

ISSN 2074-8566



ВЕСНІК

**ВІЦЕБСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА
ЎНІВЕРСІТЭТА**



2013 N 3(75)

ВЕСНІК

Віцебскага дзяржаўнага
ўніверсітэта

НАВУКОВА-ПРАКТЫЧНЫ
ЧАСОПІС

Выдаецца з верасня 1996 года
Выходзіць шэсць разоў у год

2013 № 3(75)

Рэдакцыйная калегія:

А.П. Саладкоў (*галоўны рэдактар*),
І.М. Прышчэпа (*нам. галоўнага рэдактара*)

Г.П. Арлова, Я.Я. Аршанскі, Н.І. Бумажэнка, М.Ц. Вараб'ёў,
Я.А. Васіленка, В.Н. Вінаградаў, Н.С. Віслабокава,
А.Л. Гладкоў, Н.Ю. Каневалава, В.Я. Кузьменка,
А.С. Ключнікаў, В.М. Мінаева, П.І. Навіцкі, Н.А. Ракава,
Г.Г. Сушко, Ю.В. Трубнікаў, А.А. Чыркін, В.М. Шут

Рэдакцыйны савет:

А.Р. Александровіч (*Польшча*), **Го Вэньбінь** (*Кітай*),
В.І. Казарэнкаў (*Расія*), **Ф.М. Ліман** (*Украіна*),
Э. Рангелава (*Балгарыя*), **В.А. Шчарбакоў** (*Малдова*)

Сакратарыят:

Г.У. Разбоева (*адказны сакратар*),
В.Л. Пугач, Т.Я. Сафранкова, А.М. Фенчанка

*Часопіс «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» ўключаны ў Пералік
навуковых выданняў Рэспублікі Беларусь для апублікавання вынікаў
дысертацыйных даследаванняў па біялагічных, педагагічных,
фізіка-матэматычных навук, а таксама цытуецца і рэферыруецца
ў рэфератыўных выданнях УНІТІ*

Адрас рэдакцыі:

210038, г. Віцебск, Маскоўскі пр-т, 33,
пакой 202, т. 21-48-93.
E-mail: nauka@vsu.by
<http://www.vsu.by>

Рэгістрацыйны № 750 ад 27.10.2009.

Падпісана ў друк 17.06.2013. Фармат 60×84 1/8. Папера друкарская.
Ум. друк. арк. 15,34. Ул.-выд. арк. 11,38. Тыраж 100 экз. Заказ _____.

М а т е м а т ы к а

<i>Кулаженко Ю.И.</i> О центрах L -арных групповидов	5
<i>Корчевская Е.А., Дамирова Д.В., Доронин И.Н., Никонова Т.В.</i> Асимптотическое решение дифференциальных уравнений, описывающих колебания слоистых вязкоупругих цилиндрических оболочек при давлении	12
<i>Краснобаев Е.А.</i> Распознавание дорожных знаков на изображениях методом Speeded Up Robust Features (SURF)	18
<i>Наумик М.И., Шайтор Е.С.</i> Стабильные порядки полугруппы линейных отношений конечномерного векторного пространства над полем	24
<i>Козлов А.А., Бурак А.Д.</i> О существовании линейно-независимых направлений движения для равномерно вполне управляемой трехмерной линейной системы с локально интегрируемыми коэффициентами.....	29

Б і я л о г і я

<i>Чиркин А.А., Стугарева С.С.</i> Уровень гликемии у крыс через час после введения биорегуляторов и ксенобиотиков	46
<i>Сушко Г.Г., Шкатуло В.В.</i> Насекомые в консорциях дикорастущих ягодников и других верескоцветных на верховых болотах в Белорусском Поозерье	50
<i>Яцына А.П.</i> Новые и интересные находки лишайников и лишенофильного гриба в Беларуси	62
<i>Мержвинский Л.М., Мартыненко В.П., Высоцкий Ю.В., Становая Ю.Л.</i> Высшая растительность озера Глыба	68

П е д а г о г і к а

<i>Вацковский А.С., Ключников А.С., Чирвоная Ю.М.</i> Формирование выпускного резюме специалиста в совместной работе стейкхолдеров	75
<i>Савченко В.И.</i> Некоторые вопросы подготовки дизайнеров предметно-пространственной среды в Витебском государственном университете имени П.М. Машерова	80
<i>Терещенко Е.В.</i> Становление исследовательской компетентности студентов в процессе учебной деятельности	88
<i>Овсяницкая О.С.</i> Организация деятельности волонтерских объединений по формированию гражданской позиции студентов: системный подход	97
<i>Семенова Н.С.</i> Становление института социальной педагогики в Беларуси: нормативно-правовой аспект (1991–2011 гг.)	103

M a t h e m a t i c s

<i>Kulazhenko Y.I.</i> About the Centers of L -ar Groupoids	5
<i>Karcheuskaya A.A., Damirova D.V., Doronin I.N., Nikonova T.V.</i> Asymptotic Solutions of Differential Equations which Describe Vibrations of Viscoelastic Laminated Cylindrical Shells under Pressure	12
<i>Krasnobaev E.A.</i> Recognition of Traffic Signs in Images Using Speeded Up Robust Features (SURF)	18
<i>Naumik M.I., Shaitor E.S.</i> Stable semigroups of linear order relations of finite-dimensional space vector over the field	24
<i>Kozlov F.A., Burak A.D.</i> About the existence of the linearly independent motion direction for uniform completely controllable trivariate system with locally integrable coefficients	29

B i o l o g y

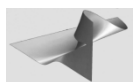
<i>Chirkin A.A., Stugareva S.S.</i> The Level of Glycemia in Rats One Hour after Administration of Bioregulators and Xenobiotics	46
<i>Sushko G.G., Shkatulo V.V.</i> Insects in the Consortia of Wild Berries and Other Ericales in Raised Bogs in Belarusian Lake District (Poozerie)	50
<i>Yatsyna A.P.</i> New and Interesting Finds of Lichens and lichenicolous Fungi in Belarus	62
<i>Merzhvinski L.M., Martynenko V.P., Vysotski Yu.V., Stanovaya Yu.L.</i> Upper Vegetation of Lake Glyba	68

P e d a g o g y

<i>Vatskovsky A.S., Kluchnikov A.S., Chyrvonaya Y.M.</i> Formation of Graduates' CV in Stakeholders' Cooperative Activity	75
<i>Savchenko V.I.</i> Some Issues of Training Designers of Object and Space Environment at Vitebsk State P.M. Masherov University	80
<i>Tereshchenko E.V.</i> Development of Student Scientific Competence in Academic Activity	88
<i>Ovsyanickaya O.S.</i> The Process of Students' Civic Position Formation in Voluntary Activity: the System Approach	97
<i>Semenova N.S.</i> The Formation of the Institute of Social Pedagogy in Belarus: Legal Aspects (1991–2011)	103

Кухаренко Т.С. Изучение практики работы вспомогательной школы по формированию способов усвоения социального опыта у учащихся I–IV классов второго отделения	108
Ситкевич Г.Н. Роль специальной силовой подготовки в подготовительном периоде годичного цикла для высококвалифицированных бегуний на 400 метров	112
Хлопцев В.А., Пороховская М.В., Талай В.А. Развитие физических качеств у детей 7 лет с использованием упражнений с мячом в футзале	117
Богомаз С.Л., Ковалевская Т.Н. Индивидуальное развитие детей, рожденных с низкой массой тела	122
Пойда О.В. Подготовка студенческой молодежи к осознанному родительству: практический аспект	126

Kukharenska T.S. Study of the Practice of Work of Auxiliary School on Formation of Ways of Social Experience Assimilation by I–IV Year Pupils of the Second Department	108
Sytkevich G.N. Role of Special Strength Training during the Preliminary Period of the Year Round Cycle for Highly Qualified 400 Meter Runners	112
Khlopcev V.A., Porokhovsky M.V., Talay V.A. Development of 7 Year Old Children's Physical Qualities through Ball Exercises in a Football Gym	117
Bogomaz S.L., Kovalevskaya T.N. Individual Development of Children Born with Low Birth Weight	122
Poyda O.V. Training student youth for purposeful parenthood: practical aspect	126



О центрах l -арных группоидов

Ю.И. Кулаженко

Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины»

В статье на множестве A^J всех отображений произвольного множества J в произвольный группоид A определяется l -арная операция $[]_{l, \sigma, J}$, где σ – подстановка множества J , и изучается перестановочность элементов в полученном l -арном группоиде. В частности, установлена неабелевость этого l -арного группоида для нетождественной подстановки σ и группоида A , содержащего единицу и элемент, отличный от нее. Кроме того, в работе определены шесть l -арных аналогов центра группоида: левый центр; малый левый центр; большой левый центр; правый центр; малый правый центр; большой правый центр и найдены достаточные условия пустоты этих аналогов для l -арного группоида $\langle A^J, []_{l, \sigma, J} \rangle$. Отдельно рассматривается случай, когда σ – цикл длины $l-1$. Сформулированы следствия из основных результатов для множеств $J = N$, $J = Z$ и $J = \{1, 2, \dots, k\}$.

Ключевые слова: l -арная группа, подстановка, l -арный группоид.

About the Centers of l -ar Groupoids

Y.I. Kulazhenko

Educational establishment «Gomel State Francisk Skorina University»

The paper defines an l -ar operation $[]_{l, \sigma, J}$ on the set A^J of all mappings of the set J into the groupoid A , where σ is a substitution of the set J . It also studies the permutability of elements in the obtained l -ar groupoid. In particular, the paper establishes the non-commutativity of the l -ar groupoid for non-identity substitution σ and the groupoid A containing a unity and an element different from it. Besides, 6 l -ar analogues of the groupoid center: the left center; smaller left center; bigger left center; right center; smaller right center; bigger right center are established in the article; sufficient conditions of the emptiness of these analogues for l -ar groupoid of $\langle A^J, []_{l, \sigma, J} \rangle$ are found. Separately the case of σ -cycle of $l-1$ length is considered. Findings of basic results for the multitude of $J = N$, $J = Z$ and $J = \{1, 2, \dots, k\}$ are formulated.

Key words: l -ar group, substitution, l -ar groupoid.

1. Введение. В [1] для любого целого $l \geq 2$, произвольного множества J , любой подстановки σ множества J и любого группоида A на множестве A^J всех отображений множества J в группоид A была определена l -арная операция $[]_{l, \sigma, J}$. Если $J = \{1, 2, \dots, k\}$, то l -арная операция $[]_{l, \sigma, J}$ совпадает с l -арной операцией $[]_{l, \sigma, k}$, которая была определена в [2] и подробно изучению свойств которой посвящена [3].

В [4] автор определил шесть l -арных аналогов центра группоида и нашел достаточные условия пустоты этих аналогов для l -арного группоида $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$. В настоящей статье эти результаты обобщаются для l -арного группоида $[]_{l, \sigma, J}$.

Определения большинства понятий, используемых в этой работе, можно найти в [3]. Напомним только, что l -арным группоидом называют универсальную алгебру с одной основной l -арной операцией.

Будем использовать стандартные обозначения: S_J – множество всех биекций множества J на себя; A^J – множество всех отображений множества J во множество A . Элементы множества S_J называют подстановками. Необходимую информацию о подстановках множеств произвольной мощности можно найти в [5–6]. Если $J = \{1, 2, \dots, k\}$, то полагают $S_J = S_k$. Если множество J совпадает с одним из множеств

$$\{1, 2, \dots, k\}, N = \{1, 2, \dots\}, \\ Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\},$$

то значение функции $\mathbf{x} \in A^J$ в точке $j \in J$ удобно обозначать символом x_j : $\mathbf{x}(j) = x_j$. В связи с этим, если $\mathbf{x}$ принадлежит одному из множеств $A^{\{1, 2, \dots, k\}}$, A^N или A^Z , то соответственно полагают

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k), \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots), \\ \mathbf{x} = (\dots, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \dots).$$

2. Предварительные результаты. Определение 2.1 [1]. Пусть A – группоид, $l \geq 2$, J –

произвольное множество, σ – подстановка из S_J . Определим на A^J вначале бинарную операцию

σ
 $\mathbf{x} \circ \mathbf{y}$, полагая

$$(\mathbf{x} \circ \mathbf{y})(j) = \mathbf{x}(j)\mathbf{y}(\sigma(j)), j = 1, 2, \dots, k, \quad (2.1)$$

а затем l -арную операцию

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, J} = \mathbf{x}_1 \circ (\mathbf{x}_2 \circ (\dots (\mathbf{x}_{l-2} \circ (\mathbf{x}_{l-1} \circ \mathbf{x}_l)) \dots)). \quad (2.2)$$

Понятно, что операция $[\]_{l, \sigma, J}$ совпадает с операцией $\circ$.

Замечание 2.1. Если $J = \{1, 2, \dots, k\}$, то операции $\circ$ и $[\]_{l, \sigma, J} = [\]_{l, \sigma, k}$ определены на k -ой декартовой степени A^k [2–3]. При этом (2.1) может быть записано в виде

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = (x_1 y_{\sigma(1)}, x_2 y_{\sigma(2)}, \dots, x_k y_{\sigma(k)}),$$

где

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k), \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k).$$

Теорема 2.1 [1]. Пусть A – группоид, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_l \in A^J$, $\sigma \in S_J$. Тогда

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, J}(j) = \mathbf{x}_1(j)(\mathbf{x}_2(\sigma(j)) \dots (\mathbf{x}_{l-1}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{x}_l(\sigma^{l-1}(j))) \dots), j \in J.$$

Заменяя в теореме 2.1 группоид полугруппой, получим

Следствие 2.1 [1]. Пусть A – полугруппа, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_l \in A^J$, $\sigma \in S_J$. Тогда

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, J}(j) = \mathbf{x}_1(j)\mathbf{x}_2(\sigma(j)) \dots \mathbf{x}_{l-1}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{x}_l(\sigma^{l-1}(j)), j \in J.$$

Полагая в следствии 2.1 $J = \{1, 2, \dots, k\}$, получим

Следствие 2.2 [3]. Пусть A – полугруппа, $l \geq 2, k \geq 2, \sigma \in S_k$,

$$\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) \in A^k, i = 1, 2, \dots, l.$$

Тогда

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, k} = (y_1, y_2, \dots, y_k),$$

где

$$y_j = x_{1j}x_{2\sigma(j)} \dots x_{(l-1)\sigma^{l-2}(j)}x_{l\sigma^{l-1}(j)}, j = 1, 2, \dots, k.$$

3. Основные результаты. Многие утверждения из [1] об операции $[\]_{l, \sigma, k}$ определенной на множестве A^k , могут быть обобщены на случай операции $[\]_{l, \sigma, J}$ определенной на множестве A^J . Например, следующие две леммы, являющиеся следствиями определений 2.1, обобщают соответственно леммы 2.2.4 и 2.2.5 из [3].

Лемма 3.1. Пусть A – группоид, $m \in \{1, \dots, l-2\}$, $\sigma \in S_J$, $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_l \in A^J$. Тогда

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, J} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_m [\mathbf{x}_{m+1} \dots \mathbf{x}_l]_{l-m, \sigma, J}]_{m+1, \sigma, J},$$

в частности,

$$[\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, J} = \mathbf{x}_1 \circ [\mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l-1, \sigma, J},$$

$$[\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, J} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_{l-2} (\mathbf{x}_{l-1} \circ \mathbf{x}_l)]_{l-1, \sigma, J}.$$

Лемма 3.2. Пусть A – группоид, содержащий единицу 1, $m \in \{1, \dots, l-1\}$, $\sigma \in S_J$, $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m, \mathbf{e} \in A^J$, где $\mathbf{e}(j) = 1$ для любого $j \in J$. Тогда

$$[\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_l]_{l, \sigma, J} = \mathbf{e}; [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_m \underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-m}]_{l, \sigma, J} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_m]_{m, \sigma, J}.$$

Теорема 3.1. Пусть σ – нетождественная подстановка из S_J , группоид A содержит единицу 1 и элемент a , отличный от нее. Тогда l -арный группоид $\langle A^J, [\]_{l, \sigma, J} \rangle$ неабелев.

Доказательство. Так как σ – нетождественная подстановка, то найдется такое $j \in J$, что $\sigma(j) \neq j$. Положив $\mathbf{e}(s) = 1$ для любого $s \in J$, $\mathbf{a}(j) = a$, $\mathbf{a}(s) = 1$ для любого $s \neq j$, $s \in J$, и, применив лемму 2.3.2, получим

$$[\underbrace{\mathbf{a} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-1}]_{l, \sigma, J} = \mathbf{a},$$

$$[\underbrace{\mathbf{e} \mathbf{a} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J} = [\mathbf{e} \mathbf{a}]_{2, \sigma, J} = \mathbf{e} \circ \mathbf{a},$$

откуда

$$[\underbrace{\mathbf{a} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-1}]_{l, \sigma, J}(j) = \mathbf{a}(j) = a, [\underbrace{\mathbf{e} \mathbf{a} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J}(j) = \mathbf{e}(j)\mathbf{a}(\sigma(j)) = 1 \cdot 1 = 1.$$

Следовательно,

$$[\underbrace{\mathbf{a} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-1}]_{l, \sigma, J} \neq [\underbrace{\mathbf{e} \mathbf{a} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J},$$

то есть l -арный группоид $\langle A^J, [\]_{l, \sigma, J} \rangle$ не является абелевым. Теорема доказана.

Если в теореме 3.1 положить $J = \{1, 2, \dots, k\}$, $\sigma = (12 \dots k)$, то получим предложение 2.8.1 [3].

Если в теореме 3.1 в качестве группоида A взять полугруппу и положить $J = \{1, 2, \dots, k\}$, то получим предложение 3.5.1 [3].

Полагая в теореме 3.1 $J = N$, получим

Следствие 3.1. Пусть σ – нетождественная подстановка из S_N , группоид A содержит единицу и элемент a , отличный от нее. Тогда l -арный группоид $\langle A^N, [\]_{l, \sigma, N} \rangle$ неабелев.

Полагая в теореме 3.1 $J = Z$, получим

Следствие 3.2. Пусть σ – нетождественная подстановка из S_Z , группоид A содержит единицу и элемент a , отличный от нее. Тогда l -арный группоид $\langle A^Z, [\]_{l, \sigma, Z} \rangle$ неабелев.

Утверждение теоремы 3.1 можно усилить, если потребовать, чтобы в группоиде A выполнялась сократимость слева (справа).

Определим для l -арного группоида $\langle A, [\] \rangle$

шесть аналогов центра группоида: *левый центр*

$$\mathbf{Z}_L(A, []) = \{z \in A \mid [zxy_1 \dots y_{l-2}] = [xzy_1 \dots y_{l-2}], \forall x, y_i \in A\};$$

малый левый центр

$$\mathbf{KZ}_L(A, []) = \{z \in A \mid [zxy \dots y] = [xzy \dots y], \forall x, y \in A\};$$

большой левый центр

$$\mathbf{GZ}_L(A, []) = \{z \in A \mid [zx \dots x] = [xzx \dots x], \forall x \in A\};$$

правый центр

$$\mathbf{Z}_R(A, []) = \{z \in A \mid [y_1 \dots y_{l-2}xz] = [y_1 \dots y_{l-2}zx], \forall x, y_i \in A\};$$

малый правый центр

$$\mathbf{KZ}_R(A, []) = \{z \in A \mid [y \dots yxz] = [y \dots yzx], \forall x, y \in A\};$$

большой правый центр

$$\mathbf{GZ}_R(A, []) = \{z \in A \mid [x \dots xz] = [x \dots xzx], \forall x \in A\}.$$

При $l = 2$ все шесть аналогов совпадают с центром $\mathbf{Z}(A)$ группоида A .

Ясно, что

$$\mathbf{Z}_L(A, []) \subseteq \mathbf{KZ}_L(A, []) \subseteq \mathbf{GZ}_L(A, []),$$

$$\mathbf{Z}_R(A, []) \subseteq \mathbf{KZ}_R(A, []) \subseteq \mathbf{GZ}_R(A, []).$$

В случаях, когда не возникает разночтений, символ $[]$ l -арной операции в обозначениях всех шести аналогов указывать не будем, то есть полагаем

$$\mathbf{Z}_L(A, []) = \mathbf{Z}_L(A), \mathbf{KZ}_L(A, []) = \mathbf{KZ}_L(A), \mathbf{GZ}_L(A, []) = \mathbf{GZ}_L(A),$$

$$\mathbf{Z}_R(A, []) = \mathbf{Z}_R(A), \mathbf{KZ}_R(A, []) = \mathbf{KZ}_R(A), \mathbf{GZ}_R(A, []) = \mathbf{GZ}_R(A).$$

Для l -арной группы $\langle A, [] \rangle$ все шесть аналогов совпадают с ее центром $\mathbf{Z}(A, []) = \mathbf{Z}(A)$.

Представляет интерес следующая

Лемма 3.3. *Справедливы следующие утверждения:*

1) *если A – полугруппа с правым сокращением, то*

$$\mathbf{Z}_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \mathbf{KZ}_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \mathbf{GZ}_L(A^J, []_{l, \sigma, J});$$

2) *если A – полугруппа с левым сокращением, то*

$$\mathbf{Z}_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \mathbf{KZ}_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \mathbf{GZ}_R(A^J, []_{l, \sigma, J});$$

3) *если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).*

Доказательство. Докажем утверждение 1). Выше отмечалось, что имеют место включения

$$\mathbf{Z}_L(A^J) \subseteq \mathbf{KZ}_L(A^J) \subseteq \mathbf{GZ}_L(A^J).$$

Пусть $z \in \mathbf{GZ}_L(A^J)$, то есть

$$[zx \dots x]_{l, \sigma, J} = [xzx \dots x]_{l, \sigma, J}$$

для любого $x \in A^J$. Тогда

$$[zx \dots x]_{l, \sigma, J(j)} = [xzx \dots x]_{l, \sigma, J(j)}$$

для любого $j \in J$, откуда, согласно следствию 2.1,

$$z(j)x(\sigma(j))x(\sigma^2(j)) \dots x(\sigma^{l-2}(j))x(\sigma^{l-1}(j)) = x(j)z(\sigma(j))x(\sigma^2(j)) \dots x(\sigma^{l-2}(j))x(\sigma^{l-1}(j)).$$

Используя сокращение справа в полугруппе A , из последнего равенства получим

$$z(j)x(\sigma(j)) = x(j)z(\sigma(j)). \quad (3.1)$$

Если $y, y_1, \dots, y_{l-2}$ – произвольные элементы из A^J , то из (3.1) следует

$$\begin{aligned} z(j)x(\sigma(j))y_1(\sigma^2(j)) \dots y_{l-2}(\sigma^{l-1}(j)) &= x(j)z(\sigma(j))y_1(\sigma^2(j)) \dots y_{l-2}(\sigma^{l-1}(j)), j \in J, \\ z(j)x(\sigma(j))y(\sigma^2(j)) \dots y(\sigma^{l-1}(j)) &= x(j)z(\sigma(j))y(\sigma^2(j)) \dots y(\sigma^{l-1}(j)), j \in J, \end{aligned}$$

откуда, согласно следствию 2.1,

$$\begin{aligned} [zxy_1 \dots y_{l-2}]_{l, \sigma, J(j)} &= [xzy_1 \dots y_{l-2}]_{l, \sigma, J(j)}, \\ [zxy \dots y]_{l, \sigma, J(j)} &= [xzy \dots y]_{l, \sigma, J(j)}, \end{aligned}$$

то есть

$$\begin{aligned} [zxy_1 \dots y_{l-2}]_{l, \sigma, J} &= [xzy_1 \dots y_{l-2}]_{l, \sigma, J}, \\ [zxy \dots y]_{l, \sigma, J} &= [xzy \dots y]_{l, \sigma, J}. \end{aligned}$$

Следовательно, $z \in \mathbf{Z}_L(A^J)$, $z \in \mathbf{KZ}_L(A^J)$, откуда

$$\mathbf{GZ}_L(A^J) \subseteq \mathbf{Z}_L(A^J), \mathbf{GZ}_L(A^J) \subseteq \mathbf{KZ}_L(A^J).$$

Учитывая приведенные выше включения, получаем

$$\mathbf{GZ}_L(A^J) = \mathbf{Z}_L(A^J), \mathbf{GZ}_L(A^J) = \mathbf{KZ}_L(A^J).$$

Докажем утверждение 2). Выше отмечалось, что имеют место включения

$$\mathbf{Z}_R(A^J) \subseteq \mathbf{KZ}_R(A^J) \subseteq \mathbf{GZ}_R(A^J).$$

Пусть $\mathbf{z} \in \mathbf{GZ}_R(A^J)$, то есть

$$[\underbrace{\mathbf{x} \dots \mathbf{x}}_{l-1} \mathbf{z}]_{l, \sigma, J} = [\underbrace{\mathbf{x} \dots \mathbf{x}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J}$$

для любого $\mathbf{x} \in A^J$. Тогда

$$[\underbrace{\mathbf{x} \dots \mathbf{x}}_{l-1} \mathbf{z}]_{l, \sigma, J(j)} = [\underbrace{\mathbf{x} \dots \mathbf{x}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J(j)}$$

для любого $j \in J$, откуда, согласно следствию 2.1,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(j)\mathbf{x}(\sigma(j)) \dots \mathbf{x}(\sigma^{l-3}(j))\mathbf{x}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{z}(\sigma^{l-1}(j)) = \\ = \mathbf{x}(j)\mathbf{x}(\sigma(j)) \dots \mathbf{x}(\sigma^{l-3}(j))\mathbf{z}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{x}(\sigma^{l-1}(j)). \end{aligned}$$

Используя сокращение слева, из последнего равенства получим

$$\mathbf{x}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{z}(\sigma^{l-1}(j)) = \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{x}(\sigma^{l-1}(j)). \quad (3.2)$$

Если $\mathbf{y}, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{l-2}$ – произвольные элементы из A^J , то из (3.2) следует

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1(j)\mathbf{y}_2(\sigma(j)) \dots \mathbf{y}_{l-2}(\sigma^{l-3}(j))\mathbf{x}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{z}(\sigma^{l-1}(j)) = \\ = \mathbf{y}_1(j)\mathbf{y}_2(\sigma(j)) \dots \mathbf{y}_{l-2}(\sigma^{l-3}(j))\mathbf{z}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{x}(\sigma^{l-1}(j)), \\ j \in J, \end{aligned}$$

$$\mathbf{y}(j)\mathbf{y}(\sigma(j)) \dots \mathbf{y}(\sigma^{l-3}(j))\mathbf{x}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{z}(\sigma^{l-1}(j)) = \\ = \mathbf{y}(j)\mathbf{y}(\sigma(j)) \dots \mathbf{y}(\sigma^{l-3}(j))\mathbf{z}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{x}(\sigma^{l-1}(j)), j \in J,$$

откуда, согласно следствию 2.1,

$$\begin{aligned} [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J(j)} &= [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J(j)}, \\ [\underbrace{\mathbf{y} \dots \mathbf{y}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J(j)} &= [\underbrace{\mathbf{y} \dots \mathbf{y}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J(j)}, \\ [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J} &= [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J}, \\ [\underbrace{\mathbf{y} \dots \mathbf{y}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J} &= [\underbrace{\mathbf{y} \dots \mathbf{y}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J}. \end{aligned}$$

Следовательно, $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_R(A^J)$, $\mathbf{z} \in \mathbf{KZ}_R(A^J)$, откуда $\mathbf{GZ}_R(A^J) \subseteq \mathbf{Z}_R(A^J)$, $\mathbf{GZ}_R(A^J) \subseteq \mathbf{KZ}_R(A^J)$.

Учитывая приведенные выше включения, получаем

$$\mathbf{GZ}_R(A^J) = \mathbf{Z}_R(A^J), \mathbf{GZ}_R(A^J) = \mathbf{KZ}_R(A^J).$$

Теперь 3) следует из 1) и 2). Лемма доказана.

Теорема 3.2. Пусть σ – нетождественная подстановка из $\mathbf{S}_J$, полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

- 1) если A – полугруппа с левым сокращением, то $\mathbf{Z}_L(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \mathbf{KZ}_L(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \emptyset$;
- 2) если A – полугруппа с правым сокращением, то $\mathbf{Z}_R(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \mathbf{KZ}_R(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \emptyset$;
- 3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) &= \mathbf{KZ}_L(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \\ &= \mathbf{GZ}_L(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \mathbf{Z}_R(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \\ &= \mathbf{KZ}_R(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \mathbf{GZ}_R(A^J, [\]_{l, \sigma, J}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Доказательство. Так как σ – нетождественная подстановка, то найдется такое $j \in J$, что $\sigma(j) \neq j$. Зафиксируем элемент $a \in A$, отличный от единицы 1 полугруппы A .

Докажем утверждение 1). Если $\mathbf{z} \in \mathbf{KZ}_L(A^J)$, то определим функции $\mathbf{e}, \mathbf{x} \in A^J$ так, что $\mathbf{e}(s) = 1$ для любого $s \in J$, $\mathbf{x}(j) = 1$, $\mathbf{x}(\sigma(j)) = a$. Тогда

$$\begin{aligned} [\underbrace{\mathbf{z} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-1}]_{l, \sigma, J} &= [\underbrace{\mathbf{e} \mathbf{z} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J}, \\ [\underbrace{\mathbf{zx} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J} &= [\underbrace{\mathbf{xz} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J}, \end{aligned}$$

в частности,

$$\begin{aligned} [\underbrace{\mathbf{z} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-1}]_{l, \sigma, J(j)} &= [\underbrace{\mathbf{e} \mathbf{z} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J(j)}, \\ [\underbrace{\mathbf{zx} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J(j)} &= [\underbrace{\mathbf{xz} \mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2}]_{l, \sigma, J(j)}, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(j)\mathbf{e}(\sigma(j))\mathbf{e}(\sigma^2(j)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{e}(\sigma^{l-1}(j)) &= \\ = \mathbf{e}(j)\mathbf{z}(\sigma(j))\mathbf{e}(\sigma^2(j)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{e}(\sigma^{l-1}(j)), \\ \mathbf{z}(j)\mathbf{x}(\sigma(j))\mathbf{e}(\sigma^2(j)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{e}(\sigma^{l-1}(j)) &= \\ = \mathbf{x}(j)\mathbf{z}(\sigma(j))\mathbf{e}(\sigma^2(j)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-2}(j))\mathbf{e}(\sigma^{l-1}(j)). \end{aligned}$$

Из этих равенств, учитывая определение функций $\mathbf{e}$ и $\mathbf{x}$, получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(j)\underbrace{1 \dots 1}_{l-1} &= \mathbf{z}(\sigma(j))\underbrace{1 \dots 1}_{l-2}, \\ \mathbf{z}(j)a \underbrace{1 \dots 1}_{l-2} &= \mathbf{z}(\sigma(j))\underbrace{1 \dots 1}_{l-2}, \end{aligned}$$

то есть

$$\mathbf{z}(j) = \mathbf{z}(\sigma(j)), \mathbf{z}(j)a = \mathbf{z}(\sigma(j)),$$

откуда $\mathbf{z}(j) = \mathbf{z}(j)a$. Так как A – полугруппа с левым сокращением, то $a = 1$, что невозможно, ввиду выбора элемента $a \neq 1$. Следовательно, $\mathbf{KZ}_L(A^J) = \emptyset$.

Так как $\mathbf{Z}_L(A^J) \subseteq \mathbf{KZ}_L(A^J)$, то $\mathbf{Z}_L(A^J) = \emptyset$.

Докажем утверждение 2). Если $\mathbf{z} \in \mathbf{KZ}_R(A^J)$, то определим функции $\mathbf{e}, \mathbf{x} \in A^J$ так, что $\mathbf{e}(s) = 1$ для любого $s \in J$, $\mathbf{x}(j) = a$, $\mathbf{x}(\sigma(j)) = 1$. Положим также $t = (\sigma^{-1})^{l-2}(j)$. Тогда

$$\begin{aligned} [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-1} \mathbf{z}]_{l, \sigma, J} &= [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2} \mathbf{ze}]_{l, \sigma, J}, \\ [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2} \mathbf{xz}]_{l, \sigma, J} &= [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J}, \end{aligned}$$

в частности,

$$\begin{aligned} [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-1} \mathbf{z}]_{l, \sigma, J(t)} &= [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2} \mathbf{ze}]_{l, \sigma, J(t)}, \\ [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2} \mathbf{xz}]_{l, \sigma, J(t)} &= [\underbrace{\mathbf{e} \dots \mathbf{e}}_{l-2} \mathbf{zx}]_{l, \sigma, J(t)}, \end{aligned}$$

Откуда

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t)\mathbf{e}(\sigma(t)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-3}(t))\mathbf{e}(\sigma^{l-2}(t))\mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) &= \\ = \mathbf{e}(t)\mathbf{e}(\sigma(t)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-3}(t))\mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t))\mathbf{e}(\sigma^{l-1}(t)), \\ \mathbf{e}(t)\mathbf{e}(\sigma(t)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-3}(t))\mathbf{x}(\sigma^{l-2}(t))\mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) &= \\ = \mathbf{e}(t)\mathbf{e}(\sigma(t)) \dots \mathbf{e}(\sigma^{l-3}(t))\mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t))\mathbf{x}(\sigma^{l-1}(t)). \end{aligned}$$

Из этих равенств, учитывая определение функций $\mathbf{e}$ и $\mathbf{x}$, получаем

$$\begin{aligned} \underbrace{1 \dots 1}_{l-1} \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) &= \underbrace{1 \dots 1}_{l-2} \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t)) 1, \\ \underbrace{1 \dots 1}_{l-2} \mathbf{x}(\sigma^{l-2}(t)) \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) &= \\ = \underbrace{1 \dots 1}_{l-2} \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t)) \mathbf{x}(\sigma^{l-1}(t)), \end{aligned}$$

то есть

$$\mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) = \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t)), \quad (3.3)$$

$$\mathbf{x}(\sigma^{l-2}(t)) \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) = \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t)) \mathbf{x}(\sigma^{l-1}(t)). \quad (3.4)$$

Из (3.4), учитывая равенства

$$\mathbf{x}(j) = a, \mathbf{x}(\sigma(j)) = 1, t = (\sigma^{-1})^{l-2}(j),$$

последовательно получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\sigma^{l-2}((\sigma^{-1})^{l-2}(j))) \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) &= \\ = \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t)) \mathbf{x}(\sigma^{l-1}((\sigma^{-1})^{l-2}(j))), \\ \mathbf{x}(j) \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) &= \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t)) \mathbf{x}(\sigma(j)), \\ a \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) &= \mathbf{z}(\sigma^{l-2}(t)). \end{aligned}$$

В последнем равенстве и в (3.3) правые части равны, поэтому

$$a \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)) = \mathbf{z}(\sigma^{l-1}(t)).$$

Так как A – полугруппа с правым сокращением, то $a = 1$, что невозможно ввиду выбора элемента $a \neq 1$. Следовательно, $\mathbf{KZ}_R(A^J) = \emptyset$.

Так как $\mathbf{Z}_R(A^J) \subseteq \mathbf{KZ}_R(A)$, то $\mathbf{Z}_R(A^J) = \emptyset$.

Утверждение 3) следует из утверждений 1) и 2) данной теоремы и утверждения 3) леммы 2.3.3. Теорема доказана.

Замечание 3.1. Легко проверяется, что если ε – тождественная подстановка из $\mathbf{S}_J$, полугруппа A содержит единицу, то

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) &= \mathbf{KZ}_L(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) = \\ = \mathbf{Z}_R(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) &= \mathbf{KZ}_R(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) = \mathbf{Z}(A^J), \end{aligned}$$

где $\mathbf{Z}(A^J)$ – центр группоида A^J , с операцией

$$(\mathbf{x}y)(j) = \mathbf{x}(j)y(j), j \in J.$$

В частности, если полугруппа A коммутативна, то

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) &= \mathbf{KZ}_L(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) = \\ = \mathbf{Z}_R(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) &= \mathbf{KZ}_R(A^J, []_{l, \varepsilon, J}) = A^J. \end{aligned}$$

Полагая в теореме 3.2 $J = \{1, 2, \dots, k\}$, получим

Следствие 3.3 [4]. Пусть σ – нетождественная подстановка из $\mathbf{S}_k$, полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \mathbf{KZ}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \mathbf{KZ}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) &= \mathbf{KZ}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \\ \mathbf{GZ}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) &= \mathbf{Z}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \\ = \mathbf{KZ}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) &= \mathbf{GZ}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Полагая в теореме 3.2 $J = \mathbf{N}$, получим

Следствие 3.4. Пусть σ – нетождественная подстановка из $\mathbf{S}_\mathbf{N}$, полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) = \mathbf{KZ}_L(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) = \mathbf{KZ}_R(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) &= \mathbf{KZ}_L(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) &= \mathbf{Z}_R(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) = \\ = \mathbf{KZ}_R(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) &= \mathbf{GZ}_R(A^\mathbf{N}, []_{l, \sigma, \mathbf{N}}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Полагая в теореме 3.2 $J = \mathbf{Z}$, получим

Следствие 3.5. Пусть σ – нетождественная подстановка из $\mathbf{S}_\mathbf{Z}$, полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) = \mathbf{KZ}_L(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) = \mathbf{KZ}_R(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) &= \mathbf{KZ}_L(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) &= \mathbf{Z}_R(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) = \\ = \mathbf{KZ}_R(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) &= \mathbf{GZ}_R(A^\mathbf{Z}, []_{l, \sigma, \mathbf{Z}}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Считая в теореме 3.2 и следствиях из нее, что A является группой, получим еще четыре утверждения.

Теорема 3.3. Пусть σ – нетождественная подстановка из $\mathbf{S}_J$, группа A содержит более одного элемента. Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) &= \mathbf{KZ}_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) &= \mathbf{Z}_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \\ = \mathbf{KZ}_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) &= \mathbf{GZ}_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Полагая в теореме 3.3 $J = \{1, 2, \dots, k\}$, получим

Следствие 3.6 [3]. Пусть σ – нетождественная подстановка из $\mathbf{S}_k$, группа A содержит более одного элемента. Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) &= \mathbf{KZ}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) &= \mathbf{Z}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \\ = \mathbf{KZ}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) &= \mathbf{GZ}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Полагая в теореме 3.3 $J = \mathbf{N}$, получим

Следствие 3.7. Пусть σ – нетождественная подстановка из S_N , группа A содержит более одного элемента. Тогда

$$\begin{aligned} Z_L(A^N, []_{l, \sigma, N}) &= KZ_L(A^N, []_{l, \sigma, N}) = \\ &= GZ_L(A^N, []_{l, \sigma, N}) = Z_R(A^N, []_{l, \sigma, N}) = \\ &= KZ_R(A^N, []_{l, \sigma, N}) = GZ_R(A^N, []_{l, \sigma, N}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Полагая в теореме 3.3 $J = Z$, получим

Следствие 3.8. Пусть σ – нетождественная подстановка из S_Z , группа A содержит более одного элемента. Тогда

$$\begin{aligned} Z_L(A^Z, []_{l, \sigma, Z}) &= KZ_L(A^Z, []_{l, \sigma, Z}) = \\ &= GZ_L(A^Z, []_{l, \sigma, Z}) = Z_R(A^Z, []_{l, \sigma, Z}) = \\ &= KZ_R(A^Z, []_{l, \sigma, Z}) = GZ_R(A^Z, []_{l, \sigma, Z}) = \emptyset. \end{aligned}$$

Покажем, что если в условии теоремы 3.2 взять цикл длины $l-1 \geq 2$, то в утверждениях 1) и 2) этой теоремы пустота малых центров $KZ_L(A)$ и $KZ_R(A)$ распространяется соответственно на большие центры $GZ_L(A)$ и $G_R(A)$.

Теорема 3.4. Пусть σ – цикл длины $l-1 \geq 2$ из S_J , полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\begin{aligned} Z_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) &= KZ_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \\ &= GZ_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \emptyset; \end{aligned}$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\begin{aligned} Z_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) &= KZ_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \\ &= GZ_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \emptyset; \end{aligned}$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).

Доказательство. Так как σ – нетождественная подстановка, то найдется такое $j \in J$, что $\sigma(j) \neq j$. Зафиксируем элемент $a \in A$, отличный от единицы 1 полугруппы A .

Докажем утверждение 1). Ввиду теоремы 3.2 достаточно доказать равенство

$$GZ_L(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \emptyset.$$

Если $z \in GZ_L(A^J)$, то определим функции $e, x \in A^J$ так, что $e(s) = 1$ для любого $s \in J$,

$$\begin{aligned} x(\sigma(j)) &= a, x(j) = x(\sigma^2(j)) = \dots = \\ &= x(\sigma^{l-2}(j)) = x(\sigma^{l-1}(j)) = 1. \end{aligned}$$

Такое определение функции x возможно, так как все значения

$$j, \sigma(j), \sigma^2(j), \dots, \sigma^{l-2}(j)$$

различны и, кроме того, $\sigma^{l-1}(j) = j$. Тогда

$$\begin{aligned} [ze \dots e]_{l, \sigma, J} &= [eze \dots e]_{l, \sigma, J}, \\ [zx \dots x]_{l, \sigma, J} &= [xx \dots x]_{l, \sigma, J}, \end{aligned}$$

в частности,

$$[ze \dots e]_{l, \sigma, J(j)} = [eze \dots e]_{l, \sigma, J(j)},$$

$$[zx \dots x]_{l, \sigma, J(j)} = [xx \dots x]_{l, \sigma, J(j)}.$$

Из этих равенств, учитывая определение функций e и x , получаем

$$z(j) \underbrace{1 \dots 1}_{l-1} = 1z(\sigma(j)) \underbrace{1 \dots 1}_{l-2},$$

$$z(j) \underbrace{a 1 \dots 1}_{l-2} = 1z(\sigma(j)) \underbrace{1 \dots 1}_{l-2},$$

то есть

$$z(j) = z(\sigma(j)), z(j)a = z(\sigma(j)),$$

откуда $z(j) = z(j)a$. Так как A – полугруппа с левым сокращением, то $a = 1$, что невозможно ввиду выбора элемента $a \neq 1$. Следовательно, $GZ_L(A^J) = \emptyset$.

Докажем утверждение 2). Ввиду теоремы 3.2 достаточно доказать равенство

$$GZ_R(A^J, []_{l, \sigma, J}) = \emptyset.$$

Если $z \in GZ_R(A^J)$, то положим $t = \sigma(j)$ и определим функции $e, x \in A^J$ так, что $e(s) = 1$ для любого $s \in J$,

$$\begin{aligned} x(j) &= x(\sigma^{l-1}(j)) = a, x(\sigma(j)) = \\ &= x(\sigma^2(j)) = \dots = x(\sigma^{l-2}(j)) = 1. \end{aligned}$$

Тогда

$$[e \dots e z]_{l, \sigma, J} = [e \dots e ze]_{l, \sigma, J},$$

$$[x \dots x z]_{l, \sigma, J} = [x \dots x zx]_{l, \sigma, J},$$

в частности,

$$[e \dots e z]_{l, \sigma, J(t)} = [e \dots e ze]_{l, \sigma, J(t)},$$

$$[x \dots x z]_{l, \sigma, J(t)} = [x \dots x zx]_{l, \sigma, J(t)},$$

Из этих равенств, учитывая определение функции e , равенство $t = \sigma(j)$, а также тождественность подстановки σ^{l-1} , получаем вначале

$$\underbrace{1 \dots 1}_{l-1} z(t) = \underbrace{1 \dots 1}_{l-2} z(\sigma^{l-2}(t)) 1,$$

$$\begin{aligned} x(t)x(\sigma(t)) \dots x(\sigma^{l-3}(t))x(\sigma^{l-2}(t))z(\sigma^{l-1}(t)) &= \\ = x(t)x(\sigma(t)) \dots x(\sigma^{l-3}(t))z(\sigma^{l-2}(t))x(\sigma^{l-1}(t)), \end{aligned}$$

а затем

$$z(t) = z(\sigma^{l-2}(t)), \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} x(\sigma(j))x(\sigma(\sigma(j))) \dots x(\sigma^{l-3}(\sigma(j)))x(\sigma^{l-2}(\sigma(j)))z(t) &= \\ = x(\sigma(j))x(\sigma(\sigma(j))) \dots x(\sigma^{l-3}(\sigma(j)))z(\sigma^{l-2}(t))x(t). \end{aligned}$$

Последнее равенство принимает вид

$$\begin{aligned} x(\sigma(j))x(\sigma^2(j)) \dots x(\sigma^{l-2}(j))x(j)z(t) &= \\ = x(\sigma(j))x(\sigma^2(j))x(\sigma^3(j)) \dots x(\sigma^{l-2}(j)) \times \\ \times z(\sigma^{l-2}(t))x(\sigma(j)), \end{aligned}$$

откуда, учитывая определение функции x , получаем $az(t) = z(\sigma^{l-2}(t))$. В последнем равенстве и в (3.5) правые части равны, поэтому

$az(t) = z(t)$. Так как A – полугруппа с правым сокращением, то $a = 1$, что невозможно ввиду выбора элемента $a \neq 1$. Следовательно, $\mathbf{GZ}_R(A^J) = \emptyset$.

Утверждение 3) следует как из утверждения 3) теоремы 3.2, так и из утверждений 1) и 2) данной теоремы. Теорема доказана.

Полагая в теореме 3.4 $J = \{1, 2, \dots, k\}$, получим

Следствие 3.9. Пусть σ – цикл длины $l-1 \geq 2$ из S_k , полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \mathbf{KZ}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \mathbf{KZ}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \\ = \mathbf{GZ}_R(A^k, []_{l, \sigma, k}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).

Если в следствии 3.9 положить $l = k + 1$, то получится

Следствие 3.10. Пусть σ – цикл длины $k \geq 2$ из S_k , полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^k, []_{k+1, \sigma, k}) = \mathbf{KZ}_L(A^k, []_{k+1, \sigma, k}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^k, []_{k+1, \sigma, k}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^k, []_{k+1, \sigma, k}) = \mathbf{KZ}_R(A^k, []_{k+1, \sigma, k}) = \\ = \mathbf{GZ}_R(A^k, []_{k+1, \sigma, k}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).

Полагая в следствии 3.10 $\sigma = (12 \dots k)$, получим

Следствие 3.11. Пусть $\sigma = (12 \dots k) \in S_k$, полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^k, []_{k+1, (12 \dots k), k}) = \mathbf{KZ}_L(A^k, []_{k+1, (12 \dots k), k}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^k, []_{k+1, (12 \dots k), k}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^k, []_{k+1, (12 \dots k), k}) = \mathbf{KZ}_R(A^k, []_{k+1, (12 \dots k), k}) = \\ = \mathbf{GZ}_R(A^k, []_{k+1, (12 \dots k), k}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).

Полагая в теореме 3.4 $J = \mathbb{N}$, получим

Следствие 3.12. Пусть σ – цикл длины $l-1 \geq 2$ из $S_{\mathbb{N}}$, полугруппа A содержит единицу

и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^{\mathbb{N}}, []_{l, \sigma, \mathbb{N}}) = \mathbf{KZ}_L(A^{\mathbb{N}}, []_{l, \sigma, \mathbb{N}}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^{\mathbb{N}}, []_{l, \sigma, \mathbb{N}}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^{\mathbb{N}}, []_{l, \sigma, \mathbb{N}}) = \mathbf{KZ}_R(A^{\mathbb{N}}, []_{l, \sigma, \mathbb{N}}) = \\ = \mathbf{GZ}_R(A^{\mathbb{N}}, []_{l, \sigma, \mathbb{N}}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).

Полагая в теореме 3.4 $J = \mathbb{Z}$, получим

Следствие 3.13. Пусть σ – цикл длины $l-1 \geq 2$ из $S_{\mathbb{Z}}$, полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^{\mathbb{Z}}, []_{l, \sigma, \mathbb{Z}}) = \mathbf{KZ}_L(A^{\mathbb{Z}}, []_{l, \sigma, \mathbb{Z}}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^{\mathbb{Z}}, []_{l, \sigma, \mathbb{Z}}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^{\mathbb{Z}}, []_{l, \sigma, \mathbb{Z}}) = \mathbf{KZ}_R(A^{\mathbb{Z}}, []_{l, \sigma, \mathbb{Z}}) = \\ = \mathbf{GZ}_R(A^{\mathbb{Z}}, []_{l, \sigma, \mathbb{Z}}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).

Полагая в теореме 3.4, что подстановка σ является транспозицией, получим

Следствие 3.14. Пусть $\sigma = (ij)$ – транспозиция из S_J , полугруппа A содержит единицу и элемент, отличный от нее. Тогда:

1) если A – полугруппа с левым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_L(A^J, []_{3, (ij), J}) = \mathbf{KZ}_L(A^J, []_{3, (ij), J}) = \\ = \mathbf{GZ}_L(A^J, []_{3, (ij), J}) = \emptyset;$$

2) если A – полугруппа с правым сокращением, то

$$\mathbf{Z}_R(A^J, []_{3, (ij), J}) = \mathbf{KZ}_R(A^J, []_{3, (ij), J}) = \\ = \mathbf{GZ}_R(A^J, []_{3, (ij), J}) = \emptyset;$$

3) если A – полугруппа с двусторонним сокращением, то верны все равенства из 1) и 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гальмак, А.М. Об операции $[]_{l, \sigma, J}$ / А.М. Гальмак // Материалы междунар. науч.-практ. конф., посвященной 100-летию МГУ имени А.А. Кулешова. – Могилев, 2013. – С. 34–38.
2. Гальмак, А.М. Многоместные ассоциативные операции на декартовых степенях / А.М. Гальмак // Весці НАН Беларусі. – 2008. – № 3. – С. 28–34.
3. Гальмак, А.М. Многоместные операции на декартовых степенях / А.М. Гальмак. – Минск: Изд. центр БГУ, 2009. – 265 с.
4. Кулаженко, Ю.И. О центрах l -арных группоидов / Ю.И. Кулаженко // Материалы междунар. науч.-практ. конф., посвященной 100-летию МГУ имени А.А. Кулешова. – Могилев, 2013. – С. 34–38.
5. Супруненко, Д.А. Группы подстановок / Д.А. Супруненко. – Минск: Навука і тэхніка, 1996. – 366 с.
6. Wielandt, H. Unendliche Permutationsgruppen / H. Wielandt. – Vorlesungen an der Universität Tübingen WS 1959–1960. – Tübingen, 1960. – S. 1–45.

Поступила в редакцию 10.12.2013. Принята в печать 17.06.2013

Адрес для корреспонденции: 246019, г. Гомель, ул. Советская, д. 104, УО «ГТУ имени Ф. Скорины» – Кулаженко Ю.И

Асимптотическое решение дифференциальных уравнений, описывающих колебания слоистых вязкоупругих цилиндрических оболочек при давлении

Е.А. Корчевская*, Д.В. Дамирова*, И.Н. Доронин*, Т.В. Никонова**

**Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»*

***Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»*

В данной статье рассматривается задача о свободных локализованных колебаниях шарнирно опертой слоистой цилиндрической вязкоупругой оболочки, находящейся под действием давления. В качестве исходных уравнений используются уравнения уточненной теории слоистых оболочек, учитывающие поперечные сдвиги. Для решения данной задачи предложена методика, использующая асимптотический комплексный ВКБ-метод, согласно которой исходная началь-но-краевая задача сведена к последовательности одномерных краевых задач. Последовательное рассмотрение краевых задач позволяет найти искомую частоту колебаний и соответствующую моду, локализованную вблизи образующей.

Для автоматизации расчетов частот собственных колебаний, а также решения задачи оптимального проектирования слоистых оболочек разработано приложение на языке программирования C++ в среде разработки C++ Builder, позволяющее вычислять при заданных физических и геометрических параметрах оболочки частоты собственных колебаний, критические нагрузки, а также оптимальные толщины заполнителя.

Ключевые слова: слоистые вязкоупругие цилиндрические оболочки, частота колебаний, асимптотический комплексный ВКБ-метод.

Asymptotic Solutions of Differential Equations which Describe Vibrations of Viscoelastic Laminated Cylindrical Shells under Pressure

A.A. Karcheuskaya*, D.V. Damirova*, I.N. Doronin*, T.V. Nikonova**

**Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»*

***Educational establishment «Vitebsk State Technological University»*

The problem of free localized vibrations of pivotally hinged layered cylindrical viscoelastic shell being under pressure is considered in this article. The equations of refined theory of laminated shells, which take into account lateral shifts, were used as the initial equations. The methodology of using the asymptotic complex WKB-method according to which the initial boundary value problem is reduced to a sequence of one-dimensional boundary value problems has been proposed to solve this problem. Consistent consideration of boundary value problems allows finding sought-for frequency of oscillation and the corresponding mode, localized near the generator.

The application in the programming language C++ development environment C++ Builder which allows to calculate natural vibration frequencies, critical loads and the optimal thickness of the filler under given physical and geometrical parameters of the shell was designed for automation of calculation of natural frequencies and solution of the problem of optimal design of laminated shells.

Key words: laminated viscous elastic cylindrical shells, frequency of vibration, asymptotic complex WKB-method.

Современная техника широко использует тонкостенные оболочки, изготовленные из вязкоупругих композитных материалов. Применение композитов в элементах ответственных инженерных конструкций, используемых в авиакосмической технике, судостроении, энергетическом и химическом машиностроении, приводит к необходимости развития и пополнения математических моделей расчета колебаний

композитных оболочек и методов. Среди многочисленных конструкций, выполненных из композитов, цилиндрические оболочки занимают особое место.

В упругой постановке и, как правило, в рамках классической теории Кирхгофа–Лява выполнено большое число работ, посвященных свободным и вынужденным колебаниям композитных оболочек. Значительно меньше иссле-

дованы эти задачи с позиций неклассических теорий, учитывающих деформации поперечного сдвига и сложность физико-механических свойств материала. Так, задача о собственных колебаниях слоистых композитных цилиндрических оболочек в рамках теории типа Тимошенко рассматривалась в [1]. Здесь для свободно опертых торцов решение получено в форме двойных тригонометрических рядов. Исследуется влияние угла намотки на фундаментальную частоту. Отмечается возможность повышения значений частот при изменении характеристик намотки волокон. Вибрационный изгиб вязкоупругих пластинок и оболочек с учетом поперечных сдвигов рассмотрен в [2]. В [3] модальное демпфирование колебаний анизотропных слоистых пластин исследовалось с помощью метода Релея–Ритца. В работах [4–5] для исследования слоистых вязкоупругих оболочек используются уравнения слоистых оболочек, учитывающие параметры поперечных сдвигов. Результаты исследования трехслойной балки, содержащей магнитоэластичный эластомер, представлены в [6].

В работе рассматриваются локальные формы колебаний слоистых вязкоупругих оболочек под действием статических нагрузок. Природа локализации свободных колебаний и форм потери устойчивости оболочек хорошо изучена. Переменность физических и геометрических характеристик материала, из которого изготовлена оболочка, неоднородность напряженно-деформированного состояния оболочки, вызванного характером статической нагрузки, могут быть причиной появления на поверхности оболочки «наиболее слабых» областей, которые приводят к сильной локализации форм колебаний и форм потери устойчивости.

Существует немало приближенных методов, используемых в теории оболочек: методы, основанные на представлении решений в виде рядов, вариационные методы, метод сеток и т.д. Но эти методы несовершенны, так как при решении конкретных задач они предполагают фиксирование параметров, а также их применение связано с большими вычислительными трудностями. Использование точных аналитических методов также сопровождается математическими сложностями. Так как колебания происходят в окрестности некоторых линий, то наиболее эффективными в этом случае могут быть асимптотические методы, которые сочетают в себе простоту и точность.

В работе используются уравнения слоистых оболочек, учитывающие параметры попереч-

ных сдвигов, полученные Э.И. Григолюком и Г.М. Куликовым с применением обобщенной кинематической гипотезы Тимошенко. Для исследования свободных колебаний здесь используется асимптотический метод П.Е. Товстика, согласно которому, благодаря локализации форм колебаний в окрестности некоторой образующей $\varphi = \varphi_0$, двумерные уравнения, описывающие состояние слоистых оболочек, можно свести к последовательности одномерных краевых задач. В работе этот метод распространяется на случай многослойных оболочек.

Цель работы – разработка методики построения форм локализованных собственных колебаний и определения соответствующих собственных частот слоистой цилиндрической вязкоупругой оболочки, находящейся под действием внешнего давления, с учетом поперечных сдвигов и наличия на поверхности оболочки «слабой» образующей.

Материал и методы. Рассмотрим тонкую круговую цилиндрическую оболочку длины L , состоящую из N вязкоупругих слоев, характеризующихся толщиной h_k , модулем Юнга E_k , плотностью ρ_k и коэффициентом Пуассона ν_k , $k = 1, 2, \dots, N$. В качестве исходной поверхности примем срединную поверхность какого-либо k -ого слоя, которую отнесем к криволинейным ортогональным координатам $\alpha_1 = R s$, $\alpha_2 = R \varphi$ (рис.). Здесь R – радиус цилиндра исходной поверхности, φ и s – окружная и продольная координаты соответственно. Пусть δ_k – расстояние между исходной поверхностью и верхней границей k -ого слоя, u_i, w – тангенциальные и нормальное (прогиб) перемещения точек исходной поверхности, $u_i^{(k)}$ – тангенциальные перемещения точек k -ого слоя, θ_i – углы поворота нормали $\mathbf{n}$ к поверхности оболочки вокруг векторов $\mathbf{e}_i$, где $i=1, 2$.

В качестве исходных используем уравнения, основанные на гипотезах, которые сформулированы Э.И. Григолюком и Г.М. Куликовым [7] и отличаются от классических уравнений полубезмоментной теории тонких оболочек наличием дополнительных слагаемых, учитывающих поперечные сдвиги слоев. Отбрасывание последних приводит к уравнениям для изотропной оболочки с физическими характеристиками, равными осредненным по толщине параметрам слоистой вязкоупругой исходной оболочки, и может давать существенные погрешности при расчетах.

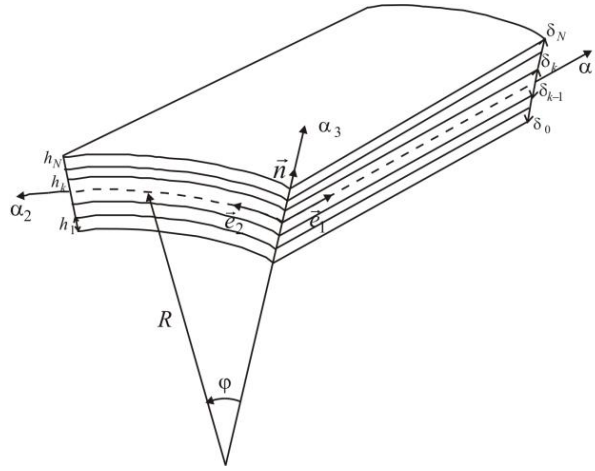


Рис. Система координат в слоистой цилиндрической оболочке.

$$\begin{cases} \frac{Eh^3\eta_3}{12(1-\nu^2)} \left(1 - \frac{\theta h^2}{b} \Delta\right) \Delta^2 \chi^* + \frac{1}{R(\alpha_2)} \frac{\partial^2 F^*}{\partial \alpha_1^2} - \\ - T_2^0 \frac{\partial^2 W^*}{\partial \alpha_2^2} - \rho h \Omega^2 W^* = 0, \\ \Delta^2 F^* = \frac{Eh}{R(\alpha_2)} \frac{\partial^2 W^*}{\partial \alpha_1^2}, \quad W^* = \left(1 - \frac{h^2}{b} \Delta\right) \chi^*. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь Δ – оператор Лапласа в криволинейной системе координат α_1, α_2 ; E, ν, ρ – осредненные модуль Юнга, коэффициент Пуассона и плотность материала соответственно; F^*, χ^* – функции напряжений и перемещений; W^* – нормальный прогиб; Ω – частота собственных колебаний; T_2^0 – усилие, возникающее в результате давления; η_3, θ, b – параметры, учитывающие поперечные сдвиги и вязкоупругие свойства материала, определяемые по формулам [8].

В качестве граничных условий на краях рассмотрим условия шарнирного опирания

$$F = \Delta F = \chi = \Delta \chi = \Delta^2 \chi = 0, \text{ при } s=0, l. \quad (2)$$

Уравнения (1) отличаются от классических уравнений полубезмоментной теории тонких оболочек наличием дополнительных слагаемых, пропорциональных параметрам $1/b, \theta/b$, и учитывающих поперечные сдвиги слоев. Отбрасывание последних приводит к уравнениям для изотропной оболочки с физическими характеристиками, равными осредненным по толщине параметрам слоистой вязкоупругой исходной оболочки. Их влияние на собственные частоты колебаний зависит как от физических и геометрических параметров слоев, так и от характера нагружения.

Уравнения (1) описывают состояние оболочки в окрестности безмоментного напряженно-деформированного состояния, характеризующегося давлением T_2 .

В уравнениях (1) перейдем к безразмерной системе координат s, φ :

$$\begin{aligned} \varphi &= \alpha_2/R, \quad \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, \\ s &= \alpha_1/R, \quad 0 \leq s \leq l(\varphi) = L(\varphi)/R. \end{aligned} \quad (3)$$

При таком выборе координат первая квадратичная форма срединной поверхности имеет вид

$$d\sigma^2 = R^2 (ds^2 + d\varphi^2),$$

а радиус кривизны –

$$R_2 = Rk^{-1}(\varphi). \quad (4)$$

Переменность физических и геометрических характеристик материала, из которого изготовлена оболочка, непостоянство радиуса кривизны (4), зависимость длины оболочки от окружной координаты (3) являются причиной появления на поверхности оболочки «наиболее слабых» областей, которые приводят к сильной локализации форм колебаний.

Положим

$$\begin{aligned} K/\pi^2 &= \varepsilon^2 \kappa, \quad K\theta/\pi^2 = \varepsilon^3 \tau, \\ \kappa, \tau &\sim 1 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $K = \pi^2 h^2 / (bR^2)$, а $\varepsilon^8 = h^2 \eta_3 / [12R^2(1-\nu^2)]$ – малый параметр.

Уравнения (1) перепишутся в виде:

$$\begin{cases} \varepsilon^4 (1 - \varepsilon^3 \tau \Delta) \Delta^2 \chi + k(\varphi) \frac{\partial^2 F}{\partial s^2} + \\ + \varepsilon^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} (1 - \varepsilon^2 \kappa \Delta) \chi - \Lambda (1 - \kappa \varepsilon^2 \Delta) \chi \right] = 0, \\ \varepsilon^4 \Delta^2 F - k(\varphi) \frac{\partial^2}{\partial s^2} (1 - \varepsilon^2 \kappa \Delta) \chi = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь

$$T_2^0(\varphi) = -Eh\varepsilon^6 f, \quad \Lambda\varepsilon^4 = \frac{\rho R^2}{E} \Omega^2,$$

$$l = L/R, \quad \chi^* = R\chi, \quad F^* = \varepsilon^4 EhR^2 F.$$

В качестве граничных условий на краях рассмотрим условия шарнирного опирания

$$F = \Delta F = \chi = \Delta\chi = \Delta^2\chi = 0, \quad \text{при } s=0, l. \quad (7)$$

Напряженно-деформированное состояние оболочки часто представляет собой сумму основного напряженного состояния и краевых эффектов. Первое из них распространяется на всю оболочку, а вторые имеют местный характер и локализуются вблизи определенных кривых – линий искажения напряженно-деформированного состояния (края оболочки, линии излома срединной поверхности и т.п.).

В качестве приближенного подхода к решению задач теории оболочек может быть использован следующий метод: на первых этапах расчета основное напряженное состояние и краевые эффекты строятся раздельно и рассматриваются совместно только для выполнения граничных условий. В работе рассмотрено лишь основное напряженное состояние, которое позволяет построить решение с точностью до величины $O(\varepsilon^2)$. Здесь и ниже запись $\varphi = O(\mathfrak{Z})$ означает существование не зависящей от ε постоянной $e > 0$ такой, что $|\varphi| \leq e|\mathfrak{Z}|$.

Положим $\Lambda = \omega + i\alpha$, где ω – безразмерная собственная частота колебаний, α – безразмерный декремент колебаний.

Разложим параметры, характеризующие собственную частоту колебаний, декремент и параметры поперечных сдвигов по степеням малого параметра ε (5):

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon\omega_1 + \varepsilon^2\omega_2 + \dots, \quad \alpha = \varepsilon\alpha_1 + \varepsilon^2\alpha_2 + \dots, \\ \kappa = \kappa_r + i\varepsilon\kappa_i, \quad \tau = \tau_r + i\varepsilon\tau_i. \quad (8)$$

Задача состоит в определении наименьшего значения $\Lambda > 0$, для которого краевая задача (6), (7) имеет ненулевое решение.

Считаем, что колебания происходят в окрестности некоторой образующей $\varphi = \varphi_0$, называемой «слабой образующей». Для расчетов введем растяжение масштаба в окрестности этой образующей:

$$\varphi = \varphi_0 + \varepsilon \frac{1}{2} \xi. \quad (9)$$

Согласно [9] для решения задачи (6) представим функции $\chi(s, \varphi)$, $F(s, \varphi)$ в виде:

$$\chi(s, \varphi) = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{j}{2}} \chi_j(\xi, s) \exp \left(i \left(\varepsilon^{-\frac{1}{2}} q \xi + \frac{1}{2} a \xi^2 \right) \right), \quad (10)$$

$$F(s, \varphi) = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{j}{2}} F_j(\xi, s) \exp \left(i \left(\varepsilon^{-\frac{1}{2}} q \xi + \frac{1}{2} a \xi^2 \right) \right), \quad (11)$$

где $\chi_j(\xi, s)$, $F_j(\xi, s)$ – полиномы по ξ , число q вещественно и определяет изменяемость формы потери устойчивости в направлении φ , образующая $\varphi = \varphi_0$ – наиболее слабая, а параметр a характеризует скорость уменьшения глубины вмятин при удалении от нее. Положим

$$\text{Im} a > 0. \quad (12)$$

Неравенство (12) гарантирует убывание амплитуды волн вдали от линии $\varphi = \varphi_0$. Разложим функцию $k(\varphi)$ в ряд в окрестности этой образующей:

$$k(\varphi) = k(\varphi_0) + k'(\varphi_0) \varepsilon^{\frac{1}{2}} \xi + \frac{1}{2} k''(\varphi_0) \varepsilon \xi^2 + \dots \quad (13)$$

Для решения необходимо подставить значения (9–13) в систему (6) и граничные условия (7).

Для определения неизвестных функций $f_j(s, \xi)$, $\chi_j(s, \xi)$ и чисел q , a , φ_0 , α_n , ω_n приравняем к нулю коэффициенты при одинаковых степенях $\varepsilon^{1/2}$. Результатом исследования является рекуррентная последовательность дифференциальных уравнений

$$\sum_{k=0}^j H_k X_{j-k} = 0, \quad j = 0, 1, \dots \quad (14)$$

и последовательность соответствующих граничных условий

$$\sum_{k=0}^j \Gamma_k^i X_{j-k} = 0, \quad i = 0, 1 \quad j = 0, 1, \dots \quad s = 0, l. \quad (15)$$

Здесь

$$H_0 \chi_0 = \left(\frac{1 + \kappa_r q^2}{q^4} \right) k^2(\varphi_0) \frac{\partial^4 \chi_0}{\partial s^4} + \\ + \left(q^4 - f q^2 (1 + \kappa_r q^2) - \omega_0 (1 + \kappa_r q^2) \right) \chi_0$$

А операторы H_k и Γ_k^i при $k \geq 1$ выражаются через производные по q и φ_0 [9].

$$H_1 \chi_0 = \left(a \frac{\partial H_0}{\partial q} + \frac{\partial H_0}{\partial \varphi_0} \right) \xi \chi_0 - i \frac{\partial H_0}{\partial q} \frac{\partial \chi_0}{\partial \xi},$$

$$H_2 \chi_0 = \frac{1}{2} \left(a^2 \frac{\partial^2 H_0}{\partial q^2} + 2a \frac{\partial^2 H_0}{\partial q \partial \phi_0} + \frac{\partial^2 H_0}{\partial \phi_0^2} \right) \xi^2 \chi_0 -$$

$$- i \left(a \frac{\partial^2 H_0}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 H_0}{\partial q \partial \phi_0} \right) \xi \frac{\partial \chi_0}{\partial \xi} -$$

$$- \frac{1}{2} \frac{\partial^2 H_0}{\partial q^2} \left(i a \chi_0 + \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial \xi^2} \right) - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 H_0}{\partial q^2} \chi_0 + H^* \chi_0.$$

В случае шарнирного опирания одного из краев оболочки граничные условия для первых трех приближений примут вид:

$$\chi_0 = \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial s^2} = 0, \quad \chi_1 + \xi s' \frac{\partial \chi_0}{\partial s} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial s^2} + \xi s' \frac{\partial^3 \chi_0}{\partial s^3} = 0,$$

$$\chi_2 + \xi s' \frac{\partial \chi_1}{\partial s} + \frac{\xi^2}{2} \left(s'^2 \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial s^2} + s'' \frac{\partial \chi_0}{\partial s} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \chi_2}{\partial s^2} + \xi s' \frac{\partial^3 \chi_1}{\partial s^3} + \frac{\xi^2}{2} \left[s'' \frac{\partial^3 \chi_0}{\partial s^3} + s'^2 \frac{\partial^4 \chi_0}{\partial s^4} \right] -$$

$$- \frac{4is'}{q} \frac{\partial^3 \chi_0}{\partial s^3} = 0.$$

В случае, если на каком-то крае задано условие жесткой заделки, граничные условия для первых трех приближений на соответствующем крае $s = 0$ или $s = l$ имеют вид:

$$\chi_0 = \frac{\partial \chi_0}{\partial s} = 0, \quad \chi_1 + \xi s' \frac{\partial \chi_0}{\partial s} = 0,$$

$$\frac{\partial \chi_1}{\partial s} + \xi s' \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial s^2} = 0,$$

$$\chi_2 + \xi s' \frac{\partial \chi_1}{\partial s} + \frac{\xi^2}{2} \left(s'^2 \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial s^2} + s'' \frac{\partial \chi_0}{\partial s} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial \chi_2}{\partial s} + \xi s' \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial s^2} + \frac{\xi^2}{2} \left[s'' \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial s^2} + s'^2 \frac{\partial^3 \chi_0}{\partial s^3} \right] = 0.$$

Рассмотрим краевую задачу, возникающую в нулевом приближении:

$$\left(\frac{1 + \kappa_r q^2}{q^4} \right) k^2(\phi_0) \frac{\partial^4 \chi_0}{\partial s^4} +$$

$$+ (q^4 - f q^2 (1 + \kappa_r q^2) - \omega_0 (1 + \kappa_r q^2)) \chi_0 = 0,$$

$$\chi_0 = \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial s^2} = 0 \quad \text{при } s = 0, s = l. \quad (16)$$

Очевидно, что наименьшей частоте колебаний оболочки соответствует наименьшее положительное собственное значение краевой задачи (16). Из (16) следует, что $\Lambda_0 = \Lambda_0(q, \phi_0)$.

