \geq \rho, \\ &\quad t \in [t_0 + 3\sigma, t_0 + 4\sigma], \\ \det Z(t) &= \det [Z(t)e_1, He_2, He_3] = \\ &= \det [Z(t)e_1, P_7e_2, P_7e_3] \geq \rho, \\ &\quad t \in [t_0 + 4\sigma, t_0 + 5\sigma], \end{aligned}$$

устанавливающие справедливость для всех $t \in [t_0, t_0 + 5\sigma]$ неравенства (32).

Покажем теперь, что для выбранного управления V при некотором $\delta_2 > 0$ выполняется равномерная по $t_0 \geq 0$ оценка сверху $\|V(t)\| \leq \delta_2$, $t \in [t_0, t_0 + 5\sigma]$. Из определения векторов $w_s(t_0, u_i)$, $s \in \mathfrak{M}_i$, управлений u_i , $i = \overline{1, 8}$, равенств $v_1(t) = u_1(t) = u_2(t) = u_3(t)$, $t \in I^0 = [t_0, t_0 + \sigma]$, и $v_4(t) = u_4(t) = u_5(t)$, $t \in I^1$, формулы (8), второго соотношения в формулах (15) и (19), пользуясь верной при любых $k \in \mathbb{N}$ и $t_0 \geq 0$ в силу замечания 2 работы [5] оценкой $\|X(t_0 + k\sigma, t_0)\| \leq \exp(ak)$, а также данным в начале доказательства теоремы 2 неравенством $\|\zeta_j^k\| = \|\sum_{s \in M_j^k} w_s(t_0 + k\sigma, u_j^k)\| \geq \geq \varphi^2 / (4\pi^2 \gamma_1) =: \ell(\varphi) = \ell$, вытекающим из теоремы 1 работы [5], в которой величина φ

уже задана равенствами (33), получим неравенства:

$$\begin{aligned} \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i)\|^{-1} &= \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, v_1)\|^{-1} \leq \\ &\leq 4 \cdot \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_1} w_j(t_0, v_1)\|^{-1} \leq 4/\ell, \quad i = \overline{1, 3}; \\ \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i)\|^{-1} &= \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, v_4)\|^{-1} \leq \\ &\leq 4 \cdot \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_4} w_j(t_0, v_4)\|^{-1} = \\ &= 4 \cdot \|X(t_0, t_0 + \sigma) \cdot \sum_{j \in \mathfrak{M}_4} w_j(t_0 + \sigma, v_4)\|^{-1} \leq \\ &\leq 4 \exp(a)/\ell, \quad i = \overline{4, 5}; \\ \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_6} w_j(t_0, u_6)\|^{-1} &= \\ &= \|X(t_0, t_0 + 2\sigma) \cdot \sum_{j \in \mathfrak{M}_6} w_j(t_0, u_6)\|^{-1} \leq \\ &\leq \exp(2a)/\ell; \\ \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_7} w_j(t_0, u_7)\|^{-1} &= \\ &= \|X(t_0, t_0 + 3\sigma) \sum_{j \in \mathfrak{M}_7} w_j(t_0, u_7)\|^{-1} \leq \exp(3a)/\ell; \\ \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_8} w_j(t_0, u_8)\|^{-1} &= \\ &= \|X(t_0, t_0 + 4\sigma) \cdot \sum_{j \in \mathfrak{M}_8} w_j(t_0, u_8)\|^{-1} \leq \\ &\leq \exp(4a)/\ell. \end{aligned}$$

По определению коэффициенты c_i равны $c_i := \alpha_i \cdot \kappa_i \cdot \|\sum_{j \in \mathfrak{M}_i} w_j(t_0, u_i)\|^{-1}$, где $\kappa_i \in \{-1, 1\}$, $i = \overline{1, 8}$, тогда отсюда и из последних неравенств с учетом оценки $|\alpha_i| = \alpha_i^+ \leq \beta_3$, верной для всех $i = \overline{1, 8}$, следуют соотношения $|c_i| \leq 4\beta_3 \cdot \exp(4a)/\ell =: c$. Поскольку управления $u_i(t)$ на своих областях существования, исходя из их определения на этапе «Нахождение векторных управлений...», равны функциям $u_j^k(t)$, $t \in I^k := [t_0 + k\sigma, t_0 + (k+1)\sigma]$, для некоторых $j \in \{1, 2, 3\}$ и $k = \overline{0, 4}$, а эти функции, в свою очередь, измеримы и ограничены, причем выполняется оценка $\|u_j^k(t)\| \leq \gamma_1$ для всех $t \in I^k$, то управления $u_i(t)$, $i = \overline{1, 8}$, на своих областях определения также измеримы и ограничены (об этом уже было сказано на предыдущем этапе), при этом справедливы равномерные по $t_0 \geq 0$ неравенства $\|u_i(t)\| \leq \gamma_1$. Отсюда из неравенств на величины c_i , $i = \overline{1, 8}$, а также формулы (31) вытекает не зависящая от $t_0 \geq 0$ оценка

$$\|V(t)\| \leq \max_{i=1,8} (|c_i| \cdot \|u_i(t)\|) \leq c\gamma_1 =: \delta_2, \quad t \in [t_0, t_0 + T].$$

Тогда с учетом соотношений (30) для решения $Z(t)$ при всех $t \in [t_0, t_0 + T]$ выполняются неравенства

$$\begin{aligned} \|Z(t)\| &\leq \|E + \int_{t_0}^t Q(t_0, \tau)V(\tau)d\tau\| \leq \\ &\leq 1 + \int_{t_0}^t \|Q(t_0, \tau)\| \|V(\tau)\| d\tau \leq \\ &\leq 1 + \int_{t_0}^T \|Q(t_0, \tau)\| \|V(\tau)\| d\tau \leq \\ &\leq 1 + 5b \exp(5a)\delta_2 =: \delta_3. \end{aligned}$$

Отсюда в силу замечания 2 работы [5] и формулы (32) получаем равномерную по $t_0 \geq 0$ оценку $\|Z^{-1}(t)\| \leq \|Z(t)\|^2 \cdot |\det Z(t)|^{-1} \leq \delta_3^2/\rho$, из которой, ввиду равенства $Z(t) = X(t_0, t)Y(t)$, следует, что матрица $Y(t)$ обратима для всех $t \in [t_0, t_0 + T]$, при этом справедливы соотношения $\|Y^{-1}(t)\| \leq \|Z^{-1}(t)\| \cdot \|X(t_0, t)\| \leq \leq \delta_3^2 \exp(5a)/\rho =: \delta_4$. Таким образом, взяв $U(t) = Y^{-1}(t)V(t)$, с учетом формулы (27) имеем равенства $X_U(t_0 + T, t_0) = X(t_0 + T, t_0)H = \Lambda$ и не зависящую от $t_0 \geq 0$ оценку $\|U(t)\| \leq \|Y^{-1}(t)\| \cdot \|V(t)\| \leq \delta_2\delta_4$. Положив $\delta := \max\{\delta_1, \delta_2\delta_4\}$, получим все требуемые утверждения.

Второй этап. Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы 3. Применив к системе (1) с нулевым управлением преобразование Перрона [11, с. 180]

$$x = O(t)y, \quad (37')$$

получим систему $\dot{y} = D(t)y$, $t \geq 0$, у которой локально интегрируемая и интегрально ограниченная матрица коэффициентов $D(t)$ является нижнетреугольной. Система (1) таким же преобразованием переводится в систему

$$\dot{y} = D(t)y + O^{-1}(t)B(t)u. \quad (38)$$

Возьмем произвольные числа $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \mu_3$ и определим $d_i := \exp(\mu_i \cdot T)$, $i = \overline{1, 3}$, где $T = 5\sigma$. Известно [12], что свойство σ -равномерной полной управляемости инвариантно относительно преобразований Ляпунова.

Поскольку преобразование Перрона является ляпуновским и система (1) σ -равномерно вполне управляема, то это означает, что система (38) также σ -равномерно вполне управляема.

Применяя к системе (38) теорему 2, для каждого $k \in \mathbb{N}$ и некоторого $\delta = \delta(d_1, d_2, d_3) > 0$ найдем на отрезках $[(k-1)T, kT]$ такие измеримые и ограниченные управления $U_1(t)$, $\|U_1(t)\| \leq \delta$, обеспечивающие для матрицы Коши $Y_{U_1}(t, \tau)$, $t, \tau \geq 0$, замкнутой системы

$$\dot{y} = (D(t) + O^{-1}(t)B(t)U_1(t))y \quad (39)$$

равенства $Y_{U_1}(kT, (k-1)T) = \Lambda_k$, где

$\Lambda_k = \{\lambda_{ij}^{(k)}\}_{i,j=1}^3$, $k \in \mathbb{N}$, – нижнетреугольные матрицы, диагональными элементами которых являются числа d_i , т.е. $d_i = \lambda_{ii}^{(k)}$, $i = 1, 3$, а для их поддиагональных элементов $\lambda_{ij}^{(k)}$, $i = 2, 3$, $i > j$, имеет место равномерная по $k \in \mathbb{N}$ оценка

$$|\lambda_{ij}^{(k)}| \leq \delta. \quad (40)$$

Дальнейшее доказательство будем проводить в соответствии с подходом, описанным в работах [8; 13]. Поскольку для всех $k \in \mathbb{N}$ матрицы $\Lambda_k \in M_3$ – нижнетреугольные, то в зависимости от кратности собственных значений каждая из них представляется в одном из следующих трех видов (принадлежность к которым указана номером в круглых скобках):

$$1) \text{ если } \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3, \text{ то } \Lambda_k(1) = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ \lambda_{21}^{(k)} & d_2 & 0 \\ \lambda_{31}^{(k)} & \lambda_{32}^{(k)} & d_3 \end{pmatrix} =$$

$$= L_k^{-1} \cdot \text{diag}(d_1, d_2, d_3) \cdot L_k, \quad \text{где } d_i := \exp(\mu_i \cdot T), \quad i = \overline{1, 3};$$

$$2) \quad \text{если} \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu,$$

$$\text{то } \Lambda_k(2) = \begin{pmatrix} d & 0 & 0 \\ \lambda_{21}^{(k)} & d & 0 \\ \lambda_{31}^{(k)} & \lambda_{32}^{(k)} & d \end{pmatrix}, \quad \text{где } d := \exp(\mu \cdot T);$$

$$3) \text{ если } \mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3, \text{ то } \Lambda_k(3) = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ \lambda_{21}^{(k)} & d_1 & 0 \\ \lambda_{31}^{(k)} & \lambda_{32}^{(k)} & d_3 \end{pmatrix},$$

где $d_1 := \exp(\mu_1 \cdot T) = \exp(\mu_2 \cdot T)$, $d_3 := \exp(\mu_3 \cdot T)$. Случай $\mu_1 \neq \mu_2 = \mu_3$ сводится к случаю 3) перенумерацией d_i , $i = 1, 3$, в матрице $\Lambda_k(3)$.

Рассмотрим матрицы

$$L_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\lambda_{21}^{(k)}}{d_2 - d_1} & 1 & 0 \\ \frac{\lambda_{21}^{(k)} \cdot \lambda_{32}^{(k)} + \lambda_{31}^{(k)} \cdot (d_3 - d_2)}{(d_1 - d_3) \cdot (d_2 - d_3)} & \frac{\lambda_{32}^{(k)}}{d_3 - d_2} & 1 \end{pmatrix},$$

$$L_k^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\lambda_{21}^{(k)}}{d_1 - d_2} & 1 & 0 \\ \frac{\lambda_{32}^{(k)} \cdot \lambda_{21}^{(k)} + \lambda_{31}^{(k)} \cdot (d_1 - d_2)}{(d_1 - d_2) \cdot (d_1 - d_3)} & \frac{\lambda_{32}^{(k)}}{d_2 - d_3} & 1 \end{pmatrix}.$$

Поскольку в случае с матрицей $\Lambda_k(1)$ выполняются неравенства $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$, то, ввиду определения элементов d_i , $i = \overline{1, 3}$, имеют место соотношения $d_1 \neq d_2 \neq d_3$, указывающие, что матрицы $L_k^{\pm 1}$ определены для любого $k \in \mathbb{N}$. С помощью непосредственного вычисления можно также убедиться, что эти матрицы взаимно обратны и удовлетворяют равенствам $\Lambda_k(1) = L_k^{-1} \cdot \text{diag}(d_1, d_2, d_3) \cdot L_k$, $k \in \mathbb{N}$. Помимо этого, из их определения и соотношений (40) с учетом неравенств между столбцовой и спектральной нормами матриц [7, с. 336] для норм $\|L_k^{\pm 1}\|$ таких матриц вытекают не зависящие от $k \in \mathbb{N}$ оценки:

$$\|L_k\| \leq \sqrt{3} \max \left\{ 1, \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{(d_3 - d_2)^2}}, \left(1 + \frac{\delta^2}{(d_2 - d_1)^2} + \left(\frac{\delta^2 + \delta \cdot (d_3 - d_2)}{(d_1 - d_3) \cdot (d_2 - d_3)} \right)^2 \right)^{1/2} \right\} =: f_1,$$

$$\|L_k^{-1}\| \leq \sqrt{3} \max \left\{ 1, \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{(d_2 - d_3)^2}}, \left(1 + \frac{\delta^2}{(d_1 - d_2)^2} + \left(\frac{\delta^2 + \delta \cdot (d_3 - d_2)}{(d_1 - d_3) \cdot (d_2 - d_3)} \right)^2 \right)^{1/2} \right\} =: f_2,$$

$$+ \left(\frac{\delta^2 + \delta \cdot (d_1 - d_2)}{(d_1 - d_2) \cdot (d_1 - d_3)} \right)^2 \Big)^{1/2} \Big\} =: f_2$$

Определим теперь для каждого из трех вышеописанных случаев при всяком $k \in \mathbb{N}$ матрицы $C_k \in M_3$:

$$C_k := \begin{cases} L_k^{-1} \cdot \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \mu_3) \cdot L_k, & \text{если } \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3, \\ C_k(2), & \text{если } \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, \\ C_k(3), & \text{если } \mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3, \end{cases} \quad (41)$$

где входящие под фигурную скобку матрицы $C_k(2)$ и $C_k(3)$ равны соответственно

$$C_k(2) := \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ \lambda_{21}^{(k)} / (T \cdot d) & \mu & 0 \\ \frac{2\lambda_{31}^{(k)} \cdot d - \lambda_{21}^{(k)} \cdot \lambda_{32}^{(k)}}{2T \cdot d^2} & 1 & \mu \end{pmatrix}$$

$$\text{и } C_k(3) := \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ \lambda_{21}^{(k)} / (T \cdot d_1) & \mu_1 & 0 \\ \lambda & \frac{\lambda_{32}^{(k)} \cdot (\mu_1 - \mu_3)}{d_1 - d_3} & \mu_3 \end{pmatrix},$$

величины d и d_i , $i=1,3$, определены выше, а элемент λ находится из соотношения

$$\lambda := \frac{\lambda_{31}^{(k)} \cdot T \cdot (\mu_1 - \mu_3) \cdot (d_1 - d_3) + \lambda_{21}^{(k)} \lambda_{32}^{(k)} \cdot (T \cdot (\mu_3 - \mu_1) + 1 - d_3/d_1)}{(d_1 - d_3)^2 \cdot T} \quad (42)$$

Докажем, что матрицы, находящиеся под фигурной скобкой в формуле (41), определены при любом натуральном k , и установим их равномерную по $k \in \mathbb{N}$ ограниченность. Первая из таких матриц определена для всякого $k \in \mathbb{N}$, поскольку, как показано ранее, матрицы $L_k^{\pm 1}$ определены для любого $k \in \mathbb{N}$, матрица же $\text{diag}(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ не зависит от $k \in \mathbb{N}$ и, следовательно, существует при каждом натуральном k . Поэтому произведение этих матриц, коим и является первая из матриц под фигурной скобкой в формуле (41), определено при любом $k \in \mathbb{N}$. Кроме того, ввиду оценок сверху на нормы $\|L_k^{\pm 1}\|$, для нее справедливы не зависящие от $k \in \mathbb{N}$ оценки

$$\|C_k\| \leq \|L_k^{-1}\| \cdot \|\text{diag}(\mu_1, \mu_2, \mu_3)\| \cdot \|L_k\| \leq f_1 f_2 \cdot \max\{|\mu_1|, |\mu_2|, |\mu_3|\}.$$

Докажем теперь, что и матрицы $C_k(i)$, $i=2,3$, обладают вышеуказанными свойствами. Эти матрицы определены при любом натуральном k , в силу не зависящих от $k \in \mathbb{N}$ соотношений $d_1 \neq d_3$, $d > 0$, $T > 0$, вытекающих из неравенства $\mu_1 \neq \mu_3$, определения величин d_i , $i=1,3$, d , T , а также положительности функции $\exp$. Кроме того, поскольку величины μ_i , $i=1,3$, μ , T фиксированы, то и величины $d_i > 0$, $i=1,3$, и $d > 0$, ввиду их определения, также фиксированы. Отсюда с учетом не зависящей от $k \in \mathbb{N}$ оценки (40) для элементов $\lambda_{ij}^{(k)}$, $i=2,3$, $i > j$, а также формулы (42) вытекает, что элементы матриц $C_k(i)$, $i=2,3$, равномерно ограничены по $k \in \mathbb{N}$, и, значит, сами эти матрицы обладают таким же свойством. Следовательно, каждая из матриц в формуле (41) определена при всяком натуральном k и равномерно ограничена по $k \in \mathbb{N}$.

Рассмотрим систему

$$\dot{z} = C(t)z, \quad z \in \mathbb{R}^3, \quad t \geq 0, \quad (43)$$

в которой матрица C кусочно-постоянна, причем для всех $k \in \mathbb{N}$ выполняются тождества $C(t) \equiv C_k$, $t \in ((k-1)T, kT]$. Из равномерной ограниченности по $k \in \mathbb{N}$ последовательности числовых матриц (41) следует, что матрица-функция $C(t)$ является ограниченной для всех $t \geq 0$. Кроме того, при каждом $t \geq 0$ матрица $C(t)$ – нижнетреугольная с диагональю μ_1, μ_2, μ_3 , следовательно, в силу теоремы Ляпунова о правильности треугольной системы [11, с. 37] система (43) правильна, а ее полный спектр показателей Ляпунова состоит из чисел $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \mu_3$.

Пусть $Z(t, s)$, $t, s \geq 0$, – матрица Коши системы (43). Тогда выполняются равенства

$$\begin{aligned} Z((k-1)T, kT) &= \exp(C_k \cdot T) = \\ &= L_k^{-1}(1) \cdot \exp(\text{diag}(\mu_1 \cdot T, \mu_2 \cdot T, \mu_3 \cdot T)) \cdot L_k(1) = \\ &= L_k^{-1}(1) \cdot \text{diag}(d_1, d_2, d_3) \cdot L_k(1) = \\ &= \Lambda_k(1) = Y_{U_1}((k-1)T, kT) \end{aligned}$$

в случае, когда $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$. Если же $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ либо $\mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3$ непосредственными вычислениями проверяются соответствующие этим случаям соотношения $\exp(C_k(i) \cdot T) = \Lambda_k(i)$, $i=2,3$, из которых следуют равенства $Z((k-1)T, kT) = \exp(C_k(i) \cdot T) =$

$= \Lambda_k(i) = Y_{U_1}((k-1)T, kT), \quad i = 2, 3.$ Это означает [14], что при любых $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \mu_3$ системы (39) и (43) асимптотически эквивалентны, и поэтому характеристические показатели этих систем равны.

Покажем, что для показателей Ляпунова $\lambda_i(A+BU)$, $i = \overline{1, 3}$, системы (1) с управлением $u = U(t)x = U_1(t)O^{-1}(t)x$, т.е. системы $\dot{x} = (A(t) + B(t)U_1(t)O^{-1}(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^3, \quad t \geq 0, \quad (44)$ выполняется равенство

$$\lambda_i(A+BU) = \mu_i, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (45)$$

Так как матрица $O(t), \quad t \geq 0$, – ортогональная, то матрица $O^{-1}(t), \quad t \geq 0$, также ортогональна и, значит, ограничена для всех $t \in [0, +\infty)$. Отсюда и из измеримости и ограниченности при всех $t \geq 0$ матрицы $U_1(t)$ следует, что управление U также является измеримым и ограниченным, причем для любого $k \in \mathbb{N}$ при каждом $t \in [(k-1)T, kT]$ выполняется оценка $\|U(t)\| \leq \|U_1(t)\| \cdot \|O^{-1}(t)\| \leq \delta$. Применяя к системе (44) преобразование Перрона (37'') получим систему (39), характеристическими показателями которой являются числа $\mu_i, \quad i = \overline{1, 3}$. Поскольку преобразование Перрона является ляпуновским, а при преобразовании Ляпунова характеристические показатели не меняются, отсюда имеем требуемые равенства (45). Теорема 3 доказана.

Заключение. В работе получено решение задачи глобального управления показателями Ляпунова трехмерных линейных систем (2) обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами в случае равномерной полной управляемости соответствующей линейной управляемой системы (1). Предложенный подход к решению данной задачи является достаточно сложным и объемным, однако он позволяет в дальнейшем распространить представленные результаты на четырехмерный, а возможно, и на

n -мерный случай размерности системы (2), и, тем самым, решить задачу глобального управления характеристическими показателями Ляпунова нестационарной линейной дифференциальной системы в той изначальной формулировке, которая была впервые дана русским профессором Е.Л. Тонковым в 1975 году на IV Конференции математиков Беларуси.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф10М-032) и Министерства образования (№ госрегистрации 20130402).

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонец, А.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения: учебник / А.Б. Антонец, Я.В. Радно. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: БГУ, 2006. – 430 с.
2. Былов, Б.Ф. Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости / Б.Ф. Былов, Р.Э. Виноград, Д.М. Гробман, В.В. Немыцкий. – М.: Наука, 1966. – 576 с.
3. Изобов, Н.А. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.А. Изобов // Итоги науки и техн. Мат. анализ. – М.: ВИНТИ, 1974. – Т. 12. – С. 71–146.
4. Тонков, Е.Л. Критерий равномерной управляемости и стабилизация линейной рекуррентной системы / Е.Л. Тонков // Дифференц. уравнения. – 1979. – Т. 15, № 10. – С. 1804–1813.
5. Козлов, А.А. О существовании линейно-независимых направлений движения для равномерно вполне управляемой трехмерной линейной системы с локально интегрируемыми коэффициентами / А.А. Козлов, А.Д. Бурак // Вестн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2013. – № 3(75). – С. 29–45.
6. Макаров, Е.К. Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем / Е.К. Макаров, С.Н. Попова. – Минск: Беларус. навука, 2012. – 407 с.
7. Хорн, Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
8. Козлов, А.А. Об управлении показателями Ляпунова двумерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / А.А. Козлов // Дифференц. уравнения. – 2008. – Т. 44, № 10. – С. 1319–1335.
9. Бортакоский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах: учеб. пособие / А.С. Бортакоский, А.В. Пантелеев. – М.: Высш. шк., 2005. – 591 с.: ил.
10. Попова, С.Н. Глобальная приводимость линейных управляемых систем к системам скалярного типа / С.Н. Попова // Дифференц. уравнения. – 2004. – Т. 40, № 1. – С. 41–46.
11. Демидович, Б.П. Лекции по математической теории устойчивости / Б.П. Демидович. – М.: Наука, 1967. – 472 с.
12. Попова, С.Н. О глобальной управляемости показателей Ляпунова линейных систем / С.Н. Попова // Дифференц. уравнения. – 2007. – Т. 43, № 8. – С. 1048–1054.
13. Попова, С.Н. Глобальная управляемость полной совокупности ляпуновских инвариантов периодических систем / С.Н. Попова // Дифференц. уравнения. – 2003. – Т. 39, № 12. – С. 1627–1636.
14. Макаров, Е.К. О дискретности асимптотических инвариантов линейных дифференциальных систем / Е.К. Макаров // Дифференц. уравнения. – 1998. – Т. 34, № 10. – С. 1322–1331.

Поступила в редакцию 15.08.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: kozlovaa@tut.by – Козлов А.А.

УДК 539.3

Об одном из алгоритмов расчета напряженно-деформированного состояния гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, с учетом нелинейности деформации и прогиба

Т.В. Никонова*, Е.А. Корчевская**

*Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»

**Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»

Предложен алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния тонкой гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, с учетом нелинейности деформации и прогиба. Использован вариант нелинейной теории оболочек, основанный на гипотезе Кирхгофа–Лява. Применяются уравнения типа Кармана. Воздействие упругого основания принято в качестве дополнительного давления, обусловленного нормальным перемещением стенок оболочки, при этом рассматривается модель Винклера. Края оболочки предполагаются жестко закрепленными. Уравнения, полученные в первом и втором приближениях, учитывают нелинейность поставленной задачи и позволяют уточнить получаемые значения прогиба. В качестве метода решения полученных уравнений предложен численный метод сеток.

Ключевые слова: тонкие цилиндрические и гофрированные оболочки, упругое основание, напряженно-деформированное состояние, нелинейная теория оболочек.

About One of the Algorithms of Calculation of Strain-Stress State of Corrugated Shell, Lying on an Elastic Foundation, Taking into Account Nonlinear Deformation and Deflection

T.V. Nikonova*, E.A. Korchevskaya**

*Educational establishment «Vitebsk State Technological University»

**Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

An algorithm for calculating the strain-stress state of thin corrugated shell lying on an elastic foundation, taking into account nonlinearity of deformation and deflection has been proposed. The version of the nonlinear theory of shells based on Kirchhoff–Love hypothesis is used. Equations of Karman type are used. Influence of elastic foundation is taken into account as the additional pressure within the framework of Winkler's model. Rigid clamped conditions are considered at the edges of the shell. Equations obtained in the first and second approximations take into account the non-linearity of the problem and make it possible to specify the obtained values of deflection. As a method of solution of the equations, the numerical method of nets has been proposed.

Key words: thin cylindrical and corrugated shells, elastic foundation, the strain-stress state, the nonlinear theory of shells.

В настоящее время строительные компании используют габаритные металлические гофрированные конструкции в капитальном транспортном строительстве для всевозможных транспортных, в том числе железнодорожных, развязок. Во многих случаях тонкостенные гофрированные цилиндрические панели применяются в качестве облегченных широкопролетных перекрытий. Металлические тонкостенные гоф-

рированные конструкции являются высокотехнологичными и экономичными.

При создании тонкостенных строительных конструкций необходимо провести анализ напряженно-деформированного состояния (НДС), возникающего в оболочке при заданных внешних нагрузках и условиях закрепления краев, выполнить оптимальное проектирование конструкций для достижения заданных свойств,

а также исследовать вопросы потери устойчивости.

В [1–2] исследовано напряженно-деформированное состояние гофрированной оболочки для случая линейной теории оболочек. Целью данной работы является расчет напряженно-деформированного состояния гофрированной оболочки по нелинейной теории.

Материал и методы. Рассмотрим гофрированную цилиндрическую оболочку средней длины L , лежащую на упругом основании и находящуюся под действием нормального однородного внешнего давления. Ввиду сложности уравнений нелинейной теории тонких оболочек заменим гофрированную оболочку, лежащую на упругом основании, эквивалентной цилиндрической [3] с толщиной, обеспечивающей совпадение их изгибных жесткостей в радиальном направлении.

Будем использовать вариант нелинейной теории оболочек, основанный на гипотезе Кирхгофа–Лява. Уравнения типа Кармана [4] позволяют учитывать нелинейность деформаций и прогиба элемента оболочки. Воздействие упругого основания принимаем в качестве дополнительного давления, обусловленного нормальным перемещением w^* стенок оболочки, при этом рассмотрим модель Винклера. Уравнения элемента оболочки и совместности деформаций имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^4 w^* &= L(w^*, \Phi^*) + \nabla_k^2 \Phi^* + \frac{q^*}{h} + \frac{\alpha w^*}{h}, \\ \frac{1}{E} \nabla^4 \Phi^* &= -\frac{1}{2} L(w^*, w^*) - \nabla_k^2 w^*, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^{*4}} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^{*2} \partial y^{*2}} + \frac{\partial^4}{\partial y^{*4}}, \quad \nabla_k^2 = k_y \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + k_x \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}},$$

$$L(w^*, w^*) = 2 \left[\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \cdot \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} - \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^* \partial y^*} \right)^2 \right],$$

$$L(w^*, \Phi^*) = \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \cdot \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \cdot \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x^{*2}} - 2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^* \partial y^*} \cdot \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x^* \partial y^*},$$

$D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ – цилиндрическая жесткость оболочки;

E, ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки;

h, R – толщина и радиус оболочки, соответственно;

k_x, k_y – главные кривизны поверхности оболочки;

x^*, y^* – продольная и окружная координаты на

поверхности оболочки;

w^*, Φ^* – нормальный прогиб и функция напряжений;

q^* – внешнее давление;

α – коэффициент постели упругого основания.

Для круговой цилиндрической оболочки $k_x=0$, $k_y=1/R$ и уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} + 2 \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*2} \partial y^{*2}} + \frac{\partial^4 w^*}{\partial y^{*4}} \right) &= \\ &= \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \cdot \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \cdot \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x^{*2}} - \\ &- \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^* \partial y^*} \cdot \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x^* \partial y^*} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{q^*}{h} + \frac{\alpha w^*}{h}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{1}{E} \left(\frac{\partial^4 \Phi^*}{\partial x^{*4}} + 2 \frac{\partial^4 \Phi^*}{\partial x^{*2} \partial y^{*2}} + \frac{\partial^4 \Phi^*}{\partial y^{*4}} \right) = -\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \cdot \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^* \partial y^*} \right)^2 - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}}.$$

Перейдем к безразмерному виду, используя следующие соотношения: $x=x^*/R$, $\varphi=y^*/R$,

$\varepsilon^8 = h^2/[2R^2(1-\nu^2)]$ – малый параметр,

$\Phi = \Phi^*/(ER^2\varepsilon^4)$, $w = w^*/R$ – безразмерные функции напряжений и перемещений,

$$q = q^* R^2 \sqrt{12(1-\nu^2)} / (Eh^2),$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha R^3 \sqrt{12(1-\nu^2)} / (Eh^2).$$

Безразмерные уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon^4 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} \right) &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \\ &- \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + q + \tilde{\alpha} w, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\varepsilon^4 \left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \varphi^4} \right) = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}.$$

На краях оболочки зададим условия жесткого закрепления

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0, x = l, \quad (4)$$

где $l=L/R$.

Введем новые переменные $\tilde{w}, \tilde{\Phi}$, связанные с перемещением w и функцией напряжений Φ соотношениями

$$w = \varepsilon^3 \tilde{w}, \quad \Phi = \varepsilon^3 \tilde{\Phi}. \quad (5)$$

Функции $\tilde{w}, \tilde{\Phi}$ в свою очередь разложим в ряд по степеням ε

$$\tilde{w} = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \tilde{w}_j, \quad \tilde{\Phi} = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \tilde{\Phi}_j. \quad (6)$$

При этом считаем, что $q = \varepsilon^3 \tilde{q}$, $\tilde{\alpha} \sim 1$, $\tilde{w}_i \sim 1$, $\tilde{\Phi}_i \sim 1$, а также соответствующие производные

$$\frac{\partial}{\partial x} \sim 1, \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} \sim \varepsilon^{-1}, \quad i = \overline{1..n}.$$

Подставим разложения (6) в систему уравнений (3) и граничные условия (4). Приравняв к нулю коэффициенты при одинаковых степенях ε , получим последовательности дифференциальных уравнений и соответствующих граничных условий.

Результаты и их обсуждение. Рассмотрим краевую задачу, возникающую в нулевом приближении:

$$\frac{\partial^4 \tilde{w}_0}{\partial \varphi^4} = \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_0}{\partial x^2} + \tilde{q} + \tilde{\alpha} \tilde{w}_0, \quad \frac{\partial^4 \tilde{\Phi}_0}{\partial \varphi^4} = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \quad (7)$$

$$\tilde{w}_0 = \frac{\partial \tilde{w}_0}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0, l.$$

Краевая задача (3)–(4), полученная в первом приближении, имеет вид:

$$\frac{\partial^4 \tilde{w}_1}{\partial \varphi^4} = \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_0}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial x \partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_0}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_1}{\partial x^2} + \tilde{\alpha} \tilde{w}_1,$$

$$\frac{\partial^4 \tilde{\Phi}_1}{\partial \varphi^4} = -\frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial x \partial \varphi} \right)^2 - \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial x^2},$$

$$\tilde{w}_1 = \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0, l.$$

Во втором приближении полученная краевая задача имеет вид:

$$2 \frac{\partial^4 \tilde{w}_0}{\partial x^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^4 \tilde{w}_2}{\partial \varphi^4} = \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_0}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_0}{\partial x^2} +$$

$$+ \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_1}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial x \partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_0}{\partial x \partial \varphi} - \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial x \partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_1}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_2}{\partial x^2} + \tilde{\alpha} \tilde{w}_2,$$

$$2 \frac{\partial^4 \tilde{\Phi}_0}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^4 \tilde{\Phi}_2}{\partial \varphi^4} = -\frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial^2 \tilde{w}_2}{\partial x^2},$$

$$\tilde{w}_2 = \frac{\partial \tilde{w}_2}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0, l.$$

Так как полученные в соответствующих приближениях системы уравнений с частными производными не удается решить аналитическими методами и получить решение в явном виде, то в качестве метода решения можно предложить численный метод сеток [5–6].

На плоскости $Ox\varphi$ построим семейство прямых $x = x_0 + ih$, $\varphi = \varphi_0 + jl$, образующих на плоскости прямоугольную сетку, где (x_0, y_0) – внутренняя точка рассматриваемой области D , h – шаг сетки вдоль оси x , а l – шаг сетки вдоль оси φ .

При этом с помощью уравнений, рассматриваемых в области D , и граничных условий на краях оболочки строятся соотношения, позволяющие приближенно вычислить значения точного решения $\tilde{w}(x_i, \varphi_j)$ в узлах (x_i, φ_j) сетки.

Конечно-разностные аппроксимации для частных производных первого и второго порядков функции двух переменных $\tilde{w}(x, \varphi)$ имеют следующий вид:

$$\tilde{w}'_x(x, \varphi) \approx \frac{\tilde{w}(x+h, \varphi) - \tilde{w}(x-h, \varphi)}{2h},$$

$$\tilde{w}'_\varphi(x, \varphi) \approx \frac{\tilde{w}(x, \varphi+l) - \tilde{w}(x, \varphi-l)}{2l},$$

$$\tilde{w}''_{xx}(x, \varphi) \approx \frac{\tilde{w}(x+h, \varphi) - 2\tilde{w}(x, \varphi) + \tilde{w}(x-h, \varphi)}{h^2},$$

$$\tilde{w}''_{\varphi\varphi}(x, \varphi) \approx \frac{\tilde{w}(x, \varphi+l) - 2\tilde{w}(x, \varphi) + \tilde{w}(x, \varphi-l)}{l^2}, \quad (10)$$

$$\tilde{w}''_{x\varphi}(x, \varphi) \approx \frac{\tilde{w}(x+h, \varphi+l) - \tilde{w}(x-h, \varphi+l) - \tilde{w}(x+h, \varphi-l) + \tilde{w}(x-h, \varphi-l)}{4hl}.$$

Аналогично записываются соотношения для частных производных третьего, четвертого порядка для функции $\tilde{w}(x, \varphi)$, а также функции $\tilde{\Phi}(x, \varphi)$.

В каждом узле $(x_i, \varphi_j) = (x_0 + ih, \varphi_0 + jl)$, $i = \overline{1..n}$, $j = \overline{1..m}$, частные производные, входящие в каждое из уравнений системы (7), заменяются центральными разностными производными (10). В результате этого решение уравнения с частными производными сводится к решению системы $(n+1) \cdot (m+1)$ алгебраических уравнений относительно значений $\tilde{w}(x_i, \varphi_j) = \tilde{w}(x_0 + ih, \varphi_0 + jl)$ в узлах рассматриваемой сетки.

Построенные первое и второе приближения позволяют с учетом нелинейных слагаемых провести уточнение найденных из нулевого приближения значений для нормального прогиба $\tilde{w}(x_i, \varphi_j)$.

Заключение. Выполненная работа позволяет выполнять расчет напряженно-деформированного состояния гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, под действием неоднородного давления при таких ее геометрических параметрах, при которых линейная теория становится неприменимой и дает завышенные значения прогиба оболочки. Уравнения, полученные в первом и втором приближениях, учитывают нелинейность поставленной задачи и способствуют уточнению получаемых значений прогиба w^* .

Приведенный алгоритм численного решения задачи позволяет проводить расчеты для гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, при различных ее геометрических и физических параметрах, а также условиях нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Никонова, Т.В. О бифуркации тонкой гофрированной оболочки с упругим заполнителем под действием неоднородного гидростатического давления / Т.В. Никонова, С.П. Кунцевич, Г.И. Михасев // Механика машин, механизмов и материалов. – 2008. – № 3. – С. 48–51.
2. Кунцевич, С.П. О влиянии коэффициента постели и длины волны гофра на бифуркацию тонкой гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, под действием гидростатического давления / С.П. Кунцевич, Т.В. Никонова, Г.И. Михасев // Механика машин, механизмов и материалов. – 2009. – № 3. – С. 57–60.
3. Фрезе, М.В. Взаимодействие металлических гофрированных конструкций с грунтовой средой: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.02 / М.В. Фрезе. – СПб., 2006. – 162 л.
4. Вольмир, А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа (задачи аэроупругости) / А.С. Вольмир. – М.: Наука, 1976. – 416 с.
5. Бахвалов, Н.С. Численные методы: учеб. пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; под общ. ред. Н.И. Тихонова. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2002. – 630 с.
6. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

Поступила в редакцию 26.06.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: st.rubon@mail.ru – Никонова Т.В.

Инъекторы и подгруппы Фишера конечных групп

С.Н. Воробьев

Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»

В настоящей работе исследуются взаимосвязи между инъекторами и подгруппами Фишера для множеств Фиттинга. Множеством Фиттинга называется непустое множество $\mathcal{F}$ -подгрупп группы G , если, во-первых, из того, что $T \triangleleft S \in \mathcal{F}$, выполняется $T \in \mathcal{F}$; во-вторых, из того, что $S, T \in \mathcal{F}$ и $S, T \triangleleft ST$ следует, что $ST \in \mathcal{F}$; в-третьих, из того, что $S \in \mathcal{F}$ и $x \in \mathcal{F}$ всегда будет следовать, что $S^x \in \mathcal{F}$. Множество Фиттинга $\mathcal{F}$ называется множеством Фишера, если из условий $L \in \mathcal{F}$, $L \leq G$, $K \triangleleft L$, $K \leq H \leq L$ и H/K – p -группа для некоторого простого p выполняется, что $H \in \mathcal{F}$. Основной результат работы – теорема о том, что $\mathcal{F}$ -инъектор группы G является $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера G тогда и только тогда, когда $\mathcal{F}$ является π -насыщенным множеством Фишера π -разрешимой группы G .

Ключевые слова: множество Фиттинга группы G , $\mathcal{F}$ -инъектор, $\mathcal{F}$ -подгруппа Фишера.

Injectors and Fischer Subgroups of Finite Groups

S.N. Vorobyev

Education establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

In this paper we investigate the interconnection between injectors and Fischer subgroups for Fitting sets. A non-empty set of $\mathcal{F}$ subgroups of a group G is called a Fitting set of G if the following three conditions are satisfied: (1) if $T \triangleleft S \in \mathcal{F}$, then $T \in \mathcal{F}$; (2) $S, T \in \mathcal{F}$ and $S, T \triangleleft ST$, then $ST \in \mathcal{F}$; and (3) if $S \in \mathcal{F}$ and $x \in \mathcal{F}$, then $S^x \in \mathcal{F}$. A Fischer set of G is a Fitting set $\mathcal{F}$ of G which has the following property: if $K \triangleleft L \in \mathcal{F}$, $L \leq G$, $K \leq H \leq L$ and if H/K is a nilpotent subgroup L/K , then $H \in \mathcal{F}$. It is proved that an $\mathcal{F}$ -injector of a group G is a Fischer $\mathcal{F}$ -subgroup if and only if $\mathcal{F}$ is π -saturated a Fischer set of π -solvable group G .

Key words: Fitting set of group G , $\mathcal{F}$ -injector, Fischer $\mathcal{F}$ -subgroup.

В теории конечных разрешимых групп один из основополагающих результатов был получен Гашюцем в работе [1], где доказано, что для любой насыщенной формации $\mathcal{F}$ в каждой конечной разрешимой группе существуют $\mathcal{F}$ -покрывающие подгруппы и любые две из них сопряжены. Заметим, что если формация $\mathcal{F}$ в классе всех разрешимых π -групп, и, в частности, $\mathcal{F} = \mathcal{A}_p$ классу всех p -групп, то следствиями указанного результата Гашюца являются фундаментальные теоремы: теорема Холла и теорема Силова в разрешимом случае. Напомним, что если $\mathcal{F}$ – формация, то подгруппу $E \in \mathcal{F}$ группы G называют $\mathcal{F}$ -покрывающей, если E покрывает каждый фактор из $\mathcal{F}$ всякой промежуточной группы между E и G , т.е. из $E \leq H \leq G$, $K \triangleleft H$ и $H/K \in \mathcal{F}$ следует $H = EK$.

Дуализируя понятие $\mathcal{F}$ -покрывающей подгруппы, Фишер [2] для этой цели использует понятие класса Фиттинга $\mathcal{F}$ и определяет в конечной разрешимой группе G подгруппу F из $\mathcal{F}$, которая содержит все нормальные $\mathcal{F}$ -подгруппы

каждой промежуточной группы между F и G . Такие подгруппы называют в настоящее время $\mathcal{F}$ -подгруппами Фишера (см. IX.3.1 [3]). Примечателен тот факт, что Фишером [2] было установлено существование этих подгрупп в любой конечной разрешимой группе для каждого класса Фиттинга $\mathcal{F}$, а также доказана их сопряженность в случае, когда класс Фиттинга $\mathcal{F}$ замкнут относительно взятия подгрупп вида PN , где P – силовская p -подгруппа $\mathcal{F}$ -группы X и N – нормальная подгруппа X .

Вместе с тем позднее известный результат в теории классов конечных разрешимых групп был получен Гашюцем, Фишером и Хартли [4], которые показали, что для любого класса Фиттинга $\mathcal{F}$ в любой конечной разрешимой группе G существуют $\mathcal{F}$ -инъекторы и любые два из них сопряжены. При этом $\mathcal{F}$ -инъектором группы G называют такую подгруппу V группы G , что $V \cap N$ является максимальной из подгрупп, принадлежащих $\mathcal{F}$, для всякой субнормальной подгруппы N группы G . Понятно, что

понятие $\mathcal{F}$ -инъектора синтезирует понятие холловой π -подгруппы и силовой p -подгруппы и поэтому следствиями теоремы Гашюца–Фишера–Хартли являются также теоремы Силова и Холла.

Можно показать, что каждый $\mathcal{F}$ -инъектор группы является ее $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера. Однако при исследовании взаимосвязи между $\mathcal{F}$ -инъекторами и $\mathcal{F}$ -подгруппами Фишера в работе [5] Дарком было доказано, что существуют классы Фиттинга и конечные разрешимые группы, для которых $\mathcal{F}$ -подгруппы Фишера не сопряжены и не являются $\mathcal{F}$ -инъекторами. В связи с этим актуальна задача описания таких классов Фиттинга, для которых в конечной группе (в общем случае не обязательно разрешимой) ее $\mathcal{F}$ -инъекторы и $\mathcal{F}$ -подгруппы Фишера образуют один и тот же класс сопряженных подгрупп.

Реализация аналогичной задачи для множеств Фишера частично разрешимой группы – основная цель настоящей работы. Заметим, что разрешимый случай указанной задачи исследовался Андерсеном [6] и Фельдманом [7–8].

1. Предварительные сведения. Множество групп $\mathcal{X}$ называют *классом групп*, если из условия $G \in \mathcal{X}$ и $H \cong G$ следует, что $H \in \mathcal{X}$, т.е. наряду с каждой группой множество $\mathcal{X}$ содержит и все изоморфные копии этой группы. Если группа $G \in \mathcal{X}$, то ее будем называть $\mathcal{X}$ -группой.

Определение 1.1 [2]. Класс групп $\mathcal{X}$ называется

(1) *формацией*, если $\mathcal{F}$ замкнут относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений, т.е. если $G \in \mathcal{F}$ и $N \triangleleft G$, то $G/N \in \mathcal{F}$ и если M и N – нормальные подгруппы группы H такие, что $H/M \in \mathcal{F}$ и $H/N \in \mathcal{F}$, то $H/M \cap N \in \mathcal{F}$;

(2) *классом Фиттинга*, если $\mathcal{F}$ замкнут относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathcal{F}$ -подгрупп.

Если $\mathcal{F}$ – непустая формация, то из определения следует, что в любой группе G существует наименьшая нормальная подгруппа $G^{\mathcal{F}}$, факторгруппа по которой принадлежит $\mathcal{F}$. Ее называют $\mathcal{F}$ -корадикалом группы G . В случае, когда $\mathcal{F}$ – непустой класс Фиттинга, из определения следует, что в любой группе G существует наибольшая нормаль-

ная подгруппа $G_{\mathcal{F}}$ принадлежащая $\mathcal{F}$. Такую подгруппу называют $\mathcal{F}$ -радикалом группы G .

Пусть $\mathcal{F}$ – класс групп. Тогда подгруппу M группы G называют *$\mathcal{F}$ -максимальной в G* , если $M \in \mathcal{F}$ и из $M \leq H \leq G$, где $H \in \mathcal{F}$, следует $M = H$.

Определение 1.2 [1]. Пусть $\mathcal{F}$ – класс Фиттинга. Подгруппа V группы G называется *$\mathcal{F}$ -инъектором G* , если $V \cap N$ – $\mathcal{F}$ -максимальная подгруппа N для любой субнормальной подгруппы N группы G .

Определение 1.3 [9]. Класс Фиттинга $\mathcal{F}$ называется *классом Фишера*, если из $G \in \mathcal{F}$, $K \triangleleft G$, $K \leq H \leq G$ и $H/K \in \mathcal{V}_p$ для некоторого простого p всегда следует, что $H \in \mathcal{F}$.

Таким образом, классы Фишера – классы Фиттинга, замкнутые относительно подгрупп вида PN , где P – силовая p -подгруппа $\mathcal{F}$ -группы G и N – нормальная подгруппа G . В частности, все классы Фиттинга, замкнутые относительно подгрупп, являются классами Фишера.

Через $\mathcal{F}$ будем обозначать класс всех разрешимых групп. Другие обозначения и определения, которые мы не приводим, можно найти в [3; 10]. В работе рассматриваются только конечные группы.

2. Множества Фиттинга и $\mathcal{F}$ -инъекторы. В настоящем разделе мы локализуем понятия класса Фиттинга, радикала и инъектора, определяя их аналоги в группе. Эта идея изучения групп впервые была предложена Шеметковым [11] для произвольной группы и для разрешимой группы Андерсеном [6].

Определение 2.1 [11]. Непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называется *множеством Фиттинга G* , если выполняются следующие условия:

- 1) если $T \triangleleft S \in \mathcal{F}$, то $T \in \mathcal{F}$;
- 2) если $S, T \in \mathcal{F}$ и $S, T \triangleleft ST$, то $ST \in \mathcal{F}$;
- 3) если $S \in \mathcal{F}$ и $x \in \mathcal{F}$, то $S^x \in \mathcal{F}$.

Таким образом, непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G является множеством Фиттинга, если $\mathcal{F}$ замкнуто относительно взятия субнормальных подгрупп, произведений нормальных $\mathcal{F}$ -подгрупп и внутренних автоморфизмов групп G .

