

ISSN 2074-8566



# **ВЕСНІК**

**ВІЦЕБСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА  
ЎНІВЕРСІТЭТА**



**2013 N 1(73)**



# ВЕСНІК

Віцебскага дзяржаўнага  
ўніверсітэта

НАВУКОВА-ПРАКТЫЧНЫ  
ЧАСОПІС

*Выдаецца з верасня 1996 года*  
*Выходзіць шэсць разоў у год*

---

2013 № 1(73)

---

**Рэдакцыйная калегія:**

**А.П. Саладкоў** (*галоўны рэдактар*),  
**І.М. Прышчэпа** (*нам. галоўнага рэдактара*)

**Г.П. Арлова, Я.Я. Аршанскі, Н.І. Бумажэнка, М.Ц. Вараб'ёў,**  
**Я.А. Васіленка, В.Н. Вінаградаў, Н.С. Віслабокава,**  
**А.Л. Гладкоў, Н.Ю. Каневалава, В.Я. Кузьменка,**  
**А.С. Ключнікаў, В.М. Мінаева, П.І. Навіцкі, Н.А. Ракава,**  
**Г.Г. Сушко, Ю.В. Трубнікаў, А.А. Чыркін, В.М. Шут**

**Рэдакцыйны савет:**

**А.Р. Александровіч** (*Польшча*), **Го Вэньбінь** (*Кітай*),  
**В.І. Казарэнкаў** (*Расія*), **Ф.М. Ліман** (*Украіна*),  
**Э. Рангелава** (*Балгарыя*), **В.А. Шчарбакоў** (*Малдова*)

**Сакратарыят:**

**Г.У. Разбоева** (*адказны сакратар*),  
**В.Л. Пугач, Т.Я. Сафранкова, А.М. Фенчанка**

*Часопіс «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» ўключаны ў Пералік  
навуковых выданняў Рэспублікі Беларусь для апублікавання вынікаў  
дысертацыйных даследаванняў па біялагічных, педагагічных,  
фізіка-матэматычных навук, а таксама цытуецца і рэферыруецца  
ў рэфератыўных выданнях УНІТІ*

**Адрас рэдакцыі:**

210038, г. Віцебск, Маскоўскі пр-т, 33,  
пакой 202, т. 21-48-93.  
E-mail: [nauka@vsu.by](mailto:nauka@vsu.by)  
<http://www.vsu.by>

---

Рэгістрацыйны № 750 ад 27.10.2009.

Падпісана ў друк 20.03.2013. Фармат 60×84 1/8. Папера друкарская.  
Ум. друк. арк. 15,11. Ул.-выд. арк. 11,48. Тыраж 100 экз. Заказ 18.

## 3 МЕСТ

## CONTENTS

## Математика

- Трубников Ю.В., Пышненко О.В.** Особенности применения алгоритма Вейерштрасса для возвратных алгебраических уравнений ..... 5
- Ломовцев Ф.Е., Мотевич А.В.** Задача Гурса для трехмерных дифференциально-операторных уравнений в частных производных второго порядка с переменными областями определения ..... 12
- Савельева Н.В.** О полугруппе  $\pi$ -нормальных классов Фиттинга ..... 23

## Біялогія

- Морозова И.М., Михнович М.Ф., Борис И.И.** Некоторые физиологические и биохимические показатели сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*), возделываемых в условиях Витебской области ..... 28
- Толкачева Т.А., Хохлова И.Н.** Влияние оксидата торфа и экстракта куколок дубового шелкопряда на некоторые морфометрические и биохимические показатели *Allium cepa* L. и *Hordeum vulgare* L. ..... 34
- Балаева-Тихомирова О.М.** Применение экстракта куколок дубового шелкопряда как метод коррекции инсулинорезистентности ..... 38
- Яцына А.П.** Структура эпифитных лишайниковых сообществ *Pinus sylvestris* L. в Беларуси ..... 45
- Мержвинский Л.М., Мартыненко В.П., Высоцкий Ю.И., Становая Ю.Л.** Высшая растительность озера Оптино ..... 50
- Денисова С.И., Седловская С.М.** Влияние смесей кормового растения на рост и выживаемость гусениц шелкопрядов (*Antheraea pernyi* G.-M., *Lymantria dispar* L., *Endromis versicolora* L.) ..... 58

## Педагогіка

- Малиновский В.В., Чиркина А.А.** Сравнительный анализ характеристик тестовых заданий, уровня подготовленности абитуриентов и успеваемости студентов ..... 63
- Минаева В.М., Рыбакова О.Н.** Становление и развитие общественного воспитания детей-сирот в Беларуси (XI – начало X вв.) ..... 70
- Талай В.А., Пороховская М.В.** Учебно-научно-консультационный центр – инновационный проект в профессиональной подготовке студентов факультета физической культуры и спорта ..... 75
- Цымбалару А.Д.** Инструментарий измерения результативности проектирования образовательного пространства в школе I ступени: личностный компонент ..... 81
- Шунина Г.А.** Обучение курсантов командных специальностей Военной академии умениям математической поддержки принятия решений ..... 89

## Mathematics

- Trubnikov Y.V., Pyshnenko O.V.** Peculiarities of applying Weierstrass algorithm for reverse algebraic equations ..... 5
- Lomovtsev F.E., Motevich A.V.** Goursat problem for three-dimensional second-order partial operator-differential equations with variable domains ..... 12
- Savelyeva N.V.** On the semigroup of  $\pi$ -normal Fitting classes ..... 23

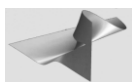
## Biology

- Morozova I.M., Mihnovich M.F., Boris I.I.** Some physiological and biochemical characteristics of *Lupinus angustifolius* cultivated in Vitebsk region ..... 28
- Tolkacheva T.A., Khokhlova I.N.** Effect of oxidative peat and oak silkworm pupae extract on some morphometric and biochemical parameters of *Allium cepa* L. and *Hordeum vulgare* L. ..... 34
- Balaeva-Tikhomirova O.M.** Application of oak silkworm pupae extract as a method of insulin resistance correction ..... 38
- Yatsyna A.P.** Structure of epiphytic lichen communities on *Pinus sylvestris* L. in Belarus ... 45
- Merzhvincki L.M., Martynenko V.P., Stanovaya Y.L., Vysotski Y.I.** Upper vegetation of Lake Optino ..... 50
- Denisova S.I., Sedlovskaya S.M.** Impact of changing fodder plant on the growth and survival of silkworms (*Antheraea pernyi* G.-M., *Lymantria dispar* L., *Endromis versicolora* L.) .. 58

## Pedagogy

- Malinovsky V.V., Chirkina A.A.** Comparative analysis of test characteristics, the level of university applicants' readiness and students' academic performance ..... 63
- Minayeva V.M., Rybakova O.N.** Establishment and development of public upbringing of children orphans in Belarus (XI – the beginning X century) ..... 70
- Talay V.A., Porokhovskaya M.V.** The training, research and consulting center as the innovative project in the professional education of Physical Training students ..... 75
- Tsybalaru A.D.** Performance measurement tools of designing educational space in the primary school: the personality component ..... 81
- Shunina G.A.** Development of mathematical support skills when coming to a decision for students of command specialties at the Military Academy ..... 89

|                                                                                                                                                                                  |     |                                                                                                                                                                                             |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Матюшкова С.Д.</b> Гендерная культура: традиционный и гендерный подходы .....                                                                                                 | 96  | <b>Matyushkova S.D.</b> Gender culture: traditional and gender approaches .....                                                                                                             | 96  |
| <b>Шкетик Е.В.</b> Модульная система обучения как средство развития творческого потенциала учащихся-взрослых (в условиях вечерних школ Республики Беларусь) .....                | 101 | <b>Shketik E.V.</b> Module system of teaching as a means of development of the creative potential of adult students (in the conditions of evening schools of the Republic of Belarus) ..... | 101 |
| <b>Новицкий П.И.</b> Разработка программно-методического обеспечения уроков адаптивной физической культуры для учащихся с нарушением функций опорно-двигательного аппарата ..... | 107 | <b>Novitski P.I.</b> Development of curriculum and methodological provision of adaptive physical culture lessons for pupils with moving system deficiency .....                             | 107 |
| <b>Мателенок А.П.</b> Информационные технологии в обучении математике студентов технических специальностей .....                                                                 | 116 | <b>Matalenok A.P.</b> Information technologies in teaching Mathematics to Engineering students .....                                                                                        | 116 |
| <b>Х р о н і к а</b> .....                                                                                                                                                       | 123 | <b>C h r o n I c l e</b> .....                                                                                                                                                              | 123 |
| <b>Б и б л и о г р а ф і я</b> .....                                                                                                                                             | 126 | <b>B u b l i o g r a p h y</b> .....                                                                                                                                                        | 126 |



## Особенности применения алгоритма Вейерштрасса для возвратных алгебраических уравнений

Ю.В. Трубников, О.В. Пышненко

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

*Исследовано применение алгоритма Вейерштрасса одновременного нахождения всех корней алгебраического уравнения произвольной степени для класса возвратных алгебраических уравнений, для которых вопрос выбора вектора начального приближения решен полностью. Выяснена геометрическая природа свойства возвратности, получены удобные аналитические формулы для корней уравнений четвертой и шестой степени, содержащие не только радикалы; проведено сравнение с методом функций Никипорца. Продемонстрированы многочисленные примеры, подтверждающие сходимость соответствующего итерационного процесса при «почти» произвольном выборе вектора начального приближения. Такое поведение итерационного процесса объясняется системой инвариантов, т.е. системой поверхностей, на которых расположены точки итерационного процесса. Доказаны необходимые и достаточные условия расположения всех корней такого класса уравнений на окружности комплексной плоскости.*

**Ключевые слова:** полином, возвратные алгебраические уравнения, итерационный процесс, метод Вейерштрасса, инварианты.

## Peculiarities of applying Weierstrass algorithm for reverse algebraic equations

Y.V. Trubnikov, O.V. Pyshnenko

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

*Application of Weierstrass algorithm of simultaneous establishment of all roots of an algebraic equation of arbitrary degree for the class of reverse algebraic equations, for which the problem of the choice of primary nearing vector is solved fully, is studied. Geometric nature of the characteristic of the reverse is found out, convenient analytical formulas for the fourth and sixth degree equation roots, which contain not only radicals, are obtained; comparison with the method of Nikiporets functions is made. Numerous examples are given which confirm convergence of the corresponding iteration process with «almost» arbitrary choice of the primary nearing vector. Such behaviour of the iteration process is explained by the system of invariants, i.e. the system of surfaces on which points of iteration process are located. Necessary and sufficient conditions of the location of all roots of such class equations on the circumference of a complex surface are proved.*

**Key words:** polynome, reverse algebraic equations, iteration process, Weierstrass method, invariants.

Алгоритм Вейерштрасса является эффективным алгоритмом одновременного нахождения всех корней алгебраического уравнения произвольной степени. Многочисленные примеры подтверждают сходимость соответствующего итерационного процесса при «почти» произвольном выборе вектора начального приближения. Такое поведение итерационного процесса объясняется, по нашему мнению, системой инвариантов, т.е. системой поверхностей, на которых расположены точки итерационного процесса. Цель данной работы: исследование класса алгебраических уравнений, для которых вопрос выбора вектора начального приближения решается полностью, – это класс возвратных алгебраических уравнений; выяснение геометрической природы свойства возвратности; получение удобных аналитических формул для корней уравнений четвертой и шестой степени, содержащих не только радикалы; проведено сравнения с методом функций Никипорца.

**Материал и методы.** Объектами исследования являются итерационный процесс Вейерштрасса и возвратные алгебраические уравнения. В качестве метода исследования применяются теория определителей, свойства неявных функций и некоторые общие теоремы функционального анализа.

**Результаты и их обсуждение.** Рассмотрим алгебраическое уравнение

$$P_{2n} z \equiv z^{2n} + a_1 z^{2n-1} + a_2 z^{2n-2} + \dots + a_{2n-1} z + a_{2n} = 0, \quad a_0 = 1 \quad (1)$$

с действительными коэффициентами

$$a_j \quad j=1, 2, \dots, 2n,$$

удовлетворяющими равенствам:

$$a_{n+k} = a_{n-k} r^{2k} \quad r > 0, \quad 1 \leq k \leq n. \quad (2)$$

**Лемма 1.** Подстановка

$$y = z + \frac{r^2}{z} \quad (3)$$

приводит уравнение (1) к виду:

$$\Delta_n + a_1 \Delta_{n-1} + a_2 \Delta_{n-2} + \dots + a_{n-1} \Delta_1 + a_n \Delta_0 = 0, \quad (4)$$

где

$$\Delta_0 = 1,$$

$$\Delta_1 = z + \frac{r^2}{z},$$

$$\Delta_2 = z^2 + \frac{r^4}{z^2},$$

...

$$\Delta_{n-1} = z^{n-1} + \frac{r^{2n-2}}{z^{n-1}},$$

$$\Delta_n = z^n + \frac{r^{2n}}{z^n},$$

при этом величины  $\Delta_k \quad k=0, 1, \dots, n$  можно выразить через степени переменной  $y$  из следующей системы линейных относительно  $\Delta_k \quad k=0, 1, \dots, n$  уравнений:

$$\begin{cases} \Delta_0 & & & & = & 1, \\ & \Delta_1 & & & = & y, \\ 2r^2 \Delta_0 & + & \Delta_2 & & = & y^2, \\ & 3r^2 \Delta_1 & + & \Delta_3 & = & y^3, \\ 6r^2 \Delta_0 & + & 4r^2 \Delta_2 & + & \Delta_4 & = & y^4, \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{cases} \quad (5)$$

где структура  $k$ -го уравнения системы (5) зависит от четности  $k$ .

**Доказательство.** Запишем уравнение (1) с учетом равенств (2):

$$P_{2n} z \equiv z^{2n} + \sum_{s=1}^n a_s z^{2n-s} + \sum_{s=1}^n a_{n-s} r^{2s} z^{n-s} = 0. \quad (6)$$

Разделив обе части уравнения (6) на  $z^n$  и группируя соответствующим образом слагаемые, получаем уравнение (4).

Далее установим структуру  $k$ -го уравнения системы (5). Если  $k=2m+1$ , то, обозначив  $t=r^2$ , получаем:

$$y^{2m+1} = \left( z + \frac{t}{z} \right)^{2m+1} =$$

$$\begin{aligned}
&= z^{2m+1} + C_{2m+1}^1 z^{2m} \cdot \frac{t}{z} + C_{2m+1}^2 z^{2m-1} \cdot \frac{t^2}{z^2} + \dots + \\
&\quad + C_{2m+1}^m z^{m+1} \cdot \frac{t^m}{z^m} + C_{2m+1}^{m+1} z^m \cdot \frac{t^{m+1}}{z^{m+1}} + \dots + \\
&\quad + C_{2m+1}^{2m-1} z^2 \cdot \frac{t^{2m-1}}{z^{2m-1}} + C_{2m+1}^{2m} z \cdot \frac{t^{2m}}{z^{2m}} + C_{2m+1}^{2m+1} \cdot \frac{t^{2m+1}}{z^{2m+1}} = \\
&\quad = C_{2m+1}^{2m} t^m \Delta_1 + C_{2m+1}^{m-1} t^{m-1} \Delta_3 + \dots + \\
&\quad + C_{2m+1}^2 t^2 \Delta_{2m-3} + C_{2m+1}^1 t \Delta_{2m-1} + C_{2m+1}^0 \Delta_{2m+1}.
\end{aligned}$$

Если  $k = 2m$ , то

$$\begin{aligned}
y^{2m} &= \left( z + \frac{t}{z} \right)^{2m} = \\
&= C_{2m}^0 z^{2m} + C_{2m}^1 z^{2m-1} \cdot \frac{t}{z} + C_{2m}^2 z^{2m-2} \cdot \frac{t^2}{z^2} + \dots + \\
&\quad + C_{2m}^{m-1} z^{m+1} \cdot \frac{t^{m-1}}{z^{m-1}} + C_{2m}^m z^m \cdot \frac{t^m}{z^m} + C_{2m}^{m+1} z^{m-1} \cdot \frac{t^{m+1}}{z^{m+1}} + \dots + \\
&\quad + C_{2m}^{2m-2} z^2 \cdot \frac{t^{2m-2}}{z^{2m-2}} + C_{2m}^{2m-1} z \cdot \frac{t^{2m-1}}{z^{2m-1}} + C_{2m}^{2m} \cdot \frac{t^{2m}}{z^{2m}} = \\
&= C_{2m}^m t^m \Delta_0 + C_{2m}^{m-1} t^{m-1} \Delta_2 + \dots + C_{2m}^1 t \Delta_{2m-2} + C_{2m}^0 \Delta_{2m}.
\end{aligned}$$

Здесь  $C_m^k$  – биномиальные коэффициенты.

Лемма доказана.

Запишем матрицу  $A$  коэффициентов системы (5) для случая  $n = 2$  (т.е.  $[5 \times 5]$  матрицу):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2t & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3t & 0 & 1 & 0 \\ 6t^2 & 0 & 4t & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Такая матрица  $A$  легко обратима, например:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2t & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3t & 0 & 1 & 0 \\ 2t^2 & 0 & -4t & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь выясним геометрический смысл равенств (2).

**Теорема 1.** *Необходимыми и достаточными условиями расположения всех корней уравнения (1) с действительными коэффициентами на окружности  $|z| = r$  являются равенства (2) и локализация всех корней уравнения (4) на отрезке*

$$-2r \leq y_j \leq 2r \quad j=1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

**Доказательство. Необходимость.** Пусть уравнение (1) имеет  $n$  пар комплексно сопряженных корней, расположенных на окружности  $|z| = r$ .

При  $n=1$  уравнение (1) будет иметь вид:

$$z^2 - 2r \cos \varphi z + r^2 \quad a_0 = 1, \quad (8)$$

т.е. его корни  $z_1 = re^{i\varphi}$ ,  $z_2 = re^{-i\varphi}$  и



$$a_2 = a_0 r^2 \quad n=1, \quad k=1.$$

Кроме того, уравнение

$$y = z + \frac{r^2}{z} = 2r \cos \varphi$$

имеет решение, удовлетворяющее условию (7).

Сделаем предположение индукции, т.е. допустим, что

$$\begin{aligned} P_{2n} z &= z^{2n} + \sum_{s=1}^n b_s z^{2n-s} + \sum_{s=1}^n b_{n+s} z^{n-s} = \\ &= z^{2n} + \sum_{s=1}^n b_s z^{2n-s} + \sum_{s=1}^n b_{n-s} r^{2s} z^{n-s}, \end{aligned}$$

тогда, присоединяя еще одну пару сопряженных корней, определяемую многочленом  $z^2 - qz + r^2$   $-2r \leq q \leq 2r$ , получаем:

$$\begin{aligned} P_{2n+2} z &= P_{2n} z \cdot z^2 - qz + r^2 = \\ &= z^{2n+2} + \sum_{s=1}^n b_s z^{2n+2-s} + \sum_{s=1}^n b_{n-s} r^{2s} z^{n+2-s} - \\ &- q \left( z^{2n+1} + \sum_{s=1}^n b_s z^{2n+1-s} + \sum_{s=1}^n b_{n-s} r^{2s} z^{n+1-s} \right) + \\ &+ r^2 \left( z^{2n} + \sum_{s=1}^n b_s z^{2n-s} + \sum_{s=1}^n b_{n-s} r^{2s} z^{n-s} \right) = \\ &= z^{2n+2} + b_1 - q z^{2n+1} + b_2 - b_1 q + r^2 z^{2n} + \\ &+ b_3 - b_2 q + b_1 r^2 z^{2n-1} + \dots + \\ &+ b_n - b_{n-1} q + b_{n-2} r^2 z^{n+2} + \\ &+ b_{n+1} r^2 - b_n q + b_{n-1} r^2 z^{n+1} + \\ &+ b_{n-2} r^4 - b_{n-1} q r^2 + b_n r^2 z^n + \dots + \\ &+ b_0 r^{2n} - b_1 q r^{2n-2} + b_2 r^{2+2n-2} z^2 + \\ &+ -b_0 q r^{2n} + b_1 r^{2+2n-1} z + b_0 r^{2n+2} \quad b_0 = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, если

$$P_{2n+1} = \sum_{s=0}^{2n+1} a_s z^{2n+1-s},$$

то

$$\begin{aligned} a_{n+2} &= r^2 b_{n-2} r^2 - b_{n-1} q + b_n = r^2 a_n, \\ &\dots \\ a_{2n} &= r^{2n-2} b_2 - b_1 q + b_0 r^2 = r^{2n-2} a_2, \\ a_{2n+1} &= r^{2n} b_1 - b_0 q = r^{2n} a_1, \\ a_{2n+2} &= a_0 r^{2n+2}. \end{aligned}$$

Последние равенства означают, что

$$\begin{aligned} a_{n+1+k} &= a_{n+1-k} \cdot r^{2k} \\ 1 \leq k \leq n+1, \quad a_0 &= b_0 = 1. \end{aligned}$$

Достаточность. Пусть выполнены равенства (2), тогда подстановка (3) приводит уравнение (1) к уравнению (4), а свойство (7) гарантирует расположение всех корней уравнения (1) на окружности  $|z|=r$ .

Теорема доказана.

Рассмотрим особенности применения алгоритма Вейерштрасса для уравнений вида (1), все корни которых расположены на окружности  $|z|=r$ . При этом значение  $r$  определяется сразу же:

$$r = \sqrt[n]{a_{2n}}, \quad (9)$$

а для системы косинусов

$$\cos \varphi_1, \cos \varphi_2, \dots, \cos \varphi_n \quad (10)$$

эффективным образом строится алгебраическое уравнение  $n$ -й степени, все корни которого расположены на отрезке  $[-1; 1]$ , т.е. решается проблема выбора начального вектора. Кроме того, при  $n=1, 2$  для корней уравнения (1) получаются удобные аналитические выражения, содержащие не только радикалы.

Например, при  $n=1$ , т.е. для квадратного уравнения

$$z^2 + a_1 z + a_2 = 0, \quad (11)$$

имеем

$$\begin{aligned} z_1 &= r e^{i\varphi}, \quad z_2 = r e^{-i\varphi}, \\ z_1 + z_2 &= r e^{i\varphi} + r e^{-i\varphi} = 2r \cos \varphi, \\ z_1 \cdot z_2 &= r^2 = a_2, \end{aligned}$$

т.е.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{a_2}, \quad 2r \cos \varphi = -a_1, \\ \cos \varphi &= -\frac{a_1}{2r} = -\frac{a_1}{2\sqrt{a_2}}, \\ \varphi &= \arccos \left( -\frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, корни уравнения (11) находятся по формуле

$$z_{1,2} = \sqrt{a_2} e^{\pm i \arccos \left( -\frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} \right)}. \quad (12)$$

При  $n=2$

$$\begin{aligned} P_4(z) &\equiv z^4 - 2rz \cos \varphi_1 + r^2 \quad z^2 - 2rz \cos \varphi_2 + r^2 = \\ &= z^4 - 2r \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 \quad z^3 + \\ &+ 2r^2 (1 + 2 \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \quad z^2 - \\ &- 2r^3 (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) \quad z + r^4, \end{aligned}$$

т.е. должны выполняться равенства:

$$\begin{aligned} -2r \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 &= a_1, \\ 2r^2 (1 + 2 \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) &= a_2, \\ -2r^3 (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) &= a_3, \\ r^4 &= a_4. \end{aligned}$$

Эти равенства дают возможность в удобном аналитическом виде найти корни уравнения

$$z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + a_3 z + a_4 = 0. \quad (13)$$

Для этого запишем систему уравнений для нахождения  $\cos \varphi_j \quad j=1, 2$ :

$$\begin{cases} \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 = -\frac{a_1}{2r}, \\ \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{a_2}{2r^2} - 1 \right), \end{cases}$$

т.е. косинусы  $\varphi_j \quad j=1, 2$  являются корнями квадратного уравнения

$$t^2 + \frac{a_1}{2r}t + \frac{1}{2} \left( \frac{a_2}{2r^2} - 1 \right) = 0. \quad (14)$$

Таким образом,

$$\cos \varphi_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2 + 8\sqrt{a_4}}}{4\sqrt[4]{a_4}}, \quad (15)$$

а этот факт означает, что

$$\begin{aligned} z_{1,2} &= \sqrt[4]{a_4} e^{\pm i\varphi_1}, \\ z_{3,4} &= \sqrt[4]{a_4} e^{\pm i\varphi_2}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \arccos \left( \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2 + 8\sqrt{a_4}}}{4\sqrt[4]{a_4}} \right), \\ \varphi_2 &= \arccos \left( \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2 + 8\sqrt{a_4}}}{4\sqrt[4]{a_4}} \right). \end{aligned}$$

Например, для уравнения

$$z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \quad (16)$$

значения косинусов:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 &= \frac{\sqrt{5}-1}{4} = \cos 72^\circ, \\ \cos \varphi_2 &= -\frac{\sqrt{5}+1}{4} = \cos 144^\circ, \end{aligned}$$

т.е. корни уравнения (16) имеют вид

$$\begin{aligned} z_{1,2} &= \frac{\sqrt{5}-1}{4} \pm i \cdot \frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}, \\ z_{3,4} &= -\frac{\sqrt{5}+1}{4} \pm i \cdot \frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Для уравнения шестой степени, обозначив  $t_j = \cos \varphi_j \quad j=1, 2, 3$ , получаем

$$\begin{aligned} & z^6 + a_1 z^5 + a_2 z^4 + a_3 z^3 + a_4 z^2 + a_5 z + a_6 \equiv \\ & \equiv z^2 - 2rt_1 z + r^2 \quad z^2 - 2rt_2 z + r^2 \quad z^2 - 2rt_3 z + r^2 = \\ & = z^6 - 2r(t_1 + t_2 + t_3)z^5 + \\ & + r^2[3 + 4(t_1 t_2 + t_1 t_3 + t_2 t_3)]z^4 - \\ & - 4r^3(t_1 + t_2 + t_3 + 2t_1 t_2 t_3)z^3 + \\ & + r^4[3 + 4(t_1 t_2 + t_1 t_3 + t_2 t_3)]z^2 - \\ & - 2r^5(t_1 + t_2 + t_3)z + r^6. \end{aligned} \quad (17)$$

Равенство (17) означает, что

$$r = \sqrt[6]{a_6},$$

а косинусы комплексно сопряженных пар можно найти, применяя алгоритм Вейерштрасса, из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = -\frac{a_1}{2r}, \\ t_1 t_2 + t_1 t_3 + t_2 t_3 = \frac{1}{4} \left( \frac{a_2}{r^2} - 3 \right), \\ t_1 t_2 t_3 = \frac{1}{4} \left( \frac{a_1}{r} - \frac{a_3}{2r^3} \right). \end{cases} \quad (18)$$

Система уравнений (18) эквивалентна кубическому уравнению

$$t^3 + \frac{a_1}{2r} t^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{a_2}{r^2} - 3 \right) t - \frac{1}{4} \left( \frac{a_1}{r} - \frac{a_3}{2r^3} \right) = 0. \quad (19)$$

Относительно уравнения (19) известно, что все его корни расположены на отрезке  $-1; 1$ . Этот факт снимает трудности выбора начального приближения.

Похожая ситуация возникает, если структура корней уравнения (например, для уравнения четвертой степени) такова:

$$z_{1,2} = r_1 e^{\pm i\varphi}, \quad z_{3,4} = r_2 e^{\pm i\varphi},$$

т.е. корни образуют две комплексно сопряженные пары, расположенные на разных окружностях, но на двух сопряженных прямых.

Проведем анализ виетовской системы в этом случае. Так как

$$\begin{aligned} z^2 - 2r_1 z \cos \varphi + r_1^2 \quad z^2 - 2r_2 z \cos \varphi + r_2^2 &= \\ = z^4 - 2 \cos \varphi (r_1 + r_2) z^3 + (r_1^2 + r_2^2 + 4r_1 r_2 \cos^2 \varphi) z^2 - \\ - 2r_1 r_2 (r_1 + r_2) z \cos \varphi + r_1^2 r_2^2, \end{aligned}$$

то

$$\begin{cases} 2(r_1 + r_2) \cos \varphi = -a_1, \\ r_1^2 + r_2^2 + 4r_1 r_2 \cos^2 \varphi = a_2, \\ 2r_1 r_2 (r_1 + r_2) \cos \varphi = -a_3, \\ r_1^2 r_2^2 = a_4. \end{cases} \quad (20)$$

Систему (20) можно решить следующим образом. Обозначив  $r_1 + r_2 = r$ ,  $\cos \varphi = t$ ,  $r_1 r_2 = s$ , получаем

$$\begin{cases} 2rt = -a_1, \\ r^2 - 2s + 4st^2 = a_2, \\ 2str = -a_3, \\ s^2 = a_4. \end{cases}$$

Выражая  $s$  из четвертого уравнения, имеем

$$s = \sqrt{a_4}$$

и, подставив это значение во второе и третье уравнения, получаем

$$\begin{cases} 2rt = -a_1, \\ r^2 - 2\sqrt{a_4} + 4\sqrt{a_4} t^2 = a_2, \\ 2\sqrt{a_4} tr = -a_3. \end{cases}$$

Далее выразим  $t$  из первого уравнения и подставим во второе:

$$r^2 - 2\sqrt{a_4} + 4\sqrt{a_4} \frac{a_1^2}{4r^2} = a_2.$$

Для нахождения  $r$  получаем биквадратное уравнение

$$r^4 - 2\sqrt{a_4} + a_2 r^2 + a_1^2 \sqrt{a_4} = 0. \quad (21)$$

После этого находим  $\cos \varphi$  из равенства

$$t = \cos \varphi = -\frac{a_1}{2r}. \quad (22)$$

Покажем эффективность формул (15) на примере уравнения ([1], с. 106):

$$z^4 - 4(1 + \cos 0,1)z^3 + (8 + 16\cos 0,1)z^2 - 16(1 + \cos 0,1)z + 16 = 0. \quad (23)$$

В [1] уравнение (23) решается приближенно методом функций Никипорца. Соответствующий алгоритм является очень громоздким.

С другой стороны, легко заметить, что равенства (2) выполнены:

$$a_3 = -16(1 + \cos 0,1) = 4[-4(1 + \cos 0,1)] = 4a_1;$$

$$a_4 = 16 = 1 \cdot 4^2.$$

Это означает, что  $r = 2$ , т.е. все корни расположены на окружности  $|z| = 2$ , и осталось найти косинусы по формуле (15); для этого вычислим дискриминант  $d$  уравнения (14):

$$\begin{aligned} d &= a_1^2 - 4a_2 + 8\sqrt{a_4} = \\ &= 16(1 + \cos 0,1)^2 - 4(8 + 16\cos 0,1) + 32 = \\ &= 16 + 32\cos 0,1 + 16\cos^2 0,1 - 32 - 64\cos 0,1 + 32 = \\ &= 16 - 32\cos 0,1 + 16\cos^2 0,1 = 16(1 - \cos 0,1)^2. \end{aligned}$$

После этого имеем

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{1,2} &= \frac{4(1 + \cos 0,1) \pm 4(1 - \cos 0,1)}{8} = \\ &= \frac{1 + \cos 0,1 \pm 1 - \cos 0,1}{2}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 &= 1, & \text{т.е. } \varphi_1 &= 0, \\ \cos \varphi_2 &= \cos 0,1, & \text{т.е. } \varphi_2 &= 0,1, \end{aligned}$$

т.е.

$$\begin{aligned} z_1 &= z_2 = 2, \\ z_3 &= z_4 = 2e^{i \cdot 0,1}. \end{aligned}$$

Приведем примеры систем, аналогичных системе (18), для нахождения косинусов. Для уравнения восьмой степени

$$z^8 + a_1 z^7 + a_2 z^6 + \dots + a_7 z + a_8 = 0$$

такая система будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sigma_1 = -\frac{a_1}{2r}, \\ \sigma_2 = \frac{a_2}{4r^2} - 1, \\ \sigma_3 = \frac{1}{8r} \left( 3a_1 - \frac{a_3}{r^2} \right), \\ \sigma_4 = \frac{1}{8} \left( \frac{a_4}{2r^4} - \frac{a_2}{r^2} + 1 \right), \end{cases}$$

где  $\sigma_k$   $k=1,2,3,4$  – элементарные симметрические многочлены переменных  $t_j = \cos \varphi_j$   $j=1,2,3,4$ .



Рассмотрим, например, уравнение

$$z^8 + z^7 + z^6 + z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0. \quad (24)$$

Для уравнения (24)

$$\sigma_1 = -\frac{1}{2}, \quad \sigma_2 = -\frac{3}{4}, \quad \sigma_3 = \frac{1}{4}, \quad \sigma_4 = \frac{1}{16},$$

т.е.  $t_j = \cos \varphi_j$   $j=1,2,3,4$  являются корнями уравнения

$$t^4 + \frac{t^3}{2} - \frac{3t^2}{4} - \frac{t}{4} + \frac{1}{16} = 0. \quad (25)$$

Уравнение (25) имеет следующие корни:

$$\begin{aligned} \cos \frac{2\pi}{9} &\approx 0,766046, & \cos \frac{4\pi}{9} &\approx 0,173652, \\ \cos \frac{6\pi}{9} &= -0,5, & \cos \frac{8\pi}{9} &\approx -0,939693. \end{aligned}$$

Таким образом, решениями уравнения (24) являются числа:

$$\begin{aligned} z_{1,2} &= \cos \frac{2\pi}{9} \pm i \cdot \sin \frac{2\pi}{9}, \\ z_{3,4} &= \cos \frac{4\pi}{9} \pm i \cdot \sin \frac{4\pi}{9}, \\ z_{5,6} &= -\frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ z_{7,8} &= \cos \frac{8\pi}{9} \pm i \cdot \sin \frac{8\pi}{9}. \end{aligned}$$

Для уравнения десятой степени

$$z^{10} + a_1 z^9 + a_2 z^8 + \dots + a_9 z + a_{10} = 0,$$

коэффициенты которого удовлетворяют условиям теоремы 1, система для нахождения  $t_j = \cos \varphi_j$   $j=1,2,\dots,5$  будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sigma_1 = -\frac{a_1}{2r}, \\ \sigma_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{a_2}{r^2} - 5 \right), \\ \sigma_3 = -\frac{a_3}{8r^3} + \frac{a_1}{2r}, \\ \sigma_4 = \frac{1}{16} \left( \frac{a_4}{r^4} - \frac{3a_2}{r^2} + 5 \right), \\ \sigma_5 = \frac{1}{16r} \left( \frac{a_3}{r^2} - a_1 - \frac{a_5}{2r^4} \right). \end{cases}$$

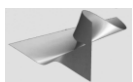
**Заключение.** В настоящей статье исследовано применение алгоритма Вейерштрасса [2] одновременного нахождения всех корней алгебраического уравнения произвольной степени для класса возвратных алгебраических уравнений, для которых вопрос выбора вектора начального приближения решен полностью. Выяснена геометрическая природа свойства возвратности, получены удобные аналитические формулы для корней уравнений четвертой и шестой степени, содержащие не только радикалы; проведено сравнение с методом функций Никипорца. Продемонстрированы многочисленные примеры, подтверждающие сходимость соответствующего итерационного процесса при «почти» произвольном выборе вектора начального приближения. Такое поведение итерационного процесса объясняется системой инвариантов, т.е. системой поверхностей, на которых расположены точки итерационного процесса. Доказаны необходимые и достаточные условия расположения всех корней такого класса уравнений на окружности комплексной плоскости.

*ЛИТЕРАТУРА*

1. Шмойлов, В.И. Решение алгебраических уравнений при помощи  $r/\varphi$ -алгоритма / В.И. Шмойлов. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – 330 с.
2. Трубников, Ю.В. Оптимальные итерационные процессы: монография / Ю.В. Трубников, О.В. Пышненко, И.А. Орехова. – Витебск: УО «ВГУ имени П.М. Машерова», 2011. – 95 с.

*Поступила в редакцию 24.10.2012. Принята в печать 20.02.2013.*

*Адрес для корреспонденции:* e-mail: [Yurii\\_Trubnikov@mail.ru](mailto:Yurii_Trubnikov@mail.ru) – Трубников Ю.В.



## Задача Гурса для трехмерных дифференциально-операторных уравнений в частных производных второго порядка с переменными областями определения

Ф.Е. Ломовцев, А.В. Мотевич

Белорусский государственный университет

*Доказана корректность по Адамару задачи Гурса для полных гиперболических дифференциально-операторных уравнений в частных производных по трехмерному параметру (времени) с зависящими от времени областями определения операторов. Предложен метод расширения неограниченных операторов краевых задач из позитивных пространств в негативные пространства для доказательства существования их сильных решений. Показана корректность новой частично характеристической краевой задачи для уравнения в частных производных второго порядка с трехмерным временем при условиях типа Гурса и нестационарных пространственных граничных условиях.*

**Ключевые слова:** трехмерная задача Гурса, корректность по Адамару, дифференциально-операторное уравнение в частных производных, переменная область определения, метод расширения в негативное пространство.

## Goursat problem for three-dimensional second-order partial operator-differential equations with variable domains

F.E. Lomovtsev, A.V. Motevich

Belarusian State University

*Correctness by Hadamard of the Goursat problem for complete hyperbolic partial operator-differential equations with respect to three-dimensional parameter (time) with time-dependent domains of operators is proved. The method of extension for unbounded operators of boundary value problems from positive into negative spaces is proposed to prove the existence of its strong solutions. Correctness of new part-characteristic boundary value problem for second-order partial differential equation with respect to three-dimensional time under conditions of Goursat type and unsteady boundary space conditions is established.*

**Key words:** three-dimensional Goursat problem, correctness by Hadamard, partial operator-differential equation, variable domain, method of extension into negative space.

**Введение.** Корректность по Адамару двумерной задачи Гурса для гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными неограниченными операторами установлена в [1], когда область определения операторов постоянная, и в [2], когда область определения операторов переменная. В настоящей работе модификацией метода энергетических неравенств доказывается корректность по Адамару трехмерной задачи Гурса в случае переменных областей определения переменных неограниченных операторов, т.е. когда области определения зависят от трехмерного параметра (времени). Трехмерная задача Гурса и ее частные случаи не рассматривались ранее даже в случае постоянной области определения  $D(A(t)) = D(A)$  постоянного оператора  $A(t) = A$ .