Положим

$$\Lambda_0^0 = \min_{q, \phi_0} \Lambda_0(q, \phi_0) = \Lambda_0(q^0, \phi_0^0), \quad (17)$$

где параметры q^0, ϕ_0^0 будут определяться из соотношений:

$$\frac{\partial \Lambda_0}{\partial q} = \frac{\partial \Lambda_0}{\partial \phi_0} = 0 \quad \text{при } q = q^0, \phi = \phi_0^0. \quad (18)$$

Решением краевой задачи (16) будет функция

$$\chi_0(\xi, s) = P_0(\xi) \chi_0^0(s), \quad (19)$$

где $\chi_0^0(s)$ – собственная функция задачи (16) при условиях (17)–(18), $P_0(\xi)$ – пока неопределенная функция.

При $j=1$ имеем тождественное равенство.

Решение уравнения, полученного в первом приближении, можно представить в виде [19]:

$$\chi_1(\xi, s) = P_1(\xi) \chi_0^0 + \xi P_0(a \chi_q + \chi_\phi) - i \frac{dP_0}{d\xi} \chi_q, \quad (20)$$

где χ_q, χ_ϕ – решения задач, полученных при дифференцировании задачи (16) по параметрам q и ϕ_0 при $\chi_0 = \chi_0^0$, а функция $P_1(\xi)$ еще не определена.

Во втором приближении имеем уравнение, из которого получаем условие существования решения χ_2 :

$$-\frac{1}{2} \omega_{qq} \frac{d^2 P_0}{d\xi^2} + \xi \beta \frac{dP_0}{d\xi} +$$

$$+ \left(\eta - (\omega_1 + i\alpha_1) + \frac{1}{2} \beta + c\xi^2 \right) P_0 = 0 \quad (21)$$

где

$$\beta = -i(a\omega_{qq} + \omega_{q\phi}),$$

$$2c = a^2 \Lambda_{qq} + 2a \Lambda_{q\phi} + \Lambda_{\phi\phi}, \quad (22)$$

$$\eta = \frac{(\tau_r q^6 - i\kappa_i f q^4 - i\kappa_i q^2 \omega_0) \chi_0^0 q^2 + i\kappa_i k^2(\phi_0) d^4 \chi_0^0}{q^2 ds^4}. \quad (23)$$

Условие $c=0$ необходимо для существования решения уравнения (21) в виде полинома [9]. Из квадратного уравнения $c=0$ находим единственную величину a такую, что $\text{Im } a > 0$:

$$a = i \left(\frac{\omega_{\phi\phi}^0}{\omega_{qq}^0} \right)^{1/2}. \quad (24)$$

При $c = 0$

$$\omega_1 + i\alpha_1 = \beta \left(\frac{1}{2} + n \right) + \eta, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (25)$$

уравнение (21) имеет решение $P_0(\xi) = H_n(\xi)$, где $H_n(\xi)$ – полином Эрмита n -ой степени. Ве-

личина $\omega_1 + i\alpha_1$ минимальна при $n=0$. И в этом случае $H_n(\xi) \equiv 1$. Тогда наименьшая частота колебаний и декремент колебаний будут:

$$\omega_1^{(0)} = \operatorname{Re}\left(\beta \frac{1}{2} + \eta\right), \quad \alpha_1^{(0)} = \operatorname{Im}\left(\beta \frac{1}{2} + \eta\right).$$

Найденная здесь поправка учитывает наличие поперечных сдвигов (зависимость от параметров τ и κ).

Для автоматизации расчетов частот собственных колебаний, а также решения задачи оптимального проектирования слоистых оболочек разработано приложение на языке программирования C++ в среде разработки C++ Builder, позволяющее вычислять при заданных физических и геометрических параметрах оболочки частоты собственных колебаний, критические нагрузки, а также оптимальные толщины заполнителя.

В режиме работы «оптимальное проектирование» приложение рассчитывает толщины слоев заполнителя автоматически, исходя из условия постоянства массы оболочки и максимальной критической нагрузки, которую способна выдержать оболочка, а также учитывая допуски погрешности, установленные пользователем.

Заключение. Результаты работы позволяют избежать проведения дорогостоящих лабораторных экспериментов и связанных с ними энергетических и материальных затрат при оп-

ределении критических нагрузок реальных конструкций, оценки технико-эксплуатационных свойств промышленных изделий и сооружений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sun, C.T. Axisymmetric vibrations of laminated composite cylindrical shells / C.T. Sun, J. M. Whitney // J. Acoustical Soc. Amer. – 1974. – Vol. 55. – P. 1238–1246.
2. Барышев, А.А. Вибрационный изгиб вязкоупругих пластинок и оболочек с учетом поперечных сдвигов: автореф. ... дис. канд. физ.-мат. наук / А.А. Барышев. – Саратов, 2004. – 23 с.
3. Solclatos, K.P. On the buckling and vibration of antisymmetric angle-ply laminated circular cylindrical shells / K.P. Solclatos // Int. J. Eng. Sci. 1983. – Vol. 21, № 3. – С. 217–222.
4. Корчевская, Е.А. Применение асимптотических методов для решения дифференциальных уравнений, описывающих устойчивость слоистых композитных цилиндрических оболочек при кручении / Е.А. Корчевская, Г.И. Михасев, А.С. Шибут // Вестн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2010. – № 3(57). – С. 20–26.
5. Корчевская Е.А. Свободные колебания вязкоупругой слоистой оболочки при действии неоднородных осевых сил / Е.А. Корчевская, Г.И. Михасев // Вестн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2010. – № 4(58). – С. 34–37.
6. Korobko, E.V. On Damping Vibrations of Three Layered Beam Containing Magnetoreological Elastomer / E.V. Korobko, Z.A. Novikova, M.A. Zhuravski, G.I. Mikhasev // Electro-Rheological Fluids and Magneto-Rheological Suspensions. Proceedings of the 12th International Conference, Philadelphia, USA, 16–20 August 2010. – World Scientific. – 2011. – P. 644–650, DOI No: 10.1142/9789814340236_0088.
7. Григолюк, Э.И. К теории упругих слоистых анизотропных оболочек / Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов // Доклады АН СССР. – 1984. – Т. 275, № 5. – С. 1077–1079.
8. Ботогова, М.Г. Свободные колебания слоистых вязкоупругих цилиндрических оболочек / М.Г. Ботогова, Г.И. Михасев, Е.А. Корчевская // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фунд. науки. Механика. – 2006. – № 10. – С. 125–133.
9. Товстик, П.Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы / П.Е. Товстик. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 320 с.

Поступила в редакцию 10.12.2012. Принята в печать 17.06.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: korchevskaya.elena@tut.by – Корчевская Е.А.

Распознавание дорожных знаков на изображениях методом Speeded Up Robust Features (SURF)

Е.А. Краснобаев

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

В статье рассматривается задача автоматического обнаружения и распознавания дорожных знаков на изображениях. Для ее решения применялась технология Speeded Up Robust Features (SURF), позволяющая находить на изображениях сцены и знака особенные точки, рассчитывать их дескрипторы, инвариантные к масштабу и вращению и выполнять их сопоставление. В результате работы найден критерий отбора корректных соответствий пар точечных особенностей, повышающий качество распознавания дорожного знака. Разработано программное обеспечение, реализующее алгоритм распознавания с использованием библиотеки OpenCV 2.4. Точность распознавания составила 85% при ограничениях на соотношение разрешения сцены, эталонного знака и знака в сцене 5:2:1, максимальный угол наблюдения – 15°, расстояние до знака – 50 м.

Ключевые слова: машинное зрение, цифровая обработка изображений и распознавание образов.

Recognition of Traffic Signs in Images Using Speeded Up Robust Features (SURF)

Krasnobaev E.A.

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

We consider the problem of automatic detection and recognition of traffic signs in the image. The chosen technology is «Speeded Up Robust Features (SURF)». This technology is used to find singular points in the scenes and traffic sign, to calculate their descriptors that are invariant to scale and rotation, and perform their comparison. We found the selection criteria of correctly corresponding of features point, which enhance the quality of recognition of the traffic sign. Software has been developed, which implements recognition algorithm using library OpenCV 2.4. Recognition accuracy was 85% at a ratio of resolution of scene, calibrating traffic sign and traffic sign in scene as 5:2:1, maximum viewing angle – 15°, the distance from the traffic sign – 50 m.

Key words: car sight, digital processing of images and detection of images.

Задача автоматической локализации и распознавания дорожных знаков на изображениях актуальна, так как до сих пор не имеет универсального решения, позволяющего получать 100%-ную точность распознавания при любых условиях наблюдения.

Важность решения этой проблемы обусловлена широким спектром ее практического применения: навигационные карты, системы помощи водителю, системы управления инфраструктурой и др. Система распознавания дорожных знаков смогла бы информировать водителей об опасных участках на дороге, о соблюдении скоростного режима, а в перспективе отдавала бы команды автомобилю по выполнению предписаний дорожных знаков. Это позволило бы снизить аварийность на дорогах, помочь водителям быть более внимательными.

Кажущаяся простота задачи является обманчивой, несмотря на то, что дорожные знаки имеют простую форму, цвет и предназначены

быть максимально заметными. Разнообразие типов дорожных знаков, форм, наличие на них текста, от которого зависит интерпретация знака, оставляет данную задачу нерешенной.

Известны системы распознавания, такие, как Siemens VDO TSR, FOSTS, Opel Eye TSR, а также системы распознавания автомобилей BMW, Ford. Однако, даже они имеют точность распознавания до 95%, с учетом ограничения на дальность, угол обзора, степень зашумленности знака, время распознавания.

Решением данной проблемы занимается множество авторов, результаты работ которых изложены, например, в [1–2]. Применяемые авторами методы распознавания можно условно разделить на две группы:

- методы распознавания без обучения;
- методы распознавания с обучением.

К первой группе следует отнести методы, опирающиеся на известные признаки дорожных

знаков, такие, как форма и цвет. Это методы контурные, корреляционные, а также основанные на линейной и нелинейной фильтрации изображений.

Ко второй группе относятся методы, использующие машинное обучение: нейронные сети, обучаемые классификаторы.

Обобщая подходы к решению задачи, можно сделать вывод, что и те и другие группы методов используют следующие этапы распознавания дорожных знаков:

1. Сегментация знака на изображении по заданным признакам.
2. Локализация знака (определение координат описанного прямоугольника).
3. Качественное улучшение изображения знака, коррекция яркости, контраста.
4. Вращение полученного знака в пространстве, с целью проецирования получаемых объектов.
5. Масштабирование знака, в соответствии со знаками в базе данных.
6. Определение соответствий между полученным знаком и знаками в базе данных по заданным признакам.
7. Распознавание текста на знаке (при необходимости).

Как видим, помимо самого распознавания, необходимо решать множество задач по предварительной подготовке изображения к распознаванию, которые сами по себе являются трудоемкими.

На наш взгляд, для комплексного решения данных задач удобен метод SURF (Speeded Up Robust Features), изложенный в [3], а также реализованный в библиотеке компьютерного зрения OpenCV. Таким образом, целью исследования является разработка алгоритма и программного обеспечения для распознавания изображений дорожных знаков методом SURF (Speeded Up Robust Features).

Материал и методы. Объектом исследования, изложенного в данной статье, являются цифровые изображения сцен, содержащие дорожные знаки. Предметом исследования выступают модели, алгоритмы и методы анализа, обработки и распознавания дорожных знаков на изображениях.

Результаты и их обсуждение. Метод SURF (Speeded Up Robust Features) основывается на понятии «особенности изображения». Под особенностью изображения понимают некоторые изолированные точки (точечные особенности), линии (линейные особенности), характеризуемые своими локальными окрестностями. Суще-

ствует несколько подходов к определению понятия особенности, в частном случае, в соответствии с [4] их можно охарактеризовать как разрывы яркости или однородности в изображениях.

В целом, особенность определяется как область изображения, обладающая более существенными признаками, чем яркость, и, исходя из этих признаков, ей может быть найдено однозначное соответствие в ряде изображений. Если некоторая точка или область изображения определена как особенная, она может являться отправной точкой для последующих алгоритмов и методов обработки изображений.

Соответствием между точечными особенностями называется согласованная пара пикселей x_1 и x_2 из изображений I_1 и I_2 , которые отражают одну и ту же точечную особенность x' . При определении соответствий между особенностями могут возникать ложные соответствия, в этом случае вводится понятие корректного соответствия. Оно называется корректным, если существует точка трехмерной сцены X , проекциями которой являются точки x_1 и x_2 из изображений I_1 и I_2 . Вопросы сопоставления точечных особенностей описаны в [4].

В соответствии с [4], точечной особенностью x' называется такая точка изображения, чья окрестность отличается от окрестностей близлежащих точек по выбранной мере, то есть

$$\forall x: |x' - x| < r \rightarrow \rho(\Omega_x, \Omega_{x'}) \geq \varepsilon$$

где Ω_x – окрестность точки x , называемая окном поиска или маской, а $\rho(\Omega_x, \Omega_{x'})$ – функция близости окрестностей.

Метод SURF (Speeded Up Robust Features). Метод SURF (Speeded Up Robust Features) позволяет выполнять поиск особых точек на изображении и рассчитывать их дескрипторы, которые будут инвариантны к масштабу и вращению. Данный метод выполняет поиск особенных точек с помощью матрицы Гессе. Гессеиан изображения, который вычисляется как детерминант матрицы Гессе, в точках максимального перепада яркости достигает экстремума. Это позволяет обнаружить на изображении такие особенные точки, как пятна, углы, края линий и др.

Для вычисления матрицы Гессе и фильтров Хаара удобнее перейти к интегральному представлению изображений. Интегральное представление изображения представляет собой матрицу, размерность которой совпадает с размерностью исходного изображения. Элементы матрицы рассчитываются по следующей формуле [3]:

$$D(x, y) = \sum_{i, j=0}^{x, y} S(i, j),$$

где $S(i, j)$ – яркость пикселя исходного изображения. Каждый элемент матрицы представляет собой сумму яркостей в прямоугольнике от (0, 0) до (x, y).

Перейдя к такому представлению, удобно и легко можно вычислить общую яркость произвольной прямоугольной области ABCE:

$$I_{ABCE} = D(A) + D(B) - D(C) - D(E),$$

где ABCE – вершины прямоугольника.

Матрица Гессе для двумерной функции и ее детерминант вычисляются следующим образом:

$$H(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \end{bmatrix},$$

$$\det H = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x \partial y} \right)^2.$$

Значение определителя этой матрицы достигает экстремума в точках локального максимума и минимума яркости изображения. Элементы матрицы Гессе вычисляются, по сути, как свертка пикселей изображения и маски фильтра. Однако, по мнению авторов, использование вычисления лапласиан гауссиана для этого в исходном виде неэффективно, поэтому в SURF используется бинарный аналог фильтров для вычисления матрицы Гессе. Эти маски более устойчивы к вращению и их можно просто вычислить с помощью интегральной матрицы:

$$\det H_{approx} = S_{xx} S_{yy} - 0.9 D_{xy}^2,$$

где S_{xx} , S_{yy} , S_{xy} – свертки по фильтрам.

Для отнесения точки к разряду особенных к гауссиану применяется порог, выше которого, точка считается особенной. Также следует отметить, что гауссиан является величиной производной и не зависит от абсолютного значения яркости, что позволяет обнаруживать те же особенности на изображениях с другим уровнем освещенности.

Как уже говорилось, гессиан зависит от масштаба изображения, поэтому для поиска особенных точек поочередно перебираются различные масштабы фильтров. Размеры таких фильтров не могут принимать произвольные значения, иначе их было бы очень много. Допустимые размеры: 9, 15, 21, 27 и т.д. Для оп-

тимизации перебора фильтров в методе применяется принцип разделения всего диапазона масштабов на октавы. Причем, на октаву приходится несколько фильтров, так как среди разных масштабов и октав одна точка может иметь несколько локальных максимумов гессиана. Исходя из этого, шаг размера фильтра в первой октаве составляет 6, во второй – 12, в третьей – 24 пикселя и т.д., причем октавы перекрывают друг друга для увеличения надежности нахождения точек. По мнению авторов, для изображения с разрешением 1024x768 пикселей требуется около 5–6 октав.

Для вычисления локального экстремума гессиана используется метод соседних точек 3x3x3. Суть метода заключается в том, что точка является локальным максимумом, если ее гессиан больше гессиана соседних точек по принципу 8-связанности в том же масштабе, а также для соседних точек масштабом меньше и больше в данной октаве. При этом понятно, что октава должна содержать не менее трех фильтров.

Для повышения скорости работы метода фильтры октавы вычисляются не для всех пикселей изображения. Первая октава считается для каждого второго пикселя, вторая – для каждого четвертого и т.д., так как размер максимумов пропорционален масштабу фильтра.

Так как алгоритм перебирает не все пиксели изображения, реальный максимум и вычисленный могут расходиться. Для нахождения точного максимума используется интерполирование найденных гессианов куба 3x3x3 квадратичной функцией.

Для того чтобы дескрипторы особенных точек были инвариантны к повороту, необходимо определить преобладающую ориентацию их градиента или вектор ориентации. Для начала вычисляются градиенты в пикселях в окрестности особенной точки. Для этого применяется фильтр Хаара. Он дает точечное значение перепада яркости по осям dX и dY . Данные значения достаточно легко вычисляются с помощью интегральной матрицы. Далее все найденные значения в виде точек наносятся на плоскость $dXdY$ и вычисляется вектор, изображающий приоритетное направление в области особенной точки. Следует отметить, что инвариантность относительно вращения не всегда нужна, и метод допускает не рассчитывать ее.

Для вычисления дескриптора выбирается прямоугольная область вокруг особенной точки. Причем, квадрат ориентируется вдоль направления особенности.

Дескриптор формируется из описания 16 квадрантов вокруг особенной точки. Нужно

отметить, что само изображение при расчете не переворачивается, фильтр считается в обычных координатах, а уже полученные координаты градиента, поворачиваются в соответствии с полученной ранее ориентацией.

Дескриптор особенности изображения состоит из четырех величин:

$$\sum_i^w dX_i, \sum_i^w |dX_i|, \sum_i^w dY_i, \sum_i^w |dY_i|,$$

являющихся суммарными градиентами по каждому из 16 квадрантов. Для всех 16 квадрантов изображения получаем 64 компонента дескриптора. В дополнение к дескриптору для описания точки вычисляется величина:

$$\text{sign}(S_{xx} + S_{yy}),$$

которая позволяет различать темные и белые пятна.

Разработка алгоритма распознавания с использованием библиотеки OpenCV. Рассмотрим этапы разработанного алгоритма распознавания изображений дорожных знаков, а также особенности его программной реализации с использованием функций библиотеки OpenCV.

Как уже было сказано во введении, первым этапом подготовки изображения к распознаванию является улучшение его яркостных характеристик, а также локализация на изображении самого дорожного знака. Одним из преимуществ метода SURF является возможность опустить оба этих этапа. Это обосновывается тем, что:

1. Метод SURF может выполнять поиск и сопоставление дескрипторов точечных особенностей на всем изображении сцены. В вычислительном плане, судя по проведенным испытаниям, это делать быстрее, чем сначала локализовать дорожный знак, а уже в нем – искать особенные точки.

2. Вычисляемый гауссиан является величиной производной и не зависит от абсолютного значения яркости, что позволяет обнаруживать те же особенности на изображениях с другим уровнем освещенности.

Однако, в определенных задачах, локализация дорожных знаков может выполняться. В этом случае можно воспользоваться преобразованием Хафа. Недостатком такого способа является необходимость выполнения преобразования Хафа для каждого типа фигур: окружности, прямоугольника, треугольника. Если задача состоит в распознавании одного типа знаков, например, запрещающих (круглых), этот подход может себя оправдать. В библиотеке OpenCV поиск круглых объектов может доста-

точно легко выполняться с помощью функции `cv::HoughCircles()`. Однако для треугольных и прямоугольных форм преобразование Хафа будет значительно замедлять скорость работы общего алгоритма.

Для работы с особенностями изображений использовались классы `cv::SurfFeatureDetector` и `cv::SurfDescriptorExtractor`.

Класс `cv::SurfFeatureDetector` является детектором особенных точек на изображении, который вычисляет определители матрицы Гессе и отбирает особенности по заданным критериям. Метод класса `detect()` возвращает вектор координат, найденных особенностей.

Класс `cv::SurfDescriptorExtractor` выполняет расчет дескрипторов особенных точек, а его метод `compute()` возвращает найденные дескрипторы. В программе поиск и расчет дескрипторов выполнялись для каждой пары сцена–знак.

Для сопоставления особенностей найденных на изображении сцены и каждого знака применялся класс `cv::BruteForceMatcher`. Отличием данного класса по сравнению с `cv::FlannBasedMatcher` является возможность нахождения для каждой особенности одного изображения, заданного количества кандидатов на сопоставление из второго (в данном случае выбирались первых два наиболее вероятных кандидата). Данные сопоставления выполнялись с помощью метода `knnMatch()` класса `cv::BruteForceMatcher`, который возвращает вектор пар особенностей из двух изображений.

Не все найденные соответствия будут являться корректными, поэтому необходим критерий отбора пар особенностей от которого в значительной степени зависит качество распознавания. Такая проверка выполнялась путем вычисления близости дескрипторов двух кандидатов для каждой особенности. Если дескрипторы кандидатов близки, значит данной точечной особенностью можно поставить в соответствие не одну, а множество особенностей второго изображения и, следовательно, данное соответствие считается некорректным. Также близость дескрипторов кандидатов может говорить о нахождении плохо различимой особенной точки, и ее также нужно исключить из рассмотрения. Если дескрипторы двух кандидатов существенно различны, значит, имеется преимущественный кандидат, отражающий ту же точку реальной сцены, и соответствие считается найденным.

Критерием соответствия знака из базы данных знаку из сцены является наличие максимального количества соответствий между точечными особенностями.

Описание структуры программного обеспечения. Разрабатываемая информационная система предназначена для распознавания изображений предупреждающих дорожных знаков. Приложение имеет оконный интерфейс, написано на языке C++ в среде Microsoft Visual Studio 2008 на управляемом коде (CLR). Работа с информационной системой подразумевает загрузку изображения распознаваемой сцены, загрузку перечня изображений дорожных знаков, которые будут являться эталонными при

распознавании. Данный принцип отражен на рис. 1. Результатом работы программы является вывод в системное окно изображения эталонного знака, соответствующего знаку в сцене.

Для графического описания объектно-ориентированного программного кода широко применяется язык UML. В UML используются следующие виды диаграмм: классов, компонентов, структуры, развертывания, объектов, пакетов, профилей, деятельности, состояний, прецедентов и др.

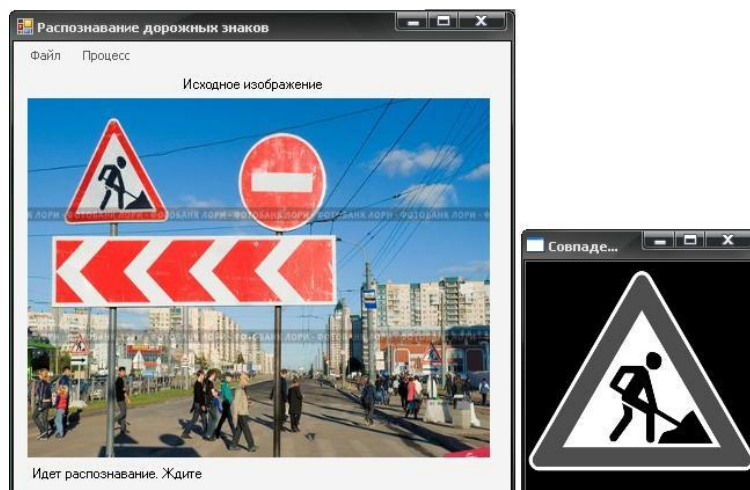


Рис. 1. Основные формы программы.

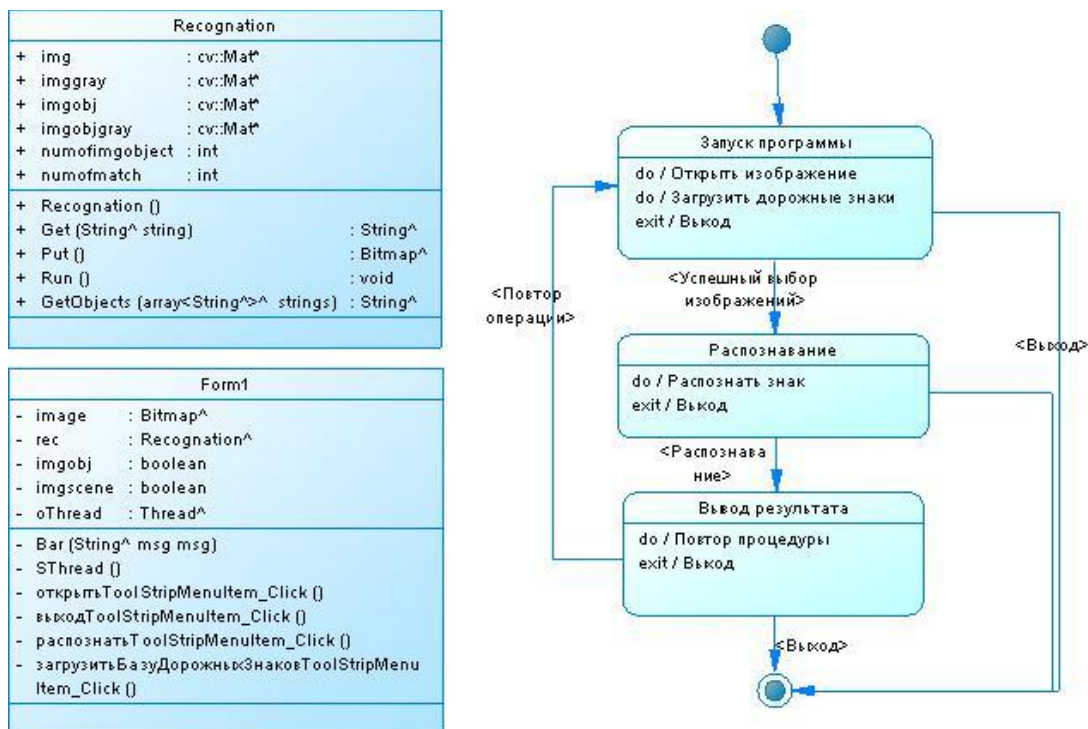


Рис. 2. Диаграммы классов и состояний.

В частности, диаграмма класса Recognition, реализующего основной функционал приложения, отражает все атрибуты класса, операторы и методы, составляющие его (рис. 2). Также приведена диаграмма пользовательского фрагмента класса Form1. Диаграмма состояний отражает состояния системы в понятии теории автоматов. На диаграмме изображаются переходы между состояниями, а также названия событий, вызывающих переход. Все диаграммы построены в системе Sybase Power Designer.

Заключение. Как и для любой системы распознавания, важным этапом ее разработки является определение ограничений и условий, при которых система может эффективно работать. Экспериментально определено, что для наилучшего распознавания знаков рекомендуется соблюдать номинальное соотношение разрешения сцены, эталонного знака и знака в сцене как 5:2:1, угол зрения к плоскости знака в сцене должен составлять не более 15°, расстояние до знака – 50 м.

Для тестирования программы выбирались сцены, удовлетворяющие описанным выше требованиям. В качестве эталонных знаков выбрано 35 знаков из категории «предупреждающие». В результате тестирования программы на 30 сценах точность распознавания составила 85%.

Проведена оценка времени работы алгоритма на тестовых изображениях. Скорость распознавания одного знака с разрешением 550x350 пикселей составила 1 с. Проверка выполнялась на компьютере с процессором AMD Athlon X2 4400+, объемом ОЗУ 2 Гб, среда разработки – Microsoft Visual C++ 2008. Уровень загрузки центрального процессора составлял 35–45%.

Таким образом, в результате исследования разработано программное обеспечение для распознавания изображений дорожных знаков методом SURF (Speeded Up Robust Features), из-

ложенном в [3]. С помощью данного метода можно выполнять поиск особых точек на изображении, рассчитывать их дескрипторы, которые будут инвариантны к масштабу и вращению, а также выполнять их сопоставление. Вычисляемый гауссиан особенности является величиной производной и не зависит от абсолютного значения яркости, что способствует обнаружению тех же особенностей на изображениях с другим уровнем освещенности. Найден критерий отбора корректных соответствий точечных особенностей, повышающий качество распознавания дорожного знака.

К недостаткам метода можно отнести тот факт, что для изображений простой формы, без ярко выраженной текстуры, таких, как дорожные знаки, количество особенностей будет невелико. Однако графические элементы дорожных знаков имеют простую геометрическую форму и цвет, что позволяет получить более различимые дескрипторы. Все описанное помогает сделать вывод о возможности использования подобного подхода для распознавания дорожных знаков, а также необходимости продолжения работы по повышению точности и уменьшению времени работы полученных алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов, Е.Ю. Алгоритм распознавания дорожных знаков ограничения скорости / Е.Ю. Попов, Д.И. Крыжановский // Электронный журнал «Современные научные исследования и инновации» [Электронный ресурс]. – 2013. – Режим доступа: <http://web.snauka.ru/issues/2012/06/14717>. – Дата доступа: 1.03.2013.
2. Чигорин, А. Распознавание знаков дорожного движения на изображениях с обучением на синтетических данных / А. Чигорин, А. Конев, Г. Кривовязь, А. Велижев, А. Конушин // Техническое зрение в системах управления, 2012. – С. 65–68.
3. Bay, H. SURF: Speeded Up Robust Features / H. Bay, A. Ess, T. Tuytelaars, L. Van Gool // Computer Vision and Image Understanding (CVIU). – 2008. – Vol. 110, № 3. – P. 346–359.
4. Краснобаев, Е.А. Алгоритмы сопоставления опорных точек изображения для систем видеодетекции / Е.А. Краснобаев // Вестн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2010. – № 1(55). – С. 126–132.

Поступила в редакцию 02.04.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: krasnoabaev@tut.by – Краснобаев Е.А.

Стабильные порядки полугруппы линейных отношений конечномерного векторного пространства над полем

М.И. Наумик, Е.С. Шайтор

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

В данной работе продолжается изучение полугруппы линейных отношений. В 1953 году А.И. Мальцев описал конгруэнции на полугруппе линейных преобразований конечномерного векторного пространства над полем, а М.И. Наумик в 2004 году – все конгруэнции на полугруппе линейных отношений векторного пространства над телом.

Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное бинарное отношение на полугруппе называется отношением порядка. Строением стабильных порядков на различных полугруппах занимались Е.С. Ляпин, М.Г. Могилевский, В.Д. Дереч и др. В этой статье нами дано описание строения стабильных порядков полугруппы линейных отношений конечномерного векторного пространства над полем. Эта работа обобщает результаты Е.С. Ляпина и М.Г. Могилевского.

Ключевые слова: линейные отношения, ранг линейного отношения, замкнутые отношения порядка, стабильные отношения порядка, полугруппа линейных отношений.

Stable semigroups of linear order relations of finite-dimensional space vector over the field

M.I. Naumik, E.S. Shaitor

Educational Establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»

The study of semigroups of linear relations is continued in this work. In 1953 A.I. Maltsev described congruence on the semigroup of linear transformations of a finite-dimensional space vector over the field. In the 2004 M.I. Naumik described all congruence relations on a semigroup linear space vector over the body.

Reflexive, antisymmetric and transitive binary relation on the semigroup is called the relation of order. The structure of a stable order in various semigroups was explored by E.S. Lyapina, M.G. Mogilevsky, V.D. Derech, etc. In this article we give a description of the structure stable semigroups of linear orders relations of finite-dimensional space vector over the field. This work summarizes the results by E.S. Lyapina M.G. Mogilevskogo.

Key words: linear relationship, the rank of the linear relationship, the closed order relation, stable relations of order, the semigroup of linear relations.

В последнее время в разных областях математики все чаще приходится применять гомоморфизмы, которые определены не на всем множестве, а на некотором его подмножестве и неоднозначно. Пусть V – n -мерное векторное пространство над полем F . Бинарное отношение $a \subseteq V \times V$ между элементами множества V называется линейным, если оно является подпространством $V \vee V[1]$.

Другими словами, линейное отношение a – множество пар $(\bar{x}, \bar{y})$, где $\bar{x}, \bar{y} \in V$, замкнутое относительно операций сложения и умножения на элементы из поля F : если $(\bar{x}_1, \bar{y}_1) \in a$ и $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) \in a$ при каких-либо $\bar{x}_i, \bar{y}_i \in V$, то $(\alpha\bar{x}_1 + \beta\bar{x}_2, \alpha\bar{y}_1 + \beta\bar{y}_2) \in a$ для любых $\alpha, \beta \in F$.

Множество всех линейных отношений $LR(V)$ на пространстве V , как известно, является полугруппой относительно операций умножения бинарных отношений: для

$a, b \in LR(V)$, $(\bar{x}, \bar{y}) \in ab$ тогда и только тогда, когда существует такой элемент $\bar{z} \in V$, что $(\bar{x}, \bar{z}) \in a$, $(\bar{z}, \bar{y}) \in b$.

При изучении линейных отношений $a \in LR(V)$ будем рассматривать следующие подпространства пространства

$$\begin{aligned} V:pr_1 a &= \{\bar{x} \in V: \exists \bar{y} \in V, (\bar{x}, \bar{y}) \in a\}; \\ \ker a &= \{\bar{x} \in V: (\bar{x}, 0) \in a\}; \\ pr_2 a &= \{\bar{y} \in V: \exists \bar{x} \in V, (\bar{x}, \bar{y}) \in a\}; \\ coker a &= \{\bar{y} \in V: (0, \bar{y}) \in a\}; \end{aligned}$$

Ранг линейного отношения обозначается $rank a = \dim(pr_1 a) - \dim(\ker a)$.

А.И. Мальцев [2] описал конгруэнции на полугруппе линейных преобразований конечномерного векторного пространства над полем. В работе [3] описаны конгруэнции на полугруппе линейных отношений векторного пространства над телом. Естественно, возникает задача описания стабильных порядков на полугруппе

$LR(V)$. На различных полугруппах описанием стабильных порядков занимались Е.С. Ляпин [4], М.Г. Могилевский [5–6], В.Д. Дереч [7] и др. Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное бинарное отношение на полугруппе называется порядком. В данной работе дано описание стабильных порядков на полугруппе линейных отношений $LR(V)$ n -мерного векторного пространства над полем.

Для описания стабильных порядков сначала опишем замкнутые стабильные порядки на полугруппе линейных отношений ранга ноль, а затем и опишем стабильные порядки на $LR(V)$.

Для произвольного подпространства $A \subseteq V$ обозначим $\omega_A = \{(\bar{x}, \bar{0}) : \bar{x} \in A\}$ и $\omega_{\bar{0}} = \omega$.

Если $a \in LR_1(V)$, то $\dim pr_1 a / kera = \dim pr_2 a / cokera$. Ясно, что для любого $a \in LR_1(V)$ имеем $a = \omega_A \omega_B^{-1}$, где $pr_1 a = A$, $pr_2 a = B$.

Отношение порядка δ будем называть отношением стабильного порядка, если для любых $a, b, c, d \in LR_1(V)$, из $a \delta b$ следует $c a d \delta c b d$.

Стабильный порядок δ полугруппы $LR_1(V)$ будем называть замкнутым порядком δ , если для любых $a, b \in LR_1(V)$ и $c, d \in LR(V)$ из $a \delta b$ следует $c a d \delta c b d$.

Определим отношение $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ на полугруппе $LR_1(V)$ следующим образом:

$$\omega_A \omega_C^{-1} \delta_1 \omega_B \omega_D^{-1} \Leftrightarrow B \subseteq A; D \subseteq C;$$

$$\omega_A \omega_C^{-1} \delta_2 \omega_B \omega_D^{-1} \Leftrightarrow B \subseteq A; C \subseteq D;$$

$$\omega_A \omega_C^{-1} \delta_3 \omega_B \omega_D^{-1} \Leftrightarrow A = B; D \subseteq C;$$

$$\omega_A \omega_C^{-1} \delta_4 \omega_B \omega_D^{-1} \Leftrightarrow A \subseteq B; C = D.$$

Теорема 1. *Отношения $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ являются замкнутыми порядками полугруппы. Любой замкнутый порядок, отличный от тождественного, полугруппы совпадает с одним из соотношений $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ или им обратным.*

Доказательство. I. Докажем, что отношения $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ являются замкнутыми порядками полугруппы.

Докажем, что δ_1 – замкнутый порядок полугруппы $LR_1(V)$.

Докажем рефлексивность. Из $A \supseteq A$ и $B \supseteq B$ следует $\omega_A \omega_C^{-1} \delta_1 \omega_A \omega_C^{-1}$.

Проверяем выполнение транзитивности. Пусть $\omega_A \omega_C^{-1} \delta_1 \omega_B \omega_D^{-1}$ и $\omega_B \omega_D^{-1} \delta_1 \omega_M \omega_N^{-1}$. Имеем $B \subseteq A$, $D \subseteq C$ и $M \subseteq B$, $N \subseteq D$. Отсюда получаем $M \subseteq A$, $N \subseteq C$.

Значит $\omega_A \omega_C^{-1} \delta_1 \omega_M \omega_N^{-1}$. Транзитивность выполняется.

Проверяем антисимметричность.

Пусть $\omega_A \omega_C^{-1} \delta_1 \omega_B \omega_D^{-1}$ и $\omega_B \omega_D^{-1} \delta_1 \omega_A \omega_C^{-1}$ тогда из определения отношения δ_1 получаем, что $B \subseteq A$, $C \subseteq D$, $D \subseteq C$, $A \subseteq B$. Имеем $A = B$, $C = D$,

т.е. $\omega_A = \omega_B$, $\omega_C^{-1} = \omega_D^{-1}$. Антисимметричность выполняется.

Докажем, что отношение δ_1 замкнуто. Пусть $\omega_A \omega_C^{-1} \delta_1 \omega_B \omega_D^{-1}$ и $a, b \in LR(V)$. Докажем, что $a \omega_A \omega_C^{-1} b \delta_1 a \omega_B \omega_D^{-1} b$, т.е. что $pr_1 a \omega_B \subseteq pr_1 a \omega_A$ и $pr_2 \omega_D^{-1} b \subseteq pr_2 \omega_C^{-1} b$.

Имеем $pr_1 a = kera \oplus V_1$, $pr_2 a = cokera \oplus V_2$, где V_1, V_2 – некоторые фиксированные дополнения. Обозначим $A_2 = \{\bar{x} : (\bar{x}, \bar{y}) \in a, \text{ где } \bar{y} \in pr_2 a \cap A\}$ и $B_2 = \{\bar{x} : (\bar{x}, \bar{y}) \in a, \text{ где } \bar{y} \in pr_2 a \cap B\}$. Тогда $pr_1 a \omega_A = kera \oplus (V_1 \cap A_2)$, $pr_2 a \omega_B = kera \oplus (V_1 \cap B_2)$. Если по условию $B \subseteq A$, то и $B_2 \subseteq A$, и значит $(pr_2 a \cap B) \subseteq A$, а из этого следует что $(pr_2 a \cap B) \subseteq (pr_2 a \cap A)$.

Получаем, что

$$r_1 a \omega_A = kera \oplus (V_1 \cap A_2) \supseteq kera \oplus (V_1 \cap B_2) = pr_2 a \omega_B.$$

С другой стороны, имеем $pr_1 b = kera \oplus V_3$, $pr_2 b = cokera \oplus V_4$, где V_3, V_4 – некоторые фиксированные дополнения. Обозначим

$C_2 = \{\bar{y} : (\bar{x}, \bar{y}) \in b, \text{ где } \bar{x} \in pr_1 b \cap C\}$ и $D_2 = \{\bar{y} : (\bar{x}, \bar{y}) \in b, \text{ где } \bar{x} \in pr_1 b \cap D\}$, $pr_2 \omega_C^{-1} b = cokera \oplus (V_4 \cap C_2)$, $pr_2 \omega_D^{-1} b = cokera \oplus (V_4 \cap D_2)$.

Если по условию $C \supseteq D$, то и $(pr_1 b \cap C) \supseteq (pr_1 b \cap D)$. Тогда имеем $pr_2 \omega_C^{-1} b \supseteq pr_2 \omega_D^{-1} b$.

Значит, отношение δ_1 является отношением замкнутого стабильного порядка полугруппы $LR_1(V)$.

Аналогично доказывается, что $\delta_2, \delta_3, \delta_4$ – замкнутый порядок на $LR_1(V)$.

II. Обратно, пусть δ – произвольный замкнутый порядок на $LR_1(V)$. Пусть даны подпространства $A, B, C, D \subseteq V$, такие, что $\omega_A \delta \omega_B$ и $\omega_C^{-1} \delta \omega_D^{-1}$.

Докажем, что δ совпадает с одним из соотношений $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ или им обратным. Представим A и B в виде $A = A \cap B \oplus A_1$ и $B = A \cap B \oplus B_1$, где A_1 и B_1 – фиксированные дополнения. Предположим, что A_1 и B_1 одновременно ненулевой размерности. Обозначим A_2 – базис A_1 , B_2 – базис B_1 . Определим отношения: $a = \langle (\bar{x}, \bar{x}) : \bar{x} \in A_2 \rangle$, $b = \langle (\bar{y}, \bar{y}) : \bar{y} \in B_2 \rangle$, $c = \langle (\bar{z}, \bar{m}) : \bar{z} \in B_2, \bar{m} \in A_2 \rangle$. Из $\omega_A \delta \omega_B$, $a \omega_A = \omega_{A_1}$ и $a \omega_B = \omega$, следует $\omega_{A_1} \delta \omega$. Аналогично из $\omega_A \delta \omega_B$, $b \omega_B = \omega_{B_1}$ и $b \omega_A = \omega$, ем $\omega \delta \omega_{B_1}$. А из $\omega_{A_1} \delta \omega$, $c \omega_{A_1} = \omega_{B_1}$ и $c \omega = \omega$, следует $\omega_{B_1} \delta \omega$. Из антисимметричности δ и того, что одновременно выполняются $\omega_{B_1} \delta \omega$ и $\omega \delta \omega_{B_1}$, получаем $\omega = \omega_{B_1}$. А это противоречит нашему предположению, что A_1 и B_1 одновременно ненулевой размерности. Значит, возможны варианты

$$A = B, A \subseteq B, A \supseteq B. (1)$$

Представим D и C в виде $D = D \cap C \oplus D_1$ и $C = D \cap C \oplus C_1$, где D_1 и C_1 – фиксированные дополнения. Предположим, что C_1 и D_1 одновременно ненулевой размерности. Обозначим C_2 – базис C_1 , D_2 – базис D_1 . Определим отношения: $d = \langle (\bar{x}, \bar{x}): \bar{x} \in D_2 \rangle$, $n = \langle (\bar{y}, \bar{y}): \bar{y} \in C_2 \rangle$, $t = \langle (\bar{z}, \bar{m}): \bar{z} \in D_2, \bar{m} \in C_2 \rangle$. Из $\omega_C^{-1} \delta \omega_D^{-1}$, $\omega_D^{-1} d = \omega_{D_1}^{-1}$ и $\omega_C^{-1} d = \omega$, следует $\omega \delta \omega_{D_1}^{-1}$. Аналогично, из $\omega_C^{-1} \delta \omega_D^{-1}$; $\omega_C^{-1} n = \omega_{C_1}^{-1}$ и $\omega_D^{-1} n = \omega$, получаем $\omega_C^{-1} \delta \omega$. А из $\omega \delta \omega_{D_1}^{-1}, \omega_{D_1}^{-1} t = \omega_{C_1}^{-1}$ и $\omega t = \omega$, следует $\omega \delta \omega_{C_1}^{-1}$.

Из антисимметричности δ , и того, что одновременно выполняются $\omega \delta \omega_{C_1}^{-1}$ и $\omega_{C_1}^{-1} \delta \omega$, получаем $\omega_{C_1}^{-1} = \omega$. А это противоречит нашему предположению, что D_1 и C_1 одновременно ненулевой размерности. Значит, возможны варианты

$$D = C, D \subseteq C, C \supseteq D. (2)$$

Из (1) и (2) для множеств A, B, C, D получаем следующие варианты: 1) если $A = B$ и $D \subseteq C$, то δ совпадает с δ_3 ; 2) если $A = B$ и $D \supseteq C$, то δ совпадает с δ_3^{-1} ; 3) если $A \supseteq B$ и $D = C$, то δ совпадает с δ_4^{-1} ; 4) если $A \supseteq B$ и $D \supseteq C$, то δ совпадает с δ_2 ; 5) если $A \supseteq B$ и $D \subseteq C$, то δ совпадает с δ_1 ; 6) если $A \subseteq B$ и $D = C$, то δ совпадает с δ_4 ; 7) если $A \subseteq B$ и $D \supseteq C$, то δ совпадает с δ_1^{-1} ; 8) если $A \subseteq B$ и $D \subseteq C$, то δ совпадает с δ_2^{-1} ; 9) если $A = B$ и $D = C$, δ – тождественное отображение.

Получили, что если $\omega_A \delta \omega_B$ и $\omega_C^{-1} \delta \omega_D^{-1}$, то δ совпадает с одним из соотношений $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ или им обратным.

Теорема доказана.

Пусть $LR_1(V) = \{a | \text{rank } a \leq 1\}$ – идеал [3] полугруппы $LR(V)$. Пусть Λ – цепочка таких подполугрупп $P_n \subset P_{n-1} \subset \dots \subset P_1$ что $1 \in P_n$, $0 \notin P_i$ и $P_i^{-1} \cap P_i = \{1\}$, где $P_i^{-1} = \{\alpha^{-1} | \alpha \in P_i\}$, $(1 \leq i \leq n)$ и $P_1 \subset F$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{1k} (1 \leq k \leq n)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{1k} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $\sum_{\Lambda}^{1k} = \delta_1$ на $LR_1(V)$, или $a \in LR_1(V)$, а $\text{rank } b \leq k$, $pr_1 b \subseteq pr_1 a$, $pr_2 b \subseteq pr_2 a$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{2k} (1 \leq k \leq n)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{2k} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $\sum_{\Lambda}^{2k} = \delta_1^{-1}$ на $LR_1(V)$, или $a \in LR_1(V)$, а $\text{rank } b \leq k$, $pr_1 a \subseteq \ker b$, $pr_2 a \subseteq \text{coker } b$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{3k} (1 \leq k \leq n)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{3k} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$

и $\sum_{\Lambda}^{3k} = \delta_2$ на $LR_1(V)$, или $a \in LR_1(V)$, а $\text{rank } b \leq k$, $pr_1 b \subseteq pr_1 a$, $pr_2 a \subseteq \text{coker } b$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{4k} (1 \leq k \leq n)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{4k} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $\sum_{\Lambda}^{4k} = \delta_2^{-1}$ на $LR_1(V)$, или $a \in LR_1(V)$, а $\text{rank } b \leq k$, $pr_1 a \subseteq \ker b$, $pr_2 b \subseteq pr_2 a$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{5k} (k = 1)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{51} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $\sum_{\Lambda}^{51} = \delta_3$ на $LR_1(V)$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{6k} (k = 1)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{61} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $\sum_{\Lambda}^{61} = \delta_3^{-1}$ на $LR_1(V)$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{7k} (k = 1)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{71} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $\sum_{\Lambda}^{71} = \delta_4$ на $LR_1(V)$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{8k} (k = 1)$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{81} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $\sum_{\Lambda}^{81} = \delta_4^{-1}$ на $LR_1(V)$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Обозначим через $\sum_{\Lambda}^{91}$ такое отношение на $LR(V)$, что $a \sum_{\Lambda}^{9k} b \Leftrightarrow a, b \in LR_1(V)$ и $a = b$, или $\text{rank } a > 0$, а $a = \lambda b$, где $\lambda \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$.

Теорема 2. Отношение $\sum_{\Lambda}^{tk}$ является стабильным порядком на полугруппе $LR(V)$. Обратно, каждый порядок на полугруппе $LR(V)$ единственным образом представим в виде $\sum_{\Lambda}^{tk}$ или $^{-1}\sum_{\Lambda}^{tk}$ для подходящих Λ, t, k .

Для доказательства теоремы нам понадобятся две леммы, где стабильные порядки рассматриваются на $LR(V)$. Если ясно, о каком стабильном порядке идет речь, то часто вместо $a \sum_{\Lambda}^{tk} b$ будем писать $a \sum b$.

Лемма 1. Любое линейное отношение ранга ноль меньше или больше линейного отношения ранга отличного от нуля относительно любого подходящего стабильного порядка $\sum$.

Доказательство. Предположим, что $\omega_A \omega_C^{-1} \sum a$ и $b \sum \omega_B \omega_D^{-1}$, $\text{rank } a > 0$, $\text{rank } b > 0$ и стабильный порядок совпадает с δ_1 на $LR_1(V)$. Имеем $pr_1 a \subseteq A$, $pr_2 a \subseteq C$ и $B \subseteq \ker b$, $D \subseteq \text{coker } b$. Из этого можем получить $\omega_M \omega_K^{-1} \sum a_1$ и $a_1 \sum \omega_M \omega_K^{-1}$, где $\text{rank } a_1 = 1$, а это противоречит антисимметричности. Аналогично получаем для остальных стабильных порядков. Тем самым лемма доказана.

Будем предполагать в дальнейшем, если не оговорено противное, что линейное отношение ранга ноль меньше линейного отношения ненулевого ранга относительно рассматриваемого стабильного порядка.

Лемма 2. Если Σ – стабильный порядок и $a \Sigma b$, $\text{rank } a > 0$, то $a = \lambda b$ для некоторого $\lambda \in F$.

Доказательство. Пусть $a \Sigma b$ и $\text{rank } a > 0$. Это означает, что $\text{pr}_1 a = \text{pr}_1 b$, $\text{pr}_2 a = \text{pr}_2 b$, $\ker a = \ker b$, $\text{coker } a = \text{coker } b$. Найдутся $\alpha_1, \alpha_2 \in F \setminus \{0\}$ такие, что $(\bar{x}_1, \bar{y}_1) \in a$ и $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) \in a$, где $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \in \text{pr}_1 a \setminus \ker a$, а $(\bar{x}_1, \lambda_1 \bar{y}_1) \in b$, $(\bar{x}_2, \lambda_2 \bar{y}_2) \in b$ для некоторых $\bar{y}_1, \bar{y}_2$. Покажем, что $\lambda_1 = \lambda_2$. Действительно, имеем $(\bar{x}_1 + \bar{x}_2, \lambda_1 \bar{y}_1 + \lambda_2 \bar{y}_2) \in b$ и $(\bar{x}_1 + \bar{x}_2, \lambda(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)) \in b$. Отсюда получаем $\lambda(\bar{y}_1 + \bar{y}_2) - (\lambda_1 \bar{y}_1 + \lambda_2 \bar{y}_2) \in \text{coker } b$. Получаем $(\lambda - \lambda_1)\bar{y}_1 + (\lambda - \lambda_2)\bar{y}_2 = 0$. Отсюда следует $\lambda - \lambda_1 = \lambda - \lambda_2 = 0$, т.е. $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$. Итак, $a = \lambda b$. Лемма доказана.

Следствие. Если $\text{rank } a > 0$, $a \Sigma b$, то $\text{rank } a = \text{rank } b$.

Перейдем к непосредственному доказательству теоремы. Покажем, что Σ_Λ^{tk} ($t = 1, 2, \dots, 9$) является стабильным порядком. Рефлексивность вытекает непосредственно из того, что $1 \in P_n$.

Проверим транзитивность Σ_Λ^{tk} . Пусть $a \Sigma_\Lambda^{tk} b$ и $b \Sigma_\Lambda^{tk} c$. Если хотя бы одно из линейных отношений является нулевым, то ясно, что $a \Sigma_\Lambda^{tk} c$. Пусть $\text{rank } a > 0$. В силу леммы 2 $a = \lambda b$ и $b = \mu c$ для некоторых $\lambda, \mu \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b} = P_{\text{rank } c}$. Исходя из свойств P_i ($i=1, 2, \dots, n$) $\lambda\mu \in P_{\text{rank } a}$, а так как $a = \lambda\mu c$, то $a \Sigma_\Lambda^{tk} c$.

Проверяем антисимметричность Σ_Λ^{tk} . Пусть $a \Sigma_\Lambda^{tk} b$ и $b \Sigma_\Lambda^{tk} a$. Если хотя бы одно из этих линейных отношений имеет ранг ноль, то и второе очевидно имеет ранг ноль. Пусть $\text{rank } a > 0$. Тогда $a = \lambda b$ и $b = \lambda^{-1}a$. Так как $a \Sigma_\Lambda^{tk} b$ и $b \Sigma_\Lambda^{tk} a$, то $\lambda, \lambda^{-1} \in P_{\text{rank } a} = P_{\text{rank } b}$ и в силу свойств P_i , $\lambda = \lambda^{-1} = 1$. Итак, $a = b$.

Покажем, что Σ_Λ^{tk} стабильно. Пусть $a \Sigma_\Lambda^{tk} b$ и $c \Sigma_\Lambda^{tk} d$. Если $\text{rank } a = 0$, то $\text{rank } b \leq k$, а значит и $\text{rank } bd \leq k$. Следовательно, $\text{rank } ac = 0$ и $ac \Sigma_\Lambda^{tk} bd$, $\Sigma_\Lambda^{tk} = \delta_t$ на $LR_1(V)$. Пусть $\text{rank } a > 0$ и $\text{rank } c > 0$. Тогда $a = \lambda b$ и $c = \mu d$, а следовательно и $ac = \mu\lambda bd$. Так как $\text{rank } ac \leq \min\{\text{rank } a, \text{rank } c\}$ то, в силу свойств P_i , $\mu, \lambda \in P_{\text{rank } ac}$ а значит и

$\lambda\mu \in P_{\text{rank } ac}$. Таким образом, $ac \Sigma_\Lambda^{tk} bd$, то есть Σ_Λ^{tk} стабильно.

Докажем вторую часть теоремы. Пусть Σ – произвольный стабильный порядок на $LR(V)$. Ввиду леммы 1 ненулевое линейное отношение ранга ноль меньше (больше) линейного отношения ранга, больше или равного нулю. Пусть будет меньше. Обозначим через k наибольший из рангов всех таких линейных отношений b что $\omega_A \omega_C^{-1} \Sigma b$. Тогда для любого линейного отношения c , для которого $\text{rank } c \leq k$ найдутся такие u и v , что $c = ubv$ и в силу стабильности Σ , $\omega_M \omega_T^{-1} \Sigma c$, M, T – подпространства пространства V .

Пусть $\Sigma = \delta_1$ на полугруппе $LR_1(V)$. Положим для каждого $i = 1, 2, \dots, n$ $P_i = \{\lambda \in F \setminus \{0\} | \lambda e_i \Sigma e_i\}$, где $e_i = \{(\bar{x}, \bar{x}) | \bar{x} \in V_i\}$, V_i – подпространства V . Ясно, что $1 \in P_i$. Пусть $\lambda, \mu \in P_i$, то есть $\lambda e_i \Sigma e_i$ и $\mu e_i \Sigma e_i$. В силу стабильности Σ , $\lambda\mu e_i \Sigma e_i$, а это значит, что $\lambda\mu \in P_i$. Если при этом $\mu = \lambda^{-1}$, то $\lambda^{-1} e_i \Sigma e_i$. Умножим соотношение $\lambda e_i \Sigma e_i$ слева на $\lambda^{-1} e_i$. Получим $e_i \Sigma \lambda^{-1} e_i$. Используя антисимметричность Σ , заключаем, что $e_i = \lambda^{-1} e_i$, то есть $\lambda = 1$. Итак $P_i^{-1} \cap P_i = \{1\}$.

Покажем, что $P_n \subset P_{n-1} \subset \dots \subset P_1$. Пусть $\lambda \in P_i$. Тогда $\lambda e_i \Sigma e_i$, а значит и $\lambda e_{i-1} = \lambda e_i e_{i-1} \Sigma e_i e_{i-1} = e_{i-1}$. Следовательно, $P_i \subset P_{i-1}$ ($i=1, 2, \dots, n$).

Таким образом, отношению Σ соответствует натуральное число k , δ_1 и цепочка подполугрупп $P_n \subset P_{n-1} \subset \dots \subset P_1$ поля F , удовлетворяющие вышеперечисленным условиям. Покажем, что $\Sigma = \Sigma_\Lambda^{1k}$.

Если $\omega_A \omega_C^{-1} \Sigma b$, $\text{rank } b = 0$ и $\text{pr}_1 b \subseteq A, \text{pr}_2 b \subseteq C$, то, очевидно, что $\Sigma = \delta_1$ на полугруппе $LR_1(V)$ и $\omega_A \omega_C^{-1} \Sigma_\Lambda^{1k} b$. Пусть $a \Sigma b$ и $\text{rank } a > 0$. Тогда ввиду леммы 2, $a = \lambda b$. Найдутся такие $u, v \in LR(V)$, что $e_{\text{rank } a} = ubv$. В силу стабильности Σ , $\lambda e_{\text{rank } a} \Sigma e_{\text{rank } a}$, значит, $\lambda \in P_{\text{rank } a}$ и, следовательно, $a \Sigma_\Lambda^{1k} b$. Итак, $\Sigma \subset \Sigma_\Lambda^{1k}$.

Проверим обратное включение. Пусть $a \Sigma_\Lambda^{1k} b$. Ясно, что если $a \in LR_1(V)$, то $a \Sigma b$. Пусть $a \notin LR_1(V)$. Тогда $a = \lambda b$ для некоторого $\lambda \in P_{\text{rank } a}$. Последнее означает, что $\lambda e_{\text{rank } a} \Sigma e_{\text{rank } a}$. Выберем такие $u, v \in LR(V)$, что $b = u e_{\text{rank } a} v$. В силу стабильности Σ , $a = \lambda u e_{\text{rank } a} v \Sigma u e_{\text{rank } a} v = b$. Итак, $\Sigma_\Lambda^{1k} \subset \Sigma$. Равенство $\Sigma_\Lambda^{1k} = \Sigma$ доказано.

Аналогично если $\Sigma = \delta_t$ ($t = 2, 3, \dots, 9$) на $LR_1(V)$.

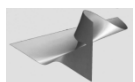
Мы получили, что если $a \in LR_1(V)$ является для Σ меньше любого линейного отношения ранга больше чем ноль, то Σ единственным образом представляется в виде Σ_{Λ}^{tk} . Если же $a \in LR_1(V)$ является для Σ больше любого линейного отношения ранга большего нуля, то ясно, что Σ единственным образом представляется в виде Σ_{Λ}^{-1tk} . Теорема доказана.

Отметим в частности, что результаты [4] и [6] являются частными случаями нашей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маклейн, С. Алгебра аддитивных отношений / С. Маклейн // Математика: сб. пер. – 1963. – № 7:6. – С. 3–12.
2. Мальцев, А.И. Мультипликативное сравнение матриц / А.И. Мальцев // Докл. АН СССР. – 1953. – Т. 9, № 3. – С. 333–335.
3. Наумик, М.И. Полугруппа линейных отношений / М.И. Наумик // Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48, № 3. – С. 34–37.
4. Ляпин, Е.С. Упорядоченности линейных преобразований, согласованные с суперпозицией / Е.С. Ляпин // Матем. сб. – 1964. – Т. 63, № 1. – С. 122–136.
5. Могилевский, М.Г. Отношение порядка на симметрической полугруппе частичных преобразований / М.Г. Могилевский // Изв. вузов. Математика. – 1975. – № 11. – С. 47–56.
6. Могилевский, М.Г. Стабильные порядки полугруппы всех квадратных матриц над произвольным полем / М.Г. Могилевский // Теория полугрупп и ее приложения: межвуз. сб. науч. тр.; редкол.: Г.И. Житомирский [и др.]; Саратовский ун-т. – Саратов, 1987. – Вып. 8. – С. 41–45.
7. Дереч, В.Д. О квазипорядках на некоторых инверсных полугруппах / В.Д. Дереч // Изв. вузов. Математика. – 1991. – № 3. – С. 76–78.

Поступила в редакцию 20.05.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: naumik@tut.by – Наумик М.И.



О существовании линейно-независимых направлений движения для равномерно вполне управляемой трехмерной линейной системы с локально интегрируемыми коэффициентами

А.А. Козлов, А.Д. Бурак

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

Получен ряд вспомогательных утверждений, необходимых для решения задачи глобального управления показателями Ляпунова трехмерных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с локально-интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами. Основополагающую роль среди этих утверждений для решения такой задачи играет теорема, устанавливающая существование для трехмерной линейной равномерно вполне управляемой системы с вышеуказанными коэффициентами трех измеримых и ограниченных векторных управлений таких, что решения (траектории движения) системы с этими управлениями на произвольном отрезке времени фиксированной длины лежат в трех выпуклых круговых конусах достаточно малой угловой меры и образуют базис трехмерного евклидова векторного пространства достаточно большого объема.

Ключевые слова: равномерно вполне управляемая система, характеристические показатели Ляпунова, матрица Коши, выпуклый конус, локальная интегрируемость, интегральная ограниченность.

About the existence of the linearly independent motion direction for uniform completely controllable trivariate system with locally integrable coefficients

F.A. Kozlov, A.D. Burak

Educational establishment «Polotsk State University»

The number of auxiliary statements necessary for solving the problem of global Liapunov indicators management trivariate linearly systems of ordinary equations with locally-integrated and integrally limited quotients has been obtained. The essential role among these statements for solving these task plays the theorem that establishes the existence for trivariate linearly completely controllable system with the abovementioned quotients of three measurable and limited vector control of such kind that the solutions (motion trajectories) of the system with these controls in the arbitrary time interval of the fixed length lie in three convex circular cone of sufficiently small angular measure and form the basis of trivariate Euclidean vector space of sufficiently large volume.

Key words: uniform completely controllable system, Liapunov characteristic indicators, Koshi matrix, convex cone, local integrability, integral boundedness.

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

с локально интегрируемыми по Лебегу и интегрально ограниченными [1, с. 252] матрицами коэффициентов A и B . Замыкая систему (1) при помощи линейной обратной связи $u = U(t)x$, где U – некоторая

ограниченная и измеримая $(m \times n)$ -матрица, получим однородную систему

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

коэффициенты которой также локально интегрируемы и интегрально ограничены. Это значит, что система (2) имеет конечные показатели Ляпунова [1, с. 245; 2, с. 72] $\lambda_1(A + BU) \leq \dots \leq \lambda_n(A + BU)$.

Задача о построении для системы (1) обратной связи $u = U(t)x$, обеспечивающей выполнение равенств $\lambda_i(A + BU) = \mu_i$, $i = \overline{1, n}$, для произвольных заранее заданных вещественных чисел $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_n$, называется задачей глобального управления характеристическими показателями. Она является обобщением широко известной задачи о назначении спектра [3, с. 141–142] на случай нестационарных систем. Впервые задача управления показателями Ляпунова и другими асимптотическими характеристиками общих (непериодических) нестационарных линейных систем была сформулирована Е.Л. Тонковым в работе [4], где было также показано, что эту задачу естественно рассматривать в предположении равномерной полной управляемости системы (1) по Калману. Напомним, что система (1) называется равномерно вполне управляемой [4–5], если существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geq 0$ и $x_0 \in \mathbb{R}^n$ на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$ найдется измеримое и ограниченное управление u , при всех $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$ удовлетворяющее неравенству $\|u(t)\| \leq \gamma \|x_0\|$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в ноль на этом отрезке.

В рамках этого подхода целым рядом авторов были получены различные условия управляемости характеристических показателей линейных нестационарных систем [6–10]. Большую часть этих результатов содержит вышедшая в 2012 году монография Е.К. Макарова и С.Н. Поповой «Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем» [11]. В данной книге, в частности, задача глобального управления показателями Ляпунова решена для равномерно вполне управляемых систем (1), у которых матрица B является кусочно равномерно непрерывной [9]. Однако применение подхода, предложенного авторами в этой работе, даже в случае систем (1) с кусочно-непрерывными и ограниченными коэффициентами может приводить к неограниченному росту нормы искомого управления U на положительной полуоси, что, исходя из постановки задачи, является недопустимым. Таким образом, возникает задача обобщения результатов, содержащихся в монографии [11], на более широкий класс систем (1), например, систем с кусочно-непрерывными и ограниченными

коэффициентами. В статье [10] эту задачу удалось решить для n -мерных систем с квадратной кусочно-непрерывной матрицей B , удовлетворяющей условию равномерной интегральной невырожденности – более сильному, чем условие равномерной полной управляемости. В работе [12] (а также в главе «Дополнение» вышеуказанной монографии [11]) А.А. Козловым доказана глобальная управляемость показателей Ляпунова для двумерных систем (2) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными матрицами коэффициентов A и B в случае равномерной полной управляемости соответствующей системы (1). Для равномерно вполне управляемых систем (1) размерности $n > 2$ вопрос остается открытым.

В настоящей работе предложены обобщения на трехмерный случай лемм и теорем, являющихся основополагающими при доказательстве глобальной управляемости показателей Ляпунова трехмерной линейной системы (2) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами для случая, когда соответствующая система (1) обладает свойством равномерной полной управляемости.

Материал и методы. Введем ряд необходимых определений и обозначений. В соответствии с целями данной работы всюду в дальнейшем полагаем $n = 3$ и $m \in \{1, 2, 3\}$. Будем считать, что для системы (1) числа σ и γ из определения равномерной полной управляемости зафиксированы. Обозначим через e_i , $i = \overline{1, 3}$, векторы канонического ортонормированного базиса в евклидовом координатном пространстве $\mathbb{R}^3$, а через M_3 – пространство вещественных матриц размерности 3×3 со спектральной операторной нормой [13, с. 355], т.е. нормой, индуцируемой на M_3 евклидовой нормой в $\mathbb{R}^3$, и пусть $E = [e_1, e_2, e_3] \in M_3$ – единичная матрица. Из свойства интегральной ограниченности [1, с. 252] матриц A и B вытекает существование таких чисел $a, b \geq 1$, что для всех $t \geq 0$ выполняются оценки $\int_t^{t+\sigma} \|A(\tau)\| d\tau \leq a < +\infty$, $\int_t^{t+\sigma} \|B(\tau)\| d\tau \leq b < +\infty$. Эти числа a и b также зафиксируем.

Векторное управление u будем считать допустимым, если оно является измеримой и

ограниченной на положительной полуоси функцией со значениями в $\mathbb{R}^m$. Матричное управление U будем называть допустимым, если все столбцы матрицы U являются допустимыми векторными управлениями.

Замечание 1. Заметим, что если $m=1$ ($m=2$), то при всех $t \geq 0$ справедливо тождество $B(t) \equiv b(t) \in \mathbb{R}^3$ ($B(t) \equiv [b_1(t), b_2(t)]$, $b_i(t) \in \mathbb{R}^3$, $i=1, 2$). Тогда, полагая $u = e_1^T v$ ($u = [e_1, e_2]^T v$), где v – новое управление, от системы (1) перейдем к системе

$$\dot{x} = A(t)x + B_1(t)v, \quad x \in \mathbb{R}^3, \quad v \in \mathbb{R}^3, \quad t \geq 0,$$

в которой $B_1(t) := [b(t), 0, 0] \in M_3$ ($B_1(t) := [b_1(t), b_2(t), 0] \in M_3$). Очевидно, что полученная система равномерно вполне управляема тогда и только тогда, когда этим свойством обладает система (1) с той же константой σ из определения равномерной полной управляемости. Поэтому, не ограничивая общности рассуждений, в дальнейшем будем рассматривать систему (1), считая $B(t) \in M_3$, $t \geq 0$, или, что то же самое, $m=3$.

Замечание 2. Пусть $X_U(t, \tau) \in M_3$, $t, \tau \geq 0$, – матрица Коши системы (2) с управлением U , $X(t, \tau) := X_0(t, \tau)$, $t, \tau \geq 0$, – матрица Коши системы (2) с нулевым управлением. Используя лемму Гронуолла–Беллмана [14, с. 108], нетрудно показать, что при любых $k \in \mathbb{N}$ и $t, \tau \geq 0$ таких, что $|t - \tau| \leq k\sigma$, для матрицы Коши $X(t, \tau)$ выполняется оценка $\|X(t, \tau)\| \leq \exp(ak)$. Кроме того, отсюда в силу верного для произвольной невырожденной матрицы $D \in M_3$ неравенства $|\det D| \leq \|D\|^2 / \|D^{-1}\|$ (доказательство см., например, в замечании 1 работы [8]) при всех $k \in \mathbb{N}$ вытекают соотношения

$$\begin{aligned} & \det X(t_0, t_0 + k\sigma) \leq \\ & \leq \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\|^2 / \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \leq \exp(3ak). \end{aligned}$$

Лемма 1. Если вектор-функция $v: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^l$, $l \in \mathbb{N}$, локально интегрируема, то для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое натуральное p , что для произвольного $t_0 \geq 0$ при всех $i = \overline{1, p}$ и $t \in [t_{i-1}, t_i] \subset [t_0, t_0 + \sigma]$, где $t_i := t_0 + i\sigma/p$, выполняется включение $\int_{t_{i-1}}^t v(\tau) d\tau \in U_\varepsilon(0)$, в котором $U_\varepsilon(0)$ обозначает ε -окрестность

нуля в пространстве $\mathbb{R}^l$, т.е. множество $U_\varepsilon(0) := \{\xi \in \mathbb{R}^l : \|\xi\| \leq \varepsilon\}$.

Доказательство. Возьмем любые числа $\varepsilon > 0$ и $t_0 \geq 0$ и на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$

рассмотрим функцию $\mu(t) = \int_{t_0}^t \|v(\tau)\| d\tau$.

Поскольку интеграл от неотрицательной локально интегрируемой функции как функция своего верхнего предела является неубывающей и абсолютно непрерывной [15, с. 68] функцией, то $\mu = \mu(t)$ – неубывающая и абсолютно непрерывная функция. Поэтому для выбранного $\varepsilon > 0$ найдется $\delta > 0$ такое, что для любых $s_1, s_2 \in [t_0, t_0 + \sigma]$, удовлетворяющих неравенству $|s_1 - s_2| \leq \delta$, имеет место оценка

$$|\mu(s_1) - \mu(s_2)| = \left| \int_{s_2}^{s_1} \|v(\tau)\| d\tau \right| \leq \varepsilon.$$

Взяв натуральное $p > \sigma/\delta$, для каждого $i = \overline{1, p}$ получим неравенства $|t_i - t_{i-1}| \leq \delta$, из которых ввиду монотонности и абсолютной непрерывности функции $\mu(t)$ при всех $t \in [t_{i-1}, t_i]$, $i = \overline{1, p}$, следуют соотношения

$$\begin{aligned} \left\| \int_{t_{i-1}}^t v(\tau) d\tau \right\| & \leq \int_{t_{i-1}}^t \|v(\tau)\| d\tau \leq \\ & \leq \int_{t_{i-1}}^{t_i} \|v(\tau)\| d\tau \leq \varepsilon, \end{aligned}$$

устанавливающие требуемое включение. Лемма 1 доказана.