Взаимосвязь между множеством Фиттинга и классами Фиттинга раскрывает следующий

Пример 2.2. Пусть $\mathcal{F}$ – класс Фиттинга, G – группа, $\mathcal{F} = \{H \leq G: H \in \mathcal{F}\}$. По определению класса Фиттинга множество $\mathcal{F}$ является множеством

Фиттинга. Такое множество называют *следом класса Фиттинга* $\mathcal{F}$ в G . Его обозначают $\text{Tr}_{\mathcal{F}}(G)$ (см. VIII.2.2 (a) из [3]).

Итак, каждому непустому классу Фиттинга $\mathcal{F}$ и группе G соответствует множество Фиттинга $\text{Tr}_{\mathcal{F}}(G)$, хотя обратное в общем случае неверно: не всякое множество Фиттинга является следом класса Фиттинга, что подтверждает пример VIII.2.2 из [3].

Хорошо известно, что на множестве всех классов Фиттинга определена операция умножения классов Фиттинга. Напомним, что если $\mathcal{F}$ и $\mathcal{A}$ – классы Фиттинга, то их произведение $\mathcal{F}\mathcal{A} = \{G: G/G_{\mathcal{F}} \in \mathcal{A}\}$. Мы определим в дальнейшем аналог такого произведения для множества Фиттинга $\mathcal{F}$ и класса Фиттинга $\mathcal{A}$.

Определение 2.3 (см. VIII.2.4 [3]). Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G . Подгруппа $G_{\mathcal{F}}$, порожденная всеми субнормальными $\mathcal{F}$ -подгруппами группы G , называется $\mathcal{F}$ -радикалом группы G .

Мы будем использовать следующее известное свойство $\mathcal{F}$ -радикала группы.

Лемма 2.4 (VIII.2.4 [3]). Если $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G и $N \triangleleft \triangleleft G$, то $N_{\mathcal{F}} = N \cap G_{\mathcal{F}}$.

Определение 2.5. Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G и $\mathcal{X}$ – непустой класс Фиттинга. Множество $\mathcal{F} \circ \mathcal{X} = \{S \leq G: S/S_{\mathcal{F}} \in \mathcal{X}\}$ назовем *произведением $\mathcal{F}$ и $\mathcal{X}$* .

Теорема 2.6. Произведение множества Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G и непустого класса Фиттинга $\mathcal{X}$ является множеством Фиттинга группы G .

Доказательство. Пусть $\mathcal{M} = \mathcal{F} \circ \mathcal{X}$, $S \in \mathcal{M}$ и $K \triangleleft \triangleleft S$. Тогда $S/S_{\mathcal{F}} \in \mathcal{X}$. Так как по лемме 2.4 $K_{\mathcal{F}} = K \cap S_{\mathcal{F}}$, то $K/K_{\mathcal{F}} = K_{\mathcal{F}}/K \cap S_{\mathcal{F}} \cong KS_{\mathcal{F}}/S_{\mathcal{F}} \triangleleft \triangleleft S/S_{\mathcal{F}}$. Следовательно, из того, что $\mathcal{X}$ – класс Фиттинга, вытекает $K/K_{\mathcal{F}} \in \mathcal{X}$ и поэтому $K \in \mathcal{M}$.

Пусть теперь $\mathcal{M}$ -подгруппы S и T нормальны в ST . Покажем, что $ST \in \mathcal{M}$. По лемме 2.4 $S_{\mathcal{F}} = (ST)_{\mathcal{F}} \cap S$ и $T_{\mathcal{F}} = (ST)_{\mathcal{F}} \cap T$. Следовательно, ввиду изоморфизмов $S/S \cap (ST)_{\mathcal{F}} \cong S(ST)_{\mathcal{F}}/(ST)_{\mathcal{F}}$ и $T/T \cap (ST)_{\mathcal{F}} \cong T(ST)_{\mathcal{F}}/(ST)_{\mathcal{F}}$ получаем, что подгруппы $S(ST)_{\mathcal{F}}/(ST)_{\mathcal{F}}$ и $T(ST)_{\mathcal{F}}/(ST)_{\mathcal{F}}$ являются нормальными $\mathcal{X}$ -подгруппами группы $ST/(ST)_{\mathcal{F}}$. Так как $\mathcal{X}$ – класс Фиттинга, то их произведение $(S(ST)_{\mathcal{F}}/(ST)_{\mathcal{F}})(T(ST)_{\mathcal{F}}/(ST)_{\mathcal{F}}) = ST/(ST)_{\mathcal{F}} \in \mathcal{X}$. Следовательно, $ST \in \mathcal{M}$.

Остается проверить, что $S \in \mathcal{M}$ влечет $S^x \in \mathcal{M}$. Так как $S/S_{\mathcal{F}} \in \mathcal{X}$ и $\mathcal{X}$ – класс Фиттинга, то $(S/S_{\mathcal{F}})^{xS_{\mathcal{F}}} \in \mathcal{X}$ для $x \in G$. Следовательно, $S^x(S^x)_{\mathcal{F}} \in \mathcal{X}$ и $S^x \in \mathcal{M}$.

Теорема доказана.

Следствие 2.7. Если $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G и $\mathcal{M}$ – множество всех $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -подгрупп G , то $\mathcal{M}$ является множеством Фиттинга G .

Понятие $\mathcal{F}$ -инъектора группы G для множества Фиттинга $\mathcal{F}$ определяется аналогично, как и понятие $\mathcal{F}$ -инъектора G для класса Фиттинга $\mathcal{F}$, т.е. подгруппу V группы G называют $\mathcal{F}$ -инъектором G , если $V \cap N$ является $\mathcal{F}$ -максимальной подгруппой G для любой субнормальной подгруппы N группы G . Заметим, что если множество Фиттинга $\mathcal{F} = \text{Tr}_{\mathcal{F}}(G)$, то $\mathcal{F}$ -инъектор группы G – это, в точности, $\mathcal{F}$ -инъектор G . В связи с этим следующая лемма обобщает указанную ранее теорему Гашюца–Фишера–Хартли из [4].

Лемма 2.8 (теорема 2.4.27 [12]). Для каждого множества Фиттинга $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы G в G существуют $\mathcal{F}$ -инъекторы и любые два из них сопряжены в G .

Мы будем использовать также следующую известную характеристику $\mathcal{F}$ -инъекторов.

Лемма 2.9 (свойство 2.3 [13]). Если T – $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -подгруппа группы G и $1 = T_0 \triangleleft \dots \triangleleft T_n = T$ – такой нормальный ряд группы, в котором каждый фактор T_{i+1}/T_i для $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ является либо нильпотентной группой, либо совершенной группой, то подгруппа V группы T является $\mathcal{F}$ -инъектором G тогда и только тогда, когда и $V \cap T_i$ – $\mathcal{F}$ -максимальная подгруппа T_i для $i \in \{0, \dots, n\}$.

Лемма 2.10. Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы G . Если $V \leq H \leq G$ и V – $\mathcal{F}$ -инъектор G , то V – $\mathcal{F}$ -инъектор группы H .

Доказательство. Пусть $\{G_i\}$ – нормальный ряд группы G с такими же факторами, как и в условии леммы 2.9 и $H_i = H \cap G_i$ для $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Рассмотрим нормальный ряд $1 = H_0 \triangleleft H_1 \triangleleft \dots \triangleleft H_n = H$. Ввиду изоморфизма $H_{i+1}/H_i \cong (H \cap G_{i+1})G_i/G_i$ заключаем, что каждый фактор H_{i+1}/H_i группы H удовлетворяет условиям леммы 2.9. Кроме того, $V \cap H_i = V \cap H \cap G_i = V \cap G_i$ и поэтому подгруппа $V \cap H_i$ $\mathcal{F}$ -максимальна в H_i для $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Следовательно, по лемме 2.9 подгруппа V – $\mathcal{F}$ -инъектор H .

Лемма доказана.

Для изучения свойств $\mathcal{F}$ -инъекторов во множестве Фиттинга группы мы будем использовать также следующую характеризацию $\mathcal{F}$ -инъекторов, которая впервые в классе $\mathcal{F}$ была получена Дарком [5].

Лемма 2.11. Пусть $T = \mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -подгруппа группы G , $M \triangleleft T$ и V – такая $\mathcal{F}$ -подгруппа T , что $T = MV$. Тогда подгруппа V группы T является $\mathcal{F}$ -инъектором T в том и только в том случае, если $V \cap M$ – $\mathcal{F}$ -инъектор M .

Доказательство. Так как V – $\mathcal{F}$ -подгруппа T и $V \cap M$ является $\mathcal{F}$ -инъектором M для произвольной нормальной подгруппы M , то по определению $\mathcal{F}$ -инъектора подгруппа V – $\mathcal{F}$ -инъектор группы T .

Докажем обратное утверждение. Пусть $1 = T_0 \triangleleft T_1 \dots \triangleleft T_n = T$ – такой главный ряд группы T , что $T_m = M$ для некоторого m и каждый фактор T_i/T_{i-1} имеет те же свойства, что и факторы ряда из леммы 2.9. Тогда, учитывая лемму 2.9, достаточно показать, что для каждого i подгруппа $T_i \cap V$ является $\mathcal{F}$ -максимальной в G_i . Если $0 \leq i \leq m$, то это верно, ввиду того, что подгруппа $V \cap M$ является $\mathcal{F}$ -инъектором группы M . Предположим, что $m < i \leq n$ и $T_i \cap V < U \leq T_i$, причем $U \in \mathcal{F}$. По условию $T = MV$. Следовательно, $T_i = M(T_i \cap V)$ и $U = (M \cap U)(T_i \cap V)$. Отсюда получаем, что $M \cap V < M \cap U \leq M$. Так как $M \cap U \triangleleft U \in \mathcal{F}$, то $M \cap U \in \mathcal{F}$. Получаем противоречие с тем, что подгруппа $M \cap V$ является $\mathcal{F}$ -максимальной в M .

Лемма доказана.

Примечателен тот факт, что в общем случае, если известны $\mathcal{F}$ -инъекторы группы для класса Фиттинга $\mathcal{F}$, то не представляется возможным их применить для описания $\mathcal{F}$ -инъекторов фактор-групп этой группы. Этот пробел устраним в случае $\mathcal{F}$ -инъектора группы для ее множества Фиттинга $\mathcal{F}$.

Если $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G , то будем обозначать через $\text{Inj}_{\mathcal{F}}(G)$ множество всех $\mathcal{F}$ -инъекторов группы G .

Теорема 2.12. Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G и $K \triangleleft G$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) множество $\mathcal{F}_{G/K} = \{SK/K : SK \text{ – } \mathcal{F} \circ \mathcal{F}\text{-группа и } S \in \text{Inj}_{\mathcal{F}}(SK)\}$ является множеством Фиттинга группы G/K ;

2) если V – $\mathcal{F}$ -инъектор группы G , то VK/K – $\mathcal{F}_{G/K}$ -инъектор группы G/K .

Доказательство. Заметим, что ввиду леммы 2.8 множество $\mathcal{F}_{G/K} \neq \emptyset$. Пусть $G/K \in \mathcal{F}_{G/K}$ и $L/K \triangleleft SK/K$, где S – $\mathcal{F}$ -инъектор $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы SK .

Покажем, что $L/K \in \mathcal{F}_{G/K}$. Так как $L \triangleleft SK$, то по определению $\mathcal{F}$ -инъектора подгруппа $S \cap L$ является $\mathcal{F}$ -инъектором группы L . Кроме того, $L = SK \cap L = (S \cap L)K$. Следовательно, $L/K = (S \cap L)K/K$ и $S \cap L$ – $\mathcal{F}$ -инъектор $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы L по теореме 2.6. Это означает, что $L/K \in \mathcal{F}_{G/K}$.

Предположим $T_i K/K \in \mathcal{F}_{G/K}$, причем T_i – $\mathcal{F}$ -инъектор $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы $T_i K$ и $T_i K \triangleleft (T_1 K)(T_2 K)$ для $i \in \{1, 2\}$. Так как $T_1 K \in \mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ и $T_2 K \in \mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ и по теореме 2.6 $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G , то $T = (T_1 K)(T_2 K)$ является $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группой. Следовательно, по лемме 2.8 в группе T существует $\mathcal{F}$ -инъектор W . По определению $\mathcal{F}$ -инъектора подгруппа $R_i = W \cap T_i K$ является $\mathcal{F}$ -инъектором группы $T_i K$. Учитывая сопряженность любых двух $\mathcal{F}$ -инъекторов группы $T_i K$, по лемме 2.8 заключаем, что подгруппы R_i и T_i сопряжены в $T_i K$ для $i \in \{1, 2\}$. Отсюда следует равенство $R_i K = T_i K$. Тогда $T = T_1 K \cdot T_2 K = R_1 K \cdot R_2 K = R_1 R_2 K \leq WK \leq T$. Следовательно, $T/K = WK/K$ и поэтому $T/K \in \mathcal{F}_{G/K}$ и условие 2) определения множества Фиттинга для $\mathcal{F}_{G/K}$ выполняется.

Пусть S – $\mathcal{F}$ -инъектор $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы SK и $g \in G$. Так как по определению множества Фиттинга $\mathcal{F}^g = \mathcal{F}$, то S^g – $\mathcal{F}$ -инъектор $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы $S^g K$. Следовательно, $S^g K/K \in \mathcal{F}_{G/K}$ и это завершает доказательство того, что $\mathcal{F}_{G/K}$ – множество Фиттинга группы G/K .

Докажем утверждение 2). Пусть V – $\mathcal{F}$ -инъектор группы G и L/K – любая субнормальная подгруппа группы G/K . По определению $\mathcal{F}$ -инъектора $V \cap L$ – $\mathcal{F}$ -инъектор группы L . Следовательно, по лемме 2.10 $V \cap L$ – $\mathcal{F}$ -инъектор группы $(V \cap L)K$. Отсюда вытекает, что подгруппа $(V \cap L)K/K$ принадлежит множеству Фиттинга $\mathcal{F}_{G/K}$. Поэтому, чтобы показать, что такая подгруппа является $\mathcal{F}_{G/K}$ -инъектором группы G/K , достаточно выяснить $\mathcal{F}_{G/K}$ -максимальность ее в группе L/K . Предположим, что SK/K является $\mathcal{F}_{G/K}$ -подгруппой L/K , содержащей $(V \cap L)K/K$, причем S – $\mathcal{F}$ -инъектор группы SK . По лемме 2.10 подгруппа $V \cap L$ является $\mathcal{F}$ -инъектором группы SK . Ввиду леммы 2.8 $\mathcal{F}$ -инъекторы $\mathcal{F} \circ \mathcal{F}$ -группы SK сопряжены. Следовательно, подгруппы $V \cap L$ и S сопряжены в SK и

поэтому $(V \cap L)K = SK$. Таким образом, $(V \cap L)K/K = VK/K \cap L/K$ является $\mathcal{F}_{G/K}$ -максимальной подгруппой в L/K . Значит, VK/K – $\mathcal{F}_{G/K}$ -инъектор группы G/K и утверждение 2) доказано.

Теорема доказана.

3. Множества Фишера и его свойства.

В теории классов конечных групп многие результаты связаны с применением частично наследственных классов Фиттинга для описания общей структуры как самих классов групп, так и канонических подгрупп. Такие исследования были впервые проведены в классе $\mathcal{F}$ Фишером [2] и Хартли [10]. Напомним, что, по предложению Хартли [10], класс Фиттинга $\mathcal{F}$ называют *классом Фишера*, если из условия $G \in \mathcal{F}$, $K < G$, $K \leq H \leq G$ и $H/K \in \mathcal{N}_p$ для некоторого простого числа p всегда следует $H \in \mathcal{F}$. Понятно, что каждый наследственный класс Фиттинга является классом Фишера. Более того, семейство классов Фишера включает все локальные классы Фиттинга (см. [14]). В настоящем разделе мы локализуем понятие класса Фишера, определяя множество Фишера группы.

Определение 3.1 (см. также VIII.4.3 [3]). Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G и $L \leq G$. Тогда $\mathcal{F}$ назовем *множеством Фишера* G , если из условий $L \in \mathcal{F}$, $K < L$, $K \leq H \leq L$ и H/K – p -группа для некоторого простого p следует $H \in \mathcal{F}$.

Очевидно, что каждое множество Фиттинга, замкнутое относительно подгрупп, является множеством Фишера. Обширность семейства множеств Фишера группы G подчеркивает тот факт, что эти множества могут быть получены как следы классов Фишера.

Напомним, что подгруппа U группы G называется p -нормально вложенной в G , если каждая силовская p -подгруппа P из U является силовской p -подгруппой ее нормального замыкания $\langle P^G \rangle$. Подгруппу называют *нормально вложенной* в G , если она p -нормально вложена для всех простых p .

Для доказательства основного результата работы мы будем использовать следующие свойства множеств Фишера, которые представляет

Теорема 3.2. Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фишера группы G . Тогда справедливы утверждения:

- 1) если $L \leq G$, то множество Фиттинга подгруппы L является множеством Фишера;
- 2) если $K < G$, то множество Фиттинга $\mathcal{F}_{G/K}$ является множеством Фишера группы G/K ;
- 3) если G – $\mathcal{F}^\circ$ -группа, то $\mathcal{F}$ -инъекторы G являются нормально вложенными подгруппами G .

Доказательство. Утверждение 1) теоремы очевидно. Докажем утверждение 2). Пусть $SK/K \in \mathcal{F}_{G/K}$, где SK – $\mathcal{F}^\circ$ -группа с $\mathcal{F}$ -инъектором S . Предположим, что $L/K \triangleleft SK/K$, $L/K \leq H/K \leq SK/K$ и $(H/K)/(L/K)$ – p -группа для некоторого простого p .

Докажем, что $H/K \in \mathcal{F}_{G/K}$. Так как $H/K/L/K \cong H/L$, то H/L является p -группой. Заметим, что $H/L = (H \cap S)L/L \cong (H \cap S)/(H \cap S \cap L) = (H \cap S)/(L \cap S)$ и поэтому фактор $(H \cap S)/(S \cap L)$ является p -группой группы $S/(L \cap S)$. Так как S – $\mathcal{F}$ -инъектор SK и $\mathcal{F}$ – множество Фишера, то из условий $S \in \mathcal{F}$, $L \cap S \triangleleft S$, $L \cap S \leq H \cap S \leq S$ и $(H \cap S)/(L \cap S)$ p -группа следует $H \cap S \in \mathcal{F}$. Теперь подгруппа $(H \cap S) \cap K = S \cap K$ – $\mathcal{F}$ -инъектор группы K и $(H \cap S)K = H$. Кроме того, H/L – p -группа и L – $\mathcal{F}^\circ$ -группа. Следовательно, $H \in \mathcal{F}^\circ$. Таким образом, выполняются все условия леммы 2.11. Значит, подгруппа $H \cap S$ является $\mathcal{F}$ -инъектором группы H . Это означает, что $H/K \in \mathcal{F}_{G/K}$ и утверждение 2) доказано.

Докажем утверждение 3). Предположим, что утверждение неверно и пара $(G, \mathcal{F})$ – контрпример с группой G наименьшего порядка. Так как G – $\mathcal{F}^\circ$ -группа, то по лемме 2.8 в G существует $\mathcal{F}$ -инъектор V . Пусть для некоторого простого p силовская p -группа V_p группы V такова, что V_p не является силовской p -подгруппой группы $K = \langle V_p^G \rangle$, т.е. не существует в G нормальных подгрупп, силовские p -подгруппы которых совпадают с V_p . Если $G_{\mathcal{F}} = 1$, то из того, что G является $\mathcal{F}^\circ$ -группой, следует разрешимость группы G и по теореме VIII.4.5 [3] $\mathcal{F}$ -инъекторы G нормально вложены в G , что невозможно.

Предположим $N = G_{\mathcal{F}} \neq 1$. Так как $\mathcal{F}$ – множество Фишера группы G , то по утверждению 2) данной теоремы $\mathcal{F}_{G/K}$ – множество Фишера группы G/N . Кроме того, по утверждению 2) теоремы 2.12 заключаем, что подгруппа VN/N является $\mathcal{F}$ -инъектором группы G/N . По условию $G/N \in \mathcal{F}^\circ \subseteq \mathcal{F}^\circ$. Таким образом, выполняются все условия индукционного предположения для группы G/N такой, что $|G/N| < |G|$. Следовательно, подгруппа VN/N является нормально вложенной в G/N . По определению $\mathcal{F}$ -инъектора $G_{\mathcal{F}} = N \leq V$ и поэтому V/N нормально вложена в G/N . Отсюда по лемме I.7.3 из [3] подгруппа V нормально вложена в G , т.е. V_p является силовской p -подгруппой группы K . Полученное противоречие завершает доказательство утверждения 3).

Теорема доказана.

Определение 3.3. Пусть $\mathcal{X}$ – непустое наследственное инъективное множество групп, т.е. каждая группа G из $\mathcal{X}$ имеет $\mathcal{F}$ -инъекторы. Множество Фиттинга $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{X}$ группы $G \in \mathcal{X}$ назовем *нормально вложенным в $\mathcal{X}$* , если для каждой подгруппы H группы G ее $\mathcal{F}$ -инъекторы нормально вложены в H .

В случае универсума $\mathcal{S}$ множество Фиттинга, нормально вложенное в $\mathcal{S}$, назовем просто нормально вложенным.

Ввиду утверждений 1) и 3) теоремы 3.2 получаем

Следствие 3.4. Пусть $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{F} \circ \mathcal{S}$ и $\mathcal{X}$ – наследственное множество Фиттинга. Тогда множество Фишера $\mathcal{X}$ -группы G является нормально вложенным в $\mathcal{X}$.

4. $\mathcal{F}$ -подгруппы Фишера и их характеристика. В настоящем разделе, используя результаты, полученные в разделах 2–3, мы докажем основную теорему работы – критерий

$\mathcal{F}$ -подгруппы Фишера из множества Фиттинга $\mathcal{F}$ частично разрешимой группы. Дуализируя понятие $\mathcal{F}$ -покрывающей подгруппы разрешимой группы [1] (для насыщенной формации $\mathcal{S}$ – это то же самое, что и понятие $\mathcal{S}$ -проектора), Фишер в [2] для класса Фиттинга $\mathcal{S}$ определяет в теории классов Фиттинга подгруппу, которая в настоящее время в теории классов известна под названием $\mathcal{S}$ -подгруппы Фишера. Аналог этого понятия для множества Фиттинга представляет

Определение 4.1 (см. VIII.4.1 [3]). Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G . Подгруппа F группы G называется $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера группы G , если выполняются следующие условия:

- 1) $F \in \mathcal{F}$;
- 2) если L – $\mathcal{F}$ -подгруппа G , нормализуемая F , то $L \leq F$.

Основной результат работы –

Теорема 4.2. Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга $\mathcal{X}$ -группы G , нормально вложенное в наследственное множество Фиттинга $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{F} \circ \mathcal{S}$. Тогда подгруппа F группы G является $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера группы G в точности тогда, когда F является $\mathcal{F}$ -инъектором группы G .

Доказательство. Покажем, что если F является $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера, то F – $\mathcal{F}$ -инъектор группы G . Докажем это утверждение индукцией по $|G|$. Если $G=1$, то справедливость утверждения очевидна.

Предположим, что $|G| > 1$ и для всех подгрупп X таких, что $|X| < |G|$ и всех множеств Фиттинга $\mathcal{X}$ группы X Фишера $\mathcal{F}$ -подгруппа X является $\mathcal{F}$ -инъектором X .

Заметим, что если $G_{\mathcal{F}}=1$, то G – разрешимая группа и утверждение верно по теореме VIII.4.7 [3]. Итак, $G_{\mathcal{F}}$ – неединичная подгруппа. Пусть N – минимальная нормальная подгруппа группы G . Так как G – $\mathcal{F} \circ \mathcal{S}$ -группа, то по лемме 2.8 в G существуют $\mathcal{F}$ -инъекторы и любые два из них сопряжены. Пусть V – $\mathcal{F}$ -инъектор группы G . Тогда по утверждению 2 теоремы 2.12 VN/N – $\mathcal{F}_{G/K}$ -инъектор группы G/N . Кроме того, так как по условию V нормально вложен в G , то по теореме I.7.3(b) из [3] подгруппа VN/N нормально вложена в группу G/N .

1. Покажем, что подгруппа FN/N не является $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера группы G/N . Если это не так, то по индукции FN/N – $\mathcal{F}_{G/K}$ -инъектор группы G/N и $FN/N = V_1N/N$, где $V_1 = V^x$ для некоторого $x \in G$. Итак, $FN = V_1N$ для некоторого $\mathcal{F}$ -инъектора V_1 группы G . Рассмотрим две следующие возможности:

1.1) $N \leq G_{\mathcal{F}}$.

В этом случае $F = FN = V_1N = V_1$ и мы получаем противоречие с тем, что подгруппа F не является $\mathcal{F}$ -инъектором G . Остается принять случай:

1.2) N не содержится в $G_{\mathcal{F}}$.

Так как N не содержится в $G_{\mathcal{F}}$ и N – минимальная нормальная подгруппа G , то $N_{\mathcal{F}}=1$. Ввиду того, что $F \cap N \triangleleft F$ и $F \in \mathcal{F}$, мы получаем $F \cap N = 1$. Отсюда по лемме 2.11 следует, что подгруппа F является $\mathcal{F}$ -инъектором $\mathcal{F} \circ \mathcal{S}$ -группы $FN = V_1N$. Так как подгруппа V_1 является по лемме 2.10 $\mathcal{F}$ -инъектором группы V_1N , то по лемме 2.8 подгруппы F и V_1 сопряжены. Следовательно, F – $\mathcal{F}$ -инъектор группы G . Получим противоречие с выбором группы G . Таким образом, нами показано, что FN/N не является $\mathcal{F}_{G/N}$ -подгруппой Фишера группы G/N для любой минимальной нормальной подгруппы N группы G .

2. **Заключительный шаг.** Так как подгруппа $G_{\mathcal{F}} \neq 1$, то можно считать, что $N \leq G_{\mathcal{F}}$. В этом случае $\mathcal{F}_{G/N} = \{S/N : N \leq S \leq G, S \in \mathcal{F}\}$ – множество Фиттинга группы G/N и F/N – $\mathcal{F}_{G/N}$ -подгруппа Фишера G/N , что противоречит утверждению 1).

Докажем обратное утверждение. Пусть $G \in \mathcal{X}$. Тогда по лемме 2.8 в G существует $\mathcal{F}$ -инъектор V . По определению $\mathcal{F}$ -инъектора $V \in \mathcal{F}$. Пусть $F \in \mathcal{F}$ и $V \leq N_G(F)$. Покажем, что подгруппа V нор-

мальна в группе VF . Действительно, пусть $x=vf$ – произвольный элемент группы VF , где $v \in V$ и $f \in F$.

Тогда $(vf)^{-1}V(vf) = f^{-1}v^{-1}Vvf = f^{-1}Vf = V$. Следовательно, $V \in \mathcal{F}$ и $V \triangleleft VF$. Значит, $V \leq (VF)_{\mathcal{F}}$. Так как $V \leq VF \leq G$, то по лемме 2.10 подгруппа V является $\mathcal{F}$ -инъектором группы VF и поэтому $V \geq (VF)_{\mathcal{F}}$. Итак, $V = (VF)_{\mathcal{F}}$ и отсюда получаем, что $F \leq V$. Следовательно, V является $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера группы G .

Теорема доказана.

5. Следствия теорем 3.2. и 4.2. Приведем вначале следствия из теоремы 3.2.

Следствие 5.1. Пусть $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{F} \circ \mathcal{S}$ – наследственное множество Фиттинга $\mathcal{X}$ -группы G и $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G . Тогда $\mathcal{F}$ – нормально вложенное в $\mathcal{X}$ множество Фиттинга.

Следствие 5.2. Пусть $\mathcal{F}$ – класс Фиттинга, $\mathcal{X}$ – наследственный класс Фиттинга, $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{X} \subseteq \mathcal{S}$ и $\mathcal{F}$ – класс Фишера. Тогда $\mathcal{F}$ – нормально вложенный в $\mathcal{X}$ класс Фиттинга.

Следствие 5.3 (Андерсен [6]). Каждое множество Фишера разрешимой группы является нормально вложенным множеством Фиттинга.

Следствие 5.4 (Локетт [15]). Каждый разрешимый класс Фиттинга является нормально вложенным.

Теперь приведем следствия из теоремы 4.2.

Следствие 5.5. Пусть $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{F} \circ \mathcal{S}$ – наследственное множество Фиттинга и $\mathcal{F}$ – множество Фишера $\mathcal{X}$ -группы G . Подгруппа F является $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера G в точности тогда, когда F – $\mathcal{F}$ -инъектор группы G .

Следствие 5.6. Пусть $\mathcal{X}$ – наследственный класс Фиттинга и класс Фиттинга $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{X} \subseteq \mathcal{S}$. Тогда множество всех $\mathcal{F}$ -инъекторов $\mathcal{X}$ -группы G и множество всех $\mathcal{F}$ -подгрупп Фишера G совпадают.

С учетом леммы 2.8 из теоремы 4.2 получаем

Следствие 5.7. Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фишера $\mathcal{X}$ -группы G и $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{F} \circ \mathcal{S}$ – наследственное множество Фиттинга G . Тогда G имеет единственный класс сопряженных $\mathcal{F}$ -подгрупп Фишера.

Следствие 5.8 (Андерсен [6]). Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фишера разрешимой группы G .

Подгруппа F является $\mathcal{F}$ -подгруппой Фишера в том и только в том случае, если F – $\mathcal{F}$ -инъектор группы G . Кроме того, G имеет $\mathcal{F}$ -подгруппы Фишера и любые две из них сопряжены.

Следствие 5.9 (Хартли [10]). Пусть $\mathcal{F}$ – разрешимый класс Фишера и G – разрешимая группа. Тогда $\mathcal{F}$ -подгруппы Фишера G – это в точности ее $\mathcal{F}$ -инъекторы.

Следствие 5.10 (Фишер [2]). В любой разрешимой группе для любого разрешимого класса

Фишера $\mathcal{F}$ существуют $\mathcal{F}$ -подгруппы Фишера и любые две из них сопряжены.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gaschütz, W. Zur Theorie der endlicher auflösbarer Gruppen / W. Gaschütz // Math. Z. – 1963. – Bd. 80, № 4. – S. 300–305.
2. Fischer, B. Klassen konjugierter Untergruppen in endlichen auflösbaren Gruppen / B. Fischer // Habilitationsschrift, Universität Frankfurt (M). – 1966.
3. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–N. Y.: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
4. Fischer, B. Injektoren endlicher auflösbarer Gruppen / B. Fischer, W. Gaschütz, B. Hartley // Math. Z. – 1967. – Bd. 102, № 5. – S. 337–339.
5. Dark, R. Some examples in the theory of injectors of finite soluble groups / R. Dark // Math. Z. – 1972. – Bd. 127. – S. 145–156.
6. Andersen, W. Injectors in finite solvable groups / W. Andersen // J. Algebra. – 1975. – Vol. 36, № 2. – P. 333–338.
7. Feldman, A. Conditions for which Fischer $\mathcal{F}$ -subgroups in finite solvable groups are $\mathcal{F}$ -injectors / A. Feldman // Arch. Math. – 1999. – Bd. 73. – S. 401–406.
8. Feldman, A. System-permutable Fischer subgroups are injectors / A. Feldman // Math. Proc. Royal Irish Acad. – 2001. – Vol. 101 A(1). – P. 71–74.
9. Hartley, B. On Fischer's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol. 3, № 2. – P. 193–207.
10. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 271 с.
11. Шеметков, Л.А. О подгруппах π -разрешимых групп / Л.А. Шеметков // В кн.: Конечные группы. – Минск: Наука и техника, 1975. – С. 207–212.
12. Ballester-Bolínches, A. Classes of Finite Groups / A. Ballester-Bolínches, L.M. Ezquerro // Mathematics and its Applications: Springer. – 2006. – Vol. 584. – 385 p.
13. Bollado Cabaliero, A. Inyectores y cocientes. Extensiones inyectivas / A. Bollado Cabaliero, J.R. Martinez Verduch // Pub. Mat. UAB. – 1984. – Vol. 28, № 2–3. – P. 51–54.
14. Воробьев, Н.Т. Локальность разрешимых наследственных классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев // Мат. заметки. – 1992. – Т. 51. – Вып. 3. – С. 3–8.
15. Lockett, P. On the theory of Fitting classes of finite soluble groups / P. Lockett // Math. Z. – 1973. – Vol. 131. – P. 103–115.

Поступила в редакцию 30.08.2013. Принята в печать 21.10.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: belarus8889@mail.ru – Воробьев С.Н.

УДК 577.1:929(476)

Белорусский биохимик академик Ю.М. Островский

А.А. Чиркин

*Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»*

В статье описан жизненный путь академика Ю.М. Островского. Даны главные этапы развития гродненской биохимической школы и Отдела регуляции обмена веществ АН БССР (с 1985 г. – Института биохимии). Приводятся основные публикации академика Ю.М. Островского и его учеников по проблемам биохимии тиамина и биологическим основам алкоголизма. Рассмотрены оригинальные высказывания ученого по разрабатываемым им научным направлениям и некоторым вопросам развития белорусской нации. Научные концепции и идеи академика Ю.М. Островского использованы при написании 500 научных работ и при выполнении более 150 диссертационных работ, в том числе 87 под его руководством и при научном консультировании.

Ключевые слова: академик Ю.М. Островский, биохимия, витамины, тиамин, алкоголизм.

Belarusian Biochemist Academician Y.M. Ostrovsky

A.A. Chirkin

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masharov University»

The article describes the life of Academician Yu.M. Ostrovsky. Main stages of the development of Grodno Biochemistry school and the Department of regulation of metabolism of the Belarusian Academy of Sciences (since 1985 – Institute of Biochemistry) are presented. Basic publications by Yu.M. Ostrovsky and his students on the topics of biochemistry of thiamine and biological bases of alcoholism are given. Original statements by Yu.M. Ostrovsky on developed by him research areas and some issues of the development of Belarusian nation are considered. It is shown that the creative scientific heritage of Yu.M. Ostrovsky is implemented by his students. Scientific concepts and ideas of Yu.M. Ostrovsky were used when writing 500 scientific papers and in more than 150 theses, including 87 under his leadership and with his scientific advice.

Key words: Ju.M. Ostrovsky, biochemistry, vitamins, thiamine, alcoholism.

Юрий Михайлович Островский (Юрый Міхайлавіч Астроўскі) родился 29 июня



1925 года. Детство и юность прошли в г. Минске. Школу окончил в 1941 году и до 1944 года вместе с семьей находился в Слониме. После освобождения Слонима был призван в Красную Армию. Демобилизовавшись, учился в Военно-медицинской академии в Ленинграде и затем в Минском государственном медицинском институте, который окончил в 1950 году. Свою трудовую деятельность начал в качестве заведующего отделом и лабораторией Полоцкой санитарно-эпидемиологической станции. Здесь он впервые понял практическое значение биохимических исследований для медицины. В 1956 г. стал ассистентом кафедры биохимии Витебского государственного медицинского института. В это время кафедрой заведовал неорди-

нарный ученый, профессор В.С. Шапот, который разрабатывал биохимические аспекты опухолевого роста и биохимические основы деятельности мозга. Этот период жизни был определяющим в выборе основного дела: служения науке биохимии.

С 1959 г. жизнь Ю.М. Островского связана с г. Гродно. Здесь он заведовал кафедрой биохимии Гродненского государственного медицинского института. В 1965 г. успешно защитил докторскую диссертацию, а в следующем году ему было присвоено ученое звание профессора. Из талантливых молодых выпускников и приглашенных исследователей в 1975 году Ю.М. Островский создал вначале Отдел регуляции обмена веществ Академии наук БССР, а затем в 1985 г. – Институт биохимии Академии наук БССР. В 1977 году Ю.М. Островский был избран членом-корреспондентом, а в 1986 году – академиком АН БССР. За заслуги в области развития биохимии в Беларуси в 1978 году ему было при-

своено почетное звание заслуженный деятель науки БССР. Умер Ю.М. Островский 31 декабря 1991 года в возрасте 66 лет. Причиной смерти явилось острое заболевание, связанное с переохлаждением, полученном по пути в г. Минск для решения служебных научных вопросов. Спустя 4 года, посмертно Ю.М. Островскому была присуждена премия НАН Беларуси за фундаментальные и прикладные исследования по метаболизму тиамина [1–3].

Итак, жизненный цикл Ю.М. Островского замкнулся: Минск–Слоним–Полоцк–Витебск–Гродно–Минск. Этот человек всю жизнь прожил в старинных городах Беларуси, он любил свою землю, свой народ и белорусский язык.

Целью статьи является оценка личности белорусского ученого и общественного деятеля Ю.М. Островского и его опыта в развитии отечественной науки.

Материал и методы. В работе использованы основные публикации Ю.М. Островского (около 500 работ, в том числе 9 монографий, 15 изобре-

тений), сведения о видном белорусском ученом-биохимике из исторических и научных словарей, свободной энциклопедии Википедии, опыт 26-летнего общения А.А. Чиркина со своим научным руководителем и коллегой академиком Ю.М. Островским, воспоминания первого поколения гродненских биохимиков, составивших костяк Института биохимии НАН Беларуси (член-корреспондент НАН Беларуси, доктор биологических наук А.Г. Мойсеенок; доктора биологических наук В.У. Буко, П.С. Пронько, В.В. Виноградов, Л.И. Надольник и др.), проведен анализ применения научных концепций и идей академика Ю.М. Островского в планировании и выполнении более 150 диссертационных работ (в том числе 87 под его личным руководством и при научном консультировании).

Результаты и их обсуждение. Формирование личности белорусского ученого и мыслителя Ю.М. Островского во многом связано с его жизнью в прекрасных городах Беларуси, имеющих долгую и славную историю (табл.).

Таблица

Краткая историческая характеристика городов, в которых жил Ю.М. Островский

Событие	Минск	Слоним	Полоцк	Витебск	Гродно
Основные племена до основания города	Племена кривичей, дреговичей	Племена дреговичей	Племена кривичей	Племена кривичей	Племена дреговичей
Первое упоминание	1067 г., Повесть временных лет	1252 г., Ипатьевская летопись	862 г., Повесть временных лет	974 г., Летопись Михаила Панцирного	1127 г., Кёнигсбергская, Ипатьевская, Лаврентьевская летописи
Вхождение в состав Великого княжества Литовского	1324 г.	Середина XIII века	1307 г.	1318–1320 гг.	Середина XIII века
Магдебургское право	1499 г.	1531 г.	1498 г.	1597–1623 гг., 1641 г.	1391 г., 1444 г.
Герб	1591 г.	1591 г.	1498, 1580 гг.	1597 г.	1540 г., 1565 г.
Участие в Грюнвальдской битве, 1410 г.	Минская хоругвь (полк)	Слонимская хоругвь (полк)	Полоцкая хоругвь (полк)	Витебская хоругвь (полк)	Гродненская хоругвь (полк)
Древние достопримечательности	Замковая церковь (1071–1085 гг.); Свято-Петропавловский собор, 1613 г.	Мужской Свято-Успенский монастырь. Икона Божьей Матери Жировичской, XVI век	Софийский собор (1044–1066, 1738–1750); Спасо-Ефросиньевский монастырь (основан в 1128 г.)	Храм Благовещения Пресвятой Богородицы, построенный в середине XII века, вероятно, на месте деревянной Свято-Благовещенской церкви, основанной, по преданию, княгиней Ольгой	Борисоглебская (Коложская) церковь (вторая половина XII века)

Из анализа этой табл. следует, что на территории нынешней Беларуси жили люди в достаточно устойчивом государственном образовании, с официальными атрибутами государственности, способные к совместной защите своей территории от захватчиков.

Размышления о генетическом коде белорусов. В одной из публицистических работ Ю.М. Островский писал: «Лёс мой неаддзельны ад лёсу роднага краю» (Літаратура і мастацтва, 1992 г., 15 мая, с. 14–15). Опыт его жизни лег в основу размышлений ученого о происхождении белорусов и их роли в истории центральных земель Европы. Так он рассуждал об особенностях словесного общения белорусов: «Возьмем, например, антрапалагічныя характарыстыкі (рост, формы тела і яго частак і інш.), прамы звязаныя з генетычным праграмаваннем. Будова насаглоткі, форма рота, асаблівасці галасавых звязак адказныя за характар голасу і гаворкі чалавека. У Беларусі, напрыклад, гэтым у значнай ступені тлумачацца вельмі высокая частата тэнараў сярод мужчын, характар прамаўлення некаторых галосных і зычных. Біялагічная аснова, такім чынам, далучана да фарміравання мовы народа, якая разам з іншымі праявамі культуры і знешняга выгляду аб'ектыўна даследуецца этнографамі як адна з важнейшых нацыянальных прыкмет». Из этих рассуждений следовал переход к генетическому уровню: «У аналізе біялагічнага грунту народаў нельга назваць якога-небудзь аднаго вызначальнага (“нацыянальнага”) гена, але камбінацыі многіх з іх, частата распаўсюджвання асобных генаў у розных народаў досыць тыповая. Асабліва шматлікія нацыянальна-генетычныя даследаванні па лёгка кантралюемых прыкметах, за кожнай з якой стаіць толькі адзіны і ніякі іншы ген. Датычыць гэта, напрыклад, частаты пэўных груп і падгруп крыві, распаўсюджанасці рэзус-фактара. Суадносіны такіх прыкмет пры абследаванні вялікіх груп насельніцтва досыць дэманстратыўныя і па законах статыстыкі ацэньваюцца як высокапраўдзівыя крытэрыі аднароднасці насельніцтва. Генетычныя ацэнкі частаты распаўсюджвання асобных груп крыві сярод беларусаў і палякаў Гродзенскай вобласці, беларусаў і палякаў Беластоцкага ваяводства параўноўваліся ў спецыяльных даследаваннях з аналагічнымі дадзенымі для карэннага насельніцтва Польшчы (у асоб, якія не мянялі ў чатырох пакаленнях сваёй нацыянальнасці). Што ж выявілася пры такім аналізе? Аказалася, што

беларусы і палякі Гродзенскай вобласці не адрозніваюцца адзін ад аднаго і ад беларусаў і палякаў Беластоцчыны, але ўсе яны зусім не падобныя па частотах груп крыві на карэнных палякаў! Паходжанне тых, хто ў многіх пакаленнях нараджаўся на нашых землях, але лічыць сябе пер сябе палякамі на Беларусі, генетыка вырашае, такім чынам, адназначна. Гэтыя “палякі” сваімі прабацькамі мелі толькі беларусаў...». Далее он указывал: «Прыродныя ўмовы Беларусі (лясы, балоты) не спрыялі масавым перамяшчэнням розных народаў па яе тэрыторыі. Няма гістарычных дадзеных аб перасяленні ў нашы краі народаў Еўропы (палякаў, рускіх) або Азіі. Не закранула нас і татара-мангольскае іга, што, магчыма, лягло ў аснову самой назвы Белая (г. зн. свабодная) Русь... Беларуская нацыя сфарміравалася на аснове плямён крывічоў, радзімічаў, дрыгавічоў і балтаў. Падобна ўтварэнню Кіеўскай Русі, вырашальную ролю пры гэтым адыграла аб'яднанне пералічаных плямёнаў і княстваў, якія іх прадстаўлялі, на агульнай рэлігійнай аснове ў адзіную дзяржаву, якая з XIII ст. называлася Вялікае княства Літоўскае». В этой связи можно вспомнить обсуждаемый историками тезис о том, что белорусы – это не нация, это способ выживания на территории Беларуси: «“Белорусскость” – это скорее технология жизни в данном конкретном регионе. Иногда это технология выживания. В этом смысле белорус – это “тутэйшы”, белорусом можно быть... только в регионе Беларуси» [4, с. 72].

Предположения Ю.М. Островского были подтверждены и развиты с помощью генетического анализа участков ДНК, передающихся по мужской или женской линии (однородительских наследуемых маркеров). Маркеры Y-хромосомы представляют наибольший интерес для реконструкции этногенеза, поскольку весь их набор строго уникален для каждой мужской генетической линии. Аналогичным образом по женской линии наследуется ДНК митохондрий (мДНК), передаваемая вместе с цитоплазмой яйцеклетки от матери к детям обоего пола. Но мужские линии наследования на популяционном уровне выражены гораздо четче. Исследование полиморфных маркеров Y-хромосомы показало, что наибольшее разнообразие присущих им гаплотипов (уникальных сочетаний числа повторов в некоторых участках хромосомы) фиксируется на юго-востоке Беларуси. Это означает, что исходным пунктом расселения предков белорусов был именно этот регион (ареал киевской культуры) [5].

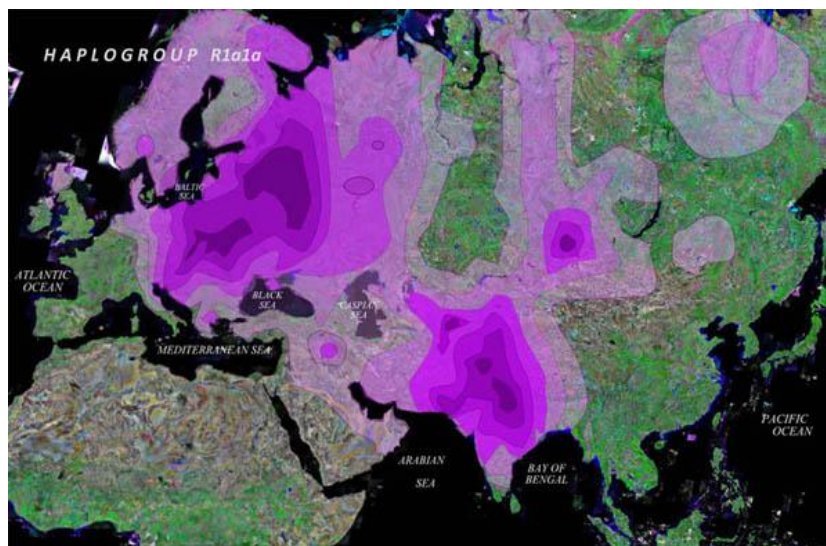


Рис. Распространение гаплогруппы R1a1 у населения Европы.

У белорусов очень высока концентрация гаплогруппы R1a1 (определяемой по мутациям M17 и M198) в сочетании с гаплогруппой I2a (мутация M26). Первая из них в большинстве славянских выборок (включая и Беларусь) составляет порядка 40–50% и более, вторая – порядка 10–20. Такой высокой концентрации обеих гаплогрупп одновременно не найдено ни у одного современного народа [6]. На рис. показано распространение гаплогруппы R1a1 [6–7]. Отсюда следует, что наибольшая распространенность этого гаплотипа характерна для территории Беларуси в Европе. В этих данных можно видеть определенное подтверждение идеи Ю.М. Островского о достаточной оседлости белорусов.

Биохимические исследования научной школы Ю.М. Островского. Основные научные исследования выполнялись под руководством Ю.М. Островского в области витаминологии, регуляции обмена веществ и ряда направлений клинической биохимии (наркология, онкология). Изучена природа центров и группировок на белке и в молекуле тиамина, ответственных за протеидизацию витамина, сформулированы положения, обосновывающие рациональное применение в медицине антивитаминов. Им создана оригинальная концепция развития алкоголизма, дающая перспективы лечения этой болезни. Приведем наиболее важные труды Ю.М. Островского и его учеников (за период руководства Институтом биохимии АН БССР, г. Гродно):

1. Островский Ю.М. Тиамин: Избранные главы по биохимии витамина B1. – Мн.: Беларусь, 1971.

2. Островский Ю.М. Антивитамины в экспериментальной и лечебной практике. – Мн.: Беларусь, 1973.