**Материал и методы.** Пусть  $H$  – гильбертово пространство со скалярным произведением  $(\cdot, \cdot)$  и нормой  $|\cdot|$ . В ограниченной области  $T = \prod_{i=1}^3 ]0, T_i[$  переменных  $t = \{t_1, t_2, t_3\}$  исследуются уравнения

$$L(t)u \equiv \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t_2 \partial t_1} + \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t_3 \partial t_2} + \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t_3 \partial t_1} + \sum_{i=1}^3 A_i(t) \frac{\partial u(t)}{\partial t_i} + A(t)u(t) = f(t), \quad (1)$$

с тремя условиями Гурса

$$l_i u \equiv u|_{t_i=0} = \phi_i(t^{(i)}), \quad t^{(i)} \in T^{(i)}, \quad i = \overline{1,3}, \quad (2)$$

где обозначены двумерные переменные  $t^{(i)} = \{t_j, t_k\}$  и области  $T^{(i)} = ]0, T_j[ \times ]0, T_k[, \quad j \neq i, i \neq k, k \neq j; \quad i, j, k = \overline{1,3}$ . Здесь  $u$  и  $f$  – неизвестная и заданная функции переменной  $t$ , принимающие значения в гильбертовом пространстве  $H$ ,  $A(t)$  – линейные неограниченные операторы в  $H$  с зависящими от  $t$  областями определения  $D(A(t))$ , самосопряженные, т.е.  $A^*(t) = A(t)$  в  $H$ , положительные, т.е.  $(A(t)u, u) \geq 0 \forall u \in D(A(t))$ , и ограниченно обратимые на  $H$  операторы,  $A_i(t)$  – линейные неограниченные замкнутые операторы в  $H$  с зависящими от  $t$  областями определения  $D(A_i(t))$ ,  $D(A(t)) \subset D(A_i(t)), i = \overline{1,3}$ ;  $\phi_i(t^{(i)})$  – функции двух переменных  $t^{(i)} = \{t_j, t_k\} \in ]0, T_j[ \times ]0, T_k[$  со значениями в гильбертовом пространстве  $H$ , удовлетворяющие ниже указанным условиям согласования. За пространство сильных решений задачи Гурса (1), (2) берется банахово пространство  $E$ , полученное замыканием множества  $D(L) = \{u \in H = L_2(T, H) : u(t) \in D(A(t)), \partial u(t) / \partial t_i \in D(A_i(t)), t \in \overline{T} = \prod_{i=1}^3 [0, T_i]; \partial u / \partial t_i, \partial^2 u / \partial t_j \partial t_i, A_i(t)(\partial u / \partial t_i), A(t)u \in H, j < i; i, j = \overline{1,3}\}$  по норме

$$\|u\|_E = \left\{ \sup_{t \in T} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \int_0^{T_j} \int_0^{T_i} \left[ \frac{1}{2} |\partial u / \partial t_i|^2 + \frac{1}{2} |\partial u / \partial t_j|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right] dt_j dt_i \right\}^{1/2}.$$

Пространством правых частей и данных Гурса будет гильбертово пространство  $F = H \times H_1 \times H_2 \times H_3$  функций  $\Phi(t) = \{f(t), \phi_1(t_2, t_3), \phi_2(t_1, t_3), \phi_3(t_1, t_2)\}$  с условиями согласования  $\phi_2(t_1, 0) = \phi_3(t_1, 0), t_1 \in [0, T_1], \quad \phi_1(t_2, 0) = \phi_3(0, t_2), \quad t_2 \in [0, T_2]$  и  $\phi_1(0, t_3) = \phi_2(0, t_3), t_3 \in [0, T_3]$ , наделенное эрмитовой нормой  $\|\Phi\|_F = (\|f\|_0^2 + |\phi_1|_1^2 + |\phi_2|_2^2 + |\phi_3|_3^2)^{1/2}$ , где  $\|\cdot\|_0$  – эрмитова норма в  $H = L_2(T, H)$ , гильбертовы пространства  $H_i$  – замыкания следов функций  $u$  множества  $D(L)$  при  $t_i = 0$  по эрмитовым нормам

$$\|u\|_i = \left( \int_0^{T_j} \int_0^{T_k} \left[ \frac{3}{2} |\partial u / \partial t_j|^2 + \frac{3}{2} |\partial u / \partial t_k|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right] \Big|_{t_i=0} dt_k dt_j \right)^{1/2}, \quad j \neq i, i \neq k, j \neq k; i, j, k = \overline{1,3},$$

где  $A^{1/2}(t)$  – квадратные корни операторов  $A(t)$  в  $H$ . Задаче Гурса (1), (2) соответствует линейный неограниченный оператор  $L \equiv \{L(t), l_1, l_2, l_3\} : E \supset D(L) \rightarrow F$ , для которого справедлива

**Лемма 1.** Если при каждом  $t \in \overline{T}$  операторы  $A(t)$  самосопряжены, положительны и ограниченно обратимы в  $H$  и в  $H$  плотно множество  $D(L) = \{v \in D(L) : v \in D(A_i^*(t)), t \in \overline{T}; A_i^*(t)v \in H, i = \overline{1,3}\}$ , где  $A_i^*(t) : H \supset D(A_i^*(t)) \rightarrow H$  – сопряженные операторы к операторам  $A_i(t) : H \supset D(A_i(t)) \rightarrow H$ , то оператор  $L$  допускает замыкание (сильное расширение)  $\bar{L} \equiv \{\bar{L}(t), l_1, l_2, l_3\} : E \supset D(\bar{L}) \rightarrow F$ .

**Определение 1.** Решения  $u \in D(\bar{L})$  уравнения  $\bar{L}u = \Phi, \quad \Phi \in F$ , называются сильными решениями задачи Гурса (1), (2).

Условимся называть уравнения (1) гиперболическими. Развитием и совершенствованием метода энергетических неравенств докажем существование, единственность и устойчивость по правой части и данным Гурса сильных решений задачи Гурса (1), (2) с зависящими от  $t = \{t_1, t_2, t_3\}$  областями определения неограниченных операторов. Для трехмерной задачи Гурса разработаем методику вывода энергетического неравенства, которое обеспечивает единственность и устойчивость сильных решений. Для обоснования существования ее сильных решений покажем плотность множества значений созданным методом расширения операторов из позитивных пространств в нега-

тивные пространства, основанным на лемме Ф.Е. Ломовцева о сопряженном операторе к произведению операторов.

**Результаты и их обсуждение.** Сначала выводится энергетическое неравенство, из которого будут следовать единственность и устойчивость сильных решений по правой части и данным Гурса.

### 1. Единственность и устойчивость сильных решений обеспечивает

**Теорема 1.** Если выполняются предположения леммы 1 и справедливы следующие условия:

I. При всех  $t \in \overline{T}$  операторы  $A_i(t)$  подчинены квадратному корню  $A^{1/2}(t)$  с областями определения  $D(A^{1/2}(t))$  операторов  $A(t)$  (т.е.  $|A_i(t)w| \leq c_1 |A^{1/2}(t)w| \forall w \in D(A^{1/2}(t))$ ,  $c_1 > 0, i = \overline{1,3}$ ) и для них имеет место оценка

$$-\operatorname{Re}(A_1(t)v_1 + A_2(t)v_2 + A_3(t)v_3, v_1 + v_2 + v_3) \leq c_2(|v_1|^2 + |v_2|^2 + |v_3|^2) \forall v_i \in D(A_i(t)), i = \overline{1,3}, c_2 \geq 0. \quad (3)$$

II. В пространстве  $H$  при всех  $t \in \overline{T}$  существуют ограниченные обратные операторы  $A^{-1}(t) \in B(\overline{T}, L(H))$ , сильно непрерывные по  $t$  и имеющие ограниченные сильные частные производные [3]  $\partial A^{-1}(t) / \partial t_i \in B(\overline{T}, L(H))$ ,  $i = \overline{1,3}$ , такие, что справедливы неравенства

$$-(\partial A^{-1}(t) / \partial t_i)g, g \leq c_3(A^{-1}(t)g, g) \forall g \in H, i = \overline{1,3}, c_3 \geq 0, \dots\dots\dots (4)$$

тогда справедливо энергетическое неравенство

$$\|u\|_E^2 \leq c_4 \|\overline{L}u\|_F^2 \quad \forall u \in D(\overline{L}), c_4 = \exp\{(T_1 + T_2 + T_3) \max\{2, 4c_2/3, c_3\}\}. \quad (5)$$

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Умножаем уравнение (1) скалярно в  $H$  на функцию  $e^{c\theta(t)} \partial u / \partial t_1 + \partial u / \partial t_2 + \partial u / \partial t_3$ , где  $\theta(t) = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 - t_1 - t_2 - t_3$ , интегрируем по  $T_\tau = \prod_{i=1}^3 [0, \tau_i]$ ,  $0 < \tau_i < T_i, i = \overline{1,3}$ , берем удвоенную вещественную часть и для всех  $u \in D(L)$  получаем тождество

$$\begin{aligned} 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( L(t)u, \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} + \frac{\partial u}{\partial t_3} \right) dt = 2\operatorname{Re} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_j \partial t_i}, \frac{\partial u}{\partial t_i} + \frac{\partial u}{\partial t_j} \right) dt + \\ + 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_2 \partial t_1}, \frac{\partial u}{\partial t_3} \right) dt + 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_3 \partial t_2}, \frac{\partial u}{\partial t_1} \right) dt + 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_3 \partial t_1}, \frac{\partial u}{\partial t_2} \right) dt + \\ + 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( A_1(t) \frac{\partial u}{\partial t_1} + A_2(t) \frac{\partial u}{\partial t_2} + A_3(t) \frac{\partial u}{\partial t_3}, \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} + \frac{\partial u}{\partial t_3} \right) dt + 2\operatorname{Re} \sum_{i=1}^3 \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( A_i(t)u, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) dt. \quad (6) \end{aligned}$$

Интегрируя по частям один раз по  $t_j$  и  $t_i$ , приходим для  $j \neq i; i \neq k; j \neq k; i, j, k = \overline{1,3}$ , к трем равенствам

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau_i} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 \Big|_{t_j=\tau_j} dt^{(j)} + \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} \left| \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 \Big|_{t_i=\tau_i} dt^{(i)} = 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_j \partial t_i}, \frac{\partial u}{\partial t_i} + \frac{\partial u}{\partial t_j} \right) dt + \\ + \int_0^{\tau_i} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 \Big|_{t_j=0} dt^{(j)} + \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} \left| \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 \Big|_{t_i=0} dt^{(i)} - c \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left[ \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 \right] dt. \quad (7) \end{aligned}$$

Интегрируем по частям по  $t_k, k = \overline{1,3}$ , и получаем еще три равенства

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_i} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial u}{\partial t_j}, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) \Big|_{t_k=\tau_k} dt^{(k)} = \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_j \partial t_k}, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) dt + \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial u}{\partial t_j}, \frac{\partial^2 u}{\partial t_i \partial t_k} \right) dt + \\ + \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_i} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial u}{\partial t_j}, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) \Big|_{t_k=0} dt^{(k)} - c \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial u}{\partial t_j}, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) dt, \quad k \neq j; i \neq k; j \neq i; i, j, k = \overline{1,3}. \quad (8) \end{aligned}$$

Складываем левые и правые части равенств (7) с вещественной частью левых и правых частей равенств (8), применяем формулу квадрата нормы  $|a+b|^2 = |a|^2 + 2\operatorname{Re}(a,b) + |b|^2$  и имеем равенство

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, k \neq j}}^3 \frac{1}{2} \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_i} e^{c\theta(t)} \left( \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} + \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 \right) dt^{(k)} = 2\operatorname{Re} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j > i}}^3 \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_j \partial t_i}, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) dt + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, k \neq j}}^3 \frac{1}{2} \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_i} e^{c\theta(t)} \left( \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} + \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 \right) dt^{(k)} - \\
& - c \sum_{i=1}^3 \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 dt - \frac{c}{2} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left[ \left| \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_3} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_2} + \frac{\partial u}{\partial t_3} \right|^2 \right] dt, \dots \dots \dots (9)
\end{aligned}$$

где перед знаками сумм взят множитель  $1/2$ , так как в них каждое слагаемое суммируется дважды. В силу оценки (3) для всех  $u \in D(L)$  выполняется неравенство

$$-2c_2 \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \left| \frac{\partial u}{\partial t_1} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_2} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_3} \right|^2 \right) dt \leq 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \sum_{i=1}^3 A_i(t) \frac{\partial u}{\partial t_i}, \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} + \frac{\partial u}{\partial t_3} \right) dt. \quad (10)$$

Применяем сглаживающие операторы  $A_\varepsilon^{-1}(t) = (I + \varepsilon A(t))^{-1}$ ,  $\varepsilon > 0$ , из [4] со свойствами: 1) при каждом  $t \in \overline{T}$   $\forall g \in H$  норма  $|A_\varepsilon^{-1}(t)g - g| \rightarrow 0$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ; 2) в  $H$  при всех  $t \in \overline{T}$  существуют сильные производные  $\partial A_\varepsilon^{-1}(t) / \partial t_i \in B(\overline{T}, L(H))$  и  $\partial(A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)) / \partial t_i = -A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)(\partial A^{-1}(t) / \partial t_i)A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)$ ,  $i = \overline{1, 3}$ . Ввиду самосопряженности  $A(t)$  в  $H$  и свойства 2), интегрируя один раз по  $t_j$ , имеем три равенства

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} (A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u, u)|_{t_j=\tau_j} dt^{(j)} = 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u, \frac{\partial u}{\partial t_j} \right) dt + \\
& + \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} (A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u, u)|_{t_j=0} dt^{(j)} - \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left[ \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_j} A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u, A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u + \right. \\
& \left. + c(A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u, u) \right] dt, \quad j \neq i; i \neq k; j \neq k; i, j, k = \overline{1, 3}.
\end{aligned}$$

По причине ограниченности производных  $(\partial A^{-1}(t) / \partial t_j)$ ,  $j = \overline{1, 3}$ , и свойства 1) устремляем  $\varepsilon \rightarrow 0$ , применяем оценки (4) и приходим к трем неравенствам

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} |A^{1/2}(t)u|^2|_{t_j=\tau_j} dt^{(j)} \leq 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( A(t)u, \frac{\partial u}{\partial t_j} \right) dt + \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_k} e^{c\theta(t)} |A^{1/2}(t)u|^2|_{t_j=0} dt^{(j)} + \\
& + (c_3 - c) \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} |A^{1/2}(t)u|^2 dt \quad \forall u \in D(L), \quad j \neq i; i \neq k; j \neq k; i, j, k = \overline{1, 3}. \quad (11)
\end{aligned}$$

Используя тождество (6), складываем почленно соотношения (9)–(11), применяем в  $H$  формулу для норм  $|a+b|^2 + |b+c|^2 + |a+c|^2 = |a+b+c|^2 + |a|^2 + |b|^2 + |c|^2$  и получаем неравенство

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, k \neq j}}^3 \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_i} e^{c\theta(t)} \left( \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} + \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right) dt^{(k)} \leq \\
& \leq 2\operatorname{Re} \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( L(t)u, \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} + \frac{\partial u}{\partial t_3} \right) dt + 3(c_3 - c) \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} |A^{1/2}(t)u|^2 dt + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, k \neq j}}^3 \int_0^{\tau_j} \int_0^{\tau_i} e^{c\theta(t)} \left( \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} + \frac{\partial u}{\partial t_j} \right|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right) dt^{(k)} + \\
& + \left( 1 - \frac{c}{2} \right) \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left| \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} + \frac{\partial u}{\partial t_3} \right|^2 dt + \left( 2c_2 - \frac{3c}{2} \right) \int_{T_\tau} e^{c\theta(t)} \left( \left| \frac{\partial u}{\partial t_1} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_2} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_3} \right|^2 \right) dt.
\end{aligned}$$

Здесь левую часть оцениваем снизу, а правую часть сверху с помощью неравенства Коши–Буняковского и неравенства  $2ab \leq a^2 + b^2$ , приводим подобные слагаемые, опускаем неположительные слагаемые при  $c = \max\{2, 4c_2/3, c_3\}$ , берем точную верхнюю грань по  $\tau_i$  от 0 до  $T_i, i = \overline{1,3}$ , и приходим к неравенству (5) для  $u \in D(L)$ . Потом данное неравенство распространяем предельным переходом на все сильные решения  $u \in D(\bar{L})$  задачи Гурса (1), (2). Теорема 1 доказана.

Непосредственно из энергетического неравенства (5) выводится

**Следствие 1.** В предположениях теоремы 1 имеет место равенство  $R(\bar{L}) = \overline{R(L)}$ , где  $R(\bar{L})$  – множество значений оператора  $\bar{L}$ , а  $\overline{R(L)}$  – замыкание в  $F$  множества значений  $R(L)$  оператора  $L$ .

**2. Существование сильных решений.** Согласно следствию 1 для доказательства везде разрешимости на  $F$  во множестве сильных решений трехмерной задачи Гурса (1), (2) достаточно убедиться в плотности в  $F$  множества  $R(L)$ . Сначала убеждаемся в плотности в  $H$  множества значений оператора  $L(t)$  на  $D(L)$  при однородных условиях Гурса, то есть справедлива

**Лемма 2.** Пусть выполняются предположения теоремы 1 и условие

III. При почти всех  $t \in T$  в  $H$  существуют ограниченные сильные частные производные [5]  $\partial A_i(t)/\partial t_i, i = \overline{1,3}$ , подчиненные операторам  $A^{1/2}(t)$  в  $H$ , существуют ограниченные смешанные производные [3]  $\partial^2 A^{-1}(t)/\partial t_j \partial t_i = \partial^2 A^{-1}(t)/\partial t_i \partial t_j \in L_\infty(T, L(H)), j \neq i, i, j = \overline{1,3}$ , ограниченные операторы  $(\partial A_i(t)/\partial t_i)A^{-1/2}(t), A_i(t)(\partial A^{-1}(t)/\partial t_i) \in L_\infty(T, L(H)), i = \overline{1,3}$ , и при всех  $t \in \bar{T}$  верна оценка

$$-\operatorname{Re}\left(\sum_{i=1}^3 (A_i(t)A^{-1}(t))^* v_i, v_1 + v_2 + v_3\right) \leq c_5 \sum_{i=1}^3 |A^{-1/2}(t)v_i|^2 \quad \forall v_i \in H, i = \overline{1,3}, c_5 \geq 0, \quad (12)$$

где  $(A_i(t)A^{-1}(t))^*$  – сопряженные операторы к ограниченным операторам  $A_i(t)A^{-1}(t)$  в  $H$ .

Если для некоторой функции  $v \in H$  выполняется тождество

$$\int_T (L(t)u, v) dt = 0 \quad \forall u \in D_0(L), \quad (13)$$

где множество  $D_0(L) = \{u \in D(L) : l_i u = 0, t^{(i)} \in \overline{T^{(i)}}, i = \overline{1,3}\}$ , то  $v = 0$ .

**Доказательство.** Поскольку ограничены частные производные операторов  $(\partial A_i(t)/\partial t_i)A^{-1/2}(t) \in L_\infty(T, L(H)), i = \overline{1,3}$ , которые входят в младшую часть нового уравнения, то благодаря методу продолжения по параметру (см. следствие 2) утверждение этой леммы достаточно доказать для оператора

$L_0(t)u \equiv \partial^2 u(t)/\partial t_2 \partial t_1 + \partial^2 u(t)/\partial t_3 \partial t_2 + \partial^2 u(t)/\partial t_3 \partial t_1 + \sum_{i=1}^3 (\partial(A_i(t)u(t))/\partial t_i) + A(t)u(t)$  вместо оператора  $L(t)$ . Поэтому вместо тождества (13) в тождестве

$$\int_T (L_0(t)u, v) dt = 0 \quad \forall u \in D_0(L)$$

полагаем  $u = A^{-1}(t)h$  для  $\forall h \in M = \{h \in H : \partial h/\partial t_i, \partial^2 h/\partial t_2 \partial t_1, \partial^2 h/\partial t_3 \partial t_1, \partial^2 h/\partial t_3 \partial t_2 \in H; h(t)|_{t_i=0} = 0, t^{(i)} \in \overline{T^{(i)}}, i = \overline{1,3}\}$  и получаем тождество

$$\int_T \left( \frac{\partial^3}{\partial t_3 \partial t_2 \partial t_1} \left[ \sum_{i=1}^3 J(t_i)A^{-1}(t)h + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^3 J(t_j)J(t_k)A_i(t)A^{-1}(t)h \right], v \right) dt = - \int_T (h, v) dt, \quad h \in M, \quad (14)$$

где интегральные операторы  $J(t_i)g = \int_0^{t_i} g(t)|_{t_i=\tau_i} d\tau_i, g \in H, i = \overline{1,3}$ . В тождестве (14) перед знаками сумм взят множитель  $1/2$ , так как в них каждое слагаемое суммируется дважды. Поскольку правая часть тождества (14) с помощью неравенства Коши–Буняковского оценивается сверху выражением  $\|h\|_0 \|v\|_0$ , где  $\|\cdot\|_0$  – норма в  $H$ , то по определению сопряженных операторов в гильбертовых



пространствах функция  $v \in H$  принадлежит области определения  $D((PS)^*)$  сопряженного оператора  $(PS)^*$  в  $H$  к произведению  $PS$ , где оператор  $S = \sum_{i=1}^3 J(t_i)A^{-1}(t) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, k \neq j}}^3 J(t_j)J(t_k)A_i(t)A^{-1}(t)$

ограничен в  $H$  и неограниченный оператор  $P = \partial^3 / \partial t_3 \partial t_2 \partial t_1$  с плотной областью определения  $D(P) = \{p \in H : \partial p / \partial t_i, \partial^2 p / \partial t_j \partial t_i, \partial^3 p / \partial t_k \partial t_j \partial t_i \in H ; p(t)|_{t_i=0} = 0,$

$t^{(i)} \in \overline{T^{(i)}}, i \neq j, i \neq k, j \neq k; i, j, k = \overline{1,3}\}$  замкнут в  $H$ . На этом основании в (14) переходим к сопряженному оператору  $(PS)^*$ , предельным переходом распространяем его по  $h$  с плотного множества  $M$  на все пространство  $H$  и имеем

$$\int_T h, (PS)^* v \, dt + \int_T h, v \, dt = 0 \quad \forall h \in H. \quad (15)$$

Применяем лемму 4 из [4] к этим операторам  $S$  и  $P$  в гильбертовом пространстве  $H = X = Y = Z$ . Известно, что сопряженным оператором к  $P = \partial^3 / \partial t_3 \partial t_2 \partial t_1 : H \supset D(P) \rightarrow H$  с областью определения  $D(P)$  является оператор  $P^* = -\partial^3 / \partial t_3 \partial t_2 \partial t_1 : H \supset D(P^*) \rightarrow H$  с областью определения  $D(P^*) = \{\tilde{p} \in H : \partial \tilde{p} / \partial t_i, \partial^2 \tilde{p} / \partial t_j \partial t_i, \partial^3 \tilde{p} / \partial t_k \partial t_j \partial t_i \in H ; \tilde{p}(t)|_{t_i=T_i} = 0, t^{(i)} \in \overline{T^{(i)}}, i \neq j, i \neq k, j \neq k; i, j, k = \overline{1,3}\}$ . Сопряженным оператором к  $S : H \rightarrow H$  очевидно является ограниченный оператор

$$S^* = \sum_{i=1}^3 A^{-1}(t)J^*(t_i) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, k \neq j}}^3 (A_i(t)A^{-1}(t))^* J^*(t_k)J^*(t_j),$$

где  $(A_i(t)A^{-1}(t))^*$  – сопряженные операторы к ограниченным операторам  $A_i(t)A^{-1}(t), t \in \overline{T}, i = \overline{1,3}$ , в  $H$  и  $J^*(t_i)\tilde{g}(t) = \int_{t_i}^{t_i} \tilde{g}(t)|_{t_i=\tau_i} d\tau_i, \tilde{g} \in H, i = \overline{1,3}$ , – сопряженные операторы к операторам  $J(t_i), i = \overline{1,3}$ ,

в  $H$ . Поэтому в силу формулы  $(PS)^* = \overline{S^*P^*}$  по лемме 4 из [4] и определения замыкания  $\overline{S^*P^*}$  произведения  $\tilde{M}_0^*(t) = (S^*P^*)(t)$  существует, по крайней мере, одна последовательность функций  $v_n \in D(\tilde{M}_0^*) = D(P^*)$  из множества

$$D(\tilde{M}_0^*) = \{v \in H : \partial v / \partial t_i, \partial^2 v / \partial t_j \partial t_i, \partial^3 v / \partial t_k \partial t_j \partial t_i \in H, v(t)|_{t_i=T_i} = 0,$$

$t^{(i)} \in \overline{T^{(i)}}, i \neq j, i \neq k, j \neq k; i, j, k = \overline{1,3}\}$ , что сходятся последовательности  $v_n \rightarrow v$  и  $M_0^*(t)v_n \rightarrow M_0^*(t)v$  сильно в  $H$  при  $n \rightarrow \infty$ . В пространстве  $H$  сужение  $M_0^*(t) = (PS)^*(t)$  на множество  $D(\tilde{M}_0^*)$  равно

$$M_0^*(t) = A^{-1}(t) \left[ \frac{\partial^2}{\partial t_2 \partial t_1} + \frac{\partial^2}{\partial t_3 \partial t_2} + \frac{\partial^2}{\partial t_3 \partial t_1} \right] - \sum_{i=1}^3 (A_i(t)A^{-1}(t))^* \frac{\partial}{\partial t_i}. \quad (16)$$

Дифференцированием граничных условий из  $D(\tilde{M}_0^*)$  находим для  $v_n \in D(\tilde{M}_0^*)$  граничные условия

$$v_n(t)|_{t_i=T_i} = 0, \quad (\partial v_n(t) / \partial t_j)|_{t_i=T_i} = 0, i \neq j, i, j = \overline{1,3}. \quad (17)$$

Пусть  $H_t^+$  – гильбертовы пространства, полученные наделением областей определения  $D(A^{1/2}(t))$  квадратного корня  $A^{1/2}(t)$  операторов  $A(t)$  эрмитовыми нормами  $|\cdot|_{(t)} = |A^{1/2}(t)\cdot|$ , и  $H_t^-$  – антидвойственные банаховы пространства к гильбертовым пространствам  $H_t^+$  с нормами  $|\cdot|_{(-t)}, t \in \overline{T}$ . Строим расширения  $\overline{A^{1/2}}(t), \overline{A^{-1/2}}, \overline{A}(t)$  и  $\overline{A^{-1}}(t)$  операторов  $A(t), A^{-1}(t)$  и их квадратных корней [6]. Обозначаем символом  $H^- = L_2(T, H_t^-)$  банахово пространство интегрируемых по Бохнеру с квадратом соответствующих норм функций. Теперь строим расширение оператора  $M_0^*(t)$ , действующего в  $H$ , до оператора  $\overline{M_0^*}(t)$ , действующего в  $H^-$ . Банаховы пространства  $H_t^-$  изометричны гильбертовым пространствам с негативными скалярными произведениями

$(g_1, g_2)_{(-t)} = (g_1, \overline{A^{-1}(t)g_2})$ ,  $\forall g_1, g_2 \in H_t^-$  [6]. Ввиду сильной сходимости  $M_0^*(t)v_n \rightarrow M_0^*(t)v$  операторов (16) в  $H$  при  $n \rightarrow \infty$ , непрерывности скалярного произведения и непрерывности  $\overline{A^{-1}(t)}$  из  $H^-$  в  $H$  для  $\forall h \in H$  имеем равенства

$$\begin{aligned} \int_T (h, M_0^*(t)v) dt &= \lim_{n \rightarrow \infty} \int_T \left( h, A^{-1}(t) \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \frac{\partial^2 v_n}{\partial t_j \partial t_i} - \sum_{i=1}^3 (A_i(t)A^{-1}(t))^* \frac{\partial v_n}{\partial t_i} \right) dt = \\ &= \int_T \left( h, \overline{A^{-1}(t)} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \frac{\partial^2 v_n}{\partial t_j \partial t_i} - \sum_{i=1}^3 \overline{A^{-1/2}(t)} (A_i(t)A^{-1/2}(t))^* \frac{\partial v_n}{\partial t_i} \right] \right) dt = \\ &= \int_T \left( h, \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \frac{\partial^2 v_n}{\partial t_j \partial t_i} - \sum_{i=1}^3 \overline{A^{-1/2}(t)} (A_i(t)A^{-1/2}(t))^* \frac{\partial v_n}{\partial t_i} \right] \right)_{(-t)} dt, \end{aligned} \quad (18)$$

так как благодаря ограниченности операторов  $A_i(t)A^{-1/2}(t)$  в  $H$  ограниченные операторы  $(A_i(t)A^{-1}(t))^* = A^{-1/2}(t)(A_i(t)A^{-1/2}(t))^*$  в  $H$  по непрерывности продолжаются до ограниченных операторов  $\overline{A^{-1/2}(t)}(A_i(t)A^{-1/2}(t))^*$ ,  $i=1,3$ , в  $H_t^-$ ,  $t \in T$ . Равенства (18) распространяем предельным переходом с  $h \in H$  на все  $h \in H^-$  и имеем слабую сходимость последовательности  $\{v_n, M_0^*(t)v_n\}$  к  $\{v, \overline{M_0^*(t)v}\}$  в произведении  $H \times H^-$  при  $n \rightarrow \infty$ , где в  $H^-$  сужение  $\overline{M_0^*(t)}$  на  $D(\tilde{M}_0^*)$  равно

$$\overline{M_0^*(t)} = \frac{\partial^2}{\partial t_2 \partial t_1} + \frac{\partial^2}{\partial t_3 \partial t_2} + \frac{\partial^2}{\partial t_3 \partial t_1} - \sum_{i=1}^3 \overline{A^{-1/2}(t)} (A_i(t)A^{-1/2}(t))^* \frac{\partial}{\partial t_i}. \quad (19)$$

В гильбертовых пространствах средние арифметические  $\{\epsilon_n, M_0^*(t)\epsilon_n\}$  членов некоторой подпоследовательности слабо сходящейся последовательности  $\{v_n, M_0^*(t)v_n\}$  всегда сильно сходятся к тому же пределу в  $H \times H^-$  при  $n \rightarrow \infty$ , т.е.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \epsilon_n = v$  сильно в  $H$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} M_0^*(t)\epsilon_n = \overline{M_0^*(t)v}$  сильно в  $H^-$  [7, с. 398]. Докажем сходимость частных производных первого порядка от функций  $\epsilon_n$  к частным производным первого порядка от функции  $v$  в  $H^-$  при  $n \rightarrow \infty$ . С этой целью значения операторов  $M_0^*(t)\epsilon_n$  вида (16) умножаем скалярно в  $H$  на функции  $-e^{c\gamma(t)} \partial \epsilon_n / \partial t_1 + \partial \epsilon_n / \partial t_2 + \partial \epsilon_n / \partial t_3$ ,  $c \geq 0$ ,  $\gamma(t) = t_1 + t_2 + t_3$ , интегрируем по  $t \in T$ , берем удвоенную вещественную часть и получаем равенство

$$\begin{aligned} -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( M_0^*(t)\epsilon_n, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_i} \right) dt &= -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( A^{-1}(t) \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \frac{\partial^2 \epsilon_n}{\partial t_j \partial t_i}, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_i} \right) dt + \\ &+ 2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( \sum_{i=1}^3 (A_i(t)A^{-1}(t))^* \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_i}, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_i} \right) dt. \end{aligned} \quad (20)$$

Интегрируя по частям один раз по  $t_i$  и  $t_j$ ,  $j \neq i$ , ввиду однородных условий (17) имеем три равенства

$$\begin{aligned} -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( A^{-1}(t) \frac{\partial^2 \epsilon_n}{\partial t_j \partial t_i}, \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_i} + \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_j} \right) dt &= \int_T e^{c\gamma(t)} \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_j} \right|_{t_i=0}^2 dt^{(i)} + \\ &+ \int_T e^{c\gamma(t)} \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_i} \right|_{t_j=0}^2 dt^{(j)} + c \int_T e^{c\gamma(t)} \left[ \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_i} \right|^2 + \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \epsilon_n}{\partial t_j} \right|^2 \right] dt + \end{aligned}$$

$$+ \int_T e^{c\gamma(t)} \left[ \left( \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_j} \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) + \left( \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_i} \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j} \right) \right] dt, \quad j \neq i; i, j = \overline{1, 3}. \quad (21)$$

Интегрированием по частям по  $t_k, k = \overline{1, 3}$ , получаем еще три равенства

$$\begin{aligned} & - \int_T e^{c\gamma(t)} \left( A^{-1}(t) \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_j \partial t_k}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt = \int_{T^{(k)}} e^{c\gamma(t)} \left( A^{-1}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) \Big|_{t_k=0} dt^{(k)} + \\ & + c \int_T e^{c\gamma(t)} \left( A^{-1}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt + \int_T e^{c\gamma(t)} \left( A^{-1}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j}, \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_i \partial t_k} \right) dt + \int_T e^{c\gamma(t)} \left( \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_k} \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt \end{aligned} \quad (22)$$

для всех  $i \neq k, j \neq k, i \neq j, i, j, k = \overline{1, 3}$ . Суммируем равенства (21) с вещественной частью равенств (22), применяем формулу квадрата нормы суммы, приводим подобные слагаемые и имеем равенство

$$\begin{aligned} & -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( A^{-1}(t) \left[ \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_2 \partial t_1} + \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_3 \partial t_2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_3 \partial t_1} \right], \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt = \\ & = \sum_{k=1}^3 \sum_{\substack{i, j=1 \\ k \neq i, k \neq j, j \neq i}}^3 \int_{T^{(k)}} e^{c\gamma(t)} \left[ \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|^2 + \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j} \right|^2 + \operatorname{Re} \left( A^{-1}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j} \right) \right] \Big|_{t_k=0} dt^{(k)} + \\ & + c \sum_{i=1}^3 \int_T e^{c\gamma(t)} \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|^2 dt + \frac{c}{2} \int_T e^{c\gamma(t)} \left[ \left| A^{-1/2}(t) \left( \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_2} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_3} \right) \right|^2 + \right. \\ & \left. + \left| A^{-1/2}(t) \left( \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_1} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_3} \right) \right|^2 + \left| A^{-1/2}(t) \left( \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_1} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_2} \right) \right|^2 \right] dt + \int_T e^{c\gamma(t)} \Phi_1(\mathfrak{E}_n, \mathfrak{E}_n) dt, \end{aligned} \quad (23)$$

где полуторалинейная форма  $\Phi_1(\mathfrak{E}_n, \mathfrak{E}_n)$  приводится к выражению

$$\frac{1}{2} \left[ \sum_{k=1}^3 \sum_{\substack{i, j=1 \\ k \neq i, k \neq j, j \neq i}}^3 \left( \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_i} \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_k} + \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_j} \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_k}, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_k} \right) + \sum_{k=1}^3 \sum_{\substack{i, j=1 \\ k \neq i, k \neq j, j \neq i}}^3 \left( \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_k} \left( \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j} \right), \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_j} \right) \right],$$

которое с помощью неравенства (4) оценивается снизу величиной  $-3c_3 \sum_{i=1}^3 \left| A^{-1/2}(t) (\partial \mathfrak{E}_n / \partial t_i) \right|^2$ .

При оценке снизу правой части равенства (23) опускаем неотрицательные интегралы следов при  $t_i = 0, i = \overline{1, 3}$ , применяем формулу  $|a+b|^2 + |b+c|^2 + |a+c|^2 = |a+b+c|^2 + |a|^2 + |b|^2 + |c|^2$  в  $H$ , используем указанную оценку снизу для формы  $\Phi_1(\mathfrak{E}_n, \mathfrak{E}_n)$  и приходим к неравенству

$$\geq \frac{3}{2} c - 2c_3 \int_T e^{c\gamma(t)} \sum_{i=1}^3 \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|^2 dt + \frac{c}{2} \int_T e^{c\gamma(t)} \left| A^{-1/2}(t) \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|^2 dt. \quad (24)$$

С помощью неравенства (12) находим

$$2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( \sum_{i=1}^3 (A_i(t) A^{-1}(t))^* \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i}, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt \geq -2c_5 \sum_{i=1}^3 \int_T e^{c\gamma(t)} \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|^2 dt. \quad (25)$$

Суммируя оценки (24) и (25), согласно равенству (20) и формуле (19) получаем соотношения

$$\begin{aligned} & \frac{c}{2} \int_T e^{c\gamma(t)} \left| \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|_{(-t)}^2 dt + \frac{3}{2} \left( c - 2c_3 - \frac{4c_5}{3} \right) \sum_{i=1}^3 \int_T e^{c\gamma(t)} \left| \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|_{(-t)}^2 dt \leq \\ & \leq -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( M_0^*(t) \mathfrak{E}_n, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_1} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_2} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_3} \right) dt = -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( \overline{A^{-1/2}(t)} \left[ \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_2 \partial t_1} + \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_3 \partial t_1} + \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_n}{\partial t_3 \partial t_2} - \right. \right. \end{aligned}$$

$$-\sum_{i=1}^3 \overline{A^{-1/2}(t)(A_i(t)A^{-1/2}(t))^*} \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \Big] , A^{-1/2}(t) \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \Big) dt = -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( M_0^*(t) \mathfrak{E}_n, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right)_{(-t)} dt, c \geq 0, \quad (26)$$

потому что в  $H_t^-$  скалярные произведения  $(g_1, g_2)_{(-t)} = \overline{A^{-1/2}(t)g_1}, A^{-1/2}(t)g_2), \forall g_1, g_2 \in H_t^-, t \in \overline{T}$  [6]. В (26) правую часть оцениваем сверху неравенством Коши–Буняковского и неравенством  $2ab \leq a^2 + b^2$ , приводим подобные слагаемые и при  $c = c_6 = \max\{2, 2c_3 + (4c_3/3)\} + 2/3$  имеем неравенство

$$\int_T \left( \left| \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_1} \right|_{(-t)}^2 + \left| \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_2} \right|_{(-t)}^2 + \left| \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_3} \right|_{(-t)}^2 \right) dt \leq e^{c_6(T_1+T_2+T_3)} \int_T |M_0^*(t) \mathfrak{E}_n|_{(-t)}^2 dt,$$

из которого ввиду сильной сходимости  $M_0^*(t) \mathfrak{E}_n \rightarrow \overline{M_0^*(t)v}$  в  $H^-$  следует сильная сходимость частных производных  $\partial \mathfrak{E}_n / \partial t_i \rightarrow \partial v / \partial t_i, i = \overline{1,3}$ , в  $H^-$  при  $n \rightarrow \infty$ . Поэтому с помощью формул (19) и (15) мы можем вычислить сильный предел значений слагаемых оператора  $M_0^*(t) \mathfrak{E}_n$  в  $H^-$  при  $n \rightarrow \infty$  и построить расширение  $\overline{L_0^*(t)} = \overline{M_0^*(t)} + \overline{A(t)}$  в  $H^-$  оператора  $L_0^*(t) = M_0^*(t) + I$  в  $H$ .

Умножаем значения  $L_0^*(t) \mathfrak{E}_n$  скалярно в  $H$  на функции  $-e^{c\gamma(t)}(\partial \mathfrak{E}_n / \partial t_1 + \partial \mathfrak{E}_n / \partial t_2 + \partial \mathfrak{E}_n / \partial t_3)$ , интегрируем по  $t \in T$ , берем удвоенную вещественную часть и имеем равенство

$$-2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( L_0^*(t) \mathfrak{E}_n, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt = -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( M_0^*(t) \mathfrak{E}_n, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt - 2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( \mathfrak{E}_n, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt. \quad (27)$$

Интегрируем по частям один раз по  $t_i$  и благодаря однородным условиям (17) на функции  $\mathfrak{E}_n$  имеем

$$-2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( \mathfrak{E}_n, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right) dt = \int_T e^{c\gamma(t)} |\mathfrak{E}_n|^2 \Big|_{t_i=0} dt^{(i)} + c \int_T e^{c\gamma(t)} |\mathfrak{E}_n|^2 dt \geq c \int_T e^{c\gamma(t)} |\mathfrak{E}_n|^2 dt, i = \overline{1,3}. \quad (28)$$

Учитывая ранее сделанные оценки (24)–(26) и оценку (28), из равенства (27) выводим неравенство

$$\begin{aligned} 3c \int_T e^{c\gamma(t)} |\mathfrak{E}_n|^2 dt + \frac{c}{2} \int_T e^{c\gamma(t)} \left| \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|_{(-t)}^2 dt + \frac{3}{2} \left( c - 2c_3 - \frac{4c_5}{3} \right) \sum_{i=1}^3 \int_T e^{c\gamma(t)} \left| \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_i} \right|_{(-t)}^2 dt \leq \\ \leq -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( L_0^*(t) \mathfrak{E}_n, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_1} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_2} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_3} \right) dt, \end{aligned}$$

из которого при постоянной  $c = c_7 = 2c_3 + (4c_5/3) + (1/3)$  следует неравенство

$$\int_T |\mathfrak{E}_n|^2 dt \leq -2\operatorname{Re} \int_T e^{c\gamma(t)} \left( L_0^*(t) \mathfrak{E}_n, \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_1} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_2} + \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t_3} \right) dt.$$

Ввиду сильной сходимости  $L_0^*(t) \mathfrak{E}_n = M_0^*(t) \mathfrak{E}_n + \mathfrak{E}_n \rightarrow \overline{L_0^*(t)v} = 0$ ,  $\partial \mathfrak{E}_n / \partial t_i \rightarrow \partial v / \partial t_i, i = \overline{1,3}$ , в  $H^-$  для правой и  $\mathfrak{E}_n \rightarrow v$  в  $H$  для левой частей при  $n \rightarrow \infty$ , отсюда следует, что  $v = 0$ . Лемма 2 доказана.