1. Свойства выпуклых конусов. Всюду далее под выпуклым конусом мы будем понимать выпуклый конус [16, с. 56] с вершиной в нуле. Угловой мерой выпуклого конуса $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ назовем величину $\angle \Phi := \sup_{\xi_1, \xi_2 \in \Phi} \angle(\xi_1, \xi_2)$. При этом заметим, что

верно включение $\angle \Phi \in [0, \pi]$.

Лемма 2. Для произвольных чисел $k \in \mathbb{N}$, $t_0 \geq 0$, $0 < \varphi \leq \pi/2$ и выпуклого конуса $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ угловой меры φ множество $X(t_0, t_0 + k\sigma)\Phi$ является выпуклым конусом, причем если $\exp(4ak)\varphi \leq 1$, то угловая мера φ этого конуса не превосходит величины $\arcsin(\varphi \exp(4ak))$.

Доказательство. Поскольку при всех $k \in \mathbb{N}$ и $t_0 \geq 0$ оператор Коши $X(t_0, t_0 + k\sigma)$ невырожден и линейен, а образ выпуклого конуса при невырожденном линейном отображении есть выпуклый конус, множество

$X(t_0, t_0 + k\sigma)\Phi$ является выпуклым конусом для любых $k \in \mathbb{N}$ и $t_0 \geq 0$. При этом найдутся такие векторы $v_i \in \Phi$, для которых справедливы равенства $w_i = X(t_0, t_0 + k\sigma)v_i$, где $w_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 2}$, – такие единичные векторы, что $\angle(w_1, w_2) = \angle(X(t_0, t_0 + k\sigma)\Phi) =: \phi$. Всюду далее для любых векторов $\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{R}^3$ через $L(\xi_1, \xi_2) \subset \mathbb{R}^3$ будем обозначать подпространство, натянутое на эти векторы, (линейную оболочку [17, с. 373] этих векторов). Пусть $w_3 \in \mathbb{R}^3$ – единичный вектор, ортогональный подпространству $L(w_1, w_2)$, т.е. $w_3 \perp L(w_1, w_2)$. В силу невырожденности оператора Коши $X(t_0, t_0 + k\sigma)$ найдется такой вектор $v_3 \in \mathbb{R}^3$, для которого справедливо равенство $v_3 = X(t_0, t_0 + k\sigma)^{-1}w_3$. Отсюда, из определения векторов w_i , геометрического смысла определителя, а также оценки $\angle(v_1, v_2) \leq \phi \leq \pi/2$, верной ввиду равенства $\angle\Phi = \phi$ и включений $v_i \in \Phi$, $i = \overline{1, 2}$, с учетом замечания 2 следуют соотношения

$$\begin{aligned} |\det[v_1, v_2, v_3]| &= \|v_1\| \|v_2\| \|v_3\| \cdot \\ &\cdot |\sin \angle(v_1, v_2)| |\sin \angle(v_3, L(v_1, v_2))| \leq \\ &\leq \|v_1\| \|v_2\| \|v_3\| |\sin \angle(v_1, v_2)| \leq \\ &\leq \|X(t_0, t_0 + k\sigma)^{-1}\| \|w_1\| \|X(t_0, t_0 + k\sigma)^{-1}\| \|w_2\| \cdot \\ &\cdot \|X(t_0, t_0 + k\sigma)^{-1}\| \|w_3\| \sin \phi \leq \\ &\leq \|X(t_0 + k\sigma, t_0)\| \exp(2ak) \sin \phi \leq \\ &\leq \|X(t_0 + k\sigma, t_0)\| \exp(2ak) \phi. \end{aligned}$$

Поэтому

$$|\det[v_1, v_2, v_3]| \leq \|X(t_0 + k\sigma, t_0)\| \cdot \exp(2ak) \phi.$$

Используя эту оценку, равенства $\angle(w_1, w_2) = \phi$ и $\|w_i\| = 1$, $i = \overline{1, 3}$, ортогональность $w_3 \perp L(w_1, w_2)$, а также замечание 2, получим соотношения

$$\begin{aligned} \sin \phi &= |\sin \angle(w_1, w_2)| \|w_1\| \|w_2\| \|w_3\| = \|w_1\| \|w_2\| \cdot \\ &\cdot \|w_3\| |\sin \angle(w_1, w_2)| |\sin \angle(w_3, L(w_1, w_2))| = \\ &= |\det[w_1, w_2, w_3]| = |\det[X(t_0, t_0 + k\sigma)v_1, \\ &X(t_0, t_0 + k\sigma)v_2, X(t_0, t_0 + k\sigma)v_3]| = \\ &= |\det X(t_0, t_0 + k\sigma)| |\det[v_1, v_2, v_3]| \leq \\ &\leq \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\|^2 \|X(t_0 + k\sigma, t_0)\|^{-1} \cdot \end{aligned}$$

$$\cdot |\det[v_1, v_2, v_3]| \leq \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\|^2 \exp(2ak) \phi \leq$$

$$\leq \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\|^2 \exp(2ak) \phi \leq \exp(4ak) \phi.$$

Отсюда в случае выполнимости неравенства $\exp(4ak) \phi \leq 1$ получим оценку

$$\phi \leq \arcsin(\exp(4ak) \phi).$$

Лемма 2 доказана.

Лемма 3. При любых числах $k \in \mathbb{N}$, $t_0 \geq 0$ и $0 < \phi \leq \pi/2$ и единичных векторах $v_i(0) := v_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 3}$, удовлетворяющих оценкам $\sin \angle(v_i, v_j) \geq \sin \phi$ и $|\sin \angle(v_s, L(v_i, v_j))| \geq \sin \phi$, $i, j, s = \overline{1, 3}$, $i \neq j \neq s$, для векторов $v_i(k) := X(t_0, t_0 + k\sigma)v_i$, $i = \overline{1, 3}$, имеют место соотношения

$$\begin{aligned} \exp(-ak) &\leq \|v_i(k)\| \leq \exp(ak), \\ \angle(v_i(k), v_j(k)) &\geq \sin \phi \exp(-4ak), \end{aligned}$$

$$|\sin \angle(v_s(k), L(v_i(k), v_j(k)))| \geq \sin^2 \phi \exp(-6ak),$$

$i, j, s = \overline{1, 3}$, $i \neq j \neq s$. Кроме того, для векторов $v_i(k)$, $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, справедлива оценка

$$\begin{aligned} |v_{11}(k)| + |v_{21}(k)| + |v_{31}(k)| &\geq \\ &\geq \sin^2 \phi \exp(-3ak)/2 \end{aligned}$$

(здесь и всюду далее для любого $r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ через η_{ri} , $i = \overline{1, 3}$, обозначаются компоненты вектора $\eta_r \in \mathbb{R}^3$, т.е. $\eta_r := (\eta_{r1}, \eta_{r2}, \eta_{r3})^T$).

Доказательство. Справедливость первого соотношения следует из оценки $\exp(-ak) \leq \|X(t_0 + k\sigma, t_0)\| \leq \exp(ak)$, данной в замечании 2. Второе соотношение вытекает из леммы 2, в которой вместо ϕ и $X(t_0, t_0 + k\sigma)$ следует положить ϕ и $X(t_0 + k\sigma, t_0)$ соответственно. Последняя оценка в лемме 3 получается из верных для всех $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ в силу определения векторов $v_i(k)$, $i = \overline{1, 3}$, и замечания 2 соотношений

$$\begin{aligned} |\det[v_1(k), v_2(k), v_3(k)]| &\leq \\ &\leq |v_{11}(k)| |v_{22}(k)| |v_{33}(k)| + |v_{21}(k)| |v_{32}(k)| \cdot \\ &\cdot |v_{13}(k)| + |v_{12}(k)| |v_{23}(k)| |v_{31}(k)| + |v_{13}(k)| \cdot \\ &\cdot |v_{22}(k)| |v_{31}(k)| + |v_{21}(k)| |v_{12}(k)| |v_{33}(k)| + \\ &+ |v_{23}(k)| |v_{32}(k)| |v_{11}(k)| \leq 2 \left(\max_{i=1,3, j=2,3} |v_{ij}(k)| \right)^2 \cdot \\ &\cdot (|v_{11}(k)| + |v_{21}(k)| + |v_{31}(k)|) \leq 2 \left(\max_{i=1,3} \|v_i(k)\| \right)^2 \cdot \\ &\cdot (|v_{11}(k)| + |v_{21}(k)| + |v_{31}(k)|) \leq \end{aligned}$$

$$\leq 2(\max_{i=1,3} \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \|v_i\|)^2 (\|v_{11}(k)\| + \|v_{21}(k)\| + \|v_{31}(k)\|) \leq 2 \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\|^2 (\|v_{11}(k)\| + \|v_{21}(k)\| + \|v_{31}(k)\|)$$

и

$$\begin{aligned} & |\det[v_1(k), v_2(k), v_3(k)]| = \\ & = |\det X(t_0, t_0 + k\sigma)| |\det[v_1, v_2, v_3]| = \\ & = |\det X(t_0 + k\sigma, t_0)|^{-1} |\det[v_1, v_2, v_3]| \geq \\ & \geq \|X(t_0 + k\sigma, t_0)\|^{-2} \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \cdot \\ & \cdot \|v_1\| \|v_2\| \|v_3\| |\sin \angle(v_3, L(v_1, v_2))| |\sin \angle(v_1, v_2)| \geq \\ & \geq \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \exp(-2ak) \sin^2 \varphi. \end{aligned}$$

Используя последнюю оценку для определителя $|\det[v_1(k), v_2(k), v_3(k)]|$, докажем третье неравенство. Ввиду замечания 2 и равенств $\|v_i\| = 1$, $i = \overline{1, 3}$, имеем соотношения

$$\begin{aligned} & |\sin \angle(v_s(k), L(v_i(k), v_j(k)))| \exp(3ak) \geq \\ & \geq \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\|^3 \cdot \\ & \cdot |\sin \angle(v_s(k), L(v_i(k), v_j(k)))| = \\ & = \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \|v_i\| \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \cdot \\ & \cdot \|v_j\| \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \|v_s\| \cdot \\ & \cdot |\sin \angle(v_s(k), L(v_i(k), v_j(k)))| \geq \|v_i(k)\| \|v_j(k)\| \cdot \\ & \cdot \|v_s(k)\| |\sin \angle(v_s(k), L(v_i(k), v_j(k)))| \cdot \\ & |\sin \angle(v_i(k), v_j(k))| = |\det[v_j(k), v_j(k), v_s(k)]|. \end{aligned}$$

Поскольку при перестановке двух столбцов определитель меняет лишь знак, то верно равенство

$$|\det[v_i(k), v_j(k), v_s(k)]| = |\det[v_1(k), v_2(k), v_3(k)]|.$$

Отсюда и из оценки снизу на модуль определителя $|\det[v_1(k), v_2(k), v_3(k)]|$, установленной при доказательстве последнего неравенства леммы 3, получим соотношения

$$\begin{aligned} & \exp(3ak) |\sin \angle(v_s(k), L(v_i(k), v_j(k)))| \geq \\ & \geq |\det[v_1(k), v_2(k), v_3(k)]| \geq \\ & \geq \sin^2 \varphi \exp(-2ak) \|X(t_0, t_0 + k\sigma)\| \geq \\ & \geq \exp(-3ak) \sin^2 \varphi, \end{aligned}$$

из которых и следует третья оценка леммы 3. Следовательно, лемма 3 доказана.

Замечание 3. Лемму 3 можно переформулировать следующим образом:

Лемма 3'. При любых числах $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $t_0 \geq 0$, $0 < \delta \leq 1$ и единичных векторах $v_i(0) := v_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 3}$, удовлетворяющих неравенству $|\det[v_l, v_j, v_s]| \geq \delta$, $l, j, s = \overline{1, 3}$, $l \neq j \neq s$, для векторов $v_i(k) := X(t_0, t_0 + k\sigma)v_i$,

$i = \overline{1, 3}$, выполняются оценки

$$\begin{aligned} & \exp(-ak) \leq \|v_i(k)\| \leq \exp(ak), \\ & |\det[v_l(k), v_j(k), v_s(k)]| \geq \delta \exp(-3ak), \end{aligned}$$

$l, j, s = \overline{1, 3}$, $l \neq j \neq s$. Кроме того, для каждого $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ среди векторов $v_i(k)$, $i = \overline{1, 3}$, найдется такой вектор v , что справедлива оценка $|\det[v, e_2, e_3]| \geq \delta \exp(-3ak)/6$.

Доказательство леммы 3' непосредственно следует из доказательства леммы 3.

Лемма 4. При всяких числах $0 < \vartheta, \beta \leq 1$ и произвольных единичных векторах $\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{R}^3$ таких, что имеет место оценка $|\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| \geq \vartheta > 0$, среди векторов $v_i \in \mathbb{R}^3$, $\|v_i\| = 1$, $i = \overline{1, 3}$, удовлетворяющих неравенству $|\det[v_1, v_2, v_3]| \geq \beta$, найдется такой вектор w , при котором справедливо соотношение $|\det[\xi_1, \xi_2, w]| \geq \vartheta\beta/3$.

Доказательство. Зафиксируем произвольные векторы $\xi_j \in \mathbb{R}^3$, $j = 1, 2$, и предположим противное, т.е. пусть для всех векторов $v_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 3}$, определенных в лемме 4, выполняется неравенство

$$|\det[\xi_1, \xi_2, v_i]| < \vartheta\beta/3. \quad (3)$$

В силу определения векторов $v_i \in \mathbb{R}^3$, $i = \overline{1, 3}$, их совокупность образует базис в пространстве $\mathbb{R}^3$. Возьмем такой единичный вектор $w^\perp \in \mathbb{R}^3$, что $w^\perp \perp L(\xi_1, \xi_2)$. Поскольку векторы v_i , $i = \overline{1, 3}$, составляют базис, то справедливо разложение $w^\perp = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3$ с некоторыми коэффициентами $\alpha_i \in \mathbb{R}$, $i = \overline{1, 3}$. Найдем оценки сверху на модули этих коэффициентов. Ввиду определения векторов v_i , $i = \overline{1, 3}$, неравенства Адамара [13, с. 565] и простейших свойств определителя, выполняются соотношения

$$\begin{aligned} 1 & = \|v^\perp\| \|v_1\| \|v_2\| \geq |\det[v^\perp, v_1, v_2]| = \\ & = |\det[\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3, v_1, v_2]| = \\ & = |\alpha_1 \det[v_1, v_1, v_2] + \alpha_2 \det[v_2, v_1, v_2] + \\ & \quad + \alpha_3 \det[v_3, v_1, v_2]| \geq |\alpha_3| \beta, \end{aligned}$$

из которых следует неравенство $|\alpha_3| \leq 1/\beta$. Аналогичным образом находятся и оценки на остальные коэффициенты $|\alpha_i| \leq 1/\beta$, $i = 1, 2$.

Таким образом, справедливо неравенство $\sum_{i=1}^3 |\alpha_i| \leq 3/\beta$. Отсюда и из определения векторов $\xi_1, \xi_2, w^\perp$, а также неравенства (3) вытекают соотношения

$$\begin{aligned} |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| &= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin(\pi/2) \cdot |\sin \angle(w^\perp, L(\xi_1, \xi_2))| = \\ &= \|w^\perp\| \|\xi_1\| \|\xi_2\| |\sin \angle(w^\perp, L(\xi_1, \xi_2))| \cdot \\ &\cdot |\sin \angle(\xi_1, \xi_2)| = |\det[w^\perp, \xi_1, \xi_2]| = |\det[\alpha_1 v_1 + \\ &+ \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3, \xi_1, \xi_2]| \leq |\alpha_1 \det[v_1, \xi_1, \xi_2]| + \\ &+ |\alpha_2 \det[v_2, \xi_1, \xi_2]| + |\alpha_3 \det[v_3, \xi_1, \xi_2]| < \\ &< |\alpha_1| \vartheta\beta/3 + |\alpha_2| \vartheta\beta/3 + |\alpha_3| \vartheta\beta/3 = \\ &= \vartheta\beta \sum_{i=1}^3 |\alpha_i|/3 \leq 3\vartheta\beta/(3\beta) = \vartheta, \end{aligned}$$

которые приводят к противоречивому неравенству $\sin \angle(\xi_1, \xi_2) < \vartheta$. Следовательно, для некоторого вектора $w \in \{v_1, v_2, v_3\}$ справедливо обратное оценке (3) соотношение. Лемма 4 доказана.

Выпуклым круговым конусом будем называть бесконечный прямой круговой конус. Очевидно, что выпуклый круговой конус является выпуклым конусом. Осью выпуклого кругового конуса Φ угловой меры φ назовем такой выходящий из нуля луч $o \subset \mathbb{R}^3$, что для любого вектора $\xi \in \Phi$ выполняются неравенства $0 \leq \angle(o, \xi) \leq \varphi/2$. Отсюда и из определения угловой меры выпуклого конуса непосредственно вытекает включение $o \subset \Phi$.

Для произвольного выпуклого конуса $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ обозначим через $K(\Phi)$ соответствующий ему конус [1, с. 481], т.е. множество $K(\Phi) := \Phi \cup (-\Phi)$. Угловая мера конуса $K(\Phi)$ определяется угловой мерой соответствующего ему выпуклого конуса Φ .

Лемма 5. Для всякого выпуклого кругового конуса $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ угловой меры $0 \leq \varphi < \pi/2$ и любых векторов $\xi, \eta^\perp \in \mathbb{R}^3$ таких, что $\xi \in K(\Phi)$, $\eta^\perp \perp o$, $\|\eta^\perp\| = 1$, где o – ось конуса Φ , выполняется неравенство $|\cos \angle(\xi, \eta^\perp)| \leq \sin(\varphi/2)$.

Доказательство. Зафиксируем произвольные выпуклый круговой конус Φ и векторы $\xi, \eta^\perp$, удовлетворяющие условию леммы 5. Обозначим через $\eta \in \mathbb{R}^3$ единичный вектор, лежащий на оси o конуса Φ . Введем в $\mathbb{R}^3$ прямоугольную систему координат $Oxyz$:

за начало координат O возьмем вершину конуса Φ , а в качестве базисных векторов – векторы $e_1 = \eta^\perp$, $e_3 = \eta$, $e_2 = \eta \times \eta^\perp$ (здесь и далее для любых векторов $\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{R}^3$ выражение $\xi_1 \times \xi_2$ означает векторное произведение этих векторов). В силу определений η и $\eta^\perp$ и векторного произведения векторов введенная таким образом в пространстве $\mathbb{R}^3$ прямоугольная система координат определена корректно. Легко показать, что при таком выборе системы координат уравнение конуса $K(\Phi)$ имеет вид $x^2 + y^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot z^2$, где $x, y, z \in \mathbb{R}$, $0 \leq \alpha \leq \varphi/2$, т.е. вектор $\xi \in K(\Phi)$ записывается в координатной форме следующим образом: $\xi = (x_1, y_1, \pm \sqrt{x_1^2 + y_1^2} / \operatorname{tg} \alpha_1)$, где $x_1, y_1, z_1 \in \mathbb{R}$, $0 \leq \alpha_1 \leq \varphi/2$. Тогда выполняется соотношение $\xi^T e_1 = x_1$. С другой стороны, имеют место равенства $\xi^T e_1 = \|\xi\| \|e_1\| \cos \angle(\xi, e_1) =$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) / \operatorname{tg}^2 \alpha_1} \cdot 1 \cdot \\ &\cdot \cos \angle(\xi, e_1) = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) / \operatorname{tg}^2 \alpha_1} \cdot 1 \cdot \\ &\cdot \cos \angle(\xi, e_1) = \cos \angle(\xi, e_1) \sqrt{x_1^2 + y_1^2} / \sin \alpha_1. \end{aligned}$$

Поэтому $\cos \angle(\xi, e_1) = |\sin \alpha_1| \cdot x_1 / \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$. Отсюда, ввиду последнего равенства и неравенств $0 \leq \alpha_1 \leq \varphi/2 < \pi/4$, с учетом возрастания функции $\sin$ на отрезке $[0, \pi/4)$ вытекают требуемые соотношения

$$\begin{aligned} |\cos \angle(\xi, \eta^\perp)| &= |\cos \angle(\xi, e_1)| = |\sin \alpha_1| \cdot \\ &\cdot |x_1| / \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq |\sin \alpha_1| \leq \\ &\leq |\sin(\varphi/2)| = \sin(\varphi/2). \end{aligned}$$

Лемма 5 доказана.

Для произвольных векторов $\psi_1, \psi_2 \in \mathbb{R}^3$, $\psi_1 \neq \psi_2$, числа $\varphi \in (0, \pi/4)$ и выпуклого кругового конуса $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ меры φ , ось которого содержит вектор $\psi_2 - \psi_1$, рассмотрим множество $(\psi_1 + \Phi) \cap (\psi_2 - \Phi) \subset \mathbb{R}^3$, т.е. множество, образованное пересечением выпуклых круговых конусов Φ и $-\Phi$ с вершинами соответственно в точках ψ_1 и ψ_2 . На основании работы [16, с. 37] назовем такое множество конусным интервалом и обозначим его $\Phi[\psi_1, \psi_2]$.

Под ε -окрестностью конусного интервала $\Phi[\psi_1, \psi_2]$ будем понимать множество $U_\varepsilon(\Phi[\psi_1, \psi_2]) := \Phi[\psi_1, \psi_2] + U_\varepsilon(0)$, где, как и ранее, $U_\varepsilon(0) = \{\xi \in \mathbb{R}^3 : \|\xi\| \leq \varepsilon\}$ – ε -окрестность нуля. Для всякого ненулевого вектора $\xi \in \mathbb{R}^3$ пусть $\text{Pr}_\xi \eta := \xi^T \eta / \|\xi\|$ – проекция точки $\eta \in \mathbb{R}^3$ на ось, определяемую вектором ξ . Проекцией $\text{Pr}_\xi(\Phi[\psi_1, \psi_2])$ конусного интервала $\Phi[\psi_1, \psi_2]$ на ось, определяемую вектором ξ , будем называть совокупность, состоящую из проекций каждой точки из $\Phi[\psi_1, \psi_2]$ на эту ось, т.е. $\text{Pr}_\xi(\Phi[\psi_1, \psi_2]) := \{\text{Pr}_\xi \eta, \eta \in \Phi[\psi_1, \psi_2]\}$.

Лемма 6. Для произвольных чисел $s \in \mathbb{N}$, $\alpha > 0$ и $0 < \varphi < \pi/4$, выпуклого кругового конуса $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ угловой меры φ и векторов $\psi_1, \psi_2, v_i \in \mathbb{R}^3, i = \overline{1, s}$, таких, что $v_i \in \Phi, i = \overline{1, s}, \psi_1 \neq \psi_2$ и $\psi_1 + \alpha \sum_{i=1}^s v_i = \psi_2$, при каждом $j = \overline{1, s}$ выполняется включение $\psi_1 + \alpha \sum_{i=1}^j v_i \in \Psi[\psi_1, \psi_2]$, где Ψ – выпуклый круговой конус меры 2φ , ось которого содержит вектор $\psi_2 - \psi_1$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Зафиксируем произвольные числа $s \in \mathbb{N}, \alpha > 0, 0 < \varphi < \pi/4$, конус $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ и векторы $\psi_1, \psi_2, v_i \in \mathbb{R}^3, i = \overline{1, s}$, удовлетворяющие условию леммы 6. Для всех $j = \overline{1, s}$ обозначим $y_j := \sum_{i=1}^j v_i, z_j := \sum_{i=j}^s v_i$. Поскольку $v_i \in \Phi, i = \overline{1, s}$, по свойству выпуклости конуса Φ для всех $j = \overline{1, s}$ выполняются соотношения $\alpha y_j \in \Phi$ и $\alpha z_j \in \Phi$, в частности, $\psi_2 - \psi_1 = \alpha y_s \in \Phi$. Из последнего включения и равенства $\angle \Phi = \varphi$ вытекает, что для любого $v \in \Phi$ выполняются неравенства $0 \leq \angle(v, \psi_2 - \psi_1) \leq \varphi$. Тогда отсюда ввиду определения конуса Ψ следует включение $\Phi \subset \Psi$, и поэтому при любом $j = \overline{1, s-1}$ верны соотношения $\alpha y_j \in \Psi$ и $-\alpha z_{j+1} \in -\Psi$, а значит, $(\psi_1 + \alpha y_j) \in (\psi_1 + \Psi)$ и $(\psi_2 - \alpha z_{j+1}) \in (\psi_2 - \Psi), j = \overline{1, s}$. Отсюда с учетом равенства $\psi_1 + \alpha y_s = \psi_2$ для всех

$j = \overline{1, s}$ получим соотношения

$$\begin{aligned} (\psi_1 + \Psi) \ni (\psi_1 + \alpha y_j) &= \psi_1 + \alpha y_s - \alpha z_{j+1} = \\ &= (\psi_2 - \alpha z_{j+1}) \in (\psi_2 - \Psi), \end{aligned}$$

означающие, что при любом $j = \overline{1, s}$ справедливо включение

$$\begin{aligned} (\psi_1 + \alpha y_j) \in ((\psi_1 + \Psi) \cap (\psi_2 - \Psi)) = \\ = \Psi[\psi_1, \psi_2]. \end{aligned}$$

Лемма 6 доказана.

Лемма 7. Пусть $\xi \in \mathbb{R}^3$ – произвольный единичный вектор, а векторы $\psi_1, \psi_2 \in \mathbb{R}^3, \psi_1 \neq \psi_2$, таковы, что справедливо неравенство $\varepsilon_1 := \min_{i=1,2} \xi^T \psi_i > 0$, тогда для всякого числа $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_1/3$, выпуклого кругового конуса Φ угловой меры φ , ось которого содержит вектор $\psi_2 - \psi_1$, и любого элемента $\eta \in U_\varepsilon(\Phi[\psi_1, \psi_2])$ выполнение оценки

$$\varphi \leq 2 \arctg(2\varepsilon / \|\psi_2 - \psi_1\|) \quad (4)$$

влечет за собой неравенство $\xi^T \eta \geq \varepsilon$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. В соответствии с работой [16, с. 20] точку ψ произвольного множества $\mathcal{M} \subset \mathbb{R}^3$ назовем крайней точкой этого множества, если она не является внутренней точкой никакого отрезка, концы которого принадлежат $\mathcal{M}$. По теореме Крейна–Мильмана [18, с. 312] любое компактное выпуклое множество $\mathcal{M}$ совпадает с замкнутой выпуклой оболочкой множества [18, с. 304] своих крайних точек, причем если размерность $\dim \mathcal{M} = m$, то каждая точка $v \in \mathcal{M}$ является выпуклой комбинацией [18, с. 304] некоторых $m+1$ его крайних точек. Воспользуемся данной теоремой для доказательства леммы 7. Возьмем произвольные векторы $\xi, \psi_1, \psi_2 \in \mathbb{R}^3$, число ε и конус Φ угловой меры φ , удовлетворяющие условиям леммы 7, и рассмотрим конусный интервал $\mathcal{R} := \Phi[\psi_1, \psi_2]$. Очевидно, что $\mathcal{R}$ является компактным выпуклым множеством размерности $\dim \mathcal{R} = 3$, и, следовательно, удовлетворяет условиям теоремы Крейна–Мильмана. Найдем тогда множество крайних точек конусного интервала $\mathcal{R}$. Пусть $f_1 := (\psi_1 + \psi_2)/2$ и $f_2 := (\psi_2 - \psi_1)/2$. Обозначим через W совокупность векторов $w \in \mathbb{R}^3$, удовлетворяющих соотношениям

$$\angle(w, f_2) = \varphi/2, \quad \|w\| = \|f_2\|/\cos(\varphi/2), \quad (5)$$

и положим $W_1 := (\psi_1 + W) \subset \mathbb{R}^3$. Тогда из определения множества W и конуса Φ следуют включения $W \subset \Phi$, $W \subset (-\Phi)$, а значит, и $W_1 = (\psi_1 + W) \subset (\psi_1 \pm \Phi)$. Отсюда и из определения конусного интервала $\mathfrak{R} = \Phi[\psi_1, \psi_2]$ вытекает соотношение $W_1 \subset \mathfrak{R}$. Поэтому, полагая $\Gamma := W_1 \cup \{\psi_1\} \cup \{\psi_2\}$, имеем включение $\Gamma \subset \mathfrak{R}$. Исходя из геометрических соображений, очевидно, что Γ является множеством всех крайних точек конусного интервала $\mathfrak{R}$.

Покажем теперь, что для каждого фиксированного вектора $\eta \in W_1$ найдется такой вектор $f_3 \in \mathbb{R}^3$, при котором выполняются соотношения

$$\begin{aligned} f_3 \perp f_2, \quad \|f_3\| &= \|f_2\| |\operatorname{tg}(\varphi/2)|, \\ \eta &= f_1 + f_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Возьмем произвольный фиксированный элемент $\eta \in W_1$. Тогда в силу определения множества W_1 выполняется равенство $\eta = \psi_1 + w$ для некоторого фиксированного $w \in W$. Рассмотрим вектор $(w - f_2) \in \mathbb{R}^3$. Умножим этот вектор слева на f_2^T , с учетом формул (5) получим равенства

$$\begin{aligned} f_2^T (w - f_2) &= f_2^T w - f_2^T f_2 = \|w\| \|f_2\| \cdot \\ \cdot \cos \angle(w, f_2) - \|f_2\|^2 &= \|f_2\| \|f_2\| \cos \angle(w, f_2) : \\ : \cos \angle(w, f_2) - \|f_2\|^2 &= 0. \end{aligned}$$

Следовательно, $(w - f_2) \perp f_2$. Далее ввиду формул (5) имеем соотношения

$$\begin{aligned} \|w - f_2\|^2 &= (w - f_2)^2 = w^2 - 2w^T f_2 + f_2^2 = \\ &= \|w\|^2 - 2\|w\| \|f_2\| \cos \angle(w, f_2) + \|f_2\|^2 = \\ &= \|f_2\|^2 / \cos^2(\varphi/2) - 2\|f_2\| \cos(\varphi/2) \|f_2\| / \cos(\varphi/2) + \\ &+ \|f_2\|^2 = \|f_2\|^2 / \cos^2(\varphi/2) - \|f_2\|^2 = \|f_2\|^2 \operatorname{tg}^2(\varphi/2), \end{aligned}$$

т.е. $\|w - f_2\| = \|f_2\| |\operatorname{tg}(\varphi/2)|$. В качестве f_3 возьмем вектор $w - f_2$, который, очевидно, удовлетворяет первым двум требованиям (6). Тогда справедливо равенство $w = f_2 + f_3$, из которого ввиду соотношений

$$\psi_1 + f_2 = \psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) / 2 = (\psi_1 + \psi_2) / 2 = f_1$$

вытекает выполнимость для вектора f_3 и третьего требования

$$\eta = \psi_1 + w = \psi_1 + f_2 + f_3 = f_1 + f_3.$$

Зафиксируем произвольный вектор $\eta \in W_1$. Тогда для элемента η найдется такой вектор

$f_3 \in \mathbb{R}^3$, при котором выполняются условия (6). Отсюда, используя определение величины ε_1 и векторов η и ξ , получим соотношения

$$\begin{aligned} \xi^T \eta &= \xi^T (f_1 + f_3) = \xi^T (\psi_1 + \psi_2) / 2 + \xi^T f_3 = \\ &= (\xi^T \psi_1 + \xi^T \psi_2) / 2 + \|\xi^T\| \|f_3\| \cos \angle(\xi, f_3) \geq \\ &\geq (\varepsilon_1 + \varepsilon_1) / 2 + \|f_3\| \cos \angle(\xi, f_3) \geq \varepsilon_1 - \|f_3\| \cdot \\ \cdot |\cos \angle(\xi, f_3)| &\geq \varepsilon_1 - \|f_3\| = \varepsilon_1 - \|f_2\| |\operatorname{tg}(\varphi/2)| = \\ &= \varepsilon_1 - \operatorname{tg}(\varphi/2) \|\psi_2 - \psi_1\| / 2, \end{aligned}$$

из которых ввиду условия (4) и определений ε и ε_1 следуют оценки $\xi^T \eta \geq \varepsilon_1 - \varepsilon \geq 2\varepsilon_1 / 3$. В силу произвольности выбора вектора $\eta \in W_1$ неравенство $\xi^T \eta \geq 2\varepsilon_1 / 3$ справедливо при любом $\eta \in W_1$. Поэтому для всякого вектора $\psi \in \Gamma$ выполняется оценка

$$\xi^T \psi \geq 2\varepsilon_1 / 3, \quad (7)$$

вытекающая из определения множества Γ , векторов ψ_1, ψ_2 и величины ε_1 .

Поскольку конусный интервал $\mathfrak{R}$ имеет размерность $\dim \mathfrak{R} = 3$ и удовлетворяет условиям теоремы Крейна–Мильмана [18, с. 312], а совокупность Γ есть множество крайних точек $\mathfrak{R}$, то для любого элемента $v \in \mathfrak{R}$ найдутся такие точки $v_i \in \Gamma$, $i = \overline{1, 4}$,

и числа $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{k=1}^4 \alpha_k = 1$, $i = \overline{1, 4}$, при которых выполняется равенство

$v = \sum_{k=1}^4 \alpha_k v_k$. Отсюда и из линейности оператора проектирования для проекции $\operatorname{Pr}_\xi(v)$ элемента v на ось ξ следуют равенства

$$\operatorname{Pr}_\xi(v) = \operatorname{Pr}_\xi(\sum_{k=1}^4 \alpha_k v_k) = \sum_{k=1}^4 (\alpha_k \operatorname{Pr}_\xi(v_k)).$$

Поскольку имеют место соотношения $\|\xi\| = 1$ и $v_i \in \Gamma$, $i = \overline{1, 4}$, то на основании формулы (7) выполняются неравенства $\operatorname{Pr}_\xi(v_i) \geq 2\varepsilon_1 / 3$, $i = \overline{1, 4}$, из которых с учетом последних равенств для проекции $\operatorname{Pr}_\xi(v)$ вытекает включение $\operatorname{Pr}_\xi(v) \subset [2\varepsilon_1 / 3, +\infty)$. В силу произвольности выбора элемента $v \in \mathfrak{R}$ последнее включение справедливо для любой точки множества $\mathfrak{R}$. Поэтому истинно соотношение $\operatorname{Pr}_\xi(\mathfrak{R}) \subset [2\varepsilon_1 / 3, +\infty)$. Отсюда и из включения $\operatorname{Pr}_\xi(U_\varepsilon(0)) \subset [-\varepsilon, \varepsilon]$ с учетом линейности оператора проектирования получим соотношение

$$\operatorname{Pr}_\xi(U_\varepsilon(\mathfrak{R})) = \operatorname{Pr}_\xi(\mathfrak{R}) + \operatorname{Pr}_\xi(U_\varepsilon(0)) \subset$$

$$\subset [2\varepsilon_1/3, +\infty) + [-\varepsilon, \varepsilon] \subset [\varepsilon_1/3, +\infty),$$

и значит, ввиду определения ε , для любого элемента $\eta \in \text{Pr}_\xi(U_\varepsilon(\mathcal{R}))$ выполняются

неравенства $\xi^T \eta \geq \varepsilon_1/3 \geq \varepsilon$. Лемма 7 доказана.

2. Свойства трехмерных линейных равномерно вполне управляемых систем.

Пусть $Q(t, \tau) = \{q_{ij}(t, \tau)\}_{i,j=1}^3 := X(t, \tau)B(\tau) \in M_3$, $t, \tau \geq 0$, где, как и ранее, $X(t, \tau) := X_0(t, \tau)$, $t, \tau \geq 0$, – матрица Коши системы (2) с нулевым управлением, тогда имеет место

Лемма 8. Если система (1) σ -равномерно вполне управляема, то для любого $t_0 \geq 0$ выполняются неравенства

$$\int_{t_0}^{t_0+\sigma} (|q_{i1}(t_0, \tau)| + |q_{i2}(t_0, \tau)| + |q_{i3}(t_0, \tau)|) d\tau \geq \frac{1}{\gamma}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (8)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Зафиксируем произвольные $t_0 \geq 0$ и $x_0 \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$. Так как система (1) σ -равномерно вполне управляема, то на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$ найдется допустимое управление u , $\|u(t)\| \leq \gamma \|x_0\|$, $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$, переводящее вектор начального состояния x_0 системы (1) в ноль на этом отрезке. Тогда имеют место равенства

$$0 = x(t_0 + \sigma) = X(t_0 + \sigma, t_0)(x_0 + \int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau)u(\tau) d\tau),$$

и, следовательно,

$$-e_i^T x_0 = \int_{t_0}^{t_0+\sigma} e_i^T Q(t_0, \tau)u(\tau) d\tau, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (9)$$

Кроме того, при всех $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$ и $i = \overline{1, 3}$ справедлива оценка

$$\begin{aligned} |e_i^T Q(t_0, t)u(t)| &\leq \sum_{j=1}^3 |q_{ij}(t_0, t)u_j(t)| \leq \\ &\leq \max\{|u_i(t)|, i = \overline{1, 3}\} \sum_{j=1}^3 |q_{ij}(t_0, t)| \leq \\ &\leq \|u(t)\| \sum_{j=1}^3 |q_{ij}(t_0, t)| \leq \gamma \|x_0\| \cdot \\ &\cdot \sum_{j=1}^3 |q_{ij}(t_0, t)|. \end{aligned}$$

Отсюда и из равенств (9) для $i = \overline{1, 3}$ следуют соотношения

$$\begin{aligned} |-e_i^T x_0| &\leq \int_{t_0}^{t_0+\sigma} |e_i^T Q(t_0, \tau)u(\tau)| d\tau \leq \\ &\leq \gamma \|x_0\| \sum_{j=1}^3 \int_{t_0}^{t_0+\sigma} |q_{ij}(t_0, \tau)| d\tau, \end{aligned}$$

т.е.

$$\int_{t_0}^{t_0+\sigma} \sum_{j=1}^3 |q_{ij}(t_0, \tau)| d\tau \geq |e_i^T x_0| \cdot (\gamma \|x_0\|)^{-1},$$

$$i = \overline{1, 3}.$$

Поскольку полученные неравенства выполняются при любом $x_0 \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$, то, взяв для каждого $i = \overline{1, 3}$ в качестве x_0 вектор e_i , получим требуемые оценки (8). Лемма 8 доказана.

Возьмем произвольное число $s \geq 0$ и рассмотрим отрезок $[s, s + \sigma]$. При любом фиксированном натуральном $p \geq 2$ разделим этот отрезок точками $t_i := s + i\sigma/p$, $i = \overline{1, p-1}$, на p равных частей и для всякого допустимого управления $u(t)$, $t \in [s, s + \sigma]$, положим

$$w_i(s, u) := \int_{t_{i-1}}^{t_i} Q(s, \tau)u(\tau) d\tau, \quad i = \overline{1, p}, \quad \text{где}$$

$t_p := s + \sigma$. Заметим, что эти интегралы существуют, ввиду локальной интегрируемости функции B и непрерывности матрицы $X(t, \tau)$ по τ . Обозначим

$$\begin{aligned} \mathbb{R}_+ &:= \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}, \quad \gamma_1 := \max\{\gamma, \sqrt{3}\}, \\ \ell &= \ell(\varphi) := \min\{\varphi^2/(4\pi^2\gamma_1), 3\varphi^2/(16\pi^2)\} = \\ &= \varphi^2/(4\pi^2\gamma_1). \end{aligned}$$

Положим также $\theta := 2\arcsin(4\gamma_1 b \exp a)^{-1}$, где, напомним, числа $a, b \geq 1$ – равномерные по $t \geq 0$ оценки на интегралы от норм матричных коэффициентов A и B системы (1), т.е. $\int_t^{t+\sigma} \|A(\tau)\| d\tau \leq a$, $\int_t^{t+\sigma} \|B(\tau)\| d\tau \leq b$. Поскольку $4\gamma_1 b \exp a \geq 4e\sqrt{3} > 1$, величина θ определена корректно и удовлетворяет включению $\theta \in (0, \pi/18]$.

Теорема 1. Если система (1) σ -равномерно вполне управляема, то для любых $t_0 \geq 0$, $0 < \varphi \leq \theta/16$ и натурального $p \geq 2$ найдутся выпуклые круговые конусы $\Phi_1 \subset \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2$ и $\Phi_2, \Phi_3 \subset \mathbb{R}^3$, множества $M_i \subset \{1, \dots, p\}$, и допустимые управления $u_i(t)$, $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$, $i = \overline{1, 3}$, такие, что:

1) угловая мера конусов Φ_i , $i = \overline{1, 3}$, не превосходит 4φ ;

2) при каждом $j \in M_i$, $i = \overline{1, 3}$, справедливо

включение $w_j(t_0, u_i) \in \Phi_i$;

3) для векторов $\zeta_i := \sum_{j \in M_i} w_j(t_0, u_i) \in \Phi_i$,

$i = \overline{1, 3}$, верны соотношения $\|\zeta_i\| \geq \ell(\varphi)$;

4) векторы $v_i := \zeta_i / \|\zeta_i\|$ удовлетворяют неравенству $|\det[v_1, v_2, v_3]| \geq \sin(15\theta/16)/2$;

5) при всех $i = \overline{1, 3}$ и $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$ для управлений u_i выполняется оценка $\|u_i(t)\| \leq \gamma_1$.

Доказательство. Зафиксируем произвольные числа p , t_0 и φ , удовлетворяющие условиям теоремы 1, и отыщем вначале управление u_1 , конус Φ_1 и множество M_1 , описанные в этой теореме. Возьмем $r \in \mathbb{N}$ такое, что справедливо соотношение

$$\varphi_1 := \pi/(2r) \leq \varphi < \pi/(2(r-1)).$$

Пусть S_+^2 – полусфера единичного радиуса с центром в нуле, лежащая в полупространстве $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2$. Удалим из S_+^2 сферический сегмент, отсекаемый выпуклым круговым конусом K_0 угловой меры $2\varphi_1$, ось которого содержит вектор e_1 . Обозначив полученное множество через S_1 , определим далее отображение

$$f : [0, 2\pi) \times [0, \pi/2 - \varphi_1) \ni (\psi, \vartheta) \rightarrow (x_1, x_2, x_3) \in S_1$$

равенствами

$$x_1 = \sin \vartheta, \quad x_2 = \cos \psi \cos \vartheta, \quad x_3 = \sin \psi \cos \vartheta. \quad (10)$$

Очевидно, что отображение f взаимнооднозначно. Разобьем полуоткрытый прямоугольник $[0, 2\pi) \times [0, \pi/2 - \varphi_1)$ на $4r(r-1) =: 4rr_1$ полуоткрытых квадрата

$$\Pi_{kl}^1 := \{\varphi_1(k-1) \leq \psi < \varphi_1 k, \\ \varphi_1(l-1) \leq \vartheta < \varphi_1 l, \quad k = \overline{1, 4r}, l = \overline{1, r_1}\}.$$

Тогда в силу взаимной однозначности отображения f множество S_1 соответственно разобьется на непересекающиеся полуоткрытые множества $f(\Pi_{kl}^1)$, $k = \overline{1, 4r}$, $l = \overline{1, r_1}$, множества S_1 .

Пусть D – произвольное множество в пространстве $\mathbb{R}^3$. В дальнейшем через $P(D) \subseteq \mathbb{R}^3$ будем обозначать множество всех лучей в $\mathbb{R}^3$, выходящих из нуля и проходящих через точки множества D , т.е. множество $\{\lambda v \in \mathbb{R}^3 : v \in D, \lambda \geq 0\}$. Положим

$P_1 := P((\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2) \setminus K_0)$ и рассмотрим отображение $g : S_1 \rightarrow P_1$, ставящее в соответствие каждой точке множества S_1 луч, выходящий из нуля и проходящий через эту точку. Легко убедиться, что такое отображение является взаимнооднозначным. Кроме того, выполняются соотношения

$$g(f(\Pi_{ij}^1)) = \text{Con}(f(\Pi_{ij}^1)) := \{v \in \mathbb{R}^3 :$$

$$v = \sum_{s=1}^k \alpha_s v_s, \quad k \in \mathbb{N},$$

$$v_s \in f(\Pi_{ij}^1), \quad \alpha_s \geq 0, \quad s = \overline{1, k},$$

$$i = \overline{1, 4r}, \quad j = \overline{1, r_1}, \text{ и}$$

$$\prod_{i=1}^{4r} \prod_{j=1}^{r_1} g(f(\Pi_{ij}^1)) = (\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2) \setminus K_0$$

(здесь $\text{Con}(D)$ означает коническую оболочку [17, с. 374] непустого множества D). При всех $i = \overline{1, 4r}$, $j = \overline{1, r_1}$ обозначим $\Phi_{ij}^1 := g(f(\Pi_{ij}^1))$, $\Phi_{4rr}^1 := K_0$ и для дальнейшего единообразия записи положим

$$\Phi_{qr} := \emptyset, \quad q = \overline{1, 4r-1}. \quad (11)$$

Для произвольного множества D пространства $\mathbb{R}^3$ через $\text{cl } D$ далее будем обозначать замыкание [16, с. 49–50] множества D . Докажем теперь, что при любых индексах $i = \overline{1, 4r}$, $j = \overline{1, r_1}$ и векторах $\mu_1, \mu_2 \in \text{cl } \Phi_{ij}^1$ выполняется неравенство

$$\angle(\mu_1, \mu_2) \leq 2\varphi_1 =: \varphi_2. \quad (12)$$

Зафиксируем произвольные $i \in \{1, \dots, 4r\}$ и $j \in \{1, \dots, r_1\}$ и рассмотрим множество $\text{cl } \Phi_{ij}^1$. Легко видеть, что

$$\text{cl } \Phi_{ij}^1 = \text{cl}(g(f(\Pi_{ij}^1))) = g(\text{cl}(f(\Pi_{ij}^1))) = g(f(\text{cl } \Pi_{ij}^1)).$$

Для $s = 1, 2$ возьмем произвольные векторы $\mu_s \in \text{cl } \Phi_{ij}^1$ и положим $\omega_s := \mu_s / \|\mu_s\|$. Отсюда, из оценки (12), а также из определения отображения f для векторов ω_1 и ω_2 получим соотношения

$$\angle(\mu_1, \mu_2) = \angle(\omega_1, \omega_2), \quad \|\omega_s\| = 1, \\ \omega_s \in f(\text{cl } \Pi_{ij}^1), \quad s = 1, 2.$$

Из этих соотношений, с учетом определений множеств Π_{ij}^1 , отображения f , а также замыкания множества, следует, что векторы ω_s представляются в виде

$$\omega_s = (\sin \theta_s, \cos \psi_s \cos \theta_s, \sin \psi_s \cos \theta_s), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(i-1) \leq \psi_s \leq \varphi_1 i, \\ \varphi_1(j-1) \leq \theta_s \leq \varphi_1 j, \quad s=1, 2. \end{aligned} \quad (14)$$

Поскольку $\|\omega_s\|=1$, $s=1, 2$, то

$$\omega_1^T \omega_2 = \|\omega_1\| \|\omega_2\| \cos \angle(\omega_1, \omega_2) = \cos \angle(\omega_1, \omega_2).$$

С другой стороны, ввиду формул (13) и (14) и вытекающих из них оценок

$$|\theta_1 - \theta_2| \leq \varphi_1, \quad |\psi_1 - \psi_2| \leq \varphi_1 < \pi/2,$$

а также в силу убывания функции $\cos$ на отрезке $[0, \pi]$ получим соотношения

$$\begin{aligned} \omega_1^T \omega_2 &= \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \\ &+ \cos \psi_1 \cos \theta_1 \cos \psi_2 \cos \theta_2 + \sin \psi_1 \cos \theta_1 \cdot \\ &\cdot \sin \psi_2 \cos \theta_2 = \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cdot \\ &\cdot (\cos \psi_1 \cos \psi_2 + \sin \psi_1 \sin \psi_2) = \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \\ &+ \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos(\psi_1 - \psi_2) \geq \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cdot \\ &\cdot \cos(\psi_1 - \psi_2) + \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos(\psi_1 - \psi_2) = \\ &= \cos(\theta_1 - \theta_2) \cos(\psi_1 - \psi_2) = (\cos((\theta_1 - \theta_2) + \\ &+ (\psi_1 - \psi_2)) + \cos((\theta_1 - \theta_2) - (\psi_1 - \psi_2))) / 2 \geq \\ &\geq (\cos 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_1) / 2 = \cos 2\varphi_1 = \cos \varphi_2. \end{aligned}$$

Поэтому $\cos \angle(\omega_1, \omega_2) \geq \cos \varphi_2$, и значит, $\angle(\omega_1, \omega_2) \leq \varphi_2$. Тогда ввиду равенства $\angle(\omega_1, \omega_2) = \angle(\mu_1, \mu_2)$ выполняется и соотношение $\angle(\mu_1, \mu_2) \leq \varphi_2$. Так как μ_1, μ_2 – произвольные векторы множества $\text{cl } \Phi_{ij}^1$, то формула (12) справедлива для любых векторов из этого множества. Но тогда в силу произвольности выбора индексов $i \in \{1, \dots, 4r\}$ и $j \in \{1, \dots, r_1\}$ неравенство (12) оказывается справедливым и для всяких двух векторов, принадлежащих любому из множеств $\text{cl } \Phi_{ij}^1$, $i=1, 4r$, $j=1, r_1$.

Выберем теперь в качестве управления u_1 на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$ векторную функцию $u_1(t) = (\text{sign } q_{11}(t_0, t), \text{sign } q_{12}(t_0, t), \text{sign } q_{13}(t_0, t))^T$, при этом заметим, что для любого $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$ выполняется оценка $\|u_1(t)\| \leq \sqrt{3} \leq \gamma_1$. Разделим отрезок $[t_0, t_0 + \sigma]$ точками t_i , $i=1, p-1$, на p равных частей и положим $t_p := t_0 + \sigma$. Поскольку матричная функция $B(t)$ локально-интегрируема для всех $t \geq 0$, то функция $Q(t_0, t)$ также локально-интегрируема при любых $t_0, t \geq 0$, а значит, интегралы

$w_j(u_1) := w_j(t_0, u_1)$, $j=1, p$, существуют.

Согласно определению векторов u_1 и $w_j(u_1)$,

$j=1, p$, имеем равенства

$$\begin{aligned} e_1^T \sum_{j=1}^p w_j(u_1) &= e_1^T \int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau) u_1(\tau) d\tau = \\ &= \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \sum_{j=1}^3 |q_{1j}(t_0, \tau)| d\tau, \end{aligned}$$

из которых ввиду леммы 8 следует, что найдется такое $l \in \{1, \dots, p\}$, при котором вектор $w_l(u_1)$ ненулевой и лежит в $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2$.

Обозначим через $\mathbb{S}_{ij}^1$, $i=1, 4r$, $j=1, r$, – множество тех индексов $s \in \{1, \dots, p\}$, при которых имеет место включение $w_s(u_1) \in \Phi_{ij}^1$, и докажем, что существуют $k_1 \in \{1, \dots, 4r\}$ и $l_1 \in \{1, \dots, r\}$, обеспечивающие справедливость соотношения

$$\|\zeta_1\| := \left\| \sum_{s \in \mathbb{S}_{k_1 l_1}^1} w_s(u_1) \right\| \geq 1/(4r^2 \gamma). \quad (15)$$

Предположим противное: пусть для всех $i=1, 4r$, $j=1, r$ имеет место неравенство

$$\left\| \sum_{s \in \mathbb{S}_{ij}^1} w_s(u_1) \right\| < 1/(4r^2 \gamma), \quad \text{тогда}$$

$$\sum_{i=1}^{4r} \sum_{j=1}^r \left\| \sum_{s \in \mathbb{S}_{ij}^1} w_s(u_1) \right\| < 1/\gamma.$$

Так как справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^{4r} \prod_{j=1}^r \Phi_{ij}^1 &= \left(\prod_{i=1}^{4r} \prod_{j=1}^{r-1} g(f(\Pi_{ij}^1)) \right) \prod_{i=1}^{4r-1} \left(\prod_{j=1}^{4r-1} \Phi_{ir}^1 \right) \prod \\ &\prod \Phi_{4rr}^1 = ((\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2) \setminus K_0) \prod_{i=1}^{4r-1} \emptyset \prod K_0 = \\ &= \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2 \text{ и } w_s(u_1) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2, \quad s=1, p, \end{aligned}$$

то для всех $s=1, p$ ненулевой вектор $w_s(u_1)$ принадлежит одному из множеств Φ_{ij}^1 , $i=1, 4r$, $j=1, r$, и поэтому выполняется равенство

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{4r} \sum_{j=1}^r \sum_{s \in \mathbb{S}_{ij}^1} w_s(u_1) &= \\ &= \int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau) u_1(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Отсюда с учетом формул (15) следуют неравенства

$$\sum_{i=1}^{4r} \sum_{j=1}^r \left\| \sum_{s \in \mathbb{S}_{ij}^1} w_s(u_1) \right\| \geq$$

$$\begin{aligned} &\geq \left\| \sum_{i=1}^{4r} \sum_{j=1}^r \sum_{s \in \mathbb{S}_{ij}^1} w_s(u_1) \right\| = \\ &= \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \|Q(t_0, \tau) u_1(\tau)\| d\tau \geq \\ &\int_{t_0}^{t_0+\sigma} \sum_{j=1}^3 |q_{1j}(t_0, \tau)| d\tau \geq 1/\gamma, \end{aligned}$$

противоречащие нашему предположению.

Зафиксируем какие-либо $k_1 \in \{1, \dots, 4r\}$ и $l_1 \in \{1, \dots, r\}$, которые обеспечивают выполнение неравенства (15). Положим $M_1 := \mathbb{S}_{k_1 l_1}^1$ и $\Phi_1' := \text{cl } \Phi_{k_1 l_1}^1$. Рассмотрим множество Φ_1' и покажем, что найдется такой выпуклый круговой конус Φ_1 угловой меры, не превосходящей $4\varphi_1$, при котором выполняется включение $\Phi_1' \subseteq \Phi_1$. Для случая $\Phi_1' = \Phi_{4rr}^1 = K_0$ в качестве Φ_1 возьмем конус K_0 , который, исходя из его определения, очевидно, удовлетворяет условиям выбора. Рассмотрим теперь случай, когда $\Phi_1' = \text{cl } \Phi_{k_1 l_1}^1$, $k_1 \in \{1, \dots, 4r\}$, $l_1 \in \{1, \dots, r-1\}$ (случай $k_1 \in \{1, \dots, 4r\}$ и $l_1 = r$ невозможен в силу формул (11) и непустоты множества Φ_1'). Поскольку вектор ζ_1 , определенный формулой (15), принадлежит Φ_1' , то ввиду формулы (12) для любого ненулевого вектора $w \in \Phi_1'$ выполняется неравенство $\angle(\zeta_1, w) \leq \varphi_2$. Отсюда и из неравенства треугольника вытекают соотношения

$$\begin{aligned} &\sup\{\angle(\zeta_1, \xi_2) : \xi_1, \xi_2 \in \Phi_1'\} \leq \sup\{\angle(\zeta_1, \zeta_1) + \\ &+ \angle(\zeta_1, \xi_2) : \xi_1, \xi_2 \in \Phi_1'\} \leq \sup\{\angle(\zeta_1, \zeta_1) : \\ &: \xi_1 \in \Phi_1'\} + \sup\{\angle(\zeta_1, \xi_2) : \xi_2 \in \Phi_1'\} \leq \varphi_2 + \\ &+ \varphi_2 = 2\varphi_2. \end{aligned}$$

В качестве конуса Φ_1 возьмем выпуклый круговой конус угловой меры $2\varphi_2$, ось которого содержит вектор ζ_1 . Тогда из последних соотношений следует включение $\Phi_1' \subset \Phi_1$, из которого с учетом определения величины φ_2 вытекает, что выбранный таким образом конус Φ_1 удовлетворяет требованиям теоремы. Кроме того, при найденных M_1 и Φ_1 имеют место неравенства $\angle \Phi_1 \leq 4\varphi_1 \leq 4\varphi$, а также, поскольку справедлива оценка $\varphi \leq \theta/16 < \pi/2$, выполняются соотношения

$$\begin{aligned} 4r^2\gamma &\leq 4r^2\gamma_1 \leq 4(1 + \pi/(2\varphi))^2 \gamma_1 = \\ &= (\pi + 2\varphi)^2 \gamma_1 / \varphi^2 \leq 4\pi^2 \gamma_1 / \varphi^2, \end{aligned}$$

и, значит, в силу формулы (15) неравенство

$$\|\zeta_1\| := \left\| \sum_{j \in M_1} w_j(u_1) \right\| \geq \frac{\varphi^2}{4\pi^2 \gamma_1} \geq \ell(\varphi). \quad (16)$$

Перейдем теперь к поиску управления u_2 , конуса Φ_2 и множества M_2 , удовлетворяющих теореме 1. Пусть прямая $o_1 \subset \mathbb{R}^3$ – ось конуса $K(\Phi_1) := \Phi_1 \cup (-\Phi_1)$, тогда $\zeta_1 \in o_1$. Обозначив $v_1 := \zeta_1 / \|\zeta_1\|$, имеем соотношения $\|v_1\| = 1$ и $v_1 \in o_1$. Возьмем единичный вектор $y_1 \in \mathbb{R}^3$, ортогональный v_1 . Поскольку система (1) σ -равномерно вполне управляема, то на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$ найдется допустимое управление u_2 , переводящее состояние y_1 системы (1) в ноль на $[t_0, t_0 + \sigma]$, и такое, что имеет место оценка $\|u_2(t)\| \leq \gamma \|y_1\| = \gamma \leq \gamma_1$ для всех $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$. Фиксируя это управление, получим равенство

$$0 = y_1 + \int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau) u_2(\tau) d\tau. \quad (17)$$

Возьмем такое натуральное число r_2 , при котором справедливы соотношения $\theta_1 := r_2 \varphi_1 \leq \theta < (r_2 + 1)\varphi_1 = \theta_1 + \varphi_1$, где, как и ранее, $\theta = 2 \arcsin(4\gamma_1 b \exp a)^{-1}$. Обозначим через $\Psi_1 \subset \mathbb{R}^3$ выпуклый круговой конус угловой меры θ_1 , ось которого лежит на прямой o_1 и для которого выполняется включение $\Phi_1 \subset \Psi_1$. Этот конус существует в силу неравенств $4\varphi_1 < 15\varphi_1 < \theta_1 \leq \theta \leq \pi/18$, которые следуют из соотношений

$$\begin{aligned} &\theta_1 > \theta - \varphi_1 \geq 16\varphi - \varphi_1 \geq 16\varphi_1 - \varphi_1 = 15\varphi_1 \quad \text{и} \\ &\text{определения величин } \theta \text{ и } \theta_1. \text{ Пусть } I_1 - \\ &\text{множество тех индексов } i \in \{1, \dots, p\}, \text{ при} \\ &\text{которых справедливо включение} \\ &w_i(u_2) := w_i(t_0, u_2) \in K(\Psi_1) \subset \mathbb{R}^3, \quad \text{где} \\ &K(\Psi_1) := \Psi_1 \cup (-\Psi_1). \text{ Обозначим через } I_k, \\ &k = 2, 3, \text{ множество индексов } i \in \{1, \dots, p\}, \text{ для} \\ &\text{которых имеет место включение} \\ &w_i(u_2) \in \mathbb{R}^3 \setminus K(\Psi_1) \text{ и выполняется неравенство} \\ &(-1)^k \cos(w_i(u_2), y_1) \geq 0. \quad (18) \end{aligned}$$

Докажем, что для множества I_3 справедливо

неравенство $\|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| \geq 3/4$.

Умножая равенство (17) скалярно на $-y_1^T$, получим соотношения

$$\begin{aligned} 1 &= \|y_1\|^2 = -y_1^T \int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau) u_2(\tau) d\tau = \\ &= -y_1^T \sum_{i \in I_1} w_i(u_2) - y_1^T \sum_{j \in I_2} w_j(u_2) - \\ &- y_1^T \sum_{s \in I_3} w_s(u_2) = -\sum_{i \in I_1} \|y_1^T\| \|w_i(u_2)\| \cdot \\ &\cdot \cos \alpha_i - \sum_{j \in I_2} \|y_1^T\| \|w_j(u_2)\| \cos \alpha_j - \\ &- \|y_1^T\| \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| \cos \alpha, \end{aligned}$$

где α_i , $i \in I_1$, α_j , $j \in I_2$, и α – меры углов между вектором y_1 и соответственно векторами $w_i(u_2)$, $w_j(u_2)$ и $\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)$. Так как для всех $j \in I_2$ выполняются неравенства (18), то $-\sum_{j \in I_2} \|y_1^T\| \|w_j(u_2)\| \cos \alpha_j \leq 0$.

Отсюда с учетом последних равенств и соотношения $\|y_1\| = 1$ следуют оценки

$$\begin{aligned} 1 &\leq -\sum_{i \in I_1} \|w_i(u_2)\| \cos \alpha_i - \\ &- \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| \cos \alpha \leq \sum_{i \in I_1} \|w_i(u_2)\| \cdot \\ &\cdot |\cos \alpha_i| + \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| |\cos \alpha|, \text{ т.е.} \\ 1 &\leq \sum_{i \in I_1} \|w_i(u_2)\| |\cos \alpha_i| + \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| |\cos \alpha|. \end{aligned} \quad (19)$$

Конус Ψ_1 , векторы y_1 и $w_i(u_2)$, $i \in I_1$, удовлетворяют условиям леммы 5, поэтому для всех $i \in I_1$ справедливы оценки $|\cos \alpha_i| \leq \sin(\theta_1/2)$. Но поскольку $0 < \theta_1/2 \leq \theta/2 < \pi/2$ и функция $\sin$ возрастает на промежутке $[0, \pi/2]$, то из последних оценок следуют неравенства $|\cos \alpha_i| \leq \sin(\theta/2)$, $i \in I_1$. Отсюда и из формулы (19), с учетом замечания 2 и равенства $\theta = 2 \arcsin(4\gamma_1 b \exp a)^{-1}$, используя определение величин a и b , векторов y_1 и $w_i(u_2)$, $i \in I_1$, а также управления u_2 , получим соотношения

$$\begin{aligned} 1 &\leq \sum_{i \in I_1} \|w_i(u_2)\| \sin(\theta/2) + \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| \cdot \\ &\cdot |\cos \alpha| \leq \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{i \in I_1} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \|Q(t_0, \tau) u_2(\tau)\| d\tau \sin(\theta/2) \leq \\ &\leq \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \|Q(t_0, \tau) u_2(\tau)\| d\tau (4b\gamma_1 \exp a)^{-1} + \\ &+ \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| \leq \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| + \\ &+ b\gamma_1 \exp a / (4b\gamma_1 \exp a), \end{aligned}$$

и поэтому

$$\|\xi_1\| := \|\sum_{s \in I_3} w_s(u_2)\| \geq 3/4. \quad (20)$$

Кроме того, из определения I_3 вытекают включения $\xi_1, w_s(u_2) \in \mathbb{R}^3 \setminus K(\Psi_1)$, $s \in I_3$.

Замечание 4. Для удобства последующего доказательства теоремы 1 повернем исходный репер (векторы e_1, e_2, e_3) таким образом, чтобы базисный вектор e_1' совпал с вектором v_1 (а значит, стал сонаправленным с вектором ξ_1), вектор e_2' совпал с вектором $(-y_1)$, а вектор e_3' – с вектором $e_1' \times e_2'$, и в дальнейшем при доказательстве данной теоремы будем работать с таким репером, считая его исходным. Очевидно, что базисные векторы полученного репера ортонормированы. Координаты векторов в этом базисе будем обозначать со штрихом. Здесь же заметим, что при повороте системы координат (ортогональном преобразовании) ранее найденные в процессе доказательства элементы (векторы, конусы и др.) и соотношения между ними, а именно: длины векторов, величины углов между векторами, угловые меры конусов – не изменятся.

В силу определения множества I_3 и репера e_1', e_2', e_3' векторы $\xi_1, w_s(u_2)$, $s \in I_3$, принадлежат множеству $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}) \setminus K(\Psi_1)$ в новом базисе. Пусть $\tilde{S}_+ \subset \mathbb{R}^3$ – полусфера единичного радиуса с центром в нуле, лежащая в полупространстве $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$ нового базиса.

Удалим из $\tilde{S}_+$ часть сферического сегмента, отсекаемую конусом $K(\Psi_1)$. Обозначив полученное множество через S_2 , определим отображение

$$\begin{aligned} \tilde{f} : [-\pi/2, \pi/2] \times ((-\pi + \theta_1)/2, (\pi - \theta_1)/2) \ni \\ \ni (\psi, \vartheta) \rightarrow (x_1', x_2', x_3') \in S_2 \end{aligned}$$

равенствами

$$\begin{aligned} x_1' &= \sin \vartheta, \quad x_2' = \cos \psi \cos \vartheta, \\ x_3' &= \sin \psi \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (21)$$

Легко видеть, что такое отображение взаимнооднозначно. Поскольку

$$(\pi - \theta_1) / \varphi_1 = \pi / \varphi_1 - r_2 = 2r - r_2 =: r_3 \in \mathbb{N}$$

в силу определений величин r и r_2 , то разобьем полуоткрытый прямоугольник

$$[-\pi/2, \pi/2] \times ((-\pi + \theta_1)/2, (\pi - \theta_1)/2)$$

на $2r \cdot 2(r - r_2) = 2rr_3 =: r_4$ квадрата

$$\begin{aligned} \Pi_{kl}^2 &:= \{-\pi/2 + \varphi_1(k-1) \leq \psi < -\pi/2 + \varphi_1 k, \\ &(-\pi + \theta_1)/2 + \varphi_1(l-1) \leq \vartheta < \\ &< (-\pi + \theta_1)/2 + \varphi_1 l, \quad k = \overline{1, 2r}, l = \overline{2, r_3}\} \end{aligned}$$

и $\Pi_{k1}^2 := \{\varphi_1(k-1) \leq \psi < \varphi_1 k,$

$$(-\pi + \theta_1)/2 < \vartheta < (-\pi + \theta_1)/2 + \varphi_1, \quad k = \overline{1, 2r}\}.$$

Тогда множество S_2 соответственно разобьется

на полуоткрытые множества $\tilde{f}(\Pi_{kl}^2)$, $k = \overline{1, 2r}$, $l = \overline{1, r_3}$. Положим $P_2 := \mathbb{P}((\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}) \setminus K(\Psi_1))$ и

рассмотрим отображение $\tilde{g}: S_2 \rightarrow P_2$, ставящее в соответствие каждой точке множества S_2 луч, выходящий из нуля и проходящий через эту точку. Очевидно, что такое отображение является взаимно однозначным. Кроме того, выполняются соотношения

$$\tilde{g}(\tilde{f}(\Pi_{ij}^2)) = \text{Con}(\tilde{f}(\Pi_{ij}^2)) := \{v \in \mathbb{R}^3:$$

$$v = \sum_{s=1}^k \alpha_s v_s; \quad k \in \mathbb{N}, v_s \in \tilde{f}(\Pi_{ij}^2),$$

$$\alpha_s \geq 0, s = \overline{1, k}, i = \overline{1, 2r}, j = \overline{1, r_3},$$

и

$$\coprod_{i=1}^{2r} \coprod_{j=1}^{r_3} \tilde{g}(\tilde{f}(\Pi_{ij}^2)) = (\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}) \setminus K(\Psi_1).$$

Для всех $i = \overline{1, 2r}$ и $j = \overline{1, r_3}$ положим

$$\Phi_{ij}^2 := \tilde{g}(\tilde{f}(\Pi_{ij}^2)) \text{ и обозначим через } \mathfrak{S}_{ij}^2$$

множество тех индексов $s \in I_3 \subset \{1, \dots, p\}$, при которых имеет место соотношение $w_s(u_2) \in \Phi_{ij}^2$. Ввиду включения

$\xi_1 \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}) \setminus K(\Psi_1)$, а также оценки (20), применяя рассуждение, аналогичное использованному для доказательства соотношения (15), можно показать, что найдутся такие числа $k_2 \in \{1, \dots, 2r\}$ и $l_2 \in \{1, \dots, r_3\}$, которые обеспечивают справедливость неравенства

$$\|\zeta_2\| := \left\| \sum_{s \in \mathfrak{S}_{k_2 l_2}^2} w_s(u_2) \right\| \geq \frac{3}{4r_4}. \quad (22)$$

Зафиксируем какие-либо $k_2 \in \{1, \dots, 2r\}$ и $l_2 \in \{1, \dots, r_3\}$, при которых выполняется неравенство (22). Положим $M_2 := \mathfrak{S}_{k_2 l_2}^2$ и $\Phi_2' := \text{cl } \Phi_{k_2 l_2}^2$. Используя найденное множество Φ_2' , на основе рассуждений, аналогичных применяемым для поиска кругового конуса Φ_1 , найдем такой выпуклый круговой конус Φ_2 , на оси которого лежит вектор ζ_2 , и для которого справедливы следующие свойства: $\Phi_2' \subseteq \Phi_2$ и $\angle \Phi_2 \leq 4\varphi$. Кроме того, поскольку из определения величин r , r_i , $i = \overline{2, 4}$, следуют соотношения

$$\begin{aligned} 4r_4 &= 8rr_3 = 16r(r - r_2) \leq 16r^2 \leq \\ &\leq 16(1 + \pi/(2\varphi))^2 = 16((2\varphi + \pi)/(2\varphi))^2 \leq \\ &\leq 16\pi^2/\varphi^2, \end{aligned}$$

то в силу формулы (22) для множества M_2 получим неравенство

$$\|\zeta_2\| = \left\| \sum_{j \in M_2} w_j(u_2) \right\| \geq \frac{3\varphi^2}{16\pi^2} \geq \ell(\varphi). \quad (23)$$

Обозначим $v_2 := \zeta_2 / \|\zeta_2\|$, тогда в силу равенства $\|v_2\| = 1$ и определений вектора ζ_2 и множества S_2 следует включение $v_2 \in S_2$, и, значит, вектор v_2 в ортонормированном базисе e_1', e_2', e_3' представим в виде

$$v_2 = (\sin \vartheta_1, \cos \psi_1 \cos \vartheta_1, \sin \psi_1 \cos \vartheta_1),$$

где $(\psi_1, \vartheta_1) \in [-\pi/2, \pi/2] \times ((-\pi + \theta_1)/2, (\pi - \theta_1)/2)$.