3. Механизмы межвитаминных взаимоотношений: Тиамин, пиридоксин, пантотеновая и никотиновая кислота / Отд. регуляции обмена веществ Акад. наук БССР; Ю.М. Островский, А.Г. Мойсеенок, А.Г. Мажуль, Г.Н. Михальцевич; под ред. Ю.М. Островского. – Мн.: Наука и техника, 1973.

4. Островский Ю.М. и соавт. Кокарбоксилаза и другие тиаминфосфаты. – Мн.: Наука и техника, 1974.

5. Островский Ю.М. Активные центры и группировки в молекуле тиамина. – Мн.: Наука и техника, 1975.

6. Химия, биохимические функции и применение пантотеновой кислоты / под ред. А.Г. Мойсеенка. – Мн., 1977.

7. Экспериментальная витаминология: справ. рук. / Акад. наук Белорус. ССР, Отд. регуляции обмена веществ; под ред. Ю.М. Островского. – Мн.: Наука и техника, 1979.

8. Биохимические аспекты влияния витаминов на процессы старения / Г.А. Залезинская, И.А. Никишкин, А.Е. Пленин; под ред. Ю.М. Островского; Акад. наук БССР, Сектор геронтологии. – Мн.: Наука и техника, 1979.

9. Биохимия о происхождении жизни / Ю.М. Островский. – Мн.: Наука и техника, 1979.

10. Мойсеенок А.Г. Пантотеновая кислота: Биохимия и применение витамина / А.Г. Мойсеенок; под ред. Ю.М. Островского; Акад. наук Бел. ССР, Отд. регуляции веществ. – Мн.: Наука и техника, 1980.

11. Этанол и обмен веществ / Акад. наук Белорус. ССР, Отд. регуляции обмена веществ; под ред. Ю.М. Островского. – Мн.: Наука и техника, 1982.

12. Пируват и лактат в животном организме / Ю.М. Островский, М.Г. Величко, Т.Н. Якубчик; Акад. наук БССР, Отд. регуляции обмена веществ. – Мн.: Наука и техника, 1984.

13. Гормональные механизмы метаболического действия тиамина / В.В. Виноградов. – Мн.: Наука и техника, 1984.

14. Биологический компонент в генезисе алкоголизма / Ю.М. Островский, В.И. Сатановская, М.Н. Садовник. – Мн.: Наука и техника, 1986.

15. Метаболические эффекты недостаточности функционально связанных В-витаминов / Акад. наук БССР, Ин-т биохимии. – Мн.: Наука и техника, 1987.

16. Виноградов В.В. Некоферментные функции витамина РР. – Мн.: Наука и техника, 1987.

17. Виноградов В.В., Струмило С.А. Витаминзависимые ферменты надпочечников: дегидрогеназы 2-оксокислот. – Мн.: Наука и техника, 1988.

18. Метаболические предпосылки и последствия потребления алкоголя / Ю.М. Островский, В.И. Сатановская, С.Ю. Островский [и др.]. – Акад. наук Бел. ССР, Ин-т биохимии. – Мн.: Наука и техника, 1988.

19. Межвитаминные отношения при ишемической болезни сердца и гипертонической болезни / В.М. Борец, В.В. Мирончик, Л.П. Артаева [и др.]; науч. ред. Ю.М. Островский. – Мн.: Наука и техника, 1988.

20. Производные пантотеновой кислоты. Разработка новых витаминных и фармакотерапевтических средств / А.Г. Мойсеенок, В.М. Копелевич, В.М. Шейбак, В.А. Гуринович. – Мн., 1989.

21. Буко В.У. Простагландины при алкогольном поражении печени / науч. ред. Ю.М. Островский; АН БССР, Ин-т биохимии. – Мн.: Наука і тэхніка, 1991.

22. Водорастворимые витамины в инфекционной патологии / В.И. Комар, В.С. Васильев, А.Г. Мойсеенок; под ред. Ю.М. Островского; Ин-т биохимии АН БССР, Гродн. мед. ин-т. – Мн.: Навука і тэхніка, 1991.

23. Островский Ю.М., Островский С.Ю. Аминокислоты в патогенезе, диагностике и лечении алкоголизма. – Мн.: Наука и техника, 1995.

Ю.М. Островский всегда занимался жизненно важными для Беларуси научными проблемами. Еще работая в Полоцке, активно включился в проблему диагностики и лечения туберкулеза с биохимических позиций – он выявил важную патогенетическую роль тиамина. Тиамин является важнейшим компонентом общего пути катаболизма, когда пировиноградная кислота, полученная из первичного транспортера солнечной энергии глюкозы, превращается в общий мета-

болит – ацетил-КоА, который в митохондриях клеток-потребителей служит источником образования основного источника энергии в них – АТФ. Развивая эти идеи с позиций экспериментальной и клинической витаминологии в г. Гродно на кафедре биохимии медицинского института, затем в Отделе регуляции обмена веществ и Институте биохимии АН БССР, Ю.М. Островский создал концепцию уникальной роли двууглеродных соединений в жизнедеятельности живых организмов. Эта концепция позволила ученому перейти к важнейшей государственной проблеме – пониманию биохимической сущности и на его основе разработке способов молекулярной диагностики, профилактики и лечения алкоголизма. Особую роль в этом сыграли данные об эндогенных этаноле и ацетальдегиде и о врожденной способности некоторых млекопитающих изначально предпочитать воду или раствор этанола при возможности выбора. В итоговом обзоре исследований («Метаболические предпосылки и последствия потребления алкоголя», 1988 г.) он писал, что неоднородность сравниваемых групп животных захватывает широкий круг биохимических показателей, при этом предпочитающие этанол (ПЭ) особи отличаются от своих антиподов (предпочитающих воду – ПВ) по сниженному уровню эндогенного этанола, более высокой активности ферментов катаболизма алкоголя и ацетальдегида, более интенсивному использованию ацетата в различных реакциях. Значительную роль в организации обмена веществ ПЭ крыс, по-видимому, играет характер субстратов, используемых для энергетических целей, что нашло отражение в особом замедленном типе функционирования начальных стадий распада углеводов (глюкозы), в некотором накоплении заменимых аминокислот в печени, относительной инсулиновой недостаточности. В этом же году Reaven суммировал признаки патологии каждого четвертого жителя планеты Земля – метаболического синдрома, в основе которого лежит инсулинорезистентность, т.е. нарушение утилизации клетками носителя солнечной энергии молекул глюкозы. Здесь очевиден логический мост между алкоголизацией человечества и поражением у потребляющих алкоголь фундаментальных механизмов использования солнечной энергии, благодаря которой и возникла жизнь на Земле. Ю.М. Островский не успел переключиться на эту проблему, но жизненность ее подтверждается деятельностью его учеников: В.У. Буко недавно награжден престижной международной премией за разработку вопросов неалкогольного стеатогепатита, А.А. Чиркин и со-

авт. в 2012 году получили патент на уникальное средство для профилактики метаболического синдрома (Чиркин А.А., Буко В.У., Балаева-Тихомирова О.М., Толкачева Т.А., Паршонок Д.И. Способ получения средства для профилактики инсулинорезистентности. Патент Республики Беларусь 15645 *A61K 35/64; A61P 5/50*, 30.04.2012. Афіцыйны бюлетэнь «Вынаходніцтва. Карысныя мадэлі. Прамысловыя ўзоры». – 2012. – № 2(85). – С. 79), а Л.И. Надольник организовала первый в Беларуси Международный симпозиум по метаболическому синдрому (октябрь 2013 г., г. Гродно).

Ю.М. Островский как инициатор и руководитель научных направлений всегда старался сделать исследования фундаментальными, ориентированными на решение наиболее важных для государства проблем. Так возникли кормовые добавки из отходов объединения «Гродноазот» для питания пушных зверей, композиции, содержащие витамины, кофакторы ферментов и аминокислот для офтальмологии, наркологии и других разделов медицины. Его неординарное мышление позволяло получать информацию международного класса даже при недостаточном финансировании. В 1976 г. он сформулировал метаболическую концепцию генеза алкоголизма: «Общий подход в оценке особенностей обмена веществ, определяющих различное отношение (переносимость, предпочтение, алкоголизм) человека и экспериментальных животных к этанолу, может основываться на допущении, что сам этанол, его производные и другие двууглеродные соединения вступают в организме в сложные (синергизм, конкуренция, образование необходимых метаболитов и т.п.) взаимоотношения и взаимодействия, формирующие в конечном итоге состояние метаболического фона, к которому организм стремится (комфорт) или которого избегает (дискомфорт). Биохимический, молекулярный характер рассматриваемого явления, таким образом, в качестве производных частных будет включать в себя известные подходы ко всей проблеме различных исследователей, из которых каждый придает решающее значение какому-либо одному фактору или их многообразным комбинациям» [8].

Ю.М. Островский и развитие отечественной биохимии. Свою первую монографию (Тиамин: Избранные главы по биохимии витамина В₁, 1971 г.) Ю.М. Островский начал с посвящения «Соратникам по работе, белорусским биохимикам посвящается. Автор». Этот принцип видеть в каждом человеке (от студента до академика), работающем по биохимической тематике, соратника был основным стержнем педагогической и научной деятельности Ю.М. Островского.

За короткий срок заведования кафедрой биохимии Гродненского государственного медицинского института он привлек к научной работе десятки студентов, которые и составили основу Отдела регуляции обмена веществ, а затем Института биохимии АН БССР. В Беларуси всегда были крупные ученые-биохимики. Мы не будем называть их имена, чтобы случайно известный ученый не попал бы в категорию «и другие». Отметим лишь, что Ю.М. Островский занимал видное место в плеяде белорусских биохимиков потому, что он создал Институт биохимии и большую научную школу. Ученый заботился о престиже отечественной науки и развитии контактов с биохимиками других республик СССР и зарубежных стран. Он явился организатором постоянных всесоюзных гродненских симпозиумов по различным проблемам биохимии и заложил основы белорусско-российских симпозиумов. На ил. представлены участники всесоюзного Гродненского симпозиума в конференц-зале нового корпуса Института биохимии. В первом ряду в центре академик АН СССР С.Е. Северин и профессор Ю.М. Островский. Многие из присутствующих на симпозиуме стали ведущими учеными, членами академий наук государств СНГ.

Идеи Ю.М. Островского о важности биохимии как базовой науки, которая внесла весомый вклад в развитие молекулярной биологии, геномной инженерии, протеомики, метаболомики, молекулярно-генетического анализа, находят свое отражение в учебных курсах по подготовке биохимиков, в перспективных научных исследованиях белорусских ученых. Следует отметить, что, наряду с известными биохимическими центрами столицы Беларуси – г. Минска, молекулярные исследования высокого уровня проводятся практически во всех областных центрах нашего государства. Об этом свидетельствует информация, собранная в двух сборниках «Современные проблемы биохимии» [9–10]. В сборнике 2010 года помещены 15 статей, написанные 29 авторами (4 автора из московских лабораторий и 25 из белорусских вузов и лабораторий), а в сборнике 2013 года помещены 18 глав, подготовленных 36 отечественными учеными-биохимиками.

Завершая размышления о пути замечательного белорусского ученого и педагога хочется вспомнить строчки поэта Ю.М. Островского «Душу раскрылшы насцеж, ішоў у гэты свет...». Как сказал, так и прожил. Он любил родную землю, свой народ и все делал для того, чтобы у белорусов и людей других национальностей, проживающих на прекрасной земле в центре Европы, было сильное, справедливое и спокойное государство.



Ил. Участники всесоюзного Гродненского симпозиума.

Ученый писал:

*Спадчына –
Гэта не толькі рэчы,
Гэта не толькі рэкі,
Гэта не толькі мова,
Гэта не толькі песні...
Спадчына –
Тое, што запрацаваў,
Тое, што не атрымаў.*

Чтобы получить целиком это наследие, Ю.М. Островский определил гражданскую цель своей жизни: «Незалежнасць, нейтралітэт, свабода, мірнае будаўніцтва і дабрабыт народа». Молодежи же он советовал: «Стаўся да свайго народа, як да ўласнай сям'і. І ты заўсёды зразумееш, як трэба паводзіць сябе ў кожным канкрэтным выпадку. Навучыся паважаць іншыя народы, але не губляй пры гэтым уласнага гонару і годнасці. У кожным выпадку пры вырашэнні пытання аб спрыянні, у любой справе аддавай перавагу суайчыннікам. Бо яны таксама, як і ты, клапацяцца аб дабрабыце ўласнай краіны, а гэта значыць, кожнага з нас паасобку».

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев, В.В. Академик Ю.М. Островский – ученый, педагог и организатор биологической науки на Гродненщине / В.В. Воробьев, Н.К. Лукашик // Журн. Гродненск. гос. мед. ун.-та. – 2008. – № 3. – С. 52–53.
2. Меженный, А.М. Академик Ю.М. Островский – жизнь для родины и науки / А.М. Меженный, В.К. Протасевич // Материалы юбилейной конференции врачей Могилевщины: (к 145-летию областного Врачебного общества): в 2 ч. / редкол.: В.А. Малашко (отв. ред.) [и др.]. – Могилев, 2007. – Ч. 1. – С. 223–227.
3. Мойсеенок, А.Г. Развитие научных идей академика Ю.М. Островского в гродненской биохимической школе (к 80-летию со дня рождения) / А.Г. Мойсеенок [и др.] // Изв. НАН Беларуси. Сер. мед. наук. – 2006. – № 2. – С. 119–123.
4. Цьвікевіч, А. «Западно-руссизм». Нарысы з гісторыі грамадзкай мыслі на Беларусі ў XIX і пачатку XX в. / А. Цьвікевіч. – Мінск, 1993. – 352 с.
5. Rebała, K. Y-STR variation among Slavs: evidence for the Slavic homeland in the middle Dnieper basin / K. Rebała [et al.] // J. Hum. Genet. – 2007. – Vol. 52, № 5. – P. 406–414.
6. Underhill, P. Separating the post-Glacial coancestry of European and Asian Y chromosomes within haplogroup R1a / P. Underhill [et al.] // Europ. J. Hum. Genet. – 2009. – Vol. 18, № 4. – P. 479.
7. Харьков, В.Н. Частоты диаллельных гаплогрупп Y-хромосомы у белорусов / В.Н. Харьков [и др.] // Генетика. – 2005. – Т. 41, № 8. – С. 1132–1136.
8. Островский, Ю.М. Метаболическая концепция генеза алкоголизма / Ю.М. Островский // Биохимия алкоголизма. – Минск: Наука и техника, 1980. – С. 106–107.
9. Современные проблемы биохимии / А.П. Солодков, А.А. Чиркин (ред.). – Витебск: УО «ВГУ имени П.М. Машерова», 2010. – 383 с.
10. Современные проблемы биохимии. Методы исследований / А.А. Чиркин (ред.). – Минск: Вышэйшая школа, 2013. – 491 с.

Поступила в редакцию 02.09.2013. Принята в печать 21.10.2013

Адрес для корреспонденции: 210038, г. Витебск, Московский пр-т, д. 33; e-mail: chir@tut.by – Чиркин А.А.

УДК 634.737:581.19:522.4(476)

Антиоксидантная активность плодов таксонов сем. *Ericaceae* при выращивании на торфяных выработках в южной части Припятского Полесья

Ж.А. Рупасова*, А.М. Бубнова*, Т.И. Василевская*, А.П. Яковлев*,
В.Н. Решетников*, И.И. Лиштван**

*Государственное научное учреждение «Центральный ботанический сад НАН Беларуси»,

**Институт природопользования НАН Беларуси

Приведены результаты сравнительного исследования биохимического состава плодов и уровня их антиоксидантной активности (АОА) у *V. uliginosum* L., клонов *V. angustifolium* L., интродуцированных сортов *V. corymbosum* L. – Jersey, Patriot, Elizabeth, Coville и межвидовых гибридов Northblue и Northland. Установлена выраженная видо- и сортоспецифичность спектра органических соединений, играющих ключевую роль в обеспечении высокого уровня АОА, при наиболее распространенном участии собственно антоцианов, катехинов и аскорбиновой кислоты и наименьшем и даже полном его отсутствии у протопектина и флавонолов. Показано, что АОА плодов *V. uliginosum* обусловлена в основном собственно антоцианами и катехинами, *V. angustifolium* – гидропектином и собственно антоцианами, сортов *V. corymbosum* – Jersey – собственно антоцианами, катехинами и фенолкарбоновыми кислотами, Patriot – катехинами, Elizabeth – собственно антоцианами, Coville – аскорбиновой кислотой, гибрида Northblue – лейкоантоцианами, аскорбиновой и фенолкарбоновыми кислотами, а также обеими фракциями пектиновых веществ, гибрида Northland – лейкоантоцианами, катехинами и аскорбиновой кислотой.

Наиболее выраженная прямая зависимость уровня АОА в плодах *O. palustris* L. выявлена с общим содержанием антоциановых пигментов при отсутствии таковой у сорта Ben Lear *O. macrocarpus* (Ait.) Pers. с компонентами фенольного комплекса, что позволяет предположить существование у интродуцента источников АОА иной химической природы.

Установлено, что представители рода *Oxycoccus* обладают слабо зависящим от генотипа и вместе с тем более высоким и устойчивым, по сравнению с таксонами рода *Vaccinium*, уровнем АОА плодов. При этом в таксономическом ряду голубик наибольшей стабильностью последнего характеризуется *V. angustifolium*, тогда как наименьшей – межвидовые гибриды Northblue и Northland, а также сорт Coville *V. corymbosum*.

Ключевые слова: голубика, клюква, плоды, биохимический состав, антиоксидантная активность, корреляционные связи.

Antioxidant Activity of Fruit of *Ericaceae* Taxa Grown in Peat Mines in the Southern Part of Prypyat Polesie

Zh.A. Rupasova*, A.M. Bubnova*, T.I. Vasilevskaya*, A.P. Yakovlev*,
V.N. Reshetnikov*, I.I. Lishtvan**

*SSI Central Botanical Gardens of National Academy of Sciences of Belarus

**Institute For Nature Management of National Academy of Sciences of Belarus

The results of a comparative study of the biochemical composition of fruit and the level of their antioxidant activity (AOA) in *V. uliginosum* L., *V. angustifolium* L. clones, introduced varieties of *V. corymbosum* L. – Jersey, Patriot, Elizabeth, Coville and interspecific hybrids of Northblue and Northland are presented. Pronounced species- and sort specificity of the range of organic compounds that play the key role in ensuring high level of antioxidant activity, with the most common participation of anthocyanins, catechins and ascorbic acid, and the least, and even its complete absence in protopectin and flavonols, is established. It is shown that antioxidant activity of *V. uliginosum* fruit is mainly due to anthocyanins and catechins, *V. angustifolium* – hydropektin and anthocyanins, varieties of *V. corymbosum* – Jersey – anthocyanins, catechins and phenol carboxylic acids, Patriot – catechins, Elizabeth – anthocyanins, Coville – ascorbic acid hybrid Northblue – leucantocyanins, ascorbic acid and phenol carboxylic acids, as well as to both fractions of pectin, a hybrid Northland – leucantocyanins, catechins and ascorbic acid.

The most pronounced direct relationship of the level of AOA in *O. palustris* L. fruit is identified with the total content of anthocyanin pigments in the absence of that in the varieties of Ben Lear *O. macrocarpus* (Ait.) Pers. with phenolic components of the complex, suggesting the existence of sources of invasive species in different chemical nature of AOA.

It is found out that *Oxycoccus* genus representatives have the level of fruit AOA which is slightly dependent on the genotype and those with higher and more stable compared to taxa of *Vaccinium* genus. In the taxonomic range of blueberries highest stability of

the latter is typical of *V. angustifolium*, while the smallest – interspecific hybrids of *Northblue* and *Northland*, as well as *Coville V. corymbosum*.

Key words: blueberries, cranberries, fruit, biochemical composition, antioxidant activity, the correlations.

Общеизвестно, что в медицинской практике фармакологическая коррекция окислительного стресса осуществляется с помощью биологически активных веществ – антиоксидантов, прерывающих нарастающие процессы окисления с образованием малоактивных радикалов, легко выводящихся из организма. По мнению ряда исследователей [1], одной из наиболее перспективных групп природных антиоксидантов являются растительные полифенолы. Известно также, что плоды представителей рода *Vaccinium* сем. *Ericaceae* являются природными источниками биофлавоноидов, являющихся биологически активными соединениями многостороннего фармакологического и лечебно-профилактического действия. Нашими исследованиями, выполненными в разные годы во всех агроклиматических зонах республики, была подтверждена повышенная способность интродуцированных сортов голубики высокорослой к биосинтезу в плодах данных соединений [2]. В настоящее время в научной среде как в нашей стране, так и за рубежом значительно возрос интерес к изучению антиоксидантных свойств их биофлавоноидного комплекса [3–5].

В связи с научным обоснованием сортимента таксонов рода *Vaccinium* для культивирования на площадях выбывших из промышленной эксплуатации торфяных месторождений в южной части Припятского Полесья возникла необходимость в сравнительном исследовании биохимического состава их плодов по широкому спектру показателей, включающему параметры накопления ряда органических кислот, углеводов и основных групп биофлавоноидов.

Целью данных исследований явилось определение антиоксидантных свойств спиртовых экстрактов из плодов представителей рода *Vaccinium*, с установлением химической природы веществ, обусловливающих наличие указанных свойств.

Материал и методы. В качестве объектов исследований были привлечены 8 таксонов рода *Vaccinium*, в том числе аборигенный вид голубика топяная (*V. uliginosum* L.), клоны голубики узколистной (*V. angustifolium* L.), а также ряд интродуцированных сортов голубики щитковой, или высокорослой (*V. corymbosum* L.), и межвидовых гибридов *V. corymbosum* L. и *V. angustifolium* L. – из раннеспелых – *Northblue*, *Northland*, из среднеспелых – *Jersey*, *Patriot*; из позднеспелых – *Elizabeth*, *Coville*.

Исследование биохимического состава плодов голубик осуществляли с использованием распространенных методов получения аналити-

ческой информации, для чего в высушенных при температуре 65°C усредненных пробах плодов определяли содержание суммы антоциановых пигментов – по методу Т. Swain, W.E. Hillis [6], с построением градуировочной кривой по кристаллическому цианидину; собственно антоцианов – по методу Л.О. Шнаймана и В.С. Афанасьевой [7]; суммы флавонолов – фотоэлектроколориметрическим методом [8]; суммы катехинов – фотометрическим методом с использованием ванилинового реактива [9]. Антиоксидантную активность (АОА) спиртовых экстрактов из плодов таксонов голубик определяли с помощью распространенного метода, основанного на способности супероксиддисмутазы (СОД) (важнейшего фермента антиоксидантной защиты организма, катализирующего превращение высокореакционного супероксид аниона в перекись водорода и молекулярный кислород) ингибировать супероксидрадикалы в реакции аутоокисления адреналина в щелочной среде [10].

Все аналитические определения выполнены в 3-кратной биологической повторности. Статистическую обработку данных проводили с использованием стандартных методов вариационной статистики и программы *Excel*.

Результаты и их обсуждение. Плоды таксонов рода *Vaccinium* в специфических условиях произрастания на участке торфяной выработки в южной части Припятского Полесья характеризовались весьма высоким содержанием в сухой массе определявшихся соединений, варьировавшимся в таксономическом ряду в следующих диапазонах значений: аскорбиновой кислоты – 238–728 мг%, фенолкарбоновых кислот – 967–1916 мг%, пектиновых веществ – 5,9–7,3%, в том числе гидропектина – 2,3–3,2%, протопектина – 3,3–4,2%, биофлавоноидов – 8117–28440 мг%, при расхождении крайних позиций в 3,5 раза, что было сопоставимо с данными Ж.А. Рупасовой для плодов голубик при выращивании их на мелиорированных землях на юге республики [2]. Широта приведенных диапазонов убедительно свидетельствовала о значительных генотипических различиях в накоплении в плодах исследуемых таксонов определявшихся соединений.

По распространенному мнению, основную роль в обеспечении антиоксидантной активности плодов голубик играют биофлавоноиды, в связи с чем более подробно остановимся на составе комплекса данных соединений. Как следует из табл. 1,

доминирующее положение в нем у всех таксонов голубик принадлежало антоциановым пигментам, общая доля которых (при содержании 4073–22622 мг%) достигала 77–84%, и лишь у *V. angustifolium* она не превышала 50%. Превалирующей фракцией данных соединений являлись собственно антоцианы, содержание которых, составлявшее 1253–12813 мг%, превосходило такое лейкоантоцианов в 1,3–1,7 раза, и лишь в плодах *V. angustifolium* наблюдалась противоположная этой картина, свидетельствующая, напротив, о более активном (в 2,3 раза) накоплении лейкоформ антоциановых пигментов. Наряду с этим данный вид голубики характеризовался также значительно большим, чем у остальных таксонов, долевым участием в биофлавоноидном комплексе плодов также флавонолов (36% против 13–19%) и катехинов (14% против 3–4%), содержание которых варьировалось в таксономическом ряду в диапазонах значений 2400–4863 мг% и 559–1144 мг% соответственно. Как видим, несмотря на существенные генотипические различия в содержании биофлавоноидов в плодах голубик, для абсолютного большинства таксонов было выявлено заметное сходство в составе Р-витаминного комплекса, определяемое соотношением в нем отдельных фракций, при чрезвычайно высоком содержании антоциановых пигментов, являющихся общепризнанными антиоксидантами.

По нашим оценкам, приведенным в табл. 1, уровень антиоксидантной активности спиртовых извлечений из плодов исследуемых таксонов голубик, выраженный в % ингибирования аутоокисления адреналина (ИАА), варьировался в весьма широком диапазоне значений от 22,0% у межвидового гибрида *Northland* и сорта *Patriot* до 47,3% у *V. angustifolium*. Для сравнения покажем, что в работе наших румынских коллег [4], использовавших аналогичный метод определения АОА, для таксономического ряда голубик приведены близкие нашим значения данного показателя, тогда как у литовских исследователей [5] они оказались существенно выше и достигали у некоторых таксонов 82%, причем для сорта *Coville* и межвидового гибрида *Northland* были получены в 1,7 и 2,4 раза более высокие, чем в наших исследованиях, значения данного признака. На наш взгляд, данные различия могут быть обусловлены влиянием географического фактора, существенная роль которого в формировании биохимического состава плодов вересковых, в том числе в накоплении отдельных групп биологически активных соединений, нашла подтверждение в нашей работе [2].

Наиболее отчетливое представление об относительных размерах различий интродуцирован-

ных таксонов рода *Vaccinium* с аборигенным видом *V. uliginosum*, принятым за эталон сравнения, в содержании в плодах биофлавоноидов можно составить по данным табл. 2. Как видим, все они существенно, но в разной степени (от 16 до 90%) уступали аборигенному виду в содержании всех групп данных соединений, при наиболее выраженных генотипических различиях в содержании собственно антоцианов.

Наиболее значительное отставание от него в содержании последних выявлено у сорта *Patriot* и особенно у *V. angustifolium* (на 56 и 90% соответственно), тогда как наименьшим (не более чем на 16–19%) оно оказалось у обоих межвидовых гибридов, что позволяет предположить наличие у них сходного с *V. uliginosum* уровня Р-витаминного действия биофлавоноидного комплекса плодов.

При этом, в отличие от антоциановых пигментов, для катехинов и особенно для флавонолов были показаны менее выразительные генотипические различия в их накоплении.

Так, все тестируемые объекты уступали *V. uliginosum* на 22–41% в первом случае и на 35–51% во втором. При этом лишь для *V. angustifolium* было показано на 20% более высокое, чем у эталонного вида, содержание в плодах катехинов. Заметим, что наименьшим отставанием от него по данному признаку (не более чем на 22–25%) были отмечены межвидовой гибрид *Northblue* и сорт *Coville* голубики высокорослой, тогда как наибольшим, причем одинаковым (на 41%), – все остальные сорта данного вида. Что касается флавонолов, как, впрочем, и антоциановых пигментов, то минимальными различиями с аборигенным видом в их содержании в плодах (на 34–40%) характеризовались оба межвидовых гибрида голубики, что и обусловило в результате наименее выраженное в таксономическом ряду отставание от него (на 21–24%) также и в общем количестве биофлавоноидов. Наиболее же выразительно различия с *V. uliginosum* в содержании флавонолов (более чем на 51%) проявились у сорта *Patriot*, для которого, как и для *V. angustifolium*, было показано также наибольшее отставание от эталонного вида в общем накоплении в плодах полифенолов.

Таким образом, наиболее высоким в таксономическом ряду голубик содержанием в плодах Р-витаминов характеризовался аборигенный вид голубики. Среди же интродуцентов наибольшими, лишь незначительно уступающими ему параметрами их накопления, были отмечены межвидовые гибриды *Northblue* и *Northland*, тогда как наименьшими – сорт *Patriot* и особенно *V. angustifolium*.

Таблиця 1

Содержание биофлавоноидов (мг-% сухой массы) и уровень антиоксидантной активности спиртовых извлечений (% ингибирования аутоокисления адреналина) из плодов таксонов рода *Vaccinium* в опытной культуре

Таксон	Собственно антоцианы		Лейкоантоцианы		Сумма антоциановых пигментов		Катехины	
	X ± st	t _{Cr}	X ± st	t _{Cr}	X ± st	t _{Cr}	X ± st	t _{Cr}
<i>V. uliginosum</i>	12812,6±93,0		9809,2±97,0		22621,8±58,0		955,1±29,0	
<i>V. angustifolium</i>	1253,3±26,7	-119,5*	2820,0±87,3	-53,5*	4073,3±113,7	-145,3*	1144,0±60,0	2,8*
<i>Northblue</i>	10334,0±72,8	-21,0*	7578,2±275,2	-7,6*	17912,2±238,0	-19,2*	712,7±8,2	-8,0*
<i>Northland</i>	10758,8±130,8	-12,8*	7938,8±156,4	-10,2*	18697,6±42,5	-54,5*	625,7±21,2	-9,2*
<i>Jersey</i>	9352,8±64,7	-30,5*	5456,3±106,8	-30,2*	14809,1±42,1	-109,0*	561,7±13,1	-12,4*
<i>Patriot</i>	5599,0±113,1	-49,3*	4484,7±196,7	-24,3*	10083,7±83,8	-123,0*	568,3±32,0	-9,0*
<i>Elizabeth</i>	10108,3±59,6	-24,5*	6541,2±295,2	-10,5*	16649,5±236,5	-24,5*	558,7±11,2	-12,7*
<i>Coville</i>	8423,5±84,9	-34,9*	5809,5±220,5	-16,6*	14233,0±165,5	-47,8*	744,8±47,8	-3,8*
Таксон	Флавонолы		Флавонолы/Катехины		Сумма биофлавоноидов		Антиоксидантная активность	
	X ± st	t _{Cr}	X ± st	t _{Cr}	X ± st	t _{Cr}	X ± st	t _{Cr}
<i>V. uliginosum</i>	4863,1±29,2		5,1±0,2		28440,1±57,9		30,5±0,9	
<i>V. angustifolium</i>	2899,5±17,5	-57,6*	2,5±0,1	-11,2*	8116,8±176,0	-109,7*	47,3±0,6	15,0*
<i>Northblue</i>	2944,1±36,4	-41,1*	4,1±0,1	-4,6*	21569,0±248,4	-26,9*	34,9±1,0	3,3*
<i>Northland</i>	3183,5±22,3	-45,7*	5,1±0,2	0	22506,8±37,4	-86,1*	22,0±0,8	-6,9*
<i>Jersey</i>	2681,5±21,2	-60,4*	4,8±0,1	-1,4	18052,2±42,7	-144,4*	38,8±2,3	3,4*
<i>Patriot</i>	2400,2±24,4	-64,7*	4,3±0,2	-2,9*	13052,2±94,4	-138,9*	22,0±1,2	-5,5*
<i>Elizabeth</i>	2578,6±29,8	-54,7*	4,6±0,1	-2,0	19786,7±217,3	-38,5*	31,4±1,3	0,6
<i>Coville</i>	2696,2±13,9	-66,9*	3,6±0,2	-5,1*	17673,9±112,8	-84,9*	29,8±4,0	-0,2

Примечание: * – статистически значимые по t-критерию Стьюдента различия с эталонным видом при p<0,05.

Таблица 2

Относительные различия с *V. uliginosum* в содержании биофлавоноидов и уровне антиоксидантной активности спиртовых извлечений из плодов интродуцентов рода *Vaccinium*, %

Таксон	Собственно антоцианы	Лейкоантоцианы	Сумма антоциановых пигментов	Катехины	Флавонолы	Сумма биофлавоноидов	Антиоксидантная активность
<i>V. angustifolium</i>	–90,2	–71,2	–82,0	+19,8	–40,4	–71,5	+55,1
<i>Northblue</i>	–19,3	–22,7	–20,8	–25,4	–39,5	–24,2	+14,4
<i>Northland</i>	–16,0	–19,1	–17,3	–34,5	–34,5	–20,9	–27,9
<i>Jersey</i>	–27,0	–44,4	–34,5	–41,2	–44,9	–36,5	+27,2
<i>Patriot</i>	–56,3	–54,3	–55,4	–40,5	–50,6	–54,1	–27,9
<i>Elizabeth</i>	–21,1	–33,3	–26,4	–41,5	–47,0	–30,4	–
<i>Coville</i>	–34,3	–40,8	–37,1	–22,0	–44,6	–37,9	–

Примечание: прочерк означает отсутствие статистически значимых по t-критерию Стьюдента различий с эталонным видом при $p < 0,05$.

Возвращаясь к табл. 2, нетрудно убедиться, что среди тестируемых таксонов голубик наиболее высоким уровнем АОА спиртовых извлечений из плодов, на 14–55% превышавшим таковой аборигенного вида, были отмечены межвидовой гибрид *Northblue*, сорт *Jersey* и особенно *V. angustifolium*, характеризовавшаяся, как ни странно, наименьшим содержанием в них биофлавоноидов, и, в первую очередь, антоциановых пигментов, обладающих значительной антиоксидантной активностью. Это наводит на мысль, что, в отличие от остальных тестируемых таксонов голубик, столь высокий уровень АОА ее плодов обусловлен присутствием в них антоцианов с иной молекулярной структурой, содержащих большее, чем у них, количество парадиксигруппировок, обеспечивающих антирадикальные свойства данных соединений [11], а также и других биологически активных соединений. Ведь в биологических системах в качестве антиоксидантов могут выступать вещества разной химической природы, способные ингибировать процессы свободнорадикального окисления, в том числе и каротиноиды, и органические кислоты, и даже пектиновые вещества [12].

Для выявления компонентов биохимического состава плодов исследуемых таксонов голубик, обуславливающих наиболее высокий уровень АОА, были определены значения коэффициентов парной корреляции между данным признаком и содержанием в плодах органических соединений, предположительно обладающих данной способностью. При анализе корреляционных связей мы ориентировались исклю-

чительно на наиболее тесные из них, определяемые абсолютными значениями коэффициента корреляции $r > 0,70$ и представленные в табл. 3. Нетрудно убедиться, что в обеспечении наиболее высокого уровня АОА плодов у исследуемых таксонов голубик участвуют разные соединения. Так, наиболее сильные прямые связи с данным признаком установлены для содержания в плодах *V. uliginosum* собственно антоцианов и катехинов, сортов *V. corymbosum* – *Jersey* – собственно антоцианов, катехинов и фенолкарбоновых кислот, *Patriot* – катехинов, *Elizabeth* – собственно антоцианов, *Coville* – аскорбиновой кислоты. Наиболее широким спектром соединений (обуславливающих АОА плодов), включавшим лейкоантоцианы, аскорбиновую и фенолкарбоновые кислоты, а также обе фракции пектиновых веществ, характеризовался межвидовой гибрид *Northblue*, тогда как у гибрида *Northland* он оказался значительно уже и включал лейкоантоцианы, катехины и аскорбиновую кислоту. При этом плоды *V. angustifolium*, характеризовавшиеся максимальным в таксономическом ряду уровнем АОА, обнаружили его наиболее тесную прямую связь с содержанием гидропектина и собственно антоцианов, для которых были показаны выше минимальные в данном ряду параметры накопления. Очевидно, именно сочетанием растворимого пектина и собственно антоцианов с предположительно иной, нежели у других таксонов голубик, молекулярной структурой, и был обусловлен наиболее высокий уровень АОА плодов данного вида. На возможность подобного эффекта есть указания в работе А.А. Злобина и др. [12].

Таблиця 3
Коэффициенты парной корреляции (R_{xy}) между содержанием органических соединений в плодах таксонов родов *Vaccinium* и *Oxycoccus* и уровнем антиоксидантной активности спиртовых экстрактов из них

Таксон	Собств. антоц.	Лейкоантоцианы	Сумма антоц. пигм.	Катехины	Флавонолы	Фенол-кислоты	Аскорбиновая кислота	Гидропектин	Протопектин	Сумма пектинов
род <i>Vaccinium</i>										
<i>V. uliginosum</i>	0,88	-0,43	0,68	0,98	-0,98	0,62	-0,76	0,56	-0,68	-0,84
<i>V. angustifolium</i>	0,84	-0,98	-0,94	-0,99	-0,05	-0,98	-0,88	0,99	-0,99	-0,99
<i>Northblue</i>	-0,07	0,95	0,85	-0,42	0,69	0,99	0,91	0,82	0,90	0,90
<i>Northland</i>	-0,96	0,87	0,25	0,71	-0,88	-0,65	0,70	-0,38	0,43	0,51
<i>Jersey</i>	0,70	-0,70	-0,70	0,87	-0,98	0,83	-0,06	-0,96	-0,91	-0,93
<i>Patriot</i>	-0,22	0,26	0,30	0,99	0,21	-0,12	-0,06	0,38	0,23	0,28
<i>Elizabeth</i>	0,75	-0,84	-0,86	-0,31	0,61	-0,31	-0,95	-0,70	0,22	-0,67
<i>Coville</i>	0,02	0,02	0,02	0,49	-0,02	0,51	0,99	-0,51	-0,73	-0,62
Род <i>Oxycoccus</i>										
<i>O. palustris</i>	-0,45	0,55	0,84	-0,99	0,27	-0,61	Не опр.	Не опр.	Не опр.	Не опр.
<i>Ben Lear</i>	-0,99	0,59	-0,41	-0,41	0,23	-0,98	Не опр.	Не опр.	Не опр.	Не опр.

Примечание: жирным шрифтом выделены наиболее сильные корреляционные связи.

Таблица 4

Уровень АОА спиртовых извлечений из плодов интродуцентов родов *Vaccinium* и *Oxycoccus* в зависимости от продолжительности реакции аутоокисления адреналина, %

Таксон	Через 30 сек	Через 3 мин	Относительные различия, %
род <i>Vaccinium</i>			
<i>V. uliginosum</i>	50,2	30,5	–39,2
<i>V. angustifolium</i>	58,2	47,3	–18,7
<i>Northblue</i>	73,2	34,9	–52,3
<i>Northland</i>	48,3	22,0	–54,5
<i>Jersey</i>	54,1	38,8	–28,3
<i>Patriot</i>	39,7	22,0	–44,6
<i>Elizabeth</i>	48,1	31,4	–34,7
<i>Coville</i>	58,9	29,8	–49,4
род <i>Oxycoccus</i>			
<i>O. palustris</i>	87,6	73,0	–16,7
<i>Ben Lear</i>	88,1	75,1	–14,8

Обращает на себя внимание выраженная видо- и сортоспецифичность спектра органических соединений, играющих ключевую роль в обеспечении высокого уровня АОА плодов таксонов рода *Vaccinium*, при наиболее распространенном участии собственно антоцианов, катехинов и аскорбиновой кислоты и наименьшем и даже полном его отсутствии у протопектина и флавонолов. Более того, у ряда объектов обнаружена сильная обратная связь с содержанием последних, что, на наш взгляд, также может быть обусловлено присутствием в составе биофлавоноидного комплекса плодов данных соединений, не содержащих в своей молекулярной структуре парадоксигруппировок.

Подобные исследования, выполненные нами на представителях рода *Oxycoccus* – аборигенном виде *O. palustris* L. и сорте *Ben Lear* *O. macrocarpus* (Ait.) Pers., выявили в фенольном комплексе плодов в первом случае наиболее сильную положительную связь АОА с общим содержанием антоциановых пигментов при сильной отрицательной связи с таковым катехинов, тогда как во втором была показана сильная обратная связь с содержанием собственно антоцианов и фенолкарбоновых кислот при отсутствии подобной прямой связи с накоплением какой-либо фракции биофлавоноидов, что косвенно свидетельствовало о видоспецифичности обнаруженных эффектов и вместе с тем позволяло предположить существование у интродукта источников АОА иной химической природы (табл. 3). Вместе с тем у обоих таксонов клюквы была обнаружена положительная связь средней силы с содержанием в плодах лейкоантоцианов.

Напомним, что особенностью примененного в наших исследованиях метода определения АОА спиртовых извлечений из плодов вересковых является использование в нем быстро протекающей реакции аутоокисления адреналина, сопровождающейся образованием продукта его окисления, имеющего поглощение при 347 нм, и накопление которого, достаточное для количественной оценки определяемого показателя, происходит в течение 1–3 мин от момента добавления в щелочной раствор низких концентраций адреналина (230 мкМ). При этом наиболее высокий уровень АОА спиртовых экстрактов регистрируется спустя 30 сек от начала реакции с последующим снижением к ее окончанию через 3 мин.

В этой связи определенный научный интерес представляет сравнение у исследуемых таксонов вересковых динамики данного показателя в течение указанного промежутка времени, представление о которой дает информация в табл. 4. Нетрудно убедиться, что представители рода *Oxycoccus* в оба срока обнаружили более высокий, чем таксоны рода *Vaccinium*, уровень АОА спиртовых извлечений из плодов (88% против 40–73% спустя 30 сек и 73–75% против 22–47% спустя 3 мин). При этом темпы его снижения в течение данного промежутка времени у первых, составлявшие лишь 15–17%, практически не зависели от генотипа и оказались существенно ниже, чем у вторых, у которых они заметно варьировались в таксономическом ряду в пределах от 19% у *V. angustifolium* до 50–55% у межвидовых гибридов *Northblue* и *Northland*, а также у сорта *Coville* *V. corymbosum*.

Заключение. В результате сравнительного исследования биохимического состава плодов и уровня их антиоксидантной активности у 8 таксонов рода *Vaccinium*, в том числе у *V. uliginosum* L., клонов *V. angustifolium* L., интродуцированных сортов *V. corymbosum* L. – *Jersey*, *Patriot*, *Elizabeth*, *Coville* и межвидовых гибридов *V. corymbosum* L. и *V. angustifolium* L. – *Northblue* и *Northland*, установлена выраженная видо- и сортоспецифичность спектра органических соединений, играющих ключевую роль в обеспечении высокого уровня АОА, при наиболее распространенном участии собственно антоцианов, катехинов и аскорбиновой кислоты и наименьшем и даже полном его отсутствии у протопектина и флавонолов. Показано, что АОА плодов *V. uliginosum* обусловлена в основном собственными антоцианами и катехинами, *V. angustifolium* – гидропектином и собственными антоцианами, сортов *V. corymbosum* – *Jersey* – собственными антоцианами, катехинами и фенолкарбоновыми кислотами, *Patriot* – катехинами, *Elizabeth* – собственными антоцианами, *Coville* – аскорбиновой кислотой, гибрида *Northblue* – лейкоантоцианами, аскорбиновой и фенолкарбоновыми кислотами, а также обеими фракциями пектиновых веществ, гибрида *Northland* – лейкоантоцианами, катехинами и аскорбиновой кислотой.

Наиболее выраженная прямая зависимость уровня АОА в плодах *O. palustris* L. выявлена с общим содержанием антоциановых пигментов при отсутствии таковой у сорта *Ben Lear* *O. macrocarpus* (Ait.) Pers. с компонентами фенольного комплекса, что позволяет предположить существование у интродукта источников АОА иной химической природы.

Установлено, что представители рода *Oxycoccus* обладают слабо зависящим от генотипа и вместе с тем более высоким и устойчивым,

по сравнению с таксонами рода *Vaccinium*, уровнем АОА плодов. При этом в таксономическом ряду голубик наибольшей стабильностью последнего характеризуется *V. angustifolium*, тогда как наименьшей – межвидовые гибриды *Northblue* и *Northland*, а также сорт *Coville* *V. corymbosum*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прида, А.И. Природные антиоксиданты полифенольной природы (антирадикальные свойства и перспективы использования) / А.И. Прида, Р.И. Иванова // Пищевые ингредиенты. Сырье и добавки. – 2004. – № 2. – С. 76–78.
2. Формирование биохимического состава плодов видов семейства Вересковые (*Ericaceae*) при интродукции в условия Беларуси / Ж.А. Рупасова [и др.]. – Минск: Беларуская навука, 2011. – 307 с.
3. Макаревич, А.М. Антиоксидантная активность плодов *Vaccinium corymbosum* L. и *Vaccinium uliginosum* L. / А.М. Макаревич // Докл. НАН Беларуси. – 2011. – Т. 55, № 5. – С. 76–80.
4. Comparative polyphenolic content and antioxidant activities of some wild and cultivated blueberries from Romania / A. Bunea [et al.] // Notulae botanicae Horticulture agrobotanici. – 2011. – Vol. 39, № 2. – P. 70–76.
5. Comparative study of anthocyanin composition, antimicrobial and antioxidant activity in bilberry (*Vaccinium myrtillus* L.) and blueberry (*Vaccinium corymbosum* L.) fruits / D. Burdulis [et al.] // Acta Poloniae pharmaceutica – drug research. – 2009. – Vol. 66, № 4. – P. 399–408.
6. Swain, T. The phenolic constituents of *Prunus domestica*. 1. The quantitative analysis of phenolic constituents / T. Swain, W. Hillis // Journal of the Science of Food and Agriculture. – 1959. – Vol. 10, № 1. – P. 63–68.
7. Шнайман, Л.О. Методика определения антоциановых веществ / Л.О. Шнайман, В.С. Афанасьева // 9-й Менделеевский съезд по общей и прикладной химии: реф. докл. и сообщ. – М., 1965. – № 8. – С. 79–80.
8. Методы биохимического исследования растений / А.И. Ермаков [и др.]. – М.: ВО Агропромиздат, 1987. – 430 с.
9. Запрометов, М.Н. Биохимия катехинов / М.Н. Запрометов. – М., 1964. – 325 с.
10. Рябинина, Е.И. Новый подход в оценке антиоксидантной активности растительного сырья при исследовании процесса аутоокисления адреналина / Е.И. Рябинина, Е.Е. Зотова, Е.Н. Ветрова, Н.И. Пономарева, Т.Н. Илюшина // Химия растительного сырья. – 2011. – № 3. – С. 117–121.
11. Вольнец, А.П. Фенольные соединения в жизнедеятельности растений / А.П. Вольнец. – Минск: Беларуская навука, 2013. – 283 с.
12. Злобин, А.А. Антиоксидантная и антимикробная активность пектинов ряда растений Европейского Севера России / А.А. Злобин, Е.А. Мартисон, Ю.С. Оводов // Изв. Коми научно-го центра УрО РАН. – 2011. – Вып. 3(7). – С. 33–37.

Поступила в редакцию 29.08.2013. Принята в печать 21.10.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: J.Rupasova@cbg.org.by – Рупасова Ж.А.

УДК 582.29

Лишайники усадебных парков северо-западной части Минской области

А.П. Яцына

Государственное научное учреждение «Институт экспериментальной ботаники
имени В.Ф. Купревича НАН Беларуси»

В результате инвентаризации лишенобиоты шести усадебных парков северо-западной части Минской области найден 91 вид лишайников, относящихся к 48 родам. Наибольшее число видов лишайников отмечено в парках Любань и Березинское – по 62 вида соответственно, в парке Остюковичи – 59, в Вязани – 56, в Яхимовщине – 53, в Луковце – 51. В усадебных парках отмечено 12 индикаторных видов. Лишайник *Caloplaca virescens* впервые приводится для лишенобиоты Беларуси. В усадебных парках найдено 47 накипных, 35 листоватых и 9 кустистых лишайников. Лишайники усадебных парков представлены тремя экологическими группами: к эпифитам относятся 76 видов, к эпилитам – 20, к эпиксилам – 6. Лишайники усадебных парков принадлежат к трем географическим элементам: неморальный содержит 47 видов, мультizonальный – 27 видов и бореальный – 14 видов.