Существование сильных решений исходной задачи Гурса дает

**Теорема 2.** Пусть выполняются предположения леммы 2 и условие

IV. При всех  $t \in \overline{T}$  для операторов  $\partial A^{-1}(t) / \partial t_i$  существуют не зависящие от  $g, h$  функции  $d_i(t) \geq 0, i = \overline{1,3}$ , что  $d_i(t) < 2, i = \overline{1,3}$ , и выполняются неравенства

$$\left| (\partial A^{-1}(t) / \partial t_i) g, h \right| \leq d_i(t) \|g\| A^{-1/2}(t) \|h\| \forall g, h \in H, i = \overline{1,3}. \quad (29)$$

Тогда для каждого  $\Phi = \{f, \psi_1, \psi_2, \psi_3\} \in F$  сильное решение  $u \in E$  задачи Гурса (1), (2) существует, единственно и удовлетворяет оценке  $\|u\|_E^2 \leq c_4 \|\Phi\|_F^2$ .

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Итак, пусть некоторый элемент  $\Phi = \{v, \psi_1, \psi_2, \psi_3\} \neq 0$  сопряженного пространства  $F' = H \times H_1 \times H_2 \times H_3$  ортогонален множеству  $R(L)$ , т.е.

$$\int_T (L(t)u, v) dt + (l_1 u, \psi_1)_1 + (l_2 u, \psi_2)_2 + (l_3 u, \psi_3)_3 = 0 \quad \forall u \in D(L), \quad (30)$$

где  $(\cdot, \cdot)_i$  – скалярные произведения в  $H_i, i = \overline{1, 3}$ . Применение леммы 2 в тождестве (30) дает равенство  $(l_1 u, \psi_1)_1 + (l_2 u, \psi_2)_2 + (l_3 u, \psi_3)_3 = 0 \quad \forall u \in D(L)$ . Благодаря дифференцируемости операторов  $A^{-1}(t)$  и условиям согласования в этом равенстве можно положить  $u = A^{-1}(t)(\psi_1(t_2, t_3) + \psi_2(t_1, t_3) + \psi_3(t_1, t_2) - \psi_1(0, t_3) - \psi_2(t_1, 0) - \psi_3(0, t_2) + \psi_1(0, 0))$  и иметь для  $j \neq i, j \neq k, k \neq i; j, k = \overline{1, 3}$ , равенство

$$\sum_{i=1}^3 \int_{T^{(i)}} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_j} \psi_i(t^{(i)}), \frac{\partial \psi_i(t^{(i)})}{\partial t_j} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial A^{-1}(t)}{\partial t_k} \psi_i(t^{(i)}), \frac{\partial \psi_i(t^{(i)})}{\partial t_k} \right) + \frac{1}{2} \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \psi_i(t^{(i)})}{\partial t_j} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| A^{-1/2}(t) \frac{\partial \psi_i(t^{(i)})}{\partial t_k} \right|^2 + |\psi_i(t^{(i)})|^2 \right]_{t_i=0} dt^{(i)} = 0.$$

В силу оценки (29) и условий согласования на данные Гурса  $\psi_1(t^{(1)}), \psi_2(t^{(2)})$  и  $\psi_3(t^{(3)})$  отсюда получаем неравенство  $\sum_{i=1}^3 \int_{T^{(i)}} 1 - (d_i^2(t)/4) |\psi_i(t^{(i)})|^2 dt^{(i)} \leq 0$ , из которого при  $d_i(t) < 2$  следует, что  $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0$  и  $\psi_3 = 0$ . Оценка для решений  $u$  вытекает из неравенства (5). Теорема 2 доказана.

На основании энергетического неравенства (возможно, с большей  $c_4$ ) для полного дифференциально-операторного уравнения стандартным методом продолжения по параметру доказывается

**Следствие 2.** В предположениях теоремы 2 для всех  $f \in H$ ,  $\phi_i \in H_i, i = \overline{1, 3}$ , существуют единственные непрерывно зависящие от правых частей  $f$  и данных Гурса  $\phi_1, \phi_2$  и  $\phi_3$  сильные решения гиперболического дифференциально-операторного уравнения с младшими членами

$$L(t)u(t) + \sum_{i=1}^3 B_i(t)(\partial u(t)/\partial t_i) + B_0(t)u(t) = f(t)$$

при условиях Гурса (2), если ограничены линейные операторы  $B_i(t), B_0(t)A^{-1/2}(t) \in L_\infty(T, L(H)), i = \overline{1, 3}$ .

**3. Частично характеристическая краевая задача для трехмерного гиперболического уравнения при нестационарных граничных условиях.** В ограниченной области  $G = ]0, T_1[ \times ]0, T_2[ \times ]0, T_3[ \times ]0, l[$  независимых переменных  $t_1, t_2, t_3, x$  изучена корректность уравнения

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t_j \partial t_i} + \sum_{i=1}^3 a_i(t, x) \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x \partial t_i} - a \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + \sum_{i=1}^3 b_i(t, x) \frac{\partial u(t, x)}{\partial t_i} + b_0(t, x) \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} + d_0(t, x)u(t, x) = f(t, x), a > 0, \quad (31)$$

при зависящих от трехмерного времени  $t = \{t_1, t_2, t_3\} \in T$  граничных условиях

$$\partial u(t, 0)/\partial x - \alpha_1(t)u(t, 0) = 0, \quad \partial u(t, l)/\partial x + \alpha_2(t)u(t, l) = 0, \quad t \in T, \quad (32)$$

и согласованных условиях типа Гурса по трехмерному времени

$$u(t, x)|_{t_i=0} = \phi_i(t^{(i)}, x), t^{(i)} \in T^{(i)}, x \in ]0, l[, i = \overline{1, 3}. \quad (33)$$

Пространством сильных решений является банахово пространство  $E(G)$ , полученное замыканием множества  $D(G) = \{u \in W_2^2(G) : \partial u(t, 0)/\partial x - \alpha_1(t)u(t, 0) = \partial u(t, l)/\partial x + \alpha_2(t)u(t, l) = 0, t \in \overline{T}\}$  по

норме  $\|u\|_{E(G)} = \left\{ \sup_{t \in T} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^3 \int_0^{T_j} \int_0^{T_i} \left[ (1/2) \|(\partial u / \partial t_i)\|_0^2 + (1/2) \|(\partial u / \partial t_j)\|_0^2 + \|A^{1/2}(t)u\|^2 \right] dt_j dt_i \right\}^{1/2}$ , где  $\|\cdot\|_0$  – норма

в  $L_2(0, l)$ . Пространство исходных данных – гильбертово пространство

$F(G) = L_2(G) \times \prod_{i=1}^3 W_2^1(T^{(i)} \times ]0, l[$  таких функций  $\{f(t, x), \phi_1(t^{(1)}), \phi_2(t^{(2)}), \phi_3(t^{(3)})\}$ , что

$\phi_2(t_1, 0, x) = \phi_3(t_1, 0, x), \quad \phi_1(t_2, 0, x) = \phi_3(0, t_2, x), \quad \phi_1(0, t_3, x) = \phi_2(0, t_3, x), t \in T, x \in ]0, l[,$  где  $\mathcal{W}_2^1(T^{(i)} \times ]0, l[$  – замыкания значений функций из  $D(G)$  при  $t_i = 0$  по норме

$$\|\phi_i(t^{(i)})\|_i = \int_{T^{(i)}} (3/2) \|\partial \phi / \partial t_j\|_0^2 + (3/2) \|\partial \phi / \partial t_k\|_0^2 + \|A^{1/2}(t) \phi_i\|_{t_i=0}^2 dt_j dt_k^{1/2},$$

$i, j, k = \overline{1, 3}$ . Проверкой предположений теоремы 2 и следствия 2 установлена

**Теорема 3.** Пусть  $a_1(t, x) \in C^{(1)}(\overline{G}), a_1(t, 0) = 0, a_1(t, l) \geq 0, t \in \overline{T}, b_i(t, x), d_0(t, x) \in C(\overline{G}), i = \overline{0, 3}, \alpha_i(t) \in C^{(2)}(\overline{T}), \alpha_i(t) \geq 0, i = 1, 2, \alpha_1(t) + \alpha_2(t) \neq 0, d_i(t) < 2, \forall t \in \overline{T},$  где  $d_i(t) = al(l^2 + 1)[|\partial q_1(t) / \partial t_i +$

$$+ \partial(\alpha_1(t) q_1(t)) / \partial t_i + l |\partial q_2(t) / \partial t_i| +$$

$l |\partial(\alpha_1(t) q_2(t)) / \partial t_i|] \max_{t \in T} \{1 + \alpha_1(t), 1 + \alpha_2(t)\}$ . Тогда частично характеристическая краевая задача

(31)–(33) для всех  $f(t, x) \in L_2(G), \phi_i(t^{(i)}, x) \in \mathcal{W}_2^1(T^{(i)} \times ]0, l[, i = \overline{1, 3}$ , имеет единственные сильные решения  $u \in E(G)$ , непрерывно зависящие от  $f, \phi_1, \phi_2$  и  $\phi_3$ .

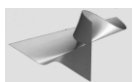
**Заключение.** Развитием метода энергетических неравенств доказана корректность задачи Гурса (1), (2). Для единственности и устойчивости ее сильных решений выведено энергетическое неравенство. Существование сильных решений получено новым методом расширения операторов в негативные пространства, который требует меньше ограничений, чем регуляризирующие задачи Коши в [2].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бриш, Н.И. Задача Гурса для абстрактных линейных дифференциальных уравнений второго порядка / Н.И. Бриш, Н.И. Юрчук // Дифференц. уравнения. – 1971. – Т. 7, № 6. – С. 1017–1030.
2. Ломовцев, Ф.Е. Задача Гурса для двумерных гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями / Ф.Е. Ломовцев, А.В. Мотевич // Дифференц. уравнения. – 2012. – Т. 48, № 1. – С. 44–54.
3. Крейн, С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве / С.Г. Крейн. – М., 1967. – 464 с.
4. Ломовцев, Ф.Е. О необходимых и достаточных условиях однозначной разрешимости задачи Коши для гиперболических дифференциальных уравнений второго порядка с переменной областью определения операторных коэффициентов / Ф.Е. Ломовцев // Дифференц. уравнения. – 1992. – Т. 28, № 5. – С. 873–886.
5. Ломовцев, Ф.Е. Дифференцирование и интегрирование по параметру неограниченных переменных операторов с переменными областями определения / Ф.Е. Ломовцев // Докл. НАН Беларуси. – 1999. – Т. 43, № 1. – С. 13–15.
6. Березанский, Ю.М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов / Ю.М. Березанский. – Киев: Наукова думка, 1965. – 798 с.
7. Фридман, А. Уравнения с частными производными параболического типа / А. Фридман. – М.: Мир, 1968. – 427 с.

Поступила в редакцию 15.01.2013. Принята в печать 20.02.2013.

Адрес для корреспонденции: 220050, г. Минск, пр-т Независимости, д. 4, БГУ, кафедра математической кибернетики, e-mail: lomovcev@bsu.by – Ломовцев Ф.Е.



## О полугруппе $\pi$ -нормальных классов Фиттинга

**Н.В. Савельева**

*Учреждение образования «Брестский государственный университет  
имени А.С. Пушкина»*

*В настоящей работе для всякого непустого множества  $\pi$  простых чисел вводится понятие  $\pi$ -нормального класса Фиттинга как класса Фиттинга, нормального в классе  $\in_{\pi}$  всех конечных  $\pi$ -групп, и исследуется вопрос о  $\pi$ -нормальности произведения классов Фиттинга конечных  $\pi$ -групп. Установлено, что произведение двух классов Фиттинга конечных  $\pi$ -групп является  $\pi$ -нормальным классом Фиттинга при условии, что  $\pi$ -нормален второй сомножитель. Полученный результат позволяет выяснить, является ли полугруппой алгебра  $\langle \mathcal{P}, \cdot \rangle$ , где  $\mathcal{P}$  обозначает множество всех  $\pi$ -нормальных классов Фиттинга и « $\cdot$ » есть операция умножения классов Фиттинга. Основная теорема данной статьи расширяет известный результат Лауэ о нормальности произведения произвольного класса Фиттинга конечных групп и класса Фиттинга, нормального в классе  $\in$  всех конечных групп.*

**Ключевые слова:** класс Фиттинга,  $\pi$ -нормальный класс Фиттинга, произведение классов Фиттинга, полугруппа  $\pi$ -нормальных классов Фиттинга, класс всех конечных  $\pi$ -групп.

## On the semigroup of $\pi$ -normal Fitting classes

**N.V. Savelyeva**

*Educational establishment «Brest State Pushkin University»*

*In this paper for every non empty  $\pi$ -multitude of primes the concept of  $\pi$ -normal Fitting class as a Fitting class, normal in  $\in_{\pi}$  class of all finite  $\pi$ -groups is introduced. The issue of  $\pi$  normality of Fitting classes of finite  $\pi$ -groups product is studied. It is established that the product of two Fitting classes of finite  $\pi$ -groups is a  $\pi$ -normal Fitting class, if the second multiplier is a  $\pi$ -normal Fitting class. This property signifies that the algebra  $\langle \mathcal{P}, \cdot \rangle$  is a semigroup, where  $\mathcal{P}$  is the set of all  $\pi$ -normal Fitting classes and « $\cdot$ » is the multiplication operation of Fitting classes. The main theorem of this paper extends the known Laue's result on the conditions for products of Fitting classes of finite groups to be normal in the class  $\in$  of all finite groups.*

**Key words:** Fitting class,  $\pi$ -normal Fitting class, product of Fitting classes, semigroup of  $\pi$ -normal Fitting classes, class of all finite  $\pi$ -groups.

В исследованиях алгебры классов конечных групп особое внимание уделяется выделению и описанию различных семейств классов групп, в частности, нормальных классов групп. Напомним, что понятие нормального класса было введено Блессенолем и Гашюцом [1] для классов Шунка и классов Фиттинга в классе  $\leq$  всех конечных разрешимых групп. Согласно [1], класс Фиттинга  $\mathcal{F}$  называется нормальным, если в любой конечной разрешимой группе  $G$  ее  $\mathcal{F}$ -инъекторы являются в ней нормальными подгруппами. В дальнейшем понятие нормальности было расширено введением так называемых локально нормальных (или  $\times$ -нормальных) классов Фиттинга, и, прежде всего,  $\pi$ -нормальных классов (см. [2] или IX.2.13 (b) [3], а также с. 704, 708 [3]).

Известный результат Лауша [4] об изоморфизме решетки всех нормальных классов Фиттинга и решетки всех подгрупп некоторой бесконечной абелевой группы (группы Лауша класса  $\leq$  всех конечных разрешимых групп) инициировал систематическое изучение нормальных классов Фиттинга и их приложений в теории классов групп. В классе  $\leq$  известен ряд изящных свойств нормальных классов Фиттинга. В частности, Косси [5] установлено, что произведение классов Фиттинга  $\mathcal{F}$  и  $\mathcal{H}$  является  $\leq$ -нормальным, если хотя бы один из сомножителей является нормальным в  $\leq$ . Следовательно, ввиду ассоциативности операции умножения классов Фиттинга, алгебра  $\langle \mathcal{P}, \cdot \rangle$  является полугруппой ( $\mathcal{P}$  – множество всех  $\leq$ -нормальных классов Фиттинга, « $\cdot$ » – операция умножения классов Фиттинга). Отметим, что на случай конечных разрешимых  $\pi$ -групп указанный выше ре-

зультат Косси был расширен в работе [6] ( $\pi$  – непустое множество простых чисел). В связи с этим естественен вопрос о том, сохраняется ли такое свойство алгебры при переходе от конечных разрешимых групп к произвольным конечным группам. В данном направлении Лауэ [2] было установлено, что произведение подклассов Фиттинга класса  $\mathcal{E}$  всех конечных групп является  $\mathcal{E}$ -нормальным, если  $\mathcal{E}$ -нормален второй сомножитель. Если класс Фиттинга  $\mathcal{F}$  нормален в классе  $\mathcal{E}_\pi$  всех конечных  $\pi$ -групп, то класс  $\mathcal{F}$  мы называем  $\pi$ -нормальным. Выяснить, является ли полугруппой алгебра  $\langle \mathcal{P}, \cdot \rangle$ , где  $\mathcal{P}$  обозначает множество всех  $\pi$ -нормальных классов Фиттинга, позволяет основной результат настоящей работы.

Все рассматриваемые группы являются конечными. В определениях и обозначениях мы следуем [3].

**1. Предварительные сведения.** Приведем вначале некоторые известные определения и результаты теории групп, которые мы будем использовать.

Напомним, что если  $M$  – непустое подмножество группы  $G$ , то централизатором  $C_G(M)$  множества  $M$  в группе  $G$  называется совокупность всех элементов группы  $G$ , перестановочных с каждым элементом множества  $M$ , т.е.  $C_G(M) = \{g \in G \mid gm = mg \ \forall m \in M\}$ . Говорят (см., например, с. 60 [7]), что множество  $B \subseteq G$  централизует непустое подмножество  $A$  группы  $G$ , если  $B \subseteq C_G(A)$ . Централизатор  $C_G(G)$  называется центром группы  $G$  и обозначается  $Z(G)$ .

Основные свойства централизаторов сформулируем в качестве следующей леммы.

**Лемма 1.1.** *Справедливы следующие утверждения:*

1) (см. с. 70 [8]) *если  $H$  – нормальная подгруппа группы  $G$ , то централизатор  $C_G(H)$  нормален в  $G$ ;*

2) (см. с. 60 [7]) *если  $A$  – подмножество группы  $G$ , то  $A \leq Z(G)$  в точности тогда, когда  $C_G(A) = G$ ;*

3) (см. с. 19 [9]) *если нормальные подгруппы  $H$  и  $K$  группы  $G$  таковы, что  $K \leq H$ , то централизатор  $C_G(H/K) = \langle g \in G \mid g^{-1}h^{-1}gh \in K, h \in H \rangle$  является нормальной подгруппой группы  $G$ .*

Напомним также, что неединичная группа  $G$  называется простой, если она не содержит нетривиальных нормальных подгрупп.

Если  $H$  – подгруппа группы  $G$  и  $\alpha(H) = H$  для всех  $\alpha \in \text{Aut } G$ , то  $H$  называется характеристической подгруппой группы  $G$ . Группу, в которой не существует нетривиальных характеристических подгрупп, называют характеристически простой.

Хорошо известны (см., например, утверждения А.4.13 (а) [3] или 1.7.3 [7]) признаки и свойства характеристически простых групп, из которых необходимые нам мы приводим в качестве ниже следующей леммы, доказательство первого утверждения которой очевидно.

**Лемма 1.2.** *Справедливы следующие утверждения:*

1) *минимальная нормальная подгруппа является характеристически простой;*

2) (см. А.4.13 (а) [3]) *характеристически простая группа разлагается в прямое произведение изоморфных простых групп.*

Сформулируем теперь определения основных понятий теории классов Фиттинга и приведем известные их свойства, которые нам понадобятся в дальнейшем.

Класс групп  $\mathcal{F}$  называется классом Фиттинга, если каждая нормальная подгруппа любой группы  $G$  из  $\mathcal{F}$  также принадлежит  $\mathcal{F}$ , и из того, что нормальные подгруппы  $M$  и  $N$  группы  $G$  принадлежат  $\mathcal{F}$ , всегда следует, что их произведение  $MN$  принадлежит  $\mathcal{F}$ . Из определения класса Фиттинга вытекает понятие  $\mathcal{F}$ -радикала произвольной группы, которое определяется для каждого непустого класса Фиттинга  $\mathcal{F}$  как произведение всех ее нормальных  $\mathcal{F}$ -подгрупп, а именно: если класс Фиттинга  $\mathcal{F}$  не пуст, то подгруппу  $G_{\mathcal{F}}$  группы  $G$  называют ее  $\mathcal{F}$ -радикалом, если она является наибольшей из нормальных  $\mathcal{F}$ -подгрупп группы  $G$ .

Понятие  $\mathcal{F}$ -радикала группы является ключевым в теории классов Фиттинга и используется в выделении и исследовании многих семейств классов Фиттинга. Так, например, с помощью  $\mathcal{F}$ -радикала определяются нормальные классы Фиттинга. При этом неединичный класс Фиттинга  $\mathcal{F}$  называется нормальным в классе Фиттинга  $\mathcal{X}$  или  $\mathcal{X}$ -нормальным (этот факт обозначается  $\mathcal{F} \trianglelefteq \mathcal{X}$ ), если  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{X}$  и для любой  $\mathcal{X}$ -группы  $G$  ее  $\mathcal{F}$ -радикал  $G_{\mathcal{F}}$  является  $\mathcal{F}$ -максимальной подгруппой в группе



Г. Отметим, что первоначально нормальные классы Фиттинга были введены [1] в классе  $\mathcal{S}$  всех разрешимых групп посредством инъекторов групп.

В терминах радикалов групп определяются произведения классов Фиттинга. Если  $\mathcal{F}$  и  $\mathcal{H}$  – классы Фиттинга, то их произведение – это класс групп  $\mathcal{F}\mathcal{H} = \{G \in \mathcal{E} : G/G_{\mathcal{F}} \in \mathcal{H}\}$ , который также является классом Фиттинга (см. с. 566 [3]).

Основные свойства радикалов и произведений классов Фиттинга характеризуют следующие две леммы.

**Лемма 1.3** [3]. Пусть  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{X}$  и  $\mathcal{Y}$  – непустые классы Фиттинга. Для любой группы  $G$  справедливы следующие утверждения:

- 1)  $G_{\mathcal{F}} = G$  в точности тогда, когда  $G \in \mathcal{F}$ ;
- 2) если  $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{Y}$ , то  $G_{\mathcal{X}} \leq G_{\mathcal{Y}}$ ;
- 3) (см. IX.1.1(a) [3]) если  $N$  – субнормальная подгруппа группы  $G$ , то  $N_{\mathcal{F}} = N \cap G_{\mathcal{F}}$ ;
- 4) (см. IX.1.12(b) [3]) имеет место равенство  $(G/G_{\mathcal{X}})_{\mathcal{Y}} = G_{\mathcal{X}\mathcal{Y}}/G_{\mathcal{X}}$ .

Доказательство первого и второго утверждения леммы осуществляется непосредственной проверкой.

Напомним, что класс групп  $\mathcal{F}$  называется гомоморфом (или  $\mathcal{Q}$ -замкнутым классом), если каждая факторгруппа любой группы из  $\mathcal{F}$  принадлежит  $\mathcal{F}$ .

**Лемма 1.4** [3, с. 566]. Пусть  $\mathcal{F}$  и  $\mathcal{H}$  – классы Фиттинга. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) если класс  $\mathcal{H}$  не пуст, то  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{F}\mathcal{H}$ ;
- 2) если  $\mathcal{H}$  – гомоморф и класс  $\mathcal{F}$  не пуст, то  $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{F}\mathcal{H}$ ;
- 3) операция умножения классов Фиттинга ассоциативна.

В теории классов Фиттинга для разнообразных целей в доказательствах широко используются операторы « $\ast$ » и « $\ast\ast$ », которые были определены Локеттом [10] следующим образом: для каждого непустого класса Фиттинга  $\mathcal{F}$  посредством оператора « $\ast$ » сопоставляется класс  $\mathcal{F}^{\ast}$  как наименьший из классов Фиттинга, содержащий  $\mathcal{F}$ , такой, что для всех групп  $G$  и  $H$  справедливо равенство

$$(G \times H)_{\mathcal{F}^{\ast}} = G_{\mathcal{F}^{\ast}} \times H_{\mathcal{F}^{\ast}}.$$

Класс  $\mathcal{F}^{\ast}$  определяется как пересечение всех таких классов Фиттинга  $\mathcal{X}$ , что  $\mathcal{X}^{\ast} = \mathcal{F}^{\ast}$ . Напомним также, что секцией Локетта непустого класса Фиттинга  $\mathcal{F}$  называется множество всех таких классов Фиттинга  $\mathcal{X}$ , для которых  $\mathcal{X}^{\ast} = \mathcal{F}^{\ast}$ .

**2. Основной результат.** Расширяя понятие  $\mathcal{E}$ -нормальности классов Фиттинга на случай  $\pi$ -групп, неединичный класс Фиттинга  $\mathcal{F}$  будем называть  $\pi$ -нормальным, если  $\mathcal{F} \leq \mathcal{E}_{\pi}$ , где  $\pi$  обозначает непустое множество простых чисел и  $\mathcal{E}_{\pi}$  есть класс всех  $\pi$ -групп.

Блессенолем и Гашюцом было установлено [1], что существует нетривиальный наименьший  $\mathcal{S}$ -нормальный класс Фиттинга, которым является  $\mathcal{S}_{\ast}$  – минимальный элемент секции Локетта класса  $\mathcal{S}$ . Данное утверждение было впоследствии расширено в работе [6] на случай  $\pi$ -групп. Отметим, что дальнейшее расширение результата Блессеноля–Гашюца о наименьшем нормальном классе Фиттинга на случай класса  $\mathcal{E}_{\pi}$  произвольных  $\pi$ -групп невозможно, поскольку не все  $\pi$ -нормальные классы Фиттинга попадают в секцию Локетта класса  $\mathcal{E}_{\pi}$ . Однако с использованием другой техники доказательства Лауэ были установлены (см. 2.5 (b) [2] или X.3.26 [3]) существование и нетривиальность наименьшего  $\pi$ -нормального класса Фиттинга, которым является класс  $(\mathcal{S}_{\pi})_{\ast} \mathcal{D}_{\pi}$ , где  $\mathcal{D}_{\pi}$  – класс всех тех  $\pi$ -групп, которые разлагаются в прямое произведение простых подгрупп, и  $(\mathcal{S}_{\pi})_{\ast}$  – минимальный элемент секции Локетта класса  $\mathcal{S}_{\pi}$  всех разрешимых  $\pi$ -групп. Примечателен тот факт, что, как установлено в [11], класс  $(\mathcal{S}_{\pi})_{\ast}$  является наименьшим  $\pi$ -нормальным классом Фиттинга в универсуме  $\mathcal{S}_{\pi}$  всех разрешимых  $\pi$ -групп.

При доказательстве основной теоремы настоящей работы мы будем использовать результат Лауэ о наименьшем  $\mathfrak{E}$ -нормальном классе Фиттинга  $(\mathfrak{S}_\pi)_*\mathfrak{D}_\pi$ , который сформулируем ниже в качестве леммы 2.1.

**Лемма 2.1** [2]. Пусть  $\pi$  – непустое множество простых чисел и  $\mathfrak{D}_\pi$  обозначает класс всех тех  $\pi$ -групп, которые разлагаются в прямое произведение простых подгрупп. Существует единственный нетривиальный наименьший  $\pi$ -нормальный класс Фиттинга, которым является  $(\mathfrak{S}_\pi)_*\mathfrak{D}_\pi$ .

Напомним также, что множество  $\text{Char}(\chi)$ , называемое характеристикой класса  $\chi$ , определяется для любого класса групп  $\chi$  следующим образом:

$$\text{Char}(\chi) = \{p \mid p \in \mathbb{P}, Z_p \in \chi\},$$

где  $\mathbb{P}$  обозначает множество всех простых чисел.

Известное свойство  $\chi$ -нормальных классов Фиттинга представлено ниже.

**Лемма 2.2** (см. X.3.2 [3]). Пусть  $\chi$  – класс групп такой, что  $\chi^2 = \chi \neq (1)$ , и пусть  $\mathfrak{F}$  –  $\chi$ -нормальный класс Фиттинга. Тогда  $\mathfrak{F}$  содержит все простые  $\chi$ -группы и, если  $\text{Char}(\chi) = \pi$ , то  $N_\pi \subseteq \mathfrak{F}$ , где  $N_\pi$  обозначает класс всех нильпотентных  $\pi$ -групп.

Основной результат настоящей работы представляет следующая теорема.

**Теорема 2.3.** Пусть  $\pi$  – непустое множество простых чисел, классы Фиттинга  $\chi$  и  $\gamma$  таковы, что  $\chi \subseteq \mathfrak{E}_\pi$  и  $\gamma \subseteq \mathfrak{E}_\pi$ . Тогда  $\chi\gamma$  –  $\pi$ -нормальный класс Фиттинга.

**Доказательство.** Пусть  $\gamma$  –  $\pi$ -нормальный класс Фиттинга. Предположим, что произведение  $\mathfrak{E}_\pi$ -классов Фиттинга  $\chi$  и  $\gamma$  не является  $\pi$ -нормальным классом. Тогда существует  $\pi$ -группа  $G$  минимального порядка, у которой найдется подгруппа  $H \in \chi\gamma$  такая, что  $G_{\chi\gamma} < H \leq G$ .

Заметим, что  $G_{\chi\gamma} < H$ , и тогда  $G_\chi < G_{\chi\gamma} < H$ . Отсюда по теореме о соответствии (см., например, теорему 4.12 [12, с. 32]) получаем  $G_{\chi\gamma}/G_\chi < H/G_\chi$ . Но по утверждению 4) леммы 1.3 имеет место равенство  $G_{\chi\gamma}/G_\chi = (G/G_\chi)_\gamma$ . Следовательно,  $(G/G_\chi)_\gamma < H/G_\chi$ . Но так как по условию  $H \in \chi\gamma$ , то по определению произведения классов Фиттинга  $H/H_\chi \in \gamma$ .

Заметим, что  $H_\chi > G_\chi$ . Действительно, случай  $H_\chi = G_\chi$  невозможен, потому что тогда из равенства  $H/G_\chi = H/H_\chi$  последует, что  $H/G_\chi \in \gamma$ . Это означает, что  $(G/G_\chi)_\gamma < H/G_\chi \in \gamma$ , т.е. получаем противоречие с  $\pi$ -нормальностью класса  $\gamma$ . Если же принять  $H_\chi < G_\chi$ , то  $H_\chi < G_\chi < G_{\chi\gamma} < H$ . Отсюда  $|H/G_\chi| < |H/H_\chi|$ . Кроме того, из  $H_\chi < G_\chi < G_{\chi\gamma} < H$  по теореме о соответствии  $|G_{\chi\gamma}/G_\chi| < |H/G_\chi|$ . Таким образом, с учетом утверждения 4) леммы 1.3 имеем  $|(G/G_\chi)_\gamma| < |H/G_\chi| < |H/H_\chi|$ . Но  $H/H_\chi \in \gamma$ . Итак, снова  $(G/G_\chi)_\gamma$  не является  $\gamma$ -максимальной подгруппой в  $G/G_\chi$ , что означает противоречие с  $\pi$ -нормальностью класса  $\gamma$ . Остается единственная возможность, что  $H_\chi > G_\chi$ .

Покажем, что  $H_\chi \cap G_{\chi\gamma} = G_\chi$ . По утверждению 1) леммы 1.4  $\chi \subseteq \chi\gamma$ . Значит, по утверждению 2) леммы 1.3  $G_\chi \leq G_{\chi\gamma}$ . Отсюда с учетом  $G_\chi < H_\chi$  получаем, что  $G_\chi \leq H_\chi \cap G_{\chi\gamma}$ . Но  $H_\chi \cap G_{\chi\gamma} \in \chi$  и  $H_\chi \cap G_{\chi\gamma} < G$ . Кроме того,  $G_\chi$  – максимальная нормальная  $\chi$ -подгруппа группы  $G$ . Следовательно, ввиду  $G_\chi \leq H_\chi \cap G_{\chi\gamma}$  заключаем, что  $G_\chi = H_\chi \cap G_{\chi\gamma}$ .

Заметим также, что  $G_{\chi\gamma} \trianglelefteq H$ , так как  $G_{\chi\gamma} \trianglelefteq G$  и  $G_{\chi\gamma} < H \leq G$ .

Теперь из того, что  $H_\chi \cap G_{\chi\gamma} = G_\chi$ ,  $H_\chi \trianglelefteq H$  и  $G_{\chi\gamma} \trianglelefteq H$ , заключаем, что  $H_\chi$  централизует факторгруппу  $G_{\chi\gamma}/G_\chi$ , т.е. имеет место включение  $H_\chi \subseteq C_G(G_{\chi\gamma}/G_\chi)$ .

Обозначим  $C = C_G(G_{\chi\gamma}/G_\chi)$ . Тогда по утверждению 3) леммы 1.1 имеем  $C \trianglelefteq G$  и согласно утверждению 3) леммы 1.3 получаем  $C_{\chi\gamma} = G_{\chi\gamma} \cap C$ .

Покажем, что  $G_{\chi\gamma} \cap C < (G_{\chi\gamma} \cap C)H_\chi$ . Заметим, что  $H_\chi \notin G_{\chi\gamma}$ . Действительно, если, допустив обратное, положить  $H_\chi \leq G_{\chi\gamma}$ , то  $H_\chi \cap G_{\chi\gamma} = H_\chi$ . Согласно доказанному ранее, имеем  $H_\chi \cap G_{\chi\gamma} = G_\chi < H_\chi$ . Значит,  $H_\chi \notin G_{\chi\gamma}$  и тогда  $H_\chi \notin G_{\chi\gamma} \cap C$ . Поэтому  $G_{\chi\gamma} \cap C < (G_{\chi\gamma} \cap C)H_\chi$ .

Следовательно, с учетом того, что  $G_{\chi\gamma} < H$ ,  $C \trianglelefteq G$  и  $H_\chi < H$ , получаем

$$C_{\chi\gamma} = G_{\chi\gamma} \cap C < (G_{\chi\gamma} \cap C)H_{\chi} \trianglelefteq H.$$

Но поскольку  $H \in \chi\gamma$ , то нормальность подгруппы  $(G_{\chi\gamma} \cap C)H_{\chi}$  в группе  $H$  по определению класса Фиттинга означает, что группа  $(G_{\chi\gamma} \cap C)H_{\chi}$  принадлежит классу  $\chi\gamma$ .

Кроме того,  $(G_{\chi\gamma} \cap C)H_{\chi} < C$ . Докажем это. Имеем  $H_{\chi} \subseteq C$  ( $H_{\chi}$  централизует группу  $C_G(G_{\chi\gamma}/G_{\chi})$ ). Если  $H_{\chi} = C$ , то ввиду  $C \leq G$  получаем  $H_{\chi} \trianglelefteq G$  и по определению  $\chi$ -радикала  $H_{\chi} \in \chi$ . Но тогда по определению  $\chi$ -радикала должно выполняться  $G_{\chi} \geq H_{\chi}$ , что противоречит доказанному ранее соотношению  $H_{\chi} > G_{\chi}$ . Значит,  $H_{\chi} < C$ . Вместе с тем,  $(G_{\chi\gamma} \cap C) \subseteq C$ , причем равенство достижимо, если  $G_{\chi\gamma} \supseteq C$ . Но тогда  $G_{\chi\gamma} \cap C = C$  и с учетом  $H_{\chi} < C$  из доказанного ранее  $G_{\chi\gamma} \cap C < (G_{\chi\gamma} \cap C)H_{\chi}$  получаем  $C < CH_{\chi} = C$ , что невозможно.

Итак,

$$C_{\chi\gamma} < (G_{\chi\gamma} \cap C)H_{\chi} < C.$$

Из минимальности порядка группы  $G$  следует, что  $C = G$ . Действительно, имеем  $|C_{\chi\gamma}| < |G|$  и  $C_{\chi\gamma} \in \chi\gamma$ . Но нашлась группа  $(G_{\chi\gamma} \cap C)H_{\chi} > C_{\chi\gamma}$  и  $C_{\chi\gamma} \in \chi\gamma$ . Следовательно, ввиду выбора группы  $G$  и условия  $C \leq G$  остается допустить, что  $C = G$ .

Так как  $C = G$ , то с учетом утверждения 2) леммы 1.1 получаем

$$G_{\chi\gamma}/G_{\chi} \leq Z(G/G_{\chi}).$$

Пусть  $N/G_{\chi\gamma}$  – минимальная нормальная подгруппа  $\pi$ -группы  $G/G_{\chi\gamma}$ . Если допустить, что  $N \in \chi\gamma$ , то по определению радикала  $G_{\chi\gamma} = N$ , и тогда факторгруппа  $N/G_{\chi\gamma}$  изоморфна единичной группе, что противоречит выбору группы  $N/G_{\chi\gamma}$ . Следовательно,  $N \notin \chi\gamma$ .

Если  $N/G_{\chi\gamma}$  абелева, то  $N/G_{\chi} \in \mathcal{N}_{\pi}$ . Тогда с учетом  $\pi$ -нормальности класса  $\gamma$  и условий, что  $\text{Char}(\epsilon_{\pi}) = \pi$  и  $\epsilon_{\pi}\epsilon_{\pi} = \epsilon_{\pi} \neq (1)$  для любого непустого множества  $\pi$ , по лемме 2.2 заключаем, что  $N/G_{\chi} \in \gamma$ . Это по определению произведения классов Фиттинга означает, что  $N \in \chi\gamma$ . Последнее противоречит выбору группы  $N/G_{\chi\gamma}$ .

Следовательно, группа  $N/G_{\chi\gamma}$  не является абелевой. Но  $N/G_{\chi\gamma}$  – минимальная нормальная подгруппа. Значит, подгруппа  $N/G_{\chi\gamma}$  по лемме 1.2 является характеристически простой группой и разлагается в прямое произведение изоморфных простых групп. Итак,  $N/G_{\chi\gamma} \in \Pi_{\pi}$ , где  $\Pi_{\pi}$  – класс всех тех  $\pi$ -групп, которые представимы в виде прямого произведения изоморфных простых групп.

Тогда

$$(N/G_{\chi})_{(\mathcal{S}_{\pi})^*} = G_{\chi\gamma}/G_{\chi},$$

$$N/G_{\chi} \in (\mathcal{S}_{\pi})^* \Pi_{\pi},$$

и поэтому  $N/G_{\chi} \in \gamma$  ввиду утверждения леммы 2.1.

Снова получаем  $N \in \chi\gamma$  – противоречие с выбором группы  $N/G_{\chi\gamma}$ .

Теорема доказана.

В случае, когда  $\pi$  совпадает со множеством  $\mathbb{P}$  всех простых чисел, из теоремы 2.3 вытекает указанный выше результат Лауэ.

**Следствие 2.4** (Лауэ, теорема 2.7 [4]). Пусть  $\chi$  – подкласс Фиттинга класса  $\in$  всех групп и  $\gamma$  –  $\in$ -нормальный класс Фиттинга. Тогда произведение  $\chi\gamma$  классов  $\chi$  и  $\gamma$  является нормальным классом Фиттинга.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bessenohl, D. Über normale Schunk- und Fittingklassen / D. Bessenohl, W. Gaschütz // Math. Z. – 1970. – Bd. 118. – S. 1–8.
2. Laue, H. Über nichtauflösbare normale Fittingklassen / H. Laue // J. Algebra. – 1977. – Vol. 45, № 2. – S. 274–283.
3. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–N. Y.: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
4. Lausch, H. On normal Fitting classes / H. Lausch // Math. Z. – 1973. – Bd. 130, № 1. – S. 67–72.
5. Cossey, J. Products of Fitting Classes / J. Cossey // Math. Z. – 1975. – Bd. 141. – S. 289–295.
6. Савельева, Н.В. Максимальные подклассы локальных классов Фиттинга / Н.В. Савельева, Н.Т. Воробьев // Сибирск. матем. журнал. – 2008. – Т. 49, № 6. – С. 1411–1419.
7. Kurzweil, H. The Theory of Finite Groups. An Introduction / H. Kurzweil, B. Stellmacher. – N. Y.: Springer-Verlag, 2004. – 387 p.
8. Курош, А.Г. Теория групп / А.Г. Курош. – М.: Наука, 1967. – 648 с.
9. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – N. Y.: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1967. – 798 s.
10. Lockett, F.P. The Fitting class  $\mathcal{F}^*$  / F.P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Bd. 137. – S. 131–136.
11. Савельева, Н.В. О проблеме существования максимальных подклассов минимального  $\pi$ -нормального класса Фиттинга / Н.В. Савельева, Н.Т. Воробьев // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2009. – № 1. – С. 29–37.

12. Suzuki, M. Group Theory I / M. Suzuki. – N. Y.: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1982. – 434 p.

*Поступила в редакцию 08.11.2012. Принята в печать 20.02.2013.*

*Адрес для корреспонденции:* e-mail: natallia.savelyeva@gmail.com – Савельева Н.В.