Тогда верны соотношения

$$\begin{aligned} \cos \angle(e_1', v_2) &= \|e_1'\| \|v_2\| \cos \angle(e_1', v_2) = \\ &= (e_1')^T v_2 = \sin \vartheta_1 \leq \sin((\pi - \theta_1)/2) = \\ &= \cos(\theta_1/2), \end{aligned}$$

т.е.

$$\cos \angle(e_1', v_2) = \sin \vartheta_1 \leq \cos(\theta_1/2). \quad (24)$$

Возьмем такой единичный вектор $v_2' \in \mathbb{R}^3$, что выполняются соотношения $v_2' \perp e_1'$ и $\det[e_1', v_2, v_2'] = 0$, т.е. вектор v_2' ортогонален e_1' и принадлежит подпространству $L(e_1', v_2)$ (линейной оболочке векторов e_1' и v_2). Легко проверить, что в базисе e_1', e_2', e_3' этот вектор представим в виде $v_2' = (0, \cos \psi_1, \sin \psi_1)$.

Повернем систему координат таким образом, чтобы базисный вектор e_1'' совпал с вектором e_1' , вектор e_2'' – с вектором v_2' , а вектор e_3'' был равен $e_3'' := e_1' \times v_2'$. Очевидно, что векторы e_1'' , e_2'' и e_3'' составляют ортонормированный базис. Далее будем использовать эту систему координат. Координаты вектора в базисе e_1'' , e_2'' , e_3'' будем обозначать с двумя штрихами. Здесь, как и выше, заметим, что при повороте системы координат (ортогональном преобразовании) ранее найденные в процессе доказательства элементы (векторы, конусы и др.) и соотношения между ними, а именно: длины векторов, величины углов между векторами – не изменяются. В полученном базисе координаты единичных векторов, лежащих на осях конусов Φ_1 и Φ_2 , будут соответственно

$$v_1 = (1, 0, 0) \text{ и } v_2 = (\sin \vartheta_1, \cos \vartheta_1, 0), \quad (25)$$

$$\vartheta_1 \in ((-\pi + \theta_1)/2, (\pi - \theta_1)/2),$$

в силу равенств $v_1 = e_1' = e_1''$, $\|v_2\| = \|v_1\| = 1$ и соотношений

$$(e_1'')^T v_2 = \cos \angle(v_2, e_1'') = \\ = \cos \angle(v_2, e_1') = \sin \vartheta_1,$$

верных ввиду ортонормированности базиса e_1'' , e_2'' , e_3'' и формулы (24).

Перейдем теперь к поиску управления u_3 , конуса Φ_3 и множества M_3 с описанными в теореме 1 свойствами. Для такого поиска воспользуемся рассуждениями, аналогичными примененным при нахождении управления u_2 , конуса Φ_2 и множества M_2 . Возьмем вектор $y_2 := -e_3'' \in \mathbb{R}^3$, тогда $\|y_2\| = 1$ и $v_1 = e_1'' \perp (-e_3'') = y_2$, $v_2' = e_2'' \perp (-e_3'') = y_2$. Поскольку система (1) σ -равномерно вполне управляема, то на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$ найдется допустимое управление u_3 , переводящее состояние y_2 системы (1) в ноль на $[t_0, t_0 + \sigma]$, и такое, что имеет место оценка $\|u_3(t)\| \leq \gamma \|y_2\| = \gamma \leq \gamma_1$, $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$. Фиксируя это управление, получим равенство, аналогичное (17),

$$0 = y_2 + \int_{t_0}^{t_0 + \sigma} Q(t_0, \tau) u_3(\tau) d\tau. \quad (26)$$

Обозначим через $\Psi_2 \subset \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+$ выпуклый круговой конус угловой меры $\theta_1 < \pi/2$, ось которого содержит вектор e_3'' . Пусть J_1 – множество тех индексов $i \in \{1, \dots, p\}$, при которых справедливо включение $w_i(u_3) := w_i(t_0, u_2) \in \Psi_2$. Обозначим через J_2 множество индексов $i \in \{1, \dots, p\}$, для которых имеет место включение $w_i(u_3) \in \mathbb{R}^3 \setminus \Psi_2$, а через J_2' – совокупность тех индексов из J_2 , при которых выполняется неравенство $\cos \angle(w_i(u_3), e_3'') \geq 0$. Докажем теперь, что для множества J_1 справедливо неравенство $\|\sum_{s \in J_1} w_s(u_3)\| \geq 3/4$.

Умножая скалярно равенство (26) на $-y_2^T = e_3''$, получим соотношения

$$1 = \|y_2\|^2 = -y_2^T \int_{t_0}^{t_0 + \sigma} Q(t_0, \tau) u_3(\tau) d\tau = \\ = (e_3'')^T \int_{t_0}^{t_0 + \sigma} Q(t_0, \tau) u_3(\tau) d\tau = \\ = \sum_{i \in J_2} \|(e_3'')^T\| \|w_i(u_3)\| \cos \alpha_i + \|(e_3'')^T\| \cdot \\ \cdot \|\sum_{j \in J_1} w_j(u_3)\| \cos \alpha \leq \\ \leq \sum_{i \in J_2'} \|w_i(u_3)\| \cos \alpha_i + \|\sum_{j \in J_1} w_j(u_3)\| \cdot |\cos \alpha|,$$

где α и α_i , $i \in J_2'$, – угловые меры соответственно между векторами e_3'' и $\sum_{j \in J_1} w_j(u_3)$ и векторами e_3'' и $w_i(u_3)$, $i \in J_2'$. По определению векторов $w_i(u_3)$, $i \in J_2'$, выполняются включения $\angle(w_i(u_3), e_3'') \in (\pi/2 - \theta_1/2, \pi/2]$ для всех $i \in J_2'$, из которых, ввиду убывания функции $\cos$ на отрезке $[0, \pi/2]$ следуют оценки

$$\cos \alpha_i = \cos \angle(w_i(u_3), e_3'') \leq \\ \leq \cos(\pi/2 - \theta_1/2) = \sin(\theta_1/2).$$

Тогда отсюда и из последнего соотношения, ввиду определения величин b , θ_1 , θ , векторов e_3'' и $w_i(u_3)$, $i \in J_2'$, управления u_3 , и замечания 2, следуют неравенства, аналогичные соотношениям, сделанным при выводе оценки (20). Таким образом, получим оценку

$$\|\xi_2\| := \|\sum_{j \in J_1} w_j(u_3)\| \geq 3/4. \quad (27)$$

Пусть $\bar{S}_+$ – полусфера единичного радиуса с центром в нуле, лежащая в полупространстве $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+$. Рассмотрим множество

$S_3 := \bar{S}_+ \cap \Psi_2$. Удалим из этого множества сферический сегмент, отсекаемый выпуклым круговым конусом $\bar{K}_0$ угловой меры $2\varphi_1$, ось которого содержит вектор e_3'' . Обозначим это множество $\bar{S}_3$. Определим отображение

$$\bar{f} : (\psi, \vartheta) \in [0, 2\pi] \times [(\pi - \theta_1)/2, \pi/2 - \varphi_1] \rightarrow (x_1'', x_2'', x_3'') \in \bar{S}_3$$

равенствами

$$\begin{aligned} x_1'' &= \cos \psi \cos \vartheta, & x_2'' &= \sin \psi \cos \vartheta, \\ x_3'' &= \sin \vartheta. \end{aligned} \quad (28)$$

Легко видеть, что такое отображение взаимнооднозначно. Поскольку $\theta_1 = r_2 \varphi_1$ и $\pi/2 = r \varphi_1$, то

$$\begin{aligned} \pi/2 - \varphi_1 - (\pi - \theta_1)/2 &= (r - 1 - (r - r_2))\varphi_1 = \\ &= (r_2 - 1)\varphi_1. \end{aligned}$$

Разобьем полуоткрытый прямоугольник $[0, 2\pi] \times [(\pi - \theta_1)/2, \pi/2 - \varphi_1]$ на $4r(r_2 - 1) := 4rr_5$ полуоткрытых квадрата

$$\begin{aligned} \Pi_{kl}^3 &:= \{\varphi_1(k-1) \leq \psi < \varphi_1 k, \\ (\pi - \theta_1)/2 + \varphi_1(l-1) &\leq \vartheta < (\pi - \theta_1)/2 + \varphi_1 l, \\ k &= \overline{1, 4r}, l = \overline{1, r_5}\}. \end{aligned}$$

Тогда множество $\bar{S}_3$ соответственно разобьется на непересекающиеся полуоткрытые подмножества $\bar{f}(\Pi_{kl}^3)$, $k = \overline{1, 4r}$, $l = \overline{1, r_5}$, в силу взаимной однозначности отображения $\bar{f}$. Положим $P_3 := \mathbb{P}(\Psi_2 \setminus \bar{K}_0)$ и рассмотрим отображение $\bar{g} : \bar{S}_3 \rightarrow P_3$, ставящее в соответствие каждой точке множества $\bar{S}_3$ луч, выходящий из нуля и проходящий через эту точку. Очевидно, что такое отображение является взаимнооднозначным. Кроме того, выполняются соотношения

$$\bar{g}(\bar{f}(\Pi_{ij}^3)) = \text{Con}(\bar{f}(\Pi_{ij}^3))$$

и $\prod_{i=1}^{4r} \prod_{j=1}^{r_5} \bar{g}(\bar{f}(\Pi_{ij}^3)) = \Psi_2 \setminus \bar{K}_0$. Для всех $i = \overline{1, 4r}$

и $j = \overline{1, r_2 - 1}$ положим $\Phi_{ij}^3 := \bar{g}(\bar{f}(\Pi_{ij}^3))$, $\Phi_{kr_2}^3 := \emptyset$, $k = \overline{1, 4r - 1}$, $\Phi_{4rr_2}^3 := \bar{K}_0$, тогда справедливо равенство $\prod_{i=1}^{4r} \prod_{j=1}^{r_2} \Phi_{ij}^3 = \Psi_2$.

Обозначим через $\mathfrak{S}_{ij}^2$ множество тех индексов $s \in J_1 \subset \{1, \dots, p\}$, при которых имеет место включение $w_s(u_3) \in \Phi_{ij}^3$. Ввиду включения

$\xi_2 \in \Psi_2$, а также оценки (27), применяя рассуждение, аналогичное использованному для доказательства соотношения (22), можно показать, что найдутся такие числа $k_3 \in \{1, \dots, 4r\}$ и $l_3 \in \{1, \dots, r_2\}$, которые обеспечивают справедливость неравенства

$$\left\| \sum_{s \in \mathfrak{S}_{k_3 l_3}^3} w_s(u_3) \right\| \geq \frac{3}{16r r_2}. \quad (29)$$

Зафиксируем какие-либо $k_3 \in \{1, \dots, 2r\}$ и $l_2 \in \{1, \dots, r_2\}$, при которых выполняется неравенство (29). Положим $M_3 := \mathfrak{S}_{k_3 l_3}^3$ и $\Phi_3' := \text{cl } \Phi_{k_3 l_3}^2$. Используя найденное множество Φ_3' , на основе рассуждений, аналогичных применяемым для поиска кругового конуса Φ_1 , найдем такой выпуклый круговой конус Φ_3 , на оси которого лежит вектор ζ_3 , и для которого справедливы следующие свойства $\Phi_3' \subseteq \Phi_3$ и $\angle \Phi_3 \leq 4\varphi$. Кроме того, поскольку из определения величин r , r_2 следуют соотношения

$$\begin{aligned} 16r r_2 &\leq 16r^2 \leq 16(1 + \pi/(2\varphi))^2 = \\ &= 16((2\varphi + \pi)/(2\varphi))^2 \leq 16\pi^2/\varphi^2, \end{aligned}$$

то в силу формулы (29) для множества M_3 получим неравенство

$$\|\zeta_3\| := \left\| \sum_{j \in M_3} w_j(u_3) \right\| \geq \frac{3\varphi^2}{16\pi^2} \geq \ell(\varphi). \quad (30)$$

Обозначим $v_3 := \zeta_3 / \|\zeta_3\|$, тогда в силу равенства $\|v_3\| = 1$ и определений вектора ζ_3 и конуса Ψ_2 следует включение $v_3 \in \Psi_2 \subset \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+$, и, значит, вектор v_3 в базисе e_1'' , e_2'' , e_3'' представим в виде

$$v_3 = (\cos \psi_2 \cos \vartheta_2, \sin \psi_2 \cos \vartheta_2, \sin \vartheta_2),$$

$$(\psi_2, \vartheta_2) \in [0, 2\pi] \times [(\pi - \theta_1)/2, \pi/2]. \quad (31)$$

Найдем определитель, состоящий из векторов v_i , $i = \overline{1, 3}$. Поскольку эти векторы в базисе e_1'' , e_2'' , e_3'' представляются в виде (25) и (31), то ввиду неравенств

$$\theta_1 > \theta - \varphi_1 \geq \theta - \varphi \geq \theta - \theta/16 = 15\theta/16$$

и верхнетреугольности матрицы $[v_1, v_2, v_3] \in M_3$ получим оценки

$$\begin{aligned} |\det[v_1, v_2, v_3]| &= |1 \cdot \cos \vartheta_1 \cdot \sin \vartheta_2| \geq \\ &\geq |\cos((\pm \pi \mp \theta_1)/2)| |\sin((\pi - \theta_1)/2)| = \end{aligned}$$

$$= |\sin \theta_1|/2 \geq |\sin(15\theta/16)|/2 = \sin(15\theta/16)/2.$$

Пусть J_1 и J_2 – операторы поворота при переходе от базиса e_1, e_2, e_3 к базису e_1', e_2', e_3' и e_1', e_2', e_3' к базису e_1'', e_2'', e_3'' соответственно, тогда в силу ортогональности преобразований модуль их определителей равен 1. Осуществим обратное преобразование от базиса e_1'', e_2'', e_3'' к базису e_1', e_2', e_3' , а затем от базиса e_1', e_2', e_3' вернемся к базису e_1, e_2, e_3 . Очевидно, что матрицы соответствующих преобразований будут также ортогональными и имеют вид J_2^{-1} и J_1^{-1} . Тогда векторы v_i , $i = \overline{1, 3}$, в базисе e_1, e_2, e_3 представляются в виде $q_i := J_1^{-1} J_2^{-1} v_i$. Отсюда в силу равенств $|\det J_i^{-1}| = |\det J_i|^{-1} = 1$, $i = 1, 2$, для векторов q_i , $i = \overline{1, 3}$, выполняются соотношения $\|q_i\| = \|v_i\| = 1$ и

$$\begin{aligned} \det[q_1, q_2, q_3] &= \det[J_1^{-1} J_2^{-1} v_1, J_1^{-1} J_2^{-1} v_2, \\ J_1^{-1} J_2^{-1} v_3] &= |\det(J_1^{-1} J_2^{-1})| \det[v_1, v_2, v_3] = \\ &= |\det J_1^{-1}| |\det J_2^{-1}| |\det[v_1, v_2, v_3]| = \\ &= |\det J_1|^{-1} |\det J_2|^{-1} |\det[v_1, v_2, v_3]| \geq \\ &\geq \sin(15\theta/16)/2. \end{aligned}$$

Теорема 1 доказана.

Результаты и их обсуждение. Таким образом, в работе получены обобщения на трехмерный случай лемм и вспомогательных теорем, установленных в работах [11–12] для двумерного случая и необходимых для решения задачи глобального управления показателями Ляпунова трехмерных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами. Основополагающую роль среди таких утверждений для решения этой задачи играет теорема 1, устанавливающая существование для трехмерной линейной равномерно вполне управляемой системы (1) трех измеримых и ограниченных векторных управлений таких, что решения (траектории движения) системы (1) с этими управлениями на произвольном отрезке времени фиксированной длины лежат в трех выпуклых круговых конусах достаточно малой угловой меры и образуют базис евклидова пространства $\mathbb{R}^3$ достаточно большого объема.

Заключение. Представленные в работе леммы и теоремы позволяют доказать

фундаментальную для решения задачи глобального управления характеристическими показателями Ляпунова трехмерных систем (2) теорему, а именно:

Теорема 2. Если система (1) равномерно вполне управляема и матрица $A(t)$, $t \geq 0$, этой системы является нижнетреугольной, то для любых положительных чисел λ_{ij} , $i = \overline{1, 3}$, найдется такая величина $\delta = \delta(\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}) > 0$, что при всяком $t_0 \geq 0$ на отрезке $[t_0, t_0 + 6\sigma]$ существует допустимое матричное управление U , удовлетворяющее для всех $t \in [t_0, t_0 + 6\sigma]$ оценке $\|U(t)\| \leq \delta$ и обеспечивающее для матрицы Коши $X_U(t, s)$, $t, s \geq 0$, замкнутой системы (2) выполнение равенства $X_U(t_0 + 6\sigma, t_0) = \Lambda$, в котором матрица $\Lambda := \{\lambda_{ij}\}_{i,j=1}^3 \in M_3$ – нижнетреугольная и для ее элементов λ_{ij} , $j = 1, 2$, $i > j$, имеют место неравенства $|\lambda_{ij}| \leq \delta$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (гранты № Ф10М-032 и № Ф13М-055) и Министерства образования (№ госрегистрации 20130402).

ЛИТЕРАТУРА

1. Былов, Б.Ф. Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости / Б.Ф. Былов, Р.Э. Виноград, Д.М. Гробман, В.В. Немыцкий. – М.: Наука, 1966. – 576 с.
2. Изобов, Н.А. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.А. Изобов // Итоги науки и техн. мат. анализ. – М.: ВИНТИ, 1974. – Т. 12. – С. 71–146.
3. Смирнов, Е.Я. Стабилизация программных движений / Е.Я. Смирнов. – С.-Петербург: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 1997. – 308 с.
4. Тонков, Е.Л. Критерий равномерной управляемости и стабилизация линейной рекуррентной системы / Е.Л. Тонков // Дифференц. уравнения. – 1979. – Т. 15, № 10. – С. 1804–1813.
5. Kalman, R.E. Contribution to the theory of optimal control / R.E. Kalman // Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana. – 1960. – Vol. 5, № 1. – P. 102–119.
6. Тонков, Е.Л. Задачи управления показателями Ляпунова / Е.Л. Тонков // Дифференц. уравнения. – 1995. – Т. 31, № 10. – С. 1682–1686.
7. Зайцев, В.А. Достижимость, согласованность и метод поворотов В.М. Миллионщикова / В.А. Зайцев, Е.Л. Тонков // Известия вузов. Математика. – 1999. – № 2(441). – С. 60–67.
8. Макаров, Е.К. О глобальной управляемости полной совокупности ляпуновских инвариантов двумерных линейных систем / Е.К. Макаров, С.Н. Попова // Дифференц. уравнения. – 1999. – Т. 35, № 1. – С. 97–106.
9. Попова, С.Н. Глобальная приводимость линейных управляемых систем к системам скалярного типа / С.Н. Попова // Дифференц. уравнения. – 2004. – Т. 40, № 1. – С. 41–46.
10. Козлов, А.А. Об управлении показателями Ляпунова линейных систем в невырожденном случае / А.А. Козлов, Е.К. Макаров // Дифференц. уравнения. – 2007. – Т. 43, № 5. – С. 621–627.
11. Макаров, Е.К. Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем / Е.К. Макаров, С.Н. Попова. – Минск: Беларус. навука, 2012. – 407 с.
12. Козлов, А.А. Об управлении показателями Ляпунова

- двумерных линейных систем с локально-интегрируемыми коэффициентами / А.А. Козлов // Дифференц. уравнения. – 2008. – Т. 44, № 10. – С. 1319–1335.
13. Хорн, Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
 14. Демидович, Б.П. Лекции по математической теории устойчивости / Б.П. Демидович. – М.: Наука, 1967. – 472 с.
 15. Антоневич, А.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения: учебник / А.Б. Антоневич, Я.В. Радыно. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: БГУ, 2006. – 430 с.
 16. Иоффе, А.Д. Теория экстремальных задач / А.Д. Иоффе, В.М. Тихомиров. – М.: Наука, 1974. – 479 с.
 17. Бортакровский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах: учеб. пособие / А.С. Бортакровский, А.В. Пантелеев. – М.: Высш. шк., 2005. – 591 с.: ил.
 18. Глазман, И.М. Конечномерный линейный анализ / И.М. Глазман, Ю.И. Любич. – М.: Наука, 1969. – 476 с.

Поступила в редакцию 18.04.2013. Принята в печать 17.06.2013

Адрес для корреспонденции: 211440, г. Новополоцк, ул. Молодежная, д. 186, корп. 4, кв. 33,
тел.: (+375-29)-719-93-66 – Козлов А.А.

Уровень гликемии у крыс через час после введения биорегуляторов и ксенобиотиков

А.А. Чиркин, С.С. Стугарева

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Изучено влияние биорегуляторов и некоторых ксенобиотиков через час после внутрибрюшинного введения крысам на содержание в крови глюкозы, кортикостерона, гистамина и серотонина. На основании этих исследований можно сделать следующие заключения: гипогликемия в сочетании с повышением содержания кортикостерона была зарегистрирована после введения свиного инсулина, человеческого инсулина, кортикотропина, соматотропина, серотонина и смеси гистамин+серотонин (в малых дозах), димедрола и никотинамида; гипергликемия в сочетании с повышенным содержанием кортикотропина была выявлена после введения катехоламинов и моноаминов (в высоких дозах); достоверное повышение уровня гистамина в крови крыс наблюдалось после введения кортикостерона, кортикотропина и преднизолона, а также после введения моноаминов в высоких дозах.

Полученные данные могут оказаться полезными при моделировании метаболического синдрома как этапа доклинического испытания субстанций для профилактики развития инсулинорезистентности и атеросклеротического поражения сосудов.

Ключевые слова: биорегуляторы, ксенобиотики, глюкоза, кортикостерон, гистамин, серотонин, крыса.

The Level of Glycemia in Rats One Hour after Administration of Bioregulators and Xenobiotics

A.A. Chirkin, S.S. Stugareva

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»

The influence of bioregulators and some xenobiotics an hour after intraperitoneal administration in rats on blood levels of glucose, corticosterone, histamine and serotonin is studied. On the basis of these studies, the following conclusions can be made:

1. Hypoglycemia in conjunction with increased levels of corticosterone was registered after administration of porcine insulin, human insulin, corticotropin, somatotropin, serotonin and histamine+serotonin mixture (in small doses), diphenhydramine, and nicotinamide.

2. Hyperglycemia in combination with high content of corticotropin was detected after administration of catecholamines and monoamines (in high doses).

3. A reliable increase in rat blood histamine levels was observed after administration of corticosterone, corticotropin and prednisolone as well as monoamines after administration in high doses.

The data obtained may be useful in modeling the metabolic syndrome as a stage of preclinical testing of substances to prevent the development of insulin resistance and atherosclerosis.

Key words: bioregulators, xenobiotics, glucose, corticosterone, histamine, serotonin, rat.

Гипергликемия является наиболее важным критерием метаболического синдрома, в патогенезе которого ведущую роль играет развитие инсулинорезистентности. Это состояние часто предшествует и почти всегда сопровождает инициацию и перманентное нарастание симптомов атеросклероза [1–2]. Недостаточно изучена степень участия эндогенных и экзогенных веществ в механизмах синергичного действия биологически активных субстанций и ксе-

нобиотиков в рамках последовательности событий: инсулинорезистентность – гипергликемия – дислипидемия – воспалительные процессы в стенке артерий – атероматоз [1–3]. Поэтому целью работы явилось изучение влияния биорегуляторов и некоторых ксенобиотиков на сочетанные изменения уровней глюкозы, кортикостерона, гистамина и серотонина в крови крыс. Для этого был применен эксперимент *in vivo*, когда оцениваются взаимозависимые изменения

параметров крови через фиксированный период времени (1 час) после введения тестируемых растворов веществ внутрибрюшинно.

Материал и методы. Опыты поставлены на 220 беспородных крысах-самцах средней массой 170 ± 10 г, разделенных на 22 группы, по 10 животных в каждой. Перед экспериментом крысы не получали корм на протяжении 12 часов; вода была доступна. Первая группа включала интактных крыс. Крысам второй группы (контроль) внутрибрюшинно вводили по 1 мл 0,9% раствора хлорида натрия (физиологический раствор), животным же остальных групп – различные биологически активные вещества и ксенобиотики в дозах, указанных в табл. Через 1 час после введения препаратов животных декапитировали и исследованию подвергали кровь, стабилизированную гепарином.

В крови определяли содержание глюкозы глюкозооксидазным методом и выражали в мг/дл; уровни гистамина и серотонина оценивали спектрофлуориметрическим методом в соответствии с рекомендациями Т.И. Лукичевой [4] и С. Юденфренда [5]. В предварительных исследованиях подбирали условия для наиболее полной экстракции и выделения моноаминов (оптимум pH, время и количество встряхиваний при экстракции и расслоении фаз и пр.), позволяющие получить идентичные спектры возбуждения и выделения при сравнении со стандартными растворами. Содержание гистамина и серотонина выражали в мкг/мл крови. В сыворотке крови определяли содержание 11-оксикортикостероидов спектрофлуориметрическим методом в прописи И.Я. Усватовой и Ю.А. Панкова [6]. Измерения проводили при длинах волн 470 нм (возбуждение) и 520 нм (выделение). Содержание 11-оксикортикостероидов выражали в мкг/дл крови.

После анализа на правильность распределения полученный цифровой материал подвергался статистической обработке с использованием критерия t Стьюдента.

Результаты и их обсуждение. Полученные результаты представлены в табл.

Установлено, что через час после введения исследуемых веществ обнаружены два эффекта: 1) достоверное снижение уровня глюкозы (инсулин, кортикостерон, кортикотропин, соматотропин, низкие дозы серотонина, смеси гистамин+серотонин, дибазол, димедрол, никотинамид); 2) достоверное повышение уровня глюкозы (тироксин, адреналин, норадреналин, высокие дозы гистамина, серотонина и их смеси).

Преднизолон и селенит натрия не оказали влияния на уровень гликемии.

Инсулин связывается с рецептором на поверхности инсулинчувствительных клеток и вызывает 3 эффекта: усиление переноса глюкозы через плазматическую мембрану клетки в цитозоль, включение глюкозы в состав гликогена и активацию ферментов аэробного превращения глюкозы. Затем инсулин интернализуется и оказывает долгосрочные эффекты, связанные с экспрессией генов и делением клеток. Свиной инсулин в высокой дозе (500 мкед) вызывает наиболее выраженную гипогликемию, сопряженную с трехкратным повышением содержания кортикостерона и аналогичным по выраженности снижением концентрации гистамина в крови. Уровень серотонина незначительно повышен. Эти данные укладываются в классические представления о действии инсулина, а именно: выраженная гипогликемия активизирует гипоталамо-гипофизарно-адреналовую ось, что сопровождается выбросом кортикостерона, метаболические эффекты которого направлены на ликвидацию гипогликемического состояния во времени за счет глюконеогенеза. В это время соотношение серотонин/гистамин резко увеличено с 4,5 в контроле до 17,0. Подобные изменения, вероятно, являются следствием того, что после дегрануляции тучных клеток сразу после введения инсулина происходило обратное поглощение моноаминов этими клетками. Но гистамин поглощался энергичнее, чем серотонин. В результате в крови резко возрастает величина соотношения серотонин/гистамин. Такое состояние характерно для этапа реабилитации заболеваний воспалительной природы. При уменьшении дозы инсулина в 10 раз сохраняются гипогликемический эффект и снижение уровня гистамина в крови, но в меньшей степени; уровни кортикостерона и серотонина сопоставимы с контрольными значениями этих показателей. Введение препарата человеческого инсулина в дозе 50 мкед обеспечило такое же снижение уровня глюкозы, как и препарат свиного инсулина, но было повышено содержание кортикостерона и снижено содержание серотонина. Следовательно, минимальные отличия по аминокислотному составу препаратов свиного и человеческого инсулинов, наряду с одинаковым гипогликемическим действием, вызывают отличающиеся изменения в эндокринной регуляции гомеостаза глюкозы и дегрануляционной активности тучных клеток.

Влияние биологически активных веществ на содержание глюкозы, кортикостерона, гистамина и серотонина в крови белых крыс

Препарат	Доза, на 100 г массы	Глюкоза, мг/дл	Кортикостерон, мкг/дл	Гистамин, мкг/мл	Серотонин, мкг/мл
Интактные крысы	–	61,0±4,63	9,8±1,40	0,161±0,005	0,632±0,028
NaCl, 0,9%	1 мл	57,0±3,43	10,5±1,41	0,153±0,007	0,684±0,044
Инсулин-1	500 мкед	23,1±1,86 ¹	30,2±4,09 ¹	0,051±0,021 ¹	0,865±0,073 ¹
Инсулин-1	50 мкед	36,1±2,38 ¹	11,8±2,13	0,122±0,010 ¹	0,567±0,060
Инсулин-2	50 мкед	36,1±2,06 ¹	27,3±1,86 ¹	0,175±0,015	0,368±0,054 ¹
Кортикостерон	50 мкг	40,3±2,43 ¹	6,7±0,38 ¹	0,194±0,016 ¹	0,945±0,070 ¹
Преднизолон	500 мкг	51,2±2,75	8,9±1,90	0,207±0,012 ¹	0,506±0,058 ¹
Кортикотропин	0,5 ед	41,1±3,38 ¹	23,0±1,02 ¹	0,192±0,012 ¹	0,955±0,063 ¹
Соматотропин	5 мг	45,9±1,42 ¹	18,2±2,28 ¹	0,170±0,024	0,615±0,185
Тироксин	100 мкг	92,1±2,68 ¹	14,0±2,60	0,161±0,013	0,651±0,094
Адреналин	100 мкг	158±10,6 ¹	23,6±2,88 ¹	0,150±0,011	0,639±0,086
Норадреналин	100 мкг	92,3±5,20 ¹	24,5±2,35 ¹	0,158±0,007	0,484±0,025 ¹
Гистамин	5 мкг	51,0±2,03	12,1±1,86	0,096±0,006 ¹	0,710±0,107
Серотонин	25 мкг	44,0±3,66 ¹	15,3±1,10 ¹	0,160±0,018	0,778±0,062
Гистамин + Серотонин	5 мкг 25 мкг	44,8±2,43 ¹	14,5±1,05 ¹	0,141±0,015	0,808±0,108
Гистамин	500 мкг	72,8±5,59 ¹	21,3±2,08 ¹	0,364±0,039 ¹	1,115±0,170 ¹
Серотонин	1,25 мг	114±12,2 ¹	28,3±1,80 ¹	0,209±0,029 ¹	2,776±0,721 ¹
Гистамин + Серотонин	500 мкг 1,25 мг	104±5,41 ¹	23,6±1,17 ¹	0,976±0,122 ¹	3,960±0,561 ¹
Дибазол	100 мкг	43,1±2,06 ¹	12,2±2,90	0,156±0,014	0,579±0,101
Димедрол	100 мкг	46,1±3,43 ¹	16,7±1,64 ¹	0,156±0,020	0,528±0,083
Никотинамид	500 мкг	46,0±2,32 ¹	27,4±1,88 ¹	0,174±0,015	0,565±0,150
Селенит натрия	2,5 мкг	60,3±5,38	23,6±4,05 ¹	0,104±0,020 ¹	0,541±0,080

Примечание: ¹ – P<0,05. Инсулин-1 – фармакопейный свиной инъекционный препарат, инсулин-2 – лиофилизированный очищенный инсулин из крови человека.

Принято, что к веществам, угнетающим дегрануляцию тучных клеток, относятся кортикостероиды (у крыс), цАМФ, ЭДТА, колхицин; α-адреностимуляторы и цГМФ, напротив, усиливают дегрануляцию. Судя по данным табл., через час после введения препаратов получены противоположные результаты: инсулин, снижающий внутриклеточную концентрацию цАМФ, дозозависимо уменьшал содержание гистамина в крови, а гормон крыс – кортикостерон, стимулятор синтеза и выброса кортикостерона – кортикотропин и синтетический кортикостероид – преднизолон достоверно увеличивали содержание гистамина в крови. Рассматривая это противоречие, следует обратить внимание на содержание кортикостерона в крови подопытных крыс. После введения экзогенного кортикостерона через час в крови было достоверно снижено содержание этого гормона по сравнению с контролем. Однако после введения кортикотропина через час обнаружено вполне ожидаемое повышение кортикостерона в крови крыс. После введения преднизолона

содержание кортикостерона оказалось на контрольном уровне. Но во всех трех вариантах эксперимента содержание гистамина в крови было одинаково повышенным. Содержание серотонина также было в одинаковой степени повышено в крови крыс, которым вводили кортикостерон и кортикотропин, а после введения преднизолона уровень серотонина в крови был достоверно ниже контрольных значений. В целом действие человеческого инсулина на характер изменений содержания гистамина и серотонина совпадало с аналогичными изменениями после введения преднизолона. Из анализа этих результатов можно сделать следующие предположения: 1) в экспериментах, привязанных к одному сроку наблюдения, могут не подтверждаться казалось бы общепринятые представления; 2) экзогенные препараты, используемые в экспериментах на крысах, могут вести себя не как аналогичные эндогенные биорегуляторы, а как ксенобиотики (человеческий инсулин, преднизолон).

Воспроизведение высокой гипергликемии

введением тироксина, адреналина и норадреналина не сопровождалось изменением содержания гистамина в крови крыс. При этом катехоламины достоверно повышали содержание кортикостерона в крови.

Как и в эксперименте с введением кортикостерона, после введения малой дозы гистамина через час в крови оказалось достоверно сниженным содержание этого моноамина. Введение малых доз серотонина и смеси гистамин+серотонин привело через час к гипогликемии на фоне повышенного содержания кортикостерона. Высокие дозы моноаминов и их смеси обеспечили гипергликемию, гиперкортикостеронемию, гипергистаминемию и гиперсеротонинемию.

Ксенобиотики – лекарственные препараты дибазол, димедрол и никотинамид оказали в одинаковой степени гипогликемическое действие через час после введения, причем у двух последних препаратов этот эффект сопровождался повышением содержания кортикостерона в крови крыс. Содержание гистамина и серотонина в крови крыс через час после введения этих препаратов соответствовало контрольному уровню. Селенит натрия не повлиял на содержание глюкозы, повысил концентрацию кортикостерона и снизил содержание гистамина. Такие же изменения в содержании кортикостерона и гистамина вызывал свиной инсулин в дозе 500 мкЕд.

Заключение. В результате проведенных исследований по изучению влияния биорегуляторов и некоторых ксенобиотиков через час после внутрибрюшинного введения крысам на содержание в крови глюкозы, кортикостерона, гистамина и серотонина можно сделать следующие заключения:

- гипогликемия в сочетании с повышением содержания кортикостерона была зарегист-

рирована после введения свиного инсулина, человеческого инсулина, кортикотропина, соматотропина, серотонина и смеси гистамин+серотонин (в малых дозах), димедрола и никотинамида;

- гипергликемия в сочетании с повышенным содержанием кортикотропина была выявлена после введения катехоламинов и моноаминов (в высоких дозах);
- достоверное повышение уровня гистамина в крови крыс наблюдалось после введения кортикостерона, кортикотропина и преднизолона, а также после введения моноаминов в высоких дозах.

Полученные данные могут оказаться полезными при моделировании метаболического синдрома как этапа доклинического испытания субстанций для профилактики развития инсулинорезистентности и атеросклеротического поражения сосудов [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Чиркин, А.А. Пути оптимизации выявления и наблюдения больных с признаками метаболического синдрома / А.А. Чиркин, С.А. Голубев // Медицинские новости. – 2002. – № 10. – С. 23–29.
2. Чиркин, А.А. Метаболический синдром и биохимия стресса / А.А. Чиркин, Н.А. Степанова, Е.О. Данченко // Экологическая антропология. – Минск: Изд-во «Белорусский комитет «Дзеці Чарнобыля», 2007. – С. 104–108.
3. Чиркин, А.А. Диагностические коэффициенты для выявления нарушений обмена липидов при инсулинорезистентности / А.А. Чиркин [и др.] // Медицина. – 2010. – № 1(68). – С. 55–58.
4. Лукичева, Т.И. Гистамин в крови / Т.И. Лукичева // Унифицированные методы клинических лабораторных исследований. – М., 1972. – Вып. 4. – С. 58–86.
5. Юденфренд, С. Флюоресцентный анализ в биологии и медицине. – М.: Мир, 1965. – С. 163–167.
6. Усватова, И.Я. Флюорометрические методы определения кортикостероидов в плазме крови / И.Я. Усватова, Ю.А. Панков // Современные методы определения стероидных гормонов в биологических жидкостях. – М.: Медицина, 1968. – С. 38–48.
7. Chirkin, A.A. Biological effects of C200 Oak Silkworm Pupae's hydrophilic components / A.A. Chirkin [et al.] // Homoeopathic lincs. internat. jour. Classical Homoeopathy. – 2011. – Vol. 24, № 3/11. – P. 195–197.

Поступила в редакцию 03.05.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: chir@tut.by – Чиркин А.А.

Насекомые в консорциях дикорастущих ягодников и других верескоцветных на верховых болотах в Белорусском Поозерье

Г.Г. Сушко, В.В. Шкатуло

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

В статье представлены материалы о видовом составе и структуре насекомых в консорциях растений порядка Верескоцветные (Ericales) на верховых болотах Белорусского Поозерья. Установлены преобладающие таксоны, выявлены трофические связи, виды-вредители различных органов растений. Наибольшим видовым разнообразием отличались представители отрядов Coleoptera (164 вида), Lepidoptera (98 видов), Hemiptera (37 видов), Auchenorrhyncha (29 видов), а также Hymenoptera и Diptera (идентифицированы частично). По обилию преобладали три отряда: Coleoptera, Diptera, Hemiptera. Доминантами во всех консорциях было ограниченное число массовых видов. Общими тенденциями являлись олигодоминирование, низкая выравненность видов по обилию и высокая концентрация доминирования. Наибольшее количество специализированных вредителей отмечено на голубике, вереске и бруснике. Насекомые связаны с детерминантом преимущественно топическими связями. Преобладающее большинство видов образуют связи с мероконсорциями побегов.

Ключевые слова: верховое болото, насекомые, сообщество, консорции, верескоцветные, Белорусское Поозерье.

Insects in the Consortia of Wild Berries and Other Ericales in Raised Bogs in Belarusian Lake District (Poozerie)

G.G. Sushko, V.V. Shkatulo

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»

The article presents the material of the species composition and structure of insects in plant-making consortia of the order of Ericales in raised bogs of Belarusian Lake District. Dominant taxa are established, trophic connections are identified as well as types of pests of various plant organs. Representatives of the order of Coleoptera (164 species), Lepidoptera (98 species), Hemiptera (37 species), Auchenorrhyncha (29 species), as well as the Hymenoptera and Diptera (identified in part) are distinguished by the highest species diversity. Three groups dominated by abundance: Coleoptera, Diptera, Hemiptera. Dominants in all consortia were a limited number of common species. The general trend was oligodominance, low evenness of species abundance and high concentration of dominance. The greatest number of specialized pests is noted on the blueberry, heather and cowberry. Insects are associated with plant-determinant mainly by topical connections. The overwhelming majority of species is associated with mero consortium shoots.

Key words: bog, insects, community, consortium, Ericales, Belarusian Lake District.

Порядок Верескоцветные (Ericales) на верховых болотах региона представлен двумя семействами Вересковые – Ericaceae и Водяниковые – Empetraceae. Данные о видовом составе, обилии и функциональных связях насекомых в консорциях растений порядка Верескоцветные имеют как научный интерес, так и практическую значимость. Многие виды являются вредителями ягодников, таких, как клюква болотная (*Oxycoccus palustris* Pers.), голубика (*Vaccinium uliginosum* L.), брусника (*Vaccinium vitis-idaea* L.), лекарственных растений, таких, как водяника черная (*Empetrum nigrum* L.), под-

бел многолистный (*Andromeda polifolia* L.), вереск обыкновенный (*Calluna vulgaris* (L.) Moench), багульник болотный (*Ledum palustre* L.), брусника (*Vaccinium vitis-idaea* L.), клюква болотная (*Oxycoccus palustris* Pers.), голубика (*Vaccinium uliginosum* L.). Кроме того, клюква болотная, клюква мелкоплодная, голубика, багульник болотный, подбел многолистный, вереск обыкновенный, мирт болотный и др., произрастающие только или преимущественно на верховых болотах образуют специфические трофические и топические связи с насекомыми.

Консорция – это совокупность популяций организмов, жизнедеятельность которых в пределах одного биоценоза трофически или топически связана с центральным видом – автотрофным растением. В роли центрального вида обычно выступает эдификатор (детерминант) – основной вид, который определяет особенности биоценоза. Каждая консорция представляет собой особую структурную единицу биоценоза, экосистемы [1]. Консортивный подход к изучению позволяет выявлять состав и структуру сообществ консорта-детерминанта, влияние его фитогенного поля на связанных с ним консортов, установить функциональные связи между растениями и животными внутри как консорций, так и биоценозов в целом.

К настоящему времени подобных исследований не проводилось. В доступной нам литературе обнаружены разрозненные материалы по трофическим связям отдельных отрядов насекомых на верховых болотах в некоторых странах Европы [2–6]. В связи с этим новые данные значительно расширят знания в области экологии насекомых, консортологии и биоценологии в целом, а так же в области защиты растений, имеющих важное хозяйственное значение, от вредителей.

В связи с этим цель работы – изучение консортивных связей насекомых и растений порядка Верескоцветные (Ericales) на верховых болотах в условиях Белорусского Поозерья.

Материал и методы. В качестве стационаров исследований выбраны верховые болота

«Ельня», «Болото Мох», «Дымовщина», «Оболь 2», являющиеся ООПТ различного уровня и степени антропогенной трансформации. Учетные площадки были заложены в соответствии с обилием в проективном покрытии кустарничков разных видов.

Материал был собран авторами в период с 2010 по 2012 г. включительно. Начиная с конца апреля, проводились еженедельные учеты. Для количественного учета применялись пробы по 50 взмахов энтомологического сачка в пятикратной повторности в каждой консорции. Насекомые в консорциях клюквы собирались почвенными ловушками, вследствие того, что данное растение имеет стелящиеся побеги, расположенные на поверхности мохового покрова. В качестве фиксирующей жидкости в ловушках применяли 4% раствор формалина. Ловушки в количестве по 10 штук в каждом биоценозе располагали в линию с интервалом 10 метров друг от друга. Для сбора активно летающих групп насекомых (имаго чешуекрылых, перепончатокрылые, двукрылые) проводились дополнительные качественные учеты и наблюдения.

Данные о трофической приуроченности видов получены в результате собственных наблюдений и позаимствованы из литературных источников [2–9].

Для статистической обработки материала, расчетов экологических индексов и кластерного анализа использовались программы Microsoft Excel, Past version 2.10, Biodiv 5.1.



Рис. 1. Места проведения исследований.

Информационное разнообразие в консорциях оценивалось с помощью индекса Шеннона (H'):

$$H' = - \sum p_i \ln p_i,$$

где величина p_i – доля особей i -го вида.

Для оценки выравнинности видов по обилию вычисляли показатель выравнинности J' (отношение наблюдаемого разнообразия к максимальному, последнее представляет собой натуральный логарифм количества видов):

$$J' = H' / \ln S.$$

Индекс Симпсона (D) рассчитывали для оценки концентрации доминирования в сообществах. Он описывает вероятность принадлежности любых двух особей, случайно отобранных из неопределенно большого сообщества, к разным видам формулой:

$$D = \sum p_i^2,$$

где p_i – доля особей i -го вида.

Также рассчитывался индекс полидоминантности, являющийся производным от индекса Симпсона – $1/D$.

Для оценки сходства консорций использовался кластерный анализ по Bray-Curtis (Single link) для качественных данных.

Результаты и их обсуждение. В консорциях растений порядка Верескоцветные (Ericales) на верховых болотах Белорусского Поозерья установлены представители 11 отрядов насекомых: 164 вида отряда Coleoptera, 98 видов отряда Lepidoptera, 37 видов отряда Hemiptera, 29 ви-

дов отряда Auchenorrhyncha, 10 видов отряда Neuroptera, 8 видов отряда Orthoptera, 7 видов отряда Sternorrhyncha, 32 вида отряда Hymenoptera (Apidae, Formicidae) и 24 вида отряда Diptera (Syrphidae). В отдельных консорциях выявлены представители 8–10 отрядов.

В мероконсорциях побегов по обилию преобладают в основном три отряда: Coleoptera, Diptera, Hemiptera. На их долю приходится от 60% до 80% от всех собранных экземпляров. В отдельных консорциях высоко обилие Auchenorrhyncha, Lepidoptera (гусеницы) и Hymenoptera. Наибольшее количество особей в целом выявлено на вереске, несколько меньше на багульнике, на третьем месте мирт болотный. Меньше всего экземпляров собрано на водянике (табл. 1).

Жесткокрылые преобладают в консорциях вереска, голубики, брусники. Полужесткокрылые составляют большинство в консорциях багульника, подбела и мирта болотного. Перепончатокрылые, в частности муравьи, преобладали в консорции клюквы, вследствие того, что побеги данного растения не прямостоячие, а лежат на сфагновом ковре, который является местообитанием муравьев. Значительна доля последних и на подбеле, который характеризуется низкорослостью и произрастает совместно с клюквой. Двукрылые были на первом месте по обилию в консорции водяники.

Таблица 1

Относительное обилие насекомых (Insecta, Ectognatha) в консорциях верескоцветных кустарничков на верховых болотах Белорусского Поозерья

Отряд	Консорции/относительное обилие (%)							
	багуль- ник	вереск	голу- бика	брусника	клюква	подбел	мирт	водяника
Dictyoptera	0,08	0,61	0,16	–	6,97	–	0,22	–
Orthoptera	0,16	0,84	0,32	0,80	0,80	3,39	0,44	0,38
Psocoptera	0,56	0,92	0,95	1,60	–	0,54	1,74	–
Auchenorrhyncha	10,97	5,74	12,32	8,80	0,40	9,64	10,03	25,95
Sternorrhyncha	2,10	0,31	0,16	0,27	–	0,18	0,33	0,38
Hemiptera	31,37	19,07	18,64	20,00	7,37	20,89	39,15	20,61
Hymenoptera	7,42	8,96	15,01	19,20	45,82	20,89	9,60	5,34
Coleoptera	25,81	34,00	28,59	20,27	34,46	18,21	19,63	19,85
Neuroptera	0,73	0,08	1,58	1,60	–	0,18	0,22	–
Lepidoptera	6,05	2,99	7,58	8,00	1,99	6,61	4,36	1,15
Diptera	14,76	26,49	14,69	19,47	2,19	19,46	14,29	26,34
Всего экземп- ляров	1240	1306	633	375	502	560	917	262

В свою очередь, в каждом из таксонов по обилию преобладали, за редким исключением, в среднем 3–6 видов насекомых. На их долю приходилось в большинстве случаев от 50 до 80% всех отловленных особей. Это *Cacopsyla ledi* (Linnaeus, 1758), *Aphrophora alni* (Fallén, 1805), *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Stictopleurus crassicornis* (Linnaeus, 1758), *Nabis ferus* (Linnaeus, 1758), *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866), *Cyphon kongsbergensis* Munster, 1924, *C. padi* (Linnaeus, 1758), *Cantharis quadripunctata* (Müller, 1764), *Absidia schoenherri* (Dejean, 1837), *Apis mellifera* Linnaeus 1758, *Myrmica ruginodis* Nylander, 1846, *Formica sanguinea* Latreille, 1798, *F. uralensis* Ruzsky, 1895, *Lasius niger* (Linnaeus, 1758), *Arichanna melanaria* (Linnaeus, 1758), *Coranarta cordigera* (Thunberg, 1778), *Vacciniina optilete* (Knoch, 1781), *Boloria aquilonaris*

(Stichel, 1908), *Episyrphus balteatus* (De Geer, 1776), *Sphaerophoria interrupta* (Fabricius, 1805), *S. scripta* (Linnaeus, 1758), *Melanostoma mellinum* (Linnaeus, 1758), *Eristalis lineata* (Harris, 1776) и др.

Видовая принадлежность насекомых выявлена в большинстве таксонов, за исключением двукрылых и перепончатокрылых, которые идентифицированы в основном до семейства. В двух данных таксонах установлен видовой состав насекомых, имеющих непосредственное отношение к изучаемым консорциям (антофилам – семейства Syrphidae и Apidae, а также герпетобионтам Formicidae). Наибольшее видовое разнообразие выявлено в консорциях вегетативных и генеративных побегов вереска (185 видов), голубики (145 видов) и багульника (121 вид), наименьшее – в консорции водяники (49 видов). В остальных консорциях установлено от 72 до 91 вида (табл. 2).

Таблица 2

Таксономический состав основных групп насекомых (Insecta, Ectognatha) в консорциях верескоцветных кустарничков на верховых болотах Белорусского Поозерья

Отряд	Консорции															
	багульник		вереск		голубика		брусника		клюква		подбел		мирт		водяника	
	с	в	с	в	с	в	с	в	с	в	с	в	с	в	с	в
Orthoptera	1	1	2	3	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1
Sternorrhyncha	2	2	1	1	2	5	1	2	1	3	1	2	2	2	1	1
Auchenorrhyncha	5	17	4	20	3	10	5	10	1	1	4	10	3	13	3	6
Hemiptera	7	16	8	27	7	19	6	11	6	12	5	10	6	18	3	5
Coleoptera	14	56	13	52	11	39	11	28	9	45	9	25	10	32	7	20
Lepidoptera	6	16	11	44	11	59	10	27	6	10	7	12	4	10	6	11
Hymenoptera, Apidae	1	3	1	15	1	6	1	5	1	2	1	8	1	4	1	3
Прочие Hymenoptera	5*	–	5*	–	5*	–	5*	–	1	15	5*	–	5*	–	5*	–
Diptera, Syrphidae	1	10	1	23	1	5	1	7	1	2	1	3	1	1	1	2
Прочие Diptera	20	–	19	–	15	–	12	–	–	–	17	–	17	–	11	–
Всего	62	121	65	185	58	145	53	91	27	91	51	72	51	82	39	49

Примечание – с – количество семейств, в – количество видов.

Трофические группы насекомых (Insecta, Ectognatha) в консорциях верескоцветных кустарничков на верховых болотах Белорусского Поозерья

Отряд/трофическая группа	Консорции/относительное обилие (%)							
	багульник	вереск	голубика	брусника	клюква	подбел	мирт	водяника
Hemiptera								
Фитофаги	75,00	74,07	57,89	90,91	75,00	60,00	77,78	60,00
Зоофаги	25,00	22,22	36,84	9,09	25,00	40,00	22,22	40,00
Зоофитофаги	–	3,70	5,26	–	–	–	–	–
Coleoptera								
Фитофаги	62,50	69,23	56,41	56,41	26,67	44,00	56,25	50,00
Зоофаги	26,79	25,00	33,33	33,33	62,22	36,00	34,38	40,00
Сапрофитофаги	7,14	5,77	10,26	10,26	4,44	20,00	9,38	10,00
Сапрофаги	1,79	–	–	–	4,44	–	–	–
Мицетофаги	1,79	–	–	–	2,22	–	–	–

Во всех консорциях по количеству видов, за исключением голубики, преобладали жесткокрылые (20–56 видов). На голубике преобладали чешуекрылые (59 видов), которые занимали второе место по видовому разнообразию в консорциях вереска, брусники, подбела и водяники (11–44 видов). Третью позицию в большинстве консорций занимали полужесткокрылые (10–27 видов). Достаточно высокое видовое разнообразие в большинстве консорций (вереск, багульник, подбел, мирт, голубика, брусника) имели цикадовые (10–20 видов).

По трофической специализации большинство видов являются фитофагами. Среди грудохоботных шеехоботных, прямокрылых, сеноедов, чешуекрылых установлены только фитофаги. Большинство перепончатокрылых (за исключением наездников и муравьев) также представлены фитофагами. В отдельных консорциях значительна доля зоофагов в таких отрядах, как жесткокрылые и полужесткокрылые (табл. 3).

Роль зоофагов важна как регуляторов численности вредителей растений. Они отмечены в отрядах *Diptera* (*Empididae*, *Hybotidae*, *Dolichopodidae*, *Tachinidae*), *Hymenoptera* (*Ichneumonidae*, *Formicidae*), *Hemiptera* (*Miridae*, *Nabidae*, *Reduviidae*, некоторые *Lygaeidae* и *Pentatomidae*), *Coleoptera* (*Cantharidae*, *Dasytidae*, *Coccinellidae*). Отдельные виды являются характерными обитателями верховых болот и образуют устойчивые топические связи с верескоцветными кустарничками. Это в большей степени жуки, такие, как *Cantharis quadripunctata* (Müller, 1764), *Absidia schoenherri* (Dejean, 1837), *Coccinella hieroglyphica* Linnaeus, 1758 и др. Среди клопов

такими видами являются *Coranus woodroffeii* (P.V. Putshkov, 1982), *Globiceps salicicola* (Reuter, 1880), *Rhacognatus punctatus* (Linnaeus, 1758). Ряд других видов отличается значительным обилием, но они являются эврибионтами или обитают преимущественно в других биотопах. Это клопы *Nabis fesus* (Linnaeus, 1758), *N. ericetorum* (Scholtz, 1847), *Picromerus bidens* (Linnaeus, 1758), жуки *Rhagonycha elongata* (Fallen, 1807), *Dasytes niger* (Linnaeus, 1761), *Chilocorus bipustulatus* (Linnaeus, 1758), *Hippodamia tredecimpunctata* (Linnaeus, 1758).

Ряд видов с высоким обилием питается осоками и деревьями. Эти виды связаны с верескоцветными исключительно топически. Самая высокая доля среди растительноядных насекомых в крупных таксонах приходится на полифагов (табл. 4).

Наибольшую опасность представляют специализированные вредители, в частности олигофаги и монофаги, а также полифаги, в рационе которых присутствуют верескоцветные. Представители данных групп имеют наибольшее видовое разнообразие в отряде Чешуекрылые.

В видовом составе цикадовых, полужесткокрылых и жесткокрылых специализированных вредителей значительно меньше, однако отдельные из них имеют высокое обилие (*Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866). Больше всего видов настоящих и потенциальных вредителей выявлено на голубике (84), на втором месте вереск (67), на третьем – брусника (51). Достаточно высокое видовое разнообразие отмечено на багульнике (33 вида). В остальных консорциях установлено от 22 до 17 видов (табл. 5).

Таблица 4

**Широта пищевой специализации насекомых (Insecta, Ectognatha) в консорциях
верескоцветных кустарничков на верховых болотах Белорусского Поозерья**

Отряд	Консорции/относительное обилие (%)							
	багуль- ник	вереск	голу- бика	брусника	клюква	подбел	мирт	водяника
Auchenorrhyncha								
Полифаги	87,50	64,00	93,59	54,55	–	90,74	92,39	100,00
Олигофаги	8,82	24,00	6,41	21,21	–	3,70	7,61	–
Монофаги	2,94	12,00	–	24,24	–	5,56	–	–
Hemiptera								
Полифаги	75,00	70,00	90,91	85,71	77,77	100,00	85,71	100,00
Олигофаги	25,00	25,00	9,09	14,29	22,22	–	14,29	–
Монофаги	–	5,00	–	–	–	–	–	–
Coleoptera								
Полифаги	65,71	72,22	81,82	81,82	83,33	54,55	66,67	70,00
Олигофаги	34,29	27,78	18,18	18,18	16,67	45,45	33,33	30,00
Lepidoptera								
Полифаги	53,33	67,44	70,69	68,00	12,50	58,33	60,00	55,56
Олигофаги	26,67	30,23	27,59	32,00	75,00	41,67	40,00	33,33
Монофаги	20,00	2,33	1,72	–	12,50	–	–	11,11

Таблица 5

**Распределение специализированных и потенциальных вредителей (Insecta, Ectognatha)
в консорциях верескоцветных кустарничков на верховых болотах Белорусского Поозерья**

Отряд	Консорции/количество видов															
	багульник		вереск		голубика		брусника		клюква		подбел		мирт		водяника	
	сп	пт	сп	пт	сп	пт	сп	пт	сп	пт	сп	пт	сп	пт	сп	пт
Sternorrhyncha	2	–	–	–	4	–	2	–	3	–	2	–	1	–	1	–
Auchenorrhyncha	1	2	3	2	2	2	1	1	1	1	–	2	–	2	–	1
Hemiptera	2	4	8	2	3	3	1	5	2	2	–	3	1	3	–	2
Coleoptera	2	–	5	1	2	2	2	2	1	2	1	–	1	–	1	1
Lepidoptera	10	10	14	32	21	45	11	26	8	2	5	7	4	5	6	5
Всего	17	16	30	37	32	52	17	34	15	7	8	12	7	10	8	9
Всего по кон- сорции	33		67		84		51		22		20		17		17	
Общее количе- ство видов	121		185		145		91		91		72		82		49	
Соотношение (%) вредителей к общему количе- ству видов	27,27		36,21		57,93		56,04		24,17		27,77		20,73		34,69	

Примечание: сп – специализированные вредители, пт – потенциальные вредители.

Наибольшее количество специализированных вредителей отмечено на голубике (32), далее следуют по убыванию вереск (30), брусника (17), багульник (17), клюква (15). В остальных консорциях выявлено менее 10 видов.

На багульнике среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями, следует выделить 16 видов: *Aphrophora alni*

(Fallén, 1805), *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Stictopleurus crassicornis* (Linnaeus, 1758), *Kleidocerys resedae* (Panzer, 1797), *Dolycoris baccarum* (Linnaeus, 1758), *Neofaculta infernella* (Herrih-Schäffer, 1854), *Lozotaenia forsterana* (Fabricius, 1781), *Aphelia viburnana* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Odontoptera bidentata* (Clerck, 1759),

Epione repandata (Hufnagel, 1767), *Ematurga atomaria* (Linnaeus, 1758), *Angerona prunaria* Linnaeus, 1758, *Arichanna melanaria* (Linnaeus, 1758), *Chlorissa viridata* (Linnaeus, 1758), *Clossiana euphrosyne* (Linnaeus, 1758). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (16 видов): *Neoamphorophora ledi* (Wahlgren 1938), *Cacopsyla ledi* (Linnaeus, 1758), *Ophiola cornicula* (Marshall, 1866), *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Nysius helveticus* (Herrich-Schaffer, 1850), *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866), *L. caprea* (Linnaeus, 1758), *Macaria brunneata* (Thunberg, 1784), *Syngrapha microgamma* (Hübner, [1823]), *Lithophane lamda* (Fabricius, 1787), *Lithomoia solidaginis* (Hübner, [1823]), *Coenophila subrosea* Stephens, 1829, *Lyonetia ledi* Wocke, 1859, *Argyroplote lediana* (Linnaeus, 1758), *Eupithecia gelidata* Möcshler, 1860, *Arichanna melanaria* (Linnaeus, 1758).

На вереске среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями, следует выделить 37 видов: *Aphrophora alni* (Fallén, 1805), *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Stictopleurus crassicornis* (Linnaeus, 1758), *Strophosoma capitatum* (DeGeer, 1775), *Prolita sexpunctella* (Fabricius, 1794), *Argyrotaenia ljunghiana* (Thunberg, 1797), *Aphelia viburnana* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Perconia strigillaria* (Hübner, [1787]), *Ematurga atomaria* (Linnaeus, 1758), *Ectropis crepuscularia* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Thalera fimbrialis* (Scopuli, 1763), *Chlorissa viridata* (Linnaeus, 1758), *Idaea muricata* (Hufnagel, 1767), *Eulithis testata* (Linnaeus, 1761), *Eudia pavonia* Linnaeus, 1758, *Diacrisia sannio* (Linnaeus, 1758), *Phragmatobia fuliginosa* (Linnaeus, 1758), *Thumatha senex* (Hübner, 1808), 1775, *Teia antiquiodes* (Hübner, [1822]), *Hypenodes humidalis* Doubleday, 1850, *Hyppa rectilinea* (Esper, 1788), *Callistege mi* (Clerck, 1759), *Acronycta auricoma* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Elaphria venustula* (Hübner, 1790), *Amphipoea lucens* (Freyer, 1845), *Agrochola circellaris* (Hufnagel, 1766), *A. helvola* (Linnaeus, 1758), *Mniotype satura* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Orthosia opima* (Hübner, [1809]), *Polia bombycina* (Hufnagel, 1766), *P. hepatica* (Clerck, 1759), *Laconobia w-latinum* (Hufnagel, 1766), *Papestra biren* (Goeze, 1781), *Coscinia cribrata* (Linnaeus, 1758), *C. striata* (Linnaeus, 1758), *Plebeius argus* (Linnaeus, 1758). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (30 видов): *Ophiola russeola* (Fallén, 1826) и *O. cornicula* (Marshall, 1866), *Ulopa reticulata* (Fabricius, 1794), *Orthotylus*

ericetorum (Fallén, 1807), *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Nysius helveticus* (Herrich-Schaffer, 1850), *Lygus punctatus* (Zetterstedt, 1838), *Notostira erratica* (Linnaeus, 1758), *Scolopostethus decoratus* (Hahn, 1833), *Macrodema microptera* (Curtis, 1836), *Rhyparochromus pini* (Linnaeus, 1758), *Micrelus ericae* (Gyllenhal, 1813), *Altica britteni* Sharp, 1914, *A. oleracea* (Linnaeus, 1758), *A. palustris* Weise, 1888, *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866), *Acanthopsyche atra* (Linnaeus, 1767), *Pleurota bicostella* (Clerck, 1759), *Aristotelia ericinella* (Zeller, 1839), *Neofaculta ericetella* (Geyer, 1832), *Rhagades pruni* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Phiaris schulziana* (Fabricius, 1776), *Scopula ternata* Schrank, 1802, *Hypena crassalis* (Fabricius, 1787), *Syngrapha interrogationis* (Linnaeus, 1758), *S. microgamma* (Hübner, [1823]), *Anarta myrtili* (Linnaeus, 1761), *Lycophotia porphyrea* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Coenophila subrosea* Stephens, 1829, *Eupithecia nanata* (Hübner, [1813]).

На голубике среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями, следует выделить 52 вида: *Aphrophora alni* (Fallén, 1805), *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Kleidocerys resedae* (Panzer, 1797), *Stictopleurus crassicornis* (Linnaeus, 1758), *Strophosoma capitatum* (DeGeer, 1775), *Apion fulvipes* (Geoffroy, 1785), *Rhagades pruni* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Athrips pruinosa* (Lienig et Zeller, 1839), *Argyrotaenia ljunghiana* (Thunberg, 1797), *Lozotaenia forsterana* (Fabricius, 1781), *Aphelia viburnana* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Rhopobota naevana* (Hübner, 1817), *Pyla fusca* Haworth, 1828, *Cepphis advenaria* (Hübner, 1790), *Epione repandata* (Hufnagel, 1767), *Aspilates gilvaria* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Ematurga atomaria* (Linnaeus, 1758), *Angerona prunaria* Linnaeus, 1758, *Cleora cinctaria* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Jodis lactearia* (Linnaeus, 1758), *J. putata* (Linnaeus, 1758), *Thalera fimbrialis* (Scopuli, 1763), *Idaea muricata* (Hufnagel, 1767), *Scopula immutata* (Linnaeus, 1758), *S. inornata* Hufnagel, 1767, *S. remutaria* Hübner, 1799, *S. virgulata* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Dysstroma truncata* (Hufnagel, 1767), *Eulithis testata* (Linnaeus, 1761), *Rheumaptera hastata* (Linnaeus, 1758), *Hydria undulata* (Linnaeus, 1758), *Rhynhopalpus strigula* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Acronycta auricoma* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Hyppa rectilinea* (Esper, 1788), *Agrochola helvola* (Linnaeus, 1758), *Mniotype satura* ([Denis &

Schifferrmüller], 1775), *Orthosia gothica* (Linnaeus, 1758), *O. opima* (Hübner, [1809]), *Polia bombycina* (Hufnagel, 1766), *P. hepatica* (Clerck, 1759), *Papestra biren* (Goeze, 1781), *Coscinia cribrata* (Linnaeus, 1758), *Arctia caja* (Linnaeus, 1758), *Spilosoma lubricipeda* (Linnaeus, 1758), *Diacrisia sannio* (Linnaeus, 1758), *Gonepteryx rhamni* (Linnaeus, 1758), *Callophris rubi* (Linnaeus, 1758), *Plebeius argus* (Linnaeus, 1758), *Clossiana eunomia* (Esper, [1799]), *C. euphrosyne* (Linnaeus, 1758), *C. selene* ([Denis et Schifferrmüller], 1775). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (32 вида): *Aphis vaccinii* Börner, 1940, *Acyrtosiphon knechteli* Börner, 1950, *Aulacorthum flavum* F.P. Müller, 1958, *Macrosiphum nasonovi* Mordvilko, 1919, *Ophiola russeola* (Fallén, 1826), *O. cornicula* (Marshall, 1866), *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Lygus punctatus* (Zetterstedt, 1838), *Elasmucha ferrugata* (Fabricius, 1787), *Cryptocephalus labiatus* (Linnaeus, 1761), *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866), *Acanthopsyche atra* (Linnaeus, 1767), *Rhagades pruni* ([Denis & Schifferrmüller], 1775), *Phiaris schulziana* (Fabricius, 1776), *Rhopobota myrtillana* (Humphreys & Westwood, 1845), *Ortholepis vacciniella* (Liening & Zeller, 1847), *Arichanna melanaria* (Linnaeus, 1758), *Anarta myrtilli* (Linnaeus, 1761), *Coranarta cordigera* (Thunberg, 1778), *Macaria brunneata* (Thunberg, 1784), *Chloroclystis debiliata* (Hübner, 1817), *Syngrapha interrogationis* (Linnaeus, 1758), *S. microgamma* (Hübner, [1823]), *Hyppa crassalis* (Fabricius, 1787), *Scopula ternata* Schrank, 1802, *Lithomoia solidaginis* (Hübner, [1823]), *Lithophane lamda* (Fabricius, 1787), *Carsia sororiata* (Hübner, [1813]), *Coenophila subrosea* Stephens, 1829, *Vacciniina optilete* (Knoch, 1781), *Colias palaeno* (Linnaeus, 1761), *Boloria aquilonaris* (Stichel, 1908).

На бруснике среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями, следует выделить 34 вида: *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Kleidocerys resedae* (Panzer, 1797), *Dolycoris baccarum* (Linnaeus, 1758), *Stictopleurus crassicornis* (Linnaeus, 1758), *Elasmucha ferrugata* (Fabricius, 1787), *Strophosoma capitatum* (DeGeer, 1775), *Apion fulvipes* (Geoffroy, 1785), *Prolita sexpunctella* (Fabricius, 1794), *Lozotaenia forsterana* (Fabricius, 1781), *Aphelia viburnana* ([Denis & Schifferrmüller], 1775), *Pyla fusca* Haworth, 1828, *Cepphis advenaria* (Hübner, 1790), *Macaria carbonaria* (Clerck, 1759), *Jodis lactearia*

(Linnaeus, 1758), *J. putata* (Linnaeus, 1758), *Thalera fimbrialis* (Scopuli, 1763), *Idaea muricata* (Hufnagel, 1767), *Scopula immutata* (Linnaeus, 1758), *S. remutaria* Hübner, 1799, *S. virgulata* ([Denis & Schifferrmüller], 1775), *Hydria undulata* (Linnaeus, 1758), *Macrothylacia rubi* (Linnaeus, 1758), *Callophris rubi* (Linnaeus, 1758), *Teia antiquiodes* (Hübner, [1822]), *Acronycta auricoma* ([Denis & Schifferrmüller], 1775), *A. menyanthidis* (Esper, 1789), *Hyppa rectilinea* (Esper, 1788), *Orthosia gothica* (Linnaeus, 1758), *Papestra biren* (Goeze, 1781), *Xestia baja* ([Denis & Schifferrmüller], 1775), *Arctia caja* (Linnaeus, 1758), *Gonepteryx rhamni* (Linnaeus, 1758), *Callophris rubi* (Linnaeus, 1758). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (17 видов): *Aphis vaccinii* Börner, 1940, *Acyrtosiphon knechteli* Börner, 1950, *Ophiola russeola* (Fallén, 1826), *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Micrelus ericae* (Gyllenhal, 1813), *Cryptocephalus labiatus* (Linnaeus, 1761), *Acanthopsyche atra* (Linnaeus, 1767), *Phiaris schulziana* (Fabricius, 1776), *Rhopobota myrtillana* (Humphreys & Westwood, 1845), *Ortholepis vacciniella* (Liening & Zeller, 1847), *Macaria brunneata* (Thunberg, 1784), *Carsia sororiata* (Hübner, [1813]), *Syngrapha interrogationis* (Linnaeus, 1758), *Lithomoia solidaginis* (Hübner, [1823]), *Coranarta cordigera* (Thunberg, 1778), *Vacciniina optilete* (Knoch, 1781), *Boloria aquilonaris* (Stichel, 1908).

На клюкве среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями, следует выделить 7 видов: *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Rhyparochromus pini* (Linnaeus, 1758), *Apion fulvipes* (Geoffroy, 1785), *Strophosoma capitatum* (DeGeer, 1775), *Diacrisia sannio* (Linnaeus, 1758), *Acronycta menyanthidis* (Esper, 1789). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (15 видов): *Aphis vaccinii* Börner, 1940, *Acyrtosiphon knechteli* Börner, 1950, *Macrosiphum nasonovi* Mordvilko 1919, *Ophiola russeola* (Fallén, 1826), *Nysius helveticus* (Herrich-Schaffer, 1850), *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866), *Phiaris schulziana* (Fabricius, 1776), *Arichanna melanaria* (Linnaeus, 1758), *Carsia sororiata* (Hübner, [1813]), *Lithomoia solidaginis* (Hübner, [1823]), *Coranarta cordigera* (Thunberg, 1778), *Vacciniina optilete* (Knoch, 1781), *Clossiana frigga* (Thunberg, 1791), *Boloria aquilonaris* (Stichel, 1908).