Ключевые слова: лишайники, усадебные парки, индикаторные виды, новый вид, встречаемость, биоморфы, Беларусь.

Lichens of Manor Parks of North-Western Part of Minsk Region

A.P. Yatsyna

State scientific establishment «V.F. Kuprevich Institute of Experimental Botany
of the NAS of Belarus»

As a result of an inventory of lichen at six manor parks of north-western part of Minsk region 91 species of lichens belonging to 48 genera was found. The largest number of species of lichens is observed in parks of Luban and Berezinskoye – 62 species in each, in the park of Ostyukovichy – 59 in Vazan – 56, in Yahimovschina – 53 in Lukovets – 51. At manor parks 12 indicator species were recorded. *Caloplaca* lichen is recorded for the first time for the lichens in Belarus. At manor parks 47 crustose, 35 foliose and 9 fruticose lichens were found. Lichens of manor parks are represented by three ecological groups: 76 species of epiphytes, epilith – 20, epixil – 6. Lichens of manor parks belong to three geographical elements: nemoral contains 47 species, multi-zone 27 species and boreal – 14 species.

Key words: lichens, manor parks, indicator species, new species, occurrence, biormorphs, Belarus.

Старинные усадебные парки XVII–XIX вв. не только являются объектами исторического наследия Беларуси, но и представляют собой своеобразные, ценные с биологической точки зрения сообщества со сложившимся комплексом живых организмов. Важный компонент парковых биоценозов – лишайники, однако на территории Беларуси изучению этой группы посвящено небольшое число работ [1]. Лишайники, как одни из составляющих элементов парков, представляют особый интерес, так как их можно использовать при проведении мониторинга и лишеноиндикационной оценки парковых экосистем. Лишенологические исследования старинных усадебных парков, проведенные ранее в различных административных районах Минской области, подтвердили достаточно высокий уровень видо-

вого разнообразия лишайников [2–7]. На территории Минской области сохранилось около 250 усадебных парков и их фрагментов, датированных XVII–XIX вв. [8]. Полевые исследования лишенобиоты в усадебных парках Минской области начались автором с 2006 г. и продолжают- ся в настоящее время.

Цель данной работы – изучение лишенобиоты шести усадебных парков северо-западной части Минской области. В задачи исследования входило детальное лишенологическое обследование территорий парков, проведение таксономического, биоморфологического и эколого-субстратного анализов, выявление индикаторных видов лишайников.

Материал и методы. Инвентаризационные исследования лишенобиоты парков северо-

западной части Минской области проводились в полевые сезоны 2012–2013 гг. Сбор лишайников в усадебных парках осуществлялся маршрутным методом. Были обследованы различные субстраты: почва, гниющая древесина, деревья в стволовой и комлевой частях, усадебные постройки, бетонные субстраты, валуны. Преобладающим субстратом в парках, на котором встречаются лишайники, являются деревья. Основу древесных насаждений большинства парков составляют широколиственные породы аборигенной флоры Беларуси. Наиболее часто в парках встречаются *Acer platanoides* L., *Fraxinus excelsior* L., *Quercus robur* L., *Tilia cordata* L., *Populus tremula* L., реже представлены *Salix caprea* L., *Ulmus glabra* Huds., *Alnus glutinosa* (L.) Gaertn., *A. incana* (L.) Moench, *Betula pendula* Roth, *Sorbus aucuparia* L., из хвойных – *Picea abies* (L.) Karst. и *Pinus sylvestris* L. В небольшом количестве в парках произрастают интродуцированные деревья: *Populus alba* L., *Quercus rubra* L., *Larix decidua* Mill., *Thuja occidentalis* L., *Pinus strobus* L. и др. В некоторых парках сохранились посадки *Malus domestica* Borkh. и *Pyrus communis* L. В ходе полевых работ было собрано около 500 образцов лишайников. Лишайники хранятся в лаборатории микологии Института экспериментальной ботаники имени В.Ф. Купревича НАН Б (MSK-L). Номенклатура таксонов приводится согласно *Index Fungorum*. Детально проанализировано 6 парков в 2 административных районах Минской области: 4 парка в Вилейском районе (Любань, Остюковичи, Луковец, Вязань) и 2 парка в Молодечненском районе (Яхимовщина, Березинское). Все парки, за исключением парка Вязань, являются памятниками природы местного значения. Лишайники, приводимые для Беларуси впервые, отмечены в таблице «*», индикаторные виды – «!».

Результаты и их обсуждение. В обследованных усадебных парках обнаружен 91 вид лишайников, относящихся к 48 родам. Среднее число видов в роде – 2. Уровнем выше среднего характеризуются 17 родов, на долю которых приходится 61 вид (66,3% от общего числа видов). Наибольшее число видов содержит род *Lecanora* – 8 видов, по 6 видов – *Physcia* и *Xanthoria*, по 5 видов – *Caloplaca*, *Chaenotheca*, *Physconia*, *Ramalina*, 3 – *Candelariella*, по 2 – *Bacidia*, *Candelaria*, *Cladonia*, *Hypogymnia*, *Melanelixia*, *Melanohalea*, *Oxneria*, *Pertusaria* и *Phaeophyscia*. Наибольшее число видов лишайников (62) отмечено в парках Любань и Березинское, в парке Остюковичи – 59 видов, в Вязани – 56, в Яхимовщине – 53, а в Луковце – 51 (табл. 1).

Лишайники в парках встречаются с разной частотой. На территории шести парков отмечены 36 общих видов лишайников (39,5% от общего числа видов). В одном парке найдено 24 вида лишайников (26,3% от общего числа видов), т.е. практически треть лишайников являются специфическими видами для парковых экосистем. Число видов лишайников, известных только в одном парке, колеблется в пределах от 0 до 7 (табл. 2). Наибольшее количество видов, найденных только в одном парке, отмечено для парка Березинское – 7 видов. Это обуславливается площадью парка – 15,8 га и разнообразием старых лиственных пород деревьев. Лихенобиота парка Луковец характеризуется отсутствием видов, найденных только в этом парке. Это объясняется тем, что рядом с парком находится автомобильная трасса Вилейка–Мядель, а также северная часть парка примыкает к комплексу по содержанию скота и на территории парка хранится азотное удобрение СПК.

В усадебных парках отмечено 12 индикаторных видов лишайников (13% от общего числа видов): *Calicium viride* – парк Вязань (на стволе *Larix decidua*), *Caloplaca virescens* – Березинское (на *Acer platanoides*), *Candelaria concolor* – Березинское (на *Quercus rubra*), *Chaenotheca brachypoda* – Любань, Остюковичи, Яхимовщина и Березинское (в расщелинах коры лиственных деревьев), *C. phaeocephala* – Яхимовщина (на *Tilia cordata*, *Larix decidua*), Березинское (на *Populus alba*, *Picea abies*), *Cliostomum corrugatum* – Березинское (на *Acer platanoides*), *Oxneria fallax* – Остюковичи (на *Fraxinus excelsior*), *Porina carpinea* – Березинское (у основания ствола *Acer platanoides*), *Pyrrhospora quercea* – Вязань (на *Larix decidua*), *Ramalina baltica* – Остюковичи (на *Tilia cordata*), *Sclerophora pallida* – Любань, Остюковичи, Вязань и Березинское (в расщелинах коры лиственных деревьев), *Xanthoria fulva* – Яхимовщина (*Fraxinus excelsior*), Березинское (*Acer platanoides*). Наибольшее число индикаторных видов найдено в парке Березинское – 7 видов, в Остюковичи – 4 вида, по 3 вида – в Вязани и Яхимовщине, 2 вида – в Любани (табл. 2). Примечательной особенностью является то, что в парке Яхимовщина на кленовой аллее (возраст деревьев около 100 лет) встречаются 5 индикаторных видов: *Caloplaca virescens*, *Cliostomum corrugatum*, *Porina carpinea*, *Sclerophora pallida* и *Xanthoria fulva*.

Видовой состав лишайников усадебных парков северо-западной части Минской области

Виды лишайников	Парки					
	Любань	Остоюковичи	Луковец	Вязань	Яхимовщина	Березинское
1. <i>Acarospora fuscata</i> (Nyl.) Th. Fr.	+	–	–	–	–	–
2. <i>Acrocordia gemmata</i> (Ach.) A. Massal.	+	+	+	+	–	+
3. <i>Alyxoria varia</i> (Pers.) Ertz et Tehler	+	+	+	+	–	+
4. <i>Amandinea punctata</i> (Hoffm.) Coppins & Scheid.	+	+	+	+	+	+
5. <i>Anaptychia ciliaris</i> (L.) Körb. ex A. Massal.	+	+	+	+	+	+
6. <i>Arthonia radiata</i> (Pers.) Ach.	+	–	–	–	–	–
7. <i>Aspicilia</i> sp.	+	–	–	–	–	–
8. <i>Bacidia rubella</i> (Hoffm.) A. Massal.	+	+	+	+	+	+
9. <i>B. subincompta</i> (Nyl.) Arnold.	–	+	+	–	–	–
10. <i>Bilimbia sabuletorum</i> (Schreb.) Arnold	–	+	–	–	–	–
11. <i>!Calicium viride</i> Pers.	–	–	–	+	–	–
12. <i>Caloplaca cerinella</i> (Nyl.) Flagey	+	+	+	+	+	+
13. <i>C. citrina</i> (Hoffm.) Th. Fr.	–	–	–	–	+	–
14. <i>C. decipiens</i> (Arnold) Blomb. & Forssell	+	+	+	+	+	+
15. <i>C. saxicola</i> (Hoffm.) Nordin	+	+	+	+	+	+
16. <i>*!C. virescens</i> (Sm.) Coppins	–	–	–	–	–	+
17. <i>!Candelaria concolor</i> (Dicks.) Stein	–	–	–	–	–	+
18. <i>C. pacifica</i> M. Westb.	+	+	+	+	+	–
19. <i>Candelariella aurella</i> (Hoffm.) Zahlbr.	+	+	+	+	–	+
20. <i>C. vitellina</i> (Ehrh.) Müll. Arg.	+	+	+	+	–	–
21. <i>C. xanthostigma</i> (Pers. ex Ach.) Lettau	+	+	+	+	+	+
22. <i>!Chaenotheca brachypoda</i> (Ach.) Tibell	+	+	–	–	+	+
23. <i>C. furfuracea</i> (L.) Tibell	+	+	–	–	+	–
24. <i>C. melanophaea</i> (Ach.) Zwackh	–	–	–	+	–	–
25. <i>!C. phaeocephala</i> (Turner) Th. Fr.	–	–	–	–	+	+
26. <i>C. trichialis</i> (Ach.) Th. Fr.	+	+	+	+	+	+
27. <i>Cladonia fimbriata</i> (L.) Fr.	–	–	–	+	–	–
28. <i>C. pyxidata</i> (L.) Hoffm.	–	–	–	+	+	+
29. <i>!Cliostomum corrugatum</i> (Ach.) Fr.	–	–	–	–	–	+
30. <i>Evernia prunastri</i> (L.) Ach.	+	+	+	+	+	+
31. <i>Graphis scripta</i> (L.) Ach.	–	+	–	–	–	–
32. <i>Hypocenomyce scalaris</i> (Ach. ex Lilj.) M. Choisy	+	+	+	+	+	+
33. <i>Hypogymnia physodes</i> (L.) Nyl.	+	+	+	+	+	+
34. <i>H. tubulosa</i> (E.A. Schaerer) Hav.	–	–	–	–	–	+
35. <i>Lecania cyrtella</i> (Ach.) Th. Fr.	+	–	+	–	–	+
36. <i>Lecanora allophana</i> Nyl.	+	+	+	+	+	+
37. <i>L. carpinea</i> (L.) Vain.	+	+	+	+	+	+
38. <i>L. conizaeoides</i> Nyl. ex Cromb.	+	–	–	–	–	–
39. <i>L. crenulata</i> Hook.	+	–	–	+	+	+
40. <i>L. muralis</i> (E.A. Schaerer) Rabenh.	+	–	–	–	–	–
41. <i>L. symmicta</i> (Ach.) Ach.	–	+	+	–	–	–
42. <i>L. umbrina</i> (Ach.) A. Massal.	–	–	–	–	+	–

43. <i>L. varia</i> (Hoffm.) Ach.	–	–	–	–	–	+
44. <i>Lecidella elaeochroma</i> (Ach.) M. Choisy	+	+	+	+	+	+
45. <i>Lepraria</i> c.f. <i>incana</i> (L.) Ach.	+	+	+	+	+	+
46. <i>Melanelixia glabrata</i> (Lamy) Sandler & Arup	+	+	+	+	+	+
47. <i>M. subargentifera</i> O. Blanco, A. Crespo, Divakar, Essl., D. Hawksw. et Lumbsch	+	+	+	+	+	+
48. <i>Melanohalea exasperatula</i> (Nyl.) O. Blanco, A. Crespo, Divakar, Essl., D. Hawksw. et Lumbsch	+	+	+	+	+	+
49. <i>Opegrapha rufescens</i> Pers.	+	+	+	–	–	–
50. <i>Oxneria coppinsii</i> S.Y. Kondr. & Kärnefelt	–	–	–	–	–	+
51. <i>O. fallax</i> (Arnold) S. Kondr. et Kärnefelt	–	+	–	–	–	–
52. <i>Parmelia sulcata</i> Taylor	+	+	+	+	+	+
53. <i>Parmelina tiliacea</i> (Hoffm.) Hale	+	+	+	+	+	+
54. <i>Pertusaria albescens</i> (Huds.) M. Choisy et Werner.	–	–	+	+	–	–
55. <i>P. amara</i> (Ach.) Nyl.	+	+	–	+	+	+
56. <i>Phaeophyscia nigricans</i> (Flörke) Moberg	+	+	+	+	+	+
57. <i>P. orbicularis</i> (Neck.) Moberg	+	+	+	+	+	+
58. <i>Phlyctis argena</i> (Ach.) Flot.	+	+	+	+	+	+
59. <i>Physcia adscendens</i> (Fr.) H. Olivier	+	+	+	+	+	+
60. <i>P. aipolia</i> (Ehrh. ex Humber) Fürnr.	+	+	+	+	+	+
61. <i>P. caesia</i> (Hoffm.) Fürnr.	+	–	–	–	+	+
62. <i>P. dubia</i> (Hoffm.) Lettau	–	–	–	–	+	+
63. <i>P. tenella</i> (Scop.) DC.	+	+	+	+	+	+
64. <i>P. stellaris</i> (L.) Nyl.	+	+	+	+	+	+
65. <i>Physconia detersa</i> (Nyl.) Poelt	+	+	+	+	+	+
66. <i>P. distorta</i> (V. Wirth.) J.R. Laundon	+	+	+	+	+	+
67. <i>P. enteroxantha</i> (Nyl.) Poelt	+	+	+	+	+	+
68. <i>P. grisea</i> (Lam.) Poelt.	–	+	–	–	+	+
69. <i>P. perisidiosa</i> (Erichsen) Moberg	+	+	+	+	+	+
70. <i>Platismatia glauca</i> (L.) W.L. Culb. & C.F. Culb.	–	–	–	–	–	+
71. <i>Pleurosticta acetabulum</i> (Neck.) Elix & Lumbsch	+	+	+	+	–	+
72. <i>!Porina carpinea</i> (Pers.) Zahlbr	–	–	–	–	–	+
73. <i>Pseudevernia furfuracea</i> (L.) Zopf.	–	–	–	+	–	+
74. <i>!Pyrrhospora quernea</i> (Dicks.) Körb.	–	–	–	+	–	–
75. <i>!Ramalina baltica</i> Lettau	–	+	–	–	–	–
76. <i>R. farinacea</i> (L.) Ach.	+	+	+	+	+	+
77. <i>R. fastigiata</i> (Pers.) Ach.	+	+	+	+	+	+
78. <i>R. fraxinea</i> (L.) Ach.	+	+	+	+	+	+
79. <i>R. pollinaria</i> (Westr.) Ach.	+	+	+	+	–	+
80. <i>Rinodina pyrina</i> (Ach.) Arnod	+	–	+	–	–	–
81. <i>!Sclerophora pallida</i> (Pers.) Y.J. Yao & Spooner	+	+	–	+	–	+
82. <i>Scoliciosporum chlorococcum</i> (Stenh.) Vězda	+	+	+	–	–	–
83. <i>Usnea hirta</i> (L.) F.C. Weber ex F.H. Wigg.	–	–	–	+	–	–
84. <i>Verrucaria nigrescens</i> Pers.	+	+	–	–	+	–
85. <i>Xanthoparmelia conspersa</i> (Ehrh. ex Ach.) Hale	+	–	–	–	–	–
86. <i>Xanthoria candelaria</i> (L.) Th. Fr.	–	+	+	–	–	+
87. <i>X. elegans</i> (Link) Th. Fr.	+	+	–	+	+	–
88. <i>!X. fulva</i> (Hoffm.) Poelt & Petutschnig	–	–	–	–	+	+
89. <i>X. parietina</i> (L.) Th. Fr.	+	+	+	+	+	+
90. <i>X. polycarpa</i> (Hoffm.) Rieber	+	+	+	+	+	+
91. <i>X. ucrainica</i> S. Kondr.	+	–	–	+	+	–



Рис. Внешний вид лишайника *Caloplaca virescens*.

Caloplaca virescens впервые приводится для лишенобиоты Беларуси (рис.) [9]. Лишайник отличается от *Caloplaca cerina* полностью соредиозным слоевищем. Вид, близкий к *C. chlorina*, однако, в отличие от последнего, не образует плоских ареол с неровной изидиозной и бластидиозной поверхностью, а формирует объемное толстое слоевище, полностью состоящее из одинаковых зернистых соредий (30–60 мкм в диаметре) [10].

Встречаемость в усадебных парках таких каллициидных лишайников, как *Calicium viride* – Вязань, *Chaenotheca brachypoda* – Любань, Остюковичи, Березинское, Яхимовщина, *C. furfuracea* – Любань, Остюковичи, Яхимовщина, *C. phaeocephala* – Яхимовщина, Березинское и *Sclerophora pallida* – Любань, Остюковичи, Вязань, Березинское, свидетельствует о значительной непрерывности лесных массивов и высокой стабильности микроклимата. В парковых экосистемах отмечены лесные виды, характерные преимущественно для хвойной формации Беларуси: *Chaenotheca melanophaea*, *Hypocenomyce scalaris*, *Hypogymnia tubulosa*, *Platismatia glauca*, *Pseudevernia furfuracea* и *Usnea hirta*. Лишайники собраны на коре *Picea abies*, *Pinus sylvestris* и *Betula pendula*.

Биоморфологический анализ лишенобиоты исследованных парков показал значительное участие накипных лишайников – 47 видов (51,6% от общего числа видов) (табл. 2). Меньшую роль играют листоватые лишайники – 35 видов (38,4%), а кустистые жизненные формы представлены 9 видами (9,9%). Число накипных лишайников в парках колеблется от 21 до 29 видов. Наибольшее число накипных лишайников (от общего числа видов) найдено в парке Любань – 29 видов (46,7%), наименьшее в Березинском – 23 вида (37%). Число листоватых лишайников в парках колеблется от 23 до 32 видов.

Наибольшее число листоватых лишайников от общего числа видов найдено в парке Яхимовщина – 29 видов (54,7%), наименьшее – в парке Вязань – 23 вида (41%). Число кустистых лишайников в парках колеблется от 5 до 8 видов. Наибольшее число кустистых лишайников от общего числа видов найдено в парке Вязань – 8 видов (14,4%), наименьшее собрано в парке Яхимовщина – 5 видов (5,7%).

Лишайники усадебных парков представлены тремя экологическими группами: 76 видов относятся к эпифитным лишайникам (83,5%), 20 – к эпилитам (22%) и 6 – к экипсилам (6,6%). Эпифитные лишайники собраны на 14 видах деревьев. Наибольшее число видов отмечено на коре лиственных деревьев *Tilia cordata* – 48 видов (63,1% общего числа эпифитных видов) и *Acer platanoides* – 39 видов (51,3%), что связано с массовым распространением этих пород в посадках усадебных парков. Наименьшее количество отмечено на хвойных деревьях: на коре *Picea abies*, *Pinus sylvestris*, *Larix decidua*, *Thuja occidentalis* и *Pinus strobus* собрано 16 видов лишайников (21%). Только на хвойных деревьях найдено 3 вида лишайников: *Calicium viride* (на коре *Larix decidua*), *Chaenotheca melanophaea* (на *Picea abies*), *Pyrrhospora quernei* (на *Larix decidua*). Высокая доля эпилитных видов обусловлена обилием искусственных субстратов (бетон, кирпич) и естественных – камней, которые использовались для строительства водных систем, заборов, зданий. Эпиксильные виды в парковых экосистемах представлены очень бедно по сравнению с лесными экосистемами, что связано в первую очередь с постоянной уборкой в парках старых разрушенных деревьев. Эпиксильные лишайники встречаются преимущественно на древесине старых деревянных сооружений (заборы, срубы, деревянные столбы ЛЭП).

Особенности лишенобиоты усадебных парков северо-западной части Минской области

	Парки					
	Любань	Остюковичи	Луковец	Вязань	Яхимовщина	Березинское
Площадь парка, га	4,3	4,5	2,2	6	3	15,8
Число видов	62	59	51	56	53	62
Виды лишайников, известные только в одном парке	6	4	0	5	2	7
Общее число индикаторных видов	12					
Число индикаторных видов для каждого парка	2	4	0	3	3	6
Жизненные формы, число видов/%:						
накипные	29/46,7	25/42,3	21/41,2	25/44,6	21/39,6	23/37
листоватые	26/42	27/45,7	24/47	23/41	29/54,7	32/51,6
кустистые	7/11,3	7/12	6/11,8	8/14,4	5/5,7	7/11,4
Виды лишайников на различных субстратах/%:						
эпифиты	52/83,8	53/89,9	45/88,2	47/84	43/81,1	56/90
эпилиты	17/27,4	10/17	8/15,6	6/10,7	11/20,1	13/21
эпиксилы	2/3,2	3/5	4/7,8	3/5,3	4/7,5	2/3,2
Географический элемент, число видов/%:						
неморальный	33/53,2	35/59,3	27/53	28/50	30/56,6	35/56,4
мультизональный	21/39	16/27,1	18/35,3	20/35,7	19/35,8	17/27,4
бореальный	7/11,3	8/13,6	6/11,7	8/14,3	2/3,7	8/13

Лишайники усадебных парков относятся к трем географическим элементам: неморальный содержит 47 видов (53,4% от общего числа видов), мультизональный – 27 видов (30,6%) и бореальный – 14 видов (16%). Для таких видов, как *Oxneria coppinsii* и *Xanthoria ucrainica*, не удалось выявить географический элемент. Количество неморальных видов лишайников в усадебных парках колеблется от 27 до 35 видов (табл. 2). Такое большое количество неморальных видов обуславливается большим количеством лиственных пород в усадебных парках. Наибольшее число неморальных видов лишайников от общего числа найденных видов в одном парке характерно для парка Остюковичи – 35 видов (59,3%), наименьшее собрано в парке Вязань – 28 видов (50%). Количество мультизональных видов лишайников в усадебных парках колеблется от 16 до 21 вида. Число мультизональных видов будет зависеть от разнообразия искусственных субстратов (бетон, кирпич и т.д.). Наиболь-

шее число мультизональных видов лишайников от общего числа найденных видов в одном парке характерно для парка Любань – 21 вид (39%), наименьшее для парка Остюковичи – 16 видов (27,1%). Количество бореальных видов лишайников в усадебных парках колеблется от 2 до 8 видов и зависит от количества в парках хвойных пород и березы. Наибольшее число бореальных видов лишайников от общего числа найденных видов в одном парке характерно для парка Вязань – 8 видов (14,3%), наименьшее характерно для парка Яхимовщина – 2 вида (3,7%). Лишенобиоту парков можно охарактеризовать как неморально-мультизональную.

Заключение. В результате инвентаризации лишайников шести усадебных парков найден 91 вид лишайников, из них *Caloplaca virescens* впервые приводится для лишенобиоты Беларуси. Широта спектров субстратных, биоморфологических и географических групп выявила высокое участие редких и индикаторных видов, что под-

тверждает уникальность и природоохранную ценность изученных объектов и определяет необходимость реализации специальной программы по мониторингу и сохранению усадебных парков.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант № Б12М-035).

ЛИТЕРАТУРА

1. Yatsyna, A.P. Belarusian bibliography on lichenology / A.P. Yatsyna, E.O. Yurchenko // *Mycena*. – 2007. – Vol. 7. – P. 45–105.
2. Яцына, А.П. Лихенобиота парка Станьково / А.П. Яцына // Грибы в природных и антропогенных экосистемах: труды международной конференции, посвященной 100-летию начала работы профессора А.С. Бондарцева в Ботаническом институте им. В.Л. Комарова РАН, Санкт-Петербург, 24–28 апр. 2005 г. / РАН. Ботанический институт им. В.Л. Комарова. – СПб., 2005. – Т. 2. – С. 347–351.
3. Яцына, А.П. Лишайники парка г. Логойск (Беларусь) / А.П. Яцына // Материалы I(IX) Междунар. конф. молодых ботаников в Санкт-Петербурге, 21–26 мая 2006 г. – СПб.: Издательство ГЭТУ, 2006. – С. 327–328.
4. Yatsyna, A.P. Lichenobiota of the park «Komarovo» / A.P. Yatsyna // *Proceedings of the III International Young scientists conference «Biodiversity. Ecology. Adaptation. Evolution», dedicated to anniversary from birth of famous Ukrainian lichenologist Maria Makarevych, Odessa, 15–18 May 2007.* – Odessa, 2007. – P. 101.
5. Яцына, А.П. Лишайники парка «Шипяны» (Смолевичский район, Беларусь) / А.П. Яцына // Проблемы сохранения биологического разнообразия и использования биологических ресурсов: материалы II Междунар. науч.-практ. конф.: сб. науч. работ / под общ. ред. В.И. Парфенова. – Минск: Минсктиппроект, 2012. – С. 278–281.
6. Яцына, А.П. Лихенобиота парка «Игнатичи» (Беларусь) / А.П. Яцына // Актуальные проблемы экологии: материалы VIII Междунар. науч.-практ. конф., Гродно, 24–26 окт. 2012 г.: в 2 ч. / ГрГУ им. Я. Купалы; редкол.: И.Б. Заводник (гл. ред.) [и др.]. – Гродно, 2012. – Ч. 2. – С. 76–77.
7. Яцына, А.П. Лихеноиндикационная оценка старинных усадебных парков Минской области (Беларусь) / А.П. Яцына // Труды Второй междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых «Индикация состояния окружающей среды: теория, практика, образование», 25–28 апр. 2013 года: сб. ст. / отв. ред. С.Д. Иванов. – М.: ООО «Буки Веди», 2013. – С. 329–334.
8. Федорук, А.Т. Старинные усадьбы Минского края / А.Т. Федорук. – Минск: Полифакт-Лекция, 2000. – 416 с.
9. Яцына, А.П. Практикум по лишайникам / А.П. Яцына, Л.М. Мерзвинский. – Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2012. – 212 с.
10. Определитель лишайников России. – Вып. 9: Фусциевые, Телосхистовые. – СПб.: Наука, 2004. – 339 с.

Поступила в редакцию 15.08.2013. Принята в печать 21.10.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: lihenologs84@mail.ru – Яцына А.П.

УДК 595.782(571)

Особенности формирования видового разнообразия молей-ипономеутид (*Lepidoptera, Yponomeutidae, s.str.*)

З.С. Гершензон

Институт зоологии им. И.И. Шмальгаузена, Национальная академия наук Украины

Видовая дивергенция молей-ипономеутид проявляется как трофическая приуроченность и не всегда характеризуется четкими морфобиологическими изменениями. Для изучения путей формирования видового разнообразия этих микрочешуекрылых необходимо исследование параметров экологических ниш в сочетании с морфобиологическими признаками.

Молекулярно-генетические исследования имеют вспомогательное значение, прежде всего для научной аргументации видовой самостоятельности конкретных представителей семейства и филогенетической оценки признаков.

В статье рассмотрены особенности аллопатрического и симпатрического способов видообразования в семействе *Yponomeutidae, s.str.* Предположительно, среди возможных путей формирования видового разнообразия молей-ипономеутид преобладало симпатрическое видообразование, что подтверждается наличием значительного количества видов-двойников. Показано, что у этих микрочешуекрылых морфобиологические адаптации имели место наряду с молекулярно-генетическими изменениями. Очевидно, такие особенности можно считать двумя уровнями эволюционного процесса.

Ключевые слова: моли-ипономеутиды, видообразование, фитофагия.

Peculiarities of Species Diversity Formation of Yponomeutid Moths (*Lepidoptera, Yponomeutidae, s.str.*)

Z.S. Gershenson

Schmalhausen Institute of Zoology, National Academy of Sciences, Ukraine

Yponomeutid moth species divergence is manifested as trophic combination and is not always characterized by clear morphological and biological transformations. To study ways of formation of species diversity of these Microlepidoptera a research of ecological niche parameters in combination with morphological features is necessary.

Molecular and genetic studies are of supplementary importance, first of all for scientific argumentation of species independence of definite representatives of the family and phylogenetic assessment of features.

The peculiarities of allopatric and sympatric ways of speciation of the family of *Yponomeutidae, s.str.* are considered in the article. Supposedly, among possible ways of the specific diversity formation of Yponomeutids, sympatric speciation predominates conformed with the presence of numerous sibling species. It is shown that in these Microlepidoptera morphological and biological adaptations took place alongside with molecular and genetic modifications. Obviously the above-mentioned peculiarities can be considered as two levels of the evolutionary changes.

Key words: Yponomeutid moths, speciation, phytophagy.

Моли-ипономеутиды – всемирно распространенное семейство микрочешуекрылых-фитофагов, обитающих почти на всех континентах, за исключением арктических регионов. В их состав входит ряд видов – серьезных вредителей древесно-кустарниковой растительности (например, яблонная, плодовая, бересклетовая, ивовая, магалебская, черемуховая горностаевые моли), которые не только приносят экономический ущерб плодоводству и лесопарковым ценозам, но также тесно связаны с биологическими циклами полезных насекомых (энтомофагов)

как компоненты механизма саморегуляции природных экосистем. Такие особенности этих микрочешуекрылых, как фитофагия, специфичность морфобиологических признаков, наличие ряда криптических видов, делают актуальным всестороннее изучение указанного семейства и, в частности, особенностей видообразования, с целью рационального использования и защиты окружающих фитоценозов.

Цель статьи – изучение особенностей видообразования молей-ипономеутид.

Материал и методы. Статья представляет собой обзорный анализ многолетних (1999–2012 гг.) исследований автора на основании собранного фактического материала с учетом основных литературных сведений. Ознакомление с данными геносистематики осуществлялось в процессе международного сотрудничества (1994–2008 гг.) с группой генетиков под руководством проф. С. Менкена в Институте биоразнообразия и динамики экосистем в университете Амстердама (Нидерланды), а также в Институте эволюции университета в Хайфе (Израиль) с иностранным действительным членом НАН Украины проф. Э. Нево. Автор искренне благодарен этим ученым за плодотворную информацию и ценные консультации.

Результаты и их обсуждение. Для интерпретации процесса видообразования как ключевого этапа эволюции целесообразно рассмотреть в качестве примера семейство молей-ипономеутид палеарктической фауны, видовое разнообразие которых формировалось в процессе аллопатрического и симпатрического видообразований. Классическая концепция эволюционной систематики предполагает, что вид есть генетически замкнутая единица классификации. Межвидовая гибридизация у молей-ипономеутид не выявлена, следовательно, у видов отсутствует обмен генами, что препятствует смешиванию популяций. Можно предположить, что виды, входящие в состав семейства, генетически гомогенны и защищены с помощью изолирующих механизмов эволюции от гибридизации [1]. Следует отметить специфику действия механизмов изоляции. Например, морфофункциональные особенности строения гениталий ограничивают копуляционные процессы (premating mechanisms), а количество и особенности строения хромосом препятствуют результативности межвидового скрещивания (postmating mechanisms). Таким образом, совокупность действия обоих механизмов обеспечивает репродуктивную изоляцию. Выявление четких признаков, определяющих специфику механизмов, регулирующих видовое разнообразие, имеет значение для выяснения филогенетических отношений ипономеутид на видовом уровне [2–3].

Виды (преимущественно рода *Yponomeuta* Latr.), образующие популяции с большой численностью особей (более сотни гусениц в гнезде), теоретически не нуждаются в облигатных механизмах изоляций вследствие того, что случайная гибель зигот не может влиять на видовой спектр. Кроме того, имеет значение краткосрочность периода копуляции (1–3 дня), поскольку

минимальные отклонения в строении гениталий и ограниченная способность полета нивелируют возможность видовой гибридизации.

Рассматривая аспекты видообразования молей-ипономеутид, необходимо отметить следующие особенности формирования видового разнообразия семейства.

Видовое разнообразие ипономеутид как фитофагов хронологически скоррелировано с фитоассоциациями, где первостепенное значение имеет трофическая приуроченность гусениц к конкретным кормовым растениям. В соответствии с трофическими связями можно выделить следующие группы видов указанных микроцешуекрылых.

1. 4 вида из 2 родов трофически связаны с хвойными (Pinaceae): *Cedestis gysleriella* (Zeller, 1839), *C. subfasciella* (Stephens, 1834), *Ocnerostoma friesei* (Svensson, 1966), *O. piniariella* Zeller, 1847.

2. Наибольшее видовое разнообразие (26 видов из 4 родов) характерно для группы видов, гусеницы которых питаются листьями и стеблями бегониевых (Celastraceae): *Yponomeuta anatolicus* Stringer, 1930, *Y. bipunctellus* Matsumura, 1931, *Y. cagnagellus* (Hübner, [1813]), *Y. catharotis* Meyrick, 1935, *Y. eurinellus* Zagulajev, 1969, *Y. gershensoni* Sinev, 2007, *Y. irrorellus* (Hübner, 1796), *Y. kanaellus* Matsumura, 1931, *Y. mayumivorellus* Matsumura, 1931, *Y. meguronis* Matsumura, 1931, *Y. menkeni* Gershenson & Ulenberg, 1998, *Y. mintennus* (Povel, 1977), *Y. montanatus* Moriuti, 1977, *Y. osakae* Moriuti, 1977, *Y. pauciflore* Efremov, 1969, *Y. plumbellus* (Denis & Schiffermüller, 1775), *Y. polystictus* Butler, 1879, *Y. polystigmellus* C. et R. Felder, 1862, *Y. refrigeratus* Meyrick, 1931, *Y. sociatus* Moriuti, 1972, *Y. spodocrossus* Meyrick, 1935, *Y. tokyonellus* Matsumura, 1931, *Y. yanagawanus* Matsumura, 1937; *Xyrosaris lichneuta* Meyrick, 1918; *Euhypnometoides trachydeltus* (Meyrick, 1931); *Teinoptila antistatica* Sauber, 1902. Эти виды повсеместно распространены в лесных и лесостепных фитоценозах Палеарктики.

3. Наибольшим родовым разнообразием отличаются моли-ипономеутиды, гусеницы которых трофически приурочены к розоцветным (Rosaceae). Эти виды повсеместно распространены в Палеарктике почти во всех ландшафтных зонах, а также в агроценозах с доминированием плодовых культур, где часто возникают очаги массовых размножений ипономеутид. К данной группе относятся 15 видов из 5 родов: *Euhypnometoides ribesiellus* (Joannis, 1900),

E. rufellus (Tengström, 1848); *Yponomeuta evonymellus* (Linnaeus, 1758), *Y. mahalebella* Guenée, 1845, *Y. malinellus* Zeller, 1838, *Y. meridionalis* Gershenson, 1972, *Y. orientalis* Zagulajev, 1969, *Y. padellus* (Linnaeus, 1758); *Swammerdamia compunctella* (Herrich-Schäffer, 1851), *S. pyrella* (de Villers, 1789); *Paraswammerdamia albicapitella* (Scharfenberg, 1828), *P. iranella* Friese, 1960, *P. lutarea* (Haworth, 1828), *P. ornichella* Friese, 1960; *Pseudoswammerdamia combinella* (Hübner, 1786).

4. Моли-ипономеутиды, гусеницы которых трофически приурочены к камнеломковым (Saxifragaceae), относятся к роду *Kessleria* Nowicki, 1864 и представлены 13 видами: *K. albescens* (Rebel, 1899), *K. alpicella* (Stainton, 1851), *K. alternans* (Staudinger, 1870), *K. burmanni* Huemer & Tarmann, 1991, *K. caflishiella* (Frey, 1880), *K. hauderi* Huemer & Tarmann, 1991, *K. inexpectata* Huemer & Tarmann, 1991, *K. insubrica* Huemer & Tarmann, 1993, *K. klimeschi*, Huemer & Tarmann, 1991, *K. nivescens* Burmann, 1980, *K. petrobiella* (Zeller, 1868), *K. saxifragae* (Stainton, 1868), *K. zimmermanni* Nowicki, 1864.

5. Группа видов, состоящая из 1 рода и 2 видов, трофически связана с агрусовыми растениями (Grossulariaceae): *Euhypnometoides ribesiellus* (Joannis, 1900), *E. rufellus* (Tengström, 1848).

6. В группу видов, гусеницы которых питаются листьями ивовых (Salicaceae), кроме обычного европейского вида *Yponomeuta rorrellus* (Hübner, 1796), известного как потенциальный массовый вредитель ив, особенно в поймах рек, относятся еще 2 эндемических вида: *Y. albonigratus* Gershenson, 1972, распространенный в горах Таджикистана, и *Y. gigas* Rebel, 1892, известный только с Канарских островов.

7. К группе видов, трофически приуроченных к березовым (Betulaceae), относятся 3 вида из 2 родов: *Paraswammerdamia lapponica* (Petersen, 1932); *Swammerdamia caesiella* (Hübner, 1796), *S. pyrella* (de Villers, 1789).

8. К видам, гусеницы которых питаются на вересковых (Ericaceae), принадлежат 2 вида из 2 родов *Cedestis gysselella* (Zeller, 1830) и *Parahypnometeuta egregiellus* (Duponchel, [1839]).

9. Отдельную группу, гусеницы которых приурочены к маслиновым растениям (Oleaceae), образуют 4 вида из рода *Zelleria* Stainton, 1842: *Z. hepariella* Stainton, 1849, *Z. japonicella* Moriuti, 1977, *Z. oleastrella* (Millière, 1864), *Z. silvicolella* Moriuti, 1977.

10. 3 вида из 3 родов трофически приурочены к толстянковым (Crassulaceae): *Yponomeuta sedellus*

Treitschke, 1833, *Swammerdamia sedella* Moriuti, 1977; *Eugyponomeuta stannellus* (Thunberg, 1788).

11. Группа, содержащая единичные виды, гусеницы которых трофически связаны с кормовыми растениями из разных семейств: на водяниковых (Empetraceae) питаются гусеницы *Paraswammerdamia conspersella* (Tengström, 1848); на крушиновых (Rhamnaceae) – *Yponomeuta rhamnellus* Gershenson, 1974; на жимолостевых (Caprifoliaceae) – *Zelleria hepariella* Stainton, 1849.

Рассмотренное видовое разнообразие молей-ипономеутид является частью своеобразной цепочки биотических компонентов, необходимой для поддержания стабильного функционирования природных экосистем, в состав которых входят микрочешуекрылые-фитофаги. Видовая дифференциация внутри семейства сформировалась в процессе как аллопатрического, так и симпатрического видообразования.

Аллопатрическое видообразование, характерное для представителей этих микрочешуекрылых, по-видимому, можно охарактеризовать как отражение истории формирования ареала анцестрального вида, что подтверждается дизъюнкциями ареалов (виды рода *Kessleria* Nowicki, 1864; *Paraswammerdamia ornichella* Friese, 1960) и наличием видов-викариантов (виды родов *Yponomeuta* Latreille, 1796; *Cedestis* Zeller, 1839; *Euhypnometeuta* Toll, 1941; *Swammerdamia* Hübner, 1825) [4], имеющих сходные морфо-биологические признаки и трофическую приуроченность.

Симпатрическое видообразование у ипономеутид характеризуется гетерогенностью фитоценологических условий, когда в пределах ареала исходного вида появляются экологические формы изоляции, обусловившие существование видов-двойников (sibling species). Такие виды распространены в Евразии, Африке, Индии, Австралии [5]. В Западной Палеарктике – группа видов «padellus», в Восточной Палеарктике – группа видов «polystigmellus». Для видов-двойников характерна топологическая специализация, выраженная в приуроченности их гусениц к отдельным вегетативным частям кормовых растений. Амплитуда топологической специализации у криптических видов включает листья (большинство видов молей), стебли [*Yponomeuta irrorellus* (Hübner, 1796), *Y. plumbellus* (Denis & Schiffermüller, 1775)], почки (*Paraswammerdamia ornichella* Friese, 1960), цветки (*Yponomeuta sedellus* Treitschke, 1833). Таким образом, экологические ниши обитания видов могут разделяться на микрониши. Диагностика криптических видов по морфологическим признакам крайне затруднена, в то же время эти

виды легко определить по форме гнезда, трофической приуроченности, строению коконов.

В конце прошлого столетия группа голландских генетиков под руководством проф. С. Менкена [6] обнаружила у представителей рода *Yponomeuta* Latr. случай квантового видообразования, или формирования самостоятельного вида в виде периферической популяции анцестрального. В результате многочисленных молекулярно-генетических исследований было установлено, что вид *Yponomeuta rorrellus* (Hübner, 1796) (горностаевая моль ивовая) сформировался вследствие генетического дрейфа. Интегрированная генетическая система анцестральной популяции при этом разрушилась и после прохождения дочерней популяции через стадию низкой численности (эффект «бутылочного горлышка») началось развитие новой генетической системы. Подобное явление – результат деструкции генетического гомеостаза в природе случается редко, а для семейства молей-ипономеутид до этого времени не было известно.

Интересно отметить, что существует также сальтационная концепция видообразования, или концепция прерывистого равновесия (punctuated equilibrium), согласно которой пролонгированные периоды стазиса сменяются скачкообразными мутационными изменениями. При этом предполагается, что группы родственных особей оказываются репродуктивно изолированными от материнского вида и способны дать начало популяции нового вида. Эта концепция до настоящего времени остается неразработанной для семейств микрочешуекрылых, однако существование постепенного и внезапного видообразования исключить нельзя.

Заключение. Таким образом, видовая дивергенция молей-ипономеутид проявляется главным образом как трофическая приуроченность и не

всегда характеризуется четкими морфо-биологическими изменениями. Для изучения путей формирования видового разнообразия этих микрочешуекрылых необходимо исследование параметров экологических ниш в сочетании с морфобиологическими признаками.

Молекулярно-генетические исследования имеют вспомогательное значение, прежде всего для научной аргументации видовой самостоятельности конкретных представителей семейства и филогенетической оценки признаков.

В конечном итоге можно предположить, что у молей-ипономеутид в процессе аллопатрического и симпатрического видообразований имела место видовая дифференциация на фоне морфо-биологических адаптаций, способствующая распространению этих микрочешуекрылых-фитофагов в большинстве биоценозов Палеарктики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершензон, З.С. Особенности видообразования у палеарктических молей-ипономеутид (Lepidoptera, Yponomeutidae) / З.С. Гершензон // Вестн. зоологии. – 2005. – Т. 39, № 2. – С. 31–36.
2. Menken, S.B.J. Biochemical genetics and systematics of small emine moths (Lepidoptera Yponomeutidae) / S.B.J. Menken // Zeitschr. zool. Syst. and Evollution Forsch. – 1982. – № 2. – P. 131–143.
3. Raijmann, L.E.L. In search for speciation: genetical differentiation and host race formation in *Yponomeuta padellus* (Lepidoptera, Yponomeutidae) / L.E.L. Raijmann // Studies in Yponomeuta. – 1996. – № 12. – P. 9–169.
4. Гершензон, З.С. К познанию особенностей видообразования у молей горностаевых (Lepidoptera: Yponomeutidae) / З.С. Гершензон // Изв. Харьковск. энтомологического об-ва. – 2009. – Т. 17. – Вып. 1–2. – С. 27–30.
5. Gershenson, Z.S. The Yponomeutinae (Lepidoptera) of the World exclusive of the Americas / Z.S. Gershenson, S.A. Ulenberg. – Amsterdam: Koninklijke Nederland Akademie van Wetenschappen Verhandelungen Afdeling Naturkunde, 1998. – 202 p.
6. Menken, S.B.J. Is the extremely low heterozygosity level in *Yponomeuta rorrellus* caused by bottlenecks? / S.B.J. Menken // Evolution (USA). – 1987. – Vol. 41, № 3. – P. 630–637.

Поступила в редакцию 29.08.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: zs.39@mail.ru – Гершензон З.С.

УДК 581.526.32

Высшая растительность озера Белое (Сурмино) и тенденции ее изменения

С.Э. Латышев, Л.М. Мерзвинский, Ю.И. Высоцкий, В.П. Мартыненко

Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»

Озеро Белое (Сурмино) расположено на крайнем северо-востоке Белорусского Поозерья на территории биологического заказника местного значения «Сурмино». Его площадь 240 га. Котловина простая ложбинного типа. Прозрачность воды 3,5 м. По комплексу признаков озеро следует отнести к мезотрофному типу.

В озере прослеживаются полосы воздушно-водной растительности, широколистных рдестов и харовых водорослей. Составлена схема зарастания водоема, приведены сведения о 16 растительных ассоциациях, их продуктивности и величине продукции. Среди воздушно-водной растительности преобладает тростник обыкновенный *Phragmites australis*. Основным строителем полосы широколистных рдестов является рдест пронзеннолистный *Potamogeton perfoliatus*. Полосу харовых водорослей формирует *Chara* sp. Макрофиты занимают в озере 12,6% его площади. За вегетационный период они образуют 20,4 г/м² абсолютно сухого вещества или 9,6 г/м² органического углерода. Основным продуцентом вещества в озере является воздушно-водная растительность (70,8%), среди которой доминирует тростник. За 46 лет со времени первоначального обследования озера отмечено увеличение площади зарослей воздушно-водной растительности, что свидетельствует об увеличении степени трофности водоема. Выявлено уменьшение жизненности и площади зарослей полушника озера *Isoetes lacustris*. Полученные данные являются основой для дальнейшего мониторинга состояния экосистемы озера.

Ключевые слова: озеро Белое (Сурмино), высшая водная растительность, зарастание, фитоценозы, ассоциация, продукция, продуктивность, мониторинг растительности, ГИС технологии, электронная векторная карта, заказник «Сурмино».

Upper Vegetation of Lake Belaye (Surmino) and Tendencies of its Transformation

S.E. Latyshev, L.M. Merzhvinsky, Yu.I. Vysotski, V.P. Martynenko

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masharov University»

Lake Belaye (Surmino) is situated at the north-eastern edge of Belarusian Poozerye on the territory of the local biological reserve of Surmino. Its territory is 240 hectares. The basin is ordinary, of ravine type. Water transparency is 3,5 m. According to the complex of features the lake is of mesotrophic type.