## Некоторые физиологические и биохимические показатели сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*), возделываемых в условиях Витебской области

**И.М. Морозова, М.Ф. Михнович<sup>\*</sup>, И.И. Борис<sup>\*\*</sup>**

*<sup>\*</sup>Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»*

*<sup>\*\*</sup>Республиканское унитарное предприятие «Витебский зональный институт сельского хозяйства Национальной академии наук Беларуси»*

Целью исследований является изучение некоторых показателей продуктивности, в том числе накопления фотосинтетических пигментов, фенольных соединений и флавоноидов в листьях сортов люпина узколистного Ян, Миртан, Першацвет в фазу плодоношения. На основании полученных данных установить сорта люпина узколистного, обладающие высокими показателями продуктивности в условиях Витебской области.

Изучали показатели продуктивности сортов: высота растений, количество плодов на одном растении, количество семян в плоде, масса 1000 семян (г), а также содержание фотосинтетических показателей, фенольных соединений и флавоноидов в листьях сортов люпина узколистного.

Нами установлено, что наибольшими показателями роста, семенной продуктивности характеризуются растения с. Миртан. Растения сорта Ян характеризуются самым высоким показателем масса 1000 семян. Таким образом, с. Миртан, Ян можно рассматривать как перспективные по семенной продуктивности. Наибольшее содержание хлорофилла а, каротиноидов отмечено у растений с. Першацвет. Что касается отношения суммы а+b/каротиноидам, наибольшим показателем характеризуются растения с. Ян.

Таким образом, наибольшими питательными качествами по содержанию фотосинтетических пигментов, фенольных соединений и флавоноидов обладают растения сортов Першацвет и Ян, которые могут быть рекомендованы для дальнейшего выращивания в условиях Витебской области по биологической продуктивности.

**Ключевые слова:** развитие, семенная и биологическая продуктивность, хлорофилл, каротиноиды, фенольные соединения, флавоноиды.

## Some physiological and biochemical characteristics of *Lupinus angustifolius* cultivated in Vitebsk region

**I.M. Morozova, M.F. Mihnovich<sup>\*</sup>, I.I. Boris<sup>\*\*</sup>**

*<sup>\*</sup>Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»*

*<sup>\*\*</sup>Republican unitary enterprise «Vitebsk area institute of agriculture of the National Academy of Sciences of Belarus»*

The purpose of the research is to study some of the indicators of productivity, including the accumulation of photosynthetic pigments, phenol compounds and flavonoids in the leaves of blue lupine varieties Yan, Myrtan, Pershatsvet in fruiting stage and on the basis of the obtained data to identify varieties of blue lupine which possess high levels of productivity in the conditions of Vitebsk region.

Productivity indicators of the varieties were studied: plant height, number of fruit per plant, number of seeds per fruit, weight of 1000 seeds (g) as well as the content of photosynthetic indicators, phenol compounds and flavonoids in lupine leaves.

We found out that the highest rates of growth, seed production are characteristic of Myrtan variety. Yan variety is characterized by highest weight of 1000 seeds. Thus, Myrtan and nan can be considered as promising for seed production. The highest content of chlorophyll, carotenoids was observed in Pershatsvet. As for the ratio of the sum a+b/carotenoids, Yan is characterized by the highest indicator.

*Thus, plant varieties Pershatsvet and Yan have the greatest nutritional value concerning the content of photosynthetic pigments, phenol compounds and flavonoids and can be recommended for further cultivation in Vitebsk region concerning biological productivity.*

**Key words:** *development, seed and biological productivity, chlorophyll, carotenoids, phenol compounds and flavonoids.*

В Республике Беларусь, как и в других странах, важное значение имеет увеличение производства растительного белка для нужд населения и животноводства. В настоящее время основными источниками растительного белка являются зернобобовые культуры, которые, используя свободный азот из воздуха, формируют богатые белками вегетативную массу и зерно.

Среди зерновых бобовых культур выделяются своими достоинствами виды однолетнего люпина. Они не только накапливают большое количество азота в надземной массе, но и благодаря симбиотической деятельности клубеньковых бактерий оставляют его в почве в результате разложения пожнивных и корневых остатков.

В сельскохозяйственном производстве возделываются в основном 4 вида люпина: желтый, узколистный, белый и многолетний. Однако в последние годы наибольшее распространение в Республике Беларусь, а также многих зарубежных странах (Австралия, Германия, Польша и др.) получил узколистный люпин, который фактически стал новой кормовой культурой.

Люпин узколистный – высокотехнологичная культура, способная накапливать до 40% белка в семенах и 20% в сухом веществе зеленой массы, обеспечивающая сбор его с гектара до 1,5–2 тонн. Белок отличается высоким качеством, высокой переваримостью и из-за низкого содержания ингибиторов трипсина может использоваться в корм любым видам животных без предварительной термообработки. Высока и потенциальная продуктивность узколистного люпина, она при оптимальных условиях возделывания может достигать 4–5 т/га семян и 450–600 ц/га зеленой массы [1].

Таким образом, люпин узколистный имеет огромный биологический и экономический потенциал, который до настоящего времени полностью не используется. Поэтому целью наших исследований является изучение некоторых показателей продуктивности, в том числе накопления фотосинтетических пигментов, фенольных соединений и флавоноидов в листьях сортов люпина узколистного Ян, Миртан, Першацвет; на основании полученных данных установление сортов люпина узколистного, обладающих высокими показателями продуктивности в условиях Витебской области.

**Материал и методы.** Объектами исследования послужили растения люпина узколистного следующих сортов: Ян, Миртан, Першацвет. Растения отбирались в фазу плодоношения на посевах РУП «Витебский зональный институт сельского хозяйства НАН Беларуси».

Сорт Першацвет получен методом индивидуального отбора в РНИУП «Институт земледелия и селекции НАН Беларуси» группой селекционеров под руководством Н.С. Купцова. Сорт имеет неветвящийся (эпигональный) стебель, высота которого достигает 65–75 см. Бобы нерастрескивающиеся, имеют длину до 6 см с 3–5 семенами, масса 1000 семян составляет 100–130 г. Сорт отличается скороспелостью и толерантностью к антракнозу, вирусам желтой мозаики фасоли и огуречной мозаики, устойчив к фузариозу, осыпанию, полеганию. Длина вегетационного периода находится в пределах 80–95 дней [1].

Миртан – сорт универсального использования, обычного дикого типа ветвления. Не имеет стадии розетки и обладает очень быстрым темпом роста и развития. Устойчив к фузариозу, толерантен к поражению вирусами. Содержание сырого протеина в зерне составляет 32–35%, алкалоидов – 0,03–0,05%. Масса 1000 семян 130–150 г, длина вегетационного периода – 95–105 суток.

Ян – растения сорта детерминантного, промежуточного типа. Высота растения 50–60 см. Урожайность зерна в среднем составила 32,9 ц/га, прибавка – 2,3 ц/га. Вегетационный период на зерно – 94 дня. Содержание сырого протеина в зерне составило 31,5%. Алкалоидов в зерне содержится 0,026%.

Экстракцию фотосинтетических пигментов в листьях растений проводили 99,5% ацетоном по методу А.А. Шлыка [1–2]. Количественное определение суммы фенольных соединений и суммы флавоноидов в листьях определяли общепринятым методом [3].

При изучении морфологических особенностей образцов растений в фазу плодоношения исследовали показатели продуктивности сортов: высота растений, количество плодов на одном растении, количество семян в плоде, масса 1000 семян (г).

**Результаты и их обсуждение.** Высота растений имеет важное значение в селекции, так как этот показатель в значительной мере характеризует пригодность сорта к современным технологиям. Стебель должен быть относительно коротким, достаточно толстым, устойчивым к полеганию в

плотных моноценозах, характерных для современного растениеводства. Кроме того, стебель должен депонировать избыток углеводов в период вегетативной фазы развития с последующей реутилизацией их генеративной сферы в период формирования семян [1].

При изучении высоты растений нами установлено, что наибольшими показателями роста характеризуются растения с. Миртан, которые превышают растения других сортов почти на 10 см (рис. 1 А).

Изучение процессов семенного размножения и, конечно, семенной продуктивности важно как в теоретическом, так и практическом отношении. Особое значение эти исследования имеют для ботанического ресурсоведения. С семенным возобновлением связан ряд важных вопросов, имеющих решающее значение для работ по гибридизации, акклиматизации, интродукции и рациональному использованию представителей флоры семенных растений [4]. Изучение семенного размножения растений необходимо также для раскрытия закономерностей функционирования популяций. Количественные и качественные характеристики репродуктивной способности растений в конкретных экологических условиях являются основой для получения исходного селекционного материала.

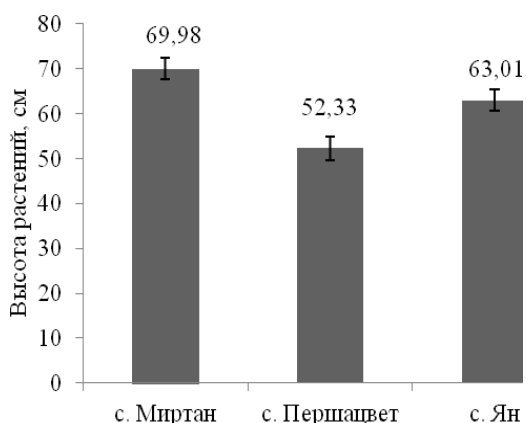
С учетом вышеизложенного представляется важным исследование внутривидовой изменчивости по семенной продуктивности сортов люпина узколистного, что позволяет оценить состояние сортов, выращиваемых на Витебщине.

Как известно, в процессе индивидуального развития растение последовательно проходит два основных этапа развития. Вегетативный, который обеспечивает оптимальный уровень развития вегетативной сферы растения, и генеративный, в течение которого образуются органы размножения и семена [4]. Семенная продуктивность характеризуется числом плодов, семян и массой семян с одного растения. Анализируя данные исследования растений по количеству плодов нами установлено, что между растениями сортов люпина узколистного Миртан, Першацвет, Ян существенных отличий не выявлено. Однако по количеству плодов у растений наибольшую ценность представляют растения сортов Миртан и Ян, у которых сформировалось  $10,96 \pm 1,61$  и  $10,0 \pm 1,11$  плодов. Наименьшее количество плодов ( $8,66 \pm 1,11$ ) отмечено у растений с. Першацвет (рис. 1 Б).

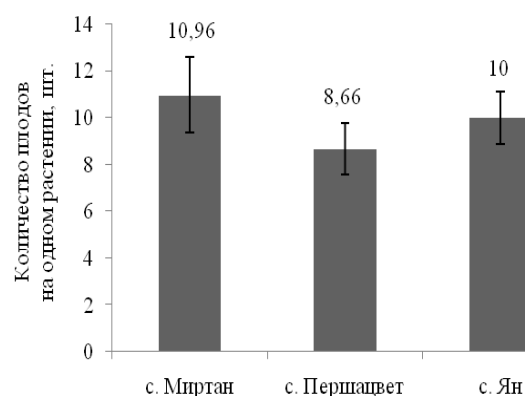
Подсчитывали количество семян с одного растения. По данному показателю растения с. Миртан статистически достоверно отличаются от растений сортов Ян и Першацвет. Нами установлено, что наибольшими значениями количества семян характеризуются растения с. Миртан, что составило  $49 \pm 7,34$  шт., наименьшими – с. Першацвет ( $31,83 \pm 4,84$  шт.) (рис. 1 В).

Масса 1000 семян определяют для правильного расчета нормы высева семян. На показатель массы 1000 семян влияют метеорологические факторы, приемы агротехники. В период засухи и недостатка влаги в почве семена на растениях развиваются щуплыми и легковесными. Отрицательно влияет на массу 1000 семян и полегание стеблей, поражение растений болезнями и повреждение вредителями. Приемы агротехники на семенных посевах должны способствовать повышению массы 1000 семян. Наибольшее значение имеет обеспечение растений влагой и питательными веществами. Показатель 1000 семян наибольший у сорта Ян. Значения 1000 семян сортов Миртан и Першацвет статистически не отличались друг от друга. Можно предположить, что растения с. Ян более приспособлены к условиям среды произрастания (рис. 1 Г).

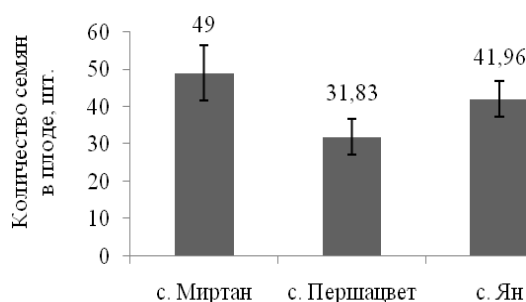
Таким образом, по показателям семенной продуктивности растения с. Миртан характеризуются наибольшим количеством плодов и семян с одного побега, а растения с. Ян характеризуются самым высоким показателем масса 1000 семян, что говорит о преимуществах семян сортов Ян, Миртан, Першацвет.



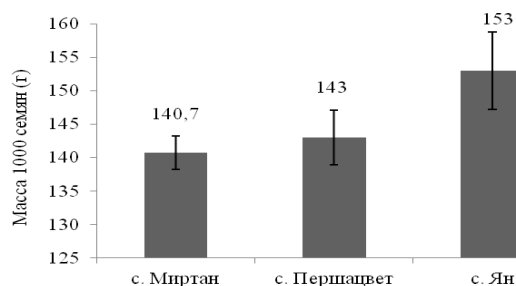
А – высота растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (см).



Б – количество плодов у растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (шт.).



В – количество семян (шт.) у растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*).



Г – масса 1000 семян (г) у растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*).

Рис. 1. Некоторые физиологические показатели сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*).

Исследования фотосинтетической деятельности растений должны включать изучение ассимиляционного аппарата и прежде всего пигментов – хлорофиллов а, b и каротиноидов как основных фоторецепторов фотосинтезирующей клетки, поскольку содержание хлорофиллов в листьях является одной из основных предпосылок высокой продуктивности растения [5].

Количество фотосинтетических пигментов хлорофиллов а и b (далее хл а, хл b), их суммы, каротиноидов определяли в листьях растений люпина узколистного в фазу плодоношения сортов Ян, Миртан, Першацвіт.

Известно, что концентрация хлорофилла а – один из ключевых показателей фотосинтетического аппарата, используемых в физиологии и экологии растений. В результате исследований установлено, что наибольшее содержание хл. а отмечено у растений с. Першацвіт и составляет  $0,92 \pm 0,02$  мг/г, наименьшее – у растений сортов Ян и Миртан –  $0,82 \pm 0,01$  мг/г сырого веса (рис. 2 А).

Изучали накопление хлорофилла b у растений сортов люпина узколистного. Наибольшее содержание хлорофилла b отмечено у растений с. Ян, что составляет  $0,82 \pm 0,08$ , наименьшее – у растений с. Миртан –  $0,27 \pm 0,06$  мг/г сырого вещества (рис. 2 Б).

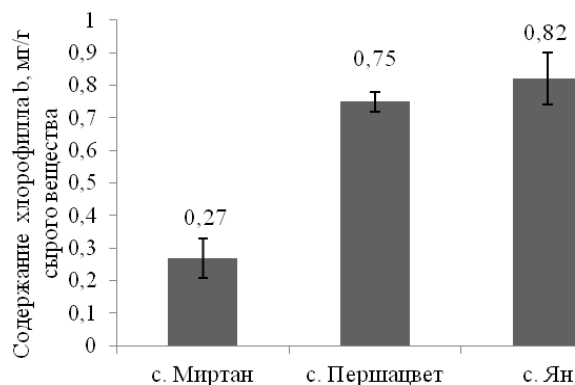
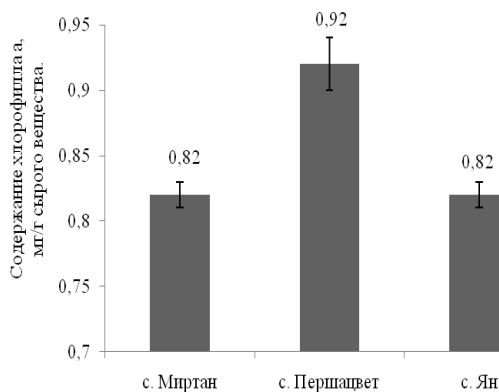
Что касается суммы хлорофиллов а и b, то у растений с. Першацвіт отмечено их наибольшее количество, что составляет  $1,67 \pm 0,05$ , наименьшая сумма хлорофиллов – у растений с. Миртан ( $1,09 \pm 0,07$  мг/г сырого вещества).

Известно, что обязательным компонентом пигментной системы растений являются каротиноиды. Они не только выполняют функцию светособирающей антенны, но и защищают от избытка света. При низкой освещенности света каротиноиды действуют как энергетическая антенна, поглощая свет в той области спектра, где нет поглощения хлорофиллами, и перенося электроны в возбужденное состояние к фотохимическим реакционным центрам. Тем самым они расширяют световой диапазон, используемый для фотосинтеза. С другой стороны, при избыточной интенсив-



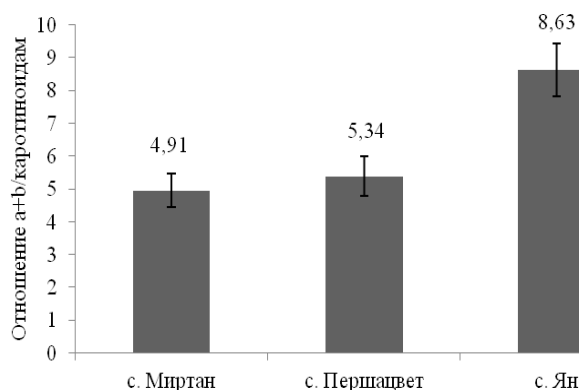
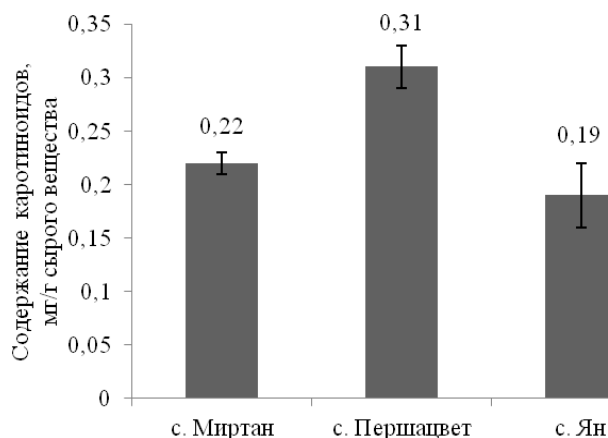
ности света каротиноиды могут играть роль фотопротекторов [5]. Нами установлено, что наибольшее содержание каротиноидов показано у растений с. Першацвет, что составило, соответственно,  $0,31 \pm 0,02$  мг/г сырого вещества. По данному показателю растения с. Першацвет являются более устойчивыми к условиям среды, т.к. каротиноиды выполняют защитную функцию – сохраняют хлорофиллы от избытка солнечной радиации (рис. 2 В).

Если рассматривать отношение суммы  $a+b$ /каротиноидам, следует отметить, что наибольшим показателем характеризовались растения с. Ян. У сортов Миртан, Першацвет данный показатель – наименьший (рис. 2 Г).



А – содержание хлорофилла а в листьях растений люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (мг/г сырого вещества).

Б – содержание хлорофилла b в листьях сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (мг/г сырого вещества).



В – сумма каротиноидов в листьях растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (мг/г сырого вещества).

Г – отношение суммы  $a+b$ /каротиноидам в листьях растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (мг/г сырого вещества).

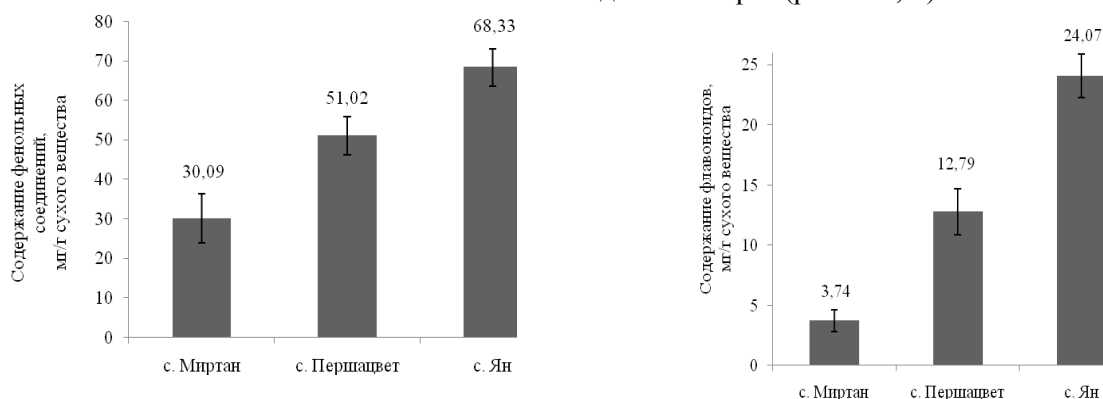
Рис. 2. Фотосинтетические показатели сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*).

Таким образом, наибольшими показателями по содержанию фотосинтетических пигментов, а также их суммы характеризуются растения с. Першацвет и Ян, что говорит о высоких питательных качествах данных сортов.

Как известно, фенольные соединения – вещества ароматической природы, которые содержат одну или несколько гидроксильных групп, связанных с атомами углерода ароматического ядра [6]. Из многочисленных фенольных соединений наиболее широко распространены в растительном мире флавоноиды. С основаниями они дают желтое окрашивание. В растениях фенольные соединения играют важную роль в некоторых промежуточных этапах процесса дыхания. Участвуя в окислительно-восстановительных реакциях, они служат связующим звеном между водородом дыхательного субстрата и кислородом атмосферы. Установлено, что некоторые фенольные соединения

играют важную роль в фотосинтезе в качестве кофакторов. Они используются растениями как энергетический материал для разнообразных процессов жизнедеятельности, являются регуляторами роста, развития и репродукции, оказывая при этом как стимулирующее, так и ингибирующее воздействие. Известна антиоксидантная активность многих фенолов, они все более широко применяются в пищевой промышленности для стабилизации жиров. Поэтому изучение накопления фенольных соединений у растений сортов люпина узколистного Ян, Миртан, Першацвет, бесспорно, является важным показателем питательности зеленой массы.

Нами исследовано содержание фенольных соединений и накопление флавоноидов в листьях растений сортов люпина узколистного. Следует отметить, что наибольшее содержание фенольных соединений и флавоноидов в листьях растений отмечено у растений с. Ян. У растений с. Першацвет содержание фенольных соединений и флавоноидов оказалось средним. Сорт Миртан проявил наименьший показатель по содержанию фенольных соединений и флавоноидов, что говорит о более низких питательных качествах зеленой массы данного сорта (рис. 3 А, Б).



А – накопление фенольных соединений в листьях растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (мг/г сухого вещества).

Б – накопление флавоноидов в листьях растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*) (мг/г сухого вещества).

Рис. 3. Содержание фенольных соединений и флавоноидов в листьях растений сортов люпина узколистного (*Lupinus angustifolius*).

**Заключение.** Таким образом, наибольшими показателями роста, семенной продуктивности характеризуются растения с. Миртан. Растения с. Ян характеризуются самым высоким показателем масса 1000 семян, что говорит о более высоких качествах семян растений данного сорта. Эти сорта можно рассматривать как перспективные по семенной продуктивности. Наибольшими питательными качествами по содержанию некоторых биохимических показателей (фотосинтетические пигменты, фенольные соединения и флавоноиды) обладают растения сортов Першацвет и Ян, которые могут быть рекомендованы для дальнейшего выращивания в условиях Витебской области по биологической продуктивности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шлык, А.А. Определение хлорофилла и каротиноидов в экстрактах зеленых листьев // Биохимические методы в физиологии растений / А.А. Шлык. – М.: Наука, 1971. – С. 154–170.
2. Запрометов, М.Н. Фенольные соединения и их роль в жизни растения. LVI Тимирязевское чтение / М.Н. Запрометов. – М.: Наука, 1996. – 45 с.
3. Куренкова, С.В. Пигментная система в условиях подзоны средней тайги европейского Северного Востока / С.В. Куренкова. – Екатеринбург, 1988. – 114 с.
4. Купцов, Н.С. Люпин. Генетика, селекция, гетерогенные посевы / Н.С. Купцов. – Минск: Ураджай, 1993. – 576 с.
5. Методы биохимического исследования растений / под ред. А.И. Ермакова. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Агропромиздат, 1987. – 430 с.
6. Вайнагий, И.В. О методике изучения семенной продуктивности растений // Бот. журнал. – 1974. – Т. 59, № 6. – С. 826–831.

# Влияние оксидата торфа и экстракта куколок дубового шелкопряда на некоторые морфометрические и биохимические показатели *Allium cepa* L. и *Hordeum vulgare* L.

Т.А. Толкачева, И.Н. Хохлова

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»

Статья посвящена изучению морфометрических и биохимических параметров двух тест-объектов (*Allium cepa* L. и *Hordeum vulgare* L.) при однократной 24-часовой обработке водным экстрактом куколок дубового шелкопряда и оксидатом торфа. Растения выращивали в лабораторных условиях в течение 7 суток (ячмень) и 12 суток (лук). Выявлено, что при действии экстракта куколок шелкопряда и оксидата торфа в разведениях 1:10000 на лук и ячмень значимо увеличиваются показатели, отвечающие за продуктивность растений (количество фенолов, хлорофиллов,  $\alpha$ -аминного азота). При этом уменьшается или остается на уровне контроля количество продуктов перекисного окисления липидов (малонового диальдегида и диеновых конъюгатов). Биостимулирующие эффекты водного экстракта куколок дубового шелкопряда более выражены по сравнению с эффектами оксидата торфа.

**Ключевые слова:** биотестирование, *Allium*-тест, тест-объект, *Hordeum vulgare*, оксидат торфа, водный экстракт куколок дубового шелкопряда.

## Effect of oxidative peat and oak silkworm pupae extract on some morphometric and biochemical parameters of *Allium cepa* L. and *Hordeum vulgare* L.

T.A. Tolkacheva, I.N. Khokhlova

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

The paper studies the forms and biochemical parameters of the two test objects (*Allium cepa* L. and *Hordeum vulgare* L.) with a single 24-hour treatment with aqueous extract of oak silkworm pupae and oxidative peat. Plants were grown in vitro for 7 days (barley) and 12 days (onion). It is found out that under the influence of the extract of silkworm pupae and oxidative peat dilution of 1:10000 on onions and barley parameters, responsible for plant productivity (the amount of phenols, chlorophyll,  $\alpha$ -amino nitrogen) significantly increase. The amount of lipid peroxidation products (malondialdehyde and diene conjugates) decreases or remains at the level of control. Biostimulating effects of aqueous extract of oak silkworm pupae are more pronounced than the effects of oxidative peat.

**Key words:** biotesting, *Allium*-test, test-object, *Hordeum vulgare*, oxidative peat, aqueous extract of oak silkworm pupae.

В последние годы в сельском хозяйстве в связи с постоянно изменяющимися условиями среды для защиты растений от действия неблагоприятных факторов все чаще применяются регуляторы роста. Наибольшую эффективность представляют собой регуляторы на основе биологически активных веществ (БАВ), которые влияют на растения путем стимуляции иммунной системы и оптимизации биохимических процессов. Научной основой практического применения БАВ в сельском хозяйстве является изучение внутренних механизмов их действия для управления качеством получаемого урожая. В настоящее время предпочтение получают препараты, обладающие антиоксидантной и антимутагенной активностью, созданные на основе биоматериала. Уже вышли на стадию внедрения и применения препараты третьего поколения, гектарные дозы применения которых исчисляются миллиграммами [1].

Растительные организмы в природных условиях нашего региона часто подвергаются воздействию неблагоприятных факторов окружающей среды, связанных с низкими зимними и высокими летними температурами. В результате развиваются острые специфические и хронические неспе-

цифические реакции, ведущие к поражению жизненно важных функций организма. При этом происходит торможение фотосинтеза, усиление дыхания, повышение содержания свободных радикалов, а также повышение проницаемости мембран, активация синтеза стрессовых белков [2]. Длительное влияние стрессовых факторов ведет к изменениям метаболизма, поэтому урожайность сельскохозяйственных культур во многом определяется их устойчивостью к этим факторам. Для предупреждения развития патологических изменений используют различные антиоксидантные препараты, способствующие торможению или блокировке процессов свободнорадикального окисления и увеличению в организме уровня веществ с антиокислительным действием. Значительный интерес вызывают препараты на основе природного сырья с целью получения экологически чистой продукции, биосовместимые с растениями. Их получают путем гидролиза, нейтрализации и сушки, чаще всего гидробионтов. Однако в природе имеется уникальный объект, содержащий мощную антиоксидантную систему, полученную в результате запрограммированного гистолиза *in vivo*-, – куколка дубового шелкопряда. В этом периоде жидкое содержимое куколок, образованное в результате гистолиза тканей гусеницы V возраста, устойчиво к окислительному стрессу и бактериальной контаминации. Природный гидролизат содержимого куколок служит сырьем для создания лечебно-профилактических продуктов, обладающих антиоксидантным, иммуномодулирующим и регулирующим метаболизм действиями [3]. Нами получена комбинация гидрофильных субстанций из куколок дубового шелкопряда, включающая витамины, аминокислоты и низкомолекулярные биорегуляторы, – водный экстракт куколок дубового шелкопряда (ВЭКШ) [4].

Действие ВЭКШ на растения сравнивали с действием биологического препарата оксидата торфа (ОТ), который находит широкое применение в сельском хозяйстве Республики Беларусь. Препарат представляет собой 4% водный концентрат биологически активных веществ, содержащихся в природном продукте – торфе, полученный путем специально разработанной технологии с удалением балластных веществ. В ОТ содержится до 98,1% гуминовых кислот и широкий спектр аминокислот, которые обладают повышенным биостимулирующим действием на рост и развитие растений, им свойственна высокая миграционная подвижность в почве.

Для биотестирования ОТ и ВЭКШ использовали лук репчатый (*Allium cepa* L.) и ячмень обыкновенный (*Hordeum vulgare* L.). Лук применяется в методиках биотестирования благодаря высокой чувствительности, устойчивой реакции как на молекулярно-клеточном, так и организменном (ингибирование роста корней) уровнях, простоте и оперативности методик, достоверной связи результатов с выводами, полученными на прокариотах и других эукариотах [5]. Ячмень обыкновенный используется в качестве тест-объекта для генетических и биохимических исследований благодаря биохимическим, физиологическим и морфологическим микроскопическим изменениям на молекулярном, субклеточном, клеточном уровнях и макроскопическим изменениям на организменном уровне [6].

Адаптация растений к действию различных регуляторов роста связана с многообразными изменениями ряда физиологических процессов – дыхания, фотосинтеза, обмена белков, нуклеиновых кислот, поэтому целью работы явилось выявление действия биологически активных композиций на растительные объекты.

**Материал и методы.** Для биотестирования ОТ и ВЭКШ применяли лук-севок (сорт Штуттгартен Ризен) и зерновки ячменя (сорт Гонар). Проращивание луковиц проводили в пробирках при комнатной температуре и естественном освещении. В растворы ОТ и ВЭКШ луковицы помещали на 24 часа на 3-и сутки. В качестве контроля использовали дистиллированную воду. Для учета морфометрических параметров и биохимических анализов использовали растения на 12-е сутки.

Семена ячменя помещали на 24 часа в растворы тестируемых регуляторов роста. Контрольную группу семян – в дистиллированную воду. Набухшие зерновки раскладывали на фильтровальную бумагу, сворачивали в рулоны, помещали в стаканы с дистиллированной водой. Проращивали в термостате при температуре 23°C. Для учета морфометрических параметров и биохимических анализов использовали растения на 7-е сутки.

ВЭКШ готовили в соответствии с патентом и стандартизировали по содержанию основной действующей субстанции – сумме свободных аминокислот [4]. В опытах использовали отечественный оксидат торфа (ЗАО «Юнатэкс»). БАВ разводили водой 1:10000, т.к. ранее было показано стимулирующее действие малых доз ВЭКШ [7].

Для определения показателя «длина корешков» рассчитывали среднюю длину корней для каждой луковицы в опытных и контрольных сериях экспериментов. Затем вычисляли общее среднее

значение длины для опытной серии и контрольной. Экстракцию фотосинтетических пигментов проводили безводным ацетоном. Количество хлорофиллов и каротиноидов исследовалось спектрофотометрически при 440, 644, 662 и 700 нм [8]. Содержание  $\alpha$ -аминного азота определяли нингидриновым методом [9], а количество суммы фенольных соединений в спиртовых экстрактах – спектрофотометрическим методом [10]. Определение конъюгированных диенов проводили с использованием смеси гептана с изопропиловым спиртом (1:1) [11]. Для количественного изучения продуктов перекисного окисления липидов в зелени растений использовали тест с 2-тиобарбитуровой кислотой [12]. Для определения активности каталазы использовали модифицированный метод, основанный на исследовании количества  $H_2O_2$ , не разложившегося после инкубации его с каталазой, путем спектрофотометрической регистрации окрашенного продукта реакции взаимодействия пероксида водорода с молибдатом аммония. Активность каталазы рассчитывали с учетом коэффициента молярной экстинкции –  $22200\text{ см}^{-1} \times M^{-1}$  [13].

Полученный цифровой материал после проверки на правильность распределения вариационных рядов обрабатывали статистически с помощью критерия t Стьюдента.

**Результаты и их обсуждение.** Результаты экспериментальной работы приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

**Влияние ОТ и ВЭКШ на некоторые показатели *Allium cepa* L.**

| Показатель | Длина корешков, мм           | Сумма фенолов, %             | $\Sigma$ хлорофиллов a+b, мг/л | $\alpha$ -аминный азот, мкг/г ткани | ДК, мкмоль/г ткани          | МДА, мкмоль/г ткани |
|------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|---------------------|
| Контроль   | 18,2 $\pm$ 1,57              | 16,4 $\pm$ 1,96              | 7,3 $\pm$ 0,10                 | 8,6 $\pm$ 0,14                      | 0,4 $\pm$ 0,02              | 3,1 $\pm$ 0,44      |
| ВЭКШ       | 27,6 $\pm$ 6,90 <sup>1</sup> | 34,3 $\pm$ 8,83 <sup>1</sup> | 15,8 $\pm$ 0,63 <sup>1</sup>   | 10,3 $\pm$ 0,57 <sup>1</sup>        | 0,3 $\pm$ 0,03 <sup>1</sup> | 3,1 $\pm$ 0,40      |
| ОТ         | 18,9 $\pm$ 3,99              | 25,8 $\pm$ 4,21 <sup>1</sup> | 7,8 $\pm$ 0,4                  | 9,7 $\pm$ 0,87 <sup>1</sup>         | 0,4 $\pm$ 0,02              | 3,5 $\pm$ 0,22      |

**Примечание:** <sup>1</sup> –  $p < 0,05$  по сравнению с контролем.

Как следует из результатов, приведенных в табл. 1, ОТ не оказал значимого влияния на рост корневой системы лука, в отличие от ВЭКШ, при действии которого достоверно увеличивалась длина корешков на 51,6% по сравнению с контролем. Выявлено положительное влияние биостимуляторов на количество фенольных соединений. Суммарное накопление общих фенолов увеличилось на 109,1% (при действии ВЭКШ) и на 57,3% (при действии ОТ), что положительно сказывалось на росте лука, т.к. фенольные соединения выступают в качестве запасных веществ в обмене веществ растений. Содержание  $\alpha$ -аминного азота достоверно увеличилось на 19,8% (при тестировании экстракта куколок) и на 12,8% (при тестировании оксидата торфа), что может свидетельствовать об увеличении количества свободных аминокислот, которые используются для биосинтеза белков. Обработка ВЭКШ приводит к увеличению суммы хлорофиллов на 35,0%, соответственно увеличивается и продуктивность опытных растений. Нами было установлено уменьшение (на 25,0%) содержания диеновых конъюгатов (ДК), которые являются первичными продуктами, образующимися при окислении мембранных липидов. На содержание малонового диальдегида (МДА), который является одним из конечных продуктов процесса перекисного окисления липидов, действие ВЭКШ и ОТ статистически значимого влияния не оказало, следовательно, их влияние не является стрессовым воздействием для лука.

Для подтверждения более эффективного влияния ВЭКШ, по сравнению с ОТ, на рост и развитие растений были изучены некоторые параметры на культуре злаковых растений. В качестве тест-объекта использовали ячмень обыкновенный. Эффект действия биорегуляторов роста на морфометрические и биохимические показатели оказался сходным с ранее полученными результатами на луке.

Влияние ОТ и ВЭКШ на некоторые показатели *Hordeum vulgare* L.

| Показатель | Длина корешков,<br>мм         | $\alpha$ -аминный азот,<br>мкг/г ткани | МДА,<br>мкМоль/г ткани      | Активность<br>каталазы,<br>ммоль/мин |
|------------|-------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| Контроль   | 123,9 $\pm$ 2,09              | 13,9 $\pm$ 0,40                        | 2,6 $\pm$ 0,14              | 9,7 $\pm$ 0,44                       |
| ВЭКШ       | 151,9 $\pm$ 2,11 <sup>1</sup> | 23,4 $\pm$ 2,43 <sup>1</sup>           | 1,7 $\pm$ 0,07 <sup>1</sup> | 3,6 $\pm$ 0,18 <sup>1</sup>          |
| ОТ         | 146,4 $\pm$ 3,22 <sup>1</sup> | 14,1 $\pm$ 0,97                        | 2,0 $\pm$ 0,11              | 4,7 $\pm$ 0,11 <sup>1</sup>          |

Примечание: <sup>1</sup> –  $p < 0,05$  по сравнению с контролем.

Проведенные исследования показали, что применение биологических препаратов привело к статистически значимому увеличению средней длины корней ячменя на 22,6% (ВЭКШ) и 18,2% (ОТ), что свидетельствует о проявлении ими биостимулирующих свойств. Как следует из результатов, представленных в табл. 2, содержание  $\alpha$ -аминного азота достоверно увеличивалось на 68,4% при обработке семян экстрактом шелкопряда, т.к. в его составе содержится широкий спектр свободных аминокислот. Содержание ТБК-положительных (МДА) веществ по отношению к контролю значимо уменьшалось на 34,6% при действии гидрофильных компонентов куколок дубового шелкопряда. Активность каталазы, отвечающей за расщепление перекиси водорода, до которой дисмутирует супероксидный радикал, на молекулы воды и кислорода, статистически значимо снижалась на 62,9% (ВЭКШ) и 51,5% (ОТ).