На подбеле среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями,

следует выделить 12 видов: *Aphrophora alni* (Fallén, 1805), *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Stictopleurus crassicornis* (Linnaeus, 1758), *Dolycoris baccarum* (Linnaeus, 1758), *Athrips pruinosa* (Lienig et Zeller, 1839), *Macaria carbonaria* (Clerck, 1759), *Aspilates gilvaria* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Callistege mi* (Clerck, 1759), *Phragmatobia fuliginosa* (Linnaeus, 1758), *Clossiana eunomia* (Esper, [1799]), *Teia antiquiodes* (Hübner, [1822]). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (8 видов): *Aphis vaccinii* Börner, 1940, *Aulacorthum flavum* F.P. Müller, 1958, *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866), *Rhagades pruni* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Syngrapha interrogationis* (Linnaeus, 1758), *S. microgamma* (Hübner, [1823]), *Lithomoia solidaginis* (Hübner, [1823]), *Coenophila subrosea* Stephens, 1829.

На мирте болотном среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями, следует выделить 10 видов: *Aphrophora alni* (Fallén, 1805), *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Stictopleurus crassicornis* (Linnaeus, 1758), *Dolycoris baccarum* (Linnaeus, 1758), *Ematurga atomaria* (Linnaeus, 1758), *Jodis putata* (Linnaeus, 1758), *Eulithis testata* (Linnaeus, 1761), *Rheumaptera hastata* (Linnaeus, 1758), *Teia antiquiodes* (Hübner, [1822]). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (7 видов): *Aphis vaccinii* Börner, 1940, *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857), *Lochmaea suturalis* (Thomson, 1866), *Rhagades pruni* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Carsia sororiata* (Hübner, [1813]), *Lithophane lamda* (Fabricius, 1787), *Lithomoia solidaginis* (Hübner, [1823]).

На водянике среди полифагов, являющихся настоящими и потенциальными вредителями, следует выделить 9 видов: *Aphrophora alni* (Fallén, 1805), *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *Dolycoris baccarum* (Linnaeus, 1758), *Lochmaea caprea* (Linnaeus, 1758), *Prolita sexpunctella* (Fabricius, 1794), *Teia antiquiodes* (Hübner, [1822]), *Macaria carbonaria* (Clerck, 1759), *Aspilates gilvaria* ([Denis & Schiffermüller], 1775), *Chlorissa viridata* (Linnaeus, 1758). Специализированными вредителями являются моно- и олигофаги (8 видов): *Fimbriaphis latifrons* Börner, 1942, *Altica britteni* Sharp, 1914, *Altenia perspersella* (Woke, 1862), *Aristotelia ericinella* (Zeller, 1839), *Neofaculta ericetella* (Geyer, 1832), *Carsia sororiata* (Hübner, [1813]), *Coenophila*

subrosea Stephens, 1829, *Vacciniina optilete* (Knoch, 1781).

Для дикорастущих ягодников (голубика, брусника, клюква), имеющих большое хозяйственное значение, наибольшую угрозу представляют массовые виды, в первую очередь специализированные олиго- и монофаги, а также полифаги, в рационе которых присутствуют данные растения, во вторую – широкие полифаги, отличающиеся в учетах высоким обилием. Среди сосущих насекомых следует отметить такие виды, как *Aphis vaccinii* (Börner, 1940), *Cixius similis* Kirschbaum, 1868, *Stephanitis oberti* (Kolenati, 1857). Среди грызущих чаще всего встречаются *Cryptocephalus labiatus* (Linnaeus, 1761), *Phiaris schulziana* (Fabricius, 1776), *Carsia sororiata* (Hübner, [1813]), *Acronycta menyanthidis* (Esper, 1789), *Hyppa rectilinea* (Esper, 1788), *Coranarta cordigera* (Thunberg, 1778), *Vacciniina optilete* (Knoch, 1781), *Boloria aquilonaris* (Stichel, 1908) и др.

Оценка уровня дифференциации насекомых в различных консорциях по относительному обилию и видовому разнообразию произведена на модельных группах, имеющих наибольшую приуроченность к кустарничковому ярусу (Orthoptera, Auchenorrhyncha, Heteroptera, Coleoptera). На основании экологических индексов (H' , J' , D , $1/D$) обнаружены значимые различия в величине их показателей, что свидетельствует о различиях в структуре сообществ насекомых (табл. 6).

Самое высокое значение индекса разнообразия Шеннона имеют консорции вереска ($H' = 1,677$). Второе место занимают консорции голубики ($H' = 1,627$), третье – консорции брусники ($H' = 1,634$). Наименьшим разнообразием отличаются консорции водяники ($H' = 1,394$).

Наибольшая выравненность распределения видов по обилию установлена в консорциях брусники ($J' = 0,908$) и клюквы ($J' = 0,902$). Самой низкой выравненностью характеризуются консорции мирта болотного ($J' = 0,751$) и багульника ($J' = 0,767$).

Наиболее низкое значение концентрации доминирования имеют консорции брусники ($D = 0,028$). Далее следуют голубика ($D = 0,038$), клюква ($D = 0,043$). Самой высокой концентрацией доминирования характеризуются консорции мирта болотного ($D = 0,84$). Они же отличаются и наиболее низкими показателями полидоминантности ($1/D = 11,97$). Наибольшей полидоминантностью характеризуются консорции брусники ($1/D = 35,752$).

Значения экологических индексов насекомых (Insecta, Ectognatha) в консорциях верескоцветных на верховых болотах Белорусского Поозерья

Index	Подбел	Вереск	Мирт болотный	Водяника	Багульник	Голубика	Брусника	Клюква
H'	1,452	1,677	1,441	1,394	1,553	1,627	1,634	1,436
H max	1,716	2,076	1,919	1,623	2,025	1,929	1,799	1,591
J'	0,846	0,808	0,751	0,859	0,767	0,843	0,908	0,902
D	0,047	0,045	0,084	0,057	0,054	0,038	0,028	0,043
1/D	21,143	22,132	11,97	17,54	18,451	25,989	35,752	23,003

Bray-Curtis Cluster Analysis (Single Link)

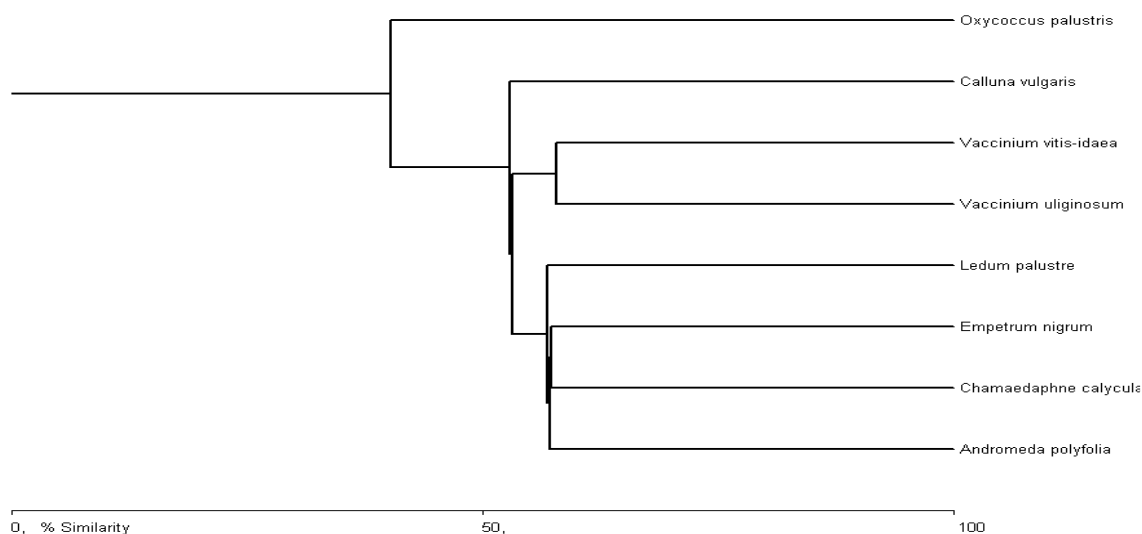


Рис. 2. Дендрограмма сходства насекомых (Insecta, Ectognatha) в консорциях верескоцветных на верховых болотах Белорусского Поозерья.

Анализ сходства с помощью кластерного анализа для качественных данных позволил выявить 2 крупных кластера (рис. 2). Первый представлен клюквой, второй объединяет все остальные консорции. Среди них в одну группу кластеров выделены брусника и голубика, с которыми наибольшее сходство по видовому составу проявляет вереск. К брусничным наиболее близок багульник, который образует общий кластер с водяникой, миртом и подбелом.

Отдельного внимания заслуживают мероконсорции ризосферы и генеративных органов. Насекомые данных мероконсорций не проявляют определенной избирательности к растениям-детерминантам, в ряде случаев ведут скрытый образ жизни или представлены активно летающими формами. Поэтому их количественный учет затруднен и требует различных методологических подходов, трудно поддающихся унификации. Ввиду этого ниже приведем неко-

торые некоторые качественные данные, полученные в результате исследований.

Морфологические особенности корневой системы и агрессивная среда сфагновых мхов создают неблагоприятные условия для обитания педобионтов. Например, у клюквы корневая система представлена огромным количеством мелких придаточных корней, расположенных в верхних горизонтах почвы, что делает ее малоприспособленной для питания ризофагов [3]. Среди насекомых, чьи личинки развиваются в корневой системе, следует отметить жуков долгоносиков *Otiorhynchus nodosus* (Müller, 1764) и *O. ovatus* (Linnaeus, 1758), и, вероятно, личинок жуков щелкунов, в частности *Actenicerus sjaelandicus* (Müller, 1764). Могут подгрызать недревесневшие побеги на уровне почвы и личинки комаров семейства Tipulidae и Limoniidae. Высоким обилием в наших сборах отличались *Tipula melanoceros* Schummel, 1833,

T. paludosa Meigen, 1830, *Idioptera pulchella* (Meigen, 1830), *Prionocera chosenicola* Alexander, 1945 [10]. Наиболее обитаемым является верхний слой мохового яруса, население которого имеет косвенное отношение к мероконсорциям ризосферы верескоцветных. В моховом покрове методом почвенных ловушек ранее были выявлены представители 8 отрядов насекомых, которые включают 9 семейств, 50 родов и 98 видов. Несомненную пользу верескоцветным приносят герпетобионтные жуки и муравьи, являющиеся хищниками. Небольшое количество их видов составляет подавляющее большинство насекомых яруса. Это *Agonum ericeti*, *Pterostichus diligens*, *Formica picea*, *F. uralensis*, *Myrmica scabrinodis* и др. [11].

Генеративные мероконсорции представлены цветками, плодами и семенами и их консортантами. В качестве опылителей, вносящих максимальный вклад в перекрестное опыление (эутропные антофилы), следует отметить одиночных и общественных пчелиных, мух сирфид, чешуекрылых (преимущественно дневных), а также некоторых своеобразных перепончатокрылых.

Нами выявлено 29 видов дневных чешуекрылых (семейства *Hesperiidae*, *Pieridae*, *Lycaenidae*, *Nymphalidae*, *Satyridae*), 23 вида мух журчалок (семейство *Syrphidae*), 19 видов пчелиных (семейство *Apidae*). Среди чешуекрылых наиболее заметна роль как опылителей массовых видов *Colias palaeno* (Linnaeus, 1761), *Callophrys rubi* (Linnaeus, 1758), *Vacciniina optilete* (Knoch, 1781), *Mellicta athalia* (Rottemburg, 1775), *Clossiana eunomia* (Esper, [1799]), *C. euphrosyne* (Linnaeus, 1758), *Boloria aquilonaris* (Stichel, 1908), *Oeneis jutta* (Hübner, [1806]). По численности среди сирфид выделяется несколько видов: *Sphaerophoria interrupta* (Fabricius, 1805), *S. scripta* (Linnaeus, 1758), *Melanostoma mellinum* (Linnaeus, 1758), *Eristalis lineata* (Harris, 1776) [12].

Во вторую очередь в опылении участвует ряд видов-посетителей цветков, относящихся к группе аллотропных. Это многие двукрылые (представители семейств *Tabanidae*, *Bombyliidae*, *Empididae*, *Hybotidae*, *Dolichopodidae*, *Tephretidae*, *Anthomyiidae*, *Calliphoridae*, *Muscidae*, *Tachinidae*), жуки (представители семейств *Scarabaeidae*, *Elateridae*, *Cantharidae*, *Nitidulidae*, *Phalacridae*, *Oedemeridae*, *Chrysomelidae*, *Curculionidae*) и, вероятно, некоторые прямокрылые [12].

К питанию семенами приспособлены в первую очередь виды, обитающие в герпетобии или выбирающие данный ярус на определенной

стадии своего цикла. В основном к ним относятся 15 видов полужесткокрылых. Это *Eremocoris plebejus* (Fallén, 1807), *Drymus ryei* Douglas et Scott, 1865, *Nithecus jacobaeae* (Schilling, 1829), *Nysius helveticus* (Herrich-Schaffer, 1850), *Scolopostethus decoratus* (Hahn, 1833), *S. pilosus* (Reuter, 1875), *Pterotmetus staphyliniformis* (Schilling, 1829), *Rhyparochromus pini* (Linnaeus, 1758) и др. Питаются семенами и обитатели травянисто-кустарничкового яруса, такие, как *Pachybrachius luridus* (Hahn, 1826), *Ligyrocorys sylvestris* (Linnaeus, 1758), *Lygus pratensis* (Linnaeus, 1758), *L. punctatus* (Zetterstedt, 1838), *Elasmucha ferrugata* (Fabricius, 1787), *E. grisea* (Linnaeus, 1758), *Dolycoris baccarum* (Linnaeus, 1758), *Eurydema oleracea* (Linnaeus, 1758) [7]. Среди жуков семеедами являются представители семейства *Apionidae*, которых установлено 8 видов. Наивысшим обилием среди них отличается *Apion fulvipes* (Geoffroy, 1785). В наиболее высокой численности в наших сборах он отмечен во время плодоношения голубики и брусники.

Высасывать сок ягод могут клопы (8 видов) *Dolycoris baccarum* (Linnaeus, 1758), *Palomena prasina* (Linnaeus, 1761), *P. viridissima* (Poda, 1761), *Scolopostethus decoratus* (Hahn, 1833), *S. pilosus* (Reuter, 1875), *Rhyparochromus pini* (Linnaeus, 1758), *Elasmucha ferrugata* (Fabricius, 1787), *Coreus marginatus* (Linnaeus, 1758) [7], которые являются наиболее вероятными вредителями ягод брусники, голубики и клюквы.

Анализ насекомых по функциональным группам консорций верескоцветных осложнен отсутствием данных по биологии преимагинальных стадий большинства собранных видов, в основном ведущих скрытый образ жизни. Тем не менее, полученные нами материалы позволяют установить общие тенденции. Функциональные ряды включают 4 группы консортивных связей: топические, трофические, форические, фабрические. При этом видно, что во всех консорциях насекомые связаны с детерминантом преимущественно топическими связями. Доля фитофагов (1 концентр), потребляющих живые ткани растения (биотрофов), составляет от 57,93% до 20,73% (табл. 3). В большинстве случаев более половины видов связаны с растением-детерминантом топически.

Топическими связями (стациональными, субстратно-стациональными) охвачены насекомые-зоофаги (образующие 2 концентр), виды, использующие вересковые кустарнички для укрытия, перемещений в поисках пищи, спаривания, откладки яиц и прохождения личиночных ста-

дий (все прямокрылые, сеноеды, большинство псиллид, наездники, муравьи, многие двукрылые). В среднем в различных таксонах доля только зоофагов – 25%. Также при количественных учетах установлено высокое обилие отдельных, в том числе высокоспециализированных, видов-фитофагов, трофически связанных с болотными растениями других таксонов.

Трофические связи с верескоцветными образуют насекомые, преимущественно являющиеся биотрофами, эккрисотрофами и реже сапротрофами. Среди биотрофов по видовому разнообразию преобладают чешуекрылые. В остальных таксонах видовой состав намного беднее. Однако отдельные виды имеют высокое обилие. Эккрисотрофы, представленные потребителями нектара и пыльцы (пчелиные, мухи сирфиды, отдельные виды жуков и др.), не проявляют определенных трофических предпочтений к верескоцветным и их связи определяются в основном совпадением периода цветения и лета имаго. Большинство являются мигрантами. Сапрофитофагами в основном являются личинки жуков рода *Cyphon*.

Заключение. Таким образом, в консорциях Верескоцветных на верховых болотах региона установлены представители 11 отрядов насекомых. Наибольшим видовым разнообразием отличались представители отрядов Coleoptera (164 вида), Lepidoptera (98 видов), Hemiptera (37 видов), Auchenorrhyncha (29 видов), а также Hymenoptera и Diptera (идентифицированы частично). По обилию преобладали три отряда: Coleoptera, Diptera, Hemiptera. Доминантами во всех консорциях было ограниченное число массовых видов. Общими тенденциями явились олигодоминирование, низкая выравненность видов по обилию и высокая концентрация доминирования. По количеству видов, за исключением консорции голубики, доминировали жесткокрылые. На голубике преобладали чешуекрылые, которые занимали второе место в консорциях вереска, брусники, подбела и водяники. Третью позицию преимущественно занимали полужесткокрылые, высокое видовое разнообразие имели и цикадовые. Больше всего видов отмечено на вереске, голубике и бруснике, меньше всего – на водянике. Наиболее сходны по видовому составу консорции брусники и голубики, к ним близки консорции вереска и клюквы. Отдельную группу образуют багульник, подбел и мирт. По трофической специализации большинство видов являются фитофагами, среди которых преобладают полифаги,

в отдельных консорциях значительна доля зоофагов. Наибольшее количество специализированных вредителей отмечено на голубике (32), далее следуют по убыванию вереск (30), брусника (17), багульник (17), клюква (15). В остальных консорциях выявлено менее 10 видов. Насекомые связаны с детерминантом преимущественно топическими связями. Преобладающее большинство видов объединены связями с мероконсорциями побегов. Морфологические особенности корневой системы и агрессивная среда сфагновых мхов создают неблагоприятные условия для обитания педобионтов, что обуславливает низкое видовое разнообразие в мероконсорциях ризосферы. В мероконсорциях генеративных органов ключевая роль отводится дневным чешуекрылым (29 видов), мухам сирфидам (23 вида) и пчелиным (19 видов), являющимся основными опылителями. Важная роль отводится и вредителям. К питанию семенами приспособлены 16 видов полужесткокрылых и 8 видов жуков. Высасывать сок ягод могут 8 видов клопов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов, Т.А. Консорция как структурная единица биогеоценоза / Т.А. Работнов // Природа. – 1974. – № 2. – С. 26–35.
2. Freese, E. Tyrophobionte und tyrophile Zikaden (Hemiptera, Auchenorrhyncha) in den Hochmoor-Resten der Weser-Ems-Region (Deutschland, Niedersachsen) / E. Freese, R. Biedermann // Beiträge zur Zikadenkunde. – 2005. – № 8. – С. 5–28.
3. Буга, С.В. Болезни и вредители клюквы крупноплодной / С.В. Буга, С.В. Горленко. – Минск: Наука и техника, 1996. – 247 с.
4. Heie, O.E. The Aphidoidea (Hemiptera) of Fennoscandia and Denmark. IV. Family Aphididae: Part 1 of tribe Macrosiphini of subfamily Aphidinae / O.E. Heie // Fauna entomologica Scandinavica. – 1992. – Vol. 25. – 188 p.
5. Söderman, G. Taxonomy, distribution, biology and conservation status of Finnish Auchenorrhyncha (Hemiptera: Fulgoromorpha et Cicadomorpha) / G. Söderman // Finnish Environment. – 2007. – № 7. – 104 p.
6. Spitzer, K. Lepidoptera associated with the Červené Blato bog (Central Europe) Conservation implications / K. Spitzer, J. Jaroš // Eur. J. Entomol. – 1993. – № 90. – P. 323–336.
7. Винокуров, Н.Н. Полужесткокрылые насекомые (Heteroptera) Сибири / Н.Н. Винокуров, Е.В. Канюкова. – Новосибирск: Наука, 1995. – 238 с.
8. Лопатин, И.К. Насекомые Беларуси: листоеды (Coleoptera, Chrysomelidae) / И.К. Лопатин, О.Л. Нестерова. – Минск: Технопринт, 2005. – 294 с.
9. Biological records centre [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.brc.ac.uk>. – Date of access: 07.10.2011.
10. Парамонов, Н.М. К познанию фауны типулоидных комаров (Diptera: Tipuloidea) верховых болот Республики Беларусь / Н.М. Парамонов, Г.Г. Сушко // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2010. – № 4(58). – С. 43–46.
11. Сушко, Г.Г. Эколого-фаунистический обзор герпетобионтных насекомых (Insecta, Ectognatha) верховых болот Белорусского Поозерья / Г.Г. Сушко // Природные ресурсы Беларуси. – 2010. – № 1. – С. 58–64.
12. Сушко, Г.Г. Антофильные насекомые верховых болот Белорусского Поозерья / Г.Г. Сушко // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XVII (64) Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов УО «ВГУ имени П.М. Машерова», Витебск, 14–15 марта 2012 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: А.П. Солодков (гл. ред.) [и др.]. – Т. 1. – С. 87–89.

Новые и интересные находки лишайников и лихенофильного гриба в Беларуси

А.П. Яцына

Государственное научное учреждение «Институт экспериментальной ботаники
имени В.Ф. Купревича НАН Беларуси»

Статья основана на материалах, собранных автором в результате инвентаризации лишайников на территории Беларуси в 2010–2013 гг. и обработки гербарного материала коллекции MSK-L. В ходе ревизии сборов для территории Беларуси впервые приводятся 4 новых вида лишайников: *Caloplaca flavorubescens* (Huds.) J.R. Laundon., *Chaenotheca hispidula* (Ach.) Zahlbr., *Parmelia serrana* A. Crespo, M.C. Molina & D. Hawksw., *Phaeocalicium polyporaеum* (Nyl.) Tibell и 1 лихенофильный гриб – *Nectriopsis lecanodes* (Ces.) Diederich & Schroers. Приводятся краткие морфологические описания видов, фитоценоотическая приуроченность и особенности встречаемости лишайников в Беларуси. Полученный материал дополнит видовой состав лишайников и лихенофильных грибов Беларуси, возможно его использование при написании локальных и региональных флор.

Ключевые слова: лишайники, лихенофильный гриб, *Caloplaca flavorubescens*, *Chaenotheca hispidula*, *Nectriopsis lecanodes*, *Parmelia serrana*, *Phaeocalicium polyporaеum*, Беларусь.

New and Interesting Finds of Lichens and lichenicolous Fungi in Belarus

A.P. Yatsyna

State scientific establishment «V.F. Kuprevich Institute of Experimental Botany
of the NAS of Belarus»

The article is based on material collected by the author during the inventory of lichens on the territory of Belarus in 2010–2013, processing and collection of herbarium material MSK-L. The audit fees for the first time in Belarus are 4 new species of lichens: *Caloplaca flavorubescens* (Huds.) J.R. Laundon., *Chaenotheca hispidula* (Ach.) Zahlbr., *Parmelia serrana* A. Crespo, M.C. Molina & D. Hawksw., *Phaeocalicium polyporaеum* (Nyl.) Tibell and one lichenicolous fungi – *Nectriopsis lecanodes* (Ces.) Diederich & Schroers. Short characteristics of the collected specimens are given as well as notes about species ecology and distribution in Belarus. The resulting material will complement the species composition of lichens and lichenicolous fungi of Belarus. Moreover it can be used when writing the local and regional floras.

Key words: lichens, lichenicolous fungi, *Caloplaca flavorubescens*, *Chaenotheca hispidula*, *Nectriopsis lecanodes*, *Parmelia serrana*, *Phaeocalicium polyporaеum*, Belarus.

Лихенобиота Беларуси никогда не будет изучена до конца и полностью. Многие виды лишайников и близкородственные им грибы продолжают оставаться не изученными и ждут своих исследователей. Проблема продолжительной работы над флорой заключается в том, что отсутствуют или недостаточно образцов для написания флористической сводки. В данной статье речь пойдет о новых и слабо изученных видах лишайников Беларуси.

Цель данной работы – проведение инвентаризации слабоизученных таксономических и экологических групп лишайников, а также близкородственных им грибов Беларуси.

Материал и методы. Материалом для данной работы послужили гербарные образцы автора, собранные за период 2010–2013 гг. в различных административных районах Беларуси.

Кроме того, использовались гербарные образцы других коллекторов. Сбор и определения материала проводились по общепринятым методикам. Гербарные сборы хранятся в лаборатории микологии Института экспериментальной ботаники НАН Беларуси. Каждому образцу присвоен свой индивидуальный номер, идущий после акронима гербария MSK-L. Номенклатура таксонов приводится по Index Fungorum. Новые виды лишайников отмечены в тексте «!», лихенофильный гриб – «+». Морфологические особенности новых видов для Беларуси приводятся на основании собственных описаний.

Результаты и их обсуждение. *Calicium quercinum* Pers. Эпифитный лишайник. Ранее был известен только по литературным данным [1–2]. Лишайник является индикатором старовозрастных широколиственных лесов [3]. Вид

включен в Красную книгу Литвы – 1 (Е) категория [4]. Слоевище серое, без зеленого оттенка, апотеции или только нижняя часть головки покрыты тонким белым налетом, сумки цилиндрические. Споры 10–13 x 5,5–6 мкм, слоевище от действия *КОН* становится желто-красным.

Коллекционные материалы: *Гродненская область*, Гродненский район, окр. д. Рынковцы, 2,3 км на В. Мост через реку Черная Ганча. 53°51'46,5"N, 23°37'24,3"E. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. На берегу реки. На стволе *Acer platanoides* L. Herbarium MSK-L 10781.

***Caloplaca flavorubescens* (Huds.) J.R. Laundon.** Лишайник впервые приводится для лишенобиоты Беларуси. Слоевище однообразно-накипное, тонкое цельное, бледно-желтоватое, золотисто-желтое (рис. 1). Апотеции многочисленные, сидячие, 0,5–2 мм в диам. Диск плоский, матовый, голый, желтый, окруженный равным хорошо выраженным, желтоватым желто-оранжевым краем. Эксципул и гипотетий бесцветные. Эпигимений золотисто-желтый. Нижняя часть гимениального слоя содержит многочисленные капельки жира. Сумки цилиндрические, 50–70 x 10–16 мкм, содержат 8 спор, расположенных в 2 ряда. Споры овальные, 13–18 x 7–10 мкм.

Коллекционные материалы: *Гродненская область*, Слонимский район, ООПТ биологический заказник «Слонимский». Ж/д. ст. Исса. 1 апреля 2010 г. Coll./Det. Яцына А.П. На склоне железнодорожной насыпи. На краю сосняка мшистого, самосев осин и берез. На стволе *Populus tremula* L. Herbarium MSK-L 5066.

***Chaenotheca chlorella* (Ach.) Müll. Arg.** Лишайник включен во 2-е и 3-е издания Красной книги Беларуси, 3 категория (VU) [5–6]. Вид для территории НП «Беловежская пуша» ранее был известен из 15 локалитетов [7]. Впервые указывается на плодовом теле трутовика. Лишайник охраняется в Литве – 3 (R) категория [4].

Коллекционные материалы: *Брестская область*, Каменецкий район, ООПТ НП «Беловежская пуша». Королево-мостовское л-во, кв. 778/779, окр. д. Лядские. 52°35'29,8"N, 23°52'30,8"E. 14 августа 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Дубрава грабово-снытевая. Ствол *Quercus robur* L. На плодовом теле *Trichaptum biforme* (Fr.) Ryvarden. Herbarium MSK-L 10591.

***Chaenotheca hispidula* (Ach.) Zahlbr.** Лишайник впервые приводится для лишенобиоты Беларуси. Таллом погруженный в субстрат, апотеции развиваются на ножке, ножки короткие 0,5–1 мм выс. и 0,05–0,08 мм шир. Поверхность ножки черная, в нижней части покрыта толстым желтым налетом (рис. 1). Эксципул хорошо развит, 0,1–0,3 мм в диам. Гипотетий коричневый. Сумки цилиндрические 15–20 x 2–3 мкм. Споры большие, шаровидные, 5–8 мкм.

Коллекционные материалы: *Могилевская область*, Осиповичский район, окр. д. Елизово. 7 июня 1956 г. Coll. Горбач Н.В. 15 января 2013 г. Det. Яцына А.П. Дубрава черничная с сосной. На коре *Quercus robur* L. Herbarium MSK-L 11251.

***Cladonia pocillum* (Ach.) O.J. Rich.** Лишайник встречается на богатых известью субстратах и замшелых бетонных сооружениях. Недостаточно изученный таксон.



Рис. 1. Внешний вид *Caloplaca flavorubescens* (Huds.) J.R. Laundon. и *Chaenotheca hispidula* (Ach.) Zahlbr.

Коллекционные материалы: Гродненская область, Гродненский район, окр. д. Мал. Ольшанка. Гродненская крепость, форт № 7. 53°35'46,8"N, 23°49'54,4"E. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Опушка леса. На замшелом бетоне. Herbarium MSK-L 10786.

Cliostomum corrugatum (Ach.) Fr. Впервые лишайник был определен по гербарным образцам Н.В. Горбач с территории НП «Припятский» [8]. На территории Европы лишайник встречается в старовозрастных широколиственных лесах, произрастает на коре дуба, реже – на древесине. Экологическая и субстратная приуроченности *Cliostomum corrugatum* позволяют утверждать, что лишайник является индикатором старовозрастных, ненарушенных сообществ – дубрав [9]. У собранных нами гербарных образцов отсутствовали апотеции. Таллом от КОН желтеет. Пикнидии многочисленные, 0,2–0,5 мм в диам., черные. Конидии 3,5–4,2 x 1,5–2 мкм.

Коллекционные материалы: Гродненская область, Гродненский район, окр. д. Рынковцы, 2,3 км на В. Мост через реку Черная Ганча. 53°51'46,5"N, 23°37'24,3"E. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. На берегу реки. На стволе *Quercus robur* L. Herbarium MSK-L 10793.

Cyphelium tigillare (Ach.) Ach. Ранее лишайник был отмечен нами для Глусского и Браславского районов [10–11]. Вид охраняется в Литве – 1 (Е) категория [4]. До наших исследований вид *Cyphelium tigillare* в гербарии MSK-L отсутствовал. Лишайник встречается на старых обветренных деревянных постройках (сарай, заборы, дранка крыш, срубы домов). Особенности экологии лишайника позволяют утверждать, что вид спорадически встречается на территории Могилевской и Гомельской областей. Вследствие того, что часть деревень были отселены в результате аварии на Чернобыльской АЭС, деревянные постройки сохранились, древесина не подвергается обработке. В результате этого на старой, обветренной древесине формируется особая лишайнобиота. В деревне Дубровка Хотимского района *Cyphelium tigillare* встречается довольно часто. На фронтоне старого здания почты лишайник занимает площадь около 5–6 м².

Коллекционные материалы: Могилевская область, Хотимский район, д. Дубровка. 53°16'53,5"N, 32°27'04,3"E. 23 августа 2012 г. Coll. Яцына А.П. Старый сарай, на обочине дороги. На старых досках. Herbarium MSK-L 10507; д. Ольшов 1. 53°25'32,8"N, 32°37'05,7"E. 22 августа 2012 г. Coll. Яцына А.П. На деревянном столбе ЛЭП. На древесине. Herbarium MSK-L 10509.

Diploschistes muscorum (Scop.) R. Sant. Лишайник известен из Сенненского, Ошмянского и Житковичского районов [12]. Вид охраняется в Литве – 3 (R) категория [4].

Коллекционные материалы: Гродненская область, Гродненский район, окр. д. Мал. Ольшанка. Гродненская крепость, форт № 7. 53°35'46,8"N, 23°49'53,4"E. 6 сентября 2012 г. Coll. Яцына А.П. Опушка соснового леса. На замшелом бетоне форта. Herbarium MSK-L 10696.

Hypotrachyna revoluta (Flörke) Hale. Лишайник включен в Красную книгу Беларуси, 3 категория (VU) [6], охраняется в Литве – 3 (Е) категория [4]. На территории НП «Беловежская пуща» отмечено 19 местонахождений из 25 известных [6]. Вид встречается в старых заболоченных черноольшаниках.

Коллекционные материалы: Брестская область, Каменецкий район, ООПТ НП «Беловежская пуща». Королево-мостовское л-во, кв. 824 А, выд. 9, окр. д. Каменюки. 52°34'34,5"N, 23°47'55,1"E. 16 августа 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Черноольшаник приручьевой. На стволе *Alnus glutinosa* (L.) Gaertn. Herbarium MSK-L 10576. Лишайник отмечен на 6 стволах ольхи черной.

Leptogium lichenoides (L.) Zahlbr. Лишайник включен в 3-е издание Красной книги Беларуси – 2 категория (EN) [6], охраняется в Литве – 1 (V) категория [4]. Горно-гипоарктический вид, находящийся на грани исчезновения. Встречается на бетонных фортификационных сооружениях времен Первой мировой войны (Гродненские форты), которые выступают уникальным субстратом – аналогом скальных карбонатных горных пород, и, таким образом, являются рефугиумом (резерватом) для ряда узкоспециализированных видов горного генезиса, не характерных для флоры Беларуси в естественной среде. В 2012 году лишайник обнаружен нами на 4-х фортах вокруг г. Гродно, ранее лишайник был известен на фортах № 6 и 8 [6]. В отмеченных локалитетах лептогиум лишайниковидный произрастает на бетонном субстрате на мхах, образуя скопления площадью от 3 до 12 м².

Коллекционные материалы: Гродненская область, Гродненский район, окр. д. Юзефовка. Гродненская крепость, форт № 6. 53°35'42,3"N, 23°46'53,3"E. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Окраина дачного поселка, луг. На замшелом бетоне. Herbarium MSK-L 10678; окр. д. Гибуличи. Гродненская крепость, форт № 8. 53°36'28,4"N, 23°52'43,4"E. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Сосняк кисличный. На замшелой стене форта. Herbarium MSK-L 10683; окр. д. Загораны. Гродненская крепость,

форт № 1. 53°44'02,0"N, 23°42'42,7"E. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Суходольный разнотравный луг. На замшелом бетоне. Herbarium MSK-L 10690; окр. д. Мал. Ольшанка. Гродненская крепость, форт № 7. 53°35'47,1"N, 23°49'54,0"E. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Опушка соснового леса. На замшелом бетоне. Herbarium MSK-L 10698.

***Lichenomphalia umbellifera* (L.) Redhead, Lutzoni, Moncalvo & Vilgalys.** Базидиальный лишайник, характеризуется хорошо развитым гранулярно-глобозным, темно-зеленым таллом *Botrydina*-типа. Гранулы слоевища в сухом состоянии до 30–40 мкм в диаметре. Плодовые тела светло-сероватые. Шляпки 5–15 мм в диаметре, выпуклые, с вогнутой центральной частью, завернутым книзу и местами разорванным краем. Ножки 1–2 см высотой, 1–2 мм толщиной, голые со слабо развитым войлочком только у основания. Базидии 40–55 x 8–11 мкм, с 4 спорами. Споры широкоовальные, 8–10 x 6–7 мкм. Лишайник известен из Браславского [11], Лепельского и Мядельского районов [13]. Новый вид для лишенобиоты НП «Припятский» [12].

Коллекционные материалы: Гомельская область, Лельчицкий район, ООПТ НП «Припятский». Окр. д. Симоничская Рудня, Симоничское л-во, кв. 592. 29 сентября 2011 г. Coll. Яцына А.П. Ельник сфагновый, усыхающий. На трухлявом и замшелом стволе ели. Herbarium MSK-L 8225.

***Micarea denigrata* (Fr.) Hedl.** Впервые для территории Беларуси лишайник приводится в 1960 г. для Беловежской пуши М.Ф. Макаревич [14]. В гербарии MSK-L данный вид отсутствовал. Новый вид для лишенобиоты НП «Припятский» [12]. Споры в основном 2-клеточные, часто слегка изогнутые, (7)9–16(18) мкм, парафизы многочисленные, 1–1,5 мкм шир. Таллом и апотеции от С обычно краснеют. Лишайник встречается на древесине упавших стволов и старых пней лиственных и хвойных пород деревьев, особенно в открытых местах.

Коллекционные материалы: Гомельская область, Лельчицкий район, ООПТ НП «Припятский». Млынокское л-во, кв. 602, окр. д. Симоничский Млынок. 29 сентября 2011 г. Coll./Det. Яцына А.П. На краю дороги, на деревянном заборе. На древесине. Herbarium MSK-L 9496.

+*Nectriopsis lecanodes* (Ces.) Diederich & Schroers. Впервые приводится для Беларуси. Лишенофильный гриб представлен беловато-розоватыми перитециями, 0,2–0,3 мм в диам.

(рис. 2). Сумки 50 x 6–9 мкм. Споры 2-клеточные, 10–12 x 4–4,5 мкм.

Коллекционные материалы: Гродненская область, Новогрудский район, окр. д. Городечно, Рядом с заброшенной фермой, на участке асфальта, зарастающем мхом. 7 мая 2012 г. Coll. Бакей С.К. 2 октября 2012 г. Det. Яцына А.П. На талломе *Peltigera didactyla*. Herbarium MSK-L 10799, 10794.

!*Parmelia serrana* A. Crespo, M.C. Molina & D. Hawksw. Впервые приводится для Беларуси. Лишайник был описан на основании морфологических и генетических особенностей вида *Parmelia saxatilis* (L.) Ach. [15]. В настоящее время *Parmelia saxatilis* (L.) Ach. является исключительно эпилитным лишайником. *Parmelia serrana* относится к эпифитным лишайникам, поверхность таллома блестящая, глянцевая. Лопасты таллома на концах округлые. Лобулы всегда отсутствуют. При тщательной ревизии образцов *Parmelia saxatilis* s.l. в Беларуси может быть обнаружен еще один вид лишайника – *Parmelia ernstiae* Feuerer & A. Thell. Последний лишайник относится к эпифитным видам, лобулы присутствуют, изидии покрыты сильным налетом.

Коллекционные материалы: Брестская область, Каменецкий район, ООПТ НП «Беловежская пуца», Королево-мостовское л-во, кв. 805 А, окр. д. Лядские. 52°35'13,5"N, 23°50'42,3"E. 16 августа 2012 г. Coll. Яцына А.П. Det. Arne Thell. Грабняк орляковый с черной ольхой. На стволе *Carpinus betulus* L. Herbarium MSK-L 10594; Королево-мостовское л-во, кв. 745, окр. д. Лядские. 52°36'10,2"N, 23°51'58,9"E. 14 августа 2012 г. Coll. Яцына А.П. Det. Arne Thell. Дубрава грабово-кисличная. На стволе *Carpinus betulus* L. Herbarium MSK-L 10589; Витебская область, Браславский район, ООПТ НП «Браславские озера», д. Богданово. 14 июня 2011 г. Coll. Яцына А.П. Det. Arne Thell. На обочине дороги в деревне. На деревянном заборе. Herbarium MSK-L 8634; Гродненская область, Свислочьский район, ООПТ НП «Беловежская пуца», Новоселковское л-во, кв. 195 В. 14 августа 2011 г. Coll. Яцына А.П. Det. Arne Thell. Сосняк кисличный. На сухих ветках *Picea abies* (L.) Karst. Herbarium MSK-L 7997; Могилевская область, Глусский район, Глусский л-хоз, Катковское л-во, д. Городищи. 28 апреля 2011 г. Coll. Яцына А.П. Det. Arne Thell. На обочине дороги (нежилая деревня). На деревянной дранке старой крыши сарая. Herbarium MSK-L 7343.



Рис. 2. Внешний вид и споры *Nectriopsis lecanodes* (Ces.) Diederich & Schroers.



Рис. 3. Внешний вид *Phaeocalicium polyporaеum* (Nyl.) Tibell.

***Phaeocalicium polyporaеum* (Nyl.) Tibell.** Впервые приводится для Беларуси. Род *Phaeocalicium* относится к несистематической группе калициоидных грибов и лишайников, или их часто упоминают в статьях под названием порошкоплодные лишайники. С недавних пор род *Phaeocalicium* A.F.W. Schmidt рассматривается в пределах порядка *Mycocaliciales* Tibell et Wedin [16]. Взрослые апотеции 0,6–0,8 мм выс., черные без налета, на оливково-коричневых ножках (рис. 3). Головки апотециев обратноконические или почти цилиндрические, 0,08–0,09 мм шир. Эпитеций 5–10 мкм толщ.,

коричневый. Гипотеций 60–80 мкм выс., гиалиновый. Ножки апотеция прямые, 0,06–0,08 мм в диам., все части апотеция не дают реакции на KOH и HNO₃. Сумки 81–93 x 3,6–4,5 мкм, цилиндрические. Споры расположены в сумке в 1 ряд. Споры 2-клеточные, эллипсоидные, светло-коричневые, 11–13 x 3,5–4,8 мкм. Лишайник встречается на плодовых телах гриба *Trichaptum biforme* (Fr.) Ryvardeen.

Коллекционные материалы: Брестская область, Каменецкий район, ООПТ НП «Беловежская пуща». Королево-мостовское л-во, кв. 778/779, окр. д. Лядские. 52°35'29,8"N,

23°52'30,8"E. 14 августа 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. Дубрава грабово-снытевая. На плодовом теле *Trichaptum biforme* (Fr.) Ryvarden. Herbarium MSK-L 10590.

***Placynthium nigrum* (Huds.) Gray.** Вторая находка лишайника на территории Беларуси. Ранее лишайник был найден в Браславском районе, д. Слободка, на кирпичной оградке кладбища [11].

Коллекционные материалы: *Гродненская область*, Гродненский район, окр. д. Погараны. Гродненская крепость, форт № 9. 53°37'31,0"N, 23°55'09,2"E. Сосняк кисличный. 6 сентября 2012 г. Coll./Det. Яцына А.П. На бетоне. Herbarium MSK-L 10691.

Заключение. В ходе ревизии гербарных образцов в статье приводится информация о распространении 15 видов лишайников и 1 лишайнофильного гриба. *Calicium quercinum* Pers. и *Micarea denigrata* (Fr.) Hedl. ранее были известны только по литературным данным. *Chaenotheca chlorella* (Ach.) Müll., *Hypotrachyna revoluta* (Flörke) Hale. и *Leptogium lichenoides* (L.) Zahlbr. включены в 3-е издание Красной книги Беларуси. Такие виды, как *Caloplaca flavorubescens* (Huds.) J.R. Laundon., *Chaenotheca hispidula* (Ach.) Zahlbr., *Nectriopsis lecanodes* (Ces.) Diederich & Schroers., *Parmelia serrana* A. Crespo, M.C. Molina & D. Hawksw. и *Phaeocalicium polyporaеum* (Nyl.) Tibell, впервые указываются для лишайнобиоты Беларуси. *Micarea denigrata* (Fr.) Hedl. и *Lichenomphalia umbellifera* впервые приводятся для лишайнобиоты НП «Припятский».

Автор благодарит и выражает признательность Arne Thell за помощь в определении *Parmelia serrana* и С.Я. Кондратьюку за подтверждение *Caloplaca flavorubescens*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Томин, М.П. Определитель корковых лишайников европейской части СССР (кроме Крайнего Севера и Крыма) / М.П. Томин. – Минск: Изд-во АН БССР, 1956. – 532 с.
2. Голубков, В.В. Порошкоплодные лишайники Белоруссии / В.В. Голубков, А.Н. Титов // Новости систематики низших растений. – Ленинград: Наука, 1990. – Т. 27. – С. 97–101.
3. Tibell, L. Crustose lichens as indicators of forest continuity in boreal coniferous forests / L. Tibell // Nord. J. of Bot. – 1992. – Vol. 12. – P. 427–450.
4. Lietuvos raudonoji knyga / Lietuvos Respublikos aplinkos ministerija, Botanikos institutas, Vilniaus universiteto Ekologijos institutas [Valerijus Rašomavičius (vyr. red.) ir kt.]. – Vilnius: Lietuvos Respublikos aplinkos ministerija, Botanikos institutas, Vilniaus universiteto Ekologijos institutas, 2007 (Kaunas: Lututė). – 800 p.: iliustr., bibliograf.
5. Чырвоная кніга Рэспублікі Беларусь: Рэдкія і тыя, што знаходзяцца пад пагрозай знікнення віды жывёл і раслін / Беларус. энцыкл.; гал. рэдкал.: А.М. Дарафееў (старш.) [і інш.]. – Мінск: БелЭн, 1993. – 560 с.
6. Красная книга Республики Беларусь: Редкие и находящиеся под угрозой исчезновения виды дикорастущих растений / гл. редкол.: Л.И. Хоружик (предс.), Л.М. Сушеня, В.И. Парфенов [и др.]. – Минск: БелЭн, 2005. – 456 с.
7. Голубков, В.В. Видовой состав и структура лишайнофлоры государственного заповедно-охотничьего хозяйства «Беловежская пушча» / В.В. Голубков // АН БССР; редкол. журнала «Весті Акадэміі навук Беларускай ССР. Серыя біялагічных навук». – Минск, 1987. – Ч. 1: Видовой состав и структура лишайнофлоры Беловежской пушчи: аннотированный список. – 97 с. Деп. в ВИНТИ 17.3.1987, № 2829.
8. Яцына, А.П. Новые виды лишайников, лишайнофильных и лишайнизированных грибов ГПУ «НП «Припятский»» / А.П. Яцына // Современное состояние и перспективы развития особо охраняемых природных территорий Республики Беларусь: материалы междунар. науч.-практ. конф., п. Домжерицы, 24–26 сент. 2012 г. / редкол.: В.С. Ивкович (отв. ред.) [и др.]. – Минск: Белорусский дом печати, 2012. – С. 101–104.
9. Ekman, S. The genus *Cliostomum* revisited / S. Ekman // Symb. Bot. Upsal. – 1997. – Vol. 32(1). – P. 17–28.
10. Яцына, А.П. Очерк о лишайниках Глусского района / А.П. Яцына // Проблемы устойчивого развития регионов Республики Беларусь и сопредельных стран: сб. науч. ст. Второй международной науч.-практ. конф., Могилев, 27–29 марта 2012 г.: в 2 ч. / Могилев. гос. ун-т; под ред. И.Н. Шаруха, И.И. Пирожкина, И.И. Бариновой. – Могилев, 2012. – Ч. 2. – С. 316–320.
11. Yatsyna, A.P. The first contribution to lichens, lichenicolous and allied fungi from Braslav lakes National park (NW Belarus) / A.P. Yatsyna // Botanica Lithuanica. – 2011. – Vol. 17(4). – P. 177–184.
12. Голубков, В.В. Лишайнобиота Национального парка «Припятский» / В.В. Голубков. – Минск: Белорусский дом печати, 2011. – 192 с.
13. Белый, П.Н. Новые и редкие виды лишайников Березинского биосферного заповедника / П.Н. Белый, В.В. Голубков // Особо охраняемые природные территории Беларуси. Исследования. – Вып. 3. – Минск: Белорусский дом печати, 2008. – С. 69–83.
14. Макаревич, М.Ф. К флоре лишайников заповедника «Беловежская пушча» / М.Ф. Макаревич // Ботанические материалы отдела споровых растений ботанического института имени В.Л. Комарова. – 1960. – Т. 13. – С. 25–29.
15. Molina, M. del C. Phylogenetic relationships and species concepts in *Parmelia* s. str. (*Parmeliaceae*) inferred from nuclear ITS rDNA and β -tubulin sequences / M. del C. Molina, A. Crespo, O. Blanco, H. Th. Lumbsch and D.L. Hawksworth // Lichenologist. – 2004. – Vol. 36(1). – P. 37–54.
16. Tibell, L. Mycocaliciales – a new order of non-lichenized calicioid fungi / L. Tibell, M. Wedin // Mycologia. – 2000. – Vol. 92. – P. 577–581.

Поступила в редакцию 19.04.2013. Принята в печать 17.06.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: lihenologs84@mail.ru – Яцына А.П.

Высшая растительность озера Глыба

Л.М. Мерзвинский, В.П. Мартыненко, Ю.В. Высоцкий,
Ю.Л. Становая

Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»

В статье даны сведения о высшей растительности озера Глыба, которое расположено на крайнем севере Белорусского Поозерья в республиканском ландшафтном заказнике «Синьша». Из озера начинается исток р. Дриса. Котловина озера ложбинного типа. По комплексу признаков оно является эвтрофным. По рыбохозяйственной характеристике озеро лещевого типа.

Составлена схема зарастания водоема, приведены сведения о 19 растительных ассоциациях, их продуктивности и величине продукции. По особенностям зарастания озеро относится к поясному типу. Высшая растительность озера представлена тремя полосами зарастания: воздушно-водной растительности, растений с плавающими листьями и укореняющимися в грунте, широколистных рдестов. В нем отсутствует полоса водных мхов и водорослей из рода *Chara*. Высшие растения занимают 25,5% от площади зеркала озера. За вегетационный период высшая растительность образует 76,4 г/м² абсолютно сухого вещества, или 30,6 г/м² в расчете на органический углерод. В озере выявлены виды, занесенные в Красную книгу Республики Беларусь: Кувшинка белая (*Nymphaea alba* L.) и Наяда морская (*Najas marina* L.). Особенности и степень зарастания озера высшей растительностью и ее продуктивность – результат развития водоема в отсутствие антропогенного воздействия.

Ключевые слова: озеро Глыба, высшая водная растительность, зарастание, ассоциация, продукция, продуктивность, мониторинг растительности, ГИС технологии, электронная векторная карта, ландшафтный заказник «Синьша».

Upper Vegetation of Lake Glyba

L.M. Merzhvinski, V.P. Martynenko, Yu.V. Vysotski, Yu.L. Stanovaya
Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»

Data on upper vegetation of Lake Glyba, which is located in the extreme north of Belarusian Poozerye (Lake District) in the National Landscape Reserve of Synsha, are presented in the article. The river Dryssa starts from the lake. The hollow of the lake is of ravine type. According to the complex of features the lake is eutrophic. The fishing characteristic is the bream type.

The scheme of the growth in the water body has been made up, data on 19 plant associations, their productivity and the amount of the product, are presented. According to the growth features the lake is of the belt type. The upper vegetation of the lake is presented by three growth strips: the air and aquatic plant strip, the strip of plants with floating and rooted in soil leaves, the strip of wide leaf rhdests. The lake lacks the strip of aquatic moss and weed of *Chara* type. Upper vegetation takes up 25,5% of the lake mirror area. During the vegetation period upper vegetation produces 76,4 g/m² of absolute dry substance or 30,6 g/m² in relation to organic carbon. Species listed in the Red Book of Belarus are found in the lake: *Nymphaea alba* L. and *Najas marina* L. The peculiarities and the degree of growth in the lake of upper vegetation and its productivity are the result of the water body development which lacks anthropogenic impact.

Key words: Lake Glyba, upper aquatic vegetation, growth, association, product, productivity, vegetation monitoring, geoinformation technologies, computer vector map, Landscape Reserve of Synsha.

Высшие водные растения наряду с водорослями образуют первичную продукцию, от которой зависят жизненные процессы в водоемах, они принимают активное участие в аккумуляции и очищении водоема от различного рода загрязнений, поступающих в водоем с водосбора. Прибрежные и высшие водные растения, их динамика в водоемах являются лучшими индикаторами качественного состояния экосистем озер. Изучение характера зарастания озер высшей водной растительностью имеет как научно-познавательное значение, так и практи-

ческое. Современные данные о высшей водной растительности озера служат отправной точкой для долгосрочного мониторинга состояния их экосистем. Многие высшие растения являются индикатором качества воды, и при загрязнении водоемов из них, в первую очередь, исчезают редкие виды, происходят изменения, которые приводят к перестройке растительного покрова водоемов, смене цепей питания зообионтов, что обедняет биоразнообразие водных экосистем.

Работа по изучению флоры и растительности водоемов республиканского ландшафтного за-

казника «Синьша» осуществляется нами в рамках выполнения задания 5.2.22 «Оценка современного состояния биоразнообразия и ресурсного потенциала Белорусского Поозерья как основа для его сохранения и рационального использования» ГПНИ «Химические технологии и материалы, природно-ресурсный потенциал» подпрограммы 5 «Природно-ресурсный потенциал», раздела «Биоразнообразие, биоресурсы и экотехнологии».

Цель исследования – изучение высшей водной растительности озера Глыба республиканского ландшафтного заказника «Синьша». Для достижения этого были поставлены задачи: определить характерные особенности высшей растительности озера и установить степень зарастания, определить годовую продукцию и продуктивность макрофитов, выявить популяции редких и охраняемых видов растений, составить электронную векторную карту водной

растительности озера.

Материал и методы. Озеро Глыба находится на крайнем севере Белорусского Поозерья и расположено на территории республиканского ландшафтного заказника «Синьша» (рис. 1). Площадь озера 152 га. Длина водоема 3,46 км, максимальная ширина 0,8 км. Наибольшая глубина 10,7 м, средняя – 4,9 м (рис. 2). Длина береговой линии 9 км. Объем воды 7,44 млн м³.

Прозрачность воды 1,9 м. Ph у поверхности 8,36, у дна 7,66 [1]. Минерализация воды 150 мг/л. Котловина ложбинного типа и вытянута с северо-запада на юго-восток. Глубины до 2 м занимают 21% площади зеркала озера. Дно до глубины 3 м песчаное, с глубины 3 до 7 м – опесчаненный ил. Водоем слабо проточный. В него впадают 2 ручья. На востоке озера широкой протокой – истоком реки Дриссы – соединяется с озером Дриссы. Водоем эвтрофного типа [2].

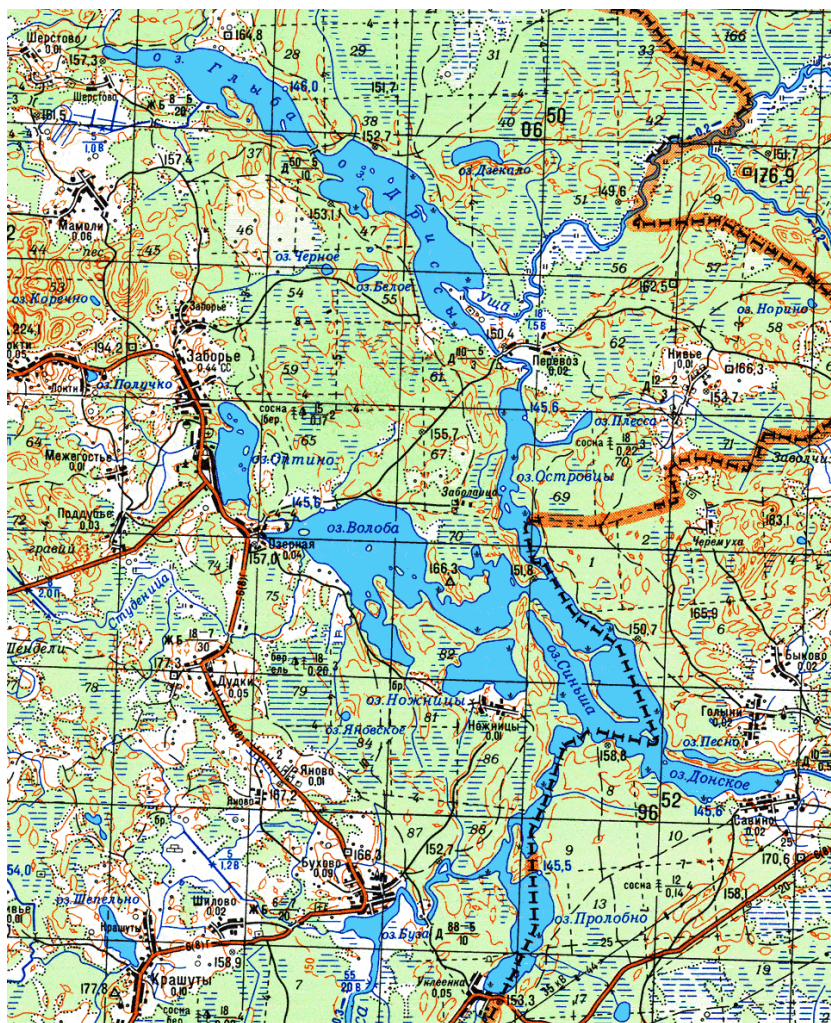


Рис. 1. Расположение озера Глыба в системе озер на территории заказника «Синьша»

(фрагмент карты N-35-VI (Городок) / Комитет геодезии при Совете Министров Республики Беларусь. – 1:200 000. – Минск, 1993. – 1 к.)

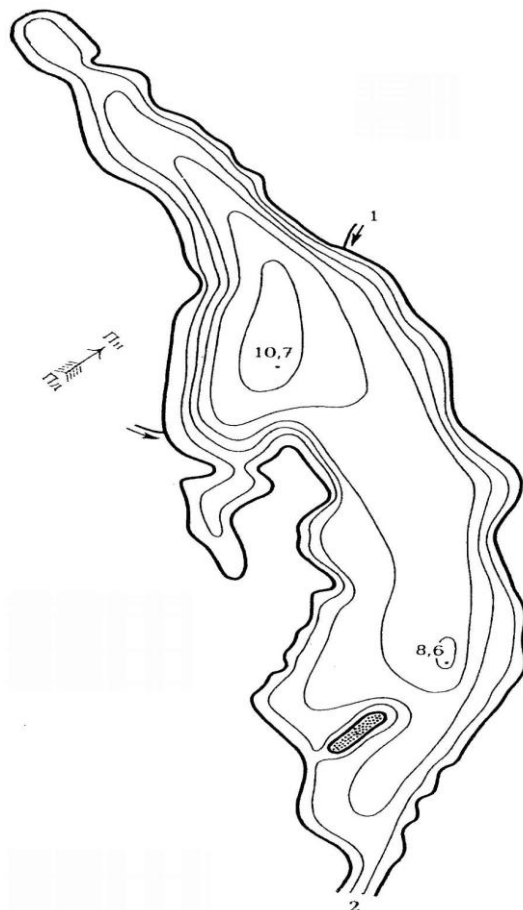


Рис. 2. Батиметрическая схема озера Глыба по [1].

Высшая растительность озера обследована и описана по общепринятым методикам В.М. Катанской [3] и И.М. Распопова [4]. На специальных бланках для описания высшей водной растительности вели учет высоты растений, ярусности, величины обилия и степени проективного покрытия, указывали особенности грунта, на котором произрастает фитоценоз, его площадь. На последней странице бланка делали зарисовку размещения фитоценоза, учитывали его площадь и отмечали пограничные фитоценозы. Для выявления растений, произрастающих на глубине, использовали двухъярусную железную кошку. Продуктивность ассоциаций учитывали на площадках 1, 4, 9 м². По результатам исследований составлены схема зарастания озера (рис. 3) и табл., в которой даны список ассоциаций и продуктивность, площадь которую они занимают в водоеме, их продукция.

При обследовании озера нами были использованы ГИС технологии для фиксирования и интерпретации данных полевых наблюдений. Маршрут обследования водоема записывался

прибором спутниковой навигации *GPSmap60CSx GARMIN*. Границы обнаруженных растительных ассоциаций заносились в память *GPS*-навигатора как путевые точки с точными географическими координатами. Впоследствии данные с *GPS*-навигатора передавались в специальную программу *OziExhploer 3.95.4m*. Эта программа переносит *GPS*-координаты путевых точек и точек трека (запись пройденного пути) на топографическую карту и сохраняет их в отдельные файлы. Впоследствии с использованием ГИС «Панорама» («Карта 2008») было проведено картографирование прибрежно-водной растительности озера. На пользовательскую карту импортированы шейп-файлы данных *GPS* из *OziExhploer*. На основе этой карты с использованием путевых точек на границах различных растительных ассоциаций средствами ГИС составлена электронная картосхема зарастания оз. Глыба. Также подготовлена электронная векторная карта прибрежно-водной растительности озера. Подробная методика работы с ГИС описана нами ранее [5].

Результаты и их обсуждение. Высшая растительность озера представлена тремя полосами зарастания: воздушно-водной растительности, растений с плавающими листьями и укореняющимися в грунте, широколистных рдестов. Грунты почти повсеместно песчаные.

Полосу воздушно-водной растительности формируют ассоциации, строителями которых являются тростник обыкновенный (*Phragmites australis* (Cav.) Trin.ex Steud.), схеноплектус озерный (*Schoenoplectus lacustris* (L.) Palla.), тростянка овсяницевидная (*Scolochloa festuacea* (Willd.) Link), ежеголовник прямой (*Sparganium erectum* L.), аир болотный (*Acorus calamus* L.), хвощ приречный (*Equisetum fluviatile* L.), рогоз узколистный (*Typha angustifolia* L.). Фитоценозы, формирующие ассоциацию тростника обыкновенного (*Phragmites australis* – ass.), доминируют среди воздушно-водной растительности озера. Местами они сменяются зарослями схеноплектуса озерного, ежеголовника прямого, хвоща приречного, протяженность которых от 10 до 40 м. Обилие тростника в фитоценозах равно 2–3 баллам, изредка достигает 4 баллов. Проективное покрытие от 15 до 40%. Высота растений от 160 до 230 см. Среди зарослей тростника встречаются кубышка желтая (*Nuphar lutea* (L.) Smith.), схеноплектус озерный, ситняг игольчатый (*Eleocharis acicularis* (L.) Roem. et. Schult.), хвощ приречный, обилие которых от 1 до 2 баллов. Заросли тростника простираются от уреза воды до 5–8 м и заходят в глубь водоема до 1,3 м. Редко ширина его зарослей достигает 25 м.

У северо-восточного побережья озера отмечена ассоциация тростника с рогозом узколистным (*Phragmites australis* + *Typha angustifolia* – ass.). Обилие тростника не превышает 3 баллов, рогоза узколистного – 2 баллов. Проективное покрытие их соответственно составляет 20 и 15%.

На периферии зарослей в сторону открытой акватории озера тростник почти постоянно формирует ассоциацию с кубышкой желтой (*Phragmites australis* – *Nuphar lutea* – ass.). Обилие тростника в ассоциации 3 балла, кубышки желтой – 2 балла. Проективное покрытие их составляет по 30%. Единично в ассоциации присутствуют рдесты блестящий (*Potamogeton lucens* L.) и сплюснутый (*Potamogeton compressus* L.). Заросли поселяются до глубины 1,3 м.

Фитоценозы схеноплектуса озерного, образующие ассоциацию (*Schoenoplectus lacustris* – ass.), спорадически встречаются в литоральной зоне озера (рис. 3). Протяженность их всего 20–40 м. Ширина зарослей 6–8 м. Высота растений

200–220 см. Обилие схеноплектуса 3 балла, проективное покрытие 20%. В ассоциации присутствуют тростник обыкновенный, кубышка желтая, рдест блестящий.

У северо-западного побережья озера отмечена незначительная по занимаемой площади группировка тростянки овсяницевидной. Обилие ее не превышает 3 баллов, проективное покрытие равно 20%. С глубины 1,2 м она сменяется зарослями горца земноводного (*Persicaria amphibia* (L.) S. F. Gray) с другими водными растениями.

Ограниченное распространение в озере имеет хвощ приречный, образующий у восточного побережья ассоциацию с кубышкой желтой и горцем земноводным (*Equisetum fluviatile* – *Nuphar lutea* + *Persicaria amphibia*). Обилие кодоминантов ассоциации составляет по 2 балла. Проективное покрытие кубышки желтой равно 25%, хвоща приречного и горца земноводного по 15%.

Ежеголовник прямой образует ассоциацию с кубышкой желтой (*Sparganium erectum* – *Nuphar lutea* – ass.). Протяженность зарослей не превышает 40 м, их ширина от уреза воды равна 3 м. Обилие строителей ассоциации составляет по 3 балла. Проективное покрытие ежеголовника прямого 30%, кубышки желтой 40%. Единично в зарослях встречается уруть колосистая (*Myriophyllum spicatum* L.).

У северо-западного побережья отмечена ассоциация ежеголовника прямого с кувшинкой белой (*Sparganium erectum* – *Nymphaea alba* – ass.). Обилие ежеголовника и кувшинки составляет по 3 балла. Проективное покрытие ежеголовника 30%, кувшинки белой 50%. В зарослях отмечена кубышка желтая, обилие которой 1 балл.

Полосу растений с плавающими листьями формируют кубышка желтая, горец земноводный, кувшинки белая и чистобелая, рдест плавающий (*Potamogeton natans* L.). Возвышенное юго-западное побережье, поросшее лесом, отсутствие волнобоя создают здесь благоприятные условия для растительности с плавающими листьями, среди которой преобладает кубышка желтая. Грунты в полосе чаще песчаные.

Фитоценозы кубышки желтой, образующие ассоциацию (*Nuphar lutea* – ass.), простираются за полосой воздушно-водной растительности и занимают локалитет с глубинами от 1,3 до 2,5 м. Ширина зарослей колеблется от 3 до 10 м. Обилие кубышки желтой в фитоценозах равно 3–4 баллам, проективное покрытие – 40–70%. Спутниками в фитоценозах являются тростник обыкновенный, горец земноводный, рдесты плавающий и блестящий.



1 – тростник обыкновенный; 2 – схеноплектус озерный; 3 – рогоз узколистный; 4 – хвощ приречный; 5 – ежеголовник прямой; 6 – тростянка овсяницевидная; 7 – кубышка желтая; 8 – кувшинка белая; 9 – горец земноводный; 10 – рдест плавающий; 11 – рдест блестящий; 12 – элодея канадская; 13 – фонтиналис противопожарный

Рис. 3. Схема зарастания оз. Глыба.

У юго-западного побережья выявлены фитоценозы кубышки желтой с горцем земноводным, образующие ассоциацию (*Nuphar lutea* + *Persicaria amphibia* – ass.). Протяженность фитоценозов не превышает 50 м. Глубина 1,5–2 м. Обилие строителей ассоциации составляет по 3 балла. Проективное покрытие кубышки желтой 40%, горца земноводного 30%. Ассоциация занимает локалитет за воздушно-водными растениями, чаще тростником. Единично в ассоциации встречены кувшинка чистобелая (*Nymphaea candida* J. et C. Presl) и уруть колосистая.

К юго-западному побережью приурочены фитоценозы кубышки желтой с кувшинкой чистобелой, относящиеся к ассоциации (*Nuphar*

lutea + *Nymphaea candida* – ass.). Они занимают локалитет за тростником, поселяясь на глубине от 1,8 до 2,5 м. Обилие кубышки желтой 4 балла, проективное покрытие 55%, обилие кувшинки чистобелой 2 балла, проективное покрытие 25%. В ассоциации единично произрастают рдесты плавающий и блестящий.

Ближе к северо-западной оконечности озера произрастает ассоциация кубышки желтой с рдестом плавающим (*Nuphar lutea* + *Potamogeton natans* – ass.). Поселяется она за зарослями тростника на глубине 1,8–2,2 м. Обилие строителей ассоциации составляет по 3 балла, проективное покрытие по 40%. Единично в ассоциации отмечена уруть колосистая.

**Площадь ассоциаций, их продуктивность
и общая продукция высших растений оз. Глыба**

	Ассоциация	Площадь, га	Продуктивность, г/м ²	Фитомасса, т
1.	<i>Phragmites australis</i>	7,64	600	45,84
2.	<i>Phragmites australis</i> + <i>Typha angustifolia</i>	0,2	850	1,7
3.	<i>Phragmites australis</i> – <i>Nuphar lutea</i>	2,5	800	20,0
4.	<i>Schoenoplectus lacustris</i>	0,8	190	1,62
5.	<i>Scolochloa festucacea</i>	0,01	240	0,024
6.	<i>Equisetum fluviatile</i> – <i>Nuphar lutea</i> + <i>Persicaria amphibia</i>	0,4	320	1,28
7.	<i>Sparganium erectum</i> – <i>Nuphar lutea</i>	0,2	450	0,9
8.	<i>Sparganium erectum</i> – <i>Nymphaea alba</i>	0,2	430	0,86
9.	<i>Nuphar lutea</i>	3,8	190	7,22
10.	<i>Nuphar lutea</i> + <i>Persicaria amphibia</i>	0,5	210	1,05
11.	<i>Nuphar lutea</i> + <i>Nymphaea candida</i>	0,2	250	0,5
12.	<i>Nuphar lutea</i> + <i>Potamogeton natans</i>	0,1	255	0,25
13.	<i>Persicaria amphibia</i>	0,1	150	0,15
14.	<i>Potamogeton natans</i>	0,05	180	0,09
15.	<i>Potamogeton lucens</i>	18,0	150	27,0
16.	<i>Potamogeton lucens</i> + <i>Ceratophyllum demersum</i>	1,0	350	2,5
17.	<i>Elodea canadensis</i>	0,6	150	0,9
18.	<i>Ceratophyllum demersum</i>	0,4	310	1,2
19.	<i>Fontinalis antipyretica</i>	0,75	40	0,3
	Всего:	37,75		115,3

К юго-западному побережью приурочены фитоценозы горца земноводного, строящего ассоциацию (*Persicaria amphibia* – ass.). Их протяженность 30–40 м, ширина зарослей 4–5 м. Глубина произрастания 1,5–2 м. Обилие горца земноводного 3–4 балла. Проективное покрытие 30–40%. Постоянным спутником в фитоценозах является кубышка желтая, обилие которой достигает 2 баллов, а проективное покрытие равно 15%. В ассоциации единично присутствуют кувшинка чистоцветная и роголистник погруженный (*Ceratophyllum demersum* L.).

Ассоциация рдеста плавающего (*Potamogeton natans* – ass.) имеет ограниченное распространение в озере. Ее фитоценозы отмечены только у юго-западного побережья озера. Произрастает рдест плавающий на глубине 2 м. Его обилие равно 3 баллам, проективное покрытие 40%. Так как фитоценозы соседствуют с кубышкой желтой, она в них внедряется. Обилие ее всего 1 балл, а проективное покрытие 15%.

В полосе широколистных рдестов доминирует ассоциация рдеста блестящего (*Potamogeton lucens* – ass.). Ее фитоценозы простираются за полосой растений с плавающими листьями и занимают глубины от 2 до 3 м (рис. 3). Грунт заиленный песок. Обилие рдеста блестящего 2–3 балла. Проективное покрытие 15–40%. В ассоциации встречаются кубышка желтая, элодея канадская (*Elodea canadensis* Michx.) и уруть колосистая.

В литоральной зоне северо-западной части водоема произрастает ассоциация рдеста блестящего с роголистником погруженным (*Potamogeton lucens* + *Ceratophyllum demersum* – ass.). Глубина 2 м. Грунт заиленный песок. Обилие строителей ассоциации составляет по 3 балла. Проективное покрытие по 50%. В ассоциации встречаются наяда морская (*Najas marina* L.), роголистник погруженный, уруть колосистая, элодея канадская.

К западному побережью приурочены фитоценозы, формирующие ассоциацию элодеи ка-

надской (*Elodea canadensis* – ass.). Глубина 2 м. Грунт песок. Обилие элодеи 4 балла, проективное покрытие 50%.

У западного побережья произрастает роголистник погруженный, образующий ассоциацию (*Ceratophyllum demersum* – ass.). Глубина 2,5 м. Грунт ил. Обилие роголистника 4 балла, проективное покрытие 60%. Единично в ассоциации присутствует кубышка желтая.