A strip of air and aquatic vegetation, a strip of broad leaf rhdests as well as a strip of *Chara* weed can be observed in the lake. The scheme of water body vegetation growth has been made up, data on 16 vegetation associations, their productivity and the amount of product are presented. Among air and aquatic vegetation *Phragmites australis* prevails. Main builder of the strip of broad leaf rhdests is *Potamogeton perfoliatus*. The strip of *Chara* weed is made up by *Chara* sp. Macrophytes occupy 12,6% of the lake territory. During the vegetation period they produce 20,4 g/m² of absolute dry substance or 9,6 g/m² of organic carbon. Main producer of substance in the lake is air and aquatic vegetation (70,8%), in which *Phragmites australis* dominates. During 46 years after the first study of the lake increase of the area of air and aquatic vegetation has been observed, which demonstrates the increase of the degree of water body trophy. Decrease in the stability and area of *Isoetes lacustris* is found out. The obtained data are the basis for further monitoring of the lake ecosystem status.

Key words: Lake Belaye (Surmino), upper aquatic vegetation, vegetation growth, phytocenoses, associations, product, productivity, vegetation monitoring, Geo information technologies, electronic vector map, the reserve of Surmino.

Эвтрофикация водоемов в связи с интенсивной хозяйственной деятельностью в последние десятилетия XX века привела к изменению сложившихся звеньев их биоценозов. Высшие водные растения чутко реагируют на изменения, происходящие в водных экосистемах. Одни из них в связи с увеличением поступления биогенных веществ сильно разрастаются, другие –

редкие виды, находящиеся на границах ареала, – выпадают из растительного покрова водоемов. Связано это с тем, что ухудшается качество воды, падает ее прозрачность. Изменения, происходящие в водоемах, сказываются на животном населении водоемов и в первую очередь на ихтиофауне.

Работа по изучению флоры и растительности водоемов биологического заказника местного

значения «Сурмино» осуществляется нами в рамках выполнения задания 5.2.22 «Оценка современного состояния биоразнообразия и ресурсного потенциала Белорусского Поозерья как основа для его сохранения и рационального использования» ГПНИ «Химические технологии и материалы, природно-ресурсный потенциал» подпрограммы 5 «Природно-ресурсный потенциал» раздела «Биоразнообразие, биоресурсы и экотехнологии», а также хозяйственной темы «Выявление, передача под охрану пользователям земельных участков и (или) водных объектов мест обитания диких животных и мест произрастания дикорастущих растений, относящихся к видам, включенным в Красную книгу Республики Беларусь в Городокском и Шумилинском районах Витебской области».

Цель нашего исследования – изучение высшей растительности озера Белое (Сурмино), сравнение данных с результатами обследования озера в 1967 г., установление изменения в характере зарастания озера и анализ причин смены растительных ассоциаций. Для достижения этого были поставлены задачи: установить характерные особенности высшей растительности

озера и степень зарастания, определить годовую продукцию и продуктивность макрофитов, выявить популяции редких и охраняемых видов растений, составить электронную векторную карту водной растительности озера.

Материал и методы. Озеро Белое расположено на крайнем северо-востоке Белорусского Поозерья в Городокском районе на территории биологического заказника местного значения «Сурмино» (рис. 1).

Площадь озера 240 га. Его длина 2,8 км, средняя ширина 0,8 км. Максимальная глубина 7,9 м, средняя – 4,3 м [1]. Прозрачность воды 3,5 м. Водосбор пологий. Котловина озера вытянута с востока на запад (рис. 1). Южный берег со стороны д. Сурмино более возвышенный. Северное побережье низкое, на западе заболоченное. Дно озера песчаное, песчано-глинистое. Озеро соединяется протокой с оз. Черное. Северное побережье заросло хвойным (сосновым) лесом. По комплексу признаков озеро можно отнести к мезотрофному типу с наметившимися чертами эвтрофии.

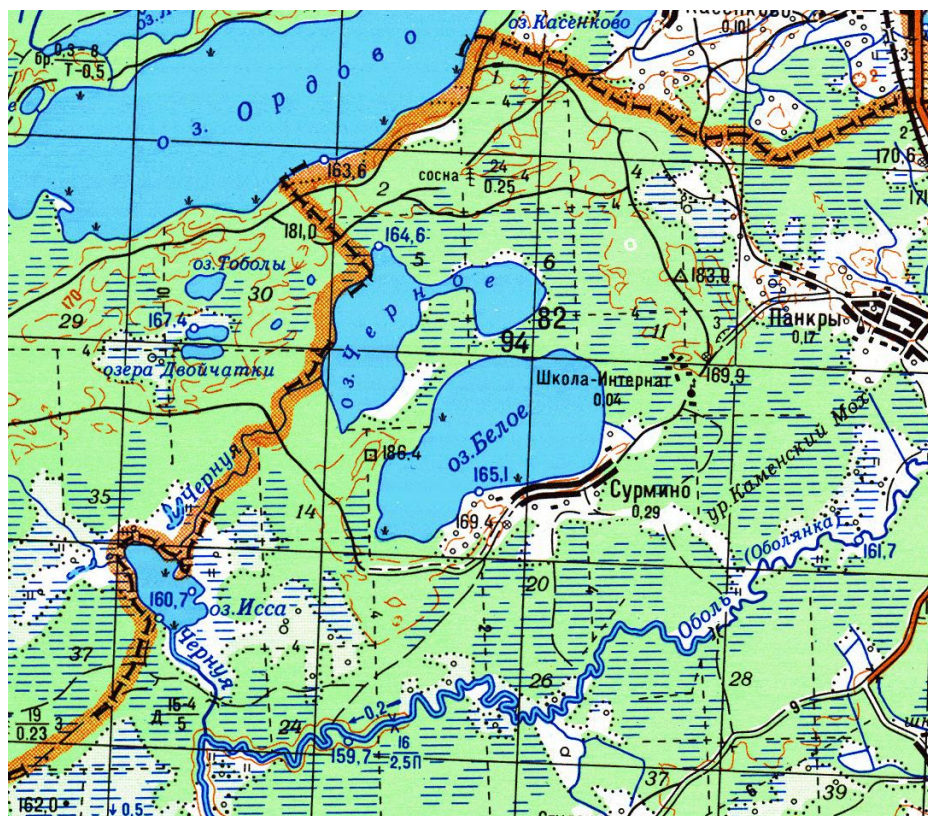


Рис. 1. Расположение озера Белое на территории заказника «Сурмино» (фрагмент карты N-35-VI (Городок) / Комитет геодезии при Совете Министров Республики Беларусь. – 1:200 000. – Минск, 1993. – 1 к.).

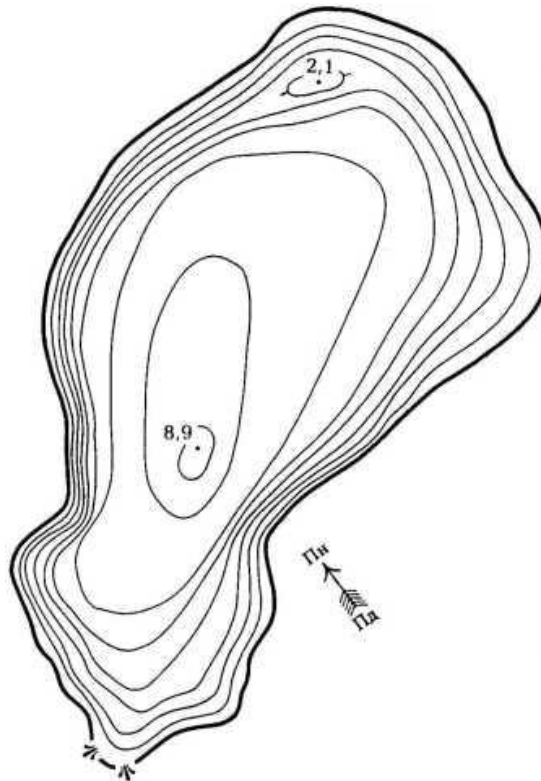


Рис. 2. Батиметрическая схема озера Белое (Сурмино) по [2].

Первичное обследование высшей растительности озера Белое предпринято нами (В.П. Мартыненко) в 1967 г. Повторно она изучена в августе 2013 г. по общепринятой методике В.М. Катанской [2]. Для изучения растительного покрова использовалась весельная лодка. На специальных бланках для описания высшей водной растительности учитывали площади фитоценозов, глубину и характер грунтов. В таблицу бланка заносили высоту растений, слагающих фитоценоз, его ярус, величину обилия и степень проективного покрытия. На обратной стороне листа бланка схематично зарисовывали расположение фитоценоза, его размеры – протяженность, ширину. Прорисовывали здесь же и смежные фитоценозы. Растения, произрастающие на глубине, выявляли с помощью двухъярусной железной кошки. Уточнение особенностей произрастания погруженной растительности производилось при погружении в воду исследователя в маске. Этому способствовала хорошая прозрачность воды.

Продуктивность ассоциаций изучалась путем взятия проб растительности с 1 м^2 , 4 м^2 , 9 м^2 . Зная продуктивность ассоциации и площадь, которую она занимает в водоеме, рассчитывали ее годовую продукцию и продуктивность высшей растительности. По результатам исследований составлены схемы зараста-

ния озера растительностью в 1967 и 2013 гг. и табл., в которой приведены сведения о площади зарастания, продуктивности ассоциаций, их продукции и общей продукции высшей растительности озера.

Обследование озера проводили с использованием ГИС технологии для фиксирования и интерпретации данных полевых наблюдений. Маршрут обследования водоема записывался прибором спутниковой навигации *GPSmap60CSx* *GARMIN*. Границы обнаруженных растительных ассоциаций заносились в память *GPS*-навигатора как путевые точки с точными географическими координатами. Впоследствии данные с *GPS*-навигатора передавались в специальную программу *OziExplorer 3.95.4m*. Эта программа переносит *GPS*-координаты путевых точек и точек трека (запись пройденного пути) на топографическую карту и сохраняет их в отдельные файлы. Впоследствии с использованием ГИС «Панорама» («Карта 2008») было проведено картографирование прибрежно-водной растительности озера. На пользовательскую карту импортированы шейп-файлы данных *GPS* из *OziExplorer*. На основе этой карты с использованием путевых точек на границах различных растительных ассоциаций средствами ГИС составлена электронная карто-схема зарастания озера.

Результаты и их обсуждение. Высшая растительность озера представлена поясным типом зарастания. В озере прослеживаются полосы воздушно-водной растительности, широколистных рдестов и харовых водорослей. От полосы растений с плавающими листьями имеются лишь фрагменты, приуроченные в основном к литорали южного побережья озера (рис. 3). При составлении схемы зарастания озера мы использовали также данные, полученные В.П. Мартыненко в 1967 году при первичном обследовании озера. На схемах хорошо видно, какие изменения произошли за 46 лет.

Полосу воздушно-водных растений формируют тростник обыкновенный (*Phragmites australis* (Cav.) Trin. ex Steud.), схеноплектус озерный (*Schoenoplectus lacustris* (L.) Palla.), ситняг болотный (*Eleocharis palustris* (L.) Roem et. Schult.), хвощ приречный (*Equisetum fluviatile* L.), осока заостренная (*Carex acutiformis* Ehrh.). Грунты почти повсеместно песчаные. Основным строителем полосы является тростник обыкновенный, образующий как отдельную ассоциацию, так и участвующий в формировании ассоциаций с другими растениями.

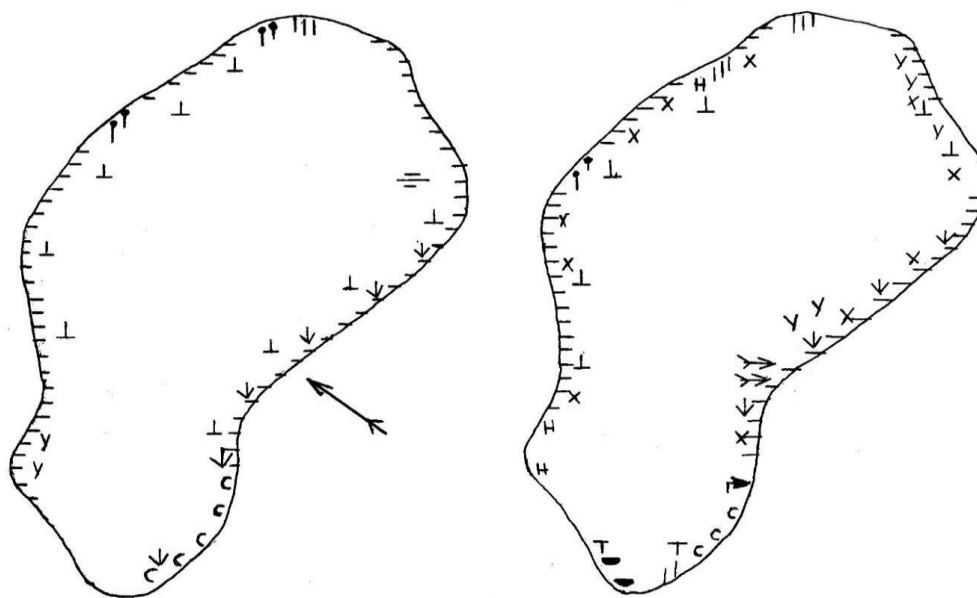
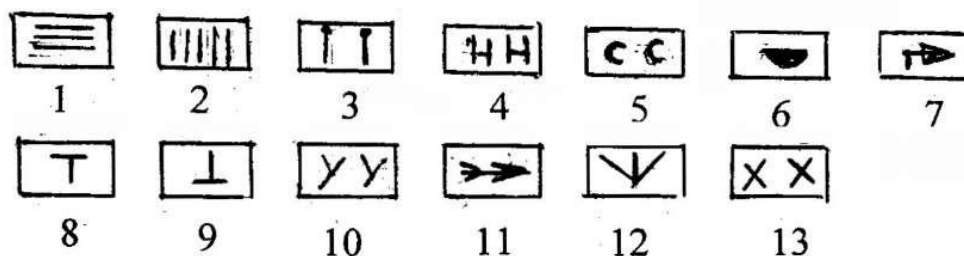


Схема зарастания озера Белое, 1967 г.

Схема зарастания озера Белое 2013 г.

Условные обозначения:



1 – тростник обыкновенный, 2 – схеноплектус озерный, 3 – рогоз узколистный, 4 – ситняг болотный, 5 – осока заостренная, 6 – кубышка желтая, 7 – горец земноводный, 8 – рдест плавающий, 9 – рдест пронзеннолистный, 10 – уруть колосистая, 11 – элодея канадская, 12 – полушник озерный, 13 – харовые водоросли

Рис. 3. Схема зарастания озера Белое.

Ассоциация тростника обыкновенного (*Phragmites australis* – ass.) у северного побережья простирается почти сплошной полосой шириной от 10 до 40 м. У южного побережья чистые заросли тростника произрастают от уреза воды до глубины 0,7 м. Затем они сменяются ассоциацией тростника с полушником озерным (*Isoetes lacustris* L.). Грунты бедны биогенными веществами, поэтому обилие тростника чаще равно 2, редко 3 баллам. Проективное покрытие составляет 15%. Высота тростника 200–220 см. В фитоценозах тростника спутниками являются схеноплектус озерный, рдесты сплюснутый (*Potamogeton compressus* L.), злаковый (*P. gramineus* L.) и редкий вид флоры – занникеллия болотная (*Zannichellia palustris* L.).

У северного побережья озера отмечена ассоциация тростника обыкновенного со схеноплектусом озерным (*Phragmites australis* + *Schoenoplectus lacustris* – ass.). Высота строителей ассоциации по 200–220 см. Обилие тростника и схеноплектуса составляет по 2 балла, проективное покрытие тростника – 20%, схеноплектуса – 15%. Тростник в ассоциации предпочитает расти ближе к урезу воды. Ширина зарослей равна 40 м.

У южного побережья с глубины 0,7 до 1,5 м тростник обыкновенный образует ассоциацию с полушником озерным и харовой водорослью (*Phragmites australis* – *Isoetes lacustris* + *Chara* sp.) (рис. 3). Обилие тростника в ассоциации составляет 2 балла, проективное покрытие 15%; обилие полушника озерного и харовой водоросли – по 3 балла, проективное покрытие полушника – 15%, харовой водоросли – 25%. Практически повсеместно полушник озерный оплетен нитчатыми зелеными водорослями, которые препятствуют его фотосинтезу, угнетают и снижают жизнеспособность. Высота растений 5–7 см. В будущем это может привести к полному исчезновению полушника озерного из озера Белое. В ассоциации встречены занникеллия болотная и рдест сплюснутый.

В литоральной зоне восточного и северного побережий водоема произрастают фитоценозы схеноплектуса озерного с харовой водорослью, образующие ассоциацию (*Schoenoplectus lacustris* – *Chara* sp. – ass.). В восточной части водоема вышеуказанная ассоциация занимает локалитет за зарослями тростника, сменяя их с глубины 0,8 до 1,5 м.

В литоральной зоне северного побережья озера произрастает фитоценоз ситняга болотного, образующий ассоциацию (*Eleocharis palustris* – ass.). Протяженность фитоценозов до 100 м, ширина 3–4 м. Ситняг болотный в литоральной зоне занимает локалитеты, в которых отсутствуют

заросли тростника. Высота ситняга 50 см. Его обилие 3 балла, проективное покрытие 30%. В зарослях ситняга единично встречаются хвощ приречный, рдест сплюснутый, роголистник погруженный (*Ceratophyllum demersum* L.).

В юго-восточной части водоема от уреза воды до глубины 0,5 м протяженностью 300 м и шириной 6 м произрастает ассоциация осоки заостренной (*Carex acutiformis* – ass.) (рис. 3). Обилием осоки равно 3 баллам, проективное покрытие составляет 20%. Единично в зарослях присутствует хвощ приречный.

Отсутствие полосы растительности с плавающими листьями в озере Белое объясняется тем, что в нем нет заливов и заводей, где грунт илистый и волнобой или отсутствует, или он незначительный, что является важным условием для формирования данной полосы. И только в конечной, южной части водоема, прикрытой от ветров хвойным лесом, поселяются кубышка желтая (*Nuphar lutea* (L.) Smith.), рдест плавающий (*Potamogeton natans* L.) и горец земноводный (*Persicaria amphibia* (L.) S.F. Gray).

Незначительные по занимаемой площади фитоценозы кубышки желтой, относящиеся к ассоциации (*Nuphar lutea* – ass.), жмутся к сплаvine узкой полосой на глубине 60–100 см (рис. 3). Грунт ил. Обилие кубышки желтой 4 балла, проективное покрытие 70%. Единично в фитоценозах присутствует рдест плавающий.

В южной части водоема произрастают несколько фитоценозов рдеста плавающего, образующие ассоциацию (*Potamogeton natans* – ass.). Глубина 50–100 см. Грунт ил. Обилие редко достигает 3 баллов, проективное покрытие равно 15–20%. На перифериях фитоценозов единично в них присутствуют тростник обыкновенный и схеноплектус озерный.

Единственным локалитетом, где произрастает горец земноводный, образующий ассоциацию (*Persicaria amphibia* – ass.), является литоральная зона юго-восточного побережья озера. Грунт заиленный песок. Глубина 0,5–0,7 м. Обилие горца 2 балла, проективное покрытие 20%. Единично в заросли внедряется осока остроколючная.

Высокая прозрачность воды (3,5 м) способствует развитию в озере погруженных макрофитов, представленных полосой широколистных рдестов и полосой харовых водорослей. Грунт заиленный песок.

В полосе широколистных рдестов доминирует рдест пронзеннолистный (*Potamogeton perfoliatus* L.).

Участие в формировании полосы принимают также уруть колосистая и элодея канадская (*Elodea canadensis* Michx.).

Широко распространенной является ассоциация рдеста пронзеннолистного с харовой водорослью (*Potamogeton perfoliatus* – *Chara* sp. – ass.). Ассоциация простирается с глубины 2 до 3,5 м. Обилие рдеста пронзеннолистного равно 2 баллам, проективное покрытие 15%. Величина обилия харовой водоросли колеблется от 2 до 5 баллов, а проективное покрытие – от 20 до 70%. В ассоциацию внедряется уруть колосистая, рдест сплюснутый, элодея канадская.

В литоральной зоне юго-восточного побережья водоема произрастают фитоценозы урути колосистой, образующие ассоциацию (*Myriophyllum spicatum* – ass.) (рис. 3). Обилие урути равно 4 баллам, проективное покрытие – 60%. В ассоциации присутствуют рдест сплюснутый (обилие 2 балла), элодея канадская (обилие 1 балл), харовые водоросли (обилие 2 балла). Глубина 2–2,5 м.

В восточной части водоема на глубине 2–2,5 м вдоль зарослей тростника простирается ассоциация урути колосистой с рдестом пронзеннолистным (*Myriophyllum spicatum* + *Potamogeton perfoliatus* – ass.). Обилие урути колосистой равно 4 баллам, проективное покрытие – 60%. Обилие рдеста пронзеннолистного не превышает 2 баллов, проективное покрытие равно 15%. Спутниками ассоциации являются харовые водоросли, элодея канадская, рдест сплюснутый, обилие которых находится в пределах 1–2 баллов.

У южного побережья озера на глубине 1,5 м за зарослями тростника произрастает ассоциация элодеи канадской (*Elodea canadensis* – ass.). Обилие элодеи канадской 3 балла, проективное покрытие составляет 60%. В зарослях отмечены харовая водоросль, обилие которой 2 балла, и единично уруть колосистая.

В юго-восточной части водоема выявлена ассоциация элодеи канадской с харовой водорослью (*Elodea canadensis* + *Chara* sp. – ass.). Обилие строителей ассоциации составляет по 2 балла, проективное покрытие – по 20%. Грунт заиленный песок.

Полосу харовых водорослей формируют *Chara* sp. и *Nitella* sp.

Ассоциация харовой водоросли (*Chara* sp. – ass.) занимает локалитет за полосой широколистных рдестов, внедряясь в нее. Глубина произрастания 2–4 м. Грунт ил. Величина обилия харовой водоросли колеблется от 2 до 5 баллов, проективное покрытие – от 20 до 80%. В ассоциации встречена элодея канадская, рдест пронзеннолистный.

В литоральной зоне северного побережья выявлена ассоциация харовой водоросли с роголистником погруженным (*Chara* sp. – *Ceratophyllum demersum* – ass.). Заросли простираются за фитоценозом тростника и приурочены к глубине 2–2,5 м. Грунт ил. Обилие харовой водоросли равно 4 баллам, проективное покрытие – 60%. Величина обилия и степень проективного покрытия роголистника погруженного составляют соответственно 2 балла и 20%. В ассоциации выявлены элодея канадская, уруть колосистая, рдест сплюснутый.

У южного побережья озера со стороны д. Сурмино отмечена ассоциация нителлы (*Nitella* sp. – ass.). Она приурочена к глубинам 3–4 м и граничит с *Chara* sp. Обилие нителлы 3 балла, проективное покрытие 60%. В ее заросли внедряется *Chara* sp.

Заключение. Расчеты свидетельствуют, что водные растения (макрофиты) занимают в озере Белое 30,5 га, или 12,6% его площади. На полосу воздушно-водной растительности приходится 9,25 га, что равно 30,4% от площади всех зарослей. Наибольшую площадь в озере (14,0 га, или 46,25%) занимает растительность полосы широколистных рдестов. На полосу харовых водорослей приходится 7,1 га, или 20,3%. Растения с плавающими листьями распространены на площади, составляющей всего 3,0%.

За вегетационный период макрофиты озера Белое образуют 57,77 т абсолютно сухого вещества, или 24,0 г/м². При расчете на органический углерод по И.М. Распопову [3] это равно 9,6 г/м².

Благодаря более высокой продуктивности (табл.) основным продуцентом вещества в водоеме среди макрофитов является воздушно-водная растительность – 40,89 т, или 70,8%. Растительность полосы широколистных рдестов образует 13,63 т, или 23,6%. Растения полосы харовых водорослей синтезируют за лето всего 3 т, или 5,3%. На растения с плавающими листьями приходится всего 0,3% годовой продукции.

Продуктивность высшей растительности озера Белое значительно ниже многих других водоемов Белорусского Поозерья и сопоставима с продуктивностью макрофитов оз. Сарро [4] и оз. Мясстро из группы Нарочанских озер [5].

Низкую продуктивность макрофитов озера Белое можно объяснить песчаными грунтами в литоральной зоне, к которой приурочена воздушно-водная растительность. Она является основным продуцентом вещества в большинстве водоемов.

Таблица

**Площадь ассоциаций, их продуктивность и общая продукция
высших растений озера Белое (Сурмино)**

	Ассоциация	Площадь, га	Продуктив- ность, г/м ²	Фитомасса, т
1.	<i>Phragmites australis</i>	7,5	420	31,5
2.	<i>Phragmites australis</i> + <i>Schoenoplectus lacustris</i>	0,2	440	0,88
3.	<i>Phragmites australis</i> – <i>Isoetes lacustris</i>	1,8	410	7,3
4.	<i>Schoenoplectus lacustris</i> – <i>Chara</i> sp.	0,4	220	0,9
5.	<i>Eleocharis palustris</i>	0,1	140	0,14
6.	<i>Carex acutiformis</i>	0,2	150	0,3
7.	<i>Nuphar lutea</i>	0,03	200	0,06
8.	<i>Potamogeton natans</i>	0,03	175	0,05
9.	<i>Persicaria amphibia</i>	0,05	125	0,06
10.	<i>Potamogeton perfoliatus</i> – <i>Chara</i> sp.	12,5	185	13,125
11.	<i>Myriophyllum spicatum</i>	0,1	240	0,24
12.	<i>Myriophyllum spicatum</i> – <i>Potamogeton perfoliatus</i>	1,2	270	3,2
13.	<i>Elodea canadensis</i>	0,1	65	0,065
14.	<i>Chara</i> sp.	6,5	40	2,6
15.	<i>Chara</i> sp. – <i>Ceratophyllum demersum</i>	0,5	85	0,425
16.	<i>Nitella</i> sp.	0,1	55	0,055
	Всего:	30,5		57,77

Сравнение сведений об особенностях зарастания озера, полученных нами в 2013 г., с данными 1967 г. свидетельствует о том, что за истекшее время произошли изменения в растительном покрове озера. В водоеме несколько увеличилась площадь зарослей тростника, хотя обилие (2–3 балла) и степень проективного покрытия (15%) остались прежними. Произраставшие у северо-западного побережья фитоценозы рогоза узколистного (*Typha angustifolia* L.) полностью выпали из растительного покрова. Но появились, хотя и имеют ограниченное распространение в озере, кубышка желтая и рдест плавающий (рис. 3). Наиболее заросшим по сравнению с данными 1967 г. оказалось северное побережье. Здесь отмечены заросли урути колосистой. Анализ состояния популяции охраняемого вида – полушника озерного показал, что в озере сократилась площадь его зарослей. Обилие в фитоценозах с тростником снизилось с 4–5 до 2–3 бал-

лов. Нитчатые зеленые водоросли опутывают растения полушника, что приводит к его угнетению. Это может стать губительным для растений. Причины смены растительного покрова озера Белое как природные, так и антропогенные, связанные с хозяйственной деятельностью человека на прибрежной территории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блакітная кніга Беларусі: энцыклапедыя. – Мінск, 1994. – С. 128.
2. Катанская, В.М. Высшая водная растительность континентальных водоемов СССР. Методы изучения / В.М. Катанская. – Л., 1981. – 186 с.
3. Распопов, И.М. Высшая водная растительность больших озер Северо-Запада СССР / И.М. Распопов. – Л.: Наука, 1985. – 200 с.
4. Мартыненко, В.П. Флора и растительность озер северо-восточной части Белорусского Поозерья: дис. ... канд. биол. наук: 03.02.01 / В.П. Мартыненко. – Минск, 1971. – 221 с.
5. Винберг, Г.Г. Биологическая продуктивность озер разного типа / Г.Г. Винберг // Биопроductивность озер Белоруссии: сб. ст. / Г.Г. Винберг [и др.]; под ред. П.Г. Петровича. – Минск: Изд. БГУ, 1971. – С. 6–33.

Поступила в редакцию 30.09.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: leonardm@tut.by – Мерзвинский Л.М.

УДК 591.5:592

Водные беспозвоночные рек Случь и Локнея

М.Д. Мороз, Т.М. Лаенко

Государственное научно-производственное объединение «Научно-практический центр
Национальной академии наук Беларуси по биоресурсам»

В работе изучены водные беспозвоночные рек Случь и Локнея. Обнаружено 114 видов, относящихся к 3 типам беспозвоночных животных: Mollusca – 17, Annelida – 8 и Arthropoda – 89 видов.

Охраняемыми и редкими в Беларуси видами являются *Ametropus fragilis* Albarda, 1878, *Anax imperator* Leach, 1815, *Calopteryx splendens* (Harris, 1782), *Gomphus flavipes* (Charpentier, 1825), *Siphonoperla burmeisteri* (Pictet, 1841) и *Lepidostoma hirtum* (Fabricius, 1775). Охраняемыми и редкими видами являются *Dolomedes plantarius* (Clerck, 1758), *Synurella ambulans* (F. Müller, 1846), *Micronecta griseola* Horváth, 1899, *Hydrovatus cuspidatus* (Kunze, 1818), *Caenis robusta* Eaton, 1884, *Calopteryx splendens* (Harris, 1782), *Pyrrhosoma nymphula* (Sulzer, 1776), *Epitheca bimaculata* (Charpentier, 1825) и *Spercheus emarginatus* (Schaller, 1783). Сделан вывод о том, что фауна водных беспозвоночных относительно богата и представлена рядом редких для Беларуси и Европы видов.

Ключевые слова: водные беспозвоночные, биологическое разнообразие, охрана природы, реки Случь, Локнея.

Aquatic Invertebrates of the Rivers of Sluch and Loknea

M.D. Moroz, T.M. Laenko

State scientific and industrial association «Scientific and practical center for bioresources
of the National Academy of Sciences of Belarus»

The Sluch and Loknea Rivers have been studied. In total 114 species of the aquatic invertebrates were identified. The list includes 3 classes: Mollusca – 17, Annelida – 8 and Arthropoda – 89 species.

Protected and rare species in Belarus are *Ametropus fragilis* Albarda, 1878, *Anax imperator* Leach, 1815, *Calopteryx splendens* (Harris, 1782), *Gomphus flavipes* (Charpentier, 1825), *Siphonoperla burmeisteri* (Pictet, 1841) и *Lepidostoma hirtum* (Fabricius, 1775). Protected and rare species are *Dolomedes plantarius* (Clerck, 1758), *Synurella ambulans* (F. Müller, 1846), *Micronecta griseola* Horváth, 1899, *Hydrovatus cuspidatus* (Kunze, 1818), *Caenis robusta* Eaton, 1884, *Calopteryx splendens* (Harris, 1782), *Pyrrhosoma nymphula* (Sulzer, 1776), *Epitheca bimaculata* (Charpentier, 1825) и *Spercheus emarginatus* (Schaller, 1783). It is important from the viewpoint of nature conservation that the fauna of aquatic invertebrates is rich and represented by a number of species rare in Belarus and Europe.

Key words: aquatic invertebrates, biodiversity, conservation, rivers Sluch, Loknea.

Река Случь протекает по Слуцкому и Солигорскому районам Минской области и Житковичскому району Гомельской области, является левым притоком р. Припять (третьим по величине и водности). Длина реки составляет 197 км. Общий перепад отметок уровня воды в реке – 46,6 м, средний уклон водной поверхности – 0,24‰, средний взвешенный – 0,23‰. Коэффициент извилистости реки – 1,74 [1–2]. Случь начинается Вороническим мелиоративным каналом в 2 км северо-восточнее д. Кривая Гряда Слуцкого района Минской области. Основные притоки: правые – реки Локнея, Морочь; левый – р. Весейка. Речная сеть насчитывает более 800 водотоков длиной свыше 1 км, общей протяженностью 3 800 км, из них около 1 600 км приходится на осушительные каналы. Густота речной сети – около 0,5 км/км². Водосбор площадью 5 470 км² (по данным 1971 г. – 7 530 км²) треугольной

формы с вершиной в устье, асимметричный, более развит в верховье на правобережье; верхняя часть расположена на Центрально-Березинской равнине (частично на границе с Копыльской грядой), преобладающая часть среднего и нижнего течения – в границах Припятского Полесья.

Рельеф равнинный, северная часть платоподобная, южная – низинная, заболоченная территория, с участками дюнных песков. Средняя высота водосбора – 160 м, средний уклон – 8,34‰. Грунты преимущественно песчаные, с участками лессоподобных суглинков и супесей. Леса, занимающие 55% территории, преимущественно смешанные, с преобладанием хвойных пород, распространены в нижнем течении.

Заболоченность водосбора составляет около 45% (в том числе около 30% заболоченного леса). Болота приурочены к районам распространения основных лесных массивов, залегают в по-

нижениях и на водоразделах, где представляют собой обширные заросли заболоченного березняка и ольшаника. Пахотные земли составляют 25%. Озерность – менее 1%.

Долина реки в верхнем течении невыраженная, ниже – трапецеидальная, шириной от 0,5–1,5 км в верхнем до 1,5–2,5 км – в среднем и нижнем течении. В устье реки долина расширяется до 6 км и сливается с долиной Припяти. Склоны обрывистые, высотой 3–10 м, преимущественно песчаные и супесчаные. Пойма двусторонняя, изредка чередуется по берегам, в верховье шириной 100–400 м, ниже – от 1 до 1,2 км, в устье – до 4–5 км, преимущественно ровная, заболоченная, заросшая кустарниками, местами лесом, на отдельных участках пересечена старыми руслами. Русло в нижнем течении извилистое, свободно меандрирует, шириной 20–40 м.

Весеннее половодье, обычно проходящее одной волной, начинается в середине марта, заканчивается в начале мая. Средняя высота над меженным уровнем – от 1,8 в верховье до 2,4 м в нижнем течении. На период весеннего половодья приходится около 60% годового стока, на летне-осеннюю межень – 25%, зимнюю – 15%. Замерзает Случь в конце декабря, разрушение льда происходит в конце марта, наибольшая толщина льда – в феврале. Весенний ледоход в верховье длится до 8, в низовье – 3 дня. Среднегодовой расход воды в устье – 22,4 м³/с, наибольший расход около д. Ленин – 576 м³/с, наименьший – 2,16 м³/с.

Вода в реке чистая, прозрачная, желтоватого цвета. Минерализация и жесткость воды изменяются соответственно в пределах 68,7–317 мг/дм³ и 0,98–4,06 мг-экв/дм³, наибольшие значения бывают в меженные периоды.

Река Локня протекает в Слуцком и Копыльском районах и является правым притоком р. Случь. Она имеет длину 36 км, площадь водосбора 274 км² и среднегодовой расход воды в устье 1,2 м³/с.

Локня начинается на южной окраине д. Сунаи Копыльского района, а устье расположено в 3 км к югу от г. Слуцка. Река течет в пределах Слуцкой равнины, ее долина хорошо выражена, слабоизвилистая, преимущественно трапецеидальная, шириной 1,0–1,5 км. Русло канализовано и имеет ширину от 4 до 7 м [1–2].

Цель работы – оценка видового разнообразия фауны водных беспозвоночных, относящихся к бентосному и плейстонному комплексам рек Случь и Локня (Слуцкий район, Минская обл.). В настоящее время исследовались только

гидрохимические показатели и планктонные организмы этих рек [1].

Материал и методы. Сборы и наблюдения, послужившие материалом для выполнения данной работы, были проведены в мае 2013 г. на 4 створах:

I – р. Случь (в окр. д. Клепчаны), координаты: 52°59,881' С, 27°32,779' В;

II – р. Случь (в окр. д. Працевичи), координаты: 52°56,374' С, 27°34,631' В;

III – р. Случь (в окр. д. Погост), координаты: 52°50,672' С, 27°39,030' В;

IV – р. Локня (в окрестностях д. Великое Журово), координаты: 52°59,484' С, 27°30,434' В.

Взятие проб осуществлялось тралением зарослей макрофитов при помощи гидробиологического сачка стандартных размеров в прибрежной части рек (глубиной до 60–80 см).

Для получения репрезентативных результатов одна проба бралась на участке 10 м, что предоставляло возможность получить сопоставимые данные для каждого створа. Используемый метод позволил изучить обилие и достаточно обоснованно судить о видовом разнообразии и относительной численности бентосного и плейстонного комплексов рек Случь и Локня. Собранный материал далее фиксировался в 70% спирте, окончательная разборка и определение материала проводилось в лабораторных условиях.

Всего было собрано и изучено 2949 экземпляров водных беспозвоночных животных, относящихся к бентосному и плейстонному комплексам и находящихся на имагинальной и личиночной стадиях развития.

Результаты и их обсуждение. В реках Случь и Локня, к настоящему времени, было выявлено 114 видов водных беспозвоночных животных.

Выявленные гидробионты относятся к 3 типам беспозвоночных животных: Mollusca – 17 видов, Annelida – 8 и Arthropoda – 89 видов (табл.).

Учитывая данные исследований фауны водных беспозвоночных животных рек Березинского биосферного заповедника [3], реки Западная Двина [4], рек Гомельской области [5] и трансграничных водотоков между Беларусью и Украиной [6] можно сделать вывод о том, что изученный видовой состав водных беспозвоночных рек Случь и Локня относительно богат и имеет определенное природоохранное и научное значение.

Таблица

Фауна водных беспозвоночных, выявленных в реках Случь и Локня

№ п/п	Таксон, вид	Створы* (экз.)				Σ, (экз.)
		I	II	III	IV	
	Класс GASTROPODA					
	Отряд Architaenioglossa					
1.	<i>Viviparus viviparus</i> (Linnaeus, 1758)	22	4	37	18	81
	Отряд Neotaenioglossa					
2.	<i>Lithoglyphus naticoides</i> (Pfeiffer, 1828)	131	34	–	–	165
3.	<i>Bithynia tentaculata</i> (Linnaeus, 1758)	8	6	3	9	26
	Отряд Ectobranchia					
4.	<i>Valvata cristata</i> O.F. Müller, 1774	9	35	3	–	47
	Отряд Pulmonata					
5.	<i>Acroloxus lacustris</i> (Linnaeus, 1758)	1	1	2	–	4
6.	<i>Lymnaea stagnalis</i> (Linnaeus, 1758)	–	–	1	2	3
7.	<i>Stagnicola corvus</i> (Gmelin, 1791)	–	–	3	–	3
8.	<i>Radix ampla</i> (Hartmann, 1821)	–	–	–	1	1
9.	<i>Radix balthica</i> (Linnaeus, 1758)	–	4	1	–	5
10.	<i>Planorbis planorbis</i> (Linnaeus, 1758)	–	–	2	–	2
11.	<i>Anisus vortex</i> (Linnaeus, 1758)	5	15	4	6	30
12.	<i>Bathymorphus contortus</i> (Linnaeus, 1758)	–	6	–	–	6
13.	<i>Planorbarius corneus</i> (Linnaeus, 1758)	–	3	–	–	3
14.	<i>Gyraulus albus</i> (O.F. Müller, 1774)	–	–	3	–	3
15.	<i>Gyraulus crista</i> (Linnaeus, 1758)	2	–	–	–	2
	Класс BIVALVIA					
	Отряд Veneroidea					
16.	<i>Pisidium subtruncatum</i> Malm, 1855	–	–	–	4	4
17.	<i>Sphaerium corneum</i> (Linnaeus, 1758)	–	–	1	–	1
	ТИП ANNELIDA					
	Класс OLIGOCHAETA					
18.	<i>Stylaria lacustris</i> (Linnaeus, 1767)	12	99	229	–	340
19.	<i>Eiseniella tetraedra</i> (Savigny, 1826)	–	2	–	4	6
20.	<i>Oligochaeta gen. sp.</i>	2	3	–	29	34
	Класс HIRUDINEA					
	Отряд Rhynchobdellida					
21.	<i>Alboglossiphonia heteroclita</i> (Linnaeus, 1761)	–	–	2	–	2
22.	<i>Helobdella stagnalis</i> (Linnaeus, 1758)	–	1	–	–	1
23.	<i>Hemiclepsis marginata</i> (O.F. Müller, 1774)	–	–	1	–	1
	Отряд Arhynchobdellida					
24.	<i>Haemaphysalis sanguisuga</i> (Linnaeus, 1758)	–	2	–	1	3
25.	<i>Piscicola geometra</i> (Linnaeus, 1761)	1	–	–	–	1
	ТИП ARTHROPODA					
	Класс CRUSTACEA					
26.	<i>Asellus aquaticus</i> Linnaeus, 1758	42	76	82	38	238
27.	<i>Gammarus varsoviensis</i> Jazdzewski, 1975	12	3	16	7	38
28.	<i>Synurella ambulans</i> (F. Müller, 1846)	–	–	–	1	1
29.	<i>Argulus foliaceus</i> Linnaeus, 1758	–	–	3	–	3
	Класс ARACHNIDA					
30.	<i>Hydracarina gen. sp.</i>	21	19	39	32	111
31.	<i>Aranei gen. sp.</i>	22	9	12	8	51
32.	<i>Dolomedes sp.</i>	–	–	–	1	1
33.	<i>Dolomedes plantarius</i> (Clerck, 1758)	–	1	–	–	1

	Класс INSECTA					
	Отряд Collembola					
34.	<i>Podura aquatica</i> (Linnaeus, 1758)	102	96	87	3	288
35.	<i>Isotoma viridis</i> Bourlet, 1839	–	6	4	1	11
36.	<i>Deuterosminthurus novemlineatus</i> (Tullberg, 1929)	15	53	–	–	68
37.	<i>Sminthurides aquaticus</i> (Bourlet, 1843)	–	–	–	1	1
38.	<i>Lepidocyrtus</i> sp.	4	–	–	–	4
	Отряд Ephemeroptera					
39.	<i>Baetis rhodani</i> (Pictet, 1845)	9	–	–	4	13
40.	<i>Cloeon simile</i> Eaton, 1870	1	1	173	1	176
41.	<i>Procloeon bifidum</i> Bengtsson, 1912	3	1	–	67	71
42.	<i>Caenis horaria</i> Linnaeus, 1758	1	1	5	56	63
43.	<i>Caenis robusta</i> Eaton, 1884	12	6	41	1	60
44.	<i>Ephemera danica</i> Müller, 1764	–	–	–	1	1
45.	<i>Ephemera vulgata</i> Linnaeus, 1758	–	1	–	–	1
	Отряд Trichoptera					
46.	<i>Neureclipsis bimaculata</i> (Linnaeus, 1761)	–	–	–	1	1
47.	<i>Limnephilus flavicornis</i> (Fabricius, 1787)	1	–	–	–	1
48.	<i>Limnephilus nigriceps</i> (Zetterstedt, 1840)	2	1	–	–	3
49.	<i>Limnephilus rhombicus</i> (Linnaeus, 1758)	–	2	1	6	9
50.	<i>Anabolia</i> sp.	–	–	–	9	9
51.	<i>Athripsodes aterrimus</i> (Stephens, 1836)	–	–	1	1	2
52.	<i>Mystacides longicornis</i> (Linnaeus, 1758)	–	–	–	3	3
53.	<i>Leptocerus tineiformis</i> Curtis, 1834	–	–	2	–	2
54.	<i>Triaenodes bicolor</i> (Curtis, 1834)	2	–	–	–	2
55.	<i>Hydroptila</i> sp.	1	–	–	–	1
56.	<i>Oxyethira</i> sp.	1	–	–	–	1
	Отряд Megaloptera					
57.	<i>Sialis</i> sp.	1	1	–	1	3
	Отряд Odonata					
58.	<i>Calopteryx splendens</i> (Harris, 1782)	–	–	–	1	1
59.	<i>Lestes sponsa</i> (Hansemann, 1823)	–	–	2	–	2
60.	<i>Coenagrion puella</i> (Linnaeus, 1758)	2	–	1	1	4
61.	<i>Coenagrion pulchellum</i> (Vanderlinden, 1825)	–	1	–	–	1
62.	<i>Enallagma cyathigerum</i> (Charpentier, 1840)	–	–	1	–	1
63.	<i>Ischnura elegans</i> (Vanderlinden, 1823)	–	1	10	–	11
64.	<i>Erythromma najas</i> (Hansemann, 1823)	–	–	4	–	4
65.	<i>Platycnemis pennipes</i> (Pallas, 1771)	5	–	–	2	7
66.	<i>Aeschna grandis</i> (Linnaeus, 1758)	–	–	–	1	1
67.	<i>Aeschna</i> sp.	–	–	–	31	31
68.	<i>Libellula fulva</i> Müller, 1764	1	–	–	–	1
69.	<i>Epithea bimaculata</i> (Charpentier, 1825)	–	–	–	1	1
70.	<i>Sympetrum pedemontanum</i> (Allioni, 1766)	4	3	9	–	16
	Отряд Heteroptera					
71.	<i>Ilyocoris cimicoides</i> (Linnaeus, 1758)	3	4	3	1	11
72.	<i>Plea minutissima</i> Leach, 1817	14	1	79	1	95
73.	<i>Notonecta</i> sp.	–	–	29	–	29
74.	<i>Micronecta griseola</i> Horváth, 1899	4	–	–	1	5
75.	<i>Sigara</i> sp.	–	1	1	–	2
76.	<i>Aquarius paludum</i> (Fabricius, 1794)	–	1	–	–	1
77.	<i>Gerris argentatus</i> Schummel, 1832	–	1	–	–	1

Окончание табл.

78.	<i>Gerris lacustris</i> (Linnaeus, 1758)	–	–	–	2	2
79.	<i>Gerris</i> sp.	4	13	11	–	28
80.	<i>Hydrometra gracilentia</i> Horváth, 1899	4	–	–	–	4
81.	<i>Mesovelia furcata</i> Mulsant et Rey, 1852	2	6	17	–	25
82.	<i>Microvelia reticulata</i> (Burmeister, 1835)	2	13	1	1	17
Отряд Coleoptera						
83.	<i>Haliphus fulvicollis</i> Erichson, 1837	3	–	–	3	6
84.	<i>Haliphus ruficollis</i> (De Geer, 1774)	–	–	3	2	5
85.	<i>Noterus clavicornis</i> (De Geer, 1774)	–	–	2	–	2
86.	<i>Noterus crassicornis</i> (Müller, 1776)	–	–	1	–	1
87.	<i>Hydrovatus cuspidatus</i> (Kunze, 1818)	–	–	2	–	2
88.	<i>Hyphydrus ovatus</i> (Linnaeus, 1761)	1	–	–	1	2
89.	<i>Hygrotus versicolor</i> (Schaller, 1783)	1	–	–	–	1
90.	<i>Hydroporus angustatus</i> Sturm, 1835	1	–	–	–	1
91.	<i>Graptodytes pictus</i> (Fabricius, 1787)	–	1	–	2	3
92.	<i>Laccophilus hyalinus</i> (De Geer, 1774)	8	6	–	16	30
93.	<i>Graphoderes austriacus</i> (Sturm, 1834)	–	1	–	–	1
94.	<i>Dytiscidae</i> gen. sp.	46	13	–	–	59
95.	<i>Helophorus minutus</i> Fabricius, 1775	2	–	–	1	3
96.	<i>Hydrochus ignicollis</i> Motschulsky, 1860	–	–	1	–	1
97.	<i>Spercheus emarginatus</i> (Schaller, 1783)	1	15	5	1	22
98.	<i>Cercyon</i> sp.	–	1	1	–	2
99.	<i>Laccobius</i> sp.	–	–	7	–	7
100.	<i>Cryptopleurum minutum</i> (Fabricius, 1775)	1	–	–	–	1
101.	<i>Anacaena lutescens</i> Stephens, 1829	–	–	–	5	5
102.	<i>Hydrophilidae</i> gen. sp.	5	21	–	–	26
103.	<i>Hydraena palustris</i> Erichson, 1837	–	–	1	–	1
104.	<i>Limnebius atomus</i> (Duftschmid, 1805)	2	–	–	–	2
105.	<i>Elodes</i> sp.	15	18	31	7	71
106.	<i>Donacia</i> sp.	1	–	–	1	2
Отряд Lepidoptera						
107.	<i>Cataclysta lemnata</i> (Linnaeus, 1758)	–	3	–	2	5
108.	<i>Nymphula stagnata</i> (Donovan, 1806)	–	–	1	–	1
Отряд Diptera						
109.	<i>Chironomidae</i> gen. sp.	27	81	129	82	319
110.	<i>Stratiomyidae</i> gen. sp.	4	16	4	6	30
111.	<i>Psychodidae</i> gen. sp.	–	–	1	–	1
112.	<i>Limoniidae</i> gen. sp.	4	1	–	1	6
113.	<i>Culicidae</i> gen. sp.	–	–	6	–	6
114.	<i>Tabanidae</i> gen. sp.	9	3	–	–	12
Всего видов		56	54	55	55	114
Всего экземпляров		621	715	1121	490	2949

Примечание: * – координаты створов указаны в тексте.