**Закключение.** Показано, что при действии экстракта куколок шелкопряда и оксидата торфа в разведениях 1:10000 на лук и ячмень статистически значимо увеличиваются показатели, отвечающие за продуктивность растений. При этом уменьшается или остается на уровне контроля количество продуктов перекисного окисления липидов. Биостимулирующие эффекты водного экстракта куколок дубового шелкопряда более выражены по сравнению с эффектами оксидата торфа. Жидкое содержимое куколок дубового шелкопряда можно использовать как сырье для получения антиоксидантных и биостимулирующих препаратов для растений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шелюто, Б.В. Эффективность применения препаратов diaзотрофных, фосфатомобилизующих микроорганизмов и регуляторов роста при создании культурных лугов / Б.В. Шелюто. – Горки: БГСА, 2005. – 141 с.
2. Войников, В.К. Физиологический стресс и регуляция активности генома клеток эукариотов / В.К. Войников, Г.Г. Иванова // Успехи современной биологии. – 1988. – Т. 105, № 1. – С. 3–14.
3. Биологическая активность продуктов гистолита / А.А. Чиркин, Е.И. Коваленко, Т.А. Толкачева. – Germany: Lambert Academic Publishing, 2012. – 156 с.
4. Способ получения средства для профилактики инсулинорезистентности / А.А. Чиркин [и др.] // Патент Республики Беларусь № 15645. Зарегистрировано 26.12.2011.
5. Fiskesjö, G. The *Allium*-test as a standard in environmental monitoring / G. Fiskesjö // Hereditas. – 1985. – Vol. 102. – P. 99–102.
6. Туоровцев, В.Д. Биоиндикация / В.Д. Туоровцев, В.С. Краснов. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2004. – 260 с.
7. Толкачева, Т.А. Действие гидрофильных компонентов куколок шелкопряда на тест-объект *Allium cepa* L. / Т.А. Толкачева // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XV (62) Рег. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, посвящ. 100-летию со дня основания УО «ВГУ имени П.М. Машерова», Витебск, 3–5 марта 2010 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: А.П. Солодков [и др.]. – Витебск, 2010. – С. 122–123.
8. Шлык, А.А. Определение хлорофиллов и каротиноидов в экстрактах зеленых листьев / А.А. Шлык // Биохимические методы в физиологии растений. – М.: Наука, 1971. – С. 154–170.
9. Узбеков, Г.А. Определение аминного азота в белках и аминокислотах калориметрическим нингидринным методом / Г.А. Узбеков // Вопросы медицинской химии. – 1958. – Т. 4. – С. 69.
10. Химический анализ лекарственных растений / Н.И. Гринкевич, Е.Я. Ладыгина, Л.Н. Сафронич, В.Э. Отряшенкова. – М.: Высш. школа, 1983. – 176 с.
11. Стальная, И.Д. Метод определения диеновой конъюгации ненасыщенных жирных кислот / И.Д. Стальная // Современные методы в биохимии. – М.: Медицина, 1977. – С. 63–64.
12. Dipierro, S. The Ascorbate System and Lipid Peroxidation in Stored Potato (*Solanum tuberosum* L.) Tubers / S. Dipierro, S.D. Leonardis // J. Exp. Bot. – 1997. – Vol. 48. – P. 779–783.
13. Королук, М.А. Метод определения активности каталазы / М.А. Королук [и др.] // Лаб. дело. – 1988. – № 1. – С. 16–19.

Поступила в редакцию 15.01.2013. Принята в печать 20.02.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: tanyatolkaчева@mail.ru – Толкачева Т.А.

# Применение экстракта куколок дубового шелкопряда как метод коррекции инсулинорезистентности

**О.М. Балаева-Тихомирова**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»*

*В работе исследована эффективность применения экстракта куколок дубового шелкопряда для коррекции инсулинорезистентности, так как существующие в настоящее время схемы лечения инсулинорезистентности не являются достаточно успешными и заключаются, в основном, в регуляции массы тела и использовании препаратов, повышающих чувствительность клеток к инсулину и влияющих на метаболизм липидов.*

*Впервые установлено, что при моделировании инсулинорезистентности у крыс гормональные (уровень инсулина, фактора некроза опухоли- $\alpha$ , кортикостерона и адипонектина) и метаболические (гипергликемия, гиперхолестеролемия, гипо-альфахолестеролемия) показатели сыворотки крови сопровождаются развитием стеатогепатоза на фоне увеличения свободнорадикального окисления. Впервые биохимически обосновано применение экстракта куколок дубового шелкопряда при развитии инсулинорезистентности и гиперхолестеролемии. Полученные данные могут быть использованы при разработке медикаментозных средств для профилактики и лечения инсулинорезистентности, а также для совершенствования методов диагностики метаболического синдрома и инсулинорезистентности.*

**Ключевые слова:** *инсулинорезистентность, гормоны, регуляция, метаболизм, печень, сыворотка крови, экстракт куколок дубового шелкопряда.*

## Application of oak silkworm pupae extract as a method of insulin resistance correction

**O.M. Balaeva-Tikhomirova**

*Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»*

*We have studied the efficacy of the extract of oak silkworm pupae to correct insulin resistance, as current treatment regimen of insulin resistance are not sufficiently successful, and are mainly the regulation of body weight and the use of drugs that increase the sensitivity of cells to insulin and affect lipid metabolism.*

*It is stated for the first time that while modeling rat insulin resistance hormone (content of insulin, tumor necrosis factors- $\alpha$ , corticosteron and adiponectin) and metabolic (hyperglycemia, hypercholesterolemia, hypo-alpha-cholesterolemia) indicators of serum are accompanied by the development of steatosis together with the increase free-radical oxidation. For the first time application of extract of oak silkworm pupae at the development of insulin resistance and hypercholesterolemia is biogchemically grounded. The data obtained can be used while creating medical remedies for prophylaxis and treatment of insulin resistance, as well as for the improvement of diagnosis methods of metabolic syndrome and insulin resistance.*

**Key words:** *insulin resistance, hormone, regulation, metabolism, liver, serum, extract of oak silkworm pupae.*

Инсулинорезистентность (ИР) представляет собой нарушенный биологический ответ периферических тканей на воздействие эндогенного или экзогенного инсулина. ИР лежит в основе развития метаболического синдрома (МС), а также может встречаться при физиологических и патологических состояниях, не входящих в понятие «метаболический синдром». До настоящего времени остается нерешенной проблема механизмов нарушения обмена веществ и его регуляции в развитии ИР, МС и последующей клинической патологии. Кроме того, целесообразным является дальнейшее развитие технологий коррекции нарушений метаболизма при развитии инсулинорезистентности, поскольку существующие схемы лечения ИР не являются достаточно успешными и заключаются, в основном, в регуляции массы тела и использовании препаратов, повышающих чувствительность клеток к инсулину и влияющих на метаболизм липидов [1]. Так, в настоящее время существуют нефармакологические и фармакологические методы коррекции ИР и МС. Поскольку одним из факторов, способствующих развитию ИР, является ожирение, то уменьшение массы тела способствует

повышению чувствительности к инсулину [2]. Снижение калорийности питания, низкоуглеводная и низкожировая диета, включение в диету моно- и полиненасыщенных жирных кислот снижает ИР [1].

При МС диетические мероприятия состоят из совокупности трех направлений: гиполипидемического, гипотензивного, гипогликемического [3]. Исследования показали, что систематическое соблюдение диеты и выполнение физических тренировок у больных с МС приводили к достоверному снижению массы тела на 11%, окружности талии на 9%, уровня холестерина липопротеинов низкой плотности (ХС ЛПНП) на 13%, концентрации триацилглицеролов (ТГ) на 24%, что сочеталось со снижением ИР на 15%. Установлено, что физическая нагрузка значительно повышает чувствительность тканей к инсулину, модифицирует содержание жиров в печени [4] и улучшает биохимические показатели крови у лиц с неалкогольным стеатогепатозом (НАСГ). Регулярные физические тренировки приводят к снижению массы тела, усиливают инсулиноопосредованную утилизацию глюкозы скелетными мышцами, уменьшают ИР [5].

Известно, что для повышения чувствительности тканей к инсулину используются бигуаниды, метформин, тиазолидины (троглитазон, пиоглитазон, розиглитазон). Однако, препараты из группы тиазолидинов проявляют гепатотоксичность. Установлено, что снижение ИР приводит к уменьшению клинических проявлений МС и частоты развития сердечно-сосудистых осложнений [6].

При апробации отдельных классов гипотензивных и гиполипидемических препаратов было установлено, что эти препараты, наряду со своим основным действием, оказывают слабopоложительное или нейтральное влияние на другие компоненты МС. Таким образом, многокомпонентность МС требует сочетания лекарственных препаратов с разными механизмами действия [7].

По данным литературы, для коррекции липидного обмена применяются препараты растительной природы – биологически активные добавки, содержащие растворимые пищевые волокна (пектин). Добавление в суточный рацион питания пектина сопровождается достоверным снижением содержания общего ХС, ТГ, ХС ЛПНП. Установлено, что растворимые пищевые волокна дают умеренный гиполипидемический эффект [8], который связан со стимуляцией в печени синтеза желчных кислот. Рыбий жир и его компоненты (ПНЖК) оказывают нормализующее действие на липидный обмен, активируют рецепторы и увеличивают связывание ЛПНП в печени, уменьшают секрецию ТГ, образование ЛПНП и синтез ХС, способствуют увеличению концентрации в плазме крови антиоксидантных факторов (церулоплазмينا, трансферина, стероидных гормонов), естественных коронародилататоров (аденозина, простагландинов группы Е и простаглицлина), стабилизирующих мембраны. Противовоспалительные и антиоксидантные свойства эйкозопентановых кислот обеспечивают положительный эффект у больных с неалкогольным стеатогепатитом [9].

В качестве антиоксидантных лекарственных средств применяют препараты, входящие в состав антиоксидантной системы организма (токоферолы, аскорбиновую кислоту, полифенолы,  $\beta$ -каротин и др.) и оказывающие не прямое антиоксидантное действие (препараты эссенциальных фосфолипидов, предшественники пиридиннуклеотидов и глутатиона, препараты, индуцирующие ферментативные антиокислительные компоненты клеток и др.). Регуляция процесса перекисного окисления липидов (ПОЛ) возможна при индукции микросомальных ферментов (фенобарбитал, зиксорин), которая сопряжена с реакциями ферментативной пероксидации [10].

Известно, что наиболее применяемой группой гепатопротекторных средств являются гепатопротекторы растительного происхождения, например, экстракт зеленого чая, который защищает от стеатогепатоза при неалкогольных заболеваниях печени, ингибируя всасывание липидов в кишечнике и их накопление в печени, но не влияет на антиоксидантный статус и метаболизм липидов, регулируемый адипонектином [11].

Поскольку МС является биологической проблемой, возникшей в результате жизни человека в индустриальном обществе, целесообразно провести поиск субстанций из природных объектов, отобранных в процессе эволюции с целью долгосрочной адаптации живых организмов к изменяющимся условиям, обладающих антиоксидантным действием, способных предотвращать развитие ИР на уровне мембранной рецепции гормонального сигнала, экспрессии генов и функционирования транскрипционных факторов. Роль такой субстанции могут выполнять компоненты содержимого куколки дубового шелкопряда, в котором обнаружены антиоксидантная, бактериостатическая, иммуномодулирующая и цитопротективная системы, препятствующие повреждению молекул на протяжении 8 месяцев диапаузы [4].



Цель работы – оценка эффективности применения экстракта куколок дубового шелкопряда для коррекции инсулинорезистентности.

**Материал и методы.** Моделирование ИР проводили содержанием крыс на высокожировой диете (ВЖД) по Либери-Де Карли (2004) в течение 2-х и 3-х месяцев. ЭКДШ вводили внутривентрикулярно через зонд ежедневно в течение последнего месяца ВЖД в дозах 7 и 70 мкг свободных аминокислот/100 г массы тела. Алиментарную гиперхолестеролемию (ГХ) моделировали внутривентрикулярным введением через зонд ХС в дозе 40 мг/кг и эргокальциферола 350000 Ед/кг в подсолнечном масле (2001) в течение 10 суток. ЭКДШ вводили внутривентрикулярно через зонд ежедневно в дозах 7 и 70 мкг свободных аминокислот/100 г массы тела в течение последних 5 суток эксперимента.

Объекты исследования: крысы-самки линии Вистар (Wistar) массой 180–250 г (157), печень, сыворотка крови. Предметы исследования: биорегуляторы, связанные с развитием ИР, – инсулин, лептин, адипонектин, фактор некроза опухоли- $\alpha$  (TNF- $\alpha$ ), кортикостерон (КС); показатели метаболизма сыворотки крови – общий холестерин (ОХС), ХС ЛПВП, триацилглицеролы (ТГ), глюкоза; показатели свободнорадикального окисления – ТБК-реагирующие субстанции (ТБКРС), восстановленный глутатион (GSH); содержание липидов в печени – ТГ, холестерин (ХС), общие липиды; биохимические коэффициенты, количественно характеризующие гормонально-метаболические взаимоотношения; корригирующее действие экстракта куколок дубового шелкопряда (ЭКДШ) при развитии ИР.

Содержание гликогена в печени (мг/г ткани) определяли по методу C.R. Krisman, ХС (мг/г ткани) – по методу J.H. Bragdon, ТГ и общих липидов (мг/г ткани) – с помощью стандартных наборов фирмы Lachema (Чехия). Концентрацию ТБКРС в печени исследовали по И.Д. Стальной и Т.Г. Гаришвили и выражали в нмоль/г с использованием молярного коэффициента экстинкции  $1,56 \cdot 10^5$  моль<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup>. Содержание GSH в печени определяли, используя модифицированный метод J. Sedlak и L. Lindsay, и выражали в ммоль/г ткани.

Биохимические параметры сыворотки крови исследовали с помощью наборов фирмы Диакон-Диасис. Содержание холестерина липопротеинов низкой плотности и холестерина липопротеинов очень низкой плотности (ХС ЛПОНП) рассчитывали общепринятыми методами. Определение уровня глюкозы из хвостовой вены проводили с помощью глюкометра «Companion-2» (США) энзиматическим методом.

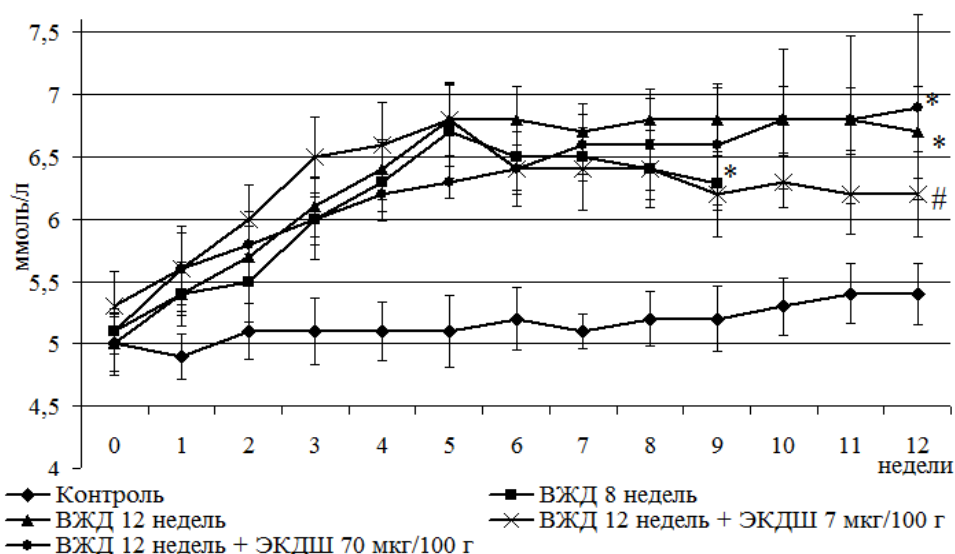
Измерение уровня инсулина в сыворотке крови крыс осуществляли радиоиммунным методом с использованием набора «РИО-инсулин-ПГ-<sup>125</sup>J» (ИБОХ НАН Беларуси, Минск), лептина, адипонектина и TNF- $\alpha$  – иммуноферментным методом (ELISA) с использованием наборов фирмы BioCat (Германия). Уровень КС в сыворотке крови определяли методом высокочувствительной жидкостной хроматографии на микроколоночном хроматографе «Милихром» (Россия).

Для количественной характеристики гормонально-метаболических отношений были проанализированы девять коэффициентов, включающих биохимические показатели, имеющие отношение к развитию ИР: коэффициент 1 – глюкоза/ХС ЛПВП; коэффициент 2 – лептин/кортизол; коэффициент 3 – (лептин  $\times$  ХС ЛПНП)/(кортизол  $\times$  ХС ЛПВП); коэффициент 4 – (лептин  $\times$  глюкоза)/(кортизол  $\times$  ХС ЛПВП); коэффициент 5 – ОХС – ХС ЛПОНП/ОХС; коэффициент 6 – ОХС – ХС ЛПВП/ХС ЛПВП; коэффициент 7 – критерий Нота – [инсулин натощак (пмоль/л)  $\times$  глюкоза натощак (ммоль/л)/405].

Математическую обработку полученных результатов проводили методами параметрической и непараметрической статистики с использованием пакета статистических программ Microsoft Excel 2003, STATISTICA 6.0.

**Результаты и их обсуждение.** Установлено, что ВЖД вызывает развитие ИР, что доказывается увеличением массы тела крыс через 2 и 3 месяца, соответственно, на 61% и 111%, концентрации глюкозы на 16,2% и 25,8%, инсулина на 57,6% и 87%, коэффициента Нота на 69% и 210%.

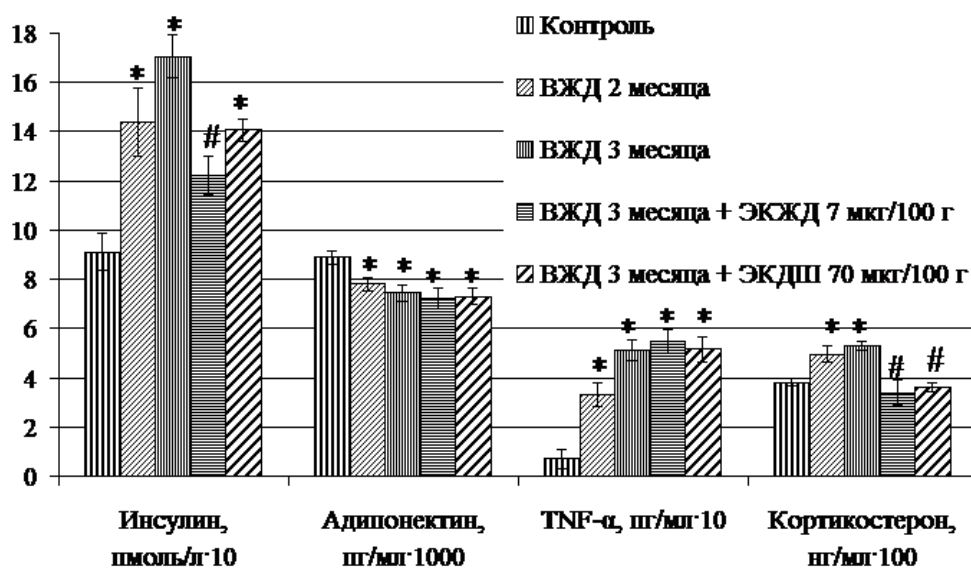
Динамика содержания глюкозы на протяжении всего эксперимента характеризуется значительным повышением ее концентрации у животных, получавших ВЖД, по сравнению с контрольной группой. Введение ЭКДШ в дозе 7 мкг/100 г массы тела в течение последнего месяца содержания животных на ВЖД приводит к постепенному снижению уровня глюкозы в крови, тогда как доза препарата 70 мкг/100 г массы тела не оказывает существенного влияния на этот показатель (рис. 1).



\* $P < 0,05$  по сравнению с контролем, # $P < 0,05$  по сравнению с группой ВЖД 12 недель.

Рис. 1. Динамика изменения концентрации глюкозы в сыворотке крови крыс при моделировании ИР и применении ЭКДШ.

Развитие ИР сопровождается увеличением в сыворотке крови концентрации  $\text{TNF-}\alpha$  в 4,7 и 7,2 раза, КС – в 1,4 и 1,5 раза через 2 и 3 месяца ВЖД, соответственно, и снижением концентрации адипонектина в 1,2 раза через 3 месяца ВЖД (рис. 2).



\* $P < 0,05$  по сравнению с контролем, # $P < 0,05$  по сравнению с группой ВЖД 3 месяца.

Рис. 2. Концентрация инсулина, адипонектина,  $\text{TNF-}\alpha$ , КС в сыворотке крови крыс при моделировании ИР и применении ЭКДШ.

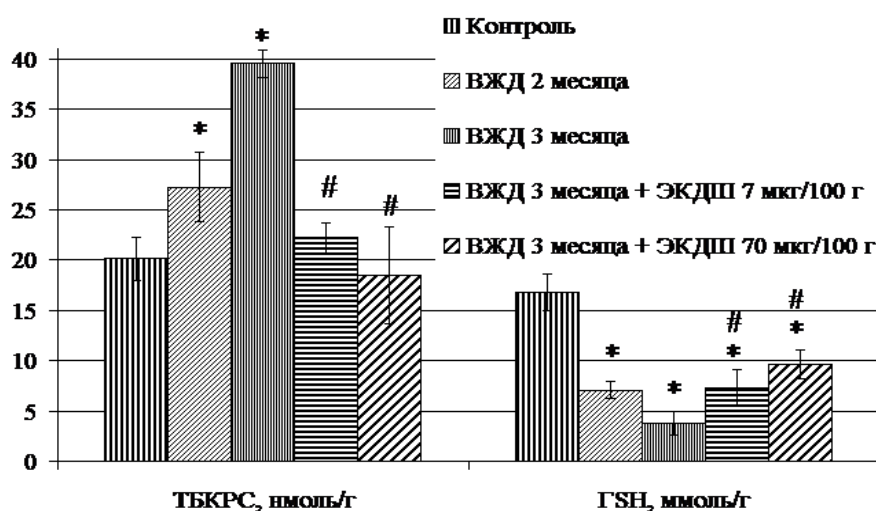
Выявлен положительный эффект ЭКДШ на показатели метаболизма при развитии ИР: масса тела уменьшается на 33,2%, гипергликемия – на 12%, значение коэффициента Нема – на 34,6%, концентрация инсулина – на 26,9%, КС – на 35,7% (рис. 2).

При развитии ИР выявлены биохимические признаки стеатогепатоза, что доказывается увеличением содержания ТГ в печени в 2,2 раза через 2 месяца ВЖД и в 3,0 раза через 3 месяца ВЖД и ХС в печени в 2,4 раза через 2 месяца и в 3,2 раза через 3 месяца ВЖД. Данные изменения сочета-

ются с атерогенными нарушениями транспорта липидов в сыворотке крови: увеличение концентрации ОХС в 1,4 раза через 3 месяца, снижение ХС ЛПВП в 1,2 раза через 2 и 3 месяца ВЖД и увеличение концентрации ТГ в 1,1 раза через 2 месяца ВЖД и 1,4 раза через 3 месяца ВЖД. ЭКДШ в обеих дозах снижает уровень ОХС, ТГ в сыворотке крови, повышает концентрацию ХС ЛПВП и уменьшает содержание ХС в печени.

Установлено, что содержание животных на ВЖД вызывает увеличение содержания ТБКРС в печени на 35% и на 96% и снижение уровня ГSH на 57,7% и 77,5% через 2 и 3 месяца ВЖД, соответственно (рис. 3). При использовании ЭКДШ в обеих дозах уровень ТБКРС снижается до значений контрольных животных; уровень ГSH повышается на 35,5% и 20,8% по сравнению со значениями у крыс, находившихся на ВЖД 3 месяца.

Оценка гормонально-метаболических взаимосвязей с использованием биохимических коэффициентов показала, что при моделировании ИР у крыс изменяются величины 1, 2, 3, 5, 6, 7 коэффициентов. Гормонально-метаболические коэффициенты при ВЖД схожи с таковыми у ликвидаторов, за исключением уменьшения соотношения лептин/кортизол, ОХС – ХС ЛПОНП/ОХС и постоянной величины отношения (лептин × глюкоза)/(кортизол × ХС ЛПВП). Полученные результаты демонстрируют, что у крыс развивается ИР в сочетании с дислипидемией. Уменьшение проявления ИР при использовании ЭКДШ сопровождается нормализацией величин данных коэффициентов.

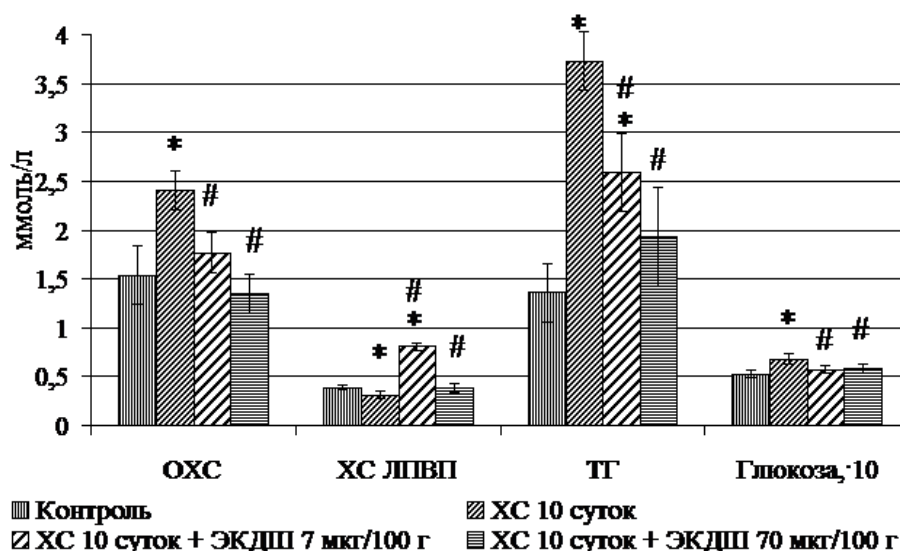


\* $P < 0,05$  по сравнению с контролем, # $P < 0,05$  по сравнению с группой ВЖД 3 месяца.

Рис. 3. Содержание ТБКРС и ГSH в печени при моделировании ИР и применении ЭКДШ.

При алиментарной ГХ выявлены метаболические нарушения, характерные для развивающейся ИР (рис. 4). В сыворотке крови при алиментарной гиперхолестеролемии найдено увеличение содержания глюкозы на 28,9%, ОХС на 56,5%, ТГ на 74,2% и снижение содержания ХС ЛПВП на 18,1%. В печени установлено истощение запасов гликогена в 11,7 раза на фоне увеличения концентрации общих липидов в 2,9 раза, ХС – в 1,6 раза (рис. 4).

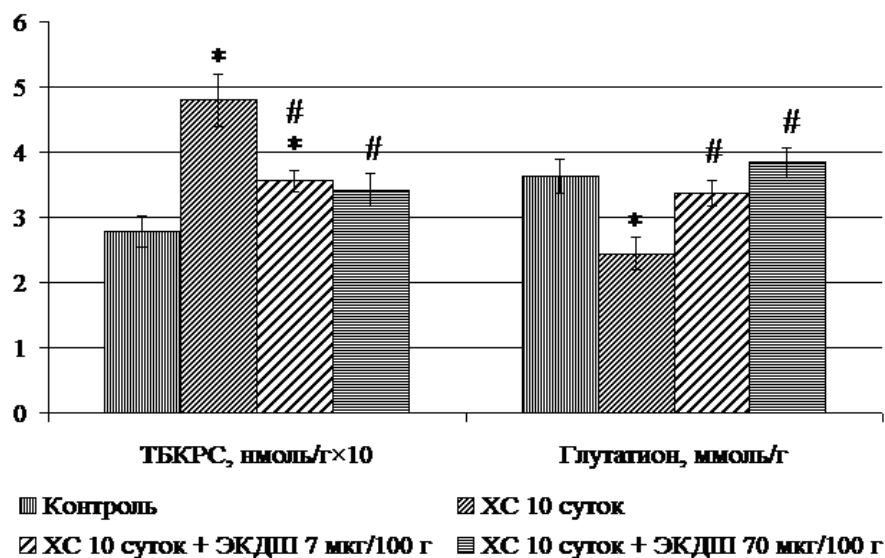
ЭКДШ в обеих дозах нормализует уровень ОХС в сыворотке крови до значений контрольных животных; в дозе 70 мкг/100 г массы тела – нормализует уровень ХС ЛПВП и ТГ; в дозе 7 мкг/100 г массы тела – повышает уровень ХС ЛПВП и снижает уровень ТГ (рис. 4).



\* $P < 0,05$  по сравнению с контролем, # $P < 0,05$  по сравнению с группой ХС 10 суток.

Рис. 4. Содержание ОХС, ХС ЛПВП, ТГ в сыворотке крови при моделировании ГХ и применении ЭКДШ.

Алиментарная ГХ сопровождается развитием окислительного стресса (рис. 5), что доказывается увеличением уровня ТБКРС в печени крыс в 1,7 раза и снижением уровня ГSH в 1,5 раза. ЭКДШ снижает содержание ТБКРС в печени и восстанавливает уровень ГSH до значений интактных животных.



\* $P < 0,05$  по сравнению с контролем, # $P < 0,05$  по сравнению с группой ХС 10 суток.

Рис. 5. Содержание ТБКРС и ГSH в печени при моделировании ГХ и применении ЭКДШ.

**Закключение.** Высокожировая диета у крыс в течение 3-х месяцев вызывает развитие инсулино-резистентности, которая характеризуется увеличением критерия Нема, индекса массы тела, концентрации глюкозы, инсулина, фактора некроза опухоли- $\alpha$ , кортикостерона и снижением концентрации адипонектина.

Инсулинорезистентность в эксперименте сопровождается развитием стеатогепатоза (увеличение содержания в печени триацилглицеролов и холестерина), атерогенными сдвигами сыворотки крови (увеличение концентрации общего холестерина, триацилглицеролов и снижение уровня холестерина липопротеинов высокой плотности) в условиях активации свободнорадикального окисления (увеличение в печени содержания ТБК-реагирующих субстанций и снижение уровня восстановленного глутатиона).

Одноразовое введение водного экстракта куколок дубового шелкопряда в процессе воспроизведения инсулинорезистентности уменьшает величину критерия Нота, массу тела, концентрацию глюкозы, инсулина, кортикостерона, ТБК-реагирующих субстанций, увеличивает уровень восстановленного глутатиона, нормализует показатели транспорта липидов в сыворотке крови и величины коэффициентов гормонально-метаболических взаимосвязей.

При алиментарной гиперхолестеролемии у крыс выявлены метаболические нарушения, характерные для развивающейся инсулинорезистентности (гипергликемия, гипертриацилглицеролемия и снижение концентрации холестерина липопротеинов высокой плотности) в сочетании с проявлениями окислительного стресса (повышение содержания ТБК-реагирующих субстанций и снижение содержания восстановленного глутатиона). Экстракт куколок дубового шелкопряда нормализует уровни глюкозы, холестерина, триацилглицеролов, холестерина липопротеинов высокой плотности в сыворотке крови, ТБК-реагирующих субстанций и восстановленного глутатиона в печени.

Таким образом, полученные результаты могут быть использованы для дальнейшей разработки методов профилактики и фармакологической коррекции гормонально-метаболических нарушений при развитии ИР. В частности, результаты по эффективности ЭКДШ рассматриваются как фрагмент этапа доклинических испытаний препарата, обладающего профилактическим действием при развитии ИР.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Treatment of nonalcoholic fatty liver disease / J. Siebler [et al.] // World of Gastroenterol. – 2006. – Vol. 12. – P. 1261–1267.
2. Hepatic effects of dietary weight loss in morbidly obese subjects / T. Andersen [et al.] // J. Hepatol. – 1991. – Vol. 12. – P. 224–229.
3. Мельниченко, Г.А. Ожирение в практике эндокринолога / Г.А. Мельниченко // Русск. мед. журнал. – 2001. – Т. 9, № 2. – С. 82–87.
4. Чиркин, А.А. Жизнеспособность клеток куколок дубового шелкопряда / А.А. Чиркин [и др.] // Вестн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2011. – № 1(61). – С. 30–36.
5. Мамедов, М.Н. Артериальная гипертензия в рамках метаболического синдрома: особенности течения и принцип медикаментозной коррекции / М.Н. Мамедов // Кардиология. – 2004. – № 4. – С. 95–100.
6. Measurements of glucose metabolism and insulin secretion during normal pregnancy and pregnancy complicated by gestational diabetes / S.B. Bowes [et al.] // Diabetologia. – 1996. – Vol. 39. – P. 976–983.
7. Оценка эффективности комплексной терапии антигипертензивными средствами и бигуанидами у больных с метаболическим синдромом / В.И. Маколкин [и др.] // Кардиология. – 2004. – № 10. – С. 39–42.
8. Effects of psylliumhydrophilic mucilloid on LDL-cholesterolemia / G.T. Everson [et al.] // J. Lipid Res. – 1993. – Vol. 33. – P. 1183–1192.
9. Highly purified eicosapentaenoic acid treatment improves nonalcoholic steatohepatitis / N. Tanaka [et al.] // J. Clin. Gastroenter. – 2008. – Vol. 42, № 4. – P. 413–418.
10. Мараховский, Ю.Х. Клиническая оценка потенциальных возможностей и ограничений гепатопротекторов // Рецепт. – 2005. – Т. 39, № 1. – С. 42–49.
11. Характеристика гепатопротекторных лекарственных средств, представленных на фармацевтическом рынке России / В.А. Егоров [и др.] // Фармация. – 1999. – № 6. – С. 23–26.

Поступила в редакцию 15.01.2013. Принята в печать 20.02.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: olgabal.tih@gmail.com – Балаева-Тихомирова О.М.

## Структура эпифитных лишайниковых сообществ *Pinus sylvestris* L. в Беларуси

А.П. Яцына

Государственное научное учреждение «Институт экспериментальной ботаники  
имени В.Ф. Купревича НАН Беларуси»

*В статье приводится эколого-флористическая классификация эпифитного лишайникового покрова сосны в зависимости от типов соснового леса. Исследование проводилось в 21 административном районе Беларуси с 2004 по 2010 г. Геоботаническое и флористическое изучение эпифитного лишайникового покрова проводилось по общепринятой методике. В геоботанических описаниях сосны отмечено 58 видов лишайников. Впервые для территории Беларуси эпифитные лишайниковые сообщества сосны были отнесены к 9 ассоциациям, 8 союзам, 5 порядкам и 5 классам. Как показали наши исследования, выделенные высотные уровни сосны в основных типах леса сосновой формации представлены различным набором лишайниковых ассоциаций. Выделяемые по сходству флористического состава лишайников ассоциации сосны отражают разнообразие экологических условий сосновых лесов Беларуси.*

**Ключевые слова:** эпифитные лишайники, синтаксономия, лишайниковые сообщества, сосна, Беларусь.

## Structure of epiphytic lichen communities on *Pinus sylvestris* L. in Belarus

A.P. Yatsyna

State scientific establishment «V.F. Kuprevich Institute of Experimental Botany  
of the NAS of Belarus»

*The paper presents ecological and floristic classification of epiphytic lichen cover on *Pinus sylvestris* in a pine forest of Belarus. Field work was carried out between 2004 and 2010 in 21 administrative areas of Belarus. Geobotanical and floristic researches of vegetation were conducted with the help of standard methods. In geobotanical descriptions of epiphytic lichen on *Pinus sylvestris* L. 58 species of lichen are noted. For the first time epiphytic lichen communities of a *Pinus sylvestris* in a pine forest of Belarus are presented by 9 associations, 8 unions, 5 order and 5 classes. Our study shows that the identified levels of the pine tree in the main types of pine forest are represented by a different set of lichen associations. Pine tree associations which are identified according to similarity of floristic structure of lichens reflect a variety of ecological conditions of the basic types of forest of a pine formation in Belarus.*

**Key words:** epiphytic lichens, syntaxonomy, lichen communities, pine tree, Belarus.

В настоящее время нет единого мнения, являются ли лишайниковые группировки на форофитах частью фитоценоза или самостоятельными структурными единицами. Эпифитные сообщества, состав которых зависит от физико-химических свойств субстрата (кора форофита) и микроклимата фитоценоза, одни ботаники рассматривают как часть фитоценоза, другие – как самостоятельные сообщества, т.е. ассоциации. Лишайниковые группировки при их фитоценоотическом изучении рассматривались в различные времена по-разному, и им присваивали различные названия (синузия, ассоциация и т.д.). В настоящее время существуют два основных подхода к изучению эпифитных лишайниковых сообществ (ЭЛС). Синузиальное направление, представители которого называют лишайниковые сообщества синузиями. Впервые термин «синузия» для эпифитных лишайников использовали представители скандинавской геоботанической школы [1–3]. В середине 1960-х гг. эстонский геоботаник Х.Х. Трасс дал определение синузии. Синузия – элементарная структурная группировка лишайников внутри фитоценозов, обособленная пространственно и состоящая из одной или нескольких близких жизненных форм [4–6]. Эколого-флористическое направление наиболее распространено среди европейских ученых, которые используют принципы классификации, разработанные сторонниками школы Й. Браун-Бланке, и рассматривают лишайниковые группировки как самостоятельные сообщества – ассоциации. Выделение лишайниковых ассоциаций закономерно и логично, так как это отражает представление лихенологов об ассоциации как о наборе видов, ассоциированных друг с другом [7–10].

Целью работы является выявление синтаксономической структуры, экологии и встречаемости эпифитных лишайниковых сообществ сосны в основных типах леса сосновой формации Беларуси.

**Материал и методы.** Изучение эпифитного лишайникового покрова (ЭЛП) на сосне было выполнено в 2004–2010 гг. в сосновых лесах Беларуси. Полевые исследования проводились маршрутным методом в 21 административном районе Беларуси и затронули все геоботанические подзоны республики. Геоботанические описания ЭЛП сосны выполнялись на пробных площадях 20 м<sup>2</sup> на всех соснах, растущих в пределах 56 ПП. Видовой состав ЭЛП сосны изучали с помощью деревянной квадрат-сетки размером 20х20 см<sup>2</sup> методом горизонтальной проекции. Одно описание – одна деревянная рамка. ЭЛП сосны был условно разделен на 4 части: 1-я – ЭЛП корневой части форофита (от почвы до 15 см высоты), 2-я – ЭЛП основания ствола (16–40 см), 3-я – ЭЛП средней части ствола (от 41 см до первых ветвей форофита) и 4-я – ЭЛП кроны (ствол и ветви). ЭЛП сосны изучался в следующих основных типах леса: сосняк лишайниковый – 282 дерева, сосняк мшистый – 258, сосняк черничный – 259, сосняк разнотравно-злаковый – 249 (под сосняком разнотравно-злаковым мы понимаем нарушенные сосняки в пределах и на границе крупных мегаполисов), сосняк кисличный – 242 (часто производный от ельника кисличного) и сосняк багульниковый – 267.

В корневой части сосны сделано 573 описаний, в основании сосны – 468, в средней части – 635, в кроне – 115. Таким образом, на каждом модельном дереве было заложено от 4 до 7 учетных площадок. Геоботанические описания были выполнены на 1383 деревьях. Для лишайников выбирались следующие классы постоянства (%): I – <5, II – 5–10; III – 10–20; IV – 20–40; V – 40–60; VI – 60–80; VII – 80–100 и баллы проекционного покрытия (%): I – <1, II – 1–5; III – 5–10; IV – 10–15; V – 15–20; VI – 20–25; VII – 25–30; VIII – 30–35; IX – 35–40; X – 40–45; XI – 45–50; XII – 50–55; XIII – 55–60; XIV – 60–65; XV – 65–70; XVI – 70–75; XVII – 75–80; XVIII – 80–85; XIX – 85–90; XX – 90–95; XXI – 95–100. Названия видов лишайников даны по Index Fungorum. Основополагающими для классификации ЭЛС сосны стали публикации J. Barkman [11–12], с некоторыми современными поправками P. Hofmann [9], U. Drehwald [8] и V. Wirth [10].

**Результаты и их обсуждение.** В результате наших исследований ЭЛС сосны были отнесены к 5 классам, 5 порядкам, 8 союзам и 9 ассоциациям. После каждого синтаксона даются краткая характеристика, число описаний и особенности встречаемости синтаксона в зависимости от типов соснового леса. Ниже приводится продромус зарегистрированных синтаксонов.