Невысокая прозрачность воды препятствует произрастанию в водоеме растений, относящихся к полосе водных мхов и харовых водорослей. Мох фонтиналис противопожарный, образующий ассоциацию (*Fontinalis antipyretica* – ass.), занимает ограниченный участок литорали у западного побережья озера на глубине 2,2 м. Грунт опесчаненный ил. Обилие фонтиналиса 4 балла. Проективное покрытие 60%. Единично в ассоциации присутствует кубышка желтая.

Заключение. Высшие растения распространены в озере на площади 37,75 га (табл.), что составляет 25% площади его зеркала. Среди растительности озера преобладает полоса широколистных рдестов, на которую приходится 20 га, что составляет 54,2% его растительного покрова. Воздушно-водная растительность покрывает 12 га, или 31%.

На полосе растений с плавающими листьями приходится всего 5 га, или 13,2%. За вегетационный период растительность озера синтезирует 115,3 т абсолютно сухого вещества, что составляет 76,4 г/м². В расчете на органический углерод [4] это равно 30,6 г/м². Воздушно-водная растительность, благодаря более высокой продуктивности, образует 72,42 т вещества, или 62,3%. Растительность полосы широколистных рдестов продуцирует 31,6 т абсолютно

сухого вещества, что составляет 26,5%. На долю растительности с плавающими листьями приходится всего 9,26 т, или 8,0%.

Сравнение степени зарастания и продуктивности высшей растительности оз. Глыба с другими ранее изученными озерами заказника [6–7], дренируемыми р. Дриссой, свидетельствует о более низкой степени зарастания и продуктивности оз. Глыба. Экосистема оз. Глыба сформировалась среди холмистого моренного ландшафта, поросшего сосновым лесом в отсутствие антропогенного воздействия. Исток в системе озер, дренируемой р. Дриссой, начинается с оз. Глыба, поэтому имеет место привнос биогенных веществ из озера в другие водоемы, что способствует увеличению их трофности.

В озере произрастают виды, занесенные в Красную книгу Республики Беларусь, – кувшинка белая и наяда морская.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Власов, Б.П. Озера Беларуси: справочник / Б.П. Власов, О.Ф. Якушко, Г.С. Гигевич, А.Н. Рачевский, Е.В. Логинова. – Минск: БГУ, 2004. – 284 с.
- 2 Энциклопедия природы Беларуси. – Минск, 1983. – Т. 2. – С. 82.
- 3 Катанская, В.М. Высшая водная растительность континентальных водоемов СССР. Методы изучения / В.М. Катанская. – Л., 1981. – 186 с.
- 4 Распопов, И.М. Высшая водная растительность больших озер Северо-Запада СССР / И.М. Распопов. – Л., 1985. – 196 с.
- 5 Мерзвинский, Л.М. Высшая растительность озера Ножницы / Л.М. Мерзвинский, В.П. Мартыненко, Ю.И. Высоцкий, Ю.Л. Становая // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2013. – № 2(74). – С. 60–66.
- 6 Мартыненко, В.П. Высшая водная растительность озера Дрисы / В.П. Мартыненко, Л.М. Мерзвинский, Ю.Л. Становая // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2011. – № 5(65). – С. 34–39.
- 7 Мерзвинский, Л.М. Высшая растительность озера Пролобно / Л.М. Мерзвинский, В.П. Мартыненко, Ю.И. Высоцкий, Ю.Л. Становая // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2011. – № 5(65). – С. 34–39.

Поступила в редакцию 07.05.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: leonardm@tut.by – Мерзвинский Л.М.



Формирование выпускного резюме специалиста в совместной работе стейкхолдеров

А.С. Вацковский*, А.С. Ключников, Ю.М. Чирвоная*****

**Негосударственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский финансово-промышленный университет “Синергия”»*

***Учреждение образования Федерации профсоюзов Беларуси*

«Международный университет “МИТСО”», Витебский филиал

****Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»*

В статье приводятся определение и классификация стейкхолдеров по литературным источникам. На основании анализа этой классификации утверждается, что во всех общепринятых группах стейкхолдеров важным звеном являются выпускники данного учебного заведения. Поэтому в учебном процессе главное внимание должно уделяться корпоративной учебно-методической среде вуза. Она, в свою очередь, формируется во взаимодействии преподавателей и студентов. Приводятся основные этапы формирования системы взаимоотношений заинтересованных сторон. Материал статьи рассчитан на профессорско-преподавательский состав, аспирантов, студентов старших курсов, а также деканов и руководителей служб менеджмента качества, довузовской подготовки, маркетинга и других подразделений вуза, ведущих профориентационную работу, организацию практик и осуществляющих связь с организациями, где работают или куда распределяются выпускники.

Ключевые слова: стейкхолдеры, студенты, преподаватели, корпоративная учебно-методическая среда, деканы, маркетинг, выпускники, резюме.

Formation of Graduates' CV in Stakeholders' Cooperative Activity

A.S. Vatskovsky*, A.S. Kluchnikov, Y.M. Chyrvonaya*****

**Non state educational establishment of higher professional education
«Moscow Industry and Finance University “Synergy”»*

***Educational establishment of the Trade Union Federation of Belarus
«International University “MITSO”», Vitebsk branch*

****Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»*

The article introduces the definition and classification of stakeholders according to literary sources. On the basis of the classification analysis it is acknowledged that the graduates of the given educational establishment are considered to be of great importance in all generally accepted groups of stakeholders. That is why in the educational process main attention must be paid to the corporate academic (learning and teaching) environment of the university. It is, in its turn, formed in the interrelation between teachers and students. Main stages of the system of stakeholders' interrelation are presented in the article. The information in the article is meant for teachers, postgraduates, senior students as well as for deans, heads of quality management agencies, preuniversity training departments, marketing and other university divisions, which carry out career advisory work, practice setting up and deal with institutions where graduates work or are assigned to work.

Key words: stakeholders, students, teachers, corporate academic (learning and teaching) environment, deans, marketing, graduates, curriculum vitae (CV).

После появления общей концепции корпоративной социальной ответственности (КСО) во второй половине XX века зарубежные вузы стали формировать и развивать свои концепции КСО. Основанием для этого послужила не только большая популярность данной концеп-

ции, но и активное влияние общественности, где основную роль играли студенты.

Внедрение современной технологии управления, основанной на концепции КСО и теории стейкхолдеров, может, при правильной организации, принести вузу массу выгод. Некоторые из них:

- качественный диалог с госструктурами и бизнес-сообществом;

- комплексная оценка внешнего окружения вуза, определение новых, стратегических путей развития;

- рост репутации, как следствие этого, новые партнеры и более выгодные отношения;

- рост конкурентоспособности на внутреннем рынке, и самое главное, на международном.

Для разработки грамотной концепции КСО вузы применяют основные механизмы теории стейкхолдеров: определение круга заинтересованных в работе учебного заведения сторон, разделение их на группы, определение и удовлетворение их интересов, разработка механизмов взаимодействия. Существует проблема определения степени влияния и значимости групп стейкхолдеров для развития вуза.

С середины 1970-х и до конца 1990-х годов вузы выделяли стейкхолдеров среди тех, кого непосредственно касался процесс обучения. Т. Вивер в 1976 году предложил следующую классификацию заинтересованных лиц: государство, управленческий и преподавательский составы и потребители (студенты, их семьи, работодатели и общество в целом) [1]. Л. Смит в 1984 году выделял поставщиков финансовых средств, продуктов и услуг, регулирующие органы, СМИ, родителей студентов [2]. Но уже в 1996 году Дж. Ликато и Г. Франквик на первое место ставят студентов, выпускников, затем идут бизнес-сообщество, общество в целом, преподавательский состав и администрация [3]. В последующие годы ученые продолжают определять заинтересованные группы учебных заведений, где на первое место в большинстве случаев ставят студентов.

Владивостокский государственный университет экономики и сервиса на основе собственного разработанного метода говорит о таком приоритете стейкхолдеров своего вуза: «бизнес-сообщество» – 30%, «сотрудники» – 29%, «клиенты» – 21%, «общество» – 11%, «внешние партнеры» – 9%. Группу «Бизнес-сообщество» составили коммерческие организации как потребители подготовленных специалистов-выпускников, образовательных, консалтинговых услуг. Менеджмент вуза, преподаватели и другие сотрудники вошли в группу «Сотрудники». Группа «Клиенты»: студенты всех форм и уровней обучения, в том числе иностранные, их родители, потребители необразовательных услуг. Группу «Общество» составили государственные и

региональные органы власти, фонды-грантодатели, общество в целом. В группе «Внешние партнеры» – другие учебные заведения и профессиональные сообщества [4].

Из вышеизложенного ясно, что во всех группах стейкхолдеров основным звеном являются бывшие студенты данного вуза. Целью настоящей статьи является определение основных этапов процесса формирования системы взаимоотношений заинтересованных групп и освещение роли выпускного резюме, формируемого в процессе обучения студентов, в работе вуза по группам стейкхолдеров.

Материал и методы. В качестве материала для данной статьи использовались публикации авторов, исследующих вопросы классификации и влияния стейкхолдеров [1–5], и собственные публикации по формированию компонентов выпускного резюме молодого специалиста [6–8]. В результате анализа и обобщения данного материала предложена схема взаимодействий основных групп стейкхолдеров – «студенты» и «преподаватели».

Результаты и их обсуждение. Вузам, как и любым другим организациям, необходимо выявить ключевые (приоритетные) и второстепенные группы заинтересованных лиц, определив их интересы, что поможет сформировать корректную линию поведения.

Также важно учитывать, что при разработке и реализации нового проекта, даже в рамках существующей концепции КСО, потенциальные (незначительные) стейкхолдеры могут переходить в группу значимых.

Для определения значения каждого из стейкхолдеров и характера их отношений с организацией Р. Митчелл в 1997 г. изложил теорию под названием «Особенность стейкхолдеров» [5]. В данной теории автор предложил метод определения значимости стейкхолдеров в соответствии с тремя критериями:

- власть (power) – возможность навязывать свою волю, оказывать влияние на организацию через принудительные, утилитарные и нормативные средства;

- легитимность (legitimacy) – соответствие действий стейкхолдера социально обусловленным нормам, ценностям и убеждениям организации;

- срочность (urgency) – насколько нужны стейкхолдеров требуют немедленных действий.

В зависимости от наличия у стейкхолдеров одного или более критериев Митчелл предложил разделить их на семь классов (рис. 1).

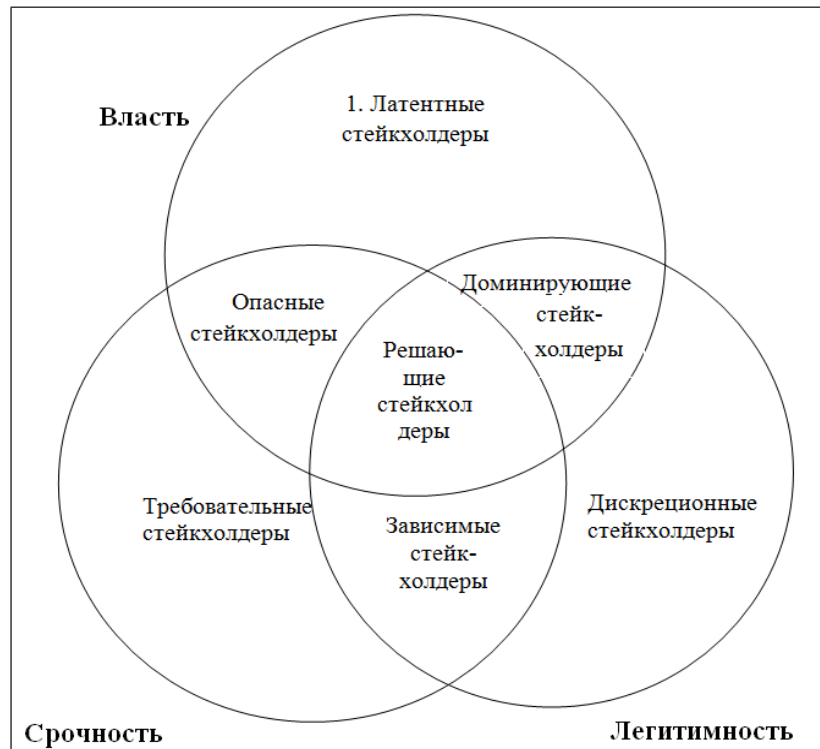


Рис. 1. Особенности стейкхолдеров (Stakeholder Salience).

Автор теории объединяет предложенные классы в три группы:

1. Скрытые (latent) стейкхолдеры. В данную группу входят заинтересованные стороны, которым присущ лишь один из критериев. Ограниченность ресурсов организации не позволяет удовлетворять интересы всех стейкхолдеров. Если заинтересованная сторона навязывает свою волю, но не обладает безотлагательностью и легитимностью, компания может оставаться неактивной по отношению к ней. Если стейкхолдер обладает лишь легитимностью, удовлетворение его потребностей остается на усмотрение организации. В свою очередь, обладая безотлагательностью, стейкхолдеры, как правило, требовательны. Тем не менее, эти требования чаще всего остаются без внимания, так как отсутствует критерий власти и легитимности.

2. Выжидающие (expectant) стейкхолдеры. В данную группу попадают стейкхолдеры, обладающие двумя критериями. Наличие власти и легитимности у заинтересованной стороны делает ее важной для организации и накладывает обязательства, например, в виде предоставления ежегодных отчетов. Имея легитимность и безотлагательность, стейкхолдеры оказываются в зависимой позиции, так как удовлетворение их требований зависит от менеджмента. При наличии власти и безотлагательности заинтере-

сованные стороны представляют угрозу. Даже несмотря на отсутствие легитимности, эти стейкхолдеры будут пытаться прибегать к принуждению в целях удовлетворения своих потребностей.

3. Наиболее существенные стейкхолдеры (highly salient). Одновременно имеют власть, легитимность и безотлагательность. Организация обязана принимать во внимание предъявляемые требования таких стейкхолдеров и отвечать как можно быстрее, потому что последние имеют легитимность и власть, чтобы заставить ее реагировать.

Вузы могут активно применять данный метод – он является универсальным практически для всех сфер деятельности. Перед тем как сформировать группы стейкхолдеров в соответствии с этим методом требуется определить, кто может являться заинтересованной стороной в деятельности вуза. Почти во всех случаях стейкхолдерами вуза будут государство (различные ведомства, госструктуры, причем не только образовательной среды), студенты, другие потребители услуг учебного заведения, абитуриенты, выпускники, бизнес-сообщество (партнеры и потребители результатов деятельности вуза). Также это другие учебные заведения, как партнеры, так и конкуренты, сотрудники (преподаватели, менеджмент и обслуживающий персонал), общест-

венные организации (фонды, благотворительные, природоохранные и экологические организации) и т.д. Давно признано, что стейкхолдеров организации может быть большое многообразие, невозможно учесть всех.

В соответствии с этим методом ключевыми заинтересованными сторонами являются:

– студенты, так как обладают высокой заинтересованностью в деятельности вуза, а также имеют высокую степень власти – данная группа была всегда наиболее активной в защите своих прав, выражении собственных интересов и взглядов. К тому же учебная среда является эффективной площадкой для объединения студентов. Абитуриенты и выпускники могут иметь высокую заинтересованность, но высокой властью не обладать, в этом случае необходимо постоянное информирование этих сторон о деятельности вуза, перспективах развития, крупных проектах и т.д.;

– преподаватели (деканаты, заведующие кафедрами) также имеют высокую заинтересованность в функционировании и развитии вуза. Данная сторона может не обладать явной властью, однако от некачественного удовлетворения или пренебрежения их интересами возможны снижение качества преподавания, массовое выражение недовольства, что однозначно повлияет на общую работу вуза, и увольнение. И хотя другие сотрудники учебного заведения имеют такую же высокую степень заинтересованности, что и преподаватели, их власть значительно ниже, хотя бы потому, что они не

имеют постоянного прямого контакта с основными клиентами – студентами;

– бизнес-партнеры имеют высокую заинтересованность во взаимоотношениях с вузом и его деятельности. Бизнес-партнеры обладают высокой степенью власти, так как инвестируют совместные проекты, имеют и передают необходимые для вуза ресурсы, также их власть выражается в самой значимости данных отношений для учебного заведения. Бизнес-организации, не являющиеся партнерами вуза, как правило, имеют низкую заинтересованность. Имеющие же высокий интерес, который может заключаться в потребности в необходимых кадровых ресурсах, обладают низкой степенью власти;

– государство, министерство образования, ведомства по контролю качества деятельности вуза, природоохранные и экологические организации обладают высокой заинтересованностью и властью. Однако, к примеру, налоговая служба, комитет по борьбе с коррупцией и другие имеют низкую заинтересованность в основной деятельности вуза (если это учебное заведение непрофильное для таких организаций), хотя и обладают высокой властью. Интересы этой группы необходимо постоянно удовлетворять. В данном случае это соблюдение законодательства, своевременная и полная отчетность и т.п.

В части взаимодействия таких групп стейкхолдеров, как «преподаватели» и «студенты», предлагаем для вуза взять за основу следующую схему взаимодействия (рис. 2):

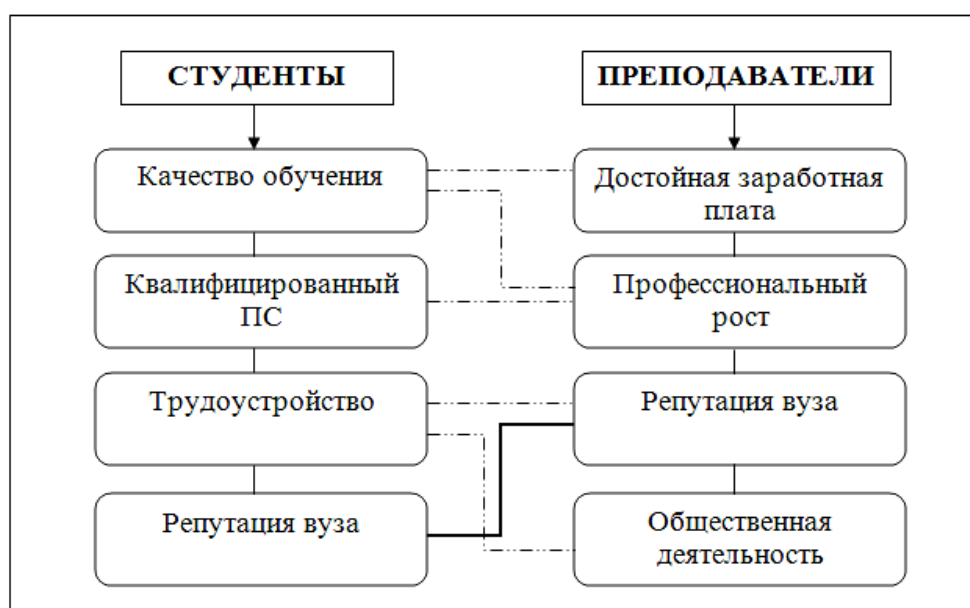


Рис. 2. Карта интересов стейкхолдеров: на примере групп «студенты» и «преподаватели».

Как видно из рис. 2, у стейкхолдеров могут быть полностью схожие интересы, но, в большинстве случаев, это частично схожие интересы: удовлетворение интереса одного заинтересованного лица может косвенно влиять на удовлетворение интереса другого.

К примеру, профессиональный рост преподавателей, а также привлечение преподавателей-практиков непременно повлияют на качество обучения студентов. Это позволит решить вопросы трудоустройства и, как следствие, повысить престиж вуза. Репутация вуза формируется на основании качества образования его выпускников, которое включает в себя не только хорошее владение знаниями непосредственно по своей специальности. Молодой специалист должен иметь комплексное представление о своей отрасли (в мировом масштабе), обладать коммуникативными навыками, участвовать в научных исследованиях. Объем знаний, которыми следует обладать выпускнику вуза, непрерывно растет, но, вместе с тем, ему нужно более интенсивно развивать свои профессиональные навыки, связанные с реальной жизнью. Поэтому подготовка такого специалиста должна носить не массовый характер, где в больших объемах дается теоретический материал и, в основном, в форме лекций (студенты выступают пассивными слушателями), а целевой, полностью соответствующий запросам будущего работодателя. Из вышесказанного следует, что при активном участии в образовании такой группы стейкхолдеров, как работодатели, которые на начальном этапе могут внести свои требования к профессиональным навыкам специалистов, качество образования, в целом, таких выпускников возрастет.

Выявив подобные группы стейкхолдеров, которые влияют на качество обучения студентов, можно построить модель специалиста, которая в наибольшей степени удовлетворит потребителя.

Карта интересов каждого стейкхолдера должна постоянно дополняться интересами, выявленными в процессе разработки и реализации проектов и представлявшими когда-либо значение для стейкхолдера. В перспективе такой учет поможет сократить расходы на выявление возможных интересов при разработке проекта, если похожий проект реализовывался ранее, или, как минимум, понять картину, направление интересов стейкхолдера. Также использование таких схем позволит более качественно находить взаимосвязи интересов не-

скольких стейкхолдеров, поскольку этот процесс является визуальным.

Заключение. На сегодняшний день в процессе разработки механизма взаимодействия со стейкхолдерами используют большое многообразие методов определения заинтересованных лиц, их интересов и путей удовлетворения. На основе их анализа делаем вывод, что процесс формирования системы взаимоотношений состоит из нескольких четких этапов:

1. Определение стейкхолдеров, формирование групп, дифференциация по значимости, возможности и угрозы.

2. Выявление интересов стейкхолдеров, схожих и противоречащих друг другу и целям организации.

3. Формирование программы взаимодействий, разработка методов анализа проектов и отчетности по результатам.

В данном случае мы считаем, что основные учебно-методические мероприятия выпускающей кафедры вуза, оказывающие существенное влияние на формирование качественного выпускного резюме молодого специалиста, формируются в тесном взаимодействии основных стейкхолдеров, показанных на рис. 2. Более детально процесс этого взаимодействия изложен в работах [6–8], в которых отражена также роль других вышеперечисленных групп стейкхолдеров, формирующаяся в цепочке их обратной связи с вузом в лице преподавателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Weaver, T. What is the good of higher education? / T. Weaver // Higher Education Review. – 1976. – № 8(3). – P. 3–14.
2. Smith, L. Marketing planning for colleges and universities / L. Smith // Long Range Planning. – 1984. – № 17(6). – P. 104–117.
3. Licata, J. University marketing: a professional service organisation perspective / J. Licata, G. Frankwick // Journal of Marketing for Higher Education. – 1996. – № 7(2). – P. 1–16.
4. Солодунин, К.С. Проблемы применения теории заинтересованных сторон в стратегическом управлении организацией / К.С. Солодунин // Проблемы современной экономики. – 2007. – № 4(24).
5. Mitchell, R. Toward a theory of stakeholder identification and salience: defining the principle of who and what really counts / R. Mitchell // Academy of Management Review. – 1997. – № 22(4). – P. 853–886.
6. Ключников, А.С. Основные компоненты выпускного резюме молодого специалиста и пути его совершенствования / А.С. Ключников, Ю.М. Чирвоная // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2012. – № 5(71). – С. 84–87.
7. Карелин, Д.Ф. Формирование инновационно-инвестиционных навыков у студентов-физиков / Д.Ф. Карелин, А.С. Ключников, Ю.М. Чирвоная // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2012. – № 2(68). – С. 92–96.
8. Ключников, А.С. Формирование социально-инновационной компоненты в выпускном резюме студентов специализации «Физика (управленческая деятельность)» / А.С. Ключников, Ю.М. Чирвоная // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2012. – № 4(70). – С. 97–101.

Поступила в редакцию 17.04.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: ybagira@gmail.com – Чирвоная Ю.М.

Некоторые вопросы подготовки дизайнеров предметно-пространственной среды в Витебском государственном университете имени П.М. Машерова

В.И. Савченко

*Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»*

Статья посвящена проблеме подготовки дизайнеров предметно-пространственной среды в учреждении образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Представлен анализ учебных программ по предметам художественного цикла. Рассмотрены такие курсы, как «Проектно-методические клаузуры», «Дизайн-проектирование», «Компьютерное проектирование», «Пластическое моделирование». Изложены основные цели и задачи каждого курса обособленно. Установлен уровень знаний, умений и навыков, которыми должны овладеть обучаемые. Изучены значение и влияние каждого предмета на развитие предметно-пространственных представлений у студентов специальности «Дизайн». Автором разработана структура системного подхода к дизайн-проектированию средовых объектов, которая включает в себя блок матриц. Поэтапная структура данного подхода способствует формированию практических умений студентов и позволяет им свободно ориентироваться в решении сложных учебных заданий.

Ключевые слова: *объемно-пространственные представления, системный подход, учебно-методический комплекс, этапы дизайн-проектирования средовых объектов.*

Some Issues of Training Designers of Object and Space Environment at Vitebsk State P.M. Masherov University

V.I. Savchenko

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

The article dwells upon training object and space environment designers at the educational establishment of Vitebsk State Masherov University. Analysis of curricular on art cycle subjects is presented. Such courses as «Design and methodological clauses», «Design», «Computer design», «Plastic modeling» are considered. Basic aims and objectives of each course are listed separately. Knowledge and skill level required from the students is established. Significance and impact of every subject on the development of object and space idea of design students are studied. The author has elaborated a structure of the system approach to the design of environmental objects, which includes a block of matrices. Stage by stage structure of this approach facilitates the formation of students' practical skills and makes it possible for them to find their way easily in the solution of complicated academic tasks.

Key words: *volume and space ideas, system approach, study and methodological complex, stages of designing environmental objects.*

Дизайн как вид творческой деятельности по проектированию и формированию эстетических и профессиональных качеств предмета и среды складывался на протяжении ряда веков. Сейчас невозможно представить ни одну из областей нашей жизни, ни один из окружающих нас предметов, чего бы ни коснулось дизайнерское решение. Роль дизайна – гармонизация предметного мира и создание условий для единства человека с предметным миром.

В связи с этим на первое место выдвигается ряд вопросов, касающихся содержания, методов, приемов и форм организации и функцио-

нирования учебно-образовательного процесса в подготовке специалистов в области дизайна с учетом дидактической и профессиональной специфики данного направления.

Цель статьи – исследование структуры методического системного подхода как основы формирования объемно-пространственных представлений и развития творческого мышления студентов специальности «Дизайн». В связи с этим целесообразно основными задачами нашего исследования определить следующие:

1) раскрыть особенности процесса дизайн-проектирования на кафедре дизайна в учре-

ждении образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»;

- 2) разработать структуру методического системного подхода к дизайн-проектированию средовых объектов.

Материал и методы. Основными источниками исследования являются психолого-педагогические научно-исследовательские работы в рамках выделенной проблемы.

Материалами исследования служат труды ученых А.А. Гаврилина, А.А. Грашина, Н.К. Кудряшева, А.В. Ефимова [1], В.Т. Шимко [2–3], О.В. Чернышева и др.

Основными методами исследования по проблеме процесса подготовки дизайнеров в ВГУ имени П.М. Машерова являются анализ специфики работы вуза, изучение педагогического опыта, исследование структуры системного подхода к дизайн-проектированию средовых объектов как основы формирования пространственных представлений и творческого мышления, методы наблюдения, сравнения и обобщения.

Результаты и их обсуждение. Задача современного дизайнера – создать средовой объект, который должен быть удобным в использовании, качественным, эстетичным, соответствовать определенным нормам. Кроме того, дизайнер обязан предложить материал в исполнении, для чего необходимо знать такие его свойства, как прочность, экологичность и прочее. Огромная конкуренция на мировом рынке товаров диктует необходимость пристального изучения профессиональной подготовки дизайнерских кадров. Несомненно, только специальное высшее образование, хорошо продуманная его система, правильно составленный и апробированный учебно-методический комплекс и входящие в него дисциплины в состоянии воплотить это в жизнь.

Анализ результатов исследований ряда авторов [4–5] показывает, что актуальность вопросов профессионального обучения студентов обусловлена, главным образом, необходимостью повышения профессиональной компетенции будущих специалистов в области дизайна, что связано, прежде всего, с динамизмом развития современных образовательных услуг в сфере предметно-пространственного, средового дизайна [6].

В подобной ситуации обращение к вопросу развития творческих способностей и пространственных представлений студентов представляется нам актуальным. Это продиктовано необходимостью изучения связанных с развитием творческих способностей и пространственных

представлений студентов проблем психологического и педагогического характера, необходимостью целенаправленной методической деятельности.

Произведенное нами изучение состава знаний выпускников, заканчивающих школу, показывает, что оно не соответствует уровню подготовки абитуриентов, желающих поступить в вузы по специальности «Дизайн». Оно и понятно – изобразительное искусство в школе заканчивается в пятом классе, черчение изучается один год в девятом классе, что ограничивает возможности абитуриентов для поступления на художественные специальности. Лишь учащиеся, получившие среднее художественное образование, имеют такую возможность. Задача же высшей школы – за пять лет сформировать знающего, думающего специалиста, готового выдержать серьезную конкуренцию на рынке труда. В связи с этим необходимо, чтобы весь образовательный процесс подготовки студентов художественных специальностей по дизайну строился на основе выявления их творческих способностей, развития творческого потенциала будущих специалистов.

В чем причина слабой подготовки студентов художественных специальностей? Бессистемность самостоятельных работ, несоответствие их уровню подготовки и умственного развития студентов приводят к безразличию выполнения самостоятельной работы, а зачастую и всей его деятельности.

Начиная с первого курса для изучения особенностей и способностей студентов при прохождении предметов художественного цикла можно использовать конкретные задания, предложив варианты их выполнения, при этом преподаватель должен провести доскональный анализ полученных результатов выполненной работы. Для развития объемно-пространственных представлений студентов, формирования у них способностей к самостоятельному постижению смысла творческой деятельности необходимо обратить особое внимание на проведение творческих практикумов.

Применяемые задания должны носить системный характер от простого к сложному, потому что сложное задание для всех может поставить некоторых студентов в тупик, что не даст возможности выполнить работу и перечеркнет в будущем всю деятельность последних. И, наоборот, слабое задание для сильных студентов может расхолаживать их.

В соответствии с Постановлением Совета Министров Республики Беларусь от 19 апреля

2010 г. № 585 приоритетным направлением научных исследований Республики Беларусь на 2011–2015 годы за № 11.11 являются теоретико-методологические основы и научно-методическое обеспечение образовательного процесса в условиях инновационного развития национальной системы образования Республики Беларусь.

В ВГУ имени П.М. Машерова подготовка специалистов в области дизайна началась в 2006 г. на художественно-графическом факультете, тогда же была создана кафедра дизайна. За это время накопился определенный опыт в организации учебно-воспитательного процесса, разработке учебно-методических комплексов (УМК) по изучаемым дисциплинам, формировании материальной базы, организации научных исследований. Подготовка специалистов по дизайну интерьеров ведется согласно учебному плану по специальности «Дизайн (предметно-пространственной среды)».

Важнейшую роль в подготовке дизайнеров, на наш взгляд, должны играть такие дисциплины, как «Проектно-методические клаузуры», «Дизайн-проектирование», «Компьютерное проектирование», «Пластическое моделирование», предусмотренные учебным планом.

Учебные программы по данным дисциплинам составлены согласно образовательному стандарту Республики Беларусь ОСРБ1-19 01 01-02-2008.

Курс «Проектно-методические клаузуры» представляется нам как самостоятельная учебная дисциплина и занимает достойное место в процессе подготовки дизайнеров. Серия заданий по дисциплине акцентирует внимание студентов на методической стороне проведения предпроектных дизайн-исследований и принципах формирования проектных концепций, решает следующие учебно-воспитательные задачи:

- 1) приобретение студентами практических навыков и умений в самостоятельном, методически последовательном и содержательно-глубоком проведении предпроектных исследований различных проблемных ситуаций искусственных систем (материально-вещественных, процессуальных, знаково-информационных);
- 2) развитие способности к логически строгой систематизации и творческой интерпретации материалов предпроектных исследований в соответствии с общими профессиональными целями и социально-культурными функциями дизайна;

- 3) практическое освоение методики формирования проектных концепций и формообразующих идей исходя из объективных тенденций и предпосылок разрешения определенных типов проблемных ситуаций;
- 4) формирование профессиональных навыков сознательного выбора необходимого комплекса средств (художественно-образных, функционально-технических, композиционно-выразительных и т.п.) для оптимальной реализации проектной концепции;
- 5) практическое освоение художественно-графических и объемно-пространственных способов отображения важнейших составляющих предметного содержания идеального проектного решения.

Курс «Проектно-методические клаузуры» является своего рода методическим практикумом по логико-теоретическому и наглядно-образному моделированию проблемных ситуаций, их специфически дизайнерскому осмыслению и проектному преобразованию с выходом на идеальное проектное решение.

Учебные задачи дисциплины «Проектно-методические клаузуры» решаются на материале тех закономерностей и противоречий, которые определяют формирование, развитие и функционирование искусственных систем различной качественной природы в зависимости от условий и сфер их взаимодействия с человеком.

На каждой из стадий (этапов) проектирования основной акцент в целостном процессе обучения делается на практическом освоении той или иной совокупности профессиональных методов и средств дизайн-деятельности в диапазоне решаемой учебной проблематики: от проектно-художественного моделирования сложных социокультурных процессов и разработки дизайн-концепций в ситуациях безаналогового проектирования до художественно-образной и функционально-технической модернизации конкретного образца-прототипа в условиях существующей системы проектирования, производства и потребления.

Полученные студентами теоретические знания реализуются в ходе выполнения ими проектно-методических клаузур, работа над которыми ведется с использованием всех основных видов ручных графических средств и приемов.

«Дизайн-проектирование» – главная профилирующая дисциплина. Ее основная цель – подготовка будущих специалистов к разработке интерьеров. В соответствии с содержанием учебной программы курс выпускник должен получить представление о принципах формиро-

вания объектов архитектурной среды, порядке выполнения работ по проектированию, роли элементов оснащения среды в художественном решении интерьеров разного типа.

Изучение дисциплины «Дизайн-проектирование» дает возможность рассмотреть принципы и приемы эргономического исследования средовых элементов, их оборудования и предметного наполнения, дать основы теории цветовой гармонизации, методов и средств построения гармонических, цветовых сочетаний, современных приемов и тенденций развития конструирования деталей и элементов интерьеров различного назначения.

Выпускник вуза должен знать:

- 1) типологию требований и методы их реализации в формировании объектов жилого и общественного назначения;
- 2) приемы основных конструктивных решений;
- 3) современные нормы проектирования; виды интерьеров, приемы и средства их формирования;
- 4) типологию форм и средств оснащения средовых объектов разного типа и особенности их комплексного функционально-эргономического анализа;
- 5) основные виды оборудования в соответствии с их функциональным назначением.

Дисциплина «Дизайн-проектирование» позволяет формировать знания об основных отделочных строительных материалах как средствах

решения интерьеров, принципиальных особенностях технологии, дизайнерского проектирования интерьеров и средовых систем, дать основные принципы цветовой комбинаторики, а также показать роль цвета в интерьере и основные технические средства цветового моделирования.

Выпускник вуза по специальности «Дизайн (предметно-пространственной среды)» должен уметь комплексно решать в проекте функционально-художественные и инженерно-конструктивные задачи формирования средовых объектов и систем, разрабатывать средовые системы с учетом эргономических и технических характеристик их оборудования и предметного наполнения, выполнять все виды графических и макетных работ, связанных с проектированием интерьеров.

Ему следует научиться работать в основных профессиональных компьютерных программах, составлять и оформлять проектную документацию и др.

Изучение специальной литературы, аналогичных проектных материалов и окончательное выполнение проектов в цвете выносятся на часы самостоятельной работы.

Учебный процесс по данной дисциплине завершается сдачей экзамена.

Пример выполняемых работ студентами художественно-графического факультета по дисциплине «Проектирование» приведен на рис. 1.



Рис. 1. Дизайн-проект офиса директора.

Значимость персонального компьютера как инструмента учения, познания и работы в области дизайн-образования велика, поскольку этот «живой учебник» является уникальным средством на всех этапах профессиональной подготовки будущего дизайнера. Наряду с этим при работе с персональным компьютером у студента эффективно развиваются многие личностные качества, особенно пространственное, аналитическое, образное и логическое мышление, воображение, память, глазомер, аккуратность в работе и др.

В процессе изучения предмета «Компьютерная графика» на первый план ставятся следующие основные цели:

1) развить у студентов целостное представление об информационной картине мира, о роли компьютерных технологий в педагогической, художественной и графической деятельности;

2) сформировать информационную культуру, операционное мышление, творческие и исследовательские качества личности, необходимые в профессиональной деятельности, компьютерную компетентность в области работы с графическими изображениями;

3) познакомить студентов с современным программным и аппаратным обеспечением в области обработки изображений, приобщить их к работе с персональным компьютером, научить их использовать специализированные программы в своих профессиональных целях.

Реализация этой программы предполагает решение следующих задач:

- познакомить студентов с современным программным и аппаратным обеспечением в области обработки цифровых изображений (компьютерной графики);
- приобщить их к работе с персональным компьютером, научить использовать специализированные программы в собственных профессиональных целях, сформировать навыки работы с наиболее распространенными программными продуктами;
- научить творчески использовать новые информационные технологии в сфере профессионального художественного творчества и образования, грамотно подбирать необходимое программное обеспечение для решения конкретных задач.

Программа данного курса предусматривает решение вопросов межпредметных связей в области художественных дисциплин проектно-методических клаузур, дизайн-проектирования, пластического моделирования и т.д. Тематика практических работ призвана обеспечить возможность изучения роли и места компьютерно-

го проектирования в производственной и художественно-творческой деятельности. Студенты изучают основы компьютерной графики – на примере пакета программ Adobe Photoshop, Corel DRAW, ArchiCAD и 3ds Max.

Основной целью курса «Пластическое моделирование» является освоение практических умений и навыков объемно-пространственного моделирования среды и развитие пространственного мышления. Уникальная программа курса позволит развить художественно-композиционные навыки без предварительной подготовки. В современной практике дизайна важную роль играет развитое пространственное мышление. Высокий уровень художественно-композиционной подготовки способен во многом определить успешность профессии. Поэтому навык эффективного объемно-пространственного моделирования среды различными средствами необходим дизайнерам практически всех специализаций. Знания, полученные во время обучения, послужат отличным фундаментом в дальнейшей подготовке на занятиях по проектированию. Рынок труда для специалистов, работающих в области проектирования среды, сегодня предъявляет высочайшие требования к умению пространственно и концептуально мыслить, создавать реальные и виртуальные объекты. Поэтому особое внимание к данному курсу следует уделить дизайнерам различных специализаций, инженерам, архитекторам, студентам проектных специальностей и 3D-моделирования.

Основными задачами данной дисциплины являются:

- моделирование различных дизайн-объектов;
- создание трехмерных объектов различной степени сложности;
- решение различных дизайнерских задач с использованием макетных способов композиционного проектирования и формообразования;
- пластическое выражение своей концепции в трехмерном пространстве с помощью бумажной пластики и лепки;
- поиск креативных решений в области проектирования предметно-пространственной среды;
- использование пластических свойств цвета в работе с формой и пространством;
- поиск оригинальных решений в работе со шрифтами, логотипами в полиграфической рекламе, при создании выставочных стендов.

Программа данного курса непосредственно увязана с профилирующей дисциплиной «Дизайн-проектирование», поскольку, в конечном итоге, к каждому проекту необходим макет.

На сегодняшний день изобразительно-педагогические системы и современные информационные технологии не имеют единой разработанной теоретической концепции. Поэтому можно отметить, что одним из средств решения всех этих проблем является реализация системного подхода в дизайн-проектировании средовых объектов и использование его в процессе дизайн-образования.

Системный подход – качественно новая ступень методологии научного познания и практической деятельности дизайнера. Особенность системной методологии заключается в установке на целостность объекта и факторов, ее обуславливающих. Данный подход позволяет выявить все многообразие и сложность связей, присущих объекту, и представить их в реальном единстве. В настоящее время он становится одним из ведущих методов познавательной и созидательной деятельности [6].

В ходе выполнения практических заданий по вышеперечисленным дисциплинам студентами допускались различные ошибки: возникала сложность в поэтапности выполнения заданий, пропускались некоторые этапы проектирования, не выполнялись поставленные задачи – все это усложняло итоговую проверку заданий. В связи с этим на кафедре дизайна по предметам художественного цикла была разработана структура системного подхода к дизайн-проектированию средовых объектов, которая включила в себя блок матриц, представляющих собой лист размером 60 x 60 см, где изложен поэтапный план решения конкретных методических задач для достижения поставленной учебной цели.

Данная структура системного подхода к дизайн-проектированию средовых объектов включает в себя следующие этапы:

1. Предпроектный анализ и синтез

- 1.1. Ориентация в проблемной ситуации, определение типа проектирования и формулировка конкретной задачи.
- 1.2. Профессиональное определение темы.
- 1.3. Исторический и функциональный анализ проблемной ситуации.
- 1.4. Расчленение процесса исследования проблемной ситуации на ряд этапов, самостоятельных по целям и результатам работы.
- 1.5. Определение визуальных свойств, подбор эмоционально-чувственных аналогов по свойствам и поиск композиционно-художественных и материально-технических средств для воплощения предметного

содержания в «визуальный образ» и «образ действия» проектируемой среды.

- 1.6. Формирование формального и предметного образов проектируемой среды.

2. Проектный анализ и синтез

- 2.1. Раскрытие и определение основных понятий системного подхода – «субъект-1», «субъект-2» и «объект» проектируемой среды.
- 2.2. Выявление основной фазы системного дизайна – «Дизайн-концепция». Формирование ведущего звена в цепи слагаемых дизайн-проектирования – дизайн-концепции будущего средового объекта. Формулировка дизайн-концепции в виде какого-либо парадоксального тезиса, неожиданной метафоры, наиболее ярко отражающей смысл дизайнерской идеи.
- 2.3. Форэскизная проработка основных элементов дизайн-концепции будущего средового объекта.
- 2.4. Разработка «Дизайн-программы». Составление методического и тематического планов работы над сложным системным объектом и поэтапного изложения групп операции по реализации дизайн-концепции.
- 2.5. Проектирование «Дизайн-сценария». Представление будущего средового объекта в виде совокупности образов ситуаций в сюжете замысла (концепции) в конкретной социально-культурной и пространственно-временной среде, т.е. в виде схемы, по которой должны строиться пластический рисунок объекта и осуществляться динамика социально-культурного процесса.

Моделирование средового объекта как целостного единства – «сцена-среда» и дальнейшее вычленение ее элементов: «сюжет», «ситуация» и «мизансцена».

3. Проектное решение

- 3.1. Функционально-планировочное решение средового объекта.
 - 3.1.1. Проработка планировочного решения с модельно-схематическим уточнением системы внутренних и внешних функциональных связей проектируемой системы с элементами непосредственного взаимодействия с человеком и средой.
 - 3.1.2. Эскизная проработка объемно-пространственной структуры проектируемой системы и ее внутренних конструктивных связей.
 - 3.1.3. Приведение основных параметров проектируемой системы в соответствие с требованиями психофизиологии и эргономики.

- 3.1.4. Цветографическая, объемно-пространственная и пластическая моделировка элементов и самой среды в целом.
 - 3.2. Дизайн аудиовизуальных (АВ) коммуникаций.
 - 3.2.1. Разработка и организация объемно-пространственной структуры среды с учетом максимального числа (АВ) коммуникаций и ее параметров.
 - 3.2.2. Создание целостности аудиовизуального характера среды с учетом разнопорядковых факторов формирования специфических знаковых подсистем – пластических, графических, колористических, световых, мелодических и др.
 - 3.3. Дизайн фирменного стиля.
 - 3.3.1. Разработка концепции, программы и сценария фирменного стиля.
 - 3.3.2. Создание стилевого единства элементов – носителей стиля путем применения системы известных композиционно-структурных и морфологических средств: план, пространство, объем (плоскость, линия, знак, цвет, свет, звук, движение).
 - 3.3.3. Реализация программы создания фирменного стиля несколькими этапами:
 - первый этап – достижение единого эстетического характера и композиционной трактовки шрифта, логотипа, знака фирмы, а также характерного цвета оформляемой продукции, ее упаковки и рекламно-сопроводительной документации;
 - второй этап – дизайн-разработка фирменного стиля с использованием композиционно-структурных и морфологических средств к носителям фирменного стиля. При этом возможно многообразное применение всех средств в каждом стиленосителе;
 - третий этап – в результате наложения средств на стиленосители выявляется характерный модуль стиля – стилепредъявитель. Им являются просматривающиеся во всех элементах-носителях определенные черты, присущие данному стилю: пластика, фактура, рисунок, колорит, светотень, мелодия, ритмика и т.п.
 - 3.4. Синтез дизайна, пространственных и временных искусств.
 - 3.4.1. Определение необходимости разработки программы синтеза отдельных искусств (в данном случае изобразительных искусств, архитектуры и дизайна), которая может послужить моделью глобального синтеза целостно-структурированной среды; программы, дающей «новый художественный образ», оригинальный, не известный прежде в практике синтетических художественных образований.
 - 3.4.2. Использование при разработке программы синтеза искусств методов пространственно-временных искусств, которые обуславливают появление в сфере системного дизайна объектов – «драматургических», «игровых» программ и почти прямое применение методов театрального искусства, в первую очередь метода сценирования.
 4. Проектно-конструкторская документация
 - 4.1. Разработка альбома проектно-конструкторской документации средового объекта: чертежи, эскизы, виды и т.д.
 - 4.2. Систематизация и обобщение материалов для написания пояснительной записки.
 5. Художественно-графическая подача проектных материалов
 - 5.1. Эскизное решение смысловой и композиционной организации материалов проекта (выставочный плакат: перспектива, проекции, схемы функциональных зависимостей и структурной организации процессов и продуктов взаимодействия, пояснительные тексты и т.п.).
 6. Представление макетного проектного решения и мультимедийной презентации
 - 6.1. Разработка форэскиза перспективного изображения объемно-пространственной структуры проектируемой системы и ее внутренних конструктивных связей.
 - 6.2. Изготовление основных функциональных и конструктивных элементов и деталей макета, предварительная сборка и внесение необходимых корректировок в принятое проектное решение.
 - 6.3. Окончательная пластическая и фактурная доводка элементов макета, сборка, покраска и нанесение графических элементов.
 - 6.4. Разработка сценария мультимедийной презентации и выполнение ее в компьютерных программах.
 7. Оценка проектного решения
 - 7.1. Организация экспозиции проектных работ.
 - 7.2. Публичная защита авторских проектных решений, коллективное обсуждение и оценка проектов в соответствии с критериями, фиксация хода обсуждения и его результатов в протоколах методических просмотров кафедры.
- Заключение.** Анализ существующих точек зрения и практических заданий, выполненных студентами специальности «Дизайн», а также

проведенное нами изучение содержания дисциплин художественного цикла, опыт и методика их преподавания дают возможность сделать следующие выводы:

1) учебные программы по предметам художественного цикла построены на принципах системного подхода, который позволяет студентам получать знания, способствующие формированию объемно-пространственных представлений. Причем теоретические знания подкрепляются практическими учебными заданиями, основанными на многообразии видов деятельности;

2) организация обучения студентов на ХГФ ВГУ имени П.М. Машерова по специальности «Дизайн» рассматривается как своеобразный технологический процесс развития творческого мышления, формирования активной, инициативной личности, умеющей при опоре на фундаментальные научные знания глубоко анализировать и принимать обоснованные решения;

3) разработанная структура методологического подхода к дизайн-проектированию средовых объектов показала, что в процессе овладения теоретическими знаниями у студентов формируются практические умения и свободная ориентация в сложных проблемных ситуациях, которые заложены в учебных заданиях. Это обстоятельство позволяет создать благоприятные условия для исключения возможности прямого

заимствования студентами решений не только личного опыта (если таковой имеется), но и опыта самой профессиональной деятельности, с целью повышения объективности оценки степени роста их собственного профессионализма.

Вместе с тем подготовка специалистов в области дизайна требует дополнительного рассмотрения роли и места системы формирования объемно-пространственных представлений как целостного подхода к их подготовке в условиях качественно новой образной и гармоничной среды с учетом национальных традиций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов А.В. Дизайн архитектурной среды: учеб. для вузов / А.В. Ефимов [и др.]. – М.: Архитектура-С, 2006. – 504 с.: ил.
2. Шимко, В.Т. Архитектурно-дизайнерское проектирование. Основы теории / В.Т. Шимко. – М.: Издательство «Архитектура-С», 2005.
3. Шимко, В.Т. Основы дизайна и средовое проектирование: учеб. пособие / В.Т. Шимко. – М.: Издательство «Архитектура-С», 2005. – 160 с.: ил.
4. Шимко, В.Т. Типологические основы художественного проектирования архитектурной среды: учеб. пособие / В.Т. Шимко, А.А. Гаврилина. – М.: Издательство «Архитектура-С», 2004. – 104 с.: ил.
5. Чернышев, О.В. Дизайн-образование: новая модель профессиональной подготовки дизайнеров / О.В. Чернышев. – Минск: Прописки, 2006. – 280 с.
6. Кулененок, В.В. Системный подход как методологическая основа проектирования процесса дизайн-образования на художественно-графическом факультете / В.В. Кулененок // Искусство и культура. – 2011. – № 2(2). – С. 128–134.

Поступила в редакцию 15.02.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: vitalik_96@yahoo.ru – Савченко В.И.

Становление исследовательской компетентности студентов в процессе учебной деятельности

Е.В. Терещенко

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»

В статье выявлены научные подходы к пониманию специфики исследовательской компетентности. Проведено структурирование содержания исследовательской компетентности и определен его компонентный состав. Вычленено три группы факторов, обеспечивающих эффективность формирования исследовательской компетентности студентов: подготовка студентов к реализации в учебно-воспитательной работе со школьниками проблемного, исследовательского и эвристического методов; становление и развитие у студентов готовности к педагогическому анализу предстоящей профессионально-педагогической деятельности, в основе которого лежит научный инструментарий; непрерывное личностно-профессиональное развитие субъектов педагогической деятельности. Выявлены основные организационные формы, повышающие эффективность подготовки к проведению научных исследований: технология проблемного обучения; технология исследовательского обучения; технология учебного проектирования.

Ключевые слова: компетентностный подход, исследовательская компетентность, профессионально-педагогическое развитие.

Development of Student Scientific Competence in Academic Activity

E.V. Tereshchenko

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»

In the article scientific approaches to understanding the essence of research competence are revealed. Structuring of the content of research competence is carried out and its componential structure is defined. Four groups of factors are found out, which provide the effectiveness of the development of student scientific competence. They are training students for the implementation of problem, research and heuristic methods in educational work; development in students of the readiness for the pedagogical analysis of the future pedagogical activity, the basis of which is scientific tools; continuous personality and professional development of the subjects of pedagogical activity. Basic organization forms to increase the efficiency of the scientific work are revealed. They are problem-based teaching technology, research training technology, academic project technology.

Key words: competency approach, scientific competence, professional and pedagogical development.

Глобальная тенденция общественного развития – кардинальное усиление роли исследовательских начал в жизнедеятельности человека и общества. Главная содержательно-процессуальная характеристика современного этапа развития – интенсивное формирование информационного общества, взаимосвязанного со становлением планетарного сознания личности и формированием у нее ранее не существовавших ориентиров и возможностей для самореализации. Информационное общество отличается динамичностью развития, противоречивым и нередко непредсказуемым характером многих процессов как в сферах экономики, так и в духовной жизни. Именно исследовательский потенциал обеспечивает социально-профессиональную мобильность и высокопродуктивную деятельность личности в различных сферах жиз-

ни. Но он выступает как сущностное проявление всего духовного потенциала личности, включающего его интеллектуальные, эмоциональные, энергетические и волевые возможности [1]. Исследовательский потенциал становится направлением, формой и средством самореализации при достижении личностью интеллектуальной и социально-профессиональной зрелости.

Общепризнана ключевая роль педагогов общеобразовательных, средних специальных и высших учебных заведений в формировании духовной культуры детей и молодежи, их творческого и инновационного мышления и деятельности. Однако динамичность, многофакторность и противоречивость педагогических явлений обуславливают возникновение у педагогов профессиональных проблем и затруднений. В то же время государство и общество предъявляют высокие

требования к качеству педагогической деятельности и ее результативности. Ведущим фактором доминирования ориентации на непрерывное повышение качества образования детей и молодежи и динамичное профессиональное развитие выступает овладение педагогами основами исследовательской деятельности.

Важность изучения проблемы формирования у студентов исследовательской компетентности обусловлена не только значимостью «приращения» теоретического знания, но и актуализацией влияния социально-педагогических факторов на инновационное развитие общества. Следует учитывать, что в современных общеобразовательных и средних специальных учебных учреждениях широкое распространение получили различные формы привлечения обучающихся к учебно-исследовательской деятельности. Организована работа научных обществ школьников, исследовательских кружков, проводятся научные конференции, творческие выставки и конкурсы учебно-исследовательских разработок и проектов. Поэтому подготовка будущих учителей и преподавателей к организации учебно-исследовательской работы со школьниками стала приоритетной задачей университетов.

Таким образом, социально-педагогическая актуальность исследуемой проблемы обусловлена сущностной ролью формирования у детей и молодежи инновационной направленности личности. Готовность педагога к проведению педагогических исследований – это продуктивный и в определенной мере быстрый путь подготовки детей и молодежи к инновационной деятельности. Следует подчеркнуть, что созданы необходимые организационные и содержательные предпосылки для достижения данной цели. Действительно, между общеобразовательными учебными заведениями, колледжами и университетами налажены прочные преемственные взаимосвязи. Это способствует непрерывности процессов личностно-профессионального развития будущих специалистов и овладения ими основами научно-педагогической деятельности.

Ознакомление учащихся старших классов с началами исследовательской деятельности ускоряет формирование у студентов инновационного мышления и деятельности. Необходимо подчеркнуть, что подготовка специалистов в современном университете включает постижение ими логики и методов конкретно-научных исследований. При этом учебно-исследовательская деятельность студентов в условиях университетских учебно-научно-производственных комплексов создает прочные основы

для интеграции культуры, науки и профессиональной работы.

Цель статьи – определение теоретико-методических детерминант, обеспечивающих формирование у студентов исследовательской компетентности.

Материал и методы. Сущностные качества педагогической деятельности (диалектичность, многофакторность, необходимость значительного времени для становления и развития личностных новообразований) обуславливают доминирующую роль компетентностного подхода. Он выступает фактором обновления и преобразования содержания высшего профессионального образования и является эффективным средством моделирования результатов образования, которые выполняют функцию норм качества образования.

Объективная закономерность развития современной школы – ее преобразование в инновационное учебное заведение. Новой школе нужны профессионально компетентные педагоги, способные творчески мыслить, находить нестандартные решения, проявлять инициативу, готовые обучать учащихся самостоятельному поиску информации, проектной и исследовательской деятельности. Поэтому актуальной проблемой высшей школы становится формирование у студентов теоретической и практической готовности к исследовательской деятельности. Такая задача требует целенаправленного формирования исследовательской компетентности студента, способствующей высвобождению деятельностного начала в человеке, укреплению его потребности в познании.

Если рассматривать исследовательскую компетентность с позиций *системного подхода*, то можно утверждать, что она является «составляющей профессиональной компетентности» (В.А. Адольф, Л.А. Голубь, А.А. Деркач, В.С. Лазарев, Т.А. Смолина и др.), «неотъемлемым компонентом общей и профессиональной образованности» (Б.С. Гершунский, В.В. Лаптев и др.). В нашем исследовании на основании системного подхода мы рассматриваем исследовательскую компетентность педагога как элемент, компонент системы его профессиональной компетентности.

Большинство педагогов и психологов (М.А. Данилов, А.Н. Журавлев, Э.Ф. Зеер, П.И. Ставский, Н.Ф. Талызина, М.А. Чошанов, О.Н. Шахматова, А.И. Щербаков) придерживаются той точки зрения, что исследовательская компетентность – это совокупность знаний и умений, необходимых для осуществления ис-

следовательской деятельности (*знаниево-операциональный подход*).

Исследовательская компетентность с позиций *процессуально-технологического подхода* (А.В. Хуторской) рассматривается как обладание человеком соответствующей исследовательской компетенцией, под которой следует понимать знания как результат познавательной деятельности человека в определенной области науки, методы, методики исследования, которыми он должен овладеть, чтобы осуществлять исследовательскую деятельность, а также мотивацию и позицию исследователя, его ценностные ориентации [2].

Ряд исследователей (Б.Г. Ананьев, Н.В. Кузьмина, А.К. Маркова, Е.В. Попова, Н.А. Рыбаков, В.Д. Шадриков и др.) включают в понятие «компетентность» совокупность личностных качеств, необходимых для эффективной исследовательской деятельности. Поэтому компетентность отождествляется с «функциональной компетентностью» (*функционально-деятельностный подход*). Так, в частности, А.А. Бодалев выделяет общие и частные качества учителя-исследователя, к которым он относит: устойчивую направленность на достижение проблемы исследования; критичность и самокритичность, постоянную неудовлетворенность достигнутым результатом; мощный интеллект, ярко выраженную способность устойчиво концентрировать работу своего интеллекта на нестандартном решении теоретических и экспериментальных задач; повышенную наблюдательность к явлениям научного интереса; высокую результативность в науке [3].

В рамках *компетентностного подхода* данное понятие будет включать функционально-деятельностный и личностный аспекты.

В первом подходе ряд исследователей (Б.Г. Ананьев, Н.В. Кузьмина, В.В. Лаптев, А.П. Тряпицына и др.) рассматривают исследовательскую компетентность как способность личности решать исследовательские проблемы и задачи с использованием знаний, опыта, ценностей и склонностей.

И.Я. Никанорова считает, что исследовательская компетентность педагога характеризуется его адаптационными способностями к условиям многоуровневой исследовательской деятельности, в том числе способностью ее проектировать и осуществлять; личностно и профессионально самореализовываться; устанавливать межличностные, деловые, профессиональные, социальные связи и продолжать самообразование. На основе этого исследовательская компе-

тентность включает в себя три аспекта: проблемно-практический, т.е. адекватность распознавания и понимания ситуации, адекватная ей постановка и эффективное выполнение целей, задач и норм; смысловой – адекватное осмысление ситуации в более общем культурном контексте; ценностный – способность к адекватной оценке ситуации, ее смысла, целей, задач и норм с точки зрения собственных и общезначимых ценностей.

Согласно второму подходу исследовательская компетентность учащихся как состоявшееся личностное качество отражает функциональную и личностную готовность своими силами продвигаться в усвоении и построении систем новых знаний, переживая акты понимания, смыслов творчества, саморазвития (В.А. Болотов, И.Я. Зимняя, А.А. Пинский, В.А. Сластенин, И.Д. Фрумин и др.). Так, в рамках данного подхода В.А. Сластенин [4] подчеркивает, что структурные компоненты исследовательской компетентности должны совпадать с компонентами исследовательской деятельности, а единство теоретических и практических исследовательских умений составляет модель исследовательской компетентности учителя.

Для более целостного представления об исследовательской компетентности как психолого-педагогической категории необходимо рассмотреть данное понятие с позиций *аксиологического подхода*. Так, аксиологическое понимание исследовательской компетентности учителя раскрывается учеными (В.И. Гинецинский, И.Б. Котова, Г.И. Чижакова, Е.И. Шиянов и др.) при рассмотрении ее в качестве ценностной установки его бытия. В процессе создания и использования элементов новизны педагог овладевает ценностями исследовательской деятельности, субъективирует их. Субъективное восприятие и присвоение данных ценностей определяется богатством личности учителя, исследовательской направленностью профессиональной деятельности, развитым самосознанием и отражает его внутренний мир. Степень присвоения личностью ценностей исследовательской деятельности зависит от состояния педагогического сознания, так как факт установления ценности той или иной новой педагогической идеи происходит в процессе ее оценки личностью. Профессиональное сознание направлено на анализ разных сторон «Я» личности учителя и его профессиональной деятельности и призвано определять границы и перспективы личностного смысла. Оно позволяет педагогу самоопределяться, решать для себя проблему смысла ведения исследовательской работы в школе [5]. Внутрен-

ний стержень исследовательской компетентности, таким образом, образует система базовых ценностей как квинтэссенции духовных потребностей и интересов учителя.

Материалом для решения проблемы формирования готовности к проведению научных исследований послужило анкетирование студентов II–IV курсов специальности «Романо-германская филология», в ходе которого были выявлены общенаучные, психологические и педагогические критерии определения готовности к научно-исследовательской деятельности. Кроме анкетирования, в котором приняло участие 118 человек, респондентам были предложены наборы методических рекомендаций «Я – исследователь». Они легли в основу моделей исследовательской деятельности по тому или иному виду научного исследования.

С целью достижения достоверности в рассмотрении поставленной проблемы были использованы следующие методы:

- системный метод для выявления взаимосвязи элементов, системных свойств и функций;
- структурный метод применялся с целью анализа структурных компонентов;
- факторный метод для определения факторов и их роли;
- для выявления сущности концепта «исследовательская компетентность» были реализованы методы сравнительно-сопоставительного и системно-комплексного анализа научных исследований, монографической литературы, периодических изданий;
- методы педагогического анализа фактов, ситуаций и документации, оценки результатов учебной и исследовательской деятельности студентов (дипломные работы и магистерские диссертации);
- с помощью методов сравнения, систематизации, типологизации и обобщения проводилась обработка полученных данных.

Результаты и их обсуждение. В качестве базовых компонентов содержания рассматриваемой исследовательской компетентности, на наш взгляд, выступают следующие шесть групп компетентностей:

1. Общенаучные компетентности: знание основных сторон бытия науки, критериев и структуры научного познания, основных форм развития научных знаний, умение сравнить теоретический и эмпирический уровни познания.

2. Конкретно-научные, педагогические компетентности: умение охарактеризовать педагогику как науку, практику, учебную дисциплину, знание задач педагогической науки, сущностных черт и специфических особенностей

понятийно-терминологической системы педагогики, умение определять цель и задачи, средства, формы и методы повышения своей профессионально-педагогической компетентности.

3. Теоретико-педагогические компетентности: знание сущностных черт понятий «методология», «методологическая культура», умение диагностировать свой уровень ее сформированности и разработать программу саморазвития, знать содержание и роль философского, общенаучного, конкретно-научного и технологического уровней методологии.

4. Компетентности в применении методов исследования: умение охарактеризовать уровень подход в рассмотрении сущности методов исследования, знание механизмов взаимодействия теории и метода, принципа и метода, знание требований, предъявляемых к научному методу, механизмов предметного развертывания метода, его преобразования в методики, приемы и операции.

5. Компетентности в проведении педагогических исследований: знание требований, предъявляемых к изучению в научном смысле, содержания методологической части педагогического исследования и требований к определению проблемы и темы, объекта и предмета, цели, задач и гипотезы.

6. Методико-технологические компетентности: знание факторов, определяющих эффективность методики исследования, детерминантов, обуславливающих выбор методик исследования, умение обосновывать правильность использования методик в проводимом исследовании, знание содержательных и процессуальных аспектов информационного обеспечения проводимого исследования.

Изучение психолого-педагогической литературы и анализ накопленного Витебским госуниверситетом имени П.М. Машерова опыта подготовки будущих специалистов и магистров позволили вычленил три группы факторов, обеспечивающих эффективность формирования у них исследовательской компетентности:

- подготовка студентов к реализации в учебно-воспитательной работе со школьниками проблемного, исследовательского и эвристического методов;
- становление и развитие у студентов готовности к педагогическому анализу предстоящей профессионально-педагогической деятельности, в основе которого лежит научный инструментарий;
- непрерывное личностно-профессиональное развитие субъектов педагогической деятельности.

1. Назначение проблемных, исследовательских и эвристических методов – овладение школьниками методами научного познания, формирование у них самостоятельности и внутренней мотивации к творческому поиску. Необходимо подчеркнуть, что данные методы значительно повышают продуктивность одного из важных компонентов механизма усвоения знаний – их применение. Только при полноценной реализации данного компонента повышается эффективность влияния и других компонентов указанного механизма: восприятия, осмысления, понимания, запоминания, систематизации. Методически обоснованное применение знаний – в ходе решения исследовательских задач – способствует преобразованию знаний учащихся в инструмент познания и развивает у них умения мысленного экспериментирования, умения обобщения в единстве с умениями конкретизации.

Применение школьниками вышеуказанных методов способствует овладению ими первоначальными умениями осуществлять основные этапы исследования: определить объект и предмет исследования, выявить гипотезу, разработать и осуществить план исследования, провести его проверку и обоснование.

2. Одно из важных направлений – формирование у студентов умения педагогического анализа предстоящей профессионально-педагогической деятельности. Для организации данной деятельности разработаны необходимые теоретико-методические основы. Так, Н.В. Кухаревым представлена и апробирована концепция педагогического анализа как основа педагогического мастерства, включающая шкалы и качественные показатели в системе успешной деятельности педагога-исследователя [6]. В концепции подчеркивается, что именно исследование педагогом результатов своего труда (на базе научно обоснованных и апробированных критериев) и процесса на пути к этим результатам обеспечивает формирование педагогического мастерства. При этом педагогический анализ направлен на диагностику педагогической компетентности. Она же способствует разработке методики системного понимания педагогических объектов и процессов, их состоянию и перспектив развития. Н.В. Кухарев раскрыл механизм формирования у педагогов умений ориентироваться в достижениях науки и механизм системного накопления педагогом собственного опыта педагогической деятельности.

3. В научно-педагогической литературе установлены направленность и движущие силы профессионально-педагогического развития.

Так, Н.В. Кузьмина, В.А. Сластенин указывают, что в педагогической деятельности реализуются следующие взаимосвязанные виды деятельности (функции): диагностическая, ориентационно-прогностическая, конструктивно-проектировочная, организаторская, информационно-объяснительная, коммуникативно-стимулирующая, аналитико-оценочная, исследовательско-творческая. Непрерывный профессиональный рост учителя приводит к доминированию – в его педагогической деятельности – исследовательско-творческого вида. Усиление этого вида обуславливает развитие научных компетентностей учителя, выступающих как личностно-профессиональные новообразования.

Исследования ученых-педагогов позволили выявить критерии профессионального развития учителя. В их роли выступают: уровни результативности труда учителя (Н.В. Кузьмина); ступени профессионального роста учителя (И.Ф. Харламов); уровни продуктивности обучения и познавательной активности школьников (И.П. Подласый); ступени самостоятельной учебной деятельности школьников (А.К. Громцева); критерии результативности воспитательной деятельности (И.А. Колесникова, В.А. Сластенин) [7–10].

В роли ведущих факторов профессионального развития личности, определяющих становление ее исследовательской компетентности, выступают: формирование индивидуального стиля трудовой деятельности; развитие профессионального самосознания; профессиональное самоопределение и профессиональное развитие субъекта труда.

Формирование индивидуального стиля трудовой деятельности обусловлено функционированием и развитием психологической системы профессиональной деятельности. Эта система включает формирование целей и мотивов профессиональной деятельности, представлений о программе и информационной основе деятельности, а также профессионально важные качества. В формировании индивидуального стиля необходим обоснованный и своевременный переход от уже освоенной нормативно одобряемой, традиционной деятельности к освоению деятельности по новым образцам и новым критериям. Это важное условие становления инновационного мышления и инновационного стиля деятельности, психологическим механизмом развития которых выступает преобразование смысловой сферы личности, ее самоизменение.

Развитие профессионального самосознания характеризуется его целостностью (сформиро-

ванность когнитивных, оценочных и поведенческих компонентов) и динамикой перехода на новые уровни профессионализма. Переход определяется изменением ценностного отношения личности к самой себе, в ходе которого она реализует морально-профессиональный выбор. При этом разрешаются внутриличностные противоречия между профессиональными целями, мотивами и отношениями, между Я-реальным и Я-идеальным. Наряду с социально и личностно признаваемыми достижениями в профессиональном труде, необходимо формировать у личности и сопричастность с трудовым коллективом, с социально-профессиональной группой, со всем обществом. Эти условия способствуют развитию профессионального самосознания личности, стимулируют постижение своей социально-профессиональной ценности и смысла собственного бытия.

Развитие субъекта труда отражается в динамике прохождения им основных этапов профессионализации и достижении более высоких уровней профессионализма. Приоритетная роль в развитии субъекта труда принадлежит его профессиональному самоопределению, связанному с жизненным, самоопределением, с поиском и обретением новых смыслов жизни и на ее переломных рубежах, и в проблемных ситуациях. Оно не завершается выбором специальности и началом профессионального образования, а продолжается до окончания профессиональной деятельности человека.

В ходе профессионального самоопределения личность решает комплекс взаимосвязанных вопросов. Так, на каждом этапе профессионального становления субъекта труда перед человеком возникает необходимость проектирования дальнейшей профессиональной жизни, реализации новых профессиональных целей, программ и решений. Динамика социально-экономической жизни, быстрые изменения в мире профессий, события в жизни самого человека усиливают вариативность его профессиональной деятельности. Но профессионализм деятельности может эффективно реализовываться во взаимодействии с профессионализмом личности. Последний предполагает перестройку Я-концепции, требуя взвешенного определения новых профессиональных целей и жизненных сценариев. Именно жизненное самоопределение выступает сущностной основой профессионального самоопределения. Выявляя и реализуя жизненные цели, человек корректирует личное отношение к профессии. Осмысливая свое социальное и профессиональное положение, он анализирует уровень собственных достижений, успехи и проблемы своего трудового коллекти-

ва и своей социальной группы, а также корректирует взаимодействия с другими коллективами и другими людьми.

Реализуя цели самоосуществления в труде, личность выбирает собственную профессиональную позицию. Она находится в диалектической взаимосвязи с жизненной позицией. В то же время профессиональная позиция взаимодействует с социальной позицией, которая проявляет уровень социализированности личности и определяет ее поведение и деятельность в трудовом коллективе и в социуме. Выбор и корректировка социально-профессиональной и жизненной позиций предполагают построение личностью новой иерархии базовых ценностей, а также определение путей и средств их преобразования в ценностные ориентации.

Системообразующие факторы становления исследовательской компетентности – целостность, непрерывность и динамизм профессионального развития субъекта труда. Профессиональное развитие – сложно детерминированный и противоречивый процесс взаимодействия личностных и профессиональных компонентов. Базируясь на духовном потенциале личности, оно само выступает мощным фактором становления ее достоинства, что и способствует становлению исследовательской компетентности субъекта труда. Профессиональное развитие определяется, во-первых, психо-физиологическими особенностями индивида. Во-вторых, воздействием на человека объективных и субъективных условий труда. В-третьих, взаимодействием процессов профессиональной социализации и индивидуализации, что формирует и преобразует социально-профессиональную ситуацию развития личности.