Более 70% фауны выявленных водных беспозвоночных, обитающих в изученных реках, составляют имаго и личинки насекомые (поленки, ручейники, большекрылки, полужесткокрылые, жесткокрылые, чешуекрылые и двукрылые), что в целом для речных экосистем Беларуси является обычным явлением. Эти таксономические груп-

пы водных беспозвоночных доминировали также и по численности – 58,7% от всех выявленных животных.

Второй по численности таксономической группой являются моллюски. На исследованных створах идентифицировано 17 видов моллюсков (15 видов Gastropoda и 2 вида Bivalvia). Наиболее

многочисленными оказались виды *Lithoglyphus naticoides* (Pfeiffer, 1828) (74% по числу собранных экземпляров моллюсков; 2 модельных створа), *Viviparus viviparus* (Linnaeus, 1758) (12% экземпляров; 4 створа). Необходимо отметить, что моллюск *Lithoglyphus naticoides* является представителем понто-кастийского комплекса и в Беларуси относится к видам вселенцам.

Важной природоохранной особенностью изученных комплексов рек Случь и Локня является обитание там ряда малоизученных, редких или охраняемых видов водных беспозвоночных животных в Беларуси и в некоторых странах Европы.

Охраняемым видом в Беларуси является большой сплавной паук *Dolomedes plantarius* (Clerck, 1758), имеет категорию охраны VU [7]. Этот вид также включен в Красный список МСОП (VU, ver. 2.3) и в Красные списки многих стран Европы. Этот вид ограничен в своем распространении Европой. В Беларуси известны единичные находки в Березинском биосферном заповеднике и Национальном парке «Припятский». Достоверные данные об изменении численности отсутствуют. Основными факторами угроз является нарушение естественных мест обитания. Материал: р. Случь (д. Працевичи) – 1 ♀ (22.05.2013).

Ракообразное *Synurella ambulans* (F. Müller, 1846) включено в Приложение к Красной книге Беларуси (2004) как вид требующий дополнительного внимания и имеющий категорию DD. *Synurella ambulans* (сем. Gammaridae) является древне пресноводным видом североамериканского происхождения. Ледниковую эпоху этот вид, в отличие от большинства других ракообразных, пережил благодаря проникновению в подземные воды. В Евразии все виды рода *Synurella* не заходят выше 55° северной широты [8]. В Беларуси этот вид, очевидно, приближается к северной границе своего ареала. Материал: р. Локня (д. Великое Журово) – 1 ювенильная особь (22.05.2013).

Редкими, найденными в единичных местобитаниях в Беларуси являются водное полужесткокрылое *Micronecta griseola* Horváth, 1899 и водное жесткокрылое *Hydrovatus cuspidatus* (Kunze, 1818).

Micronecta griseola (сем. Corixidae) ранее единично встречалась в некоторых водоемах Березинского биосферного заповедника [9]. Материал: р. Случь (д. Погост) – 2 ♂ (22.05.2013).

Hydrovatus cuspidatus (сем. Dytiscidae) ранее был отмечен только в Ореховском канале [6]. Этот вид имеет палеарктический ареал, в Европе

редок, в Средиземноморском регионе встречается чаще, распространен в степной и лесостепной зоне России и Украины, Закавказье, Средней Азии. Личинки и имаго способны обитать в солоноватой воде [10–11]. Материал: р. Случь (д. Погост) – 2 ♀ (22.05.2013).

Охраняемыми видами в некоторых странах Европы являются – *Caenis robusta* Eaton, 1884, *Calopteryx splendens* (Harris, 1782), *Pyrrhosoma nymphula* (Sulzer, 1776), *Epitheca bimaculata* (Charpentier, 1825), *Spercheus emarginatus* (Schaller, 1783).

Поденка *Caenis robusta* Eaton, 1884 включена в Красный список Польши, категория охраны LC [12]. Стрекоза *Calopteryx splendens* (Harris, 1782) охраняется в Челябинской и Ростовской областях России (категория охраны III), а также в Украине (категория охраны III). Стрекоза *Pyrrhosoma nymphula* (Sulzer, 1776) охраняется в Латвии (категория охраны 4) и входит в Красный список Ирландии. Стрекоза *Epitheca bimaculata* (Charpentier, 1825) включена в Красный список Латвии, категория охраны III. *Spercheus emarginatus* (Schaller, 1783) охраняется в Польше, категория охраны CR [12].

Оценивая в целом экологическую приуроченность выявленных водных беспозвоночных животных, относящихся к бентосному и плейстонному комплексу, следует отметить, что подавляющее их большинство принадлежит к эвритопным гидробионтам или предпочитающим старично-болотные экосистемы, обильно зарастающие водной растительностью. Такая ситуация, очевидно, отчасти объясняется тем, что заболоченность водосбора данной территории составляет около 45% и, следовательно, данные водоемы генетически связаны в своем происхождении и существовании с болотами.

Полученные результаты также свидетельствуют о том, что изученные комплексы водных беспозвоночных рек Случь и Локня имеют важное научное и природоохранное значение не только для Беларуси, но и Европы.

Заключение. На основании результатов исследований можно сделать вывод о том, что фауна бентосных и плейстонных беспозвоночных рек Случь и Локня относительно богата.

Здесь обнаружено 114 видов, относящихся к 3 типам беспозвоночных животных: Mollusca – 17, Annelida – 8 и Arthropoda – 89 видов.

Более 70% фауны выявленных водных беспозвоночных составляют водные насекомые (поденки, ручейники, большекрылки, полужесткокрылые, жесткокрылые, чешуекрылые и двукрылые), находящиеся на имагональной стадии, и их

личинки. Эти же таксономические группы беспозвоночных доминируют также и по численности – 58,7% от всех выявленных животных.

Важной природоохранной особенностью изученных комплексов рек Случь и Локня является обитание там ряда малоизученных, редких или охраняемых видов водных беспозвоночных животных в Беларуси и некоторых странах Европы.

Охраняемым видом в Беларуси является большой сплавной паук *Dolomedes plantarius* (Clerck, 1758), требующим внимания – ракообразное *Synurella ambulans* (F. Müller, 1846).

Редкими, найденными ранее в единичных местах в Беларуси являются водное полужесткокрылое *Micronecta griseola* Horváth, 1899 и плавунок *Hydrovatus cuspidatus* (Kunze, 1818).

Охраняемые виды в некоторых странах Европы – *Caenis robusta* Eaton, 1884, *Calopteryx splendens* (Harris, 1782), *Pyrrhosoma nymphula* (Sulzer, 1776), *Epitheca bimaculata* (Charpentier, 1825) и *Spercheus emarginatus* (Schaller, 1783).

Моллюск *Lithoglyphus naticoides* является представителем понто-каспийского комплекса и в Беларуси относится к видам вселенцам.

Большинство из выявленных видов водных беспозвоночных в реках Случь и Локня являются эвритопными элементами или обитателями болотно-старичных экосистем с обильной водной растительностью.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что изученный речной комплекс обладает

научной ценностью и имеет определенное природоохранное значение для Беларуси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарубов, А.И. Водотоки Слуцкого района и их экологическое состояние / А.И. Зарубов, Е.А. Барисевич // Весн. Беларус. дзярж. ун-та. Сер. 2. – 2009. – № 2. – С. 67–70.
2. Блакітная кніга Беларусі. – Минск: БелЭн, 1994. – 415 с.
3. Мороз, М.Д. Водные насекомые (Insecta: Collembola, Ephemeroptera, Odonata, Trichoptera) рек Березинского биосферного заповедника / М.Д. Мороз, С. Чахоровски, К. Левандовски, П. Бучынски // Энтомологическое обозрение. – 2006. – Т. 85, № 4. – С. 749–757.
4. Мороз, М.Д. Водные насекомые реки Западная Двина / М.Д. Мороз // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2012. – № 6(72). – С. 51–56.
5. Мороз, М.Д. Водные насекомые (Insecta) рек Гомельской области / М.Д. Мороз, В.П. Семенченко, В.И. Разлуцкий // Весці НАН Беларусі. Сер. біял. навук. – 2013. – № 2. – С. 91–97.
6. Мороз, М.Д. Водные насекомые трансграничных водотоков между Белоруссией и Украиной / М.Д. Мороз // Энтомологическое обозрение. – 2013. – Т. 92, № 2. – С. 285–300.
7. Красная книга Республики Беларусь. – Минск: БелЭн, 2004. – 320 с.
8. Дедю, И.И. Амфиоподы пресных и солоноватых вод юго-запада СССР / И.И. Дедю. – Кишинев: «Штиинца», 1980. – 224 с.
9. Лукашук, А.О. Водные полужесткокрылые Беларуси / А.О. Лукашук, М.Д. Мороз // Фауна, вопросы экологии, морфологии и эволюции амфибиотических и водных насекомых России: докл. III Всероссийск. симпозиума по амфибиотическим и водным насекомым и клещам. – Воронеж, 2007. – С. 171–177.
10. Зайцев, Ф.А. Плавунцовые и вертячки / Ф.А. Зайцев // Фауна СССР. Насекомые жесткокрылые. – 1952. – Т. 4, № 58. – М.–Л.: АН СССР. – 377 с.
11. Кирейчук, А.Г. Семейство *Dytiscidae* (имаго, куколки) / А.Г. Кирейчук // Определитель пресноводных беспозвоночных России. – СПб., 2001. – Т. 5. – С. 130–227.
12. Głowaciński, Z. Czerwona lista zwierząt ginących i zagrożonych w Polsce / Z. Głowaciński. – Kraków: Instytut Ochrony Przyrody PAN, 2002. – 155 s.

Поступила в редакцию 12.07.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: mdmoroz@bk.ru – Мороз М.Д.



УДК 378.147.88-057.875

Развитие креативности в студенческом возрасте

Т.Е. Косаревская, В.И. Турковский, М.Е. Шмуракова

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Представленное исследование посвящено проблеме развития креативности студентов в процессе обучения в вузе. Актуальность его обусловлена значимостью проблемы для современной психологической науки и недостаточной ее разработанностью, особенно в области высшего профессионального образования. Креативность рассматривается как сложное многоуровневое психическое образование, которое функционирует как система.

В статье представлены промежуточные результаты комплексного психолого-педагогического исследования условий и факторов развития креативности в студенческом возрасте. Представленные данные позволяют оценить динамику развития креативности в зависимости от года обучения в вузе и пола студентов. Это необходимо для разработки модели креативной образовательной среды вуза, способствующей более полной активизации творческого потенциала, реализации потребности личности студентов в самопознании и творчестве.

Ключевые слова: креативность, психологическая структура креативности, развитие креативности в образовательной среде, студенческий возраст.

Development of Student Creativity

T.E. Kosarevskaya, V.I. Turkovsky, M.E. Shmurakova

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

The research paper centers round the issue of the development of student creativity in the process of university training. Its topicality is conditioned by the significance of the issue of the development of creativity for contemporary psychological science and its insufficient development especially in the field of higher professional education. Creativity is considered as a complicated multilevel psychic structure which functions as a system.

Intermediate findings of a complex psychological and pedagogical study of conditions and factors of student creativity development are presented in the article. The presented data make it possible to evaluate the dynamics of creativity development in relation to the year of university training and the student's sex. It is necessary for the development of the model of creative education environment of the university, which would contribute to a more wholesome activation of creative potential, implementation of the personality of student need in self cognition and creativity.

Key words: creativity, psychological structure of creativity, development of creativity in education environment, student age.

В современных социально-экономических условиях требования к уровню подготовки кадров возрастают с каждым годом. От специалиста требуется постоянное саморазвитие как в профессиональном, так и личностном планах. Специалист должен уже не просто воспроизводить ранее освоенные образцы и способы действий, но и уметь разрабатывать новые. Креативность стала залогом успешной и конкурентоспособной деятельности. В связи с этим в последние годы возрос интерес исследователей к проблеме творческого потенциала специалиста и формированию креативности в студенческом возрасте. Наиболее актуальными вопросами являются выявление креативного по-

тенциала и постоянное психолого-педагогическое сопровождение креативных детей и молодежи на всех уровнях образовательной системы.

В посвященных этой проблеме исследованиях показано, что креативность служит ресурсом в плане самореализации личности [1], выступает мощным стимулятором личностного роста человека в коммуникативной и профессиональной сфере [2], способствует улучшению общего самочувствия, активизации адаптационных резервов личности, более отчетливому проектированию стратегии жизненного самоопределения, эффективной социализации личности в коллективе, развитию мышления и воображения [3].

Большинством авторов отмечается, что единой и стройной теории креативности до сих пор не существует, как и не существует одинакового ее определения и всеми признанных методик, диагностирующих данную способность. В самом общем виде креативность понимается как общая способность к творчеству. Ее понимают и как специфическую способность, обусловленную наличием и сочетанием различных личностных качеств; и как общую способность по преобразованию прежнего опыта; и как интегральное качество личности, объединяющее когнитивную и личностную сферы; и как специфическую форму психической активности, сложное и многомерное явление, обладающее собственной структурой. Также креативность отождествляется с максимальным уровнем развития умственных (интеллектуальных) способностей. Т.А. Барышева показала, что психологическая структура креативности включает систему креативных параметров и в индивидуальных вариантах представляет собой своеобразное и уникальное сочетание мотивационных, аффективных, интеллектуальных, эстетических, экзистенциальных, коммуникативных параметров, а также компетентность [4].

Согласно К.В. Тейлору, креативность рассматривается с точки зрения четырех аспектов: **креативный процесс** как способность проявлять чувствительность к проблемам, дефициту знаний, их дисгармонии, несообразности; фиксация этих проблем (П. Торренс); как способность получать ценные результаты нестандартным способом (Х. Гейвин); **креативный продукт**; **креативная личность**; **креативная среда** – сфера, структура, социальный контекст, формирующие требования к продукту творчества [5].

Большинство авторов, исследующих проблему креативности, отмечают, что она зависит от определенных социальных условий, эффективно и максимально полно актуализируясь лишь в способствующем тому микроокружении, в котором имеется нерегламентированная свобода, присутствует образец творческого поведения, обеспечивается социальное подкрепление, и период студенчества является наиболее благоприятным для ее раскрытия и формирования. В этот период происходят осознанное социальное и жизненное взросление, самопознание и самодетерминация, определение духовных ориентиров и профессиональных перспектив, а в целом – это этап формирования отчетливой жизненной стратегии [1; 4; 6–9].

На наш взгляд, образовательная среда является системообразующим фактором развития креативности в студенческом возрасте. По мнению И.А. Бaeвой, образовательная среда является психолого-педагогической реальностью, содержащей специально организованные условия для формирования личности, а также возможности для развития, включенные в социальное пространственно-предметное окружение, при этом ее психологической сущностью является совокупность деятельностно-коммуникативных актов и взаимоотношений участников учебно-воспитательного процесса [10].

Цель исследования – изучение креативности студентов в учебной деятельности для разработки программы ее целенаправленного развития в образовательной среде вуза.

Материал и методы. Для решения поставленных задач был использован опросник креативности Джонсона (в модификации Е.Е. Туник) [11]. Математико-статистическая обработка результатов работы производилась с помощью пакета программ по статистической обработке данных Statistica for Windows. Анализ данных по математическим критериям считался достоверным при уровне значимости не выше 5% ($p \leq 0,05$), однако анализировались данные и на уровне тенденции ($0,05 \leq p \leq 0,08$).

Для определения уровня креативности был использован экспресс-метод Джонсона – опросник, состоящий из восьми характеристик творческого мышления и поведения, разработанный специально для идентификации проявлений креативности, доступных внешнему наблюдению. По Джонсону, креативность проявляется как неожиданный продуктивный акт, совершенный исполнителем спонтанно в определенной обстановке социального взаимодействия. При этом исполнитель опирается на собственные знания и возможности. Опросник креативности (ОК) фокусирует внимание на тех элементах, которые связаны с творческим самовыражением. Каждое утверждение опросника оценивается по шкале, содержащей пять градаций. Общая оценка креативности является суммой баллов по восьми пунктам (минимальная оценка – 8, максимальная оценка – 40 баллов) и предполагает выделение пяти уровней креативности (очень низкий, низкий, средний, высокий и очень высокий). Данный опросник был использован для проведения самооценки креативности студентов.

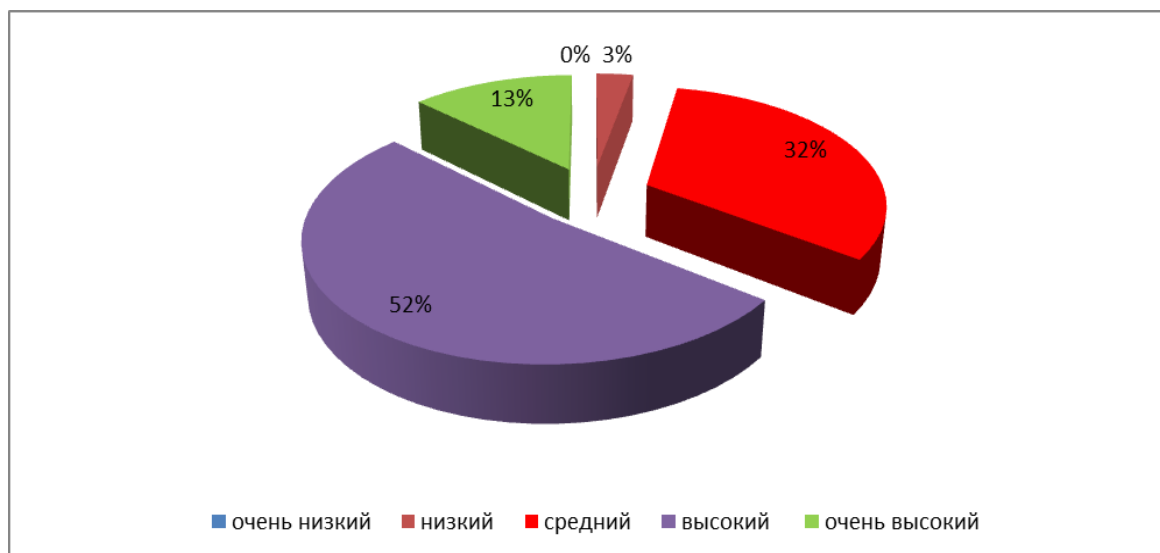


Рис. Распределение студентов по группам в соответствии с уровнем креативности.

Таблица 1

Средние показатели креативности у студентов первого курса разных факультетов

Факультет	Педагогический	Исторический	Факультет белорусской филологии и культуры	Математический факультет
Средние показатели креативности	28,13	27,75	27,21	28,41

В пилотажном исследовании приняли участие 170 студентов педагогического, исторического, математического, художественно-графического факультетов, факультета белорусской филологии и культуры: 104 студента первого курса, 14 студентов второго и 52 студента третьего курса. Среди испытуемых 140 студенток (82,4%), 30 студентов (18,6%).

Результаты и их обсуждение. В результате проведенного исследования были выделены четыре группы студентов по уровню развития креативности: студенты с низким уровнем креативности (3% студентов принявших участие в исследовании), студенты со средним уровнем креативности (32%), студенты с высоким уровнем креативности (52%) и студенты с очень высоким уровнем креативности (13%). Очень низкий уровень креативности у студентов, принявших участие в данном исследовании, не был выявлен. Данные распределения студентов по группам в соответствии с уровнем креативности представлены на рис.

Как видно из проведенного исследования, у большинства студентов диагностируются высокий и очень высокий уровни креативности.

При этом статистически значимых различий в уровне развития креативности у студентов первого курса в зависимости от факультета не было выявлено ($F=0,26$; $p \geq 0,8$). Средние показатели креативности у студентов первого курса разных факультетов представлены в табл. 1.

Высокие показатели креативности у студентов первого курса не являются случайными. Согласно В.Н. Дружинину, возраст от 13 до 20 лет – это период формирования «специализированной» креативности, понимаемой как способность к творчеству, связанная с определенной сферой человеческой деятельности, как ее «обратная сторона», дополнение и альтернатива [7]. Учитывая нестабильность и динамический характер показателей креативности во времени, важным в этот период является задача не только не потерять творческую установку первокурсников, но и содействовать максимальному развитию творческого потенциала студентов. Учитывая, что развитию креативности способствуют не только продуктивный процесс, но и высокая мотивация достижений, специфичность получаемой студентом информации, в учебном процессе должны

быть активно использованы различные пути сопровождения творческой личности.

В.Н. Дружинин отмечал, что, несмотря на данную от природы способность к творческой деятельности, только целенаправленное обучение дает возможность обеспечить высокий уровень развития заложенных творческих способностей [7]. Все современные подходы формирования и поддержания творческого потенциала личности предлагают условно разделить на две группы: 1) развитие креативности через создание специальных условий в разных видах деятельности; 2) целенаправленное развитие творческих способностей с помощью активных методов обучения.

В нашем вузе активно используются оба направления: проводится обучение творчеству через введение дополнительных курсов, способствующих изучению специфики и закономерностей творческих процессов, приемов активизации творческих способностей, освоению технологий и методов решения нестандартных задач в профессиональной области, а также специальных компьютерных программ для генерации новых идей; студенты привлекаются к научно-исследовательской работе; создаются новые информационно-образовательные среды; используются элементы таких активных социально-психологических методов, как психотехника, рефлепрактика, психодрама, психотренинг, игротехника и др.

Как результат постоянно проводимой работы показатели креативности статистически значимо меняются в зависимости от года обучения ($F=3,36$; $p \geq 0,037$). Если у студентов первого и второго курсов средние показатели значимо не

отличаются, то у студентов третьего курса средние показатели креативности значимо выше. Средние показатели креативности у студентов в зависимости от года обучения в вузе представлены в табл. 2.

Следует отметить, что в зависимости от года обучения в вузе меняется распределение студентов по уровням развития креативности. Уменьшается количество студентов, относящихся к низкому и среднему уровням развития креативности. Уровневые показатели креативности у студентов в зависимости от года обучения в вузе представлены в табл. 3.

Учитывая, что креативность рассматривается как сложное многоуровневое, многомерное психическое образование и функционирует как система, где взаимодействуют инвариантные (системообразующие), не зависящие от различных факторов, вариативные (вероятностные) и относительно автономные (производные) креативные параметры [4], на наш взгляд, требуется дальнейшее исследование, позволяющее оценить динамику развития компонентов креативности в зависимости от года обучения в вузе. Это позволит разработать модель креативной образовательной среды вуза, способствующей более полной активизации творческого потенциала, реализации потребности личности в самопознании и творчестве.

Наше исследование также показало, что показатели креативности у студентов первого курса отличаются в зависимости от пола ($F=3,36$; $p \geq 0,037$). Уровневые показатели креативности студентов первого курса в зависимости от пола представлены в табл. 4.

Таблица 2

Средние показатели креативности у студентов в зависимости от года обучения в вузе

Курс	I	II	III
Средние показатели креативности	27,95	27,43	29,75

Таблица 3

Уровень креативности у студентов в зависимости от года обучения в вузе (%)

Количество студентов	Уровни креативности				
	Очень низкий	Низкий	Средний	Высокий	Очень высокий
I курс	0	2,9	37,5	50,9	8,7
II курс	0	7,1	35,7	28,6	28,6
III курс	0	1,9	21,2	59,6	17,3

Таблица 4

Показатели креативности у студентов первого курса в зависимости от пола (%)

Уровень креативности	Испытуемые		
	Студентки	Студенты	Всего
Очень высокий	6	18	9
Высокий	51	50	51
Нормальный, средний	42	23	37
Низкий	1	9	3
Очень низкий	0	0	0

Таблица 5

Средние показатели креативности у студентов и студенток в зависимости от года обучения в вузе

Курс	Студенты	Студентки	F	p
I курс	29,40	27,561	3,51	0,064
II курс	21,0	28,778	3,35	0,092
III курс	29,66	29,84	0,00	0,96

Следует отметить, что под влиянием обучения различия в показателях креативности у студентов в зависимости от пола постепенно сглаживаются. Средние показатели креативности у студентов и студенток в зависимости от года обучения в вузе представлены в табл. 5.

Наряду со сглаживанием гендерных различий в креативности в процессе обучения в вузе постепенно начинают проявляться различия в показателях в зависимости от факультета, что указывает на определяющее влияние профиля обучения на формирование творческих способностей в студенческом возрасте.

Заключение. Теоретический анализ изучения заявленной проблемы в отечественной и зарубежной психологии показал, что в науке не сложилось однозначного понимания природы креативности, терминологической определенности. Так, понятие «креативность» содержательно пересекается с понятиями «одаренность» и «творчество». Существующие подходы к проблеме креативности, как правило, отражают отдельные стороны исследуемого феномена и, в основном, не противоречат друг другу. Выявлена тенденция создания интегративных теорий, в которых креативность рассматривается с позиций гуманистической психологии, личностного подхода. В ходе исследования был обоснован подход к креативности как сложному интегративному качеству психики, многомерному психологическому феномену, проявления которого фиксируются на поведенческом и личностном уровнях.

Проведенный анализ психолого-педагогических исследований креативности показал, что учебная деятельность способствует развитию креативности студентов, так как в ней возможна интеграция внутренних и внешних факторов, позитивно влияющих на актуализацию креативности: внутренней мотивации, информационно-обогащенной среды, возможностей развития эмоционально-образной сферы, воображения, мышления, специальных способностей, а также собственной творческой активности.

Креативность формируется и развивается под влиянием факторов внешней среды, в том числе и под влиянием целенаправленного обучения, которые определяют возможность самореализации личности в конкретной деятельности.

В области развития и внедрения в практику высшей школы креативного образования сделано многое, но остается ряд серьезных проблем, на которые указывают почти все исследователи. Креативное образование должно быть непрерывным (оно не может сводиться только к одному или нескольким курсам по обучению творчеству), более того, должна быть создана креативная образовательная среда, которая выступает как средство развития личности обучающихся или как генеральный фактор продуктивного образования. Поэтому столь актуальны поиск и определение параметров среды, значимых для развития креативности, создание условий развертывания персонального пространства личности, в котором она интегрирована как творческая индивидуальность.

ЛІТЕРАТУРА

1. Коломиец, Е.Ф. Креативность как фактор выбора стратегии самореализации личности: автореф. ... дис. канд. психол. наук: 19.00.01 / Е.Ф. Коломиец; С.-Петерб. гос. ун-т. – Санкт-Петербург, 2010. – 29 с.
2. Соловьева, О.В. Креативность в структуре педагогического мышления будущих преподавателей высшей школы / О.В. Соловьева, Л.А. Халилова // Прикладная психология и психоанализ: электрон. науч. журн. [Электронный ресурс]. – 2010. – № 2. – Режим доступа: <http://ppir.idnk.ru>. – Дата доступа: 13.02.2013.
3. Иванченко, А.А. Проблема креативности в отечественной психологии / А.А. Иванченко // Проблеми сучасної психології: зб. наук. праць КПНУ імені Івана Огієнка, Інституту психології ім. Г.С. Костюка НАПН України, 2012. – Вип. 16. – С. 398–411.
4. Барышева, Т.А. Психологическая структура и развитие креативности у взрослых: автореф. ... дис. д-ра психол. наук: 19.00.13 / Т.А. Барышева; С.-Петерб. гос. ун-т. – СПб., 2005. – 38 с.
5. Taylor, C.W. Various approaches to and definitions of creativity / R. Sternberg, T. Tardif (eds.). The nature of creativity. – Cambridge: Cambridge University Press, 1988. – P. 99–126.
6. Ильин, Е.П. Психология творчества, креативности, одаренности / Е.П. Ильин. – СПб.: Питер: Лидер, 2009. – 444 с.
7. Психология общих способностей / В.Н. Дружинин. – СПб.: Питер: Питер Пресс, 2008. – 358 с.
8. Щербакова, Е.Е. Формирование педагогической креативности студентов вуза в условиях профессиональной подготовки: автореф. ... дис. канд. психол. наук: 19.00.07 / Е.Е. Щербакова; Нижегород. гос. лингвист. ун-т им. Н.А. Добролюбова. – Н. Новгород, 2000. – 21 с.
9. Юрочкина, Т.С. Образовательная среда как фактор креативности студентов / Т.С. Юрочкина // Ананьевские чтения – 2012. Психология образования в современном мире: материалы науч. конф., Санкт-Петербург, 16–18 окт. 2012 г. / отв. ред. Н.В. Бордовская. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2012. – С. 88–90.
10. Баева, И.А. Психологическая безопасность образовательной среды: Теоретические основы и технологии создания: автореф. ... дис. д-ра психол. наук: 19.00.07 / И.А. Баева; Рос. гос. пед. ун-т им. А.И. Герцена. – СПб., 2002. – 44 с.
11. Туник, Е.Е. Опросник креативности Д. Джонсона / Е.Е. Туник; С.-Петерб. гос. ун-т пед. мастерства, каф. психологии. – СПб.: СПбГУПМ, 1997. – 10 с.

Поступила в редакцию 18.06.2013. Принята в печать 21.10.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: kos_tat@rambler.ru – Косарева Т.Е.

УДК 338.488(476)

Основные направления и перспективы развития туристической отрасли в Республике Беларусь

В.А. Талай, М.В. Пороховская

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Туризм является одной из важнейших сфер современной экономики. Данный вид деятельности направлен на удовлетворение потребностей людей в ознакомлении с историей, культурой, обычаями, духовными и религиозными ценностями различных стран и их народов.

В статье представлен анализ развития туристической отрасли в Республике Беларусь. Раскрыты условия развития туристической отрасли в нашей стране. Проанализированы данные государственной статистической отчетности, нормативно-правовая база, отражающие развитие туризма. Рассмотрено развитие сетей учреждений, осуществляющих туристическую деятельность, определены проблемы, сдерживающие развитие туризма в Республике Беларусь.

Результаты анализа показали, что туризм, развивающийся устойчиво, позволяет повысить доходы национальной экономики, стимулирует развитие других ее отраслей, укрепляет здоровье населения, развивает инфраструктуру курортов и лечебно-оздоровительных местностей, сохраняет культурное наследие страны.

Ключевые слова: туризм, туристический продукт, инвестиции, туристическая организация, бизнес, рынок.

Main Directions and Prospects of the Development of Tourist Industry in the Republic of Belarus

V.A. Talay, M.V. Porokhovskaya

Education establishments «Vitebsk State P.M. Masherov University»

Tourism is one of the most important spheres of modern economy. This kind of activity is directed at satisfaction of the needs of people in acquaintance with history, culture, customs, cultural and religious wealth of the various countries and their people.

In the article the analysis of the development of tourist industry in the Republic of Belarus is presented. Conditions of the development of the tourist industry in Belarus are disclosed. Data of the state statistical reporting, legal base, reflecting tourism development, are analyzed. Development of networks of establishments carrying out tourist activity, are considered, problems constraining tourism development in the Republic of Belarus are defined.

Results of the analysis showed that tourism, which develops steadily, allows to raise the income of national economy, stimulates the development of other branches of economy, strengthens population health, develops infrastructure of resorts and health improving areas, preserves cultural heritage of the country.

Key words: tourism, tourist product, investments, tourist agency, business, market.

В социальной организации современного общества туризм занимает особое место. Это, пожалуй, самая многосторонняя и динамичная характеристика современной цивилизации, выражающаяся в добровольной временной смене ритма жизни, места проживания и часто — социокультурного окружения в целом. Являясь одной из крупнейших динамично развивающихся отраслей мировой экономики, туризм в настоящее время пытается занять подобающее ему место и в экономике нашего государства. Беларусь, находясь в центре Европы, недостаточно эффективно извлекает выгоду из этого. Ее преимуществами являются не только географическое положение, но и гостеприимство народа,

девственность природы, чистота и ухоженность городских улиц [1–2].

Республика Беларусь — молодое государство с богатой древней историей, расположенное в центре европейского континента на пересечении оживленных транзитных путей (Западная Европа–Россия и Балтия–Причерноморье). Размеры территории Беларуси (207,6 тыс. км) и количество населения (чуть менее 10 млн человек) характеризуются средними показателями среди государств Европы. Преимущества выгодного географического положения страны используются на протяжении тысячи лет — еще в XI–XII вв. по Днепру, Западной Двине и их притокам проходил один из важнейших торговых путей средневеко-

вья «из варяг в греки». Границы Беларуси (с Польшей на западе, Литвой и Латвией на северо-западе и севере, с Россией на востоке и Украиной на юге) с учетом центрального, транзитного расположения республики должны выполнять не барьерные, а контактные функции, в том числе и в развитии туризма. Добрососедские отношения с сопредельными государствами и общность исторического развития служат предпосылками туристского обмена. Совершенствование управления туристической отраслью сегодня является актуальной задачей государства [3–4].

Развитие туризма в любой стране, регионе зависит от целого комплекса факторов, условий и ресурсов. В явном выигрыше те страны, которые имеют море и горы. Несмотря на то, что Беларусь не располагает этими знаковыми для туризма ресурсами, она имеет ряд преимуществ в сравнении с другими странами. Среди них:

- близость к Западной Европе, Скандинавии – туристскому рынку с очень высоким финансовым потенциалом;
- соседство со странами Балтии, России, Польши, являющееся серьезным ресурсом к развитию приграничного туризма;
- древняя и богатая история, самобытная культура (15 тыс. объектов, имеющих историческую, культурную и архитектурную значимость);
- богатый природный потенциал, самый старый в мире лес – Беловежская пуца и т.д.

На сегодняшний день в большинстве стран мира туризм является одной из крупнейших, высокодоходных и наиболее динамичных отраслей экономики, играет важную роль в стимулировании социально-культурного, политического и физического развития, способствует повышению экономического благосостояния граждан своей страны, подчиняя этой цели выделение ресурсов на привлечение различных сегментов туристического рынка. Передвижение туристов как в международном, так и в национальном масштабах вносит значительный вклад в решение вопросов занятости, приносит доход национальным и региональным структурам, предприятиям и т.д. Развитая туристическая индустрия способствует увеличению поступлений валюты в страну, а также доходов через налоги [5–6].

К сожалению, в нашем государстве туристический бизнес по многим причинам не достиг такого размаха, как за рубежом, изучение экономических и управленческих основ его еще не превратилось в хорошо разработанную отрасль экономической науки, а менеджменту и маркетингу туристских услуг только в последние годы

начали обучать на университетском уровне. В этих условиях тем более актуальным представляется освоение зарубежного опыта, а также исследование отечественной практики использования мировых тенденций развития индустрии туризма.

Во многих странах туристическая деятельность находится под пристальным вниманием государства как одна из самых эффективных и самых перспективных отраслей народного хозяйства, которая по экономическим показателям опередила даже автомобильную промышленность и заняла второе место после компьютерной. Исследования Всемирной туристической организации дают возможность утверждать, что тенденции роста туристической индустрии будут сохраняться и в дальнейшем.

В Беларуси туристская деятельность находится в стадии реформирования и развития. Имеющиеся туристические ресурсы используются не полностью, однако динамика туристского рынка Беларуси свидетельствует о тенденциях к росту числа туристов вообще.

Развитие туристической отрасли как высокоприбыльного сектора экономики является важным фактором социального развития и культурного подъема Беларуси. Можно отметить, что формирование отечественного туристского рынка началось с 1990 г., одновременно шло три процесса:

- распад предприятий старого типа (экскурсионных бюро, бюро путешествий);
- создание новых предприятий, которые впоследствии стали называться туроператорами или турагентами;
- модификация старых туристических предприятий путем перестройки на разработку туристского продукта, имеющего спрос у белорусского потребителя [7–8].

Цель исследования – анализ динамики развития туризма в период с 2008 г. по 2011 г. и выработка предложений по совершенствованию управления туристической отраслью в Республике Беларусь.

Материал и методы. В качестве материалов исследования использовались планирующая и учетная документация туристических фирм г. Витебска, данные Национального статистического комитета Республики Беларусь, Закон Республики Беларусь «О туризме» № 206-З от 09.01.2007 г., Национальная программа развития туризма в Республике Беларусь 2006–2010 гг., Национальная программа развития туризма в Республике Беларусь 2011–2015 гг.

Результаты и их обсуждение. Туризм уже давно рассматривается как одна из наиболее до-

ходных и интенсивно развивающихся отраслей мирового хозяйства. Об этом свидетельствует тот факт, что на долю туризма приходится около 10% мирового валового национального продукта. От правильного построения и эффективной реализации туристической политики зависят

роль и место конкретного государства на рынке международного туризма.

За последние годы в нашей республике произошли значительные перемены в туристической инфраструктуре, увеличилось количество организаций, занимающихся туристической деятельностью (табл. 1).

Таблица 1

**Число организаций, осуществляющих туристическую деятельность
в Республике Беларусь по областям**

Область	Год			
	2008	2009	2010	2011
Витебская	49	68	83	84
Гомельская	34	46	54	54
Могилевская	32	49	50	57
Брестская	61	78	77	73
Гродненская	37	44	46	46
Минская	43	70	70	55
Минск	321	365	403	411
Всего в Республике Беларусь	577	720	783	791

Таблица 2

**Численность иностранных туристов, принятых в Республике Беларусь организациями,
осуществлявшими туристическую деятельность**

Год	2008	2009	2010	2011
Всего туристов	91587	95463	120073	116049
из стран СНГ:				
Казахстан	159	287	166	165
Молдова	148	158	104	40
Россия	50444	56547	80881	83843
Украина	1898	2423	1919	1693
из других стран:				
Австрия	586	471	295	250
Бельгия	239	155	249	120
Германия	3027	2568	2245	2191
Дания	164	185	230	267
Израиль	491	956	925	339
Испания	372	274	582	349
Италия	2672	2531	2275	1816
Кипр	206	314	460	272
Китай	376	391	603	364

Латвия	1425	1550	1409	1550
Литва	2600	2979	4357	3170
Нидерланды	386	475	552	327
Норвегия	302	156	192	–
Польша	2832	3729	4006	2983
Соединенное Королевство	7674	4962	6220	2412
Соединенные Штаты	1168	864	683	527
Турция	6087	4680	4707	3596
Финляндия	962	610	770	560
Франция	1257	1114	808	754
Чешская Республика	464	421	350	334
Швейцария	480	1186	269	–
Швеция	594	604	644	346
Эстония	1166	690	595	464
Япония	393	235	197	269

Проанализировав данные о структуре въездного туристского потока, можно сказать, что приоритетными для Беларуси внешними рынками являются Россия, Литва, Польша, Турция, Соединенное Королевство, Германия (табл. 2).

Основными факторами, сдерживающими развитие въездного туризма в Республике Беларусь, в настоящее время являются:

- образ Республики Беларусь как страны, неблагоприятной для туризма, создаваемый отдельными зарубежными и отечественными средствами массовой информации; действующий порядок выдачи белорусских виз гражданам иностранных государств, безопасность в миграционном отношении, все это не всегда способствует росту въездного туризма в Республике Беларусь;
- неразвитая туристская инфраструктура, высокий моральный и физический износ существующей материальной базы, малое количество гостиничных средств размещения туристского класса (2–3 звезды) с современным уровнем комфорта;
- невысокое качество обслуживания во всех секторах туристской индустрии из-за низкого уровня подготовки кадров и отсутствия опыта в условиях рыночной экономики, в том числе вследствие длительного периода эксплуатации курортно-туристских средств размещения через систему социального страхования;
- несоответствие цены и качества размещения в гостиницах.

С момента приобретения независимости Республикой Беларусь выездной туризм стал активно развиваться. Наиболее посещаемыми отечественными туристами странами остаются: Турция, Украина, Россия, Польша, Болгария, Литва (табл. 3).

Международный выездной туризм (аутгоинг) – одна из наиболее динамично развивающихся сфер бизнеса. С каждым годом туристский рынок становится все более эффективным, формы сотрудничества туроператоров и поставщиков туристских услуг все более разнообразными, специфика обслуживания более сложной.

Анализ выездного потока показывает, что расширяются туристские предпочтения белорусских граждан: наряду с традиционным интересом к странам с теплыми морями, у белорусов все более популярными становятся страны, где пляжный отдых можно совместить с интересной культурно-познавательной программой, а также лечением.

Однако в первой пятерке стран на протяжении многих лет все же доминируют страны исконно «пляжного» туризма, такие, как Египет, Турция и ОАЭ. С большим отрывом от них идут Италия и Испания – страны с огромным историческим прошлым, где действительно можно успешно сочетать отдых у моря с обширной экскурсионной программой. Эта разница объясняется довольно просто: ощутимым отличием в цене.

Касательно туров на отдых можно отметить тенденцию, которая началась примерно с 2006 года. К этому времени все большее количество туристов, уже открывших для себя страны Ближнего Востока и Северной Африки, стали выбирать экзотические страны, такие, как Таиланд, спрос на который постоянно увеличивается. Существует даже мнение, что со временем турпотоки перераспределятся: популярность стран Азии будет все больше расти из-за установления все более доступных цен, белорусские туристы станут открывать для себя

дальние направления, например, страны Карибского бассейна.

У отечественных туристов помимо отдыха у моря также пользуются спросом познавательные туры. В этом сегменте лидируют страны Европы. Самыми популярными направлениями, ежегодно принимающими большое количество туристов из

Беларуси, являются Германия, Чехия, Франция, Италия. Достаточно удобный и относительно дешевый способ посетить сразу несколько европейских стран – это автобусный туризм. Создание Европейского Союза и единой визы делает это возможным. Наибольшим спросом подобный вид туризма пользуется у детских и студенческих групп.

Таблица 3

Численность туристов, отправленных за рубеж организациями, осуществлявшими туристическую деятельность

Год	2008	2009	2010	2011
Всего туристов	380349	316322	414735	319795
из стран СНГ:				
Казахстан	–	–	–	–
Молдова	–	–	–	–
Россия	30029	20862	25792	21752
Украина	137338	97662	132282	79748
из других стран:				
Австрия	402	395	418	514
Болгария	19665	21881	30802	25774
Венгрия	1412	1120	1259	692
Германия	1071	1110	1377	1512
Греция	1940	3395	4299	5075
Египет	44282	43902	50831	30131
Израиль	969	573	783	660
Испания	3534	3159	3992	3712
Италия	6725	4685	5866	5644
Кипр	1137	1194	2128	2070
Китай	709	687	724	550
Латвия	1127	1562	1419	1311
Литва	8491	7912	13946	17829
Объединенные Арабские Эмираты	1694	1647	1863	3243
Румыния	7652	3357	2154	1339
Польша	7197	10662	21420	31936
Соединенное Королевство	747	782	575	708
Словакия	1248	979	599	678
Таиланд	1083	1285	1626	1976
Тунис	2041	1657	1676	105
Турция	74730	65094	83427	58231
Франция	6 027	4411	5074	4048
Чешская Республика	11101	7989	8979	8121
Хорватия	974	788	940	635
Черногория	3625	3066	4075	3979

Таблица 4

Распределение гостиниц и аналогичных средств размещения по типам (Республика Беларусь)

Тип организаций	Год			
	2008	2009	2010	2011
Число организаций – всего	312	331	359	444
в том числе:				
гостиницы и гостиничные комплексы	282	297	310	349
в том числе по категориям:				
*****	1	1	2	2
****	3	3	3	3
***	17	20	31	24
**	1	2	4	5
*	–	2	3	–
без категории	260	269	267	315
мотели	2	1	3	2
другие виды	28	33	46	93

Таблица 5

Распределение санаторно-курортных, оздоровительных организаций и других специализированных средств размещения по типам организаций (Республика Беларусь)

Тип организаций	Год			
	2008	2009	2010	2011
Число организаций – всего	315	324	334	421
в том числе:				
санатории	67	67	67	73
детские реабилитационно-оздоровительные центры	14	13	13	13
дома отдыха	6	5	4	3
пансионаты	2	2	2	1
базы отдыха	85	85	83	93
туристско-оздоровительные комплексы	5	6	6	6
туристские базы	8	8	12	19
другие специализированные средства размещения	128	138	147	213

Беларусь является одной из немногих стран Европы, не имеющих международных цепей отелей, сеть которых концентрирует 1/3 мирового гостиничного фонда и новейшие технологические достижения. Зарубежная практика свидетельствует, что особенно быстро гостиничный фонд увеличивается в столицах и крупных туристских центрах, где размещаются высококатегорийные отели и представлены известные международные гостиничные цепи США, стран Западной Европы. Например, в Чешской Республике 25% гостиничного фонда находится в Праге, где размещаются такие известные международные

гостиничные цепи, как «Марриот» (США), «Кемпински» (Таиланд). В России большинство цепей расположено в Москве и Санкт-Петербурге. Здесь наиболее широко представлены австрийская гостиничная цепь «Марко Поло», «Рэдиссон» (США), «Аккор» (Франция), «Кемпински». Рынок России в настоящее время привлекает и другие гостиничные компании, например, такие, как «Хилтон», «Чойс Хоутелз Интернейшнл» (США) и др.

Если посмотреть на то, как распределяется процентное соотношение гостиничного фонда по областям республики, то можно сделать вывод,

что самый большой процент гостиничного фонда находится в Минской области – 19,7%, затем Гомельская область – 16,5%, Брестская – 16,2%, Витебская – 14,8%, Могилевская – 13,4%, Гродненская – 9,8%. Большинство иностранных граждан, посещающих Беларусь, приезжают в Минск и Минскую область. На основе этого можно судить о том, что Минская область и столица – город Минск являются основными туристическими центрами. Что касается средней загрузки гостиниц республики, то она составляет 49% (табл. 4).

Более шестидесяти малых городов сохранились сегодня в Беларуси. Если посмотреть справочник, то почти в каждом из них можно найти гостиницу. Но в большинстве случаев это будет дом, малоприспособленный для комфортного проживания. Между тем именно в малых городах государство видит будущее отечественного туризма (табл. 4–5).

Классификация гостиниц по категориям проводится согласно ГОСТу 28681.4-95 «Туристско-экскурсионное обслуживание. Классификация гостиниц» и основана на комплексе требований к зданию и прилегающей территории, техническому оборудованию и оснащению, номерному фонду, санитарным объектам общего пользования, общественным помещениям и помещениям для предоставления услуг питания и ряда других, а также к отельному персоналу и его подготовке. Проведение сертификации с одновременной классификацией гостиниц на категории от одной до пяти звезд, а мотелей – от одной до четырех звезд позволяет потребителям достаточно точно представлять уровень обслуживания и предоставляемых услуг в отеле. Обладателем первого сертификата и категории «три звезды» стал гостиничный комплекс «Нафтан» (Новополоцк), затем СП ООО «Минский международный образовательный центр», гостиница «Планета», РУП «Гостиничный комплекс «Юбилейный»», гостиница «Турист» (Гомель), три гостиницы ГПУ НП «Беловежская пуща», гостиница «Эридан» (Витебск), гостиничный комплекс «Орбита» (Минск), РУП «Республиканский горнолыжный центр «Силичи»». Категория «четыре звезды» присвоена РУП «Отель «Минск»», гостинице «Лучеса» (Витебск) и гостинице «Виктория» (Минск). Сертификация гостиниц в республике проходила на добровольной основе. Анализируя информацию, можно сказать, что те гостиницы, которые получили сертификат, в основном находятся в крупных городах или областных центрах. Из этого следует, что большинство гостиниц Беларуси скорее всего не имеют возможности получить сертификат из-за трудностей матери-

ально-технической базы и уровня обслуживания (табл. 5).