**Класс** *Chrysotrichetae candelaris* Wirth 1980

**Порядок** *Chrysotrichetalia candelaris* Wirth 1980

**Союз** *Calicion viridis* Cern. & Hadac 1944

**Ассоциация** *Chaenothecetum ferrugineae* Barkm. 1958

**Союз** *Leprarion incanae* Almb. 1948

**Ассоциация** *Leprarietum incanae* James, Hawksworth et Rose 1958

Название класса не утверждено

**Порядок** *Lecanoretalia varia* Barkm. 1958

**Союз** *Lecanorion varia* Barkm. 1958

**Ассоциация** *Hypocenomycetum scalaris* Hil. 1925

**Класс** *Hypogymnietea physoidis* Follm. 1974

**Порядок** *Alectorietalia* Dahl et Hadac 1944

**Союз** *Cetrarion pinastri* Ochsner 1928

**Ассоциация** *Parmeliopsidetum ambiguae* Hil. 1925

**Союз** *Hypogymnion physodis* Beschel 1958

**Ассоциация** *Pseudevernetum fufruraceae* Hil. 1925

**Союз** *Usneion barbatae* Ochsner 1928

**Ассоциация** *Bryorio fuscescenti-Usneetum filipendulae* Hil. 1925

**Класс** *Physcietea* Tomaselli et De Micheli 1957

**Порядок** *Physcietalia adscendentis* Barkm. 1958

**Союз** *Xanthorion parietinae* Ochsner 1928

**Ассоциация** *Physcietum adscendentis* Frey et Ochsner 1926

**Класс** *Cladonio-Lepidozietea* Jezek & Vondracek 1962

**Порядок** *Lophocoleetalia heterophyllae* Barkm. 1958

**Союз** *Cladonion coniocraea* Duvign ex Jemes et al. 1977

**Ассоциация** *Cladonietum coniocraea* Duvign ex Jemes et al. 1977

**Ассоциация** *Cladonietum cenoteae* Frey ex Klement 1950

**Ассоциация** *Chaenothecetum ferrugineae* Barkm. 1958

**Структура и экология сообщества.** Диагностический вид – *Chaenotheca ferruginea* (Turner ex Sm.) Mig. – V<sup>2</sup>. Сопутствующий вид: *Hypogymnia physodes* (L.) Nyl. – III–IV<sup>3</sup>. Общее число видов лишайников – 12. Среднее число лишайников в описании – 5. Среднее проекционное покрытие видов – 0,08 м<sup>2</sup>. Число описаний – 142 или 22,3% общего числа описаний средней части ствола сосны. Сомкнутость древостоя – 0,3–0,7. Высота деревьев – 3,5–18 м. Синтаксон представлен накипными лишайниками из следующих родов: *Chaenotheca*, реже *Calicium*. Лишайники представлены бореальными видами. Ассоциация мезофитная, ацидофитная, фотофитная.

**Распространение.** Эпифитная ассоциация встречается по всей территории Беларуси, преимущественно в центральной (Минская возвышенность) и северной частях Беларуси (НП «Нарочанский» и «Браславский»). Данная ассоциация широко представлена в следующих типах леса сосновой формации Беларуси: сосняк лишайниковый – 59 описаний, сосняк мшистый – 36, сосняк черничный – 15, сосняк багульниковый – 32. Данная ассоциация отсутствует в сосняках разнотравно-злаковом и кисличном. Разнообразие лишайников из родов *Chaenotheca* и *Calicium* в ЭЛП сосны свидетельствует о достаточной пространственной непрерывности и значительном возрасте лесных и болотных массивов.

Ассоциация *Leprarietum incanae* James, Hawksworth et Rose 1958

**Структура и экология сообщества.** Диагностический вид cf. *Lepraria incana* (L.) Ach. – V<sup>2-4</sup>. Общее число видов лишайников – 8. Среднее число лишайников в описании – 4. Число описаний – 340. Среднее проекционное покрытие видов – 0,15 м<sup>2</sup>. Ассоциация основания (187 описаний, 40%) и средней части ствола сосны (153/24%). Сомкнутость древостоя – 0,5–0,8. Высота деревьев – 3–18 м. Ассоциация характеризуется лепрозной жизненной формой, лишайники относятся к мультizonальным (космополитным) видам. В таких сообществах представлены нитрофильные лишайники. Ассоциация мезофитная, ацидофитная, фототолерантная.

**Распространение.** Эпифитная ассоциация встречается во всех типах леса сосновой формации: сосняк лишайниковый – 5 описаний, сосняк мшистый – 15, сосняк черничный – 15, сосняк разнотравно-злаковый – 126, сосняк кисличный – 138, сосняк багульниковый – 41. Лишайники ассоциации *Leprarietum incanae* встречаются в двух совершенно противоположных условиях. Очень часто ассоциацию можно встретить в искусственных посадках сосны, кроме того, довольно часто она представлена в нарушенных сосняках вдоль крупных магистралей и промышленных мегаполисов. В таких сосновых лесах конкурентность ЭЛП будет очень низкой, многие бореальные лишайники могут отсутствовать, в то время как виды из рода *Lepraria* будут доминировать. С другой стороны, ассоциация *Leprarietum incanae* очень часто встречается на верховых болотах, где она представлена на древесине и коре сосны.

Ассоциация *Hypocenomycetum scalaris* Hil. 1925

**Структура и экология сообщества.** Диагностический вид – *Hypocenomyce scalaris* (Ach. ex Lilj.) M. Choisy – V<sup>2</sup>. Сопутствующие виды: *Hypogymnia physodes* – III<sup>2</sup>, *Lecanora varia* (Hoffm.) Ach. – II<sup>+</sup>, *Lecanora pulicaris* (Pers.) Ach. – I<sup>+</sup>. Общее число видов лишайников – 6. Среднее число лишайников в описании – 3. Число описаний – 402. Ассоциация корневой части (199 описаний, 34,8%) и основания ствола сосны (203/43,3%). Сомкнутость древостоя – 0,5–0,7. Высота деревьев – 3–15 м. Лишайники представлены бореальным географическим элементом. Ассоциация ксерофитная, ацидофитная, фотофитная.

**Распространение.** На территории Беларуси эпифитная ассоциация представлена во всех геоботанических подзонах и во всех типах леса сосновой формации, за исключением сосняка кисличного: сосняк лишайниковый – 124 описания, сосняк мшистый – 68, сосняк черничный – 116, сосняк разнотравно-злаковый – 4, сосняк багульниковый – 90. Ассоциация преимущественно представлена в лишайниково-мшистых сосняках.

Ассоциация *Parmeliopsidetum ambiguae* Hil. 1925.

**Структура и экология сообщества.** Диагностические виды: *Parmeliopsis ambigua* (Wulfen) Nyl. – V<sup>2-3</sup>, *Imshaugia aleurites* (Ach.) S.L.F. Mey. – V<sup>2</sup>. Сопутствующие виды: *Hypogymnia physodes* – III<sup>2</sup>, *Platismatia glauca* (L.) W.L. Culb. & C.F. Culb. – II<sup>1</sup>, *Vulpicida pinastri* (Scop.) J.-E. Mattsson – I<sup>+</sup>. Общее число видов лишайников – 12. Среднее число лишайников в описании – 8. Среднее проекционное покрытие видов – 0,12 м<sup>2</sup>. Число описаний – 261. Ассоциация представлена в основании ствола (78 описаний, 16,7%) и средней части ствола форофита (181/28,5%). Сомкнутость древостоя – 0,4–0,7. Высота деревьев – 3–15 м. Лишайники представлены листоватыми жизненными формами, бореальные виды. Ассоциация мезофитная, ацидофитная, фотофитная.



**Распространение.** Ассоциация представлена в хорошо развитых естественных сосновых лесах со сложным древостоем. Лишайники не переносят атмосферного загрязнения. Ассоциация представлена во всех типах леса сосновой формации, за исключением сосняков разнотравно-злакового и кисличного: сосняк лишайниковый – 79 описаний, сосняк мшистый – 56, сосняк черничный – 79, сосняк багульниковый – 60.

Ассоциация *Pseudevernetum fufruraceae* Hil. 1925

**Структура и экология сообщества.** Диагностические виды – *Pseudevernia furfuracea* (L.) Zopf – V<sup>3</sup> и *Platismatia glauca* – IV<sup>3</sup>. Сопутствующие виды: *Hypogymnia physodes* – II<sup>2</sup> и *Tuckermanopsis chlorophylla* (Willd.) Hale – II<sup>1</sup>. Общее число видов лишайников – 10. Среднее число лишайников в описании – 7. Среднее проекционное покрытие видов – 0,16 м<sup>2</sup>. Число описаний – 125. Сомкнутость древостоя – 0,3–0,7. Высота деревьев – 3–17 м. Лишайники представлены листоватыми и кустистыми жизненными формами, бореальными видами. Ассоциация встречается в средней части ствола (57 описаний, 9%); кроне и ветвях сосны (68/59%). Краткая экологическая характеристика: мезофитная, ацидофитная, фотофитная.

**Распространение.** Ассоциация представлена в ненарушенных типах леса сосновой формации: сосняк лишайниковый – 59 описаний, сосняк мшистый – 14, сосняк черничный – 12, сосняк багульниковый – 40. В сосняках разнотравно-злаковом и кисличном данная ассоциация отсутствует.

Ассоциация *Bryorio fuscescens-Usneetum filipendulae* Hil. 1925

**Структура и экология сообщества.** Диагностические виды – *Bryoria fuscescens* (Gyeln.) Brodo & D. Hawksw. – V<sup>3</sup>, *Usnea hirta* (L.) Weber ex F.H. Wigg. – V<sup>4</sup>, *U. filipendula* Stirt. – III<sup>1</sup>. Сопутствующие виды: *Hypogymnia physodes* – III<sup>3</sup>, *Platismatia glauca* – II<sup>1</sup> и *Pseudevernia furfuracea* – I<sup>1</sup>. Общее число видов лишайников – 8. Среднее число лишайников в описании – 4. Среднее проекционное покрытие видов – 0,18 м<sup>2</sup>. Число описаний – 65. Лишайники представлены кустистыми, реже листоватыми жизненными формами и относятся к бореальным видам. Ассоциация средней части ствола (18 описаний, 2,8%) и кроны сосны (47/40,8%). Сомкнутость древостоя – 0,3–0,7. Высота деревьев – 3–17 м. Ассоциация гигрофитная, ацидофитная, фотофитная.

**Распространение.** Ассоциация в сосновой формации Беларуси встречается очень редко, в частности, в лесах с высокой влажностью воздуха, при наличии водоемов или болот. Лишайники очень чувствительны к загрязнению воздуха и представлены только в старовозрастных лесах. Эта ассоциация представлена в следующих типах леса: сосняк лишайниковый – 29 описаний, сосняк мшистый – 2, сосняк черничный – 4, сосняк багульниковый – 30. Эпифитное лишайниковое сообщество широко представлено в Поозерье, на верховых болотах, так как виды тяготеют к зоне южной тайги. Приуроченность эпифитной ассоциации к высотным уровням сосны в сосняке лишайниковом и багульниковом будет отличаться. В сосняке багульниковом ассоциация будет представлена в кроне сосны – 42 описания, а в сосняке лишайниковом ассоциация отмечена в средней части ствола – 18 описаний.

Ассоциация *Pyscietum adscendentis* Frey et Ochser 1926

**Структура и экология сообщества.** Диагностические виды – *Physcia adscendens* (Fr.) H. Olivier – V<sup>3</sup>, *Physcia tenella* (Scop.) DC. – V<sup>2</sup> и *Xanthoria parietina* (L.) Beltr. – IV<sup>4</sup>. Сопутствующие виды: *Hypogymnia physodes* – II<sup>2</sup>, *Phaeophyscia orbicularis* (Neck.) Moberg – II<sup>1</sup>. Общее число видов лишайников – 13. Среднее число лишайников в описании – 8. Среднее проекционное покрытие видов – 0,12 м<sup>2</sup>. Число описаний – 84. Лишайники представлены листоватыми жизненными формами и относятся к космополитным видам. Ассоциация средней части ствола (84 описания, 13,2%). Сомкнутость древостоя – 0,5–0,8. Высота деревьев – 18–21 м. В таких сообществах представлены нитрофильные и токситолерантные лишайники. Ассоциация мезофитная, ацидофитная, фототолерантная.

**Распространение.** На территории Беларуси ассоциация встречается повсеместно, особенно часто в лесах с высоким уровнем антропогенной нагрузки, вдоль автомобильных дорог, в городах – сосновые насаждения (парки, скверы). Данная ассоциация представлена исключительно в сосняке разнотравно-злаковом.

Ассоциация *Cladonietum coniocraea* Duvign ex Jemes et al. 1977

**Структура и экология сообщества.** Диагностический вид – *Cladonia coniocraea* (Flörke) Spreng. – V<sup>3</sup>. Сопутствующий вид: *Cladonia fimbriata* (L.) Fr. – III<sup>3</sup>. Общее число видов лишайников – 5. Среднее число лишайников в описании – 3. Среднее проекционное покрытие видов – 0,1 м<sup>2</sup>. Число описаний – 189. Ассоциация корневой части ствола сосны (189/33%). Сомкнутость древо-

стоя – 0,5–0,8. Высота деревьев – 12–20 м. Лишайники представлены исключительно видами из рода *Cladonia*, часто вместе со мхами. Ассоциация мезофитная, ацидофитная, фототолерантная.

**Распространение.** Данная ассоциация встречается по всей территории Беларуси, особенно в районах с высоким уровнем атмосферного загрязнения, в нарушенных сосняках: сосняк мшистый – 10 описаний, сосняк черничный – 12, сосняк разнотравно-злаковый – 108, сосняк кисличный – 59.

Ассоциация *Cladonietum cenoteae* Frey ex Klement 1950

**Структура и экология сообщества.** Диагностический вид – *Cladonia cenotea* (Ach.) Schaer. – V<sup>3</sup>. Сопутствующий вид: *Cladonia digitata* (L.) Hoffm. – IV<sup>2</sup>. Общее число видов лишайников – 4. Среднее число лишайников в описании – 3. Среднее проекционное покрытие видов – 0,08 м<sup>2</sup>. Число описаний – 185. Ассоциация корневой части ствола сосны (185/32,2%). Сомкнутость древостоя – 0,5–0,8. Высота деревьев – 8–20 м. Ассоциация мезофитная, ацидофитная, фотофитная.

**Распространение.** Ассоциация представлена главным образом в сосняках: лишайниковом – 56, мшистом – 72, черничном – 32. В отличие от предыдущей ассоциации встречается в старых и смешанных сосновых лесах.

**Заключение.** Таким образом, в зависимости от абиотических и антропогенных факторов выделенные в сосновых лесах 4 высотных уровня сосны могут быть представлены различными наборами лишайниковых ассоциаций. ЭЛП сосны в сосняке лишайниковом представлен следующими ассоциациями: корневая часть и основания ствола сосны могут быть представлены соответственно *Cladonietum cenoteae* и *Hypocenomyetum scalaris*, средняя часть ствола – *Chaenothecetum ferruginea* или *Parmeliopsidetum ambiguae*, крона – *Bryorio fuscescenti-Usneetum filipendulae/Pseudevernetum fufruraceae*. В сосняке мшистом: корневая часть – *Cladonietum cenoteae*, основания ствола – *Hypocenomyetum scalaris/Parmeliopsidetum ambiguae*, средняя часть ствола *Chaenothecetum ferruginea/Parmeliopsidetum ambiguae/Pseudevernetum fufruraceae*. В сосняке черничном наблюдается похожее распределение ассоциации сосны, как у сосняка мшистого. В сосняке багульниковом ЭЛП представлен следующими ассоциациями: основание ствола – *Leprarietum incanae/Hypocenomyetum scalaris*, средняя часть – *Chaenothecetum ferruginea/Leprarietum incanae/Parmeliopsidetum ambiguae/Pseudevernetum fufruraceae* и крона – *Bryorio fuscescenti-Usneetum filipendulae*.

ЭЛП сосны в сосняке разнотравно-злаковом и кисличном представлен двумя ассоциациями: корневая часть форофита – *Cladonietum coniocraea*, а основания и средняя часть форофита – *Leprarietum incanae, Pyscietum adscendentis*. Выделяемые по сходству флористического состава лишайников ассоциации сосны отражают разнообразие экологических условий сосновых лесов Беларуси.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Du Rietz, G.E. Die regionale Gliederung der skandinavischen Vegetation / G.E. Du Rietz // Svenska Vaxtsoc. Sallsk. Handl. Uppsala. – 1925. – S. 8.
2. Du Rietz, G.E. Vegetationsforschung auf sozialanalytische Grundlage / G.E. Du Rietz // Handbuch dipl. Arbeitsmeth. – 1932. – Bd. 11, № 4. – S. 237–480.
3. Du Rietz, G.E. Classification and nomenclature of vegetation of units 1930–1935 / G.E. Du Rietz // Svensk. Bot. Tidskr. – 1936. – S. 30.
4. Бязров, Л.Г. Синузии эпифитных лишайников в широколиственно-еловых лесах Подмосквы / Л.Г. Бязров // Ботанический журнал. – 1969. – Т. 54, № 2. – С. 239–249.
5. Трасс, Х.Х. Лишайниковые синузии как компонент биоценозов (экосистем) / Х.Х. Трасс // Проблемы изучения грибов и лишайников. – Тарту, 1965. – С. 207–211.
6. Трасс, Х.Х. Некоторые вопросы изучения лишайниковых синузий Арктики / Х.Х. Трасс // Брио-лихенологические исследования высокогорных районов и севера СССР. – Апатиты, 1981. – С. 70–72.
7. Braun-Blanquet, J. Pflanzensoziologie. Grundzüge der Vegetationskunde. 3 Aufl. / J. Braun-Blanquet. – Wien–N. Y.: Springer-Verlag, 1964. – 865 s.
8. Drehwald, U. Die Pflanzengesellschaften Niedersachsens – Flechtengesellschaften. Naturschutz und Landschaftspflege in Niedersachsen / U. Drehwald. – Hannover, 1993. – 122 s.
9. Hofmann, P. Die epiphytische Flechtenflora und vegetation des ostlichen Nordtirol unter Berücksichtigung immisionökologischer Gesichtspunkte / P. Hofmann. – Berlin–Stuttgart, 1993. – 299 s.
10. Wirth, V. Die Flechten Baden-Württemberg / V. Wirth. – Stuttgart: Ulmer, 1995. – Vol. 1–2. – 415 s.
11. Barkman, J.J. Das synsystematische Problem der Mikrogesellschaften innerhalb der Biozönosen. Pflanzensoziologische Systematik / J.J. Barkman // Ber. Int. Symp. Junk. Den Haag. – 1968. – S. 21–53.
12. Barkman, J.J. Synusial approaches to classification Ordination and classification of vegetation / J.J. Barkman // Handbook Veg. Sci. – 1973. – Vol. 5. – S. 435–491.

## Высшая растительность озера Оптино

Л.М. Мерзвинский, В.П. Мартыненко, Ю.И. Высоцкий, Ю.Л. Становая  
Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»

*В статье содержатся сведения о степени зарастания, продукции и продуктивности высшей растительности озера Оптино, расположенного на севере Белорусского Поозерья в республиканском ландшафтном заказнике «Синьша». Высшая растительность озера сформирована 14 растительными ассоциациями и занимает площадь, составляющую 22,2% от площади его водной поверхности. Растительность в озере размещается по фрагментарно постоянному типу. Хорошо прослеживается только полоса воздушно-водных растений, среди которой преобладают ассоциации *Phragmites australis*, и полоса широколистных рдестов, основным строителем которой является *Potamogeton lucens*. За вегетационный период растения оз. Оптино образуют 85 г/м<sup>2</sup> абсолютно сухого вещества, или 34 г/м<sup>2</sup> органического углерода. Благодаря более высокой продуктивности воздушно-водной растительности на нее приходится 60% от всего вещества, создаваемого в озере высшими растениями. Составлена электронная векторная карта прибрежно-водной растительности озера.*

**Ключевые слова:** озеро Оптино, ГИС технологии, электронная векторная карта, высшая водная растительность, макрофиты, ландшафтный заказник, ассоциация, продуктивность, продукция.

## Upper vegetation of Lake Optino

L.M. Merzhvincki, V.P. Martynenko, Y.L. Stanovaya, Y.I. Vysotski  
Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

*The article contains data on the degree of growth, product and productivity of the upper vegetation of Lake Optino which is located in the north of Belarusian Lake District (Poozerye) in the Republican Landscape Reserve of Synsha. The lake upper vegetation is made up by 14 vegetation associations and occupies the area of 22,2% of its aquatic area. The vegetation in the lake is located according to fragment and constant type. Only the strip of aero and aquatic plants is seen well, among which *Phragmites australis* associations prevail, and a strip of wide leave rhdests, the main builder of which is *Potamogeton lucens*. During the vegetation period plants of Lake Optino produce 85 g/m<sup>2</sup> of absolutely dry substance or 34 g/m<sup>2</sup> of organic carbon. Due to higher productivity of aero and aquatic vegetation it takes 60% of the whole substance which is produced in the lake by upper plants. An computer vector map of beach and aquatic vegetation of the lake is made up.*

**Key words:** Lake Optino, GIS technology, computer vector map, upper aquatic vegetation, macrophyth, landscape reserve, association, productivity, production.

Работа по изучению флоры и растительности водоемов республиканского ландшафтного заказника «Синьша» осуществляется в рамках выполнения задания 22 «Оценка современного состояния биоразнообразия и ресурсный потенциал Белорусского Поозерья как основа для его сохранения и рационального использования» ГПНИ «Природно-ресурсный потенциал» по подпрограмме 2 (Биоразнообразие, биоресурсы и экотехнологии). На основании полученных данных можно будет разрабатывать мероприятия по минимизации негативных воздействий антропогенных факторов и сохранению ландшафтного и биологического разнообразия данной территории, по рациональному природопользованию и развитию экотуризма.

Цель исследования – изучение флоры и высшей водной растительности озера Оптино. Для достижения цели были поставлены задачи: выявить характерные особенности высшей растительности озера и установить степень зарастания, определить годовую продукцию и продуктивность макрофитов, выявить популяции редких и охраняемых видов растений, составить электронную векторную карту водной растительности озера.

**Материал и методы.** Озеро Оптино находится на крайнем севере Белорусского Поозерья и входит в республиканский ландшафтный заказник «Синьша». Площадь озера 65 га. Максимальная глубина 6,1 м, средняя 3,8 м (рис. 1). Объем воды 2,46 млн м<sup>3</sup>. Минерализа-

ция воды 260 мг/л. Ph у поверхности воды 8,8, у дна 7,8. Прозрачность воды 1,9 м [1]. Котловина озера ложбинного типа и вытянута с севера на юг. Длина береговой линии 5,48 км. На западном берегу находится д. Заборье. Склоны котловины на западе высотой 8–15 м, на востоке более пологие и заросли древесно-кустарниковой растительностью. Глубины до 2 м занимают 20% площади озера. Прибрежный литоральный склон песчаный, глубже сапропель. На озере расположены 7 островов общей площадью 3 га. В озеро впадают 2 ручья, вытекает один, который соединяет его с оз. Волобо [1–2]. По комплексу признаков оз. Оптино является водоемом эвтрофного типа.

Высшая растительность озера обследована по общепринятой методике В.М. Катанской [3]. Для изучения растительности оз. Оптино использована весельная лодка. В специальные бланки для описания водной растительности вносили площадь изученного фитоценоза, глубину воды, особенности грунта, а также высоту растений, их ярус, величину обилия и степень проективного покрытия. На последней странице бланка выполняли схематическую зарисовку фитоценоза и отмечали смежные фитоценозы, потом составляли общую схему зарастания (рис. 2). Продуктивность ассоциаций определяли путем взятия проб растительности фитоценозов с площади 1, 4 и 9 м<sup>2</sup>. В табл. заносили сведения о площади каждой растительной ассоциации, ее продуктивности и продукции. Суммируя продукцию отдельных ассоциаций, подсчитывали общую продукцию высшей растительности озера и продуктивность растительности в расчете на м<sup>2</sup>.

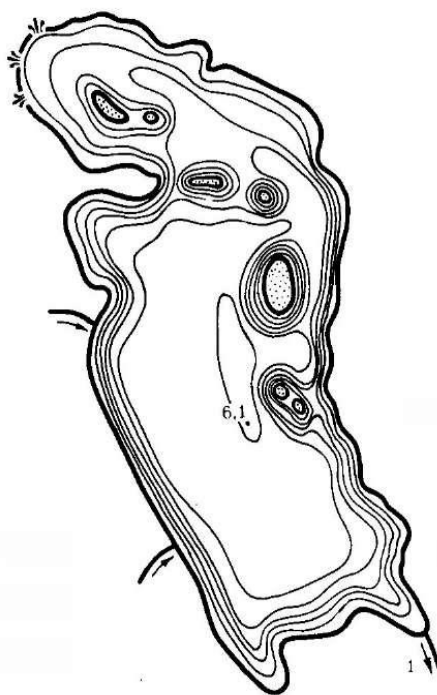
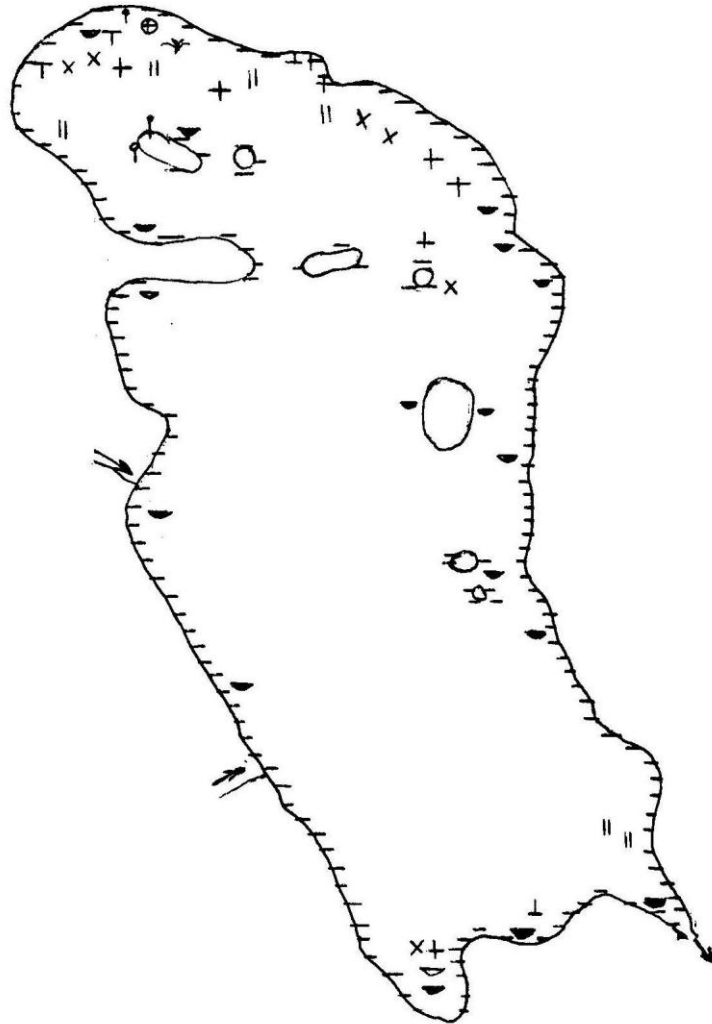


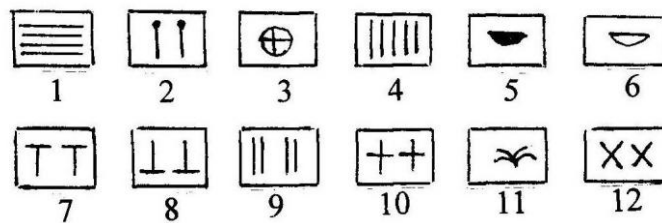
Рис. 1. Батиметрическая схема озера Оптино по [4].

Обследование проводили в начале августа 2011 г. – время максимального развития макрофитов. При обследовании озер заказника нами были использованы ГИС технологии для фиксирования и интерпретации данных полевых наблюдений. Маршрут обследования водоема записывался прибором спутниковой навигации *GPSmap60CSx GARMIN*. Границы обнаруженных растительных ассоциаций заносились в память *GPS*-навигатора как путевые точки с точными географическими координатами. Впоследствии данные с *GPS*-навигатора передавались в специальную программу *OziExplorer 3.95.4m*. Эта программа переносит *GPS*-координаты путевых точек и точек трека (запись пройденного пути) на топографическую карту и сохраняет их в отдельные файлы (рис. 3–4). Эти файлы (путевых

точек \*WPT, трека\*PLT) из *OziExplorer* экспортируются в текстовый или формат *ESRI-shape*, доступный для ГИС программ. Далее шейп-файлы импортируются в ГИС программу, в которой на их основе нами создаются точечные объекты, полилинии или полигоны для пространственного расположения описанных растительных ассоциаций.



#### Условные обозначения



1 – тростник обыкновенный, 2 – рогоз широколистный, 3 – ежеголовник прямой, 4 – схеноплектус озерный, 5 – кубышка желтая, 6 – кувшинка чистобелая, 7 – рдест плавающий, 8 – рдест пронзеннолистный, 9 – рдест блестящий, 10 – роголистник погруженный, 11 – телорез алоэвидный, 12 – харовая водоросль

Рис. 2. Схема зарастания оз. Оптино.

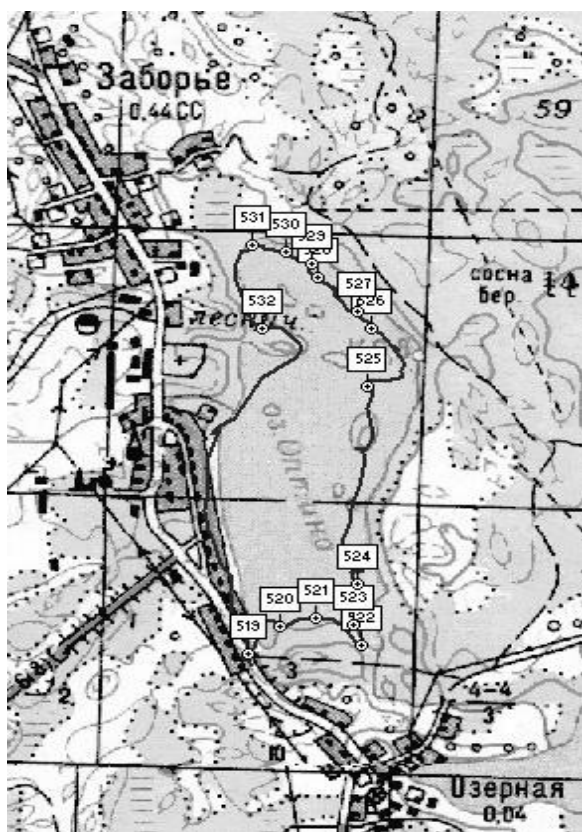


Рис. 3. Точки GPS и маршрут обследования озера, отображенные на топографической карте.



Рис. 4. Северная часть озера с точками GPS на границах растительных ассоциаций, отображенных на карте, на основе спутникового снимка.

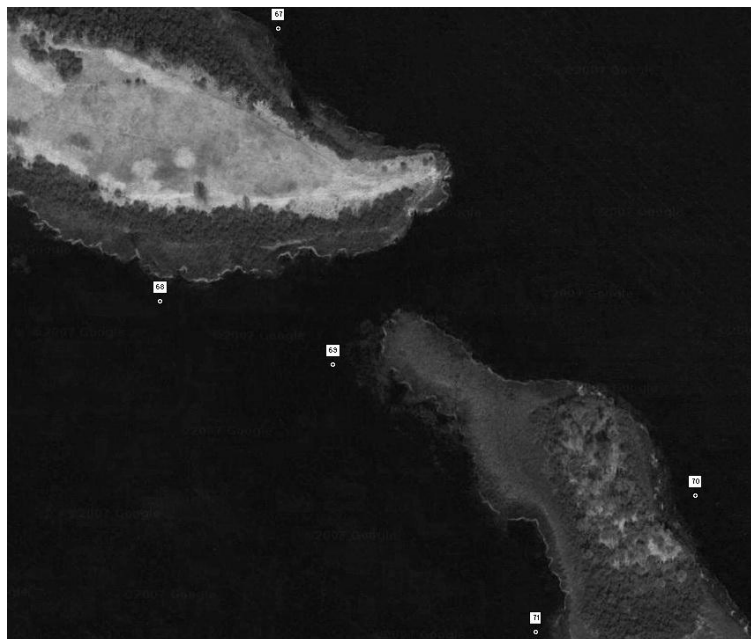


Рис. 5. Спутниковый снимок высокого разрешения с точками GPS на границах растительных ассоциаций, на основе которого составлялась карта водной растительности.

Впоследствии с использованием ГИС «Панорама» («Карта 2008») было проведено картографирование прибрежно-водной растительности озера. На основе векторной топографической карты создана пользовательская карта «Ландшафтный заказник “Синьша”» путем копирования слоев: гидрография, дорожная сеть, населенные пункты. На пользовательскую карту импортированы шейп файлы данных GPS из *OziExplorer*. На векторную карту добавлен растр: космический снимок высокого разрешения с геопортала «Роскосмос». На снимке (рис. 5 (увеличенный фрагмент на рис. 4) хорошо прослеживаются границы водной растительности. На основе этого космоснимка с использованием путевых точек на границах различных растительных ассоциаций средствами ГИС составлена электронная картосхема зарастания оз. Оптино. Также составлена электронная векторная карта прибрежно-водной растительности озера (рис. 6).

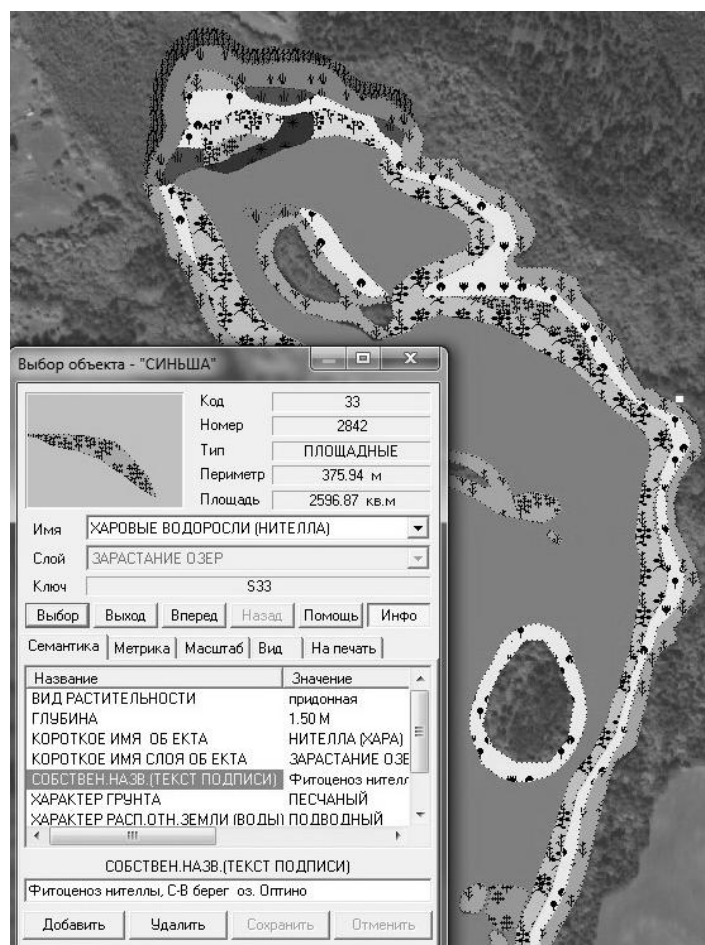


Рис. 6. Фрагмент электронной векторной карты водной растительности с открытым запросом к базе данных ГИС по фитоценозу нителлы.

ГИС «Панорама» располагает очень удобным встроенным модулем для создания пользовательских условных знаков любого типа путем редактирования электронного классификатора карты. Для отображения на электронных векторных картосхемах и картах зарастания озер локализации растительных ассоциаций и их пространственного расположения на акватории водоема Ю.И. Высоцким была разработана авторская система условных знаков (рис. 7–8) [5].



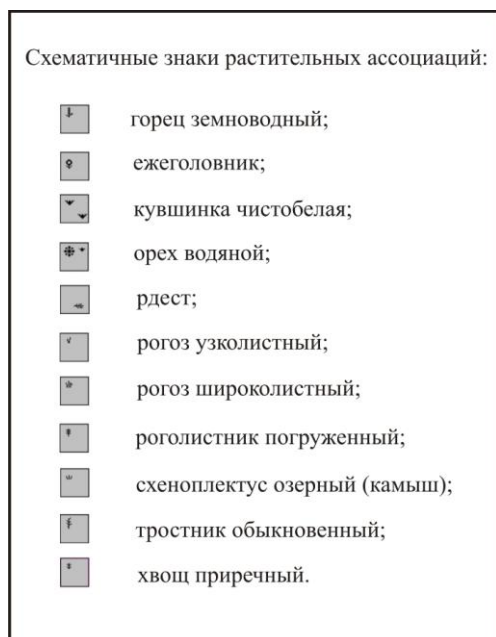


Рис. 7. Условные знаки растительных ассоциаций картосхемы зарастания оз. Оптино.



Рис. 8. Условные знаки растительных ассоциаций карты прибрежно-водной растительности.

Разработанные условные знаки представляют отдельную динамическую библиотеку графических примитивов, внесенных в базу данных ГИС. Условные знаки посредством СУБД отображают на карте и схеме отдельные и смешанные растительные ассоциации, их локализацию с геопространственной привязкой на основе GPS координат.

Геопространственная привязка растительных ассоциаций делает их отдельными объектами базы данных ГИС. Математический аппарат ГИС позволяет сделать мгновенные расчеты покрытия водного зеркала разными растениями (площадь и периметр ассоциации, общая площадь под ассоциациями одного типа). Специальное приложение ГИС «Расчеты по карте» делает и ряд других вычислений на электронной карте: длина ассоциации вдоль береговой линии, наибольшая и наименьшая ширина полосы зарастания видом, общая площадь под растительными ассоциациями, площадь свободного водного зеркала и т.д.

**Результаты и их обсуждение.** Для высшей растительности озера характерен фрагментарно-поясной тип зарастания. В озере четко прослеживаются полоса воздушно-водной растительности и полоса широколистных рдестов. Растительность полос с плавающими на поверхности воды листьями, водных мхов и харовых водорослей представлена в озере фрагментарно.

Впервые в оз. Оптино нами обнаружен водяной орех (*Trapa natans* L.) (08.08.12 г. 55°54'03,38''N, 29°23'51,78''E). Несколько десятков розеток с плодами. Локалитет носит, скорее всего, заносный характер (озеро не соединено протоками с другими водоемами, где орех есть, растет у самого берега, рядом шоссе и туристическая стоянка).

Основным строителем полосы воздушно-водной растительности является тростник обыкновенный (*Phragmites australis* (Cav.) Trin ex Steud.). В ее формировании принимают участие также рогоз широколистный (*Typha latifolia* L.), ежеголовник прямой (*Sparganium erectum* L.), схиноплектус озерный (*Schoenoplectus lacustris* L.), хвощ приречный (*Equisetum fluviatile* L.). Преобладает грунт песок, в северной части озера – ил.

Фитоценозы тростника, формирующие ассоциацию (*Phragmites australis* – ass.), произрастают почти по всей длине береговой линии озера и вокруг островов, за исключением самого крупного из них, что у восточного побережья. Вокруг него воздушно-водная расти-



тельность вообще отсутствует (рис. 2). Ширина зарослей колеблется от уреза воды до 10 м, редко – 20 м, а в среднем составляет 6 м. Высота растений колеблется от 180 до 250 см. Обилие тростника равно 3 баллам, проективное покрытие – 30%. У западного побережья заросли тростника почти чистые. В других участках водоема в них внедряются кубышка желтая (*Nuphar lutea* (L.) Smith), кувшинка чистобелая (*Nymphae candida* J. et. C. Presl), водокрас лягушачий (*Hydrocharis morsus – ranae* L.), обилие которых от 1 до 2 баллов.

В литоральной зоне северо-восточной части водоема отмечена ассоциация тростника обыкновенного со схеноплектусом озерным (*Phragmites australis* + *Schoenoplectus lacustris* – ass.). Ширина зарослей до 7 м. Обилие тростника 4 балла, проективное покрытие 60%. Обилие и проективное покрытие схеноплектуса озерного 3 балла и 30% соответственно.

Характерной для растительности озера является ассоциация тростника обыкновенного с кубышкой желтой (*Phragmites australis* – *Nuphar lutea* – ass.). Фитоценозы тростника с кубышкой желтой наиболее обычны для восточного побережья озера (рис. 2). Ширина зарослей всего 3 м и простираются они с глубины 1,5 до 2,3 м. Грунт песок. Обилие тростника в фитоценозах колеблется от 3 до 5 баллов, проективное покрытие – 40–70%. Обилие и проективное покрытие кубышки желтой 3 балла и 20–30% соответственно.