Профессиональное развитие субъекта труда проявляется в его переходах к более высоким этапам профессионального развития – от его оптации и профессионального образования к профессиональному мастерству. В процессе достижения субъектом труда значительных профессиональных успехов формируются психологические факторы, способствующие становлению у этого субъекта исследовательской компетентности.

Обсуждая проблему профессионального развития личности следует рассмотреть взаимодействие индивидуального, личностного и профессионального развития. Индивидуальные качества влияют на темп и уровень развития человека и как личности, и как профессионала. К ведущим личностным характеристикам человека принадлежат его отношения, мотивы, ин-

теллект, эмоционально-волевая сфера. Они косвенно, опосредованно влияют на индивидуальное развитие и в основном обуславливают профессиональное становление. Уровень профессиональных достижений человека определяется и индивидуальными особенностями, и личностными характеристиками. Относительное соответствие темпов индивидуального, личностного и профессионального развития – оптимальное соотношение, обуславливающее реализацию человеком себя [3].

На индивидуальное развитие решающее влияние оказывают биологические факторы, на личностное – психические особенности и ведущая деятельность, на профессиональное – социально-экономические факторы и профессиональная деятельность. Все три перечисленных вида взаимосвязаны, и если учесть, что развитие идет неравномерно, то у каждого человека складывается своя уникальная траектория развития. Большое влияние на индивидуальные сценарии профессионального становления оказывает содержание профессиональной деятельности. Профессиональные достижения, удовлетворяя потребность в самоутверждении, ведут к перестройке профессионального самосознания, влияют на систему мотивов, отношений и ценностных ориентаций и в конечном счете инициируют перестройку всей структуры личности [11, с. 92].

Вышеперечисленные факторы выступают только предпосылками становления и развития у будущих специалистов исследовательской компетентности. Необходима целенаправленная деятельность по формированию теоретической и практической готовности личности к проведению научных исследований. Основными организационными формами данной деятельности являются:

- технология проблемного обучения;
- технология исследовательского обучения;
- технология учебного проектирования.

Под проблемным обучением мы понимаем такую организацию учебных занятий, которая предполагает создание под руководством преподавателя проблемных ситуаций и активную самостоятельную деятельность обучающихся по их разрешению, в результате чего происходит эффективное решение следующих задач: стимулирование внутренней мотивации учения, повышение познавательного интереса, создание условий для профессионального развития, овладение навыками исследовательской деятельности [12, с. 233].

Структуру проблемного обучения можно представить в виде следующих элементов: учебная проблема, вызывающая соответствующую проблемную ситуацию; гипотеза или

предположения по ее разрешению; обоснование выдвинутой гипотезы (теоретические, экспериментально-практические, фактические доказательства); вывод. Этапы проблемного занятия могут быть следующие:

- 1) актуализация опорных знаний, необходимых для осмысленного восприятия противоречий;
- 2) анализ проблемного задания с целью понимания существования какого-либо несоответствия;
- 3) вычленение проблемы, в результате чего происходит вербальная формулировка проблемы;
- 4) выдвижение различных предположений, как результат – наличие ряда гипотез;
- 5) сужение поля поиска решения, определение рабочей гипотезы;
- 6) доказательство рабочих гипотез;
- 7) проверка правильности решения.

На каждом этапе происходят развитие и совершенствование исследовательских умений, личностно-профессиональных качеств студентов: аналитико-прогностических умений, умений сформулировать проект решения проблемы, анализировать перспективность гипотез, формулировать и выстраивать логику доказательств, выделять причинно-следственные связи, рефлексивных умений.

В теории проблемного обучения можно выделить три уровня проблемности:

- низкий: преподаватель сам формулирует проблему, показывает противоречия, формулирует задание или вопрос, сам выдвигает гипотезу, обосновывает и доказывает ее, делает вывод. Метод, соответствующий данному уровню, – проблемное изложение, форма реализации – лекция проблемного характера;
- средний: преподаватель лишь формулирует проблему, создавая проблемную ситуацию, а студенты под его руководством выдвигают гипотезы, стремятся доказать их, делают выводы. Частично-поисковому уровню соответствует метод эвристического диалога, форма реализации – эвристическая беседа;
- высокий: преподаватель организует обучение таким образом, что студенты сами обнаруживают противоречия, выдвигают и доказывают гипотезы, делают выводы. Высокому уровню проблемности соответствует исследовательский метод. На данном уровне целесообразно перейти к характеристике технологии исследовательского обучения.

В практике работы современной высшей школы все большее распространение приобретает исследовательская деятельность студентов как образовательная технология, направленная

на приобщение к активным формам получения знаний, самообучение, саморазвитие. В своей сущности исследовательская технология предполагает активную познавательную позицию, связанную с постоянным и продолжительным внутренним поиском, глубоко осмысленной и творческой переработкой информации научного характера, работой мыслительных процессов в особом режиме аналитико-прогностического свойства, озарением, личными и личностными открытиями. Этим она отличается от эвристического и проблемного обучения, находясь с ними в тесной взаимосвязи и в одной группе образовательных технологий.

Целью исследовательской деятельности является развитие личностного своеобразия «Я – исследователь», механизмов рефлексии, познавательных стратегий, самообучения и личностного опыта. Анкетирование выявило, что приобщение к исследовательской деятельности происходит через внутренние познавательные мотивы, устойчивый интерес к определенной образовательной области, личное участие в учебно-исследовательской (написание рефератов, курсовых, дипломных работ) и научно-исследовательской (участие в работе предметных, проблемных кружков, проблемных студенческих лабораторий, студенческих научно-практических конференциях) работе.

В ходе исследовательской деятельности идет стартовое эвристическое обучение основам этой деятельности, совместный поиск научного руководителя и студента по развитию индивидуальной исследовательской стратегии, рефлексироваться, учитываются и развиваются познавательные предпочтения. К особенностям организации этапов научного исследования можно отнести их вариативность в зависимости от личностных особенностей, интересов студентов, обратная связь приводит к осознанию критериев личностной и исследовательской компетенции. Результаты деятельности сначала фиксируются как внутренние и качественные достижения, затем как способы социального признания.

В рамках проведения курса по методике преподавания немецкого языка данные анкетирования и модели научной деятельности студента были включены в исследовательскую лабораторию «Я – исследователь». Далее мы приводим использование наиболее перспективных, на наш взгляд, форм и методов работы со студентами, имеющими склонность к занятию исследовательской деятельностью.

Средствами формирования и развития исследовательских умений выступают: методы

эвристического обучения (эмпатии, смыслового и образного видения, эвристических вопросов, наблюдения, сравнения); технология критического мышления; методы прогнозирования, планирования, моделирования, конструирования теорий, правил; технология педагогических мастерских, кооперативного обучения; методы рефлексии, сравнения, самооценки.

Исследовательская деятельность является, по сути, деятельностью интеллектуально-творческой, поскольку в процессе ее осуществления студент выдвигает новые идеи, создает новые для себя образовательные продукты (гипотезы, методы, средства), новые знания, способы деятельности. В процессе исследовательской деятельности развиваются творческое мышление, инициативность, способность к обоснованному риску, уверенность в себе, адекватная самооценка, умение сотрудничать с партнерами, мотивация достижений, высокая работоспособность. Эти качества важны для личностной самореализации, успешности человека, конкурентоспособности в профессиональной деятельности.

Необходимость организации со студентами разнообразной самостоятельной деятельности определяется тем, что удастся разрешить противоречие между трансляцией знаний и их усвоением во взаимосвязи теории и практики. Своеобразие самостоятельной деятельности заключается в том, что студенту предоставляется возможность самостоятельного определения собственной образовательной траектории, он выступает как субъект учебно-исследовательской деятельности. Наиболее эффективной технологией, обеспечивающей самостоятельную продуктивную деятельность студентов, является технология учебного проектирования.

Ее значимость в становлении будущего специалиста можно обосновать следующим образом:

1. Исследовательский и практический характер учебного проектирования позволяет формировать широкий спектр социально-ценных мотивов учебной деятельности студентов: профессиональных, познавательных, личностных.

2. Осознание значимости, необходимости своего труда повышает самооценку студентов, создает условия для творческой самореализации личности.

3. В процессе выполнения учебного проекта формируется социальный опыт обучающихся, их умение видеть, выделять и решать социальные и профессиональные проблемы.

4. Расширяются социальные контакты студентов, развивается их умение взаимодействовать с разными людьми в процессе решения проблем.

5. Технология учебного проектирования обеспечивает развитие исследовательских способностей студентов и формирование необходимых для профессиональной деятельности умений анализировать производственные проблемы, находить творческие пути их решения.

В теории и практике учебного проектирования наиболее продуктивными, на наш взгляд, могут быть следующие типы проектов:

- индивидуальный проект эффективен с точки зрения организации самостоятельной поисковой деятельности студента, учета его личных интересов, предоставления возможности реализовать свой творческий потенциал, потребность в достижении успеха и самоутверждении;

- творческие проекты направлены на разработку новых оригинальных идей, продуктов совместной деятельности, представляемых в творческой форме;

- информационные проекты направлены на сбор необходимой для учебного процесса или других заказчиков информации в различных источниках. Результатом является отобранная, проанализированная, обобщенная, систематизированная и представленная в определенной форме информация (буклет, коллаж, публикация, страница в интернете);

- межпредметные проекты обеспечивают активную продуктивную деятельность студентов на основе систематизации, интегрирования и комплексного использования в процессе подготовки специалиста знаний и умений, приобретаемых при изучении разных дисциплин.

Чаще всего учебные проекты студентов имеют комплексный характер, сочетая в себе несколько видов. Сочетание исследовательских и практически ориентированных проектов, индивидуальных и групповых форм организации работы над ними дает возможность не только освоить исследовательские умения и навыки, но и овладеть системными способами решения производственных проблем на основе кооперации своих индивидуальных проектов.

Заключение. Формирование у студентов исследовательской компетентности выступает существенным фактором инновационного развития личности и социума. Подготовка к проведению педагогических исследований повышает эффективность профессионально-педагогической деятельности. Целенаправленное взаимодействие процессов профессионально-

педагогического развития и становления исследовательской компетентности, а также реализация целей непосредственной научной подготовки (овладение системой знаний и деятельностью компонентами) обеспечивают сформированность у будущих учителей исследовательской компетентности и ее последующее непрерывное развитие. Следует учитывать специфику целей деятельности на тех этапах личностно-психологического развития, которые сензитивны к формированию исследовательской компетентности как личностного новообразования. Так, на этапе получения общего образования важной задачей выступает творческое развитие учащегося. На этапе обучения в университете приоритетной задачей является формирование базовых основ теоретической и практической готовности к проведению научных исследований, а на этапе самостоятельной педагогической работы – динамичное личностно-профессиональное становление и непрерывное развитие исследовательской компетентности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Парыгин, Б.Д. Социальная психология. Проблемы методологии, истории и теории / Б.Д. Парыгин. – СПб.: ИГУП, 1999. – 592 с.
2. Компетенции в образовании: опыт проектирования: сб. науч. тр. / под ред. А.В. Хуторского. – М.: Научно-внедренческое предприятие «ИНЭК», 2007. – 327 с.
3. Бодалев, А.А. Вершина в развитии взрослого человека: характеристики и условия достижения / А.А. Бодалев. – М.: Флинта Наука, 1998. – 168 с.
4. Сластенин, В.А. Педагогика: учеб. пособие для студ. пед. учеб. завед. / В.А. Сластенин [и др.]. – М.: Школа-Пресс, 1997. – 512 с.
5. Сластенин, В.А. Педагогика: Инновационная деятельность / В.А. Сластенин, Л.С. Подымова. – М.: НЧП «Издательство Магистр», 1997. – 224 с.
6. Кухарев, Н.В. Педагог-мастер – педагог исследователь / Н.В. Кухарев. – 2-е изд. – Мозырь: РИФ «Белый ветер», 1998. – 212 с.
7. Подласый, И.П. Педагогика: новый курс: учеб. для студ. высш. учеб. заведений: в 2 кн. / И.П. Подласый. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – Кн. 1: Общие основы. Процесс обучения. – 576 с.
8. Громцева, А.К. Формирование у школьников готовности к самообразованию: учеб. пособие по спецкурсу для студ. пед. ин-тов / А.К. Громцева. – М.: Просвещение, 1983. – 144 с.
9. Харламов, И.Ф. Педагогика: учебник / И.Ф. Харламов. – 7-е изд. – Минск: Университетское, 2002. – 560 с.
10. Кузьмина, Н.В. Педагогическое мастерство учителя как фактор развития способностей учащихся / Н.В. Кузьмина // Вопросы психологии. – 1984. – № 1. – С. 49–54.
11. Зеер, Э.Ф. Психология профессионального образования: учебник для студ. высш. учеб. заведений / Э.Ф. Зеер. – М.: Издательский центр «Академик», 2009. – 384 с.
12. Никитина, Н.Н. Основы профессионально-педагогической деятельности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Н.Н. Никитина, О.М. Железнякова, М.А. Петухов. – М.: Мастерство, 2002. – 288 с.

Поступила в редакцию 11.02.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: elena_teretschen@mail.ru – Терещенко Е.В.

Организация деятельности волонтерских объединений по формированию гражданской позиции студентов: системный подход

О.С. Овсяницкая

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

В статье на основе теоретического анализа раскрыта сущность понятий «гражданская позиция», «волонтерская деятельность», выявлены структурные компоненты гражданской позиции личности. Включение студентов в деятельность волонтерских организаций рассматривается как одно из педагогических условий формирования их гражданской позиции. Процесс формирования гражданской позиции студенческой молодежи в условиях волонтерской деятельности представлен как система взаимосвязанных действий, направленных на формирование гражданского сознания, опыта эмоционально-ценностного отношения к проблемам каждого отдельного гражданина и общества в целом; формирование способов деятельности – умений отстаивать собственную точку зрения, уважать права граждан своей страны, трудиться на благо Родины, осуществлять гражданский, нравственный выбор, подчиненных принципам управления данной системой.

Ключевые слова: гражданская позиция, волонтерская деятельность, формирование гражданской позиции, системный подход.

The Process of Students' Civic Position Formation in Voluntary Activity: the System Approach

O.S. Ovsyanickaya

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»

The article is devoted to the problem of students' civic position formation in the process of voluntary work. On the basis of theoretical analysis the essence of the concepts «civic position», «voluntary activity» is analyzed. Involvement of students into work of voluntary organizations is considered to be one the pedagogical conditions of their civic position formation. Students' civic position formation is regarded as a process of formation of civic awareness, valuable attitude towards society and the means of civic activity. The system approach to the process of students' civic position formation in voluntary activity presumes the realization of the theoretical (the purpose, the main principles of the process), the technological (the content, methods and means of students' civic position formation) and the administrative (motivation, control, planning, organization) components.

Key words: civic position, voluntary activity, civic position formation, system approach.

Определенные в основных нормативных документах, регламентирующих организацию учебно-воспитательного процесса в учреждениях образования, приоритеты указывают на необходимость усиления роли гражданского и патриотического воспитания учащихся. Социальный заказ требует от системы образования воспитания личности с активной гражданской позицией, готовой выполнять гражданские обязанности, ответственной за собственное благополучие и благополучие своей страны.

Актуализация проблемы формирования гражданской позиции молодежи определяет необходимость исследования таких проблем гражданского воспитания, как технология формирования гражданских качеств личности; повыше-

ние профессиональной компетентности педагогов в области гражданского воспитания.

Проблема формирования гражданской позиции молодежи являлась предметом исследования целого ряда ученых-педагогов. В частности, в работах российских исследователей раскрыты особенности формирования и развития гражданской позиции в образовательном учреждении (С.В. Митросенко, Э.П. Стрельцова, Н.И. Элиасберг); исследованы вопросы, связанные с путями формирования гражданской позиции учащихся в процессе изучения общественных (Г.Я. Гревцева и др.) и гуманитарных (Д.В. Кириллов и др.) дисциплин и путем приобщения к культурно-историческим ценностям региона (И.В. Молодцова, О.Н. Прокопец и др.),

посредством создания благоприятной образовательной среды учреждения (К.И. Маслов).

Учеными нашей страны разрабатывались такие аспекты формирования гражданской позиции личности, как развитие гражданского достоинства в процессе изучения истории и культуры белорусского народа (Е.Ф. Ивашкевич); социально-творческой позиции личности на основе любви к семье, своему дому, деревне, городу, Родине, уважения Конституции Республики Беларусь (В.Т. Кабуш); исследовались методологические аспекты и практический опыт формирования гражданских качеств личности в Республике Беларусь (А.И. Левко).

Однако, по мнению ряда отечественных ученых (Е.В. Полоневич, С.Н. Захаровой, Л.В. Вишневецкой, Н.К. Катович, М.Е. Миновой и др.), участие в общественно направленной, социально признаваемой и одобряемой деятельности позволяет молодому человеку осознать и оценить себя, приобрести уверенность в себе и своей значимости для других и адекватно относиться к внешним оценкам, способствует формированию у него общественно направленной мотивации, а следовательно, является наиболее эффективным средством становления гражданской позиции.

Такой деятельностью, на наш взгляд, является волонтерское движение, под которым понимают безвозмездную деятельность, основанную на добровольном союзе участников и ее организаторов и направленную на реализацию лично-стно и социально значимых интересов [1].

Волонтерская деятельность в трудах ученых-педагогов рассматривается как способ формирования толерантности (Л.В. Хулин), фактор развития социальной активности молодежи (Л.П. Конвисарева), способ формирования субъектной позиции студентов (Е.В. Богданова), как составляющая системы подготовки студентов высшей школы к профессиональной деятельности (Л.В. Болотова), средство воспитания социальной инициативности у детей и молодежи (С.В. Тетерский), как условие формирования мобильности будущих специалистов социальной сферы (И.А. Степанова). Вместе с тем, нет комплексных исследований, посвященных проблеме формирования гражданской позиции студентов в процессе волонтерской деятельности.

В связи с этим целью данной статьи является анализ такого организационного структурирования воспитательного процесса в условиях волонтерской деятельности, которое позволит оптимизировать процесс формирования гражданской позиции студентов.

Материал и методы. Методологическую основу исследования составили системный подход, который обеспечивает целостное представление о процессе формирования гражданской позиции студентов в условиях волонтерской деятельности; исследования по теории социально-педагогической деятельности (А.И. Левко, Н.И. Мицкевич); теоретические положения управления воспитательными системами (В.Т. Кабуш, В.А. Караковский, Н.Л. Селиванова, В.Т. Чепиков).

В качестве методов теоретического исследования использованы: обобщение научной литературы, индуктивный и дедуктивный методы. С целью проведения эмпирического исследования реализованы методы: педагогический эксперимент, моделирование педагогических ситуаций.

Результаты и их обсуждение. Исходя из постановки проблемы формирования гражданской позиции студентов, следует раскрыть сущность понятия «гражданская позиция личности».

Сравнительно-сопоставительный анализ научных источников позволил установить, что в педагогической науке нет единого подхода к определению его сущностных оснований. Так, гражданская позиция рассматривается как доминантная сфера личностной характеристики, определяющая смысл, направленность поступков, сопричастность личности к судьбе Отечества, к процессу в целом (П.А. Баранов); совокупность гражданских, правовых и нравственных качеств (С.С. Алексеев, Г.Н. Филонов); социальный и идейно-нравственный критерии сформированности личности (Л.М. Архангельский, Л.А. Беляева); внутренняя установка, ориентация на определенную линию гражданского поведения, отражающая субъективное отношение человека к обществу (Е.Р. Евдокимова).

В работах отечественных ученых исследуемая дефиниция определяется как совокупность системы знаний о государстве, обществе, умений использовать эти знания в жизни, понимание исторической и причинной обусловленности происходящих событий и явлений, понятий о роли гражданина Республики Беларусь, его ответственности за мир, гражданское общество, самого себя (Е.Т. Земнова); результат усвоения норм и принципов социальной среды (Н.К. Катович); один из структурных компонентов гражданской активности личности, которая является своеобразной системой взглядов человека на жизнь в обществе, проявляется в его поведении и определяется убеждениями и совестью (Л.В. Вишневецкая).

Таким образом, гражданская позиция личности может быть представлена как система отношений личности к себе как гражданину, к обществу и социально-политическим явлениям, проявляющихся в гражданском поведении и основанных на гражданских ценностных ориентациях.

В структуре гражданской позиции личности выделяют: гражданские знания (знания о гражданственности, гражданской позиции, о гражданских правах и обязанностях; понимание социально-политических процессов и явлений; умение анализировать социальные ситуации и проблемы, высказывать собственную точку зрения); гражданские ценностные ориентации и мотивы гражданского поведения (гуманистическую направленность отношений личности к обществу, труду, к людям и самому себе; формирование гражданских ценностных ориентаций, обеспечивающих усвоение норм социального поведения, осознание их личностной значимости); гражданскую деятельность (умения личности выполнять свои гражданские обязанности, соблюдать социальные и правовые нормы, т.е. реальное поведение человека и участие его в различных видах общественной деятельности).

Необходимым условием гражданского воспитания личности выступает системный подход, который подразумевает рассмотрение многоуровневого, иерархического, взаимозависимого, детерминированного открытого процесса в его постепенном развитии и самосовершенствовании.

При системном подходе процесс формирования гражданской позиции студентов в условиях волонтерской деятельности рассматривается нами как совокупность взаимосвязанных компонентов: индивидуально-групповой (субъекты педагогического процесса – педагог и студенты-волонтеры), теоретический (цель осуществляемой волонтерской деятельности, комплекс научно обоснованных положений, определяющих особенности процесса волонтерской деятельности по формированию гражданской позиции студентов), технологический (системообразующий вид деятельности, формы и методы организации совместной деятельности), управленческий (эффективная реализация модели формирования гражданской позиции студентов в условиях волонтерской деятельности). Их органичное взаимосвязанное движение, направляемое целью, порождает педагогический процесс как динамическую систему.

Раскроем некоторые из перечисленных компонентов более детально.

Процесс волонтерской деятельности – это целенаправленный социально-педагогический процесс. Целеполагание как фактор, систематизирующий процесс формирования гражданской позиции студентов, определяет перспективы и предвосхищает результат воспитательной работы, обуславливает логику деятельности педагога – лидера волонтерского объединения.

Модель формирования гражданской позиции студентов ориентирована на выполнение социального заказа государства – формирование Гражданина Отечества и определяется интересами Республики Беларусь как демократического правового государства, положениями Конституции Республики Беларусь, а также интересами общества и самой личности, ее отношением к проблемам, решаемым государственными и общественными институтами в целях укрепления суверенитета и территориальной целостности страны. В ходе исследования сформулирована следующая цель: создать и реализовать условия для формирования активной гражданской позиции студентов в процессе волонтерской деятельности с учетом возрастных особенностей студентов, специфики организации волонтерской деятельности, выполнения комплекса педагогической поддержки и руководства.

Теоретический компонент модели формирования гражданской позиции студентов в процессе волонтерской деятельности базируется на научных положениях теории социально-педагогической деятельности, разработанной А.И. Левко, Н.И. Мицкевичем. Среди данных положений следующие: формирование субъектного начала, активности личности, ее приобщение к социальному опыту осуществляется на основе использования системного, деятельностного и аксиологического подходов в воспитании; социально значимая деятельность способствует преобразованию сознания личности через усвоение новых знаний, приобретение опыта общения с другими людьми, формирует способность по-новому переживать и осмысливать действительность, детерминирует поведение личности социальными нормами и ценностями [2–3].

На основании названных положений мы выделили принципы формирования гражданской позиции студентов в процессе волонтерской деятельности:

– *гуманизации и демократизации* воспитательного процесса – предусматривает равноправие, взаимоуважение участников волонтерского движения, динамичность педагогического

взаимодействия, открытость к восприятию общегражданских ценностей;

– *активности и саморегуляции* – способствует развитию у волонтера личностных характеристик, критичности и самокритичности, готовит к проявлению инициативы и принятию самостоятельных решений, что постепенно формирует гражданскую позицию личности, чувство ответственности за ее реализацию в делах и поступках;

– *системности* – предполагает обусловленность процесса становления гражданской позиции личности гармоничностью и постепенностью развития взаимосвязанных структурных компонентов гражданской позиции личности в волонтерской деятельности;

– *принцип свободного участия* определяется спецификой добровольческой деятельности и обеспечивается позицией личностного выбора. Студент выбирает направление деятельности, социальную категорию, которой оказывается добровольная помощь и т.д.;

– *принцип опоры на положительное* является трансляцией гражданского опыта, приобретенного в процессе волонтерской деятельности. Участие в волонтерском движении предполагает накопление у студентов положительного опыта взаимоотношений с людьми различных социальных категорий: детей-инвалидов, детей-сирот, ветеранов войны, пожилых людей и т.д. Этот опыт является основной опорой в формировании гражданской позиции личности.

Опора на вышеназванные принципы и положения обеспечивает соответствие волонтерской деятельности интересам, потребностям, возможностям студента, способствует его личностному самоопределению, самовыражению, самоутверждению.

Раскрытие целевого и теоретического компонентов модели определяет научные основы, целевые ориентации и обеспечивает интеграцию с практическим осуществлением процесса волонтерской деятельности, опосредующего формирование гражданской позиции студентов.

В соответствии с целеполаганием в технологический компонент формирования гражданской позиции личности включены этапы ценностно-смыслового определения, формирования интереса к реализации гражданской деятельности, гражданского поведения.

Этап ценностно-смыслового определения направлен на формирование гражданского сознания студента. Основными задачами этапа являются: сообщение и раскрытие сущно-

сти гражданских понятий и гражданских ценностных категорий; формирование оценочных суждений на основании анализа полученных знаний; рефлексия ценностно-смыслового самоопределения.

Анализ педагогического опыта по исследуемой проблеме позволил выявить наиболее распространенные методы формирования гражданского сознания: рассказ, объяснение, разъяснение, внушение, раскрытие сущности понятия, обсуждение, поиск истины. Среди основных средств – актуализация ценностно-смысловой информации, активизация личностных гражданских знаний, оценочно-аналитическая деятельность, осознание ценностного аспекта гражданского поведения, появление гражданских знаний в конкретной деятельной ситуации, совместная рефлексия.

Этап формирования интереса к реализации гражданской деятельности способствует активизации эмоционально-чувственных состояний студента-волонтера в процессе осуществления гражданской деятельности. Реализация данного этапа предполагает использование таких методов, как воспитывающие ситуации, тренинги, эмоциональное стимулирование, и приемов – повторное восприятие, эмоциональный отклик, постижение эмоционального состояния других, персонификация. Эффективному формированию интереса к реализации гражданской деятельности способствует применение таких средств, как активизация позитивных эмоций, личностно-ценностных гражданских чувств, анализ эмоционально-чувственных состояний, личностный пример позитивной эмоциональности, рефлексия с последующим сообщением самооценки.

Этап гражданского поведения направлен на создание ситуации, требующей проявления студентом гражданской позиции; овладение студентом нормами гражданского поведения; рефлексии личностного опыта гражданского поведения. Методами формирования гражданского поведения являются упражнение, приучение, педагогическое требование, общественное мнение, поручение, воспитывающие ситуации; приемами – активизация деятельности, повторение действий, воображение, четкое формулирование правил поведения, пример правильного поведения, анализ ситуаций, оценка выполняемых действий, самоконтроль. Основными средствами формирования гражданского поведения выступают опыт волонтерской деятельности, принятие ответственности за совершенный поступок, проектирование ситуаций-проб, образ-

цы гражданского поведения, рефлексия с последующим сообщением самооценки.

Таким образом, реализация технологического компонента модели обеспечивает формирование гражданского сознания, гражданских чувств и гражданского поведения – ключевых составляющих гражданской позиции личности и, тем самым, способствует повышению уровня ее развития.

Управленческий компонент модели разработан на основании анализа теоретических положений управления воспитательными системами, представленными в работах В.Т. Кабуша, В.А. Караковского, Н.Л. Селивановой, теории управления образовательным учреждением как социально-педагогической системой, разработанной В.Т. Чепиковым, и изучения передового педагогического опыта управления воспитательным процессом. Так, по мнению В.Т. Кабуша [4], В.Т. Чепикова [5], мотивация, планирование, организация, руководство и контроль составляют законченный управленческий цикл.

Являясь частью воспитательной системы, модель формирования гражданской позиции студентов в процессе волонтерской деятельности подчинена воздействию управленческих действий данной системы. Однако названные действия определяются спецификой модели – ее социальной направленностью, с учетом которой нами определено содержание управленческого компонента модели.

Мотивация определяет активность как педагога, так и студента в организации и осуществлении волонтерской деятельности, формировании гражданской позиции ее участников. Педагог как лидер волонтерского объединения является инициативным субъектом, способным заинтересовать и объединить вокруг себя студентов. Он включает в деятельность всех студентов, входящих в волонтерскую организацию, и, предоставляя педагогически целесообразную самостоятельность, проектирует и формирует у студентов отсутствующие уровни деятельности, расширяет поле их самоорганизации. Педагог воспитывает, исходя из мотивации самих студентов, их интересов, потребностей.

Планирование определяется четким, продуманным выбором основных направлений волонтерской деятельности, в соответствии с которыми составляется план деятельности волонтерских организаций с указанием сроков проведения и ответственных за выполнение мероприятия. План студенческого волонтерского объединения согласуется с планом воспитательной работы высшего учебного заведения,

на базе которого функционирует объединение. Планирование волонтерской деятельности обеспечивает целенаправленное накопление студентом гражданского опыта как основы становления гражданской позиции личности.

Организация объединяет педагога и студентов в согласованном решении поставленных целей и задач, охватывающих как аспект реализации содержания волонтерской деятельности, так и аспект формирования гражданской позиции волонтеров. Педагог направляет свои действия на то, чтобы содержание волонтерской деятельности было личностно значимым, разнообразным, социально обусловленным, общественно значимым, соответствующим возрасту молодого человека, актуальным. Студенты, в свою очередь, являясь организаторами волонтерской деятельности, активно задействованы в определении социальных категорий, которым оказывается помощь (ветераны войны, пожилые люди, дети-сироты, дети-инвалиды, «трудные подростки», свой город, животные и т.д.). Специфика модели состоит в том, что ее прямое назначение – решение педагогической задачи формирования активной гражданской позиции студентов – выполняется в результате ее практической реализации в социальном пространстве.

Руководство включает создание и укрепление педагогом доброжелательной атмосферы в волонтерском объединении. Педагог, определив для себя ценностные ориентации, мотивы, идеалы, должен транслировать их в личностном примере. В руководстве деятельностью волонтерской организации педагог-организатор осуществляет педагогический самоанализ, который требует от него умений использовать психолого-педагогические знания о современном состоянии той деятельности, которой он управляет, видеть причинно-следственную зависимость между целями, задачами, способами, средствами, условиями, результатами деятельности; фиксировать процесс и результаты своего педагогического руководства, переходить от оценки отдельных педагогических умений к оценке результативности и профессионализма.

Контроль включает диагностику, сравнение, анализ полученных результатов в решении поставленной задачи. Педагог-организатор волонтерского движения осуществляет диагностику формирования гражданской позиции студентов посредством анкетирования, тестирования, ранжирования, беседы, диспута, дискуссии, наблюдения, экспертных оценок. Обработанные результаты диагностики фикс-

сируются в схемах, таблицах, диаграммах и т.д., что позволяет выделить уровни сформированности гражданской позиции студентов-волонтеров, сравнить первоначальные и последующие результаты, проследить динамику формирования гражданской позиции студентов на основании полученных данных и их анализа, определить дальнейший ход действий.

Реализация управленческого компонента обеспечивает завершенность модели формирования гражданской позиции студентов, определяет позиции педагога и студента в организации, управлении и осуществлении волонтерской деятельности.

Заключение. Таким образом, процесс формирования гражданской позиции студентов в условиях волонтерской деятельности направлен на развитие основных компонентов гражданской позиции личности: когнитивного (знания о гражданственности, гражданской позиции, о гражданских правах и обязанностях; понимание социально-политических процессов и явлений; умение анализировать социальные ситуации и проблемы, высказывать собственную точку зрения), ценностно-мотивационного (формирование опыта эмоционально-ценностного отношения к проблемам каждого отдельного гражданина и общества в целом), деятельностного (способность осуществлять гражданский, нрав-

ственный выбор, умение отстаивать свою точку зрения, уважать права граждан своей страны, трудиться на благо Родины).

Организация системного процесса формирования активной гражданской позиции студентов в условиях волонтерской деятельности предполагает: постановку цели, задач; определение основных положений и принципов реализации данного процесса в едином образовательном пространстве; разработку эффективных форм, методов, средств формирования гражданской позиции молодежи; реализацию управленческого цикла, включающего мотивацию участников волонтерского движения, планирование и организацию деятельности волонтерских объединений, рефлексию развития гражданской позиции волонтеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев, В.И. Педагогика: учебный курс для творческого саморазвития / В.И. Андреев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2000. – 608 с.
2. Левко, А.И. Социальная педагогика: учеб. пособие / А.И. Левко. – Минск: УП «ИВЦ Минфина», 2003. – 341 с.
3. Мицкевич, Н.И. Образовательная функция социальной работы // Н.И. Мицкевич // Соціально-педагогічна робота. – 2001. – № 5. – С. 13–20.
4. Кабуш, В.Т. Ученическое самоуправление: теория и практика: метод. пособие / В.Т. Кабуш. – Минск: Бел. фонд соц. поддержки детей и подростков «Мы – детям», 1997. – 187 с.
5. Чепиков, В.Т. Педагогика: краткий учебный курс / В.Т. Чепиков. – М.: Новое знание, 2003. – 173 с.

Поступила в редакцию 29.03.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: olga.ovsyanskaya@mail.ru – Овсянницкая О.С.

Становление института социальной педагогики в Беларуси: нормативно-правовой аспект (1991–2011 гг.)

Н.С. Семенова

*Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машиерова»*

Статья посвящена проблеме становления института социальной педагогики в Беларуси с нормативно-правовой точки зрения в период с 1991 по 2011 год. Проанализированы основные документы Коллегии государственного комитета СССР по народному образованию, Министерства народного образования БССР, Министерства образования Республики Беларусь. Подчеркивается влияние данных документов на формирование и развитие системы подготовки социальных педагогов, становление института социальной педагогики, а также введение и функционирование социально-педагогических служб. Акцентируется внимание на анализе методических указаний и рекомендаций Министерства образования, направленных на улучшение качества подготовки социальных педагогов и их профессиональной деятельности. Отмечается важность нормативно-правового анализа в области становления института социальной педагогики в Беларуси.

Ключевые слова: социальная педагогика, социальный педагог, нормативно-правовые акты, государственный образовательный стандарт, должностная характеристика.

The Formation of the Institute of Social Pedagogy in Belarus: Legal Aspects (1991–2011)

N.S. Semenova

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»

The article deals with the institute of social pedagogy in Belarus from the legal point of view in the period from 1991 to 2011. Key documents of the Collegium of the USSR State Committee on Public Education, Ministry of Education of the Belorussian SSR, Ministry of Education of Belarus are analyzed. Impact of these documents on the formation and development of the training of social educators, institutions of social pedagogy, as well as the introduction and operation of social and educational services is emphasized. Attention is focused on the analysis of guidelines and recommendations of the Ministry of Education aimed at the improvement of the quality of social workers training as well as at the improvement of their professional activities. Significance of the regulatory analysis in the field of the institute of social pedagogy in Belarus is pointed out.

Key words: social pedagogy, social educator, normative legal acts, state education standard, job description.

Социальная педагогика является неотъемлемой частью педагогики, а также общества и государства. Институт социальной педагогики в Беларуси был введен в 1990 году, что способствовало кардинальному повороту в отношении общества к проблемам человека, обусловленному общими тенденциями гуманизации и демократизации социальной жизни.

Институционализация социальной педагогики потребовала решения трех основных задач: формирования сферы профессиональной деятельности социальных педагогов, развития соответствующей отрасли научного знания и создания системы подготовки кадров. Взаимодействие этих трех направлений обеспечивает успешное развитие и функционирование новой

сферы профессиональной деятельности в обществе. Беларусь является социально ориентированным государством, поэтому социальная педагогика стала неотъемлемой частью социальной политики.

Важное направление социальной политики государства – это ее нормативно-правовое обеспечение, поэтому мы считаем важным проанализировать основные нормативно-правовые документы, оказавшие влияние на развитие института социальной педагогики.

Цель данной статьи – анализ нормативно-правовой базы в области социальной педагогики, а также определение ее влияния на становление института социальной педагогики в Беларуси.

Материал и методы. Для этого были использованы следующие методы: теоретико-методологический анализ педагогической, исторической литературы, а также нормативно-правовых источников. Материалом послужили сборники нормативно-правовых документов Министерства образования Республики Беларусь, а также нормативно-правовые акты, касающиеся института социальной педагогики.

Результаты и их обсуждение. Отправной точкой в подготовке социальных педагогов является решение коллегии Государственного комитета СССР по народному образованию от 13 июля 1990 г. № 14/4 «О введении института социальных педагогов». В данном документе была отмечена необходимость формирования новых подходов к воспитанию детей и молодежи. Для решения этой задачи требовались специально подготовленные кадры, в качестве которых предложено было ввести институт социальных педагогов, которые в дальнейшем будут работать в учебно-воспитательных учреждениях, а также в общественных организациях. Согласно документу социальный педагог – это специалист по воспитательной работе с детьми и их родителями, взрослым населением в семейно-бытовой среде, с подростковыми, молодежными группами и объединениями, выполняющий следующие задачи: обеспечение социально-психологической поддержки, оказание помощи семье и ребенку, выполнение роли посредника, содействие в профессиональном самоопределении. Изначально объектом деятельности социального педагога являлся как взрослый, так и ребенок [1]. Это был первый документ, в котором были четко обозначены сущность и направления деятельности социального педагога, первая попытка конкретизировать назначение такого специалиста.

Введение должности социального педагога повлекло за собой необходимость определения его должностных обязанностей. В связи с этим на протяжении следующего 1991 года разрабатывался документ, определяющий и раскрывающий эти обязанности. Результатом подобной работы было утверждение первой квалификационной характеристики социального педагога по согласию с Государственным комитетом СССР по работе и социальным вопросам. Согласно данной характеристике в обязанности социального педагога входили: организация социально значимой деятельности по месту жительства детей, молодежи и взрослых, организация досуга, защита интересов детей, преодоление негативного влияния среды, помощь в профессиональном самоопределении, пропаганда здорового образа жизни, помощь семье

в развитии воспитательного потенциала, психолого-педагогическая работа, профилактика правонарушений, взаимодействие с различными организациями, повышение квалификации и профессионализма.

Вполне логичным является то обстоятельство, что наличие должности социального педагога с определенными должностными обязанностями в сфере образования требовало введения служб, в которых будет осуществляться деятельность такого специалиста. Определенное влияние на становление служб для реализации функций социального педагога оказало решение коллегии комитета СССР по народному образованию «Об организации социальных служб помощи детям и молодежи», вышедшее в 1991 году. Следует подчеркнуть, что необходимость принятия данного решения была обусловлена ростом социальной обездоленности детей и молодежи. В целом, создание подобной службы являлось одним из направлений государственной молодежной политики, которое позволило решить вопросы психолого-педагогической и медико-социальной помощи, социально-правовой защиты и реабилитации поведения с отклонениями, социально-психологической поддержки личности. Коллегия требовала обеспечить интенсивную подготовку фактически отсутствующих в стране кадров службы социальной помощи – социальных работников различного профиля, которые специализируются в области социальной педагогики, профориентации, дефектологии, медицины, права. Примечательно то, что изначально при создании служб оказания помощи детям и молодежи акцент ставился на привлечение социальных работников, которые выполняли бы роль социальных педагогов [2].

Анализируя документы Министерства образования БССР, можно проследить определенное противоречие в развитии института социальной педагогики, которое в дальнейшем послужило стимулом для его развития. Необходимо отметить, что, начиная с 1990-х годов, создавались различные социально-педагогические службы оказания помощи детям и молодежи, но в документах, регулирующих их деятельность, ничего не упоминается о работе социального педагога. Так, в положении «Об утверждении временного положения о специальной общеобразовательной школе-интернате для детей с недостатками умственного и физического развития» перечислены основные направления работы (максимальная коррекция недостатков в развитии, подготовка к самостоятельному развитию, социальная адаптация), а их реализацию осуществляют педагоги. То же касается и положения о детском доме смешанного типа. В 1991 году вы-

ходит положение о психолого-медико-педагогической консультации (диагностическом центре), к основным функциям которой относились выявление, учет, диагностика детей и подростков с отклонениями в развитии, консультирование родителей. Согласно положению эти функции возлагались не на социального педагога, а врачей, юристов, социологов, психологов. Проведенное исследование вышеуказанных противоречий позволяет нам утверждать, что отсутствие в штатном расписании должности социального педагога связано с невозможностью обеспечения специально подготовленными кадрами в области социальной педагогики [3].

Одной из попыток разрешения сложившихся противоречий в сфере становления института социальной педагогики было принятие новых «Служебных и квалификационных характеристик педагогических и методических работников» в 1992 году. Должностные обязанности социального педагога, по сравнению с 1991 годом, претерпели изменения, их количество увеличилось. Объектами деятельности по-прежнему оставались дети и взрослые, а также пожилые люди. Среди обязанностей социального педагога можно отметить следующее: деятельность по определённому участку работы, обслуживание граждан, выполнение систематического обследования, учет и контроль, представительство в различных инстанциях, разработка коррекционных мероприятий, консультации, профилактика, разрешение конфликтов в семье, выявление детей, нуждающихся в опеке, планирование и организация социально значимой деятельности среди населения, организация свободного времени, помощь в профессиональном самоопределении, социологические опросы по ЧАЭС.

Определенное значение в формировании института социальной педагогики имеет осуществление профессиональной подготовки социально-педагогических кадров. Важную роль в решении данного вопроса имело принятие в 1994 году соответствующего документа – «Порядок введения в деятельность специальностей, специализаций и квалификаций высших учебных заведений». Среди перечисления специальностей педагогического профиля отмечена «социальная педагогика», специализация: воспитательная работа, иностранный язык, практическая психология; соответственно квалификация – социальный педагог, психолог в учреждении образования, педагог-организатор, учитель иностранного языка. В 1995 году появляется новая специализация – воспитательная работа во внешкольных учреждениях, квалификация – социальный педагог, педагог-организатор воспитательной работы во внешкольных учрежде-

ниях; а также специализация – воспитательная работа в учреждениях социокультурной сферы, квалификация – социальный педагог, организатор воспитательной работы в учреждениях социально-культурной сферы. В 1999 году утверждена следующая специализация: социальная педагогика, квалификация – воспитатель дошкольного учреждения; социальная педагогика, учитель начальных классов; внешкольная и внеклассная воспитательная работа, педагогика социальная, квалификация – педагог-организатор, педагог социальный. Основными сферами деятельности социального педагога, исходя из этого документа, являлись учреждения образования и учреждения социокультурной сферы. Можно отметить, что вышеуказанные специализации имели достаточно широкую направленность деятельности специалиста [4].

Следует подчеркнуть, что существенное влияние на становление института социальных педагогов, кроме различных документов и постановлений, оказали рекомендации Министерства образования, которые выходили практически каждый новый учебный год. Так, в 1995 году вышли методические рекомендации по воспитательной работе, адресованные управлениям образования облисполкомов и Мингорисполкома, отделам образования райисполкомов и профессионально-техническим учебным учреждениям. В данных рекомендациях отмечались кризисная ситуация в стране по семье, выражающаяся в невыполнении более 5 тысячами семей своих обязанностей; рост преступности среди несовершеннолетних, пьянство, пессимистическое отношение к жизни, утрата идеалов. На основании этих рекомендаций 11–13 апреля в 1995 году был проведен семинар «Об основных направлениях реформирования системы воспитания в современных условиях». На основании семинара был издан приказ о введении в штатное расписание всех типов учреждений образования должности социальных педагогов, которые должны занимать специально подготовленные специалисты (на момент 1995 года их подготовкой занимается 5 государственных высших и среднеспециальных учреждений). Среди функций социального педагога обозначались: индивидуальная работа с детьми и молодежью, выявление и корректировка позитивных или негативных тенденций в конкретном детском или молодежном окружении, оказание психолого-педагогической помощи родителям, учителям и преподавателям. Уже в 1996 году вышел документ «Об утверждении типовых штатов средних специальных учебных заведений», согласно которому в штат ссузов был введен социальный

педагог (0,5 ставки при численности 500 человек и 1 ставка – более 500 человек) [5].

Введение должности социального педагога во всех учреждениях образования требовало новых должностных обязанностей, поэтому приказом Министерства образования Республики Беларусь также в 1996 году была утверждена временная квалификационная характеристика социального педагога. Согласно ей социальный педагог – это специалист, имеющий высшее образование по специальности «Социальная педагогика» или прошедший переподготовку на базе высшего педагогического образования с присвоением квалификации «Социальный педагог», либо высшее педагогическое образование. Среди должностных обязанностей можно отметить: осуществление деятельности в различных социально-педагогических учреждениях и учреждениях образования; содействие процессу становления и развития личности; защиту прав и интересов детей и молодежи; обеспечение социально-педагогической и психологической поддержки и помощи семье; выявление и учет детей и молодежи, испытывающих трудности; организацию профилактической работы; организацию здорового образа жизни; оказание помощи в профессиональном самоопределении; повышение профессионального уровня, компетентности и мастерства и т.д. На введение должности социального педагога в вузах существенно повлияло указание Министерства образования Республики Беларусь от 8 января 2002 года «О повышении эффективности воспитательной работы со студенческой и учащейся молодежью». Одна из рекомендаций министерства – обратить внимание на создание социально-педагогической службы и ее кадровое обеспечение в высших учебных заведениях. На сегодняшний момент во всех высших учебных заведениях Беларуси функционирует социально-психолого-педагогическая служба, в штат которой входит социальный педагог [6].

Функционирование института социальных педагогов требовало осмысления и определения дальнейших перспектив. Министерство образования постоянно держало на контроле данный вопрос. Подтверждением этого является издание в 2002 году инструктивно-методического письма «Об организации воспитательной работы», касающегося непосредственно деятельности и подготовки социальных педагогов. В этой сфере существовало ряд проблем: невысокий уровень подготовки специалистов, недостаточная квалификация, проявляющаяся в отсутствии специального образования, нехватка более 50 процентов специалистов [7]. Решение подобных вопросов представлялось в обеспечении квалифицированными кад-

рами социально-педагогических учреждений (на 2003 год социальных педагогов готовят в 10 высших учебных заведениях Республики Беларусь), улучшении качества подготовки молодых кадров по специальности «Социальный педагог», проведении количественного и качественного анализа потребности в кадрах, рационализации подготовки будущих специалистов, введении должности социального педагога во всех учреждениях общего среднего и профессионально-технического образования [8].

Проанализировав вышеуказанные рекомендации, можно отметить, что вопрос о качестве подготовки специалистов Министерство образования никогда не оставляло без внимания, и на республиканском и местных уровнях предпринимались различные меры для улучшения качества подготовки и, соответственно, деятельности специалистов. Свидетельством тому являются разработка и осуществление в 2001 году программы «Кадры – 2001–2005 годы» для системы образования Республики Беларусь. Цель программы – обеспечение эффективного использования и развития кадрового потенциала системы образования. Среди множества мероприятий стоит отметить принятие мер по совершенствованию психолого-педагогической подготовки кадров системы образования, что непосредственно касается подготовки социальных педагогов в вузах республики. По результатам деятельности в 2006 году данная программа продолжает свое существование («Кадры – 2006–2010 годы»), контролируя вопрос о качестве подготовки социально-педагогических кадров [9].

Важное направление в нормативно-правовом обеспечении Министерства образования – принятие документов, способствующих появлению и развитию социально-педагогических служб. Так, в 2004 г. выходит постановление Министерства образования Республики Беларусь «Об утверждении положения о социально-педагогическом учреждении». Согласно ему в штат социально-педагогического учреждения входит социальный педагог, имеющий специальное образование. Цель деятельности данного учреждения – оказание помощь несовершеннолетним, которые в ней нуждаются [10]. В 2006 году выходит следующее положение Министерства образования Республики Беларусь «О социально-педагогической и психологической службе». Целью деятельности службы является создание условий для полноценного личностного развития, позитивной самореализации, профессионального становления. Среди специалистов, входящих в состав СППС, стоит отметить педагога социального и педагога-психолога [11].

Определенное значение на качество подготовки социальных педагогов оказало введение

образовательных стандартов. Первый образовательный стандарт был принят только в 1998 году, не смотря на то, что подготовка специалистов начиналась с 1990 года. Настоящий документ устанавливал назначение, структуру и содержание специальности «Социальная педагогика». Согласно стандарту выпускник получал специальность «Социальная педагогика» с дополнительными специальностями «Практическая психология», «Английский язык». Сферами профессиональной деятельности являлись: социальное воспитание, решение социально-педагогических задач, координация деятельности социальных институтов, научно-исследовательская работа, методическая и инспекторская работа. Специалисты предназначались для социально-педагогической деятельности в учреждениях социально-педагогической и психологической помощи. Подготовка социальных педагогов включала в себя освоение следующих циклов дисциплин: гуманитарно-социальные (945 часов), общенаучные и общепрофессиональные (2424 часов), специальные (2493 часа). В 2008 году принят новый образовательный стандарт, который действует и на сегодняшний момент. Согласно ему выпускник получает специальность «Социальная педагогика» и дополнительные специальности: либо «Иностранный язык», либо «Воспитательная работа в учреждениях социокультурной сферы». Что касается сфер профессиональной деятельности, то они остаются прежними по сравнению со стандартом 1998 года. Были введены изменения, касающиеся освоения определенных учебных циклов, что было выражено в увеличении часов: социально-гуманитарные дисциплины – 1146 часов, естественнонаучные дисциплины – 503 часа, общепрофессиональные – 701 час, специальные дисциплины – 3237 часов. Возможно, в ближайшем будущем будет принят новый образовательный стандарт, поскольку осуществляется переход на 4-летнее образование, а также имеет место тенденция к практико-ориентированному образованию.

Заключение. Таким образом, в результате проведенного нами теоретико-методологического анализа можно сделать следующие выводы:

– существует ряд факторов, оказавших определенное влияние на становление института социальной педагогики, среди которых можно отметить нормативно-правовой;

– в период с 1991 по 2011 год с нормативно-правовой точки зрения был предпринят ряд мер для законодательного закрепления института социальных педагогов: введение должности в учреждениях образования, введение различных социально-педагогических служб, разработка квалификационных характеристик, а также принятие государственных образовательных стандартов по специальности «Социальная педагогика»;

– нормативно-правовой фактор оказывает существенное влияние на дальнейшее развитие института социальной педагогики, а также подготовку профессиональных кадров для данной области.

ЛИТЕРАТУРА

1. О введении института социальных педагогов: решение коллегии СССР по народному образованию, 13 июля 1990 г., № 14/4 // Сборник нормативных документов Министерства народного образования БССР. – 1991. – № 12 3–6.
2. Об организации социальной службы помощи детям и молодежи: решение коллегии СССР по народному образованию, 28 апр. 1991 г., № 8/1 // Сборник нормативных документов Министерства народного образования БССР. – 1991. – № 12 3–6.
3. Об утверждении временного положения о специальной общеобразовательной школе-интернате (школе) БССР для детей с недостатками умственного и физического развития, 13 декабря 1990 г., № 263 // Сборник нормативных документов Министерства народного образования БССР. – 1992. – № 1.
4. Об утверждении изменения № 8 общегосударственного классификатора Республики Беларусь ОКРБ 011-2001 «Специальности и квалификации», 26 янв. 2007 г., № 34 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2007. – № 12(613).
5. О совершенствовании воспитательной работы в 2003/2004 учебном году: методические рекомендации Министерства образования Республики Беларусь, 20 авг. 2003 г., № 20-12/20 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2003. – № 10(538).
6. Положение о высшем учебном заведении: постановление Совета Министров Республики Беларусь, 18 янв. 2008 г., № 68 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2009. – № 1(649).
7. Об организации воспитательной работы: инструктивно-методическое письмо Министерства образования Республики Беларусь, 15 авг. 2002 г., № 12-5/60-1 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2002. – № 9(525).
8. О совершенствовании работы педагогов социальных: приказ Министерства образования Республики Беларусь, 6 авг. 2003 г., № 328 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2003. – № 9(537).
9. Программа «Кадры – 2006–2010 годы» системы образования Республики Беларусь, 25 нояб. 2001 г., № 628 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2006. – № 1(583).
10. Об утверждении положения о социально-педагогическом учреждении: постановление Министерства образования Республики Беларусь, 29 марта 2004 г., № 8/10750 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2004. – № 12(552).
11. О социально-педагогической и психологической службе: положение Министерства образования Республики Беларусь, 31 мая 2006 г., № 8/14498 // Сборник нормативных документов Министерства образования Республики Беларусь. – 2006. – № 15(594).

Поступила в редакцию 27.03.2013. Принята в печать 17.06.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: nata198707@rambler.ru – Семенова Н.С.

Изучение практики работы вспомогательной школы по формированию способов усвоения социального опыта у учащихся I–IV классов второго отделения

Т.С. Кухаренко

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»

В статье анализируется опыт работы педагогов I–IV классов вспомогательных школ по формированию умений действовать по подражанию, по образцу, по речевой инструкции у учащихся с умеренной и тяжелой интеллектуальной недостаточностью. Представлены результаты анализа учебных программ второго отделения вспомогательной школы, наблюдений, проведенных на уроках по предмету «Предметно-практическая деятельность», а также опроса учителей и воспитателей младших классов вспомогательной школы. В результате проведенного исследования выявлены состояние процесса формирования у учащихся способов усвоения социального опыта (умений действовать по подражанию, по образцу, по речевой инструкции) и недостаточность использования возможностей оптимизации коррекционно-педагогической работы в данном направлении. Сделана попытка обосновать целесообразность корректировки учебной программы по предмету «Предметно-практическая деятельность» и разработки методических рекомендаций для учителей вспомогательной школы.

Ключевые слова: способы усвоения социального опыта, действия по подражанию, действия по речевой инструкции, действия по образцу, дети с интеллектуальной недостаточностью, учащиеся второго отделения вспомогательной школы.

Study of the Practice of Work of Auxiliary School on Formation of Ways of Social Experience Assimilation by I–IV Year Pupils of the Second Department

T.S. Kukharenka

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

In the article experience of teachers of I–IV years of auxiliary schools on forming the abilities of imitation action, sample actions, and actions according to the speech instruction by pupils with moderate and heavy intellectual insufficiency is analyzed. The results of the analysis of curricula of the second department of the auxiliary school, of observations at the lessons of subject and practical activity as well as of questioning of junior school teachers of the auxiliary school are presented. As a result of the research the condition of process of formation of pupils' ways of assimilation of social experience (abilities in imitation action, sample actions, and actions according to the speech instruction) and insufficiency of use of opportunities of optimization of correctional and pedagogical work in this direction is revealed. Attempt is made to prove expediency of updating the curriculum of the subject «Subject and practical activities» and of development of methodological guidelines for teachers of auxiliary school.

Key words: ways of assimilation of social experience, imitation actions, actions according to the speech instruction, sample actions, children with intellectual insufficiency, pupils of the second department of auxiliary school.

Одним из важнейших направлений коррекционно-педагогической работы с детьми с интеллектуальной недостаточностью, как показывают исследования А.А. Катаевой, Е.А. Стребелевой, С.И. Давыдовой, является формирование способов усвоения социального опыта, среди которых выделяются действия по подражанию, по образцу, по речевой инструкции [1–2]. Под социальным опытом в данной статье мы понимаем овладение учащимися умениями, нашедшими отражение в содержа-

нии образовательной программы специального образования для учащихся второго отделения вспомогательной школы. Во втором отделении вспомогательной школы обучаются учащиеся с умеренной и тяжелой интеллектуальной недостаточностью, у которых трудности в овладении этими действиями имеют явно выраженный характер. В то же время уровень владения действиями по подражанию, по образцу, по речевой инструкции позитивно влияет на успешность познавательной деятельности учащихся на любом уроке.

Формирование названных способов усвоения социального опыта у учащихся I–IV классов второго отделения вспомогательной школы зависит от создания благоприятной среды обучения и воспитания, адекватной их потребностям и возможностям, и коррекционно-педагогической работы.

Цель нашего исследования состоит в изучении и анализе опыта работы педагогов I–IV классов вспомогательных школ для выявления состояния процесса формирования умений действовать по подражанию, по образцу, по речевой инструкции у учащихся с умеренной и тяжелой интеллектуальной недостаточностью.

Для реализации поставленной цели нами осуществлен анализ учебных программ для второго отделения вспомогательной школы; посещены и проанализированы уроки «Предметно-практическая деятельность» в I–IV классах второго отделения вспомогательной школы; проведены беседы с учителями и воспитателями младших классов вспомогательной школы.

Материал и методы. Материалом исследования послужили учебные программы и учебные пособия для второго отделения вспомогательной школы [3–10], а также проведенные нами наблюдения на уроках во втором отделении УО «Витебская государственная вспомогательная школа № 26», ГУО «Вспомогательная школа-интернат № 10 г. Минска» и беседы с педагогическими работниками этих школ (учителя и воспитатели младших классов вспомогательной школы, учителя-дефектологи).

В исследовании использованы теоретические (анализ, синтез, обобщение) и эмпирические (наблюдение, беседа) методы. Вопросы и содержание беседы были разработаны нами.

Результаты и их обсуждение. Анализ учебных программ для 2-го отделения вспомогательной школы «Предметно-практическая деятельность», «Элементы арифметики», «Формирование санитарно-гигиенических умений и самообслуживания», «Элементы грамоты и развитие речи», «Ориентировка в окружающем» [6–10] позволил сделать вывод, что их содержание реализует коррекционную и жизненно-практическую направленность обучения во втором отделении вспомогательной школы. Выполнение заданий, предусмотренных учебными программами, требует постоянного использования действий по подражанию, по образцу, по речевой инструкции.

Особо следует выделить учебную программу по предмету «Предметно-практическая деятельность» [6]. В «Пояснительной записке» учебной программы указывается на значимость формирования умений подражать действиям

взрослого, действовать по показу, образцу, словесной инструкции для развития произвольности и на обучение последовательно увеличиваемому числу действий в связи с развитием умения планировать предстоящую работу, но задачи формирования у учащихся способов усвоения социального опыта в качестве самостоятельных не определены. В содержании обучения в каждом из разделов – «Предметно-практические действия», «Конструирование», «Работа с мозаикой», «Работа с пластическими материалами», «Работа с бумагой и фольгой», «Работа с нитками и тканью», «Работа с природными материалами» – предусматривается последовательное усложнение повторяющихся видов практических заданий. Эти задания нашли отражение в действующих учебных пособиях Н.В. Гальской, Л.М. Сахар [3–5]. Они позволяют решать задачи перехода от подражания отдельным действиям к подражанию цепочкам действий, к работе по постепенно усложняющимся образцам и речевым инструкциям. Важно, что формируемые умения учащиеся могут применять в работе с разными материалами, что позволяет овладевать общими способами деятельности. При этом учитываются практическая целесообразность и необходимость для жизнедеятельности учащихся с интеллектуальной недостаточностью формируемых умений подражать действиям взрослого, действовать по образцу, по речевой инструкции.

Важно выделить и такой аспект взаимосвязи содержания учебных программ второго отделения вспомогательной школы: умения выполнять конкретные действия по подражанию, по образцу, по речевой инструкции, которыми учащиеся овладевают на уроках предметно-практической деятельности и которые будут способствовать им для овладения программным содержанием обучения по другим учебным предметам. Например, при обучении элементам грамоты и развития речи предусматривается конструирование букв с использованием мозаики, полосок бумаги и других материалов.

Следующим этапом исследования проблемы было изучение процесса реализации содержания программного материала на уроках.

В связи с тем, что предметно-практическая деятельность является особо значимой для овладения ребенком способами усвоения социального опыта (умениями подражать действиям взрослого, действовать по показу, образцу, словесной инструкции), для изучения содержательно-методического аспекта деятельности учителей второго отделения вспомогательной школы по данному направлению коррекционно-педагогической работы нами были проведены наблюдения

именно этих уроков. Посещены и проанализированы 32 урока в 1–4 классах вспомогательной школы № 26 г. Витебска и вспомогательной школы-интерната № 10 г. Минска по разделам «Предметно-практические действия», «Конструирование» (6 уроков), «Работа с мозаикой» (4 урока), «Работа с пластическими материалами» (8 уроков), «Работа с бумагой и фольгой» (4 урока), «Работа с нитками и тканью» (4 урока), «Работа с природными материалами» (6 уроков).

При посещении уроков фиксировались содержание и особенности методики работы учителей по формированию способов усвоения социального опыта у учащихся I–IV классов.

Также анализировались:

- поставленные учителями задачи уроков;
- использование ими заданий, выполняя которые учащиеся действовали по подражанию, по образцу, по речевой инструкции и обучались этим действиям;
- действия учащихся по подражанию, по образцу, по речевой инструкции.

Учителя чаще всего ставят следующие традиционные коррекционно-развивающие задачи уроков: развитие интереса к учебному материалу, активизация внимания, зрительного и тактильного восприятия, тонкой моторики рук, обогащение пассивного и активного словарного запаса. Задачи же формирования у учащихся способов усвоения социального опыта учителями не формулируются. Действия по подражанию, по образцу, по речевой инструкции учителя рассматривают как средство решения учебных задач, но не как самостоятельные коррекционно-развивающие. Специальное обучение отдельным из этих действий нашло отражение в задачах лишь 7 уроков (2 урока по разделу «Конструирование» – темы уроков «Постройки из набора строительных материалов», «Складывание из счетных палочек простейших фигур»; 3 урока по разделу «Работа с пластическими материалами» – темы уроков «Бублики к чаю», «Натюрморт», «Бусы для матрешки»; 1 урок по разделу «Работа с природными материалами» – тема урока «Осенний букет»; 1 урок по разделу «Работа с мозаикой» – тема урока «Знакомство с мозаикой»).

Наблюдения за использованием учителями заданий, требующих выполнения действий по подражанию, по образцу, по речевой инструкции, показали следующее:

- в изолированном виде действий учащихся по подражанию на посещенных уроках мы не наблюдали, так как учителя сопровождали их речевыми инструкциями. Например, учитель

показывает и называет действия с пластилином при его раскатывании в «столбик» на подкладной доске («Кладем пластилин на подкладную доску», «Кладем на пластилин ладонь», «Движем ладонью вперед–назад»). На шести уроках мы зафиксировали показ учителем в сочетании с речевой инструкцией всего лишь одного действия. Обычно использовались показ и название «цепочек» действий. Действия, которые были хорошо заучены учащимися, выполнялись ими соответственно без помощи учителя;

– типичным видом помощи, к которому прибегали учителя, были совместные с учащимися действия (в том числе способом «рука в руке»). В отдельных случаях наблюдали показ и название отдельного действия, которое сразу же повторялось учащимся. С учетом свойственных детям с умеренной и тяжелой интеллектуальной недостаточностью выраженности снижения активности и аналитичности восприятия, нарушения регулирующей функции речи такой вид помощи следует оценивать как наиболее обоснованный, что не исключает использования и совместных обучающих действий;

– действия по образцу в изолированном виде использовались на отдельных занятиях. Например, на занятиях с мозаикой учащимся предлагалось воспроизвести по образцу геометрические фигуры. Отметим, что выполнение этого задания большинством учащихся оказалось хорошо заученным. Воспроизведению образца на занятиях по конструированию, с мозаикой и другими материалами предшествовали анализ представленного образца. В процессе выполнения практической работы по воспроизведению образца учащимся обычно оказывалась помощь. Основными ее видами были: дополнительный анализ образца; действия по подражанию и речевой инструкции; совместные действия учителя и учащихся.

Проведенные наблюдения показали необходимость специального подбора последовательно усложняющихся образцов, которые воспроизводятся учащимися на занятиях по различным разделам учебной программы с постоянно уменьшающейся помощью учителя.

Действия по речевой инструкции имели место на всех посещенных уроках. В изолированном виде они чаще всего не связывались с основным учебным материалом. Это были повторяющиеся на уроках различных учебных предметов действия (например, встать, подойти к доске, поднять руку, что-либо показать и т.д.). Даже на занятиях по разделам «Предметно-практические действия» и «Конструирование», на которых вполне возможно целенаправленное фор-

мирование у учащихся умения выполнять последовательно усложняющиеся инструкции, мы отметили действия по подражанию и речевой инструкции либо действия по речевым инструкциям, содержащим указание на одно (обычно хорошо знакомое) действие. Например, «Возьми кубик (красный кубик)». Единичными были инструкции, требовавшие поочередного выполнения называемых учителем действий (например: «Возьми красный кубик» – учащийся берет красный кубик, «Возьми синий кубик» – учащийся берет синий кубик, «Поставь синий кубик на красный» – учащийся ставит синий кубик на красный).

Наши наблюдения были дополнены беседами с 20 педагогами младших классов вспомогательных школ. Во время этого уточнялись задачи формирования у учащихся способов усвоения социального опыта на уроках предметно-практической деятельности, целесообразность использования отдельных видов заданий для их решения, взаимосвязи этих уроков с уроками по другим учебным предметам.

Все педагоги отметили значимость формирования у учащихся умений действовать по подражанию, по образцу, по речевой инструкции на уроках по всем учебным предметам.

Были также выявлены задания, которые, по мнению педагогов, могут эффективно использоваться на уроках по различным разделам учебной программы по предметно-практической деятельности для формирования рассматриваемых умений. Некоторые из этих заданий (например, продолжение ряда нарисованных геометрических фигур при обучении действиям по образцу) на посещенных уроках не имели места. Задания, предложенные педагогами, апробируются для включения их в разрабатываемую нами методику формирования способов усвоения социального опыта у учащихся I–IV классов второго отделения вспомогательной школы.

Заключение. Таким образом, на основании проведенного исследования мы пришли к следующим выводам:

- анализ учебных программ для второго отделения вспомогательной школы позволяет констатировать, что их содержание реализует коррекционную и жизненно-практическую направленность обучения, но проблема формирования способов усвоения социального опыта не получила достаточно полного отражения;

- в учебной программе «Предметно-практическая деятельность» I–IV классов второго отделения вспомогательной школы отсутствуют четкое определение задач формирования у учащихся умений действовать по подражанию, по образцу, по речевой инструкции и раскрытие этапов коррекционно-развивающей работы в данном направлении;

- на коррекционных занятиях и уроках педагоги используют систему специально подобранных постепенно усложняющихся заданий, но в основном внимание уделяется решению традиционных коррекционно-развивающих задач. Формирование способов усвоения социального опыта (действий по образцу, подражанию и речевой инструкции) носит эпизодический характер;

- следовательно, возникает необходимость в разработке методических рекомендаций по формированию способов усвоения социального опыта у учащихся второго отделения вспомогательной школы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Катаева, А.А. Дошкольная олигофренопедагогика: учебник для педагогических вузов / А.А. Катаева, Е.А. Стребелева. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1998. – 208 с.
2. Давыдова, С.И. Роль действий по подражанию, образцу и словесной инструкции в обучении умственно отсталых дошкольников: автореф. ... дис. канд. пед. наук / С.И. Давыдова. – М., 1976. – 20 с.
3. Гальская, Н.В. Аппликация: 1-й год обучения: учеб. пособие по предметно-практической деятельности для детей с тяжелой формой умственной недостаточности / Н.В. Гальская, Л.М. Сахар. – Минск: Народная асвета, 2002. – 85 с.
4. Гальская, Н.В. Конструирование: 1-й год обучения: учеб. пособие по предметно-практической деятельности для детей с тяжелой формой умственной недостаточности / Н.В. Гальская, Л.М. Сахар. – Минск: Народная асвета, 2002. – 115 с.
5. Гальская, Н.В. Предметно-практическая деятельность: 1-й год обучения: учеб. пособие для детей с тяжелой формой умственной недостаточности / Н.В. Гальская, Л.М. Сахар. – Минск: Народная асвета, 2002. – 95 с.
6. Учебная программа для 2-го отделения вспомогательной школы. Предметно-практическая деятельность. I–V классы. – Минск: Национальный институт образования, 2008. – 32 с.
7. Программы 2-го отделения вспомогательной школы. Элементы арифметики. 1–9 классы. – Минск: НИО, 2003. – 16 с.
8. Программы 2-го отделения вспомогательной школы. Формирование санитарно-гигиенических умений и самообслуживания. 1–4 классы. – Минск: НИО, 2010. – 20 с.
9. Программы 2-го отделения вспомогательной школы. Элементы грамоты и развитие речи. 1–9 классы. – Минск: НИО, 2004. – 24 с.
10. Программы для 2-го отделения вспомогательной школы. Ориентировка в окружающем. 1–6 классы. – Минск: НИО, 2006.

Поступила в редакцию 25.03.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: K_Tania_C@mail.ru – Кухаренко Т.С.

Роль специальной силовой подготовки в подготовительном периоде годичного цикла для высококвалифицированных бегуний на 400 метров*

Г.Н. Ситкевич

Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»

В данной статье представлены результаты исследования силовой подготовки для бегуний на 400 метров на примере практического опыта чемпионки Европы И.Н. Хлюстовой. Выявлены основные факторы силовой подготовки, которые способствовали увеличению спортивного результата. Показано, что на этапе высшего спортивного мастерства для бегуний на 400 метров наиболее целесообразно увеличивать объем упражнений со штангой, прыжковой работы, подбирать специальные силовые упражнения, которые в наибольшей степени соответствуют соревновательному упражнению, при одновременном снижении беговой работы. Рост результатов соревновательной деятельности бегуний на 400 метров может осуществляться путем оптимизации тренировочного процесса посредством повышения эффективности специальной силовой подготовки в подготовительном периоде годового цикла. Полученные данные позволяют оптимально проводить учебно-тренировочную работу на этапе высшего спортивного мастерства, которая, в свою очередь, способствует повышению спортивного результата.

Ключевые слова: спорт, силовая подготовка, этап высшего спортивного мастерства, годичный макроцикл, оптимизация тренировок.

Role of Special Strength Training during the Preliminary Period of the Year Round Cycle for Highly Qualified 400 Meter Runners**

G.N. Sytkevich

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

The article presents findings of the study of strength training for 400 meter runners on the example of the practical experience of European champion I.N. Khlustova. Main factors of the strength training, which promoted the increase in the sport result, are found out. It is shown that at the level of highest sport skill for 400 meter runners it is necessary to increase the amount of weight lifting exercises, jumping, select special strength exercises which to a great extent correspond the competition exercise, running being simultaneously decreased. Growth of the results of competition activity of 400 meter runners can be performed by optimizing the training process by the increase in the efficiency of special strength training during the preliminary period of the year round cycle. The obtained results make it possible to conduct efficiently study and training work at the level of highest sport skill, which, in its turn, promotes the improvement of sport result.