Проблемы, сдерживающие развитие туристической отрасли в Республике Беларусь:

1. Сохраняется тенденция к преобладанию выездного туризма над въездным.

2. По большинству компонентов и характеристик системы туристского обслуживания Республика Беларусь не достигла приемлемого уровня в соответствии с международной практикой, так как крайне медленно осуществляется переход на принятые в международной практике стандарты качества туристских услуг и обслуживания туристов. Явно завышены и не соответствуют качеству цены на предоставляемые услуги для иностранных туристов. В результате стоимость отдыха в белорусских курортах приближается к стоимости отдыха в Одесской области, включая и проезд, однако уровень сервиса отечественных гостиниц, существующая в них ценовая дискриминация (по гражданству), от которой уже отказались Россия и Украина, отсутствие сезонных скидок являются огромными проблемами, препятствующими развитию туризма в Беларуси.

3. В настоящее время Республика Беларусь мало известна на мировом туристском рынке как самостоятельное государство, имеющее древнюю историю, богатую культуру, разнообразную природу. Слабо развита система маркетинга национального туристского продукта и его продвижения на мировом и внутреннем рынках, низок туристский рейтинг Республики Беларусь, отсутствует реальное сотрудничество с зарубежными фирмами и международными туристскими организациями.

4. Материально-техническая база туризма на 70–80% нуждается в реконструкции. Состояние материально-технической базы – одна из самых существенных проблем в современном туризме. Например, расходы на аренду транспорта для турфирм составляют до 50% себестоимости. Государство не может осуществлять значительных инвестиций в отрасль, частный капитал не рискует вкладывать средства, что отрицательно сказывается на развитости инфраструктуры туризма в крупных городах, резко снижает там качество туристских услуг. Для ее развития необходимо искать пути привлечения отечественных и иностранных инвестиций, без которых невозможно реконструировать имеющиеся и построить новые туристские комплексы, гостиницы, развлекательные центры.

5. Не сформирована целостная система подготовки, переподготовки и повышения квалификации специалистов для сферы туризма. Не определе-

ны потребности в специалистах различных уровней. Не разработан перечень туристских профессий и квалификационных требований к ним. Уже начинается недостаток «узких» специалистов с хорошими знаниями в области финансов, страноведения, компьютерных технологий, работы с персоналом, культурологии и др. направлениях.

6. Сравнительно низкая покупательная способность населения на туристские услуги не позволяет обеспечивать высокую доходность отрасли только за счет внутреннего туризма и оказывает негативное воздействие на развитие детского, молодежного, самодеятельного, спортивного и экологического туризма. Недостаток бюджетных средств на дотации в социальный туризм приводит к недоступности участия в путешествиях основной массы населения, особенно социально незащищенных слоев [Национальная программа развития туризма в Республике Беларусь 2006–2010 гг.].

Основные направления развития туризма в нашей стране имеют следующие подразделы (согласно Национальной программе развития туризма в Республике Беларусь 2006–2010 гг., 2011–2015 гг.):

- «Кадровое, научное и учебно-методическое обеспечение в сфере туризма»;
- «Маркетинг туристических услуг»;
- «Развитие объектов туристической индустрии».

Подраздел «Кадровое, научное и учебно-методическое обеспечение сферы туризма» направлен на:

- обеспечение качественного обслуживания в туристической индустрии;
- формирование современного эффективного и конкурентоспособного туристского рынка с профессиональными управленческими и педагогическими кадрами;
- подготовку кадров в соответствии с приоритетными направлениями развития отечественного туризма;
- переподготовку, повышение квалификации кадров, получение последипломного образования;
- формирование кадрового, научного и учебно-методического обеспечения туризма;
- внедрение в туристическую деятельность передового отечественного и зарубежного опыта, участие научно-педагогических кадров и специалистов туристической индустрии в международной деятельности;
- привлечение к научным исследованиям компетентных специалистов в сфере туризма, кадров высшей научной квалификации;

- разработку экскурсий, туров, туристических маршрутов с активными способами передвижения с использованием современных технических средств;

- открытие специализаций по специальностям в сфере туризма и гостеприимства I и II (магистратура) ступеней высшего образования;

- разработку в регионах страны маршрутов по культурно-познавательному, экологическому и другим видам туризма, с активными способами передвижения.

Осуществление данных мероприятий будет способствовать формированию профессиональной, экономической, организационной и правовой культуры руководителей и специалистов в сфере туризма.

Выполнение мероприятий настоящего подраздела позволит обеспечить потребности туристической индустрии в кадрах, содействовать решению проблем занятости населения, в первую очередь молодежи, оказывать качественные экскурсионные и туристические услуги гражданам Республики Беларусь и иностранным туристам.

Подраздел «Маркетинг туристических услуг» направлен на реализацию комплекса мероприятий по формированию, продвижению и позитивному развитию привлекательного для туризма образа Республики Беларусь, в том числе:

- повышение роли интернет-технологий в продвижении туристических услуг;
- развитие сети туристических информационных центров (на бюджетной и внебюджетной основе) как основы объединения в единую мировую туристическую услугопроводящую сеть;
- расширение сотрудничества на международной арене, в первую очередь, с международными организациями и межправительственными образованиями.

Выполнение указанного комплекса мероприятий позволит более эффективно использовать туристические ресурсы, интегрироваться в мировое туристическое сообщество, повысить доступность экспортного туристического потенциала Республики Беларусь.

Подраздел «Развитие объектов туристической индустрии» направлен на эффективное использование имеющихся туристических ресурсов, модернизацию материальной базы туристической индустрии, применение неиспользуемых зданий и сооружений под объекты туристической индустрии, а также обустройство необходимой инфраструктуры водных ресурсов, национальных парков, зон отдыха, санаторно-курортных и оздорови-

тельных организаций, автомобильных дорог, а также строительство новых объектов.

Одной из приоритетных задач является привлечение инвестиций в туристическую индустрию, в том числе при строительстве объектов придорожного сервиса, а также коллективных и индивидуальных средств размещения в административных районах страны.

Особую актуальность приобретает развитие всех видов туризма, основанных на природном потенциале страны, в том числе:

– транзитного и трансграничного туризма. Исходя из геополитического положения страны программой предопределены:

- развитие придорожной сети туристской инфраструктуры, позволяющей организовать отдых в течение нескольких дней, включая посещение близ расположенных туристских достопримечательностей;

- организация трансграничных туристских маршрутов, включающих посещение туристских объектов пограничных государств;

- создание туристских центров вдоль основных транспортных коридоров, в первую очередь на основе малых исторических городов с ценным историко-культурным наследием (Мир, Несвиж, Слоним, Заславль, Кобрин, Коссово и др.);

– водного туризма. Данный вид туризма может быть реализован в виде краткосрочных прогулок на пассажирских судах, включенных в комбинированные многодневные туристские маршруты и путешествия белорусских и иностранных туристов на комфортабельных судах по водным путям республики. С учетом географического расположения судоходных рек Беларуси развитие данного вида туризма предусматривается:

- на Днепро-Бугском канале и реке Припять от Бреста до Мозыря;

- на реках Березина, Днепр, Сож от Борисова до Гомеля;

- через организацию и проведение водных маршрутов на спортивных судах типа «байдарка», малогабаритных весельных лодках по Березинской водной системе, Августовскому, Огинскому, Днепро-Бугскому каналам;

- посредством создания пунктов проката с флотом (лодки прогулочные, походные, байдарки, каяки, водные велосипеды), групповым и личным туристским снаряжением, необходимым инвентарем для активного отдыха;

- через строительство пассажирских судов соответствующего класса и уровня комфортно-

сти, создание береговой и плавучей инфраструктуры в опорных точках маршрутов;

– познавательного туризма. Основой для развития познавательного туризма является использование культурно-исторического наследия Республики Беларусь и общности истории и культуры Беларуси со странами-соседями. Программой предусматривается:

- создание условий для формирования туристско-экскурсионных маршрутов для разных категорий населения по местам важных исторических событий и деятельности выдающихся исторических личностей этих народов на территории нашей республики;

- более эффективное использование возможностей имеющихся туристских ресурсов для организации ностальгических туров для выходцев из Беларуси и их потомков, проживающих сейчас в других странах;

- более активное вовлечение молодежи к путешествиям по родному краю в целях воспитания уважения к историческому прошлому;

– агро- и экотуризма. Программой предусматриваются следующие направления развития агротуризма:

- создание туристских деревень на основе существующих сельских поселений с традиционной народной деревянной архитектурой, расположенных в живописной местности;

- активизация использования резервов сельского населения посредством организации сельских туров с проживанием и питанием в деревенских домах;

- создание агротуристских комплексов на базе сельскохозяйственных производственных кооперативов.

Основными направлениями развития экологического туризма в Беларуси являются: организация туристских походов в нетронутые уголки природы; фотоохота на редких зверей и птиц, находящихся в естественных условиях; туры по болотам, знакомство с их флорой и фауной;

– спортивного туризма. Рост популярности здорового образа жизни, спортивные традиции, доступность использования имеющейся инфраструктуры предопределили три основных направления в развитии спортивного туризма:

- оздоровление нации через развитие активных форм туризма;

- развитие «фанат-туризма» через организацию туристских маршрутов с посещением массовых спортивных мероприятий;

- возрождение туристско-спортивных клубов;

– рекреационного и оздоровительного туризма. Основой для его развития является более эффективное использование природных ресурсов и имеющейся инфраструктуры. В этой связи предусматриваются:

- более широкое использование в туристских целях имеющейся санаторно-курортной базы республики;
- обновление имеющейся и создание новой инфраструктуры, расширение спектра предлагаемых туристских услуг в местах отдыха и оздоровления;
- создание летних туристско-оздоровительных лагерей, кемпингов, оборудованных стоянок;

– делового туризма. Рост деловой активности, расширение международных контактов являются серьезными предпосылками для развития делового туризма. Основное внимание будет уделено:

- развитию туристско-экскурсионных услуг для участников международных конгрессов, конференций, симпозиумов; организации международных торговых выставок, ярмарок; созданию условий для оказания туристско-экскурсионных услуг бизнесменам, работающим в Республике Беларусь;

– религиозного туризма. Определены следующие направления его развития:

- использование потенциала основных религиозных конфессий;
- организация паломнических туров;
- организация туров по местам религиозных святынь [4–5].

Заключение. Туризм является одной из важнейших сфер современной экономики. Данный вид деятельности направлен на удовлетворение потребностей людей в ознакомлении с историей, культурой, обычаями, духовными и религиозными ценностями различных стран и их народов.

Во многих государствах и регионах туризм становится важной сферой деятельности и оказывает благотворное влияние на развитие других секторов экономики, включая гостиничное хозяйство, транспорт и коммуникации, строительство, сельское хозяйство, розничную торговлю, производство и торговлю сувенирами и др., являясь катализатором их развития.

Устойчивое развитие туризма – процесс длительной перспективы, требующий поступательных грамотных решений в краткосрочном периоде. Для этого необходимы:

- разработка рекреационных и экскурсионных программ;
- внедрение приемлемых стандартов обслуживания;

- формирование определенных традиций гостеприимства;

- внедрение нововведений и широкое использование информационных технологий;

- развитие маркетинговой стратегии в сфере туризма;

- создание современной инфраструктуры гостиничного и санаторно-курортного хозяйств;

- совершенствование ценовой политики при создании белорусского турпродукта, способного конкурировать с соседними государствами;

- дальнейшее развитие системы управления туристическим комплексом и нормативно-правовой базы;

- совершенствование учета в сфере туризма;

- изменение содержания и структуры образования и науки в туристической индустрии.

В целом же туризм, развивающийся устойчиво, позволяет повысить доходы национальной экономики, стимулировать развитие других отраслей, укрепить здоровье населения, развить инфраструктуру курортов и лечебно-оздоровительных местностей, сохранить культурное наследие и природные лечебные ресурсы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Национальный интернет-портал Республики Беларусь [Электронный ресурс] / Нац. центр правовой информ. Респ. Беларусь. – Режим доступа: <http://www.belarustourism.by>. – Дата доступа: 25.05.2013.
2. О туризме: Закон Республики Беларусь от 25 ноября 1999 г. – № 326-З (с изменениями и дополнениями).
3. О некоторых мерах государственной поддержки развития туризма в Республике Беларусь: Указ Президента Республики Беларусь от 2 июня 2006 г., № 371 (с изменениями и дополнениями).
4. Об утверждении Национальной программы развития туризма в Республике Беларусь на 2008–2010 годы: Постановление Совета Министров Республики Беларусь от 21 декабря 2007 г., № 1796.
5. Об утверждении Национальной программы развития туризма в Республике Беларусь на 2011–2015 годы: Постановление Совета Министров Республики Беларусь от 24 марта 2011 г., № 373.
6. Гайдукевич, Л. Туристическая политика Республики Беларусь в условиях рыночных преобразований / Л. Гайдукевич // Журн. междунар. права и междунар. отношений. – 2008. – № 2. – С. 26–29.
7. Карчевская, Е.Н. Организация туризма и экскурсионного обслуживания в Республике Беларусь / Е.Н. Карчевская. – Гомель, 2008. – 58 с.
8. Квартальнов, В.М. Теория и практика туризма / В.М. Квартальнов. – М.: Финансы и статистика, 2010. – 386 с.
9. Павловская, О.В. Перспективы развития туристской индустрии в Республике Беларусь / О.В. Павловская // Личность–слово–социум: материалы VII Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 11–12 апр. 2007 г.: в 3 ч. – Минск: Паркус плюс, 2007. – Ч. 2. – С. 49–52.
10. Решетников, Д.Г. Факторы формирования конкурентоспособного туристского комплекса Беларуси / Д.Г. Решетников // Белорусск. эконом. журнал. – 2002. – № 2. – С. 41–47.
11. Стрельчик, Е.С. Проблемы развития туризма в Республике Беларусь / Е.С. Стрельчик // Предпринимательство в Беларуси: опыт становления и перспективы развития: материалы V Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 15–16 апр. 2008 г.: в 2 ч. – Минск: БГПУ, 2008. – Ч. 2.
12. Тарасенок, А.И. Туристический комплекс Беларуси: организация управления, пространственный базис, компетенции // Белорусск. эконом. журнал. – 2009. – № 2. – С. 92–106.

Поступила в редакцию 24.06.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: kstii@mail.ru – Талай В.А.

УДК 378:619(476)

Этапы становления ветеринарного образования в Беларуси (1917–2013 гг.)

И.И. Картунова

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»

В статье описываются основные этапы становления ветеринарного образования в Беларуси (1917–2013 гг.). Первая половина XX века явилась переломным моментом в развитии ветеринарного дела в Беларуси, что способствовало организации систематической подготовки ветеринарных кадров высшей квалификации и развертыванию научно-исследовательской работы в области ветеринарии. В стране в довоенный и послевоенный периоды была создана широкая система высшего и среднего специального ветеринарного образования. В данный период в республике значительно возросло количество ветеринарных специалистов, происходило качественное совершенствование ветеринарного образования, обусловленное улучшением материально-технической базы ветеринарных учебных заведений и повышением в целом оснащенности ветеринарной службы. Введение ряда законодательных актов способствовало расширению систематической подготовки ветеринарных кадров высшей квалификации и развертыванию научно-исследовательской работы в области ветеринарии. Все это позволило усовершенствовать меры профилактики и ликвидации болезней животных.

Ключевые слова: ветеринарное образование, образовательное пространство, реформирование, обучение, научно-исследовательская деятельность.

Basic Stages of the Development of Veterinary Education in Belarus (1917–2013)

I.I. Kartunova

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masharov University»

Basic stages of the development of veterinary education in Belarus (1917–2013) are described in the article. The development of veterinary education in the first half of the 20th century was a turning-point in the development of veterinary business in Belarus that promoted the organization of systemic training of veterinary staff of higher qualification and initiated scientific researches in the field of veterinary science. In the country during the pre-war and post-war periods wide system of tertiary and vocational veterinary education was created as well as the system of improving qualification for veterinary specialists working in farm industries. During this time the number of veterinary specialists grew significantly in the republic, qualitative improvement of veterinary education founded on the development of material technical base of the veterinary educational institutions and better equipment of veterinary service on the whole was taking place. Introduction of a number of legislation acts contributed to the expansion of systematic training of veterinary staff of higher qualification and development of scientific research activities in the field of veterinary science. All this made it possible to improve measures of prevention and elimination of animal diseases.

Key words: veterinary education, educational space, reforming, training, research activities.

Развитие образовательной системы является приоритетным направлением государственной политики. В связи с активизацией процесса модернизации профессионального образования возникает потребность в системном историко-педагогическом анализе становления ветеринарного образования, определении характерных для него этапов.

Цель статьи – выявление основных этапов становления ветеринарного образования в Беларуси. Это позволит изучить механизм исторической преемственности в развитии ветеринарного образования и определить наиболее эффективные меры, которые необходимо принять для его

успешной интеграции в мировое образовательное пространство.

Данное исследование способствует разработке стратегии и тактики дальнейшего развития ветеринарного образования в республике, обеспечению качественной подготовки ветспециалистов.

Материал и методы. Источниковедческой базой исследования послужили: Постановления Совета Труда и Оборона «Об ускоренном выпуске ветеринарных врачей», «О реорганизации ветеринарного дела в СССР»; Постановление Совета Народных Комиссаров РСФСР «О правильном использовании ветеринарных врачей и вет-

фельдшеров и порядке их мобилизации»; постановление Совета Министров Республики Беларусь «О некоторых вопросах совершенствования структуры управления организациями в агропромышленном комплексе»; исследования ученых, работающих в данной области.

Работа выполнена с использованием комплекса методов, реализуемых в историко-педагогических исследованиях.

Результаты и их обсуждение. После Первой мировой войны положение ветеринарии и животноводства в Беларуси было крайне тяжелым. В 1920 году общая продукция сельского хозяйства составляла около половины довоенной.

В связи с мобилизацией ветспециалистов в армию, эмиграцией большое число ветеринарных участков и пунктов бездействовало. Это значительно ослабило кадровый состав ветслужбы и результативность борьбы с болезнями животных, а также отрицательно сказалось на эпизоотическом состоянии страны. Поэтому в июне 1920 года Совнаркомом было принято постановление «О правильном использовании ветеринарных врачей и ветфельдшеров и порядке их мобилизации», а Советом Труда и Оборона постановление «Об ускоренном выпуске ветеринарных врачей», которые имели большое значение для организации ветеринарного образования и привлечения ветперсонала на борьбу с эпизоотиями [1].

С целью улучшения ветеринарного образования в январе 1921 года в Москве состоялся Всероссийский съезд военных комиссаров, представителей профессорско-преподавательского состава и студенчества ветинституты. На нем были приняты решения по организационному укреплению этих образовательных учреждений, улучшению материального положения преподавательского состава, рабочих, служащих и студентов; высказывалось мнение о необходимости увеличения числа ветеринарных институтов и создания на них двух факультетов – ветеринарного и зоотехнического.

Толчком к организации краткосрочных курсов по ветеринарии и животноводству (от одного до трех месяцев) послужил декрет СНК 1921 года «О массовом распространении среди крестьянского населения сельскохозяйственных знаний и улучшении приемов ведения сельского хозяйства».

Успешная борьба с заразными болезнями животных, развитие ветеринарного образования, обеспечивающие становление животноводства, стали возможны благодаря формированию республиканских законодательных норм и разра-

ботке проекта Ветеринарного устава Беларуси.

В начале 20-х годов XX века ветслужбами Наркомзема проводилась большая организационная работа по улучшению деятельности уже функционирующих ветеринарных учебных заведений и открытию новых, что способствовало значительному росту численности ветеринарных кадров. К 1925 году в СССР имелось девять ветинститутов: шесть в РСФСР, два в УССР и один в БССР, срок обучения в которых составлял четыре года.

К преподавательской деятельности в указанных образовательных учреждениях привлекали магистров ветеринарных наук и опытных врачей-практиков. На общеобразовательные дисциплины по учебному плану отводилось 588 ч (15% учебного времени), а на специальные дисциплины – свыше 3 тысяч часов (85% учебного времени). Лекции занимали 57% времени обучения, а практические занятия – 43% [2]. Учебные программы составлялись на кафедрах и утверждались на ученом совете института.

Несмотря на улучшение положения сельскохозяйственного производства с введением нэпа, болезни животных все же продолжали наносить значительный урон, страна испытывала острый дефицит ветеринарных специалистов. Поэтому Правительство БССР по представлению Наркомзема республики командировало группу студентов Марьиногорского сельскохозяйственного техникума в Московский ветеринарный институт.

В Витебске в 1918 году для распространения и популяризации ветеринарных знаний был организован ветеринарно-зоологический музей (Дом ветеринарного просвещения), а в 1922 году на базе губернской ветеринарной лаборатории создан Белорусский государственный ветеринарно-бактериологический институт, являвшийся в то время центром ветеринарной науки в Беларуси.

Для подготовки среднего ветеринарного персонала в 1922 году в Минске открылся ветеринарный техникум с 3-летним сроком обучения.

На Всебелорусском съезде ветеринарных врачей 27 июня 1924 года было внесено предложение об организации в Витебске ветеринарного института, а 4 ноября 1924 года принято постановление Президиума ЦИК БССР об открытии Витебского ветеринарного института (ВВИ) [3].

В это же время в Витебске были созданы ветеринарно-биологический музей им. Н.С. Садовского, ветеринарно-анатомический, орнитологический и энтомологический музеи, ботанический

сад. Здесь же в 1913 году была организована ветеринарно-бактериологическая лаборатория, позднее реорганизованная в ветеринарно-бактериологический институт.

ВВИ открыли на базе сельскохозяйственного техникума, основанного в 1921 году по постановлению Совнаркома РСФСР. В 1925–1926 годах при институте функционировали повторные курсы для ветеринарных фельдшеров. Основной их задачей было повышение квалификации ветфельдшеров. В 1926 году при институте открылся вечерний рабфак на шестьдесят человек, а в 1927 году – недельный рабочий университет.

После объединения в 1933 году с Могилевским зоотехническим институтом в Витебском ветеринарном институте образован зоотехнический факультет, который в 1939 году был закрыт, но в 1950 году снова восстановлен [4]. В настоящее время он носит название биотехнологический.

В 1924 году Минский ветеринарный техникум был реорганизован в ветеринарный факультет Минского сельскохозяйственного института, однако в связи с открытием ВВИ Минский веттехникум был закрыт.

В 1930 году при Витебском ветинституте был открыт ветеринарный техникум, который в 1933 году выделен в самостоятельную учебную единицу.

Перед Великой Отечественной войной ВВИ был укомплектован высококвалифицированными кадрами профессоров и преподавателей, имел хорошо оборудованные учебные кабинеты, лаборатории, клиники, музеи. За предвоенный период в институте подготовлено свыше 1500 ветеринарных врачей и ученых-зоотехников, что позволило стабилизировать эпизоотическую обстановку и обеспечить ветспециалистами развивающееся общественное животноводство [5]. Однако нападение фашистской Германии на Советский Союз прервало работу института.

В послевоенное время проводилась большая работа по восстановлению института, за короткий период лаборатории были оснащены новейшим по тем временам оборудованием. Быстрое развитие ВВИ позволило уже к началу 50-х годов по многим показателям превзойти довоенный уровень.

Развертыванию системы ветеринарного образования способствовало принятие постановления в апреле 1931 года Советом Труда и Оборона «О реорганизации ветеринарного дела в СССР» и в ноябре 1933 года постановления Совнаркома СССР «Об организации ветеринарного дела».

Подготовку ветеринарных кадров в довоенное время осуществлял также созданный 10 августа

1931 года Смиловичский сельскохозяйственный техникум, на базе которого в соответствии с постановлением Совета Министров Республики Беларусь от 28.06.2002 г. № 870 «О некоторых вопросах совершенствования структуры управления организациями в агропромышленном комплексе» и приказом Министерства сельского хозяйства и продовольствия Республики Беларусь от 10.07.2002 г. № 251 «О реорганизации учреждения “Смиловичский государственный сельскохозяйственный техникум”» образован Смиловичский государственный аграрный колледж.

В Речице в 1936 году открылась одногодичная рабоче-крестьянская школа младших ветфельдшеров. Во время войны учеба в ней была приостановлена, однако после изгнания немецко-фашистских захватчиков она вновь начала свою работу.

В послевоенные годы ощущалась большая нехватка ветеринарных специалистов. Большинство ветфельдшеров не имело специального образования. Так, в 1945 году из 11 ветфельдшеров, работавших на зооветучастках и зооветпунктах в Речицком районе, только три имели соответствующее образование [6]. Поэтому возникла необходимость расширения и укрепления сети ветеринарных образовательных учреждений.

В принятом Советом Министров СССР и Центральным Комитетом ВКП (б) «Трехлетнем плане развития общественного колхозного и совхозного продуктивного животноводства (1949–1951 гг.)» особое внимание уделялось НИР в ветеринарии, а также подготовке и переподготовке ветеринарных кадров. В документе указывалось на необходимость обязать Министерство высшего образования СССР и Министерство сельского хозяйства СССР открыть при зоотехнических, ветеринарных и сельскохозяйственных вузах курсы по усовершенствованию знаний специалистов животноводства, улучшить подготовку младших ветфельдшеров через одногодичные школы.

На основании постановления Совета Народных Комиссаров от 21 января 1945 года и приказа Всесоюзного комитета по делам высшей школы № 187-Т от 23 марта 1945 года был открыт Пинский технологический техникум Высшей школы Совета Народных комиссаров СССР, который 1 сентября 1964 года был реорганизован в зооветеринарный техникум. На его базе приказом сельского хозяйства и продовольствия Республики Беларусь от 19 августа 2005 года образовано УО «Пинский государственный аграрный технологический колледж».

В 1954 году в Ляховичах открылась одногодичная сельскохозяйственная школа техникумов животноводов и младших ветфельдшеров, на базе которой в 1957 году приказом Министерства сельского хозяйства БССР был открыт ветеринарный техникум [7]. С 1 августа 2006 года учебное заведение из ведения Минсельхозпрода перешло к Министерству образования Республики Беларусь, получило статус колледжа и структурного подразделения УО «Барановичский государственный университет».

На базе Волковысской одногодичной сельскохозяйственной школы по подготовке заведующих животноводческими фермами и младших ветфельдшеров в 1956 году также открылся ветеринарный техникум, который в 2002 году реорганизован в колледж.

12 августа 1957 года приказом Министерства сельского хозяйства БССР № 490 Речицкий землеустроительный техникум был объединен с одногодичной школой по подготовке заведующих фермами и младших ветеринарных фельдшеров и стал носить название сельскохозяйственного техникума с отделениями ветеринарии и землеустройства. Статус «Речицкий государственный аграрный колледж» учреждение образования получило в 2006 году.

Также в 1957 году был образован Ильянский ветеринарный техникум, реформированный 5 апреля 2006 года в УО «Ильянский государственный аграрный колледж».

С 1970 года подготовку ветеринарных фельдшеров стал осуществлять объединенный с Бигосовским зооветеринарным техникумом Лужеснянский техникум по техническим культурам, который в 1983 году был переименован в Лужеснянский сельскохозяйственный техникум им. Ф.А. Сурганова [8]. В июле 2002 года в соответствии с постановлением Совета Министров Республики Беларусь и приказом Министерства сельского хозяйства и продовольствия данное учреждение образования вошло в состав Витебской ордена «Знак Почета» государственной академии ветеринарной медицины.

В послевоенное время в БССР также ощущался недостаток в проведении научно-исследовательской работы по ветеринарии. Организованная в 1941 году на базе ветеринарного бактериологического института в Витебске научно-исследовательская ветеринарная опытная станция вместе с учебным ветеринарным институтом не могли обеспечить возрастающие потребности в научно-исследовательской работе развивающегося животноводства, а также они не могли в полной мере влиять на повышение эф-

фективности профилактических и оздоровительных мероприятий при заразных заболеваниях животных. Поэтому в 1956 году был создан Белорусский научно-исследовательский ветеринарный институт.

Развитию ветобразования и науки способствовало создание в октябре 1990 года Ветеринарной ассоциации СССР. В число ее основных задач входили содействие объединению усилий ветспециалистов для использования научно-педагогических достижений в народном хозяйстве, разработка и внедрение программ по проблемам ветеринарного образования, науки и практики.

В начале 1990-х годов в стране наступил общий структурный кризис общества. Негативные тенденции затронули и ветеринарное образование, значительно сократилось его финансирование, уменьшился объем научных исследований.

После распада СССР начался период социально-экономического реформирования, возникла необходимость переориентации системы подготовки ветспециалистов на мировое образовательное пространство, был предпринят ряд мер по перестройке ветеринарного образования в суверенной Республике Беларусь.

В ноябре 1993 года руководство ВВИ обратилось в Кабинет Министров республики с ходатайством о переименовании института в академию ветеринарной медицины, которое в марте 1994 года было удовлетворено. На сегодняшний день Витебская государственная академия ветеринарной медицины является ведущим учебным заведением в области подготовки высших ветеринарных кадров.

Решением Совета Министров республики в 2001 году факультет ветеринарной медицины был открыт в Гродненском государственном аграрном университете.

В настоящее время в Беларуси подготовку ветспециалистов осуществляют семь колледжей и два высших учебных заведения.

Таким образом, основными этапами становления ветеринарного образования в Беларуси являются: довоенный (1917–1941 гг.), послевоенный (1945–1991 гг.) и период развития в суверенной Республике Беларусь (с 1991 года до настоящего времени).

Заключение. События Первой мировой войны отрицательно повлияли на развитие ветеринарного образования и ветеринарной службы. Малочисленность ветеринарного персонала, широкое распространение эпизоотий вызвали необходимость создания сети ветеринарных учреждений.

20–30-е годы XX века стали периодом укрепления ветслужбы, однако успешному развитию системы ветеринарного образования помешала Великая Отечественная война.

В послевоенные годы в стране была создана широкая система высшего и среднего специального ветеринарного образования.

Становление и развитие ветеринарного образования в Республике Беларусь является важнейшим объектом педагогического исследования. Его результатами могут пользоваться при создании проектов модернизации систем профессионального образования; на факультетах повышения квалификации преподавателей аграрных учебных заведений, работников агропромышленного комплекса; разработке обобщающих трудов по истории Беларуси; организации научно-исследовательской работы по проблемам ветеринарного образования, при разработке спецкурсов по истории ветеринарного образования.

ЛИТЕРАТУРА

1. О правильном использовании ветеринарных врачей и ветфельдшеров и порядке их мобилизации: Постановление Совнаркома РСФСР от 9 июня 1920 г. // Декреты советской власти / ред. О.Н. Зайцев [и др.]. – М.: Политиздат, 1983. – С. 220–222.
2. Минеева, Т.И. История ветеринарии / Т.И. Минеева. – М.: Гринлайт, 2010. – 462 с.
3. Алонов, Е.Ф. Белорусский государственный ветеринарный институт им. Октябрьской революции / Е.Ф. Алонов // Белорусская ветеринария. – 1925. – № 3. – С. 22–23.
4. Коропов, В.М. Ветеринарное образование в СССР / В.М. Коропов. – М.: Гос. изд. с.-х. лит., 1949. – 264 с.
5. Ятусевич, А.И. Витебской ордена «Знак Почета» государственной академии ветеринарной медицины – 75 лет / А.И. Ятусевич // Агропанорама. – 1999. – № 5. – С. 4–5.
6. Ятусевич, А.И. История ветеринарной медицины Беларуси / Н.С. Безбородкин, А.И. Ятусевич. – Витебск: ВГАВМ, 2004. – 263 с.
7. Производственные приказы по Министерству сельского хозяйства БССР за август месяц 1957 года. 02.08.1957 г. – 31.08.1957 г. // Национальный архив Республики Беларусь. – Фонд 48. – Оп. 9. – Д. 3633.
8. Линьков, В.В. Через годы – в день сегодняшний / В.В. Линьков // Вестн. Академ. ветеринар. медицины. – 2009. – № 5. – С. 2–3.

Поступила в редакцию 19.06.2013. Принята в печать 21.10.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: irina_kartunova@mail333.com – Картунова И.И.

УДК 378.4.147:81'243

Формирование профессионально значимых личностных качеств будущих учителей иностранного языка

Е.С. Шмырко

Каменец-Подольский национальный университет имени Ивана Огиенко

В статье рассмотрены основные профессионально значимые личностные качества будущих учителей иностранного языка как стержневой блок их профессионального развития. Раскрыты особенности процесса формирования этих свойств как синтеза мотивационных, интеллектуальных, эмоциональных и волевых процессов с учетом действия механизмов интериоризации и экстериоризации. Выделены этапы, а также определены действия, которые выполняют студенты в процессе обучения предметам по специальности с целью развития профессионально значимых качеств. Акцентируется роль преподавателя высшей школы как фасилитатора, исполняющего функции педагогического сопровождения, стимулирования, поддержки студентов в процессе выполнения целесообразных действий. Определены основные пути формирования профессионально значимых личностных качеств будущих учителей иностранного языка: педагогическая направленность содержания учебных курсов по специальности; использование методов активного и интерактивного обучения; организация практической деятельности студентов. Описана методика констатирующего и формирующего экспериментов, кратко проанализированы их результаты.

Ключевые слова: профессионально значимые личностные качества, формирование профессионально важных личностных качеств, интериоризация, экстериоризация, педагогическая тематика, методы активного и интерактивного обучения, педагогическая практика, учебное пособие, научный кружок.

Forming professionally significant personal qualities of prospective foreign language teachers

E.S. Shmyrko

Ivan Ohienko National University of Kamenetz-Podolsk

The paper regards the basic professionally important personal qualities of prospective foreign language teachers in the context of their professional development. It reveals the aspects of forming these traits as a synthesis of motivational, intellectual, emotional and volitional processes taking into the account the mechanisms of internalization and externalization. The author clarifies the stages and identifies students' actions in learning special courses to develop professionally significant qualities. She focuses on the role of a higher school teacher as a facilitator who maintains, encourages and supports the students in carrying out the appropriate actions. The article also defines the key trends of forming the professionally significant personal qualities of prospective foreign language teachers: the pedagogical orientation of special courses' content, the use of active and interactive learning methods, and the organization of students' training field practice. It outlines the technique for questionnaires, and the forming experiment, and briefly analyzes the results.

Key words: professionally important personal qualities, forming professionally important personal qualities, internalization, externalization, teaching subjects, methods of active and interactive learning, teacher field practice, manual, research section.

При рассмотрении педагогической деятельности в научных исследованиях разграничивают профессиональные, специальные и собственно личностные качества учителя. Профессиональные качества обычно связывают с педагогическими способностями и умениями, которые необходимы для организации педагогической деятельности и выполнения основных функций учителя. Личностные свойства учителя имеют также большое значение для педагогической деятельности, поскольку раскрывают его как личность и способствуют организации педа-

гогического влияния на учащихся, а также взаимодействия с ними и коллегами.

Большинство современных исследователей акцентирует внимание на личностных качествах учителя, считая их профессионально значимыми для его развития. Именно эти свойства определяют направленность педагогической деятельности и профессиональный менталитет учителя (К. Абульханова-Славская, Б.С. Гершунский, И.А. Колесникова, Т.В. Кудрявцев, Н.В. Кузьмина, А.К. Маркова, Л.М. Митина, Н.Ф. Талызина, Г.Л. Филип-

пова, Л.Р. Яруллина, Т.В. Дуткевич, В.А. Яцюк и др.) [1–4].

Отмечая, что профессионально значимые личностные качества составляют стержневой блок профессионального развития учителя, исследователи делают попытки выделить и классифицировать самые важные из них с точки зрения их эффективности для педагогической деятельности. Л.М. Митина как профессионально значимые определяет те личностные качества, которые составляют психологический портрет идеального учителя, образ его «Я». К ним она относит моральные черты личности учителя, которые влияют на педагогическое взаимодействие с учениками, уважительное отношение к воспитанникам. По мнению исследователя, подобными качествами являются вежливость, гуманность, доброжелательность, доброта, искренность, любовь к детям, отзывчивость, порядочность, правдивость, самокритичность, скромность, справедливость, тактичность, чуткость и др. [1, с. 21].

Т.В. Дуткевич и В.А. Яцюк разделяют в структуре личности учителя как доминантные, так и отрицательные, профессионально недопустимые черты [2, с. 117–118]. По их мнению, доминантные качества способствуют эффективности педагогической деятельности учителя и включают моральные свойства, без которых немислимы духовность личности учителя, его способность налаживать гуманные отношения с учениками, соблюдать педагогическую этику и такт. К профессионально значимым качествам они также относят любовь учителя к предмету и знаниям, готовность к педагогическому творчеству, принятию нестандартных решений и внедрению в учебно-воспитательный процесс инновационных достижений. Отрицательные черты ученые рассматривают как таковые, что занижают эффективность и продуктивность педагогической деятельности, свидетельствуют об отсутствии профессиональной компетентности учителя, подрывают его авторитет. Профессионально недопустимые качества характеризуют учителя как непригодного к педагогической деятельности.

Среди личностных качеств учителя, значимых для педагогической деятельности, В.Я. Пилиповский и П.Б. Косенко выделяют также ответственное отношение к работе и учащимся, способность к эмпатии, эмоциональную уравновешенность и стабильность, уверенность в себе и готовность преодолевать жизненные и профессиональные трудности [5].

Следует согласиться с мнением исследователей о профессиональной значимости моральных качеств для педагогической деятельности. На основании анализа научных работ, личного опыта педагогического взаимодействия, результатов проведенного эксперимента мы пришли к выводу, что огромное значение для эффективной организации учебно-воспитательного процесса, равноправного взаимодействия с учащимися имеют личностные качества учителя. Среди них можно выделить следующие: любовь к ученикам, что проявляется в искреннем отношении к ним, а также в стремлении понять мотивы их поведения; справедливость; толерантность; доброта; эмпатийность.

Вышеуказанные качества являются исключительно значимыми для учителя иностранного языка, что связано со спецификой данного предмета. Прежде всего, он должен уважительно относиться к истории, культуре народа изучаемого языка, быть психологически готовым к взаимодействию с его носителями, толерантным к проблеме мирного сосуществования и продуктивного сотрудничества с представителями разных наций, культур. Только благодаря этому учитель иностранного языка сможет эффективно устанавливать связь между собственной и иностранной культурой; исполнять роль культурного посредника для учащихся; помочь им понять все ценное, особенное в чужой для них иноязычной культуре, увидеть ее с позиций своей национальности, иначе говоря, вести диалог культур. Ведь именно на учителя иностранного языка возлагается миссия осуществлять социокультурное воспитание, то есть привлекать учащихся к правильному восприятию иноязычной культуры, ее народных традиций, формировать у них уважение и толерантное отношение к ее представителям.

Целью нашей статьи является исследование особенностей формирования профессионально значимых личностных качеств будущих учителей иностранного языка как составного компонента их профессионального развития, определение основных путей организации этого процесса во время изучения учебных курсов по специальности в высшей школе.

Материал и методы. Для ее достижения использовались теоретические методы исследования: систематизация научных понятий, положений для определения сущности, механизмов формирования профессионально значимых личностных качеств будущих учителей иностранного языка; моделирование путей организации указанного процесса. С целью проверки эффективности теоретически разработанных положений проводились констатирующий и формирующий

эксперименты. Констатирующий эксперимент был направлен на диагностирование отношения будущих учителей иностранного языка к указанным выше профессионально значимым качествам. Было задействовано 129 студентов факультета иностранной филологии Каменец-Подольского национального университета имени Ивана Огиенко. В рамках эксперимента им была предложена анкета «Оценка профессионально значимых качеств и способностей учителя». Respondентам предлагалось оценить значимость личностных качеств, необходимых для педагогической деятельности, и уровень их сформированности у себя. Шкала оценки включала такие показатели: 4 – качество очень значительно/максимально выражено; 3 – значительно/достаточно выражено; 2 – скорее всего, значительно/сформировано на среднем уровне; 1 – почти незначительно/сформировано в минимальной степени; 0 – трудно определить, -1 – незначительно/несформировано.

Эта же методика использовалась для проведения итогового среза после формирующего эксперимента, который длился 3 года (2009–2011 гг.). Сравнение полученных результатов констатирующего (начального среза) и формирующего (итогового среза) экспериментов дали возможность проанализировать и оценить эффективность теоретически обоснованных путей, методов формирования профессионально значимых качеств у будущих учителей иностранного языка.

Результаты и их обсуждение. В процессе формирующего эксперимента в учебные программы курсов по специальности «Практика устной и письменной речи первого иностранного языка (немецкого)», «Страноведение», «Методика преподавания немецкого языка», «Второй иностранный язык (немецкий)» для студентов I–IV курсов факультета иностранных языков вводились темы, связанные с профессиональным становлением, деятельностью педагога, оценкой его личности. Изучение подобных тем было направлено на обсуждение и анализ значимости конкретных личностных качеств учителя для педагогической деятельности с целью формирования у студентов личностного отношения к ним – личностных представлений и оценочных суждений о профессиональных свойствах педагога. Для этого на занятиях по специальности использовались аутентичные тексты, ситуации, научно-

практические задания педагогической направленности, которые ориентировали и стимулировали студентов к осознанию, осмыслению понятий, оценке личностных мнений, переживаний, действий, поступков в контексте указанной проблематики. Для анализа педагогических ситуаций и решения проблем студенты использовали специально разработанное нами учебное пособие с грифом МОН Украины «Praktisches Deutsch. Einstieg in das Berufsleben des Lehrers» («Практический немецкий. Введение в педагогическую деятельность»). Учебное издание основано на аутентичных текстах, содержащих реальные педагогически направленные ситуации [6–8]. Студенты имели возможность рассматривать подобные ситуации и делать нравственный выбор, основываясь на своих представлениях о моральных качествах учителя. В этом пособии содержатся материалы для аудиторной и самостоятельной работы студентов, задания, упражнения разных уровней обучения (от репродуктивного к творческому), которые могут использоваться для разных учебных курсов по специальности. Важным условием для стимулирования внутренней познавательной активности студентов, побуждения их к личностным высказываниям, эмоциональным оценкам, а также для подготовки к педагогическим действиям, выработке необходимых форм поведения в учебном процессе применялись методы активного, интерактивного обучения: разные виды дискуссии и диалога, кейс-метод, моделирование и анализ профессиональных ситуаций, проекты, «круглый стол», сюжетно-ролевые игры.

С целью формирования профессиональных и личностных качеств студентов, их готовности к педагогической деятельности был организован научный кружок профессионального развития будущих учителей иностранного языка, имевший интегративно-целевой характер. Его задачами были развитие мотивации обучения будущих педагогов, их профессиональной направленности; содействие приобретению ими профессиональных знаний, умений, навыков и формированию профессионально значимых личностных качеств. Кружок проводился на протяжении всего формирующего эксперимента (в среднем 2 раза в месяц). Занятия предусматривали взаимосвязь теоретического и практического обучения.

Оценка студентами профессионально значимых качеств учителя (I срез)

Качества учителя	Значимость (%)						Самооценка (%)					
	4	3	2	1	0	-1	4	3	2	1	0	-1
1. Любовь к детям	75	21	2	2			29	42	18	7	4	
2. Справедливость	84	10	6				49	38	11	2		
3. Толерантность	46	35	14	3	2		29	36	20	13	2	
4. Доброта	53	40	7				48	35	9	6		2
5. Эмпатийность	51	42	7				51	35	10	2		2

На занятиях кружка использовались те же дидактические материалы, активные, интерактивные методы обучения, что и на учебных занятиях, но более вариативно и творчески, в соответствии с индивидуальными образовательными потребностями и опытом студентов. Посещение кружка давало студентам возможность глубже осмысливать сущность педагогической деятельности и роль личностных качеств учителя в организации учебно-воспитательного процесса, а также формировать личностные представления, мнения, профессиональные планы, умения организовывать педагогически целесообразное поведение. Во время работы кружка применялись разные формы лекций и семинаров (диалоги, дискуссии, поисковые беседы, анализ педагогических ситуаций, конференции, «круглые столы», тематические практикумы, деловые игры и т.д.); дополнительно организовывались встречи с ведущими учителями и преподавателями, мастер-классы, экскурсии в музеи университета.

Также проводилась индивидуальная и групповая исследовательская работа с последующим обсуждением ее результатов. Как вариант, студентам предлагали изучать личностные качества педагога и выделять наиболее значимые для будущей профессиональной деятельности. Кроме того, студенты принимали участие в подготовке и проведении недели иностранного языка, благотворительных акций. Участие в благотворительных акциях способствовало развитию у будущих учителей доброты и эмпатийности, осознанию необходимости толерантного отношения к окружающим.

Специальные занятия проводились в рамках подготовки студентов к пассивной и активной психолого-педагогической практике. Будущих учителей иностранного языка консультировали и ориентировали на организацию моделей поведения в соответствии с направленностью на формирование определенных моральных качеств. По итогам практики был проведен «круглый стол» – обмен личностными мнениями, переживаниями, опытом. На заключительных занятиях кружка

студентам предлагалось разработать модель своей будущей педагогической деятельности.

Результаты констатирующего эксперимента представлены в табл. 1.

Как видим, подавляющее большинство будущих учителей осознают значимость указанных качеств для своей педагогической деятельности. Большее количество студентов признают наиболее важными для профессии учителя такие качества, как любовь к детям и справедливость. Половина опрошенных считают также толерантность, доброту и эмпатийность наиболее значимыми и необходимыми качествами для педагогической деятельности. В целом подавляющее число будущих учителей осознают значение указанных выше качеств для своей профессии. Однако, как свидетельствуют показатели, представленные в табл. 1, существует расхождение между пониманием значимости личностных черт учителя и уровнем их сформированности у студентов. Меньшее количество будущих учителей указывают на максимальный и достаточный уровни развитости моральных качеств, признавая в то же время их значимость для педагогической деятельности. Как показывают результаты исследования, профессионально значимые для профессии педагога черты недостаточно сформированы у большинства студентов, что проявляется как в их самооценке, так и в реальном поведении. Поэтому подготовка будущих учителей, в частности иностранного языка, должна предусматривать целенаправленное развитие профессионально значимых качеств.

Как отмечает Т.В. Кудрявцев, студенты получают установку на развитие профессионально значимых качеств на протяжении всего периода обучения [3, с. 26]. Г.Л. Филиппова считает, что нравственные качества формируются на протяжении всей жизни студентов, но именно в период педагогического образования закладывается фундамент развития тех черт, с которыми они входят в атмосферу профессиональной деятельности, в процессе которой и происходит дальнейшее развитие личности учителя [4, с. 80].

Мы также придерживаемся мнения, что профессионально значимые личностные качества учителя действительно интенсивно формируются в период педагогической подготовки. Собственно, развитие этих свойств не начинается непосредственно в процессе педагогического образования будущих учителей и не заканчивается с его завершением. Но именно во время обучения в высшем учебном заведении формирование у студентов нравственных качеств приобретает педагогическую направленность путем осмысления ними педагогического смысла этих свойств и целенаправленного овладения соответствующими моделями поведения. Оптимальное развитие личности будущего учителя происходит при условии успешного овладения профессиональной деятельностью, если она становится личностно значимой для него. Формированию профессионально значимых качеств способствует организация разных видов педагогически направленной учебно-познавательной, предметно-практической деятельности, в процессе которой будущие учителя иностранного языка реализуют и овладевают моделями поведения, что соответствует этим свойствам.