Ассоциация рогоза широколистного (*Tupha latiaolia* – ass.) представлена всего 2 фитоценозами в северной части водоема – у берега и ближнего к нему острова (рис. 2). Обилие рогоза широколистного 3 балла, проективное покрытие 50%. Высота растений 250 см. Единично в ассоциации отмечены кубышка желтая и водокрас лягушачий. Грунт ил.

В северо-восточной части озера отмечена ассоциация ежеголовника прямого (*Sparganium erectum* – ass.). Обилие ежеголовника 4 балла, проективное покрытие 60%. Высота растений 100 см, грунт заиленный песок.

Фрагменты полосы растений с плавающими листьями формируют кубышка желтая, кувшинка чистобелая, рдест плавающий (*Potamogeton natans* L.).

Среди растительности с плавающими листьями преобладает ассоциация кубышки желтой (*Nuphar lutea* – ass.). Ее фитоценозы произрастают в заливах и заводях озера и в литоральной зоне восточного, реже западного побережий озера. Ассоциация приурочена к глубинам 1,5–2,3 м. Ближе к берегу сменяется совместными фитоценозами с тростником обыкновенным. Обилие кубышки желтой колеблется от 2 до 4 баллов, проективное покрытие – от 30 до 80%. В ее фитоценозах чаще других растений встречается тростник обыкновенный, изредка мох фонтиналис противопожарный (*Fontinalis antipyretica* (L.) Hedw.).

В заливе юго-западного побережья озера отмечена ассоциация кубышки желтой с кувшинкой чистобелой (*Nuphar lutea* + *Nymphae candida* – ass.). Глубина 2 м. Грунт заиленный песок. Обилие кубышки желтой 3 балла, проективное покрытие 25%. Обилие и величина проективного покрытия кувшинки чистобелой соответственно 2 балла и 20%. Среди их зарослей встречается схеноплектус озерный.

В литоральной зоне северного побережья произрастает ассоциация рдеста плавающего (*Potamogeton natans* – ass.). Глубина 2 м. Грунт ил. Обилие рдеста плавающего 4 балла, проективное покрытие 70%. В ассоциации присутствует кубышка желтая, обилие которой 2 балла, а проективное покрытие 20%. Ближе к берегу ассоциация сменяется фитоценозами тростника обыкновенного и рогоза широколистного.

Строителями полосы широколистных рдестов являются рдесты блестящий (*Potamogeton lucens* L.), пронзеннолистный (*P. perfoliatus* L.), роголистник погруженный (*Ceratophyllum demersum* L.), телорез алоэвидный (*Stratiotes aloides* L.).

Фитоценозы, относящиеся к ассоциации рдеста блестящего (*Potamogeton lucens* – ass.), приурочены к северной заиленной части водоема и к литоральной зоне юго-восточного побережья (рис. 2). Глубина 2–2,5 м. Грунт заиленный песок. Обилие рдеста блестящего редко превышает 3 балла, проективное покрытие составляет 25%. В его ассоциации отмечены роголистник погруженный, элодея канадская (*Elodea canadensis* Michx.).

Фитоценозы, формирующие ассоциацию рдеста пронзеннолистного (*Potamogeton perfoliatus* – ass.), отмечены в заливах северной и южной частей водоема. Глубина 2 м. Грунт заиленный песок. Обилие рдеста пронзеннолистного составляет 3 балла, проективное покрытие 25%. Среди его зарослей встречается роголистник погруженный, обилие которого достигает 2 баллов.

Ассоциация роголистника погруженного (*Ceratophyllum demersum* – ass.) представлена фитоценозами, произрастающими в литоральной зоне северо-восточной части водоема и в заливе юго-западного побережья (рис. 2). Обилие роголистника в фитоценозах колеблется от 4 до 6 баллов, а проективное покрытие – от 70 до 100%. В ассоциации встречается харовая водоросль *Nitella* sp., обилие которой 2 балла.

Для литоральной зоны северо-восточной части водоема характерна ассоциация роголистника погруженного с кубышкой желтой и рдестом блестящим (*Ceratophyllum demersum* – *Nuphar lutea* – *Potamogeton lucens* – ass.). Величина обилия рдеста блестящего и кубышки желтой составляет по 2 балла, проективное покрытие по 15%, роголистника погруженного – 3 балла и 40% соответственно.

Ассоциация телореза алоэвидного (*Stratiotes aloides* – ass.) представлена фитоценозами, произрастающими в северной и южной частях водоема. Глубина 2–2,5 м. Грунт ил. Обилие телореза алоэвидного равно 6 баллам, проективное покрытие – 100%. Единично в ассоциации отмечен шелковник жестколистный (*Batrachium circinatum* (Sibth.) Spach).

Фрагменты полосы водных мхов и харовых водорослей представлены ассоциацией харовой водоросли (*Nitella* sp. – ass.). Ее фитоценозы произрастают в заливах юго-западного и северо-западного частей водоема, а также у острова северо-восточного побережья озера. Глубина 1,5–2,5 м. Грунт песок, заиленный песок. Величина обилия нителлы 5–6 баллов, проективное покрытие 80–100%. В ассоциации встречены роголистник погруженный, рдесты блестящий и сплюснутый (*Potamogeton compressus* L.), обилие которых достигает 2 баллов.

**Заключение.** Высшая растительность в оз. Оптино распространена на площади 14,55 га, что составляет 22,2% от акватории водоема. Наибольшую площадь в озере занимает растительность полосы широколистных рдестов – 8,5 га, или 59,6%. Воздушно-водная растительность распространена на площади 3,8 га (табл.), или 26,3%. На фрагменты полос водных мхов и харовых водорослей и растений с плавающими листьями приходится соответственно 1,5 и 0,6 га, что равно 10 и 4,1%.

За вегетационный период высшая растительность оз. Оптино образует 55,47 т абсолютно сухого вещества или 85 г/м<sup>2</sup>. В расчете на органический углерод по И.М. Распопову [4] это равно 34 г/м<sup>2</sup>. Воздушно-водная растительность, благодаря более высокой продуктивности ассоциаций (табл.), образует 33,85 т вещества, или 60% от всей продукции. На растительность полосы широколистных рдестов приходится 17,2 т абсолютно сухого вещества, что составляет 32,6%. Растительность фрагментов полос с плавающими листьями и харовых водорослей образует соответственно 2,5 и 5,6% вещества.

Сравнение степени зарастания и продуктивности с ранее изученными нами озерами этой группы из республиканского ландшафтного заказника «Синьша» свидетельствует о том, что вышеуказанные показатели оз. Оптино близки к оз. Пролюбно [6]. В отличие от других озер заказника, на берегах которых отсутствуют населенные пункты, оз. Оптино испытывает умеренную степень эвтрофирования со стороны д. Заборье, расположенной на западном берегу озера.

Впервые в оз. Оптино нами обнаружен водяной орех (*Trapa natans* L.).

**Площадь ассоциаций, их продуктивность и продукция  
высшей растительности озера Оптино**

|     | Ассоциация                                                                      | Площадь,<br>га | Продук-<br>тивность,<br>г/м <sup>2</sup> | Общая про-<br>дукция, т |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------|----------------|------------------------------------------|-------------------------|
| 1.  | <i>Phragmites australis</i>                                                     | 3,0            | 850                                      | 25,5                    |
| 2.  | <i>Phragmites australis</i> + <i>Schoenoplectus lacustris</i>                   | 0,4            | 1020                                     | 4,08                    |
| 3.  | <i>Phragmites australis</i> – <i>Nuphar lutea</i>                               | 0,3            | 840                                      | 2,52                    |
| 4.  | <i>Typha latifolia</i>                                                          | 0,1            | 750                                      | 0,75                    |
| 5.  | <i>Sparganium erectum</i>                                                       | 0,1            | 650                                      | 0,650                   |
| 6.  | <i>Nuphar lutea</i>                                                             | 0,5            | 200                                      | 1,0                     |
| 7.  | <i>Nuphar lutea</i> + <i>Nymphae candida</i>                                    | 0,1            | 230                                      | 0,23                    |
| 8.  | <i>Potamogeton natans</i>                                                       | 0,05           | 150                                      | 0,075                   |
| 9.  | <i>Potamogeton lucens</i>                                                       | 6,5            | 140                                      | 9,1                     |
| 10. | <i>Potamogeton perfoliatus</i>                                                  | 0,5            | 155                                      | 0,78                    |
| 11. | <i>Ceratophyllum demersum</i>                                                   | 0,7            | 650                                      | 4,55                    |
| 12. | <i>Ceratophyllum demersum</i> – <i>Nuphar lutea</i> – <i>Potamogeton lucens</i> | 0,3            | 180                                      | 0,54                    |
| 13. | <i>Stratiotes aloides</i>                                                       | 0,5            | 450                                      | 2,25                    |
| 14. | <i>Nitella sp.</i>                                                              | 1,5            | 210                                      | 3,1                     |
|     | <b>Всего</b>                                                                    | <b>14,55</b>   |                                          | <b>55,47</b>            |

*ЛИТЕРАТУРА*

1. Блакітная кніга Беларусі. Энцыклапедыя. – Мінск, 1994. – С. 128.
2. Энцыклапедыя прыроды Беларусі: у 5 т. – Мінск, 1985. – Т. 4. – 251 с.
3. Катанская, В.М. Высшая водная растительность континентальных водоемов СССР. Методы изучения / В.М. Катанская. – Л., 1981. – 186 с.
4. Распопов, И.М. Высшая водная растительность больших озер Северо-Запада СССР / И.М. Распопов. – Л., 1985. – 196 с.
5. Мержвинский, Л.М. Высшая водная растительность озера Островцы / Л.М. Мержвинский, В.П. Мартыненко, Ю.И. Высоцкий, Ю.Л. Становая // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2011. – № 2(62). – С. 75–81.
6. Мержвинский, Л.М. Высшая растительность озера Пролобно / Л.М. Мержвинский, В.П. Мартыненко, Ю.И. Высоцкий, Ю.Л. Становая // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2011. – № 5(65). – С. 34–39.

Поступила в редакцию 22.01.2013. Принята в печать 20.02.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: leonardm@tut.by – Мержвинский Л.М.

## Влияние смены кормового растения на рост и выживаемость гусениц шелкопрядов (*Antheraea pernyi* G.-M., *Lymantria dispar* L., *Endromis versicolora* L.)

**С.И. Денисова, С.М. Седловская**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»*

*Переход дубового, непарного и березового шелкопрядов с дуба на иву и черемуху приводит к меньшим потерям гусениц, чем переход гусениц с березы на эти же породы.*

*Эффективность баланса азота и энергии снижается по сравнению с контролем у гусениц олигофагов – березового и дубового шелкопрядов при переходе с дуба на черемуху и иву в меньшей степени, чем при переходе с березы на черемуху и иву. У гусениц полифага – непарного шелкопряда эти показатели имеют незначительную тенденцию к снижению на новом корме по сравнению с контролем и олигофагами. Таким образом, энергетика питания, выживаемость и интенсивность роста насекомых при смене кормового растения зависят не только от вида нового корма, но и от пищевой специализации насекомых, особенностей предшествовавшего корма.*

**Ключевые слова:** *выживаемость, относительная скорость роста, олигофаг, полифаг, кормовые растения, баланс азота, баланс энергии.*

## Impact of changing fodder plant on the growth and survival of silkworms (*Antheraea pernyi* G.-M., *Lymantria dispar* L., *Endromis versicolora* L.)

**S.I. Denisova, S.M. Sedlovskaya**

*Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»*

*Moving of oak, non pair and birch silkworm from oak onto willow and bird cherry results in fewer losses of caterpillars than moving of caterpillars from birch onto the same trees,*

*Efficiency of nitrogen and energy balance reduces compared to the control group of oligophagus caterpillars – of birch and oak silkworm when moving from oak on bird cherry and willow to a smaller degree than when moving from birch onto willow and bird cherry. These parameters of polyphagus caterpillars, non pair silkworm, have a slight tendency to reduce on new fodder compared to the control and oligophagus. Thus, energy of food, survival and intensity of insect growth, with the change of fodder plant, depend not only on the type of new fodder but also on food specialization of insects, peculiarities of the previous fodder.*

**Key words:** *survival, relative speed of growth, oligophagus, polyphagus, fodder plants, nitrogen balance, energy balance.*

Изменение в предпочтительном потреблении корма после предшествующего питания на нем получило название индукции трофического поведения [1]. В литературе имеется незначительное число данных о проявлении индукции предпочтения корма у гусениц чешуекрылых. В.И. Кузнецов [2] отметил, что гусеницы 13 видов олиго- и политрофных чешуекрылых из семейств волнянок, хохлаток, коконопрядов, совок, сатурний и листоверток, собранных в природе с двух и более видов растений, отдавали в опыте четкое предпочтение листе своего предшествовавшего хозяина.

А.В. Гецова и Л.К. Лозина-Лозинский [3] обнаружили, что гусеницы непарного шелкопряда и китайского дубового шелкопряда при возможности свободного выбора предпочитают растения, на которых питались перед опытом, даже если они менее пригодны для роста и развития.

А.Ф. Сафонкиным [4] изучалось влияние перемены корма на развитие полифага – всеядной листовертки. Отмечено изменение биологических показателей развития полифага при воспитании гусениц на разных кормовых культурах и смене их в процессе развития особей.

Тенденция к индукции предпочтения корма отмечена также у ряда видов жесткокрылых [5], равнокрылых [6] и других насекомых.

Таким образом, к настоящему времени накоплен ряд фактов, свидетельствующих о реальности феномена индукции. Однако адаптивная сущность этого явления требует внимательного изучения, так как позволяет подойти к пониманию процессов расселения насекомых-фитофагов на новые растения в ареале.

Преадаптация к разным растениям повышает экологическую пластичность особей видов растительноядных насекомых и изменяет их роль в функционировании естественных и трансформированных антропогенным воздействием экосистем.

Поэтому цель работы – изучение выживаемости, роста и интенсивности потребления и усвоения компонентов пищи при смене кормового растения, а также энергетической оценки процесса смены корма гусеницами дубового, непарного и березового шелкопрядов.

**Материал и методы.** Исследования проводились на базе биологических стационаров «Придвижье», «Щитовка» и в лабораториях биологического факультета Витебского государственного университета имени П.М. Машерова в период с 1996 по 2012 г. В качестве объекта исследований использовали:

– **китайский дубовый шелкопряд** – *Antheraea pernyi* G.-M. (Attacidae) – восточно-палеарктический вид; распространен в Приморье, Северном Китае. В XVIII веке завезен в Европу, где акклиматизировался и натурализовался на Пиренейском полуострове и Балеарских островах. В Китае введен в культуру на протяжении последних 300 лет. В ВГУ имени П.М. Машерова также разводят культуру этого шелкопряда на протяжении последних 40 лет [7]. Данный вид подходит по классификации Р. Кригера [8] к уровню трофической специализации: питается растениями 2–10 семейств – олигофаг;

– **непарный шелкопряд** – *Lymantria dispar* L. (Lymantriidae) – транспалеарктический вид, завезенный в конце XIX века в Северную Америку, где в настоящее время натурализовался и стремительно расширяет свой ареал. Полифаг, потребляющий более 600 видов растений из разных порядков;

– **березовый шелкопряд** – *Endromis versicolora* L. (Endromididae) – транспалеарктический вид, населяющий бореальную зону Евразии. Специализированный вид, олигофаг.

Кормовыми растениями вышеуказанных видов служили дуб черешчатый (*Quercus robur* L.), береза повислая (*Betula pendula* Roth.), ива корзиночная (*Salix viminalis* L.) и черемуха обыкновенная (*Padus avium* Mill.).

Показатели питания определяли «гравиметрическим» балансовым методом [9]. Гусениц одного возраста содержали в садках по 25 экз. в каждом, в трех повторностях, при температуре 21–23°C. Повышенную влажность поддерживали ежедневным смачиванием ветвей корма.

У каждой группы гусениц ежедневно учитывали количество потребленного корма (С) и выделенных экскрементов (F), а также определяли величину прироста биомассы насекомого (Р). Количество усвоенной пищи (А) находится из уравнения:  $A = C - F$ , а масса усвоенного корма, потраченная организмом на метаболизм (R), – из уравнения:  $R = A - P$ .

Взвешивание проводили на торзионных и аналитических весах. Все величины выражали в абсолютно сухой массе. Сухую массу тела гусениц определяли по контрольной группе особей, воспитывавшихся в режиме опыта. Полученные данные использовали для расчета эколого-физиологических показателей питания и роста:

– эффективность использования потребленного корма:  $\text{ЭИП} = P \cdot C^{-1} \cdot 100\%$ ;

–  $\text{ОСР} = (\text{масса прироста тела гусеницы за период питания}) \cdot (\text{средняя масса тела гусеницы за период питания})^{-1} \cdot (\text{длительность периода питания})^{-1}$ ,  $\text{мг} \cdot \text{мг}^{-1} \cdot \text{сутки}^{-1}$ .

Выживаемость гусениц определялась по формуле:

$$Ж = \frac{Л \cdot 100}{Г} \%, \text{ где}$$

Ж – жизнеспособность гусениц в процентах;

Л, Г – количество гусениц соответственно в начале и конце возраста.

Для вычисления утилизации азота пищи использовались следующие параметры [10]:

$$\text{ЭУА} = \frac{\text{полученная биомасса } N(z)}{\text{потребленный } N(z)} \cdot 100, \text{ где}$$

ЭУА – эффективность утилизации азота;

полученная биомасса N – разница между азотом, потребленным с пищей, и выделенным с экскрементами за время t.

ОСНА – относительная скорость накопления азота рассчитывалась по формуле [11]:

$$ОСНА = \frac{\text{полученная биомасса } N(\varepsilon)}{\text{масса тела гусеницы}(\varepsilon) \cdot \text{время опыта}(\text{сут.})}$$

**Результаты и их обсуждение.** Динамику интенсивности потребления гусеницами нового корма изучали на гусеницах V возраста. Контролем служило воспитание гусениц на предшествующем корме (дуб, береза), в опыте гусениц переводили с дуба и березы на иву и черемуху. Сравнение индекса потребления корма в ходе первого, второго и третьего дня питания новым кормом показало, что в первый день контакта с новым кормом на единицу веса тела фитофагов потреблено меньше всего корма у гусениц всех видов на всех кормовых растениях. В последующие дни индекс потребления заметно рос, но не по всем вариантам опыта (табл. 1).

Из приведенных данных следует, что полифаг – непарный шелкопряд при пересадке на новые кормовые растения быстро адаптируется, индекс потребления возрастает как на иве, так и на черемухе, и от контрольных значений достоверно не отличается. Абсолютная величина поглощенного корма зависит от вида и предшествующего, и нового кормового растения. При пересадке с дуба на черемуху наблюдался больший рост индекса потребления корма гусеницами, чем при переходе к питанию листом ивы. При переходе с березы на иву индекс потребления листа ивы почти в 2 раза ниже по сравнению с вариантом перехода гусениц с дуба на иву.

Таблица 1

**Изменение индексов потребления корма у гусениц дубового, непарного и березового шелкопрядов при смене кормового растения (мг сухого веса корма/мг сухого веса тела)**

| Вид насекомого      | Предшествующий корм | Корм гусениц в опыте             | Количество гусениц в опыте           | Индексы потребления                   |                                       |                                       |
|---------------------|---------------------|----------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
|                     |                     |                                  |                                      | 1-й день                              | 2-й день                              | 3-й день                              |
| Непарный шелкопряд  | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль)    | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 0,33±0,01*<br>0,25±0,01*<br>0,84±0,02 | 0,61±0,05<br>0,44±0,02*<br>0,82±0,02  | 0,72±0,03<br>0,63±0,03<br>0,83±0,02   |
|                     | береза              | черемуха, ива, береза (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 0,31±0,01*<br>0,22±0,01*<br>0,93±0,05 | 0,53±0,05*<br>0,34±0,01*<br>0,85±0,05 | 0,72±0,02<br>0,55±0,09*<br>0,90±0,05  |
| Березовый шелкопряд | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль)    | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 0,12±0,01*<br>0,21±0,02*<br>0,65±0,03 | 0,25±0,01*<br>0,33±0,01*<br>0,66±0,04 | 0,33±0,01*<br>0,45±0,01*<br>0,63±0,03 |
|                     | береза              | черемуха, ива, береза (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 0,15±0,01<br>0,15±0,01*<br>0,62±0,07  | 0,15±0,01*<br>0,16±0,01*<br>0,64±0,03 | 0,25±0,01<br>0,25±0,01<br>0,66±0,03   |
| Дубовый шелкопряд   | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль)    | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | –<br>0,25±0,01*<br>0,76±0,04*         | –<br>0,31±0,02*<br>0,75±0,03*         | –<br>0,43±0,01*<br>0,72±0,03          |
|                     | береза              | черемуха, ива, береза (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | –<br>0,17±0,01*<br>0,85±0,05          | –<br>0,24±0,01*<br>0,79±0,05*         | –<br>0,35±0,01*<br>0,84±0,05          |

**Примечание:** \* – достоверность отличий от контроля  $P < 0,05$ .

Олигофаг – березовый шелкопряд резко снижает количество потребленного корма во всех вариантах опыта по сравнению с контролем, т.е. его адаптационные возможности значительно ниже, чем у непарного шелкопряда. Олигофаг – дубовый шелкопряд обнаруживает ту же динамику потребления гусеницами нового корма, что и березовый шелкопряд, а от питания листом черемухи гусеницы дубового шелкопряда вообще отказались.

Продолжение питания гусениц шелкопрядов в опыте со сменой корма до конца V возраста оказало значительное влияние на выживаемость гусениц (табл. 2).

Выживаемость гусениц непарного шелкопряда практически не отличалась от контроля, выживаемость гусениц березового и дубового шелкопрядов снизилась в среднем на 15,0–20,0% при переходе к питанию новым видом корма.

Следует отметить, что переход всех трех видов насекомых с дуба на другие породы приводит к меньшим потерям гусениц, чем переход гусениц с березы на другие породы, т.е. первый вариант перехода в меньшей степени ослабляет организм гусениц, чем второй, и это отражается на их выживаемости (табл. 3).

Переход гусениц на другое кормовое растение влияет также на эффективность азотного баланса и баланса энергии (табл. 3).

Таблица 2

**Выживаемость гусениц V возраста непарного, березового и дубового шелкопрядов при смене кормового растения**

| Вид насекомого      | Предшествующий корм | Корм гусениц в опыте             | Количество гусениц в опыте           | Выживаемость, %                  |
|---------------------|---------------------|----------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------|
| Непарный шелкопряд  | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль)    | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 72,3±1,8<br>76,5±2,0<br>78,2±1,5 |
|                     | береза              | черемуха, ива, береза (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 70,6±1,6<br>72,7±1,2<br>74,8±1,4 |
| Березовый шелкопряд | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль)    | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 44,3±1,2<br>59,5±1,5<br>69,7±1,7 |
|                     | береза              | черемуха, ива, береза (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 41,8±1,1<br>54,3±1,2<br>64,2±1,4 |
| Дубовый шелкопряд   | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль)    | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | –<br>51,7±1,3<br>70,5±1,7        |
|                     | береза              | черемуха, ива, береза (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | –<br>46,3±1,6<br>63,8±2,1        |

По нашим данным, суммированным в табл. 3, эффективность использования потребленного корма (ЭИП), относительная скорость роста (ОСР), эффективность утилизации азота (ЭУА) и относительная скорость накопления азота (ОСНА) снижаются по сравнению с контролем у гусениц березового и дубового шелкопрядов при переходе с дуба на черемуху и иву в меньшей степени, чем при переходе с березы на черемуху и иву. У гусениц непарного шелкопряда эти показатели также имеют тенденцию к снижению на новом корме, но лишь в пределах 3,0–5,0% по отношению к контролю. Переход с дуба на другие кормовые растения у непарного шелкопряда, как и у других шелкопрядов, стимулирует становление пищевых адаптаций у гусениц при встрече с новым видом корма.

Таким образом, энергетика питания и интенсивность роста насекомых при смене кормового растения зависят не только от вида нового корма, но и от особенностей предшествовавшего режима питания. Влияние предшествующего корма на последующее усвоение и использование ряда

других кормов может зависеть от способности разных вторичных веществ индуцировать ферментную систему микросомального окисления (СМО), с помощью которой гусеницы трансформируют большинство попавших в организм фитофага аллелохимиков [12]. В нашем эксперименте дуб черешчатый, как предшествующий корм, характеризуется самым большим количеством вторичных соединений, т.е. служит биологически довольно активным кормом. Лист березы в отношении содержания в них вторичных соединений служит более нейтральным кормом.

В свете этих данных становится понятным, почему переход гусениц шелкопрядов с дуба на другие кормовые породы происходит с меньшими затратами, чем с березы на те же кормовые породы, и вызывает меньшую смертность гусениц при первом варианте перехода. Показатели использования энергии на прирост массы, усвоение азота и скорость роста гусениц шелкопрядов при переходе с дуба на черемуху и иву превышают аналогичные показатели гусениц тех же видов насекомых на тех же видах новых кормовых растений, переведенных на них с березы, потому, что вторичные соединения дуба стимулируют работу системы микросомального окисления вторичных метаболитов у гусениц, питавшихся листом дуба.

Таблица 3

**Влияние смены корма на рост, баланс азота и энергии у гусениц V возраста  
олиго- и политрофных чешуекрылых**

| Вид насекомого     | Предшествующий корм | Корм гусениц в опыте          | Количество гусениц в опыте           | ЭИП, %                              | ОСР, мг·мг <sup>-1</sup> æ сут <sup>-1</sup> | ОСНА, %                            | ЭУА, %                             |
|--------------------|---------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Непарный шелкопряд | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 17,4±0,5*<br>17,6±0,5*<br>21,5±0,06 | 0,14±0,01<br>0,14±0,01<br>0,18±0,02          | 28,0±0,7*<br>32,4±0,8<br>35,4±0,6  | 35,5±0,7*<br>37,0±0,5<br>42,1±0,6  |
|                    |                     | береза                        | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 14,7±0,3*<br>15,9±0,5*<br>24,7±0,6  | 0,13±0,01<br>0,11±0,01<br>0,16±0,01          | 27,5±0,5*<br>30,9±0,6*<br>38,1±0,7 | 31,3±0,5*<br>32,5±0,4*<br>42,4±0,7 |
|                    | береза              | черемуха, ива, дуб (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 24,5±0,6*<br>33,0±0,7<br>37,1±0,5   | 0,08±0,01<br>0,08±0,01<br>0,12±0,01          | 31,9±0,7*<br>36,5±0,7*<br>40,0±0,6 | 34,3±0,6*<br>45,5±0,7*<br>52,8±1,2 |
|                    |                     | береза                        | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | 21,2±0,5*<br>26,8±0,5*<br>31,7±0,6  | 0,07±0,01<br>0,07±0,01<br>0,11±0,02          | 29,1±0,5*<br>32,0±0,6*<br>42,5±0,8 | 30,0±0,6*<br>39,4±0,7*<br>48,6±0,9 |
| Дубовый шелкопряд  | дуб                 | черемуха, ива, дуб (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | —<br>43,1±0,9*<br>51,8±1,1          | —<br>0,11±0,01<br>0,13±0,01                  | —<br>31,5±0,6*<br>46,9±0,9*        | —<br>55,4±0,9*<br>65,5±1,0         |
|                    |                     | береза                        | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | —<br>34,5±0,7*<br>46,7±0,8          | —<br>0,10±0,01<br>0,12±0,01                  | —<br>33,2±0,5*<br>41,1±0,6         | —<br>48,2±0,7*<br>58,0±1,2         |
|                    | береза              | черемуха, ива, дуб (контроль) | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | —<br>43,1±0,9*<br>51,8±1,1          | —<br>0,11±0,01<br>0,13±0,01                  | —<br>31,5±0,6*<br>46,9±0,9*        | —<br>55,4±0,9*<br>65,5±1,0         |
|                    |                     | береза                        | 3 повторности по 25 гусениц в каждой | —<br>34,5±0,7*<br>46,7±0,8          | —<br>0,10±0,01<br>0,12±0,01                  | —<br>33,2±0,5*<br>41,1±0,6         | —<br>48,2±0,7*<br>58,0±1,2         |

**Примечание:** \* – достоверность различий  $P < 0,05$ .

Но, в целом, даже с учетом снижения затрат при питании новым видом корма за счет стимуляции детоксикационной системы вторичными соединениями предшествующего корма, освоение нового вида пищи приводит к дополнительной трате усвоенной массы пищи, идущей, в частности, на перестройку детоксикационной и пищеварительной систем на адаптацию к биохимическим особенностям нового корма.



**Заключение.** Гусеницы чешуекрылых, как и многие другие организмы, в процессе развития стремятся максимально снизить затраты на поддержание жизнедеятельности. Одним из механизмов уменьшения затрат энергии при освоении нового корма может служить феномен индукции трофического поведения. Он выражается в том, что гусеницы предпочитают оставаться на корме, который так или иначе, но гарантирует их дальнейший рост и развитие.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Jermy, T. Induction of specific food preference in lepidopterous larvae / T. Jermy, F.E. Hanson, V.G. Dethier // Ent. exp. appl. – 1968. – Vol. 11. – P. 211–230.
2. Кузнецов, В.И. Вопросы приспособления чешуекрылых к новым пищевым условиям / В.И. Кузнецов // Тр. ин-та / Зоол. ин-т АН СССР. – 1952. – Т. 11. – С. 166–181.
3. Гецова, А.Б. Роль поведения насекомых в процессе приспособления их к растительной пище / А.Б. Гецова, Л.К. Лозина-Лозинский // Зоол. журн. – 1955. – Т. 34, вып. 5. – С. 1066–1079.
4. Сафонкин, А.Ф. Влияние перемены корма на развитие полифага *Archips podana* Sc. (Lepidoptera: Tortricidae) / А.Ф. Сафонкин // Экология. – 2000. – № 3. – С. 224–227.
5. Кожанчиков, И.В. Биологические особенности европейских видов *Galerucella* и условия образования биологических форм у *Galerucella lineola* / И.В. Кожанчиков // Тр. ин-та / Зоол. ин-т АН СССР. – 1958. – Т. 24. – С. 271–322.
6. Шапошников, Г.Ф. Эволюция тлей в связи со специализацией и сменой хозяев: автореф. ... дис. д-ра биол. наук / Г.Ф. Шапошников; Ленингр. гос. ун-т. – Л., 1967. – 50 с.
7. Денисова, С.И. Теоретические основы разведения китайского дубового шелкопряда в Беларуси: монография / С.И. Денисова. – Минск: УП «Технопринт», 2002. – 233 с.
8. Krieger, R.J. Detoxication enzymes in the guts of caterpillars: an evolutionary answer to plant defenses? / R.J. Krieger, P.P. Feeny, C.F. Wilkinson // Science. – 1971. – Vol. 197. – P. 579–581.
9. Waldbauer, G.P. The consumption and utilization of food by insects / G.P. Waldbauer // Adv. Insect Physiol. – 1968. – Vol. 5. – P. 254–288.
10. Slansky, F. Food consumption and utilization / F. Slansky, J.M. Scriber // Compr. insect physiol. biochem. pharmacol. – Oxford: Plenum, 1985. – Vol. 4. – P. 86–184.
11. Scriber, J.M. The effects of larvae feeding specialization and plant growth form on the consumption and utilization of plant biomass and nitrogen: an ecological consideration / J.M. Scriber // Entomol. exp. et. appl. – 1978. – Vol. 24, № 3. – P. 694–710.
12. Арчаков, А.И. Микросомальное окисление / А.И. Арчаков. – М.: Наука, 1975. – 327 с.

Поступила в редакцию 18.01.2013. Принята в печать 20.02.2013

Адрес для корреспонденции: 210001, г. Витебск, ул. Зеньковой, д. 18, кв. 3 – Денисова С.И.



## Сравнительный анализ характеристик тестовых заданий, уровня подготовленности абитуриентов и успеваемости студентов

**В.В. Малиновский, А.А. Чиркина**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»*

*Проведен сравнительный анализ характеристик тестов, уровня подготовленности абитуриентов и успеваемости студентов первого курса за период 2006–2012 годов. Установлено, что уровень трудности тестовых заданий и их дифференцирующая способность не изменяются по годам. Среди тестовых заданий преобладают задания среднего уровня сложности. Обнаружена умеренная корреляционная зависимость между результатами централизованного тестирования по всем предметам и показателями успеваемости студентов. Результаты централизованного тестирования не дают возможности статистически достоверно предсказать «успешность–неуспешность» обучения на первом курсе. Величина среднего балла аттестата коррелирует с успешностью обучения для всех групп студентов. Получение по предметам централизованного тестирования баллов в диапазоне 0–9 не означает, что студент не сможет успешно учиться.*

**Ключевые слова:** централизованное тестирование, характеристика тестов, успеваемость, абитуриенты, студенты.

## Comparative analysis of test characteristics, the level of university applicants' readiness and students' academic performance

**V.V. Malinovsky, A.A. Chirkina**

*Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masharov»*

*The comparative analysis of test characteristics, the level of university applicants' readiness and first year students' academic performance for the period of 2006–2012 has been carried out. It has been proved that the level of test difficulty and their differentiating ability haven't changed during the above mentioned period. Among test tasks those of medium level prevail. Moderate correlation dependence between the results of centralized testing in all subjects and the indicators of students' academic performance has been found out. Results of centralized testing don't make it possible to have a statistically valid prediction about 'success–failure' of first year students' academic performance. The average score of the certificate of secondary education correlates with successful training for all student groups. The points of 0 to 9 in the subjects of the centralized testing don't mean a student's inability to make good progress in his studies.*

**Key words:** centralized testing, test characteristics, academic performance, university applicants, students.

Тестирование является одной из форм массового контроля знаний, позволяющей эффективно оценить и измерить уровень подготовленности обучаемых. В настоящее время существует два основных подхода к разработке тестовых материалов и интерпретации результатов. Критериально-ориентированный подход позволяет оценить, в какой степени испытуемый усвоил необходимый объем знаний, умений или навыков, а нормативно-ориентированный – предназначен для дифференциации испытуемых по результатам выполнения теста. Задача конкурсного отбора абитуриентов – ранжировать испытуемых по уровню подготовки, определить рейтинг каждого из них. Нормативно-ориентированный тест позволяет сравнивать учебные достижения (уровень знаний и умений) отдельных испытуемых друг с другом на основе распределения тестовых баллов.

Традиционный контроль с оценкой, основанной на опыте и интуиции преподавателя, никогда не был лишен субъективизма, а в ряде случаев порождал конфликты и разочарования со стороны абитуриентов. Использование тестовых технологий исключает субъективный, личностный подход к ученику и гарантирует воспроизводимость результатов при проверке знаний. Н.С. Феськов отмечает, что тестовые технологии как форма стандартизированных педагогических измерений повышают у школьников мотивацию обучения и достижения более высоких результатов и создают равные условия для испытуемых по сложности, объему, времени выполнения. Если же тестирование приобретает статус централизованного, то минимизирует случайные ошибки и погрешности как в процессе проведения, так и на этапе обработки результатов и интерпретации данных [1].

Введение централизованного тестирования (ЦТ) в качестве основной формы вступительных испытаний в вузы Республики Беларусь породило ряд вопросов: соответствуют ли тесты школьной программе, адекватны ли они уровню знаний и умений учеников, насколько точно тесты дифференцируют абитуриентов по уровню их подготовленности по предмету. Республиканский институт контроля знаний неоднократно заявлял, что тесты удовлетворяют требованиям, предъявляемым к контролирующим материалам такого рода. Анализ результатов централизованного тестирования дает возможность характеризовать уровни подготовленности абитуриентов и ранжировать их по этому признаку [2].

Однако ежегодно после окончания приема в вузы в печати возникают вопросы, связанные с условием тестовых заданий, снижением уровня подготовки абитуриентов, целесообразностью учета среднего балла аттестата, введением нижней планки результатов тестирования, позволяющей поступать в вуз. Зачастую обсуждение этих вопросов проводится на уровне субъективных взглядов участников дискуссии и, следовательно, выводы не могут носить достоверный характер. Ответы можно дать на основе статистического анализа результатов централизованного тестирования и итоговой успеваемости студентов первого курса.

Цель исследования: анализ результатов ЦТ, уровня подготовленности абитуриентов и успеваемости студентов. Для реализации цели были поставлены следующие задачи: оценить эмпирические характеристики тестовых заданий (трудности, дискриминативности) и уровня подготовленности абитуриентов; определить связи между результатами централизованного тестирования, средним баллом аттестата и успеваемостью студентов на первом курсе по дисциплинам математического цикла.

**Материал и методы.** В исследовании были использованы результаты участников ЦТ по математике по пункту тестирования № 703 Витебского государственного университета имени П.М. Машерова с 2006 по 2012 год (в общей сложности 10905 человек, получивших положительные результаты теста), а также итоги первой сессии, средний балл аттестата, результаты ЦТ по русско-белорусскому языку, физике и математике студентов математического факультета специальностей «Прикладная математика», «Математика. Информатика» 2006–2012 годов набора (566 студентов).

При анализе качества тестовых заданий использовались две теории: классическая теория тестирования (Classical Test Theory, CTT) и математическая теория измерений (Item Response Theory, IRT).

Были проверены следующие предположения: характеристики тестовых заданий и уровень подготовленности тестируемых не изменяются по годам; средний балл аттестата не связан с успешностью обучения, его можно не учитывать при приеме в вуз; существует нижняя граница баллов по ЦТ, которая предопределяет «успешность–неуспешность» обучения.

Для проверки этих предположений использовалась статистическая обработка результатов ЦТ и экзаменационных сессий с помощью пакета программ STATISTICA (StatSoft, USA). Применялись следующие методы статистического анализа: проверка нормальности распределения количественных признаков с помощью критериев Лиллиефорса и Шапиро–Уилка, ранговый анализ вариаций по Краскелу–Уоллису, сравнение групп с использованием критерия Манна–Уитни, ранговый корреляционный анализ по Спирмену.

**Результаты и их обсуждение.** Трудность в классической теории тестов определяется как доля тестируемых, которые справились с заданием:  $p_j = R_j/N$ , где  $N$  – общее количество испытуемых;  $R_j$  – число правильных ответов, полученных по заданию с номером  $j$ . Недостаток данного показателя: характеристики трудности тестовых заданий как доли правильных ответов зависят от конкретной группы испытуемых, при помощи которых они были получены.

Стандартной мерой дифференцирующей способности задания в классической теории тестирования является значение коэффициента корреляции задания с тестом – корреляция оценок, полученных испытуемыми по заданию, с суммой баллов тех же испытуемых. Мера связи определяется посредством расчета классического коэффициента корреляции Пирсона. Чем выше значение коэффициента корреляции, тем лучше. В качестве нижней границы включения заданий в тест обычно рассматриваются значения  $r = 0,3$ , и самой нижней, в исключительных случаях,  $-r = 0,2$ .

Математическая теория измерений IRT является психолого-педагогическим вариантом более общей методологии латентно-структурного анализа (Latent Structure Analyses, LSA), нацеленного на выявление латентных качеств личности посредством вероятностно-статистического моделирования. Однопараметрический вариант IRT предложен Георгом Рашем (G. Rasch). Оценка трудности тестовых заданий на основе модели Раша не зависит от выборки испытуемых, на которых она была получена, а оценка уровня знаний испытуемых аналогично не зависит от используемого набора тестовых заданий. Ключевая идея модели Раша может быть сформулирована следующим образом: вероятность правильного ответа на тестовое задание зависит от уровня подготовленности тестируемого и трудности тестового задания. Основная логистическая однопараметрическая модель Раша:

$$p_{ij} = \frac{e^{d_j(\theta_i - \beta_j)}}{1 + e^{d_j(\theta_i - \beta_j)}},$$

где  $p_{ij}$  – вероятность правильного ответа  $i$ -го испытуемого на  $j$ -е задание;  $\theta_i$  – уровень подготовленности  $i$ -го испытуемого;  $\beta_j$  – мера трудности  $j$ -го задания;  $d$  – константа шкалирования, которая вводится в связи с использованием логистической функции для описания латентных параметров, распределение которых предполагается нормальным.