Key words: sport, strength training, level of highest sport skill, year round microcycle, training optimization.

Бег на короткие дистанции является одним из самых зрелищных и популярных видов легкой атлетики. Достижение высокого результата в беге на 400 метров во многом связано с уровнем развития скоростных способностей, специальной выносливости, скоростно-силовых качеств спортсменов. На этапе высшего спортивного мастерства значительно

увеличивается объем специальных средств, выполняемых с большой и максимальной интенсивностью [1].

Л.П. Матвеев [2] считает, что общая физическая подготовка создает предпосылки для решения задач специальной физической подготовки и обуславливает в единстве с другими

* На примере чемпионки Европы И.Н. Хлюстовой.

** On the Example of European Champion I.N. Khlustova.

сторонами подготовки общий подъем функциональных возможностей организма спортсмена, всестороннее развитие его двигательных качеств и приобретение навыков, необходимых как в спорте, так и в жизненной практике.

Вместе с ростом спортивного мастерства средства общей физической подготовки все больше направляются на поддержание, а в ряде случаев и на укрепление компонентов физической подготовленности. Среди них есть общие для всех легкоатлетов компоненты. Это, прежде всего, работоспособность сердечно-сосудистой и дыхательной систем, процессы обмена и выделения. Для повышения функциональных возможностей этих систем следует широко применять продолжительный бег, кроссы, ходьбу на лыжах, плавание и т.п., что позволит улучшить восстановительные способности организма и увеличить объем специальной тренировки.

Большое значение в физической подготовке имеют упражнения для повышения функциональных возможностей применительно к спортивной специализации, к избранному виду легкой атлетики.

Специальная физическая подготовка легкоатлета должна быть направлена на развитие отдельных мышечных групп спортсмена, приобретение им тех двигательных навыков, которые непосредственно обеспечивают успешное овладение техникой и рост результатов в избранном виде спорта. Она должна состоять из упражнений, возможно схожих по амплитуде движений, характеру и величине мышечных усилий, нагрузке на сердечно-сосудистую и дыхательную системы, по психическим напряжениям и т.п. К ним относятся специально-подготовительные упражнения, включающие в себя элемент, часть или избранный вид легкой атлетики в целом [1].

С возрастом и ростом мастерства спортсмена количество упражнений общей физической подготовки уменьшается и подбираются такие, которые больше способствуют специализации, т.е. упражнения специальной физической подготовки. Объем упражнений общей физической подготовки и специальной физической подготовки в системе тренировки спортсмена в значительной мере определяется уровнями компонентов его подготовленности. Если у спортсмена недостаточно развита сила определенных групп мышц, мала подвижность в суставах или недостаточна работоспособность сердечно-сосудистой и дыхательной систем, то используются соответствующие средства и методы физической подготовки [3].

Специальная физическая подготовка является основополагающей стороной содержания спортивной тренировки бегуний на 400 м. В целом эта сторона спортивной подготовки в большей мере, чем другие, характеризуется физическими нагрузками, воздействующими на морфофункциональные свойства организма и его спортивно-техническое совершенствование [2; 4].

Анализ научно-методической литературы показал, что существует необходимость экспериментально разработать и обосновать практические рекомендации по специальной силовой подготовке бегуний на 400 метров на этапе высшего спортивного мастерства.

Цель исследования – изучение влияния на результат специальной силовой подготовки в подготовительном периоде годового цикла бегуний на 400 м на этапе высшего спортивного мастерства.

Задачи исследования:

1. Выявить особенности структурного содержания годичного цикла в беге на 400 м у бегуний высокой спортивной квалификации.
2. Экспериментально проверить эффективность методики специальной силовой подготовки в подготовительном периоде годового цикла для бегуний на 400 метров.

Материал и методы. Для этого использовались следующие методы исследования: констатирующий и формирующий педагогические эксперименты, педагогические наблюдения, математико-статистический анализ.

С целью решения поставленных задач в исследовании было выделено три этапа:

- разработка методики и программы исследования;
- согласно разработанной нами программе исследований организация констатирующего (первый период – 1999–2005 годы) и формирующего (второй период – 2006–2008 годы) педагогических экспериментов;
- обобщение эмпирического материала исследования, который в последующем обрабатывался и анализировался методом математической статистики при помощи программного обеспечения Statistika 6.0.

Результаты и их обсуждение. Нами был проведен опрос ведущих спортсменов России, Украины, Ямайки, США и Великобритании в беге на 400 метров. Данные опроса показали, что в тренировках уделяется большое значение силовой подготовке за счет увеличения объема упражнений со штангой и прыжковых упражнений в подготовительном периоде годового цикла.

Анализ индивидуальных планов и спортивных дневников И.Н. Хлюстовой за период с 1999 по 2008 год продемонстрировал, что в зависимости от подготовки И.Н. Хлюстовой к основным соревнованиям (Олимпийским играм, чемпионатам мира и Европы в помещении и летним чемпионатам мира и Европы) сроки периодов подготовки незначительно меняются, но структура остается прежней. Годовой цикл подготовки разделен на шесть периодов: подготовительный (15 недель – осенний, 13 – весенний), соревновательный (6 недель – зимний, 12 – летний), переходный (4 недели –осенний, 2 – весенний).

Ирина Николаевна Хлюстова (дата рождения 25.08.1978 г.) – участница четырех Олимпийских игр. Лучшее достижение – 4 место в эстафете 4х400 метров, 2008 год (Пекин, КНР); двукратная победительница чемпионата Европы в помещении, 2002 год (Вена, Австрия), 2007 год (Бирмингем, Великобритания); серебряный призер чемпионата Европы в эстафете 4х400 метров, 2006 год (Гётеборг, Швеция). Рекордсменка Республики Беларусь в беге 4х400 м: 3.21.85 секунды – 2008 год (Пекин, КНР); 3.27.83 секунды – 2007 год (Валенсия, Испания) – в помещении.

Для анализа многолетней подготовки мы рассмотрели два периода: с 1999 по 2005 год и с 2006 по 2008 год. Примерные тренировочные микроциклы в подготовительном периоде подготовки для развития скоростно-силовых качеств и силовой выносливости представлены в табл. 1–2. В первом периоде спортивной подготовки уделялось внимание развитию силовых и скоростно-силовых способностей преимущественно с использованием беговых, общеразвивающих упражнений и небольших по объему упражнений

со штангой (табл. 1). Во втором периоде уделялось большое значение выполнению силовой подготовки, за счет использования значительного объема специальных упражнений со штангой и прыжковых упражнений с одновременным снижением объема беговой работы (табл. 2).

Для спортсменов, много лет занимающихся одним и тем же видом спорта, возникает проблема прироста спортивных результатов, связанная с нарушением механизмов адаптации (приспособления). Применение здесь принципа постепенности в наращивании объема и интенсивности нагрузок не приводит к возникновению нужной реакции, т.е. не происходит необходимого развития [5–6].

В связи с этим в настоящее время большинство ведущих спортсменов, отрабатывая свои тренировочные программы, применяют более эффективный принцип – резкое скачкообразное увеличение нагрузок как по объему и интенсивности, так и по сложности и напряженности. Это так называемое вариативное построение нагрузок не исключает и не игнорирует принципа постепенности как такового, а реализует его через скачкообразный принцип построения тренировочной нагрузки, что позволяет с меньшими затратами труда, при меньшем объеме тренировочной работы добиваться более высоких результатов. Одним из эффективных методов тренировки в данном случае является вариативное изменение разных его компонентов. Особенно важно периодическое применение ударных тренировок с большими, а иногда максимальными объемами и интенсивностью. Однако воздействие ударных (стрессовых) тренировок не должно превышать уровень адаптивных возможностей организма спортсмена [5].

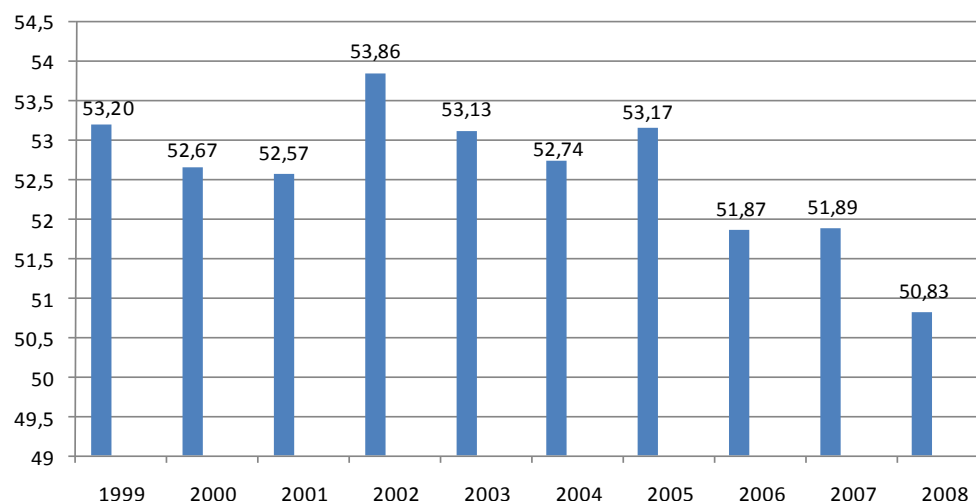
Таблица 1

Примерный микроцикл в подготовительном периоде (первый период)

Дни недели	Содержание тренировки
Понедельник	Бег 8х150 метров
Вторник	Бег 3х4х60 метров. Упражнения со штангой: приседы 5х10х50 кг
Среда	Бег 6х500 метров
Четверг	Бег 3х3х60 метров. Упражнения со штангой: перекаты 3х2х30 метров х 35 кг. Бег высоко поднимая бедро 3х2х30 метров х 35 кг. Выпады 3х2х30 метров х 35 кг. Разножка на месте 3х2х30 раз х 35 кг
Пятница	Бег 3х3х80 метров. Многоскоки: – выпрыгивания из полуприседа с продвижением вперед 3х10 раз; – выпады 3х30 раз; – прыжки с ноги на ногу 3х30 метров
Суббота	Бег 8х300 метров

Примерный микроцикл в подготовительном периоде (второй период)

Дни недели	Содержание тренировки
Понедельник	Бег 2х60–80–100–120–150–200 метров. Многоскоки: – выпрыгивания из полуприседа с продвижением вперед 5х20 раз; – выпады 5х30 раз; – скачки 2х5х30 раз. Бег на месте 5х40 секунд
Вторник	Бег 6х120 метров. Упражнения со штангой: – толчок 3х10х20 килограммов; – тяга 10х25 килограммов; 4х10х30 килограммов; – жим лежа 10х20 килограммов; 10х25 килограммов; 10х30 килограммов; 5х40 килограммов; 3х45 килограммов
Среда	Бег 5х600 метров
Четверг	Упражнения со штангой: – толчок 2х20х25 килограммов; – тяга 3х10х35 килограммов; – жим лежа 10х30 килограммов; 7х35 килограммов; 5х40 килограммов; 1х50 килограммов; – приседания 5х10х55 килограммов; 5х10х60 килограммов
Пятница	Многоскоки: – с ноги на ногу 5х30 раз; – выпрыгивания из полуприседа с продвижением вперед 5х20 раз; – выпады 5х30 раз; – высокое бедро 5х50 раз. Бег 10х100 метров
Суббота	Бег 6х300 метров. Упражнения со штангой: – полуприседы 3 серии 10х10х50 килограммов через 10 секунд отдыха между подходами

**Рис. Динамика лучших результатов сезона Ирины Хлюстовой в беге на 400 метров в период с 1999 по 2008 г.**

При определении объема и интенсивности тренировочных нагрузок, обеспечивающих оптимальный эффект адаптации, возможно два пути. Первый – интенсивный, заключающийся в дальнейшем возрастании суммарных объемов тренировочных нагрузок. На этом пути воз-

можности последующего спортивного роста для высококвалифицированных спортсменов к настоящему времени оказываются практически исчерпаны. Более перспективным с точки зрения дальнейшего прогресса в мировом спорте является второй вариант – путь интенсификации трени-

ровочной деятельности. На этом пути сохранение уже достигнутых (почти предельных) объемов тренировочной нагрузки предлагается как сочетание высокоинтенсивных, развивающих нагрузок с нагрузками поддерживающими, сохраняющими достигнутый уровень функционирования нужных систем, которое создает наилучшие условия для достижения спортивного успеха.

Еще один путь связан с изменением направленности тренировочного процесса в соответствии с предрасположенностью организма спортсменов к развитию определенных физических качеств и совершенствованию возможностей различных органов и систем в определенном возрасте, а также в связи с истощением генетически детерминированных адаптационных возможностей по отношению к совершенствованию отдельных качеств и способностей [7].

Объективным основанием для реализации этой тенденции является закономерность, согласно которой с ростом спортивного мастерства уменьшается связь между уровнем спортивных достижений и неспецифическими для соревновательной деятельности в конкретном виде спорта функциональными возможностями организма спортсмена. Одновременно эта связь увеличивается по отношению к специфическим возможностям [8].

Применяя разнообразные упражнения в качестве средств специальной силовой подготовки, необходимо точно знать, для каких конкретных задач они используются.

Ниже представлен примерный микроцикл подготовки в подготовительном периоде Ирины Хлюстовой (табл. 2), где отличительным компонентом от предыдущего периода (табл. 1) является применение больших объемов упражнений со штангой, прыжковых упражнений, а объем беговой работы по сравнению с предыдущим периодом снизился.

Математико-статистический анализ показал, что имеются достоверные различия ($P \leq 0,05$) между первым и вторым периодами подготовки в используемых объемах тренировочной нагрузки аэробно-анаэробной, аэробной направленности, а также в прыжковых упражнениях и упражнениях со штангой.

Во втором периоде по сравнению с первым ярко выражен объем специальной силовой подготовки не за счет использования беговой работы, а за счет большого объема специальных упражнений со штангой и прыжковых упражнений в подготовительном периоде годового макроцикла.

На рис. представлена динамика лучших результатов сезона Ирины Хлюстовой в беге на 400 метров за период с 1999 по 2008 г.

Спортивный результат в беге на 400 м за второй период (2006–2008 гг.) улучшился, что является показателем эффективности применения специальной силовой подготовки в подготовительном периоде на этапе высшего спортивного мастерства.

Заключение. Проведенный опрос ведущих спортсменов России, Украины, Ямайки, США и Великобритании в беге на 400 метров показал, что в тренировочном процессе уделяется большое значение силовой подготовке за счет увеличения объема упражнений со штангой и прыжковых упражнений в подготовительном периоде годового цикла.

Разработанный экспериментальный план годовой подготовки учебно-тренировочного процесса высококвалифицированных бегуний на 400 м состоит из шести периодов: подготовительный (15 недель – осенний, 13 – весенний), соревновательный (6 недель – зимний, 12 – летний), переходный (4 недели – осенний, 2 – весенний).

Результаты педагогического эксперимента подтвердили эффективность предлагаемой методики управления специальной силовой подготовки бегуний на 400 метров в подготовительном периоде годового цикла на этапе высшего спортивного мастерства. Основным отличительным компонентом данной методики явилось использование большего объема упражнений со штангой, прыжковых упражнений при одновременном снижении беговой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Легкая атлетика: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / А.И. Жилкин, В.С. Кузьмин, Е.В. Сидорчук. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 464 с.
2. Матвеев, Л.П. Общая теория спорта / Л.П. Матвеев. – М.: Воениздат, 1997. – 230 с.
3. Платонов, В.Н. Система подготовки спортсменов в олимпийском спорте. Общая теория и ее практические приложения / В.Н. Платонов. – М.: Советский спорт, 2005. – 820 с.
4. Ярошевич, В.Т. Метод сопряженного воздействия в физической подготовке легкоатлетов-спринтеров на начальном этапе спортивной специализации: автореф. ... дис. канд. пед. наук / В.Т. Ярошевич. – Минск: АФВ и С Республики Беларусь, 2000. – 21 с.
5. Верхошанский, Ю.В. Программирование и организация тренировочного процесса / Ю.В. Верхошанский. – М., 1985. – 239 с.
6. Гагуа, Е.Д. Тренировка спринтера / Е.Д. Гагуа. – М., 2001. – С. 26–31.
7. Бальсевич, В.К. Многолетняя подготовка спринтеров / В.К. Бальсевич // Легкая атлетика. – 1983. – № 5. – С. 6–7.
8. Юшкевич, Т.П. Научно-методические основы системы многолетней тренировки в скоростно-силовых видах спорта циклического характера: автореф. ... дис. докт. пед. наук / Т.П. Юшкевич. – М., 1991. – 45 с.

Поступила в редакцию 12.04.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: sitkevich75@rambler.ru – Ситкевич Г.Н.

Развитие физических качеств у детей 7 лет с использованием упражнений с мячом в футзале

В.А. Хлопцев, М.В. Пороховская, В.А. Талай

*Учреждение образования «Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»*

Физическая подготовка футболистов является одним из важных факторов, от которого зависят активность и эффективность командных, групповых и индивидуальных технико-тактических действий. В статье рассматриваются роль и значение физической подготовки детей 7 лет в футзале, планомерное и целенаправленное применение в тренировочном процессе по развитию физических качеств различных физических упражнений в контакте «ребенок + мяч».

Исследование проводилось в несколько этапов в контрольной и экспериментальной группах. Результаты педагогического эксперимента позволили сделать вывод о том, что применение специальных упражнений «ребенок + мяч» способствует значительному увеличению показателей развития физических качеств, что положительно влияет и на освоение детьми двигательных технических элементов игры в футбол.

Ключевые слова: физическая подготовка, физические качества, двигательные действия, технико-тактические действия.

Development of 7 Year Old Children's Physical Qualities through Ball Exercises in a Football Gym

V.A. Khlopcev, M.V. Porokhovsky, V.A. Talay

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

Physical preparation of football players is one of important factors on which activity and efficiency of command, group and individual technique and tactical actions depends. In the article the role and significance of physical preparation of 7 year old children in a football gym are considered. Systematic and purposeful application in training process on the development of physical qualities of various physical exercises in the contact of «the child + a ball».

The research was conducted in some stages in the control and the experimental groups. Results of the pedagogical experiment allowed to draw a conclusion that application of special exercises «the child + a ball» promotes significant increase in indicators of development of physical qualities that positively influences and development by children of motive technical game elements in a football gym.

Key words: physical preparation, physical qualities, motive actions, technique and tactical actions.

Подготовка юных футболистов является многогранным и длительным процессом, который начинается в школе и базируется на данных научных исследований, а также на передовом опыте отечественных и зарубежных специалистов [1].

Важную роль в процессе спортивной подготовки футболистов играет физическая подготовка, направленная на воспитание двигательных качеств, необходимых в спортивной деятельности. Она же составляет основу специфического содержания спортивной тренировки футболистов, поэтому проблема физической подготовки с годами не только не утратила своей актуальности, но и выдвигает новые вопросы, решать которые необходимо с помощью научных подходов. Содержание физической подготовки определяется смыслом тренировочного процесса, заключающимся в достижении

спортивного результата, в котором основными системообразующими факторами являются общая и специальная физическая подготовка.

Разработкой данной проблемы занимались В.М. Зациорский, Л.П. Матвеев, В.Н. Платонов, Н.И. Волков и многие другие. В монографиях В. Лобановского, В.Н. Селуянова, М.А. Годика описаны основные биологические и педагогические материалы, касающиеся физической подготовки футболистов высшей квалификации.

Ряд авторов (Ю.А. Ипполитов, Е.Н. Захаров, Ю.В. Менхин) говорят о необходимости поиска новых путей изменения учебно-тренировочных занятий, которые способствовали бы созданию новых концепций, разработке методики физической подготовки с учетом возрастных особенностей.

Повышение уровня мастерства футболистов неразрывно связано с непрерывным улучшением качества подготовки резервов. Начальное

обучение игре в футбол осуществляется как в спортивных школах различного профиля, так и в секциях общеобразовательных школ. Независимо от места, где происходит обучение футболу, игровая деятельность требует комплексного развития основных физических качеств юного футболиста и функционального совершенствования всех систем организма. Этого можно достичь только в процессе разносторонней физической подготовки. Вместе с развитием основных физических качеств следует развивать и специальные качества, необходимые футболисту с учетом его возрастных особенностей. Развитие физических качеств и овладение разнообразными двигательными навыками у начинающих футболистов оказывают непосредственное влияние на все стороны их подготовки, но больше всего это способствует повышению уровня технической и тактической подготовленности юных футболистов [2].

Разнообразие игровой деятельности в футболе требует комплексного развития основных физических качеств и функционального совершенствования деятельности всех систем организма, что достигается в процессе разносторонней физической подготовки. Она направлена на развитие физических способностей организма. Общая физическая подготовка юного футболиста обеспечивается упражнениями общеразвивающего характера и упражнениями из других видов спорта. С помощью этих упражнений достигается всестороннее развитие двигательных и скоростно-силовых качеств, укрепляется мышечный аппарат, повышаются выносливость и общая тренированность детей [3–4].

Физически подготовленные футболисты обладают более устойчивой психикой, способны преодолевать психические напряжения. У них отмечаются большая уверенность в своих действиях, настойчивость. Высокие функциональные возможности позволяют легче справляться с утомлением.

Цель статьи – исследование развития физических качеств у детей 7 лет в футзале на основе использования упражнений с мячом.

Материал и методы. В качестве материалов для исследования использовались годовой план-график, поурочный план-график учебно-тренировочного процесса для групп начальной подготовки первого года обучения, планы-конспекты занятий.

В качестве методов исследования применялись:

- спортивно-педагогическое тестирование общей физической подготовки: бег 10 м, прыжок в длину с места, «змейка» (бег между фишками), приседания, бег 120 м, наклон вперед;

- педагогическое наблюдение. Проводилось в СДЮШОР по игровым видам спорта в группах начальной подготовки первого года обучения;

- педагогический эксперимент проводился с целью определения эффективности методики развития физических качеств у детей 7 лет на основе применения упражнений с мячом. Организация эксперимента предусматривала формирование экспериментальной и контрольной групп на базе СДЮШОР по игровым видам спорта. Как известно, для достоверного сравнения результатов научного исследования необходимо произвести тщательный подбор испытуемых, которые должны быть максимально идентичными по своим характеристикам. Формирование экспериментальной и контрольной групп проводилось по следующим показателям: пол, возраст, профессиональная принадлежность, уровень физической подготовленности. Поэтому в группы входили мальчики семилетнего возраста, обучающиеся в общеобразовательной школе в начальных классах. Уровень физической подготовленности определялся по тестам согласно учебной программе для общеобразовательных учреждений с русским языком обучения, утвержденной Министерством образования Республики Беларусь: прыжок в длину с места, челночный бег 4х9 м, вис на согнутых руках, наклон вперед, бег 30 м, бег 800 м;

- методы математической статистики. С их помощью были определены однородность контрольной и экспериментальной групп, эффективность экспериментальной методики: m – ошибка среднего арифметического, $\bar{x}$ – среднее арифметическое, V – коэффициент вариации, σ – дисперсия, t – критерий достоверности различий Стьюдента, $\alpha = 0,05$ – уровень значимости.

Результаты и их обсуждение. Эффективность разработанной методики оценивалась на основе анализа и обобщения результатов педагогического эксперимента. По цели эксперимент был формирующим, по условиям проведения – естественным. В качестве одного из критериев эффективности экспериментальной методики рассматривалась степень развития физических качеств у детей 7 лет в экспериментальной группе. В связи с этим до начала педагогического эксперимента в сентябре 2011 года в контрольной и экспериментальной группах было проведено комплексное исследование степени развития физических качеств.

Разработанная методика развития физических качеств у детей 7 лет в футзале, которая применялась в экспериментальной группе, в своей основе содержит упражнения с мячом, направленные

на развитие физических качеств. Физические упражнения в контакте «ребенок + мяч» направлены как на развитие физических качеств, так и на развитие у детей чувства мяча. Такие упражнения помимо развития физических качеств позволяют не перегружать психику детей за счет эмоциональной составляющей при их выполнении.

Исследование проводилось в СДЮШОР по игровым видам спорта города Витебска в группах начальной подготовки первого года обучения (контрольная группа: $n = 14$; экспериментальная группа: $n = 14$) в период с октября 2011 по май 2012 года.

Все физические качества у детей в экспериментальной группе мы развивали на каждом тренировочном занятии, в основной его части – с применением упражнений с футзальным мячом.

Мы придерживались положения, что не все качества можно развивать одновременно на одном занятии [2; 5–6]. В связи с этим с целью более эффективного развития у детей всех физических качеств, а также исходя из недельного графика тренировок (три раза в неделю) мы разделяли тренировки по развитию этих качеств у детей.

Развитие ловкости быстроты мы проводили в первом занятии в начале каждой недели.

На втором недельном тренировочном занятии мы применяли упражнения для развития силы и скоростно-силовых способностей.

Выносливость мы развивали у детей на последнем недельном тренировочном занятии.

Упражнения на развитие гибкости у детей мы также применяли на каждом занятии с целью предупреждения получения детьми травм, а так-

же для разогрева мышц перед тренировкой и восстановления организма детей после занятия.

В контрольной группе развитие физических качеств осуществлялось с применением упражнений общеразвивающего характера (бег, гимнастические упражнения, упражнение с отягощением, подвижные игры, упражнения по аэробике и акробатике и др.) с помощью методов строго регламентированного упражнения, соревновательного и игрового.

Развитие быстроты. В футболе, где постоянно меняются интенсивность и динамика движений, требования к скорости и скоростным качествам игрока особенно высоки. В игровой деятельности футболиста элементарные формы проявления быстроты находят свое выражение в скорости восприятия, анализе и оценке ситуаций, в скорости принятия решения и начала действия, в скорости перемещения и выполнения отдельных приемов и, наконец, в скорости смены приемов. В футзале проявление быстроты происходит в непрерывно изменяющихся ситуациях при непосредственном соревновании с соперником в скорости и при его сопротивлении, с систематическим чередованием различных сторон быстроты и их сочетаний, при наличии сбивающих факторов [2].

Анализируя полученные результаты в контрольной и экспериментальной группах, можно отметить, что результат в беге 10 м с «хода» в экспериментальной группе улучшился на 22% и отмечен достоверный прирост данного результата ($P < 0,05$). В контрольной группе прирост результата составил всего 6% ($P < 0,05$) (табл. 2).

Таблица 1

Схема применения упражнений в учебно-тренировочном занятии

Номер УТЗ в недельном цикле	Развитие физического качества	Длительность УТЗ
Первое УТЗ	Ловкость, быстрота, гибкость	60'
Второе УТЗ	Скоростно-силовые, сила, гибкость	60'
Третье УТЗ	Выносливость, гибкость	60'

Таблица 2

Динамика быстроты (бег 10 метров с «хода», с) у детей 7 лет, занимающихся футзалом

Группа	Кол-во	В начале эксперимента, $X \pm m$	В конце эксперимента, $X \pm m$	Прирост результата, %	P
ЭГ	$n = 14$	$3,6 \pm 0,1$	$2,8 \pm 0,1$	22	$P < 0,05$
КГ	$n = 14$	$3,6 \pm 0,1$	$3,4 \pm 0,1$	6	$P < 0,05$

Таблица 3

Динамика скоростно-силовых качеств (прыжок в длину с места, см) у детей 7 лет, занимающихся футзалом

Группа	Кол-во	В начале эксперимента, $X \pm m$	В конце эксперимента, $X \pm m$	Прирост результата, %	P
ЭГ	n = 28	109,3 $\pm$ 2,4	127,4 $\pm$ 2,3	16,5	P < 0,05
КГ	n = 28	110,5 $\pm$ 2,2	116,2 $\pm$ 2,1	5,4	P < 0,05

Таблица 4

Динамика ловкости («Змейка») у детей 7 лет, занимающихся футзалом (в секундах)

Группа	Кол-во	В начале эксперимента, $X \pm m$	В конце эксперимента, $X \pm m$	Прирост результата, %	P
ЭГ	n = 28	8,4 $\pm$ 0,2	6,9 $\pm$ 0,2	18	P < 0,05
КГ	n = 28	8,3 $\pm$ 0,2	7,8 $\pm$ 0,2	6	P < 0,05

Таблица 5

Динамика силы ног (приседания) у детей 7 лет, занимающихся футзалом (кол-во раз/20 с)

Группа	Кол-во	В начале эксперимента, $X \pm m$	В конце эксперимента, $X \pm m$	Прирост результата, %	P
ЭГ	n = 28	15,1 $\pm$ 0,6	24,4 $\pm$ 0,8	60	P < 0,05
КГ	n = 28	16,4 $\pm$ 0,7	22,3 $\pm$ 0,8	38	P < 0,05

Таблица 6

Изменение выносливости (бег 120 м, с) у детей 7 лет, занимающихся футзалом

Группа	Кол-во	В начале эксперимента, $X \pm m$	В конце эксперимента, $X \pm m$	Прирост результата, %	P
ЭГ	n = 28	32,5 $\pm$ 0,6	27,5 $\pm$ 0,6	15	P < 0,05
КГ	n = 28	31,5 $\pm$ 0,7	30,0 $\pm$ 0,5	5	P < 0,05

Таблица 7

Динамика гибкости (наклон вперед) у детей 7 лет, занимающихся футзалом (в см)

Группа	Кол-во	В начале эксперимента, $X \pm m$	В конце эксперимента, $X \pm m$	Прирост результата, %	P
ЭГ	n = 28	15,8 $\pm$ 0,9	5,2 $\pm$ 0,8	67,1	P < 0,05
КГ	n = 28	15,9 $\pm$ 1,0	12,6 $\pm$ 0,8	21	P < 0,05

Развитие скоростно-силовых способностей. Скоростно-силовые способности характеризуются непереносимыми напряжениями мышц, проявляемыми с необходимой, часто максимальной мощностью в упражнениях, выполняемых со значительной скоростью, но не достигающей, как правило, предельной величины. Они проявляются в двигательных действиях, в которых наряду

со значительной силой мышц требуется и быстрота движений. Скоростно-силовые качества футболиста проявляются в его способности выполнять движение в минимально короткий отрезок времени и в условиях, когда оказывается активное противодействие этому.

Нами было выявлено, что результаты тестирования развития скоростно-силовых качеств

у детей в экспериментальной группе выросли значительно, чем в контрольной (табл. 3). В экспериментальной группе прирост достиг 16,5% ($P < 0,05$). В контрольной же группе этот рост составил 5,4% ($P < 0,05$).

Развитие ловкости. Ловкость футболиста проявляется в способности своевременно и эффективно выполнять сложные приемы игры в постоянно меняющихся условиях, на высокой скорости перемещения. Кроме достижения высокой скорости и точности выполнения приемов в отдельности, необходимо уметь сочетать их. Ловкость футболиста непосредственно связана с технико-тактическим мастерством [2].

В процессе нашего исследования развития ловкости с помощью теста «Змейка» (бег между фишек) у детей экспериментальной и контрольной групп мы наблюдали улучшение результатов тестирования (табл. 4). Качественный прирост результатов в экспериментальной группе составил 18% ($P < 0,05$), в контрольной – 6% ($P < 0,05$).

Развитие силы мышц ног. Развитие силовых качеств необходимо футболистам, чтобы эффективно вести силовое единоборство в рамках правил игры, сильно и точно делать передачи мяча, бить по воротам и т.д.

Значимые изменения, в сравнении с исходными показателями, произошли в тестировании силы (приседания) у детей в обеих группах (табл. 5). В начале исследования в экспериментальной и контрольной группах по данному тесту существенных различий не было. Анализ результатов тестирования развития силовых показателей в обеих группах показал достоверный рост результатов в обеих группах: в экспериментальной группе на 60%, в контрольной – на 38% ($P < 0,05$).

Развитие выносливости. При тестировании выносливости у детей 7 лет, занимающихся футзалом, нами был зарегистрирован рост показателей в беге на 120 метров в экспериментальной группе на 15%, в контрольной – на 5% ($P < 0,05$) (табл. 6).

Развитие гибкости. Значительные изменения нами были отмечены в тесте – наклон вперед, стоя на скамейке (табл. 7), указывающие на степень развития гибкости у детей. На начальном этапе педагогического эксперимента у детей экспериментальной и контрольной групп исходный результат был примерно одинаковым. По завершении исследования положительное достоверное улучшение показателя в экспери-

ментальной группе произошло на 67,1% ($P < 0,05$). В контрольной группе показатель гибкости улучшился всего на 21% ($P < 0,05$).

Заключение. Развитие физических качеств и овладение разнообразными двигательными навыками оказывают непосредственное влияние на все стороны подготовки футболистов, но больше всего – на технико-тактическую. Уровень развития физических качеств влияет на выбор игровых приемов и биомеханические характеристики движений. Достаточно высокое их развитие позволяет выполнять движение по оптимальной схеме, что обеспечивает его эффективность; и наоборот, отставание в развитии ведущего для данного упражнения качества не в состоянии компенсировать даже идеальная его модель. Достаточно высокий уровень развития физических качеств определяет выбор той или иной тактической схемы ведения игры: обладая скоростной выносливостью, команда может использовать высокий темп и наиболее эффективные скоростные атаки.

Таким образом, на примере сравнения результатов исследования в ходе эксперимента в двух равнозначных группах (7 лет) выявлены более высокие показатели развития физических качеств у детей в экспериментальной группе по отношению к контрольной группе. Плановое и целенаправленное применение в тренировочном процессе по обучению детей 7-летнего возраста игре в футзал различных физических упражнений в контакте «ребенок + мяч» способствует разностороннему развитию двигательного потенциала детей, что положительно влияет и на освоение детьми сложных двигательных технических элементов этой игры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ашмарин, Б.А. Теория и методика педагогических исследований в физическом воспитании: пособие для студентов, аспирантов, преподавателей институтов физической культуры / Б.А. Ашмарин. – М.: Физическая культура, 1973. – 223 с.
2. Годик, М.А. Физическая подготовка футболистов / М.А. Годик. – М.: Терра-Спорт: Олимпия Пресс, 2006. – 272 с.: ил.
3. Петухов, А.В. Футбол. Формирование основ индивидуального технико-тактического мастерства юных футболистов. Проблемы и пути их решения: монография / А.В. Петухов. – М.: Советский спорт, 2006. – 232 с.
4. Сергеев, Г.В. Футбол: техника, обучение и тренировка / Г.В. Сергеев; Московск. гос. индустр. ун-т. – М.: [б.и.], 2007. – 116 с.
5. Шамардин, А.И. Функциональная подготовка футболистов: учеб. пособие / А.И. Шамардин, И.Н. Солопов, А.И. Исмаилов; Волгогр. гос. акад. физ. культуры. – Волгоград: [б.и.], 2000. – 152 с.
6. Швыков, И.А. Футбол в школе / И.А. Швыков. – М.: Терра-Спорт: Олимпия Пресс, 2002. – 144 с.

Индивидуальное развитие детей, рожденных с низкой массой тела

С.Л. Богомаз*, Т.Н. Ковалевская**

*Учреждение образования Федерации профсоюзов Беларуси «Международный институт трудовых и социальных отношений», Витебский филиал

**Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Статья посвящена раскрытию проблем развития недоношенных и доношенных маловесных и маленьких для гестационного возраста детей. Задержка роста и развития плода приводит к нарушению социально-психологической адаптации, что оказывает влияние на всю последующую жизнь ребенка. Нарушение механизмов адаптации в дальнейшем сказывается на развитии формирующейся личности в целом, приводя к нарушениям социализации и деструктивному поведению. В исследовании рассматриваются особенности готовности к школьному обучению, поведенческие расстройства, самореализация детей с задержкой внутриутробного развития на различных этапах онтогенеза. Проанализированы сравнительные характеристики данных проблем у доношенных и недоношенных детей, масса тела которых соответствует гестационному возрасту по сравнению с маловесными и маленькими для гестационного возраста детьми.

Ключевые слова: маловесный, недоношенный, маленький для гестационного возраста, адаптация, самореализация, личность, онтогенез, социально-психологическая адаптация.

Individual Development of Children Born with Low Birth Weight

S.L. Bogomaz*, T.N. Kovalevskaya**

*Educational establishment of the Federation of Trade Unions of Belarus «The International Institute of Labour and Social Relations», Vitebsk Branch

**Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

The article is devoted to the problems of the development of preterm and full-term low birth weight and small for gestational age children. Fetal growth retardation and development leads to disruption of social and psychological adjustment, which has an impact on the future life of the child. Violation of adaptation mechanisms in the future influences the development of the developing personality and leads to problems in socialization and destructive behavior. The article deals with the readiness for school, behavioral disorders, self-realization of IUGR children at different phases of ontogeny. Comparative characteristics of these problems in term and preterm infants, body weight of which corresponding to gestational age, compared to low birth weight and small for gestational age children, are analyzed.

Key words: low birth weight, preterm, small for gestational age, adaptation, self-realization, personality, ontogeny, social and psychological adjustment.

Внутриутробная патология как результат влияния множества неблагоприятных факторов является причиной возникновения ряда психофизических заболеваний, которые не всегда могут быть выявлены в неонатальный период. Большинство из них, включая особенности в социально-психологической адаптации, гиперактивность, снижение интеллекта, впервые четко проявляются только в дошкольном и младшем школьном возрасте, что обуславливает необходимость тесной взаимосвязи между медициной и психологией.

Последнее десятилетие характеризуется мощным увеличением стрессовой нагрузки на человека, напрямую связанной с процессами адаптации.

Динамично развивающееся общество ставит современного человека в условия ежедневной необходимости быстро и адекватно реагировать на происходящие изменения, приспосабливаться к ним наиболее оптимальным образом, без угрозы для физического и психологического здоровья. Особенно актуальна эта проблема по отношению к детям. При нарушении процессов адаптации ребенок не справляется со стрессовыми факторами, попадая в состояние длительной дезадаптации, отрицательно сказывающейся как на психологическом, так и на физическом здоровье, что влияет на всю его последующую жизнь. Это свидетельствует о необходимости активного изучения всего спектра проблем социально-

психологической адаптации, которая влияет на психофизическое развитие ребенка в целом.

Интерес специалистов не ограничивается лишь психологической стороной вопроса социально-психологической адаптации, в настоящее время акцент переносится на комплексное изучение данной проблемы, с привлечением специалистов из разных отраслей знания, в частности сотрудников медицинских учреждений. При этом особое внимание уделяется детям, адаптационные механизмы которых были нарушены в результате влияния антенатальной патологии.

Целью данного исследования является изучение взаимосвязи социально-психологической адаптации детей с синдромом задержки внутриутробного развития плода.

Материал и методы. Набор эмпирического материала проводился на базе УЗ «Витебский городской клинический роддом № 1», УЗ «Витебский городской клинический роддом № 2», УЗ «Витебский городской клинический роддом № 3», ГУО «Гимназия № 5», ДДУ «Сад-ясли № 6». Методами исследования явились системный анализ историй родов, журналов родильного отделения и приемного покоя, опрос родителей и педагогических коллективов дошкольных и школьных учреждений.

Для изучения готовности к школе использовались следующие методики:

- Керна–Йерасека;
- «Колдун» (К.Н. Поливанова);
- «Образец и правило» (А.Л. Венгер).

В исследовании готовности к школе приняли участие 90 детей дошкольного и младшего школьного возраста (от 5 до 7 лет), воспитывающихся в семье.

Статистическая обработка эмпирических данных осуществлялась с применением программы

Microsoft Office Excel 2003, Statistica 6.0.

Результаты и их обсуждение. По полученным данным в ходе популяционного анализа было выявлено, что частота рождения недоношенных и маловесных детей широко варьирует от 5 до 20% случаев от всех беременностей и не имеет тенденции к снижению (рис. 1). Изучение распространенности случаев рождения детей недоношенными показало, что данная категория новорожденных встречается не реже, чем маловесные и маленькие для гестационного возраста, и также не имеет тенденции к снижению. Таким образом, и доношенные, и недоношенные новорожденные, родившиеся маловесными и маленькими для гестационного возраста, в среднем составляют до 20% от всех случаев родов [1].

Замедление развития и роста плода возникает в результате воздействия совокупности неблагоприятных факторов и приводит к гипотрофии и гипоксии, последствиями которых являются нарушения адаптации и дальнейшего развития новорожденных, а также высокая частота поражения центральной нервной системы, что может сказываться на всем последующем развитии ребенка [2, с. 7]. Поскольку большинство патологических состояний впервые четко проявляются только в дошкольном и младшем школьном возрасте, целесообразно одним из критериев нарушений адаптации личности рассмотреть школьную дезадаптацию. Длительное состояние дезадаптации ухудшает общий психо-эмоциональный фон развития ребенка, отрицательно сказываясь на отдаленных этапах формирования целостной личности. Т.В. Дорожевец, рассматривая критерии и показатели адаптационного процесса, выделяет три сферы, одной из которых является академическая адаптация [3].

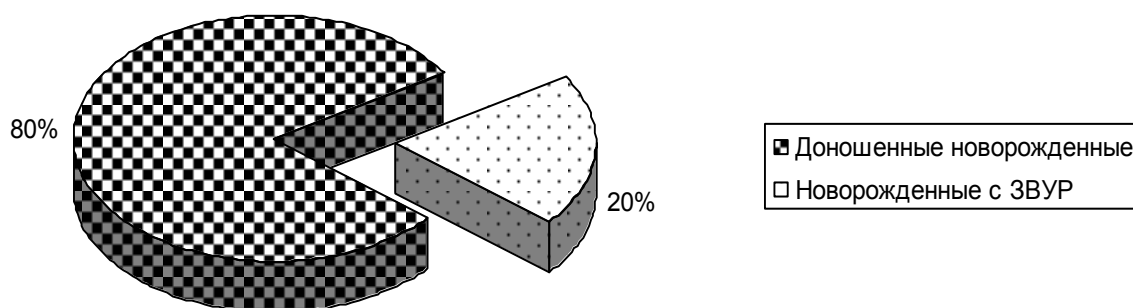


Рис. 1. Соотношение доношенных новорожденных и детей, родившихся с задержкой внутриутробного развития.

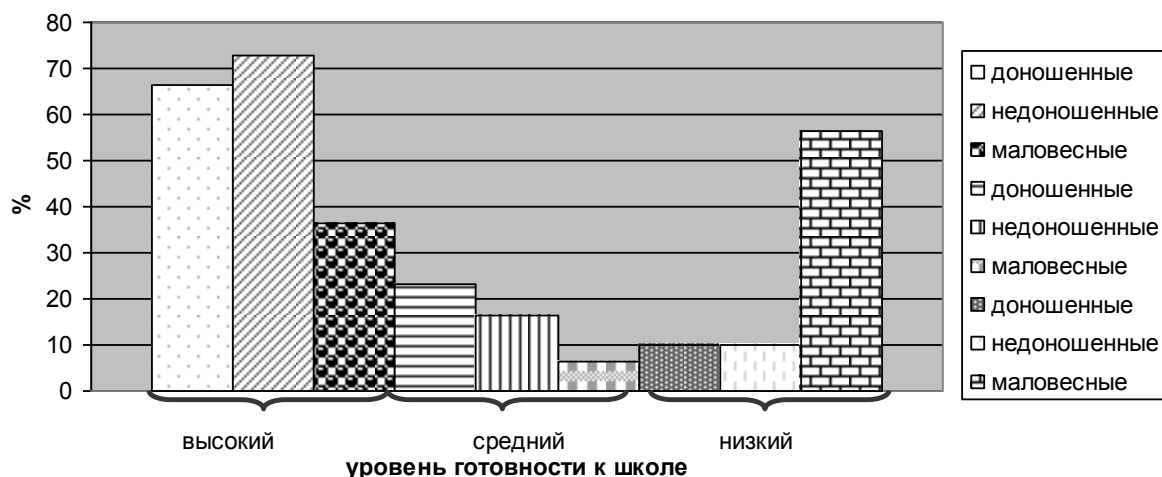


Рис. 2. Уровень готовности к школе как показатель индивидуального психического развития доношенных новорожденных и детей, родившихся с задержкой внутриутробного развития.

На наш взгляд, в сфере академической адаптации одним из показателей целесообразно рассмотреть тип индивидуального психического развития дошкольника. Изучая процесс адаптации с точки зрения перспектив развития личности, мы выделяем такой критерий, как личностный рост.

Как показывают наши исследования у детей, рожденных доношенными и недоношенными с задержкой внутриутробного развития, преобладает низкий уровень готовности к школьному обучению, по данным, полученным по результатам теста Керна–Йерасека, у 66,6% доношенных детей выявлен высокий уровень готовности к обучению в школе, у 23,3% – средний и 10,1% – низкий. У детей, рожденных с задержкой внутриутробного развития, высокий уровень готовности выявлен лишь в 36,6%, средний – 10,1% и низкий – в 53,3% случаев. Отдельную группу составляют недоношенные дети, соответствующие своему гестационному возрасту. По результатам исследования, показатели их готовности соответствуют таковым у доношенных, а иногда и опережают их. Так, высокий уровень готовности выявлен в 73,3% случаев, средний – в 16,7% и низкий – в 10%. По данным, полученным в ходе проведения методики «Колдун», имеются следующие результаты: дошкольный тип выявлен у 6,7% доношенных, 56,7% детей с задержкой внутриутробного развития и отсутствует у недоношенных. Схожие результаты выявлены и при применении методики «Образец и правило», где лишь у 30% доношенных детей обнаружен низкий уровень готовности к школе и у 63,3% детей с задержкой внутриутробного развития, у недоношен-

ных он выявлен в 20% случаев. Анализ полученных данных свидетельствует о том, что из обследованных только у 3 детей (10%), родившихся соответствующими гестационному возрасту, представлен низкий уровень школьной зрелости, как среди доношенных, так и среди недоношенных, в то время как у маловесных категория «незрелый» по уровню нервно-психического развития и готовности к школе составляет 56,6%. Средние показатели готовности к школьному обучению выявлены у 5 недоношенных (16,6%) и у 7 доношенных детей, родившихся соответствующими гестационному возрасту. У детей с задержкой внутриутробного развития категория среднего уровня школьной зрелости наблюдается лишь в 6,6% случаев (2 человека). Высокий уровень готовности к школе представлен у недоношенных детей в 73% случаев (22 человека) и в 66,6% среди доношенных (20 человек), у детей с задержкой внутриутробного развития он выявлен лишь в 36,6% случаев. Таким образом, суммируя полученные результаты, мы приходим к следующему выводу: у доношенных и недоношенных детей, соответствующих гестационному возрасту, при рождении преобладают высокие и средние показатели готовности к школьному обучению, у маловесных детей, не соответствующих гестационному возрасту, преобладает низкий уровень индивидуального психического развития (рис. 2).

Как показали данные проведенного нами опроса учителей и воспитателей, 40% данной группы детей характеризуются импульсивностью, гиперактивностью и дефицитом внимания.

По сведениям зарубежных исследователей S. Cianfarani, G. Johannsson, and A. Rogol, среди взрослых, рожденных с задержкой внутриутробного развития, наиболее часто встречаются лица, страдающие алкоголизмом, наркоманией, девиантным и делинквентным поведением, сдерживая тем самым темпы инновационного развития экономики и трудового потенциала страны [1; 4].

Немаловажным критерием успешной социально-психологической адаптации является личностный рост. В данном случае одним из ведущих критериев успешности адаптации, по нашему мнению, является такой психологический аспект личностного роста, как самореализация личности на отдаленных этапах онтогенеза [5]. Существенно дополнили данные нашего эмпирического исследования результаты опроса родителей и близких родственников детей, многие из которых указывали на тот факт, что в юношеском возрасте дети, родившиеся с задержкой внутриутробного развития, как правило, тяжелее социализируются в современном обществе, не могут найти свое место в нем, что может привести к уходу в антисоциальные слои [3; 6].

Сравнительный анализ результатов опроса показал, что из 118 детей 1993–1996 годов рождения, окончивших школу, в вузы поступили лишь 20%, 30% в среднеспециальные учебные заведения, 10% работают, не поступив в среднеспециальные или высшие учебные заведения и 40% не учатся и не работают, создавая тем самым группу риска по дальнейшему развитию девиантного и делинквентного поведения, алкоголизма и т.п. Данный анализ позволяет говорить о том, что нарушения адаптации в социуме тесно связаны с отсутствием дальнейшей самореализации личности. В наибольшей степени эта тенденция выражена у детей, рожденных с задержкой внутриутробного развития, адаптационные механизмы которых были нарушены еще в раннем возрасте. Выявленную тенденцию, вероятно, можно объяснить тем, что недостаточно сформированные механизмы адаптации приводят к общему отставанию в психофизическом развитии, что сказывается не только на самореализации личности, но и на качестве жизни в целом. Не менее важным является и тот факт, что у детей, рожденных с задержкой внутриутробного развития, наблюдается наи-

большая вероятность рождения младенцев с такой же патологией, что, в свою очередь, ведет к росту числа взрослого населения, рожденного с данной патологией. Таким образом, происходит ухудшение здоровья каждого последующего поколения, что, несомненно, отражается на демографической ситуации страны в целом. Это и обуславливает необходимость проведения коррекционной работы, основанной не только на полноценном физическом, умственном и духовном развитии детей, но и направленной на повышение качества их социально-психологической адаптации к жизни в современном обществе.

Заключение. На основании проведенного нами исследования можно предположить, что психическое развитие детей на отдаленных этапах онтогенеза зависит от соответствия массы тела ребенка его гестационному возрасту, большинство маловесных и маленьких для гестационного возраста детей подвержены снижению темпов индивидуального психического развития, гиперактивности, дезадаптации, и у данной группы детей наблюдаются нарушения социализации, самореализации личности.

Рассмотренные вопросы требуют дальнейшего эмпирического исследования в целях улучшения адаптационных механизмов детей с задержкой внутриутробного развития, их благополучного вхождения в социум, повышения показателей психофизического здоровья в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалевская, Т.Н. Проблемы социально-психологической адаптации детей, рожденных с низкой массой тела / Т.Н. Ковалевская // Вестн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2012. – № 6(72). – С. 86–92.
2. Занько, С.Н. Фетоплацентарная недостаточность (патогенез, диагностика, лечение, профилактика): учеб.-метод. пособие / С.Н. Занько и соавт. – Витебск: Изд. центр ВГМУ, 2011. – 128 с.
3. Дорожевец, Т.В. Диагностика школьной дезадаптации / Т.В. Дорожевец. – Витебск, 1995. – 182 с.
4. Stoknes, M. Cerebral Palsy and Neonatal Death in Term Singletons Born Small for Gestational Age / M. Stoknes // Pediatrics. – 2012. – Vol. 130, № 6. – P. 1629–1635.
5. Горностай, П.П. Готовность личности к саморазвитию как психологическая проблема / П.П. Горностай // Проблемы саморазвития личности: методология и практика: сб. науч. тр. Депонировано в ИНИОН АН СССР № 42525 от 27.07.1990 г. – С. 127.
6. Кислицина, О.А. Роль родительских установок в самореализации личности / О.А. Кислицина // Вестн. Казахстанско-Американск. свободн. ун-та. – 2006. – № 1. – Вып.: Образовательные технологии. – 195 с.

Поступила в редакцию 13.02.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: tena_vit@rambler.ru – Ковалевская Т.Н.

Подготовка студенческой молодежи к осознанному родительству: практический аспект

О.В. Пойда

Учреждение образования «Могилевский государственный университет
имени А.А. Кулешова»

Институт семьи и брака в Республике Беларусь является объектом повышенного внимания со стороны общественности и государства, т.к. это важнейшая среда для сохранения и передачи культурных ценностей. В настоящее время формируется новый взгляд на положение семьи, возрождение ее авторитета, делается акцент на пропаганду семейных ценностей, укрепление устоев семьи, предупреждение социального сиротства. Решение задач демографической безопасности в стране зависит от молодого поколения, что актуализирует проблему подготовки студенческой молодежи к семейной жизни.

В связи с этим в статье рассматривается одно из важных направлений системы высшего образования – формирование у студенческой молодежи системы семейных ценностей и подготовка ее к осознанному родительству. Особое внимание уделяется роли самостоятельной работы в учебно-воспитательном процессе вуза в контексте деятельностного подхода. Автором на основе анализа разных подходов к сущности самостоятельной работы студентов представлена собственная позиция, характеризующая ее как одно из педагогических условий формирования осознанного родительства у студенческой молодежи. Разработанные задания для самостоятельной работы ориентированы на получение новых и закрепление имеющихся знаний, на формирование у студентов практических умений в условиях аудиторной и внеаудиторной деятельности. В исследовании выделены этапы управляемой самостоятельной работы студентов.

Ключевые слова: высшая школа, осознанное родительство, семейные ценности, студенческая молодежь, самостоятельная работа, деятельностный подход.

Training student youth for purposeful parenthood: practical aspect

O.V. Poyda

Educational establishment «Mogilev State A.A. Kuleshov University»

The institution of family and marriage in the Republic of Belarus is the object of close attention on the part of the society and the state since it is the most important environment for keeping and preservation of cultural values. Nowadays new idea of the status of the family, revival of its significance is being formed; accent is made on the propaganda of family values, strengthening the bases of the family, prevention of social orphanage. Solution of the issues of demographic safety in the country depends on the younger generation, which makes preparation of student youth for family life more urgent.

The article deals with one of the most important directions in the system of higher education – the issue of family values formation and deliberate parenthood preparation among the students. Special attention is given to the role of individual work in the educational process at higher educational establishments in the context of activity approach. The author has studied different approaches to individual work of students and presents his own notion of individual work, which characterizes it as one of the condition of formation of deliberate parenthood among the students. The invented exercises for individual work are oriented on the obtaining of new and assimilation of existing knowledge, on the formation of practical skills in the conditions of classroom and extracurricular activities. The stages of students' controlled individual work are described in the article.

Key words: purposeful parenthood, family values, student youth, independent work, activity approach.

На нынешнем этапе развития общества происходят значительные изменения в различных сферах жизнедеятельности человека, которые кардинальным образом затрагивают и сферу семейных отношений. Институт семьи и брака рассматривается в качестве одной из величайших ценностей, созданных человечеством за всю историю своего существования.

В исследованиях современных ученых (Ш.А. Амонашвили, Е.В. Бондаревская, В.А. Караковский, Т.В. Лодкина, Л.И. Мален-

кова, М.Н. Недвецкая, Н.Д. Никандров, Ч. Рейча и др.) отмечается, что ценность семьи и родительства у молодежи падает в связи с формированием системы ценностей, основанной на приоритете индивидуалистического «Я», утрате семейных традиций и обычаев, разрушении семейного уклада, низкого уровня представлений о базовой социально-педагогической функции человека – родительстве [1]. Снижение значимости родительства как ценности семейной жизни приводит к тому, что у молодых людей

создание семьи и рождение ребенка отодвигается на более поздний срок; некоторые пары сознательно отказываются от рождения детей; уменьшается количество детей в семье. Все это привело к тому, что демографические тенденции стали приобретать тревожный характер.

В настоящее время перед системой образования стоит задача формирования у студенческой молодежи соответствующей системы ценностей: положительного имиджа семьи, в том числе многодетной, приемной и опекунской; идеала стабильного, официально зарегистрированного брака; воспитания ответственного, осознанного родительства. В этих условиях образовательные учреждения призваны осуществлять не только подготовку специалистов, но и готовить их к вступлению в законный брак, созданию здоровых семей, разностороннему воспитанию детей. Образовательный путь молодежи является важнейшим средством ее социального развития, способов к социальному опыту. Не случайно многие ученые (А.А. Конокотин, Н.Л. Москвичева, В.И. Овчинникова и др.) считают, что в системе высшего профессионального образования решение этой проблемы может занимать ведущее место.

В связи с этим учреждения профессионального образования должны решать комплекс вопросов, связанных с подготовкой студентов к вступлению в социальные отношения и, в частности, к осознанному родительству. Целью данной статьи является определение сущности самостоятельной работы, готовящей студенческую молодежь к осознанному родительству, и разработка ее содержания. Осознанное родительство рассматривается нами как личностное образование, проявляющееся в ценностно-мотивированном отношении личности к родительству, положительных личностных качествах, нормативно-правовой и психолого-педагогической компетентности, а также способности использовать практические умения во взаимодействии с детьми. Чем адекватнее и конкретнее будет сформирована система знаний об осознанном родительстве у молодежи, чем более информирована и практически подготовлена она будет к выполнению роли родителей, тем выше вероятность создания полноценной семьи и успешного воспитания детей.

Материал и методы. Рабочим материалом данного исследования явились учебные планы по специальности 1-010102-07 «Дошкольное образование. Социальная педагогика», рабочие программы по специальным дисциплинам, а также учебные пособия и рекомендации по ор-

ганизации самостоятельной работы студентов [2]. В статье использовалась совокупность теоретических и эмпирических методов исследования: анализ и синтез эмпирических данных, изучение и обобщение педагогического опыта, эмпирические частные методы (педагогическое наблюдение, изучение результатов практической деятельности).

Результаты и их обсуждение. Важнейшим направлением интенсификации учебно-воспитательного процесса высшей школы являются индивидуализация обучения, переход к сознательному самостоятельному усвоению информации с ориентацией на ее практическое использование как в будущей профессиональной деятельности, так и в других сферах жизнедеятельности молодого человека. Поэтому образовательный процесс вуза должен направляться на увеличение доли самостоятельной работы в общем объеме профессиональной подготовки будущего специалиста. Этот вид деятельности способствует формированию у студентов культуры умственного труда и необходимых умений и навыков, развитию их активности и самостоятельности.

Сущность самостоятельной работы студентов определяется исследователями неоднозначно. Так, С.И. Архангельский считает, что самостоятельная работа – самостоятельный поиск необходимой информации, приобретение знаний, их использование для решения учебных, научных и профессиональных задач. Р.А. Низамов выделяет разнообразные виды индивидуальной и групповой самостоятельной познавательной деятельности студентов как на занятиях, так и во внеаудиторное время под непосредственным руководством преподавателя, так и без его участия. А.Г. Молибог определяет самостоятельную работу как деятельность, складывающуюся из творческого восприятия и осмысления учебного материала на лекции, при подготовке к практическим и лабораторным занятиям, экзаменам, зачетам, выполнении курсовых и дипломных работ. Л.В. Жарова рассматривает самостоятельную работу как метод обучения, при котором под руководством педагога и по его заданию обучающиеся решают поставленную задачу в специально предоставленное для этого время и, проявляя усилия, побуждаются к деятельности, завершающейся определенными результатами. Самостоятельная работа в высшей школе – это система мер по воспитанию активности и самостоятельности как черт личности и выработке умений, навыков рационального приобретения полезной ин-

формации (Б.Г. Иогансен); разнообразных заданий, выполняемых студентами в учебное и внеучебное время с целью усвоения профессионально-педагогических знаний, умений и навыков, развития педагогического кругозора, выработки профессионально значимых качеств личности, накопления опыта нестандартной творческой деятельности и развития активной профессионально-педагогической позиции (Л.В. Григоренко); начальный этап самообразования (И.Л. Наумченко) [3–4].

В рамках нашего исследования самостоятельная работа студентов рассматривается как одно из педагогических условий формирования осознанного родительства у студенческой молодежи в контексте деятельностного подхода. При его реализации личность выступает субъектом деятельности, определяющей ее развитие. Общеизвестно, что вне деятельности невозможно решить ни одной задачи обучения, воспитания или развития (В.И. Андреев, А.Г. Асмолов, А.Н. Леонтьев, Н.В. Кузьмина, С.Л. Рубинштейн).

В философии под деятельностью понимают «специфически человеческий способ отношения к миру – «предметная деятельность»; деятельность представляет собой процесс, в ходе которого человек творчески преобразует природу, делая тем самым себя деятельностным субъектом, а осваиваемые им явления природы – объектом своей деятельности [5, с. 114]; деятельность есть форма диалектического отражения окружающего мира человеком, мера его активности в любом отражательном процессе и, в частности, в обучении [6].

В психологии деятельность рассматривается как вид социальной активности, свойственной только человеку и имеющей созидательный, сознательный, целенаправленный характер. По мнению А.Н. Леонтьева, «деятельность – это не реакция и не совокупность реакций, а система, имеющая строение, свои внутренние переходы и превращения, свое развитие» [7, с. 65]. Под деятельностью автор понимает форму активности, свойственную только человеку при взаимодействии с окружающим миром, сознательно и целенаправленно изменяющему как этот мир, так и самого себя.

В «Педагогическом энциклопедическом словаре» этот феномен определяется так: «Деятельность – активное взаимодействие с окружающей действительностью, в ходе которого живое существо выступает как субъект, целенаправленно воздействующий на объект и удовлетворяющий таким образом свои потребности [8, с. 68–69]. С.Л. Рубинштейн выдвинул идею о важной составляющей деятельностного подхо-

да: «Субъект в своих деяниях, в актах своей творческой самодеятельности не только обнаруживается и проявляется; он в них создается и определяется. По тому, что он делает, можно определить, что он есть: направлением его деятельности можно определить и формировать его самого» [9, с. 99].

Деятельностный подход в педагогике дает возможность рассмотреть основные компоненты деятельности преподавателя и студентов с единых методологических позиций и тем самым раскрыть природу их взаимодействия, а педагогическую деятельность как интегральную характеристику их сотрудничества и признать важнейшим фактором, формирующим развитие личности последнего; определяет процесс образования как непрерывную смену различных видов деятельности; выстраивает педагогический процесс в соответствии с компонентами деятельности студента.

В рамках экспериментального исследования нами осуществлялся анализ учебных планов по специальности 1-010102-07 «Дошкольное образование. Социальная педагогика». Мы выявили специальные дисциплины, в рамках которых возможно готовить студентов к осознанному родительству. Изучение рабочих программ по таким дисциплинам, как «Дошкольная педагогика», «Теория и методика ознакомления дошкольников с природой», «Теория и методика руководства изобразительной деятельностью детей дошкольного возраста», «Теория и методика формирования элементарных математических представлений у дошкольников», «Теория и методика физического воспитания детей дошкольного возраста», позволило определить темы и включить в их содержание материал, ориентированный на формирование мотивации к осознанному родительству, а также специальных знаний и практических умений, относящихся к сфере родительства. Также был разработан специальный курс «Подготовка молодежи к осознанному родительству». Его содержание включало изучение феномена родительства, формирование умения моделировать стратегию родительского поведения и личностной позиции «Я – будущий родитель». Деятельность студентов предполагала осознание цели и мотивов выполнения самостоятельной работы, готовящей их к осознанному родительству, планирование ее этапов, определение средств, необходимых для выполнения заданий, саму деятельность, связанную с выполнением практических, умственных и других действий, направленных на получение позитивного результата.

В качестве педагогических условий эффективности самостоятельной работы студентов были определены: готовность к самостоятельной деятельности; мотивация к приобретению знаний; наличие и доступность учебно-методического и справочного материала; система регулярного контроля за качеством выполнения самостоятельной работы; оказание консультационной помощи; создание ситуаций успеха на занятиях для развития у студентов уверенности в своих силах, адекватной самооценки, раскрытия индивидуальных способностей.

Разработанные нами задания для самостоятельной работы студентов были объединены в группы: для овладения новыми знаниями, их закрепления и систематизации, а также формирующие практические умения.

Задания на овладение знаниями предусматривали чтение текстов в учебниках и учебных пособиях и других источниках. При работе с литературой студенты конспектировали отдельные части текста, составляли его план и делали выписки, работали со словарями и справочниками, изучали нормативные документы. Так, например, для выяснения факторов, влияющих на формирование «родительства», студенты знакомились с пособием Р.В. Овчаровой «Психология родительства» и делали соответствующие выписки из текста. При овладении понятиями «семья» и «родительство» использовали словари и справочники по психологии, философии, социологии, педагогике, проводили их сравнительный анализ, выявляя существенные признаки.

Задания для закрепления и систематизации знаний предусматривали работу над текстом лекции, структурирование ее теоретического материала, выделение ключевых понятий. Углубленное изучение развития родительства в различные исторические периоды стимулировало не только повторную работу над лекционным материалом, но и обращение к первоисточникам. Это позволило студентам углубиться в содержание изучаемого материала и подготовиться к выступлению на семинаре. Систематизация знаний о функциях родителей нашла отражение в концептуальной таблице. Вопросы истории становления и развития родительства студенты описали в рефератах на тему «История родительства в Беларуси», что развивало интерес у них не только к феномену родительства, но и истории страны в целом. Закреплению знаний об обязанностях родителей и правах детей способствовало изучение соответствующих нормативных документов. В дальней-

шем эта информация озвучивалась на студенческой конференции «Права и обязанности родителей и детей». Ответы на вопросы самоконтроля по изучаемым темам позволяли студентам определить степень усвоения и осознания своих знаний, убедиться в важности дополнительного поиска информации к той или иной теме.

Задания для формирования практических умений были направлены на перевод теоретических знаний, связанных с проблемами родительства, в практическое действие. Так, на семинарских занятиях студенты моделировали стратегии родительского поведения, обсуждая педагогические ситуации. Студенты строили отношения на основе диалога, взаимопонимания, сопереживания. Они выполняли задания в парах и небольших группах. Здесь демонстрировалось умение слушать друг друга, высказывать собственное мнение, проявлять согласованность в принятии совместных решений. Характеристика таких категорий, как «материнство» и «отцовство», была дана на основе их сравнительного анализа. Также студенты самостоятельно готовились к участию в дискуссии «Современное материнство и его проблемы». Умению использовать профессиональные знания способствовало выполнение творческого задания – сочинения на тему «Роль отца в развитии ребенка».

Разработанные нами задания для самостоятельной работы студентов по отдельным темам имели комплексный характер, обеспечивающий одновременное выполнение заданий для овладения знаниями, их закрепления, систематизации и формирования конкретных практических умений.

Деятельность студентов, связанная с формированием представлений об осознанном родительстве, осуществлялась как в аудиторных, так и внеаудиторных условиях. Аудиторная работа проходила под непосредственным руководством преподавателя и предполагала выполнение различных заданий. Она предусматривала следующие этапы:

- подготовительный (определение тем и заданий, подготовка учебно-методических материалов);
- организационный, уточняющий цели индивидуальной и групповой работы студентов, проведение индивидуально-групповых установочных консультаций, во время которых намечались формы самостоятельной работы и ее контроля, определение сроков представления результатов;
- мотивационно-деятельностный, обеспечивающий положительную мотивацию индивидуальной и групповой деятельности, организацию

самоконтроля и самокоррекции, взаимообмен и взаимопроверку в соответствии с темой занятия;

– контрольно-оценочный, включающий индивидуальные и групповые отчеты о выполненной самостоятельной работе и их оценку, которые представлялись в виде рефератов, докладов, схем, таблиц, устных сообщений, отчетов и др., а контроль осуществлялся при проведении в аудитории письменных контрольных работ, коллоквиумов и зачетов.

Нами использовались различные способы организации самостоятельной работы, направленной на изучение лекционного материала. Иногда студентам советовали заранее ознакомиться с вопросами предстоящей лекции и затем озвучить их на лекции, подобрать материал для проблемных ситуаций и т.д. Кроме того к каждой лекции предлагались вопросы для самоконтроля и задания для самостоятельной работы, выполнение которых обеспечивало более осознанное усвоение знаний и активизацию познавательной деятельности студентов.

На практических занятиях использовались такие методы: «Ассоциации» – к понятию «родительство», «Концептуальная таблица» – к выделению родительских функций, «Интеллектуальные качели» – для ведения дискуссии по актуальным проблемам семьи и др. [2].

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов рассматривалась нами как планируемая деятельность, выполняемая по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Она включала: подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим) при выполнении соответствующих заданий; самостоятельную работу по отдельным темам; написание рефератов, докладов, эссе; подготовку ко всем видам контроля знаний, в том числе к зачету; участие в научных и научно-практических конференциях, семинарах и т.п.

При рассмотрении воспитательного потенциала семьи студентам предлагалось подготовить презентацию проектов предметно-развивающей среды для детей разного возраста. Эту работу студенты выполняли небольшими группами во внеучебное время, а презентацию лучших проектов представляли на занятиях в аудитории. Во время внеаудиторной самостоятельной работы они искали положительные и отрицательные образы родителей в художественной литературе и кино.

венной литературе и кино.

Заключение. Использование достаточно разнообразных по содержанию и разной степени сложности заданий для самостоятельной деятельности позволяло обеспечить личностно-деятельностный подход к работе со студентами. Самостоятельная работа студентов способствовала более качественному усвоению и расширению информации об осознанном родительстве. В результате ее выполнения повысились познавательный интерес и активность студентов. Следует отметить возросшую способность студентов к реконструкции и использованию теоретического материала в заданных преподавателем ситуациях, связанных с родительством. Промежуточный контроль знаний студентов об осознанном родительстве показал их заинтересованность в изучении данного феномена и его осмыслении.

Таким образом, самостоятельная работа студентов, основанная на деятельностном подходе, при выполнении различного рода заданий в рамках изучения специальных дисциплин и спецкурса «Подготовка молодежи к осознанному родительству» способствовала развитию у них профессиональных и личностных качеств, а также формированию осознанного родительства. В будущем нами планируется разработка критериев оценки осознанного родительства у будущих педагогов и научно-методических рекомендаций для преподавателей общеобразовательных и специальных дисциплин разных курсов в учебной и внеучебной деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов, А.И. Социология семьи / А.И. Антонов, В.М. Медков. – М.: Изд-во МГУ; Изд-во Международного университета бизнеса и управления «Братия Карич», 1996. – 200 с.
2. Прокофьева, О.О. Дошкольная педагогика: самостоятельная работа студентов заочного отделения в межсессионный период / О.О. Прокофьева, Н.Ю. Ясева. – Могилев, 2005. – 132 с.
3. Архангельский, С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / С.И. Архангельский. – М.: Высш. шк., 1980. – 368 с.
4. Организация самостоятельной работы студентов по педагогическим дисциплинам: учеб.-метод. комплекс / под ред. проф., чл.-кор. РАО А.П. Тряпицкой. – СПб.: Изд-во РГПУ имени А.И. Герцена, 2009. – Ч. 1. – 123 с.
5. Философский словарь / под ред. И.Т. Фролова. – 5-е изд. – М.: Политиздат, 1987. – 590 с.
6. Купавцев, А.В. Деятельностный аспект процесса обучения / А.В. Купавцев // Педагогика. – 2002. – № 6. – С. 44.
7. Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н. Леонтьев. – М.: Смысл; Академия, 2005. – 352 с.
8. Педагогический энциклопедический словарь / гл. ред. Б.М. Бим-Бад. – М.: Большая российская энциклопедия, 2003. – 528 с.
9. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2003. – 705 с.

Поступила в редакцию 19.02.2013. Принята в печать 17.06.2013
Адрес для корреспонденции: e-mail: olia.poyda@yandex.by – Пойда О.В.