Рассматривая профессиональное развитие будущих учителей иностранного языка, приходим к выводу, что формирование того или иного качества может носить осознанный или неосознанный характер. Неосознанное формирование профессионально значимых личностных качеств будущих учителей происходит хаотично под воздействием объективных и субъективных факторов на протяжении всего процесса обучения. Под данными факторами мы понимаем все события жизни студента, что, так или иначе, влияют на становление его личности и формирование тех или иных качеств. Неосознанный характер этого процесса во многих случаях проявляется в приобретении опыта поведения, который студенты не осмысливают до конца и не принимают конкретных решений на его основании. Началом осознанного формирования указанных качеств является осмысление будущими учителями их личностной значимости для профессионального развития, результатом чего является появление эмоциональной готовности, желания целенаправленно развивать это свойство. В дальнейшем важно, чтобы студенты приняли соответствующие решения и осознанно формировали необходимые умения. Процесс осознания будущими учителями сущности и значимости моральных качеств учителя для педагогической деятельности происходит, прежде всего, в процессе обучения профессионально направленным учебным

дисциплинам, впоследствии – во время прохождения педагогической практики.

Профессиональные качества будущих учителей развиваются путем синтеза мотивационных, интеллектуальных, эмоциональных и волевых процессов. Механизмами профессионального развития являются интериоризация и экстериоризация. В процессе интериоризации результаты учебно-познавательной, практической профессиональной и социальной деятельности, усвоенные студентами во внешней форме (при изучении профессиональных предметов, дисциплин психолого-педагогического блока), превращаются во внутренние или интрапсихические процессы [9, с. 148]. Сначала студенты приобретают определенные знания о сущности и значимости указанных моральных качеств для педагогической деятельности, умения организации соответствующего поведения; потом путем сопоставления новой информации со своим приобретенным опытом, эмоциональной оценки новых идей формируют личностное отношение к ним. Таким образом, внешняя информация или действия трансформируются во внутренние структуры – личностные мнения, суждения, мотивы поведения. В результате действия другого механизма – экстериоризации – студенты на основании образованных внутренних структур, в соответствии с личностными мнениями, мотивами, организуют внешние действия, то есть поведение, которое отвечает этим представлениям [9, с. 114].

Безусловно, профессионально значимые личностные качества учителя формируются поэтапно. На основании анализа научных исследований и личного опыта педагогической деятельности выделяем такие этапы: осознание будущими учителями на когнитивно-эмоциональном уровне значимости личностных, моральных качеств для педагогической деятельности; проявление желания и готовности развивать эти качества, определение конкретных действий в этом направлении; самоорганизация и коррекция студентами моделей личного поведения в соответствии с основными характеристиками конкретных качеств.

Будущий учитель иностранного языка имеет возможность сознательно формировать профессионально значимые качества на занятиях по специальности, а также в процессе педагогической практики. С этой целью в процессе обучения преподаватель направляет студентов на выполнение следующих действий:

- определение сущности, основных составляющих морального качества;

- анализ профессиональной значимости этого свойства для педагогической деятельности на примерах конкретных педагогических ситуаций;
- выявление личностного отношения к определенному качеству в связи с будущей педагогической деятельностью, определение соотношения его субъективной и объективной значимости;
- выделение моделей поведения педагога в соответствии с определенным качеством;
- самооценка сформированности нравственных свойств на основании оценки личных поступков, действий; выделение форм поведения, необходимых для развития;
- организация и самоконтроль действий, поступков в соответствии с определенными качествами.

С целью формирования нравственных качеств будущих учителей преподаватель высшей школы исполняет роль фасилитатора [10]. Он использует систему стимулов для ориентирования студентов к выполнению указанных действий, оказывает им поддержку и взаимопонимание. Путем постановки разных вопросов преподаватель поддерживает мышление, эмоции студентов в необходимом направлении, стимулирует их к точности и аргументированности высказываний. В процессе оценки профессиональной значимости моральных качеств для педагогической деятельности преподавателю важно стимулировать будущих учителей к определению не только их объективной, но и субъективной значимости. С этой целью, в связи с действием механизма интериоризации, они выполняют когнитивные и эмоционально оценочные действия.

Огромное значение для формирования профессионально значимых качеств будущих учителей иностранного языка имеет педагогическая направленность содержания учебных курсов по специальности. Обсуждение в процессе обучения тем, связанных с педагогической деятельностью, способствует размышлению студентов о сущности, основных характеристиках моральных качеств педагога. Использование интерактивных методов обучения и разных форм учебно-познавательной деятельности (индивидуальной, парной, групповой, коллективной) обеспечивает возможность выполнения студентами действий по осознанию профессиональной значимости моральных качеств для педагогической деятельности и принятию решения относительно их формирования. В связи с этим очевидна потребность в учебном пособии по иностранному языку, которое включает систему тем, заданий, уп-

ражнений, направленных на подготовку будущего учителя к педагогической деятельности. Анализ учебных пособий по практическому курсу немецкого языка, рекомендованных Министерством образования и науки Украины, дает основание утверждать, что темы, связанные со школой и профессией учителя, представлены в них частично. Мало внимания уделено проблеме формирования у будущих учителей положительного отношения к будущей профессиональной деятельности. Разработанное нами пособие по практическому курсу немецкого языка включает обширную педагогическую тематику [11]. Например, студенты оценивают профессиональную значимость моральных качеств учителя в процессе обсуждения таких тем, как: «Любимый учитель, какой он?», «Образ идеального учителя», «Какие черты являются важными для учителя» и др. Студентам предлагаются также разнообразные задания, задачи, упражнения – от обсуждения текстов на заданную тематику до заполнения и создания схем, диаграмм и проведения дискуссий по результатам этой работы [11, с. 6–15].

Логические изображения (графики, диаграммы, таблицы, схемы) передают концентрированный значительный объем информации и используются как вспомогательные средства для понимания текста. Если студент имеет общее представление о подобной коммуникативной ситуации, ему легче работать над аутентичным текстом и овладевать деталями содержания, упражняться в употреблении соответствующей речевой конструкции. Графическое представление информации способствует передаче фактов в логической последовательности. Одновременно графическая форма делает видимой главную структуру текста и связей между главными понятиями. Тексты и различные логические изображения, которые широко используются для упражнений в учебном издании, взаимно дополняют друг друга.

Например, в одном из упражнений текст описывает только часть представленного графического изображения системы образования Германии. Предлагаемая дополнительно диаграмма значительно расширяет границы текста. Студенты, пользуясь ее данными, могут дополнить предложенный текст [11, с. 22–24]. Подготовленные для учебного издания упражнения выполняют кроме обучающей развивающую функцию. Ознакомление будущих учителей с культурными особенностями страны изучаемого языка способствует развитию способности осуществлять межкультурное

общение. С этой целью студентам предложены также аутентичные тексты и задания, предусматривающие сравнение социо-культурных явлений разных стран [7; 11]. Например, одно из заданий учебного пособия направлено на сравнение аттестатов Германии и Украины [11, с. 67–68]. Упражнения такого типа служат развитию не только социокультурной компетенции, но и толерантности, уважения будущих учителей к особенностям чужой для них иноязычной культуры.

Продуктивным, на наш взгляд, будет также составление схемы по тексту «Быть учителем» [11, с. 8–10]. Результаты работы студентам целесообразно сравнить в группе для обмена собственными представлениями и осознания значимости нравственных качеств для личной педагогической деятельности. Заполнение «аттестатов учителей», в которых студентам предлагается охарактеризовать основные качества известных им педагогов, их личные и профессиональные особенности, а также последующее обсуждение результатов в группах способствуют оценке педагогической значимости определенных свойств учителя [11, с. 15].

Считаем, что обсуждение в процессе изучения иностранного языка темы «Заповеди обращения с детьми» также влияет на формирование личностной педагогической позиции будущих учителей, когнитивно-эмоциональное определение значимости толерантности, справедливости, доброты и эмпатийности как моральных качеств учителя, которые составляют фундамент этики педагогического взаимодействия. Практический опыт работы со студентами факультета иностранной филологии убеждает, что «круглый стол» на тему «Мое становление как учителя» помогает осознанию философско-этических принципов педагогической деятельности, что влияет на профессиональное развитие вообще и формирование профессионально значимых качеств личности будущего учителя иностранного языка в частности [11, с. 6]. Кроме обсуждения указанной педагогической тематики на занятиях по специальности огромное значение имеет использование сюжетно-ролевых ситуаций, упражнений, в процессе которых студенты проигрывают модели поведения, что соответствует профессионально значимым для педагогической деятельности качествам. Имитация поведения в ситуациях, приближенных к педагогической профессии, дает возможность целенаправленно организовывать внешние действия в соответствии с внутренними представлениями, мнениями.

Тему «Какой быть школе: мечты и реалии» предлагаем рассматривать в начале процесса обучения в высшей школе, а также до и после прохождения студентами педагогической практики в школе (пассивной и активной). Считаем целесообразным использовать на разных курсах обучения будущих учителей педагогические задачи, выполнение которых способствует осознанию ими значимости формирования профессионально важных личностных качеств. Это позволяет преподавателю проследить, как меняются взгляды студентов, их поведение и опыт в указанном контексте на протяжении всего учебного процесса в высшей школе (на начальном этапе первичного знакомства с избранной профессией; в процессе изучения предметов профессионального и психолого-педагогического циклов; в процессе прохождения педагогической практики). Подобный подход дает возможность преподавателю вносить определенные коррективы в организацию учебного процесса, а студентам быть активными субъектами процесса профессионального саморазвития и формирования необходимых качеств. Перечень этих качеств на протяжении учебного процесса может уточняться, дополняться. Главное – чтобы происходил процесс осмысления, осознания их значимости студентами, а также формировались мотивация и умения развивать эти качества.

Занятия научного кружка профессионального развития будущих учителей иностранного языка предоставляют им больше возможности формировать профессионально значимые качества на когнитивном, эмоциональном и поведенческом уровнях. Например, студентам можно предложить для обсуждения материалы, связанные с обсуждением личностных качеств учителя: интернет-форум «Хороший учитель – каков он?», «круглые столы» на темы «Учитель должен быть творцом», «Быть учителем – больше, чем учить» [11, с. 11–12]. Будущие учителя, обсудив в группе, какие качества особенно важны для их трудовой деятельности, проектируют педагогические ситуации, ищут пути и способы решения актуальных проблем. Так, студентам можно предложить смоделировать пример нетолерантного отношения к ученикам, а потом попробовать исправить положение.

Наиболее полно реализовать профессионально значимые личностные качества в процессе организации учебно-воспитательной деятельности будущие учителя могут во время прохождения педагогической практики. С этой целью студенты под руководством преподавателей органи-

зовывают свое поведение в соответствии с личностными мнениями, суждениями и решениями, которые были приняты во время обсуждения указанных выше тем касательно формирования необходимых моральных качеств. Практическая педагогическая деятельность способствует идентификации личности студента с социальной ролью педагога, лучшему самопознанию собственного профессионального «Я», коррекции и моделированию личного поведения в процессе взаимодействия с учащимися согласно сформированным личностным представлениям.

Повторный опрос студентов после проведенной экспериментальной работы, направленной на формирование и развитие у них профессионально значимых личностных качеств (II срез), показал, что преобладающее количество будущих учителей иностранного языка осознали значимость основных моральных качеств педагога и целенаправленно работали над их развитием.

Сравнение результатов первого и второго срезов, представленных в табл. 1 и 2, подтверждает, что увеличилось количество студентов, которые осознают значимость всех указанных качеств для педагогической деятельности. Также по результатам контрольного среза можно сказать, что повысилась самооценка студентами уровня развитости этих свойств, что в некоторой мере свидетельствует об их совершенствовании в результате проведенной экспериментальной работы. Положительные изменения при этом подтверждают, что формирование профессионально значимых качеств будущих учителей иностранного языка охватывает развитие у них личностных представлений о значимости подобных качеств для их педагогической деятельности, моделирование и организацию поведения соответственно этим свойствам в практических ситуациях и деятельности. По данным результатам делаем вывод, что рассмотренные в статье основные пути организации учебного процесса являются эффективными для формирования профессионально значимых качеств у будущих педагогов, что способствует их профессиональному развитию.

Заключение. Анализ современных исследований показывает, что подготовка будущих учителей, в частности иностранного языка, в высшей школе предусматривает формирование у них не только профессиональных качеств, связанных с

педагогическими способностями и умениями, но и личностных свойств, что имеют профессиональное значение для педагогической деятельности. Эти качества свидетельствуют о моральности учителя; помогают ему раскрываться как личности, организовывать педагогическое воздействие на учащихся и составляют фундамент его педагогической этики.

Научная новизна исследования заключается в теоретическом обосновании путей формирования профессионально значимых качеств будущих учителей иностранного языка на основании исследования психологических механизмов и особенностей организации этого процесса, а также в экспериментальной проверке эффективности избранных путей. Как показало исследование, процесс формирования профессионально значимых качеств охватывает развитие студентами личностных представлений о профессиональной значимости моральных качеств учителя, определение ними соответствующих моделей поведения в процессе педагогической деятельности, самоорганизацию студентами поведения согласно сформированным взглядам и принятым решениям. Основными путями формирования указанных качеств будущих учителей иностранного языка являются обеспечение профессиональной направленности содержания учебных курсов по специальности; использование методов активного и интерактивного обучения, способствующих осознанию студентами личностной значимости этих свойств для педагогической деятельности и принятию решений об их развитии; организация практических действий и деятельности студентов, направленных на формирование у них целесообразного поведения. Проведенная экспериментальная работа подтверждает, что огромное значение для профессионального развития будущих учителей иностранного языка имеет использование специально подготовленного учебного пособия «Praktisches Deutsch. Einstieg in das Berufsleben des Lehrers» («Практический немецкий. Введение в педагогическую деятельность»), в котором содержатся профессионально направленные аутентичные тексты, упражнения, задания; а также организация работы научного кружка, что обеспечивает больше возможностей для формирования личностных взглядов, практических умений студентов, их представлений о профессионально значимых качествах.

Таблица 2

Оценка студентами профессионально значимых качеств учителя (II срез)

Качества учителя	Значимость (%)						Самооценка (%)					
	4	3	2	1	0	-1	4	3	2	1	0	-1
1. Любовь к детям	85	14	1				58	36	5	1		
2. Справедливость	91	9					64	29	6	1		
3. Толерантность	68	24	8				49	42	7	2		
4. Доброта	64	31	5				61	34	4	1		
5. Эмпатийность	67	29	4				64	35	1			

ЛИТЕРАТУРА

1. Митина, Л.М. Учитель как личность и профессионал (психологические проблемы) / Л.М. Митина. – М.: Дело, 1994. – 215 с.
2. Дуткевич, Т.В. Вікова і педагогічна психологія (курс лекцій та практикум): навч. посібник / Т.В. Дуткевич, В.А. Яцюк. – Кам'янець-Подільський: Друк ПП Буйницький О.А., 2006. – 208 с.
3. Кудрявцев, Т.В. Психолого-педагогические проблемы высшей школы / Т.В. Кудрявцев // Вопросы психологии. – 1981. – № 2. – С. 20–30.
4. Филиппова, Г.Л. Педагогические условия эффективного профессионально-личностного развития будущего учителя (на материале педагогического колледжа): дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Г.Л. Филиппова. – Мурманск, 2007. – 181 с.
5. Пилиповский, В.Я. Требования к личности учителя в условиях высокотехнологического общества / В.Я. Пилиповский // Педагогика. – 1997. – № 5. – С. 97–103.
6. Hentig, H. Bibelarbeit. Verheißung und Verantwortung für unsere Welt / H. Hentig. – München und Wien: Carl Hanser Verlag, 1988. – 138 s.
7. Burjak, L. Ein Stückchen Deutschland. Bilaterales Landeskunde-programm Ukraine-Deutschland. Die Schule / L. Burjak, W. Kiriljuk, I. Nikitina, E. Ullrich. – Bonn: Inter Nationes, 1997. – 38 s.
8. Vobornikova, A. Pause muss sein / A. Vobornikova, B. Milanova // TIPP – das Lehrerheft zum JUMA. – 1998. – № 2. – S. 32–37.
9. Український педагогічний словник / уклад. С. Гончаренко. – К.: Либідь, 1997. – 374 с.
10. Кашеварова, А. Роли Учителя: тьютор и фасилитатор. Монолог психолога / А. Кашеварова // Школьный психолог [Электронный ресурс]. – 2007. – № 1. – Режим доступа: <http://psy.1september.ru/articlef.php?ID=200700115>.
11. Шмирко, О.С. Praktisches Deutsch. Einstieg in das Berufsleben des Lehrers: навч. посібник / О.С. Шмирко. – Кам'янець-Подільський: ПП Буйницький О.А., 2010. – 92 с.

Поступила в редакцию 11.10.2013. Принята в печать 21.10.2013
 Адрес для корреспонденции: alen_ka67@bk.ru – Шмырко Е.С.

УДК 376.1-056.264:37.018.324

Развитие речи воспитанников детского дома методом комментированного рисования

С.В. Лауткина*, Ж.А. Рулева**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»

**Государственное учреждение образования «Детский дом города Витебска»

Речевое развитие является важнейшей составляющей полноценного и всестороннего развития ребенка. Однако речевое развитие детей из детских домов не достигает показателей детей, воспитываемых в семьях, как по своим количественным, так и качественным показателям. Нарушения речевого развития у детей из детских домов объясняются многими причинами, главные из которых – различные виды депривации. Многие воспитанники детских домов имеют трудности в обучении, обусловленные задержкой психического развития, что требует индивидуального подхода в коррекции нарушений и кропотливой логопедической работы с каждым из детей.

В публикации представлены результаты теоретико-эмпирического изучения проблемы развития речи воспитанников детского дома, а также результаты проведенной логопедической работы с детьми по разработанной нами программе развития речи с применением метода комментированного рисования.

Ключевые слова: комментированное рисование, дети с трудностями в обучении, воспитанники детского дома, дошкольники, депривация, развитие речи.

Development of Speech of Pupils of Children's Home by the Method of Comment Drawing

S.V. Lautkina*, Z.A. Ruleva**

*Education establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

**State education establishment «Children's Home of the City of Vitebsk»

Speech development is a critical component of the complete and comprehensive development of the child. However, the language development of children from children's homes, does not reach the performance of children, brought up in families, both in their quantitative and qualitative indicators. Violations of speech development of children from children's homes is explained by many reasons, the main among them – different types of deprivation. Many children's home children have learning difficulties due to mental retardation, which requires an individual approach to the correction of existing difficulties, and laborious speech therapy work with each of the children.

This publication presents the results of theoretical and empirical study of the problems of development of speech of children's home children, as well as the results of speech therapy work with children according to our development program of speech development using the method of comment drawing.

Key words: comment drawing, children with learning disorders, preschoolers, pupils of children's home, deprivation, the development of speech.

Исследования педагогов и психологов последних лет (А.Д. Виноградова, Л.Н. Галигузова, И.В. Дубровина, И.А. Залысина, М.А. Илюк, М.И. Лисина, М.Н. Лазутова, В.С. Мухина, А.М. Прихожан, А.Г. Рузская, Е.А. Стребелева, Е.О. Смирнова, Н.Н. Толстых, А.А. Хилько, Л.М. Шипицына и др.) показали, что у воспитанников учреждений для детей-сирот и детей, оставшихся без попечения родителей, отмечаются особенности познавательной деятельности, эмоционально-волевой сферы, личностные нарушения, неприспособленность к самостоятельной жизни, низкая социальная ак-

тивность. В целом система обучения таких детей не приносит ожидаемых результатов, поэтому в науке и практике постоянно осуществляется поиск эффективных методов, средств и приемов обучения воспитанников детских домов.

Важным компонентом успешного обучения детей является высокий уровень развития их речи [1]. Специфику речевого развития детей-сирот в психолого-педагогическом аспекте изучали многие авторы (Е.В. Бордовская, Г.А. Волкова, Е.А. Стребелева, М.И. Лисина), однако проблема нарушений речи, особенно связной речи, и их коррекции в логопедическом аспекте является малоизученной.

На наш взгляд, одним из действенных видов работы по развитию связной речи детей-сирот является **метод комментированного рисования** – моделирование коммуникативной ситуации, центром которой является создание педагогом схематической зарисовки на тему, отражающую ближайший опыт детей, а также организация в ходе рисования общения детей с педагогом и друг с другом [2].

По мнению О.П. Гаврилушкиной, Т.А. Мирановой, Г.В. Чиркиной, на основе комментирования практических действий детей при целенаправленной педагогической работе можно быстрее сформировать основные компоненты интеллектуальной деятельности – мотивационной, ориентировочной, операциональной и контрольной, – которые лежат в основе интеллектуальной способности. Комментирование ребенком собственной деятельности является необходимым условием осмысления поставленной перед ним общей цели, ее конкретизации, планирования путей и средств реализации, оценки адекватности средств достижения, предвосхищения деятельности и др.

С помощью метода комментированного рисования привлекается внимание ребенка к собеседнику (установление визуального контакта). Некоторые дети с несформированными навыками общения недостаточно внимательны к лицу человека, с которым хотят вступить в общение, что препятствует разворачиванию диалога и монолога. В ходе комментированного рисования у педагога появляется возможность формировать у ребенка потребность следить за лицом собеседника («Посмотри на Федю, обратись к нему, спроси...»).

Педагог на глазах у детей создает схематические изображения. Выполняет рисунки заинтересованно, сопровождая рисование эмоциональными пояснениями, отражает только главное. Важно рисовать быстро, не затягивать рисование. Для того чтобы общение детей не было вытеснено изобразительной деятельностью взрослого, продолжительность комментированного рисования – не более 10 минут даже в старшей группе. Затем дети переходят к рассказыванию, а далее – к словесным играм, составлению коммуникативных высказываний по картинкам и т.д.

Педагоги, практикующие комментированное рисование, отмечают у воспитанников желание вести диалоги друг с другом, даже без помощи взрослого. Необычность позиции, особые требования к речевому поведению, необходимость рисовать, когда этим не занимался, вызывают у некоторых педагогов реакцию неприятия комментированного рисования вообще. Но результат, которого достигали педагоги, применявшие комментированное рисование с целью развития коммуникативного поведения детей, их порой

удивлял. Когда дети понимали «правила игры», они давали буквально «взрыв» речевой активности, на фоне которой уже ставились задачи, касающиеся непосредственно развития речи воспитанников [2].

Таким образом, в науке и практике имеется противоречие между неразработанностью проблемы коррекции речевых нарушений у детей-сирот и ее значимостью для психического развития детей, формирования их личности, социальной адаптации и успешной социализации. Оптимизации связной речи детей может способствовать метод комментированного рисования.

Цель работы – изучение влияния комментированного рисования на развитие речи детей дошкольного возраста.

Материал и методы. Материалом для исследования явились речевое развитие воспитанников детского дома, авторская программа «Развитие речи детей с трудностями в обучении методом комментированного рисования».

Реализованы следующие методы исследования: *теоретические методы*: систематизации и концептуализации научных идей, анализ и обобщение литературных источников; *эмпирические методы*: констатирующий, формирующий и контрольный эксперименты; *методы обработки и интерпретации результатов*: комплексный сравнительный анализ, статистические методы обработки материала (использование прикладной программы SPSS 11.5).

В эмпирическом исследовании речи приняли участие 30 дошкольников с трудностями в обучении: воспитанники детского дома города Витебска (экспериментальная группа – ЭГ) и дети, посещающие специальный детский сад № 64 (контрольная группа – КГ).

Результаты и их обсуждение. Исследование состояло из **4 этапов**. На **первом этапе** проведен **констатирующий эксперимент**, в ходе которого мы отобрали отдельные задания из различных методик для всестороннего обследования речи детей ЭГ и КГ. Были использованы следующие методики: «Психолого-педагогическое обследование детей» Е.А. Стребелевой, «Альбом по развитию речи» В.С. Володиной, «Практический материал для проведения психолого-педагогического обследования» С.Д. Забрамной и О.В. Боровик, «Исследование особенностей развития познавательной сферы детей дошкольного и младшего школьного возраста» Н.Я. Семаго, М.М. Семаго. Дети ЭГ и КГ выполняли задания на обследование речевого развития по следующим параметрам: *связная речь, предметный словарь, глагольный словарь, словарь признаков, грамматический строй речи, состояние слоговой структуры слов, звукопроизношение*.

На *втором этапе* проводился обучающий эксперимент. По разработанной нами авторской «Программе развития речи детей с трудностями в обучении методом комментированного рисования» с детьми ЭГ в течение 9 месяцев проводились занятия по развитию речи дошкольников. Необходимо отметить, что дошкольный возраст является наиболее благоприятным для исправления дефектов речевого развития. В этом возрасте у детей особенно развиты чуткость и восприимчивость к явлениям языка; им также характерны самостоятельные наблюдения над языковыми фактами [3]. Работа педагогов при обучении детей всех дошкольных возрастов была направлена не столько на то, чтобы расширить их лексический запас (хотя это тоже необходимо), сколько на то, чтобы каждое воспринимаемое слово усваивалось в определенной для данного возраста степени обобщения (наглядной, функциональной, категориальной). При усвоении родного языка требуется полное понимание лексического значения слова, а не только запоминание его звуковой оболочки [4].

При реализации авторской программы для развития речи детей использовались различные игры и игровые приемы. Большое значение уделялось эмоциональному общению со взрослым, ориентировке в окружающем, предметным и игровым действиям, умению видеть, слышать, осязать, развитию наглядных форм мышления. Одновременно воспитывались внимание к речи взрослого, умение воспринимать ее как сигнал к действию, что в свою очередь способствовало развитию фонематического восприятия, накоплению пассивного словаря, уточнению и пониманию значения слов [5].

Занятия с детьми по авторской программе проводились 1 раз в неделю в течение учебного года (9 месяцев). В процессе этого формировались словарь, словообразовательные процессы, звуковая культура речи, грамматический строй и связная речь.

С сентября 2011 года и до конца учебного года (май 2012 года) мы занимались по разработанной программе с детьми ЭГ (15 воспитанников детского дома). С детьми проводились занятия по подгруппам (5 человек), так как большее количество детей не позволяет всем участвовать в составлении предложений и рассказов. В соответствии же с поставленными задачами каждый ребенок должен проявлять речевую активность на протяжении всего занятия.

Лексические темы занятий по комментированному рисованию были отобраны, опираясь на тематическое планирование воспитателей и учителей-дефектологов, занимающихся с детьми с трудностями в обучении, обусловленными за-

держкой психического развития. Темы занятий не были оторваны от остальных основных занятий и мероприятий, которые проводились с детьми на учебной неделе. Занятия проводились в пятницу для того, чтобы у детей уже был накоплен определенный словарный запас по лексической теме, чтобы прошли какие-либо события и мероприятия, про которые можно было вспомнить, порассуждать. Мы выбирали также события, которые происходили и две недели назад, и месяц, но обязательно перекликались с выбранной темой. Наши комментированные зарисовки были построены на активизации мыслительных и мнестических процессов у детей.

Все занятия в большинстве своем были построены в классической форме: организационный момент, основная часть, подведение итогов. Эти этапы включали игровые моменты, упражнения на удовлетворение двигательной активности детей, для того чтобы процесс комментированного рисования, который требует определенной сосредоточенности и концентрированности детей, не утомлял их.

Начинали занятия с песенок, загадок, сюрпризных моментов, активизируя внимание и восприятие занимающихся, вызвали интерес к последующим действиям. Плавное переходя к основной части занятия, мы вспоминали какое-либо событие, развлечение, праздник. Часто использовались фотографии. В этом случае дети эмоционально настраивались на предстоящее составление рассказа, ведь воспоминание о приятных моментах своей жизни всегда положительно сказывается на настроении и чувствах детей. После воспоминаний проводилась непродолжительная игра для отдыха.

Далее мы подходили к главному – самому процессу комментированного рисования. На мольберте заранее был заготовлен лист по размеру самого мольберта, чтобы было пространство для зарисовок. Педагог начинал с детьми беседу. Обычно это был вопрос о том, кто принимал участие в том событии (праздник, прогулка, посещение выставки и т.д.), о котором дети собирались рассказать. Схематически рисуя девочек и мальчиков, педагог уточнял характерные особенности каждого ребенка: высокий или низкий, полный или худой, в очках, с косичками, с бантиками и т.д. Рисунок выполнялся черным маркером, все фигуры детей – одна за другой, для последующего рассказа по рисунку, как по плану. Дети с удовольствием описывали себя и других. Далее, нарисовав всех детей, вспоминали, куда собирались дети, что видели в пути. Все это педагог схематически рисовал на листе бумаги, не упуская уточняющих деталей, о которых вспоминали дети в своих ответах. Также по во-

просам педагога описывалось выбранное мероприятие. В заключение педагог спрашивал о том, какие эмоции испытывали дети в ходе описанного события, понравилось ли оно. После завершения данного этапа приступали к рассказу о прошедшем событии. Обычно повествование повторяли 2 раза. Первый раз – дети по очереди составляли по 1–2 предложения, рассматривая рисунки, второй раз – один из детей по желанию сам составлял рассказ о нарисованном событии (иногда педагог и дети дополняли его). Рассказывание строилось в разных вариантах, главная его цель – добиться от детей связного монологического описания события.

На завершающем этапе использовалось легкое упражнение неречевого характера – игра или хоровод. По окончании дети делились впечатлениями о занятии и высказывались о содержании будущих занятий с комментированным рисованием.

В соответствии с составленной нами программой мы аналогично провели все занятия в течение 2011–2012 учебного года с детьми ЭГ, воспитанниками детского дома. Во время занятий дети были активны, с интересом участвовали в них. Каждый из детей проявлял желание рассказывать о схематически изображенном событии.

На третьем этапе был проведен контрольный эксперимент – обследование детей КГ и ЭГ с целью выявления уровня их речевого развития. Работа была проведена в мае 2012 года после реализации авторской программы с детьми ЭГ, с использованием того же диагностического инструментария, что и в сентябре 2011 года.

На четвертом этапе – сравнительный анализ – подводились итоги проделанной работы, сравнение результатов обследования речи детей ЭГ до и после работы по авторской программе, выявление эффективности предложенного нами метода для развития речи детей (сравнение с результатами обследования детей КГ, с которыми подобные занятия не проводились).

Анализ и сравнение полученных результатов показали, что дети ЭГ, с которыми в течение 2011–2012 учебного года проводились занятия по разработанной нами программе, по всем параметрам обследования показали лучшие результаты, чем дошкольники КГ. Следует отметить, что у детей КГ при повторном выполнении заданий результат был даже ниже предыдущего. Возможно, это связано с тем, что отдельные слова из активного словаря были утеряны из-за окончания работы по какой-то лексической теме и не использовались в активном лексиконе детей. Это отразилось и на конечных результатах. 3 ребенка КГ не улучшили средний индивидуальный

результат выполнения заданий, а 2 – ответили хуже на 2% и 4%. В ЭГ мы не наблюдали отрицательных результатов. Испытуемые показали положительную динамику от 5% до 16%.

Заметен положительный результат применения авторской программы и по уровню предрасположенности детей к нарушениям устной речи. В контрольном эксперименте 7 детей ЭГ повысили показатели, переступив порог следующего уровня, в КГ улучшил показатели только 1 ребенок. На конец учебного года в ЭГ не осталось детей с высоким уровнем предрасположенности к речевым нарушениям, в КГ таких было 2 ребенка. При окончательном сравнении результатов обследования двух групп выяснилось, что общий результат КГ вырос на 3,7%, в ЭГ – на 11,4%.

Сравнительный анализ двух проведенных обследований свидетельствует о том, что применение нашей авторской программы оказало положительное воздействие на речевое развитие дошкольников с трудностями в обучении, воспитывающихся в условиях детского дома.

Заключение. Метод комментированного рисования – один из действенных способов развития речи детей дошкольного возраста с трудностями в обучении. Особенно эффективен данный метод для воспитанников детских домов, чей кругозор и запас сведений об окружающем довольно узки в силу однообразных условий жизни.

Проведя работу в соответствии с запланированными этапами исследования можно утверждать, что предложенный нами метод комментированного рисования в коррекции нарушений речи позволяет детям с трудностями в обучении повысить уровень их речевого развития, преодолеть нарушения грамматического характера, улучшить звукопроизношение и фонематическое восприятие. Положительная динамика по всем этим параметрам у обследуемых детей привела их к главному – возможности самостоятельно «проектировать» и создавать связные монологические высказывания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Слепович, Е.С. Формирование речи у дошкольников с задержкой психического развития / Е.С. Слепович. – Минск: Народная асвета. – 1989. – 49 с.
2. Апаткина, Ю.М. Комментированное рисование как средство формирования креативных качеств дошкольника / Ю.М. Апаткина, П.Е. Андрианова // Управление ДОУ. – 2010. – № 2. – С. 81–88.
3. Каше, Г.А. Подготовка к школе детей с недостатками речи / Г.А. Каше. – М.: Просвещение, 1985. – 115 с.
4. Федоренко, Л.П. Методика развития речи детей дошкольного возраста / Л.П. Федоренко [и др.]. – М.: Просвещение, 1984. – 59 с.
5. Катаева, А.А. Дидактические игры в обучении дошкольников с отклонением в развитии / А.А. Катаева, Е.А. Стребелева. – М.: Владос, 2001. – 195 с.

Особенности развития эмоциональной сферы детей с интеллектуальной недостаточностью в коррекционно-развивающей работе учителя-дефектолога

Ж.П. Чобот, М.А. Кравченко

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Статья посвящена проблеме развития эмоциональной сферы учащихся с интеллектуальной недостаточностью в коррекционно-развивающей работе учителя-дефектолога. Авторами осуществлен научный анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, рассмотрены особенности развития эмоциональной сферы детей с интеллектуальной недостаточностью, определена значимость формирования эмоциональной сферы в системе коррекционно-развивающей работы учителя-дефектолога, представлены основные направления коррекционной работы.

В процессе исследования были получены данные, свидетельствующие о проявлении у детей данной категории неоднородности выражения эмоциональных состояний другого человека во всех предлагаемых формах диагностического материала. При этом более выраженные трудности наблюдались при определении эмоциональных состояний персонажей художественного текста в вербальном и невербальном вариантах. Данные формирующего эксперимента определили роль учителя-дефектолога, который посредством коррекционно-развивающей программы способствует развитию эмоциональной сферы детей с интеллектуальной недостаточностью как составляющего компонента процесса обучения.

Результаты исследования могут быть использованы в практике учителя-дефектолога, воспитателя в процессе построения коррекционно-развивающей работы во вспомогательной школе и центре коррекционно-развивающего обучения и реабилитации.

Ключевые слова: эмоциональная сфера, эмоциональное состояние, идентификация, дети с интеллектуальной недостаточностью, коррекционно-развивающая работа.

Peculiarities of the Development of Emotional Sphere of Children with Intellectual Deficiency in the Correction and Development Work of the Defectologist Teacher

Zh.P. Chobot, M.A. Kravchenko

Educational establishment «Vitebsk State P.M. Masharov University»

The article centers round the issue of the development of the emotional sphere of pupils with intellectual deficiency in the correction and development work of the defectologist teacher. The author has performed scientific analysis of psychological and pedagogical literature on the issue of the research; peculiarities of the development of the emotional sphere of children with intellectual deficiency have been considered; significance of building up emotional sphere in the system of correction and development work of the defectologist teacher has been established; basic directions of correction work are presented.

During the research data were obtained on manifestation of non uniformity of the expression by this category of children of emotional states of another person in all suggested forms of diagnostic material. More expressed difficulties were observed when defining emotional states of characters of fiction in verbal and non verbal variants. Data of the forming experiment defined the role of the defectologist teacher, who by means of correction and development program facilitates the development of the emotional sphere of children with intellectual deficiency as a component part of the teaching process.

Results of the study can be used in the practical work of the defectologist teacher in the process of building up correction and development work at the special school and at the center of correction and development teaching and rehabilitation.

Key words: emotional sphere, emotional state, identification, children with intellectual deficiency, correction and development work.

Современное развитие общества, изменяющиеся социально-экономические условия, интеграционные процессы в педагогической науке и практике требуют совершенствования условий обучения и воспитания детей, имеющих

проблемы в развитии. Социальная адаптация и интеграция детей с интеллектуальной недостаточностью в нормальную среду – ведущее направление работы в области коррекционной педагогики и специальной психологии.

Для успешной социализации детей с интеллектуальной недостаточностью большое значение имеет развитие их эмоциональной сферы. Как и все другие дети, дети с интеллектуальной недостаточностью на протяжении всех лет своей жизни развиваются. Наряду со специфичным развитием психики происходит своеобразное развитие эмоциональной сферы такого ребенка, проявляющееся, прежде всего, в незрелости. Незрелость эмоций и чувств ребенка с интеллектуальной недостаточностью обусловлена в первую очередь особенностями развития его потребностей, мотивов и интеллекта.

У ребенка с интеллектуальной недостаточностью недоразвитие личности наиболее ярко проявляется в игровой деятельности. Это объясняется тем, что у ребенка-олигофрена очень слабо развиты потребности в новых впечатлениях, любознательность, познавательные интересы, мало выражены побуждения к осуществлению новых видов деятельности. Его деятельность и поведение подвержены влиянию непосредственных, ситуативных побуждений внешних воздействий. Симптомами нарушения эмоциональной сферы являются раздражительность, повышенная возбудимость, двигательное беспокойство, неусидчивость, отсутствие опосредованной мотивации. В отличие от нормально развивающегося ребенка у ребенка-олигофрена не происходит формирования социальных чувств [1].

Кроме того, у детей-олигофренов часто бывают неадекватные воздействиям эмоции и чувства. У одних детей наблюдается чрезмерная легкость и поверхностная оценка серьезных жизненных событий. Слабость мысли ребенка с интеллектуальной недостаточностью и незрелость, примитивность мотивационно-потребностной сферы тормозят у них формирование высших чувств.

Для эмоциональной сферы ребенка с интеллектуальной недостаточностью характерны малодифференцированность, бедность переживаний. Как отмечают С.С. Ляпидевский и Б.И. Шостак, его «чувства однообразны, неустойчивы, ограничиваются двумя крайними состояниями (удовольствие или неудовольствие), возникают только при непосредственном воздействии того или иного раздражителя». То есть переживания такого ребенка примитивны и еще нет дифференцированных тонких оттенков переживаний. Это объясняется тем, что у ребенка наличествуют примитивные потребности.

Вместе с тем отмечается живость эмоций у ребенка-олигофрена (приветливость, доверчивость, оживленность), наряду с поверхностностью и непрочностью. Такие дети легко переключаются

с одного переживания на другое, проявляют несамостоятельность в деятельности, легкую внушаемость в поведении и играх, следуют за другими детьми.

Начало теоретического изучения проблем личности детей с интеллектуальной недостаточностью и их эмоционально-волевой сферы в дефектологии связано с именем Л.С. Выготского. Выдвинув положение о межфункциональных связях и системном строении психики человека, он высказал мысль о теснейшей взаимосвязи и внутреннем единстве его интеллектуальной и эмоциональной сфер [2].

Развивая идеи Л.С. Выготского, исследователи А.Н. Граборов, Г.М. Дульнев, М.С. Певзнер, С.Я. Рубинштейн, Ж.И. Шиф доказали, что наличие органического дефекта и связанное с ним нарушение динамики нервных процессов неизбежно сказываются на высших формах психической деятельности детей данной категории, изменяя тем самым их отношения, переживания, эмоциональные проявления.

Важность данной проблемы подчеркивается в работах О.К. Агавеляна, С.Д. Забрамной, Н.Л. Коломинского, К.С. Лебединской, В.И. Лубовского, Н.Г. Морозовой, Ж.И. Намазбаевой, В.Г. Петровой, Л.М. Шипицыной и др. Ученые подчеркивают, что эмоциональная сфера детей с интеллектуальной недостаточностью принимает важное участие в процессе познания и накопления опыта, а эмоциональные образы и контроль являются целью и продуктом обучения и воспитания.

Как показывают исследования О.К. Агавеляна, Г.М. Бреслава, С.Д. Забрамной, Т.З. Стерниной, О.Е. Шаповаловой, для эмоционального портрета младших школьников с нарушением интеллекта характерны слабость регуляции эмоций, малая дифференцированность, неадекватность эмоциональных проявлений, снижение эмоциональной активности.

О.Е. Шаповалова отмечает, что даже при несложных формах и легкой степени интеллектуальной недостаточности эмоциональное развитие оказывается нарушенным. В своих переживаниях дети с интеллектуальной недостаточностью затрудняются в отделении главного от второстепенного. Поэтому они могут давать бурные реакции по ничтожным поводам и слабо реагировать на серьезные события. Для таких детей актуальны непосредственные переживания, они не могут оценить возможные последствия тех или иных событий, не корректируют своих чувств сообразно ситуации.

Наличие в эмоциональной сфере грубых первичных изменений ведет к формированию пси-

хопатологических черт и акцентуаций характера, резко осложняющих коррекцию основного психического дефекта. Вот почему изучение эмоций и чувств ребенка с интеллектуальной недостаточностью, их формирование и воспитание имеют столь важное значение [3].

Школьный возраст отличается рядом особенностей и требует от ребенка новых видов психической деятельности. Дети младшего школьного возраста с интеллектуальной недостаточностью отзывчивы на похвалу, одобрение, порицание. Различают ласковую и недовольную интонации. Они не могут выражать свои эмоции вербально. Свое отношение к человеку они выявляют прикосновением к нему, улыбкой, заглядыванием в лицо. Изменяется тип ведущей деятельности из игровой в учебную, перестраиваются мотивы, где основным из них становится указание учителя.

Цель статьи – выявление особенностей развития эмоциональной сферы у учащихся с интеллектуальной недостаточностью в коррекционно-развивающей работе учителя-дефектолога.

Материал и методы. Целенаправленное исследование особенностей эмоциональной сферы детей с интеллектуальной недостаточностью проводилось на базе УО «Витебская государственная вспомогательная школа № 26» и ГУО «ЦКРО и Р г. Витебска».

В нем приняли участие 20 учащихся 2, 3, 4 классов первого отделения вспомогательной школы. Возрастной диапазон – от 8 до 11 лет, из них 7 девочек и 13 мальчиков. Каждый респондент выполнял один и тот же комплекс заданий, состоящий из модифицированной методики «Эмоциональная идентификация» Е.И. Изотовой (1994) и методик Е.А. Алексеевой и О.Е. Шаповаловой (2010), направленный на изучение особенностей идентификации эмоциональных состояний различных модальностей, уровня вербализации эмоций, возможностей и особенностей произвольно-го выражения эмоциональных состояний.

Диагностический комплекс состоял из двух блоков и предусматривал вербальный и невербальный способы выполнения заданий в сходных условиях.

Это обеспечило объективную оценку полученных результатов.

Результаты и их обсуждение. В ходе исследования были проанализированы следующие качественные показатели: идентификация эмоциональных состояний, структура эмоциональных представлений, воспроизведение эмоциональных состояний в речи, произвольность.

Первый блок включал изучение идентификации собственных эмоциональных состояний в жизненных ситуациях: идентификация эмоцио-

нальных состояний – 45%, структура эмоциональных представлений – 34%, воспроизведение эмоциональных состояний в речи – 13%, произвольность – 8%.

Второй блок предполагал исследование идентификации эмоциональных состояний персонажей художественного текста. Результаты данной части: идентификация эмоциональных состояний – 39%, структура эмоциональных представлений – 18%, воспроизведение эмоциональных состояний в речи – 38%, произвольность – 5%.

При определении результатов идентификации эмоциональных состояний использовались следующие критерии:

IV уровень – ребенок идентифицирует 5–6 и более эмоциональных состояний;

III уровень – ребенок идентифицирует 3–4 эмоциональных состояния;

II уровень – ребенок идентифицирует 1–2 эмоциональных состояния;

I уровень – ребенок отказывается от выполнения или не может выполнить задание.

Для объективизации результатов использовались количественные показатели (от 4 до 1 балла).

В ходе экспериментального изучения мы пришли к выводу, что дети могут идентифицировать базисные эмоциональные состояния. При этом возможность идентифицировать эмоциональные состояния другого человека зависит и от типа предъявляемого стимульного материала. Так, например, опознать эмоциональные состояния 5 и более модальностей в жизненных ситуациях – 12,4%, персонажей художественного текста – в 9,2% случаев.

В ходе изучения структуры эмоциональных представлений было выявлено, что большинство детей опознает эмоции, ориентируясь только на их внешние признаки – мимику, пантомимику и т.п. Лишь в 20% ответов продемонстрировано понимание не только внешних, но и импрессивных содержательных характеристик эмоции, причин возникновения эмоциональных состояний.

Результаты проведенного поэтапного исследования позволили сделать следующие выводы:

– изучение особенностей эмоционального развития детей с интеллектуальной недостаточностью целесообразно проводить с использованием комплекса методик, учитывающих особенности интеллектуального, речевого, сенсорного развития детей, предполагающего применение стимульного материала различных модальностей (вербальных и невербальных);

– у детей с интеллектуальной недостаточностью проявилась неоднородность выражения эмоциональных состояний другого человека во всех предлагаемых формах диагностического

Основные направления коррекционной работы по оптимизации эмоционального развития средствами художественной деятельности

Программные задачи и средства коррекционной работы					
Задачи специалиста		Активизация эмоциональной сферы и обогащение эмоционального опыта	Формирование эмоциональных представлений	Развитие умения распознавать эмоции по визуальной экспрессии	Развитие умения выражать эмоциональные состояния
	Дефектолог	Ознакомление детей с литературными образами	Уточнение и обогащение пассивного и (или) активного словаря эмоций	Речевые упражнения с использованием сюжетной картины, серии картин и т.д.	Мимические упражнения, работа над выразительностью речи, закрепление умения передавать настроение, в т.ч. лексическими средствами

материала. При этом более выраженные трудности наблюдались при определении эмоциональных состояний персонажей художественного текста и их вербализации.

Основная роль в организации и реализации коррекционной работы принадлежит учителю-дефектологу, который обладает знаниями, позволяющими оценить особенности эмоциональной сферы каждого ребенка, определить методы и направления работы, актуальные на данном этапе, координировать деятельность специалистов и т.д. (табл.).

Исходя из полученных в результате констатирующего эксперимента данных, а также научно-методических исследований Е.А. Алексеевой, О.Е. Шаповаловой по формированию и коррекции эмоциональной сферы детей с интеллектуальной недостаточностью, нами была разработана и апробирована на базе вспомогательной школы № 26 г. Витебска и ЦКРО и Р г. Витебска коррекционно-развивающая программа по формированию и коррекции эмоциональной сферы детей с интеллектуальной недостаточностью. Основной целью являлось определение направлений коррекции эмоциональной сферы у учащихся с интеллектуальной недостаточностью на занятиях учителя-дефектолога посредством специального комплекса заданий.

Заключение. Эмоциональная сфера у детей с интеллектуальной недостаточностью является составляющим компонентом процесса познания и накопления опыта учащихся данной категории. Эмоциональные образы и эмоциональный контроль являются целью и продуктом обучения и воспитания.

Изучение эмоций ребенка с интеллектуальной недостаточностью, правильное их формирование и воспитание способствуют становлению его характера, новых положительных свойств личности и, в конечном итоге, коррекции основного интеллектуального дефекта. Психолого-педагогическое исследование всех сторон личности является необходимым условием для решения диагностических, методических, прогностических и коррекционных задач, выдвигаемых перед учителем-дефектологом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеева, Е.А. Экспериментальное изучение особенностей эмоционально-личностного развития детей дошкольного возраста / Е.А. Алексеева // Изв. РГПУ им. А.И. Герцена. – 2009. – № 94. – С. 245–248.
2. Шаповалова, О.Е. Концепция эмоционального развития умственно отсталых школьников / О.Е. Шаповалова // Специальная психология. – 2006. – № 4. – С. 4–13.
3. Шаповалова, О.Е. Особенности эмоционального развития умственно отсталых школьников: монография / О.Е. Шаповалова. – М.: МПГУ, 2005. – С. 183.

Поступила в редакцию 20.06.2013. Принята в печать 21.10.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: valeron16i@rambler.ru – Чобот Ж.П.