Несмотря на то, что в основной формуле используется два параметра  $\beta$  и  $\theta$ , модель называется однопараметрической, так как вероятность успешного выполнения задания реально зависит не от самих параметров, а от их разности. Существенное преимущество модели Раша по сравнению с классической теорией состоит в том, что в качестве меры трудности заданий и меры подготовленности испытуемых применяется единая метрическая шкала логитов, которая позволяет сопоставить трудность задания  $\beta_j$  и подготовленность испытуемого  $\theta_i$ . По Рашу определены два логита: логит уровня знаний – натуральный логарифм отношения доли правильных ответов испытуемого на все задания теста к доле неправильных ответов; логит уровня трудности задания – натуральный логарифм отношения доли неправильных ответов на задание теста к доле правильных ответов на это задание по множеству испытуемых. По результатам вычисления  $\theta_i$ ,  $\beta_j$  строятся характеристические кривые тестовых заданий. При геометрической интерпретации параметр  $\beta$  можно рассматривать как характеристику положения кривой задания относительно оси  $\theta$ . Если уровень подготовленности соответствует трудности задания, то вероятность правильного ответа составляет 50%. Представляет интерес разность между уровнем подготовленности и трудностью задания. Если разность между уровнем подготовленности и уровнем трудности тестового задания равна 1 логиту, то вероятность верного выполнения таким испытуемым такого задания равна 73%, если разность равна -1 логит, то вероятность равна 27%. Большие положительные или отрицательные значения разности не представляют интереса для тестирования, так как вероятность справиться с заданием близка либо к 100% либо к 0%.

По результатам ЦТ по математике по пункту тестирования № 703 были получены основные характеристики тестовых заданий и уровня подготовленности тестируемых в 2006–2012 гг. В табл. 1 представлены пять уровней трудности тестовых заданий по F. Baker и распределение тестовых заданий по трудности с использованием параметров IRT.

Таблица 1

**Распределение тестовых заданий по трудности**

| Градации трудности задания | Мера $\beta_j$           | Год тестирования |      |      |      |      |      |       |
|----------------------------|--------------------------|------------------|------|------|------|------|------|-------|
|                            |                          | 2006             | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012* |
| Очень трудные              | $\beta_j > 2,6$          | 2                | 5    | 4    | 7    | 4    | 7    | 4     |
| Трудные                    | $1,5 < \beta_j < 2,59$   | 7                | 2    | 3    | 4    | 5    | 4    | 3     |
| Среднего уровня трудности  | $-1,49 < \beta_j < 1,49$ | 16               | 16   | 20   | 16   | 19   | 17   | 20    |

|               |                          |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------|--------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Легкие        | $-2,59 < \beta_j < -1,5$ | 0  | 2  | 3  | 1  | 1  | 2  | 2  |
| Очень легкие  | $\beta_j < -2,6$         | 0  | 0  | 0  | 2  | 1  | 0  | 0  |
| Всего заданий |                          | 25 | 25 | 30 | 30 | 30 | 30 | 29 |

\* Из 30 заданий одно задание было исключено из рассмотрения, так как ни один из тестируемых его не выполнил.

Считается, что на тестовые задания с  $\beta_j < -6$  практически каждый испытуемый дает правильный ответ. При  $\beta_j > 6$  с заданием не сможет справиться ни один испытуемый. Рекомендуется рассматривать задания с уровнем трудности от -3 до +3. Наибольшую эффективность имеют задания, соответствующие средним значениям уровней подготовленности участников тестирования [3]. В тесте преобладают задания среднего уровня сложности.

Проверка показала, что в большинстве групп распределение тестовых заданий по трудности отличается от нормального. Ранговый анализ вариаций по Краскелу–Уоллису для характеристик «трудность тестового задания» ( $p = 0,9490$ ) и «доля правильных ответов» ( $p = 0,7146$ ) показал, что значимые статистические различия между значениями выбранных показателей по годам отсутствуют (в обоих случаях уровень значимости  $p > 0,05$ ).

Для анализа дифференцирующей способности тестовых заданий была использована двухпараметрическая модель Бирнбаума (A. Birnbaum), которая является развитием однопараметрической модели Раша:

$$p_{ij} = \frac{e^{da_j(\theta_i - \beta_j)}}{1 + e^{da_j(\theta_i - \beta_j)}},$$

где помимо прежних обозначений добавляется еще один параметр  $a_j$ , характеризующий дискриминативность задания теста. Считается, что трудность и дискриминативность – взаимосвязанные характеристики тестового задания. Высокая дискриминативность характерна для заданий со средним показателем трудности. Встречающиеся в практике задания с отрицательными значениями  $a_j$  не относятся к тестовым заданиям, а потому подлежат удалению. В этом случае более подготовленные испытуемые отвечают правильно с меньшей вероятностью, а менее подготовленные – с большей вероятностью. На практике рекомендуется использовать задания, для которых значение  $a_j$  содержится в интервале от 0,5 до 3.

При геометрической интерпретации параметр  $a_j$  связан с крутизной кривой задания в точке ее перегиба. Таким образом, значения  $a_j$ , близкие к нулю, соответствуют случаю, когда испытуемые с разными уровнями подготовленности правильно отвечают на  $j$ -е задание теста с приблизительно равной вероятностью, эти задания являются бесполезными для дифференциации испытуемых.

По уровню дифференцирующей способности F. Baker делит тестовые задания на шесть уровней. В табл. 2 представлено распределение тестовых заданий ЦТ по математике по дискриминативности с использованием параметров IRT.

Таблица 2

Распределение тестовых заданий по дифференцирующей способности

| Дифференцирующая способность | Значения параметра крутизны функции, $a_j$ | Год тестирования |      |      |      |      |      |      |
|------------------------------|--------------------------------------------|------------------|------|------|------|------|------|------|
|                              |                                            | 2006             | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
| Практически отсутствует      | 0                                          | 0                | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| Очень низкая                 | 0,01–0,34                                  | 6                | 10   | 10   | 9    | 11   | 8    | 5    |
| Низкая                       | 0,35–0,64                                  | 17               | 13   | 16   | 16   | 18   | 17   | 18   |
| Средняя                      | 0,65–1,34                                  | 2                | 2    | 4    | 5    | 1    | 4    | 6    |
| Высокая                      | 1,35–1,69                                  | 0                | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| Очень высокая                | >1,70                                      | 0                | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |

В целом полученные результаты показывают сбалансированность тестов по уровню трудности и дифференцирующей способности. Однако каждый тест по математике содержал ряд очень трудных заданий с низкой различающей способностью. В то же время большая часть заданий со средним уровнем трудности ( $\beta_j < -1$ ) показала хорошую дискриминативность. Сравнение групп по Краскелу–Уоллису для характеристик «дифференцирующая способность задания» ( $p = 0,7858$ ) и

«коэффициент корреляции задания с тестом» ( $p = 0,7858$ ) показало, что значимых статистических различий по годам нет.

Представляет интерес анализ динамики уровня подготовленности тестируемых в 2006–2012 гг. Несмотря на большой объем выборок, во все годы распределение уровня подготовленности тестируемых отличалось от нормального. Так как данные распределены асимметрично, в качестве показателя центральной тенденции ряда использовалась медиана, которая не так сильно подвержена воздействию крайних значений распределения, как среднее значение. Типичный пример распределения показателя «уровень подготовленности тестируемого» (результаты ЦТ 2012 года) представлен на рис.:

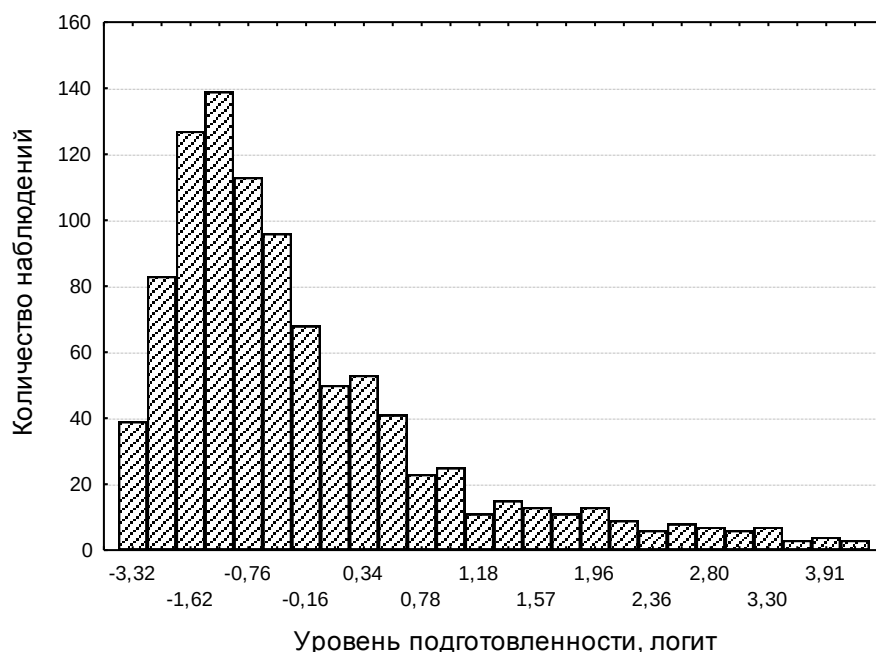


Рис. Гистограмма уровня подготовленности тестируемых в 2012 году.

Характеристики трудности тестовых заданий, уровня подготовленности тестируемых по годам и их разность представлены в табл. 3.

Таблица 3

**Характеристики трудности тестовых заданий и уровня подготовленности тестируемых**

| Год  | Количество тестируемых | Трудность тестовых заданий (интервал изменения), логит | Уровень подготовленности (интервал изменения), логит | Разность между уровнем подготовленности и трудностью теста, логит |
|------|------------------------|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 2006 | 1994                   | 0,15 (-1,48; 3,85)                                     | -0,47 (-2,50; 5,98)                                  | -0,62                                                             |
| 2007 | 1979                   | 0,24 (-1,90; 4,50)                                     | -0,23 (-2,82; 6,38)                                  | -0,47                                                             |
| 2008 | 1508                   | 0,39 (-1,97; 4,08)                                     | -0,45 (-3,18; 5,10)                                  | -0,84                                                             |
| 2009 | 1844                   | 0,21 (-4,40; 5,40)                                     | -0,62 (-4,44; 7,37)                                  | -0,83                                                             |
| 2010 | 1475                   | 0,23 (-2,99; 3,89)                                     | -0,28 (-3,04; 4,72)                                  | -0,51                                                             |
| 2011 | 1132                   | 0,44 (-2,51; 7,77)                                     | -0,79 (-3,84; 7,83)                                  | -1,23                                                             |
| 2012 | 973                    | 0,05 (-1,94; 6,07)                                     | -0,77 (-3,32; 4,29)                                  | -0,82                                                             |

В 2006–2012 годах разность между уровнем подготовленности и трудностью теста была отрицательной и колебалась в пределах от -1,23 (2011 г.) до -0,47 (2007 г.) логита. Это означает, что в среднем тестируемые решали задания с вероятностью правильного ответа от 11% до 31%.

Для ответа на вопрос, имеются ли статистически значимые различия между уровнем подготовленности тестируемых в разные годы, было проведено сравнение групп. Попарное сравнение выборок по годам с использованием критерия Манна–Уитни дало следующие результаты (табл. 4).

Таблица 4

## Попарное сравнение выборок по годам

| Год тестирования | Уровень значимости $p$ |        |         |         |         |         |
|------------------|------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
|                  | 2007                   | 2008   | 2009    | 2010    | 2011    | 2012    |
| 2006             | 0,3966                 | 0,3967 | 0,1333  | 0,0084  | 0,0001* | 0,0000* |
| 2007             |                        | 0,2583 | 0,0001* | 0,0087  | 0,0000* | 0,0000* |
| 2008             |                        |        | 0,0495  | 0,0230  | 0,0000* | 0,0000* |
| 2009             |                        |        |         | 0,0001* | 0,0004* | 0,0068  |
| 2010             |                        |        |         |         | 0,0000* | 0,0000* |
| 2011             |                        |        |         |         |         | 0,0693  |

\* Уровень значимости  $p < 0,002$  (с учетом поправки Бонферрони для множественных сравнений).

Наиболее значимые отличия в уровне подготовленности тестируемых существуют между абитуриентами 2007 и 2009, 2009 и 2010 годов. Также следует отметить, что в 2011 и 2012 годах уровень подготовленности тестируемых при неизменной трудности тестовых заданий уменьшается.

Далее были проанализированы связи результатов зимней сессии студентов математического факультета с результатами ЦТ. Всего в 2006–2011 годах на первом курсе математического факультета обучались 566 студентов, из них успешно завершили первый семестр 524 студента. По результатам первой сессии были выделены три группы студентов: в первую группу вошли студенты, успешно и в срок сдавшие зимнюю сессию, во вторую – имевшие одну или две задолженности, которые были ликвидированы в установленные сроки, в третью – отчисленные за академическую неуспеваемость.

Проверка результатов ЦТ и показателей успеваемости студентов на нормальность распределения дала отрицательный результат, поэтому в исследовании использовались непараметрические методы. Однако традиционно мы приводим средние значения рассматриваемых показателей (табл. 5).

Таблица 5

## Результаты ЦТ, средний балл аттестата и успеваемость студентов 1 курса

| Показатель                                                      | Среднее | Медиана | Минимум | Максимум |
|-----------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|----------|
| Все студенты первого курса (566 человек)                        |         |         |         |          |
| Рус./бел. язык (ЦТ)                                             | 48,7    | 47,0    | 4,0     | 100,0    |
| Физика (ЦТ)                                                     | 30,8    | 28,0    | 3,0     | 96,0     |
| Математика (ЦТ)                                                 | 42,6    | 42,0    | 4,0     | 94,0     |
| Аттестат                                                        | 8,3     | 8,4     | 4,1     | 9,9      |
| Средний балл по предметам математического цикла                 | 5,6     | 5,3     | 4,0     | 10,0     |
| Итоговый балл за сессию                                         | 5,7     | 5,5     | 4,0     | 10,0     |
| Студенты, успешно и вовремя сдавшие первую сессию (398 человек) |         |         |         |          |
| Рус./бел. язык (ЦТ)                                             | 52,0    | 51,0    | 10,0    | 100,0    |
| Физика (ЦТ)                                                     | 32,1    | 29,0    | 3,0     | 96,0     |
| Математика (ЦТ)                                                 | 45,8    | 45,0    | 4,0     | 94,0     |
| Аттестат                                                        | 8,5     | 8,6     | 5,6     | 9,9      |
| Средний балл по предметам математического цикла                 | 6,0     | 6,0     | 4,0     | 10,0     |
| Итоговый балл за сессию                                         | 6,1     | 6,0     | 4,0     | 10,0     |
| Студенты, имевшие задолженности в первую сессию (126 человек)   |         |         |         |          |
| Рус./бел. язык (ЦТ)                                             | 38,3    | 36,0    | 4,0     | 77,0     |
| Физика (ЦТ)                                                     | 26,9    | 25,0    | 8,0     | 69,0     |
| Математика (ЦТ)                                                 | 32,5    | 30,5    | 5,0     | 80,0     |
| Аттестат                                                        | 7,7     | 7,8     | 4,1     | 9,4      |
| Средний балл по предметам                                       | 4,4     | 4,0     | 4,0     | 7,5      |

|                                                     |      |      |      |      |
|-----------------------------------------------------|------|------|------|------|
| математического цикла                               |      |      |      |      |
| Итоговый балл за сессию                             | 4,5  | 4,3  | 4,0  | 6,7  |
| Студенты, отчисленные в первую сессию (42 человека) |      |      |      |      |
| Рус./бел. язык (ЦТ)                                 | 33,4 | 31,0 | 11,0 | 87,0 |
| Физика (ЦТ)                                         | 19,6 | 16,5 | 2,0  | 64,0 |
| Математика (ЦТ)                                     | 27,0 | 23,0 | 4,0  | 78,0 |
| Аттестат                                            | 7,4  | 7,5  | 4,7  | 9,6  |

Для анализа взаимосвязи между результатами ЦТ и успеваемостью студентов применялся метод непараметрического корреляционного анализа. В табл. 6 приведены значения коэффициентов ранговой корреляции по Спирмену для рассматриваемых показателей успеваемости.

Таблица 6

**Корреляционные зависимости между результатами ЦТ и успеваемостью студентов**

| Показатель успеваемости | Все студенты первого курса (566 человек) |                                | Студенты, успешно сдавшие сессию (398 человек) |                                | Студенты, имевшие задолженности (126 человек) |                                |
|-------------------------|------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------|
|                         | Ср. балл по предметам математич. цикла   | Итоговый балл за зимнюю сессию | Ср. балл по предметам математич. цикла         | Итоговый балл за зимнюю сессию | Ср. балл по предметам математич. цикла        | Итоговый балл за зимнюю сессию |
| Рус./бел. язык (ЦТ)     | 0,408*                                   | 0,456*                         | 0,337*                                         | 0,395*                         | 0,154                                         | 0,179*                         |
| Физика (ЦТ)             | 0,353*                                   | 0,378*                         | 0,390*                                         | 0,429*                         | 0,190*                                        | 0,227*                         |
| Математика (ЦТ)         | 0,322*                                   | 0,406*                         | 0,249*                                         | 0,334*                         | 0,118                                         | 0,255*                         |
| Аттестат                | 0,456*                                   | 0,451*                         | 0,382*                                         | 0,368*                         | 0,186*                                        | 0,165                          |

\* Коэффициент корреляции статистически значим ( $p < 0,05$ ).

**Закключение.** В результате проведения сравнительного анализа характеристик тестовых заданий в 2006–2012 годах существенных изменений в распределении заданий по трудности и дискриминативности не выявлено. Среди тестовых заданий преобладают задания среднего уровня сложности, что позволяет точнее определить средний уровень подготовки контингента участников тестирования. Большинство заданий обладают низкой и очень низкой дифференцирующей способностью. В то же время в тестах присутствуют очень трудные задания с низкой дискриминативностью, целесообразность включения этих заданий в тест вызывает сомнение.

Между результатами ЦТ по всем предметам и показателями успеваемости студентов математического факультета в зимнюю сессию наблюдается умеренная корреляция. Ожидания, что коэффициент корреляции между результатами ЦТ по математике и средним баллом по дисциплинам математического цикла будет близок к единице, не оправдались, самый высокий коэффициент корреляции с показателями успеваемости наблюдался для результатов ЦТ по русско-белорусскому языку и среднего балла аттестата. В группе студентов, имевших задолженности, корреляция между результатами ЦТ и успеваемостью практически отсутствует, это говорит о том, что результаты ЦТ не дают возможности статистически достоверно предсказать «успешность–неуспешность» обучения на первом курсе. Получение по предметам ЦТ низких баллов из диапазона 0–9 не означает, что студент не сможет успешно учиться.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Феськов, Н.С. Централизованное тестирование: направления, содержание, технологии / Н.С. Феськов // Адукацыя і выхаванне. – 2006. – № 3. – С. 49–52.
2. Феськов, Н.С. Математические методы интерпретации результатов нормативно-ориентированного тестирования / Н.С. Феськов, А.П. Якобчук // Адукацыя і выхаванне. – № 3. – 2007. – С. 76–94.
3. Феськов, Н.С. Педагогический тест как инструмент объективного измерения уровня подготовки / Н.С. Феськов, А.П. Якобчук // Адукацыя і выхаванне. – № 2. – 2007. – С. 47–64.

Поступила в редакцию 08.01.2013. Принята в печать 20.02.2013  
Адрес для корреспонденции: e-mail: channa@tut.by – Чиркина А.А.



## Становление и развитие общественного воспитания детей-сирот в Беларуси (XI – начало X вв.)

**В.М. Минаева, О.Н. Рыбакова**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»*

*Воспитание детей-сирот и детей, оставшихся без попечения родителей, в настоящее время приобретает особую актуальность, т.к. количество их из года в год не уменьшается. В связи с этим современное общество серьезно обеспокоено данными проблемами.*

*Обращение к отечественному историческому опыту решения этого вопроса позволит не только лучше понять процесс социально-педагогического воспитания детей-сирот применительно к национальной ментальности и культурным традициям, но и глубже осмыслить особенности детских социальных приютов как особого типа воспитательных учреждений, а также применить их опыт в системе социальной работы с детьми и подростками.*

*Авторы рассматривают появление государственных воспитательных домов, приказов, разных типов детских приютов, учреждений общественного призрения. Рассказывается об оказании общественной помощи детям-сиротам благотворительными обществами и заведениями, частными лицами, городскими и земскими органами общественного самоуправления. Это позволяло не только выявлять неблагополучные семьи, но и организовывать и проводить сборы пожертвований на нужды детей, оздоравливать их, обучать и воспитывать, оказывать различные виды помощи.*

**Ключевые слова:** общественное воспитание, дети-сироты, детские приюты, благотворительная деятельность, попечительства, социальная помощь, история социальной работы.

## Establishment and development of public upbringing of children orphans in Belarus (XI – the beginning X century)

**V.M. Minayeva, O.N. Rybakova**

*Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»*

*Upbringing of children orphans and children with the lack of parental care becomes nowadays especially urgent since their number does not reduce with years. Consequently, modern society is seriously worried about the problems of children orphans.*

*Addressing home historical experience of solving this problem will make it possible not only to understand the process of social and pedagogical upbringing of children orphans better, considering national mentality and cultural traditions, but also to understand deeper specific features of social children orphanages as a peculiar type of upbringing institutions. Their experience can also be applied within the system of social work with children and teenagers.*

*The authors consider the emergence of state upbringing homes, orders, children orphanages of different types, establishments of public care. Public assistance to children orphans on the part of charity societies and establishments, single personalities, city and district bodies of public self government is described. This made it possible not only to find out problem families but also to collect charities for children's needs, render different kinds of assistance, improve their health, and educate them.*

**Key words:** public upbringing, children orphans, children orphanages, charity, trustees, social assistance, history of social work.

Среди детей, которым общество гарантирует безопасное и перспективное будущее, выделяется особая категория – дети-сироты и дети, оставшиеся без попечения родителей, помещенные на воспитание в детские интернатные учреждения (далее ДИУ). Постинтернатная адаптация, жизнеустойчивость этих детей существенно зависят от системы воспитания и качества подготовки к самостоятельной жизни. Несмотря на прогрессивные меры по деинституционализации воспитания детей, нуждающихся в государственной опеке, в республике по-прежнему насчитывается 6,7 тыс. воспитанников детских домов и школ-интернатов, ежегодно органы опеки и попечительства выявляют и устраивают на воспитание около 4 тыс. детей, оставшихся без родительской опеки [1].

В ходе научно-исследовательской работы, проведенной в рамках президентской программы «Дети Беларуси» на 2006–2010 годы, было выявлено, что около четверти выпускников ДИУ оказываются дезаптированными, им не удается продуктивно функционировать в основных сферах жизнедеятельности [2]. Таким образом, возникает противоречие между задачей ДИУ подготовить воспитанников к самостоятельной жизнедеятельности и отсутствием ожидаемых результатов.

В связи с этим изучение исторического опыта воспитания детей-сирот представляется нам весьма актуальным, т.к. позволит использовать его в современных условиях.

Цель исследования: анализ становления и развития общественного воспитания детей-сирот с момента его возникновения и до 1917 года, выявление характерных особенностей этого процесса.

**Материал и методы.** В работе использовалась совокупность теоретических и эмпирических методов исследования: теоретический анализ и синтез эмпирических данных; теоретико-методологический анализ педагогической и исторической литературы; эмпирические частные методы (изучение документов).

**Результаты и их обсуждение.** Издревле предки белорусов проявляли заботу о детях-сиротах. По свидетельству западных путешественников, побывавших среди восточнославянских племен, кривичи и радимичи с особой заботой относились к таким детям, оказывали им всяческую помощь, воспитывали и обучали всему необходимому.

С распространением на территории Беларуси христианства идея гуманного отношения к обездоленным детям получила дальнейшее развитие в гуманистических принципах, выраженных в заповедях Иоанна Златоуста: «питать алчущих, напоить жаждущего, одеть нагого», – созвучных славянской духовности наших предков [3].

Объединитель славянских земель Владимир Святой, Рогнеда – княжна Полоцкая, их дети и внуки раздавали «сиротам, убогим и странникам великую милостыню» [4].

Устав 966 г. поручал общественное призрение (в том числе и призрение обездоленных детей) попечению и надзору духовенства. «Повесть временных лет» свидетельствует о зачатках призрения сирот в монастырях: «Аще кто коли принесяще детищ болен кацем либо недугом одержим принесяху в монастырь». В XII в. монахи спускали со стен специальную корзину из ивняка, для того чтобы те, кто не в состоянии прокормить ребенка и спасти его от голода и нищеты, могли в любое время положить его в нее [3].

Широко известна благотворительная деятельность Ефросиньи Полоцкой. Созданные ею монастырские училища были ни чем иным, как одними из первых на территории Беларуси приютов для нуждающихся детей, а сами монастыри – очагами благотворительности, где находили приют и утешение вдовы и сироты, немощные и убогие.

Многое сделали для распространения гуманного отношения к обездоленным детям великие отечественные просветители Кирилл Туровский и Франциск Скорина. Их гуманизм был основан в целом на византийской антропософии, пропущенной через мироощущение и особенности белорусского христианства. В определенном ими перечне человеческих добродетелей не последнее место занимают «милостыня», «нищелюбие», «щедрость», «друголюбие», «товариство». Великие князья литовские Ягайло и Витовт впервые пытались решить проблему сиротства на государственном уровне. Так, в конце XIV – XV веке в Беларуси городские органы управления (магистраты) с первых дней своего существования непосредственно руководили делом помощи нуждающимся детям [3].

В Статуте Великого княжества Литовского отражена забота государства о сиротах. Здесь оговаривается необходимость сохранения имущества детей, оставшихся без родителей, а также их воспитания и образования [5].

Известна благотворительная деятельность зародившихся в XII в. братчин и братств, расцвет которых приходится на XVI–XVIII вв. Их помощь обездоленным детям была особенно значительна в период жестоких, кровопролитных войн середины XVII в., когда за 7 лет погибло 52% населения Беларуси, а в некоторых уездах – до 70% жителей, а также в ходе и после Северной войны 1700–1721 гг., во время которой погиб каждый третий белорус.

Свой вклад в призрение сирот внесли многочисленные конфессии и частные благотворители, представители родов Радзивиллов, Хрептовичей, Паскевичей и др. С середины XVI в. все большее значение приобретает дворянская благотворительность, особенно ее светские направления. В XVI–XVIII веках в Великом княжестве Литовском, куда входили и земли Беларуси, благотворительностью и образованием сирот и детей из бедных семей стали заниматься жены богатых людей. Мно-

гие магнатки брали из волостей к себе в дом на воспитание девочек из семей обедневшей шляхты, где они вместе с их родными дочерьми обучались грамоте в домашней школе, брали уроки танцев и этикета, обеспечивались одеждой и питанием [6].

К концу XVII – началу XVIII века в Беларуси идея государственного призрения обездоленных детей-сирот стала приобретать более конкретные формы. В результате петровских реформ в России появились государственные органы – приказы, которые частично взяли на себя призрение сирот.

Считается, что первый воспитательный дом для незаконнорожденных («засорных») младенцев на территории Восточной Европы был открыт в 1706 г. близ Новгорода митрополитом Иовом, а с 1760 по 1780 г. при Екатерине II появляются первые государственные воспитательные дома в Москве и Петербурге. Тогда же начала складываться система приютов, распространившаяся впоследствии и в Беларуси. На территории проживания этнических белорусов первый воспитательный дом («Иисуса Младенца») основала княгиня Огинская в 1791 г. в г. Вильно. В нем призревалося 16 сирот и 498 подкидышей, доставленных из Виленской, частично Гродненской и Ковенской губернии. При воспитательном доме работали общеобразовательная школа, сапожная и столярные мастерские. Это благотворительное заведение более ста лет оставалось, пожалуй, единственным учреждением такого рода «для приема и воспитания подкидышей, которым суждено от рождения быть лишенными родительской ласки» [7].

В XIX веке попечительство детских приютов в Беларуси, на которые возлагалась прямая ответственность за оказание помощи беспризорным детям бедноты и сиротам, были в каждом губернском городе. Во главе попечительства находился Совет, который обычно возглавлял губернатор, а почетными членами были представители от дворянства, директора и учителя народных училищ, городской голова, полицмейстер и другие уважаемые люди. Руководящий состав Совета определял направление и содержание работы губернских приютов. В общих вопросах они подчинялись старейшему в России Ведомству учреждений императрицы Марии. В 1797 году возникло Мариинское ведомство, охватившее территорию Беларуси сетью благотворительных обществ и организаций. Ведомство имело под своим непосредственным покровительством 11 детских приютов, в которых воспитывалось около 55% всех сирот, находившихся в детских благотворительных заведениях.

В числе первых городов Беларуси, в которых открывались детские приюты, были Витебск, Вильно, Дрисса, Минск, Могилев. Дети принимались в приюты по решению Опекунского совета на основании заявления с приложением справки о бедственном материальном положении просителя, выданной местным участковым попечительством или одним из членов Опекунского совета. Каждое крупное благотворительное общество имело участковые попечительства. В их обязанности входило обследование участков, выявление неблагополучных семей, организация и проведение сбора пожертвований на нужды общества, оказание различных видов помощи нуждающимся детям, проведение мероприятий по их оздоровлению.

Основанное в России в 1802 г. Императорское человеколюбивое общество имело свои филиалы и в Беларуси. Виленский католический епископ И.Н. Корвин-Коссаковский, открывший Виленское отделение, одной из основных его задач считал помощь в воспитании, обучении сирот и детей бедных родителей. С подобными целями частными лицами были основаны другие местные отделения: Общество добропорядочности в Новогрудке (1810 г.), Брестское товарищество для пособия (1819 г.), Гродненское благотворительное общество (1824 г.) [8].

С 1828 г. воспитательные дома преобразовывались в приюты. Каждый приют имел свой устав и руководствовался положением Комитета главного попечительства детских приютов Мариинского ведомства. Положение впервые вышло в свет в 1839 г. и затем неоднократно переиздавалось с изменениями и дополнениями.

Всего различные местные благотворительные общества содержали свыше 31% призреваемых в приютах Беларуси детей-сирот. На приюты государственные и конфессиональные в начале XIX в. приходилось не более 10,5% призреваемых. Духовному ведомству принадлежали три небольших приюта (от 8 до 20 призреваемых) исключительно для мальчиков при Супрасльском Благовещенском первоклассном монастыре в Белостокском уезде Гродненской губернии, Минском мужском монастыре, в Могилевском церковно-православном Богоявленском братстве.

Детские приюты, как и большинство других благотворительных заведений, были переполнены, постоянно испытывали недостаток средств и поддерживали свое существование в основном за счет коробочных (кружечных) сборов и пожертвований филантропов. Дотации государственных и муниципальных органов, а позднее и земств, были весьма незначительны.

С 60-х гг. XIX в. среди постоянных жертвователей стало больше встречаться имен высокопоставленных чиновников, их жен, купцов, да и просто людей среднего достатка. Так, в 1868 году почетный гражданин Гродно купец первой гильдии Ашкенази «в упраздненном здании больницы учредил приют для обучения бедных детей ремеслам». Там же работал приют К.И. Шиллинга.

Действительный статский советник А.А. Аришев в 1897 г. отказал по завещанию 18 тыс. рублей на строительство детского приюта в Могилеве, а супруга бывшего виленского генерал-губернатора Е.В. Потапова основала крупнейшее в Беларуси благотворительное общество «Доброхотная копейка». Образцовым во всех отношениях по меркам того времени был Федоровский детский приют княгини И.И. Паскевич для малолетних девочек в Гомеле.

В пользу детских приютов шли средства от благотворительных базаров, спектаклей и концертов, которые организовывали выдающиеся деятели отечественной культуры. Подобные мероприятия имели в Беларуси давние и прочные традиции. Например, в 1847 г., как отмечали «Виленские губернские ведомости», в городе состоялось несколько благотворительных концертов, заслуживших «похвальные отзывы местной публики». Их дали талантливые дети белорусского поэта, драматурга, актера и общественного деятеля В. Дунина-Марцинкевича – Камилла и Мирослав.

Многие жертвователи в пользу детских приютов награждались памятными знаками и жетонами Мариинского ведомства, становились почетными членами попечительств детских приютов, количество которых быстро росло.

В XIX – начале XX века на территории Беларуси имелось множество организаций, которые занимались обучением и воспитанием сирот. К 1903 г. их было 29. С 1910 г. сначала в центральной России, а потом и в Беларуси открывается ряд новых типов приютов. Нечто напоминающее современную детскую деревню представляли «поселковые приюты», которые стали появляться в «здоровой местности», обычно на окраине или вдали от городов, где строили домики на 15–25 детей. Возле каждого домика – огород, сад, птичий двор. Общими для детского поселка были школа и мастерские. В каждом домике – мать семьи (воспитательница), которая и вела основную воспитательную работу. К началу XX века сложилась довольно стройная система социальной помощи детям, охватывающая значительный даже по нынешним меркам процент обездоленных детей и подростков. По идеологическим соображениям этот факт долгое время замалчивался советской исторической наукой. Считалось, что единственный верный путь решения проблем нуждающихся слоев населения лежит лишь в рамках государственной системы социального обеспечения.

Для благотворительной помощи нуждающимся детям первоначально в губернских городах, а затем и в большинстве уездов в Беларуси создавались и работали многочисленные учреждения общественного призрения.

Значительный рост их наблюдался в начале XX века. В Минске к 1912 г. прибавилось еще два новых собственных приюта и их общее количество достигло семи. К 1913 году в Беларуси работало 29 таких заведений. К этому времени частные средства на содержание заведений закрытого призрения детей в 23 раза превосходили государственные и в 5 раз средства, выделяемые земствами. Сама жизнь требовала активного участия широкой общественности, в первую очередь людей богатых и влиятельных, в организации социальной помощи детям.

К 1914 году на территории Беларуси действовало два специальных заведения для брошенных детей. Один из них – Минский приют для подкидышей, открытый в 1894 году благотворительным обществом «Милосердие». В других губерниях брошенными детьми, родителей которых не удалось обнаружить полиции, занимались в основном приказы общественного призрения, а позднее – земства.

Следует отметить, что в Беларуси в так называемых заведениях закрытого типа, куда относились и приюты, свыше 80% воспитанников составляли сироты и полусироты. Большинство из них находились на полном обеспечении, обучались грамоте по программам народных училищ, а также корзиночному и сапожному ремеслам. Свыше 75% детей в этих приютах составляли так называемые приходящие. К ним относили детей, которые состояли на полном или частичном обеспечении приюта, но ночевали у своих родственников или обедневших родителей. В Виленских приютах, например, «приходящие» проводили время с 8 часов утра и до 7 вечера и получали здесь пищу, а имеющие соответствующий для этого возраст – и обучение.

К приютам относили не только благотворительные заведения для сирот и беспризорников, но и ясли, детские сады, интернаты. «Приюты, которые имеют задачей временное призрение малолетних детей, называются яслями», – такое определение давала Канцелярия Ведомства учреждений

императрицы Марии. При этом возраст, при котором детей принимали в ясли или детский сад, не указывался.

В период становления социальной работы как современного общественного явления в начале XX века в Беларуси наметились ведущие организационные формы социальной работы с нуждающимися детьми. Особое значение среди них приобрели различные благотворительные общества и благотворительные заведения, формы частной благотворительности, городские и земские органы общественного самоуправления, съезды деятелей по общественному и частному призрению, «детская журналистика».

В Вильно и Минске подросших «подкидышей» стремились воспитывать по передовым методикам того времени. С 7 лет дети обучались грамоте по программам начальной школы, с 13–14 – различным ремеслам: сапожному, швейному, столярному, переплетному и типографскому. По конкурсу привлекались высококлассные, хорошо оплачиваемые мастера и опытные педагоги. Мастерские при воспитательных домах изготавливали изделия в основном на продажу, а вырученные деньги расходовались на улучшение условий жизни воспитанников. Мальчики призывались до 18, девочки – до 16 лет. К выпуску они получали выходное пособие, комплекты инструментов и одежду. Направляющихся на постоянное место жительства в сельскую местность наделяли землей, выдавали средства на первоначальное обустройство хозяйством и семена для посева на первый год. Девушки при выходе замуж получали от казны 25 руб. на приданое. Воспитательные дома заботились о трудоустройстве выпускников, в некоторых случаях оказывали необходимую помощь в поисках жилья, в течение нескольких лет осуществляли патронаж [9].

В годы Первой мировой войны социальная помощь детям стала широким полем деятельности городских попечительств. К августу 1915 г. открыли 42 детских приюта, в том числе 22 – для постоянно живущих детей. Для ухода за детьми и ослабления детской беспризорности в 1914–1915 гг. начали работу 12 детских садов, детских клубов, «школьных очагов». В целом под эгидой городских попечительств в тот период действовало 106 различного рода детских учреждений, в которых в той или иной форме призывались свыше 20 тыс. детей.

**Заключение.** Резюмируя вышеизложенное, отметим, что в анализируемый нами период для детей-сирот создавались:

- государственные воспитательные дома, разные типы приютов (ясли, детские сады, интернаты для подкидышей и брошенных детей), учреждения общественного призрения (приказы, общества и организации);

- большой удельный вес в организации социальной помощи детям занимала общественность, в первую очередь люди богатые и влиятельные;

- наметились организационные формы социальной работы с нуждающимися детьми (благотворительные общества и заведения, формы частной благотворительности, городские и земские органы общественного самоуправления).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Национальная программа демографической безопасности Республики Беларусь на 2011–2015 годы: Указ Президента Респ. Беларусь, 11 авг. 2011 г., № 357.
2. Результаты комплексного экспериментального исследования, определяющие уровень готовности воспитанников к самостоятельной жизни и степень адаптированности выпускников в обществе: отчет о НИР / Национальный институт образования; рук.: С.В. Коптева, А.П. Лаврович. – Минск, 2007. – 225 с. – № ГР20066823.
3. Григорьев, А.Д. Призрение трудновоспитуемых и несовершеннолетних преступников / А.Д. Григорьев // Очерки истории социальной работы на Беларуси. – Минск, 1998. – Разд. 1, гл. 4. – С. 13.
4. Андреева, И.Н. Антология по истории и теории социальной педагогики: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / И.Н. Андреева. – М.: Академия, 2000. – 176 с.
5. Болбас, В.С. Маральна-выхаваўчы патэнцыял Статуту Вялікага Княства Літоўскага / В.С. Болбас, І.С. Сычова // Адукацыя і выхаванне. – 2003. – № 3. – С. 63.
6. Басов, Н.Ф. История социальной педагогики: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по спец. 031300 «Социальная педагогика» / Н.Ф. Басов, В.М. Басова, А.Н. Кравченко. – М.: Академия, 2005. – 253 с.
7. Григорьев, А.Д. Сословная благотворительность с начала эпохи белорусского Просвещения до середины XIX в. / А.Д. Григорьев // Сацыяльна-педагагічная работа. – 2005. – № 1. – С. 55–61.
8. Григорьев, А.Д. Сословная благотворительность с начала эпохи белорусского Просвещения до середины XIX в. / А.Д. Григорьев // Сацыяльна-педагагічная работа. – 2005. – № 2. – С. 54–59.
9. Батяев, В.Ф. Обучение и воспитание сирот белорусскими общественными организациями / В.Ф. Батяев // Адукацыя і выхаванне. – 2005. – № 3. – С. 26.

Поступила в редакцию 20.12.2012. Принята в печать 20.02.2013  
Адрес для корреспонденции: e-mail: kdino@vsu.by – Минаева В.М.

## Учебно-научно-консультационный центр – инновационный проект в профессиональной подготовке студентов факультета физической культуры и спорта

**В.А. Талай, М.В. Пороховская**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»*

*Современный этап развития образования ставит все новые задачи перед высшим образованием. Необходим поиск новых путей практического сотрудничества между вузами и организациями. Отсюда актуальной становится система работы в рамках практико-ориентированного образования для повышения качества подготовки конкурентоспособного специалиста.*

*В статье представлены анализ и обобщение взаимодействия университета и училища. Раскрыты условия по подготовке специалистов, обладающих компетенциями по организации и проведению учебной, научно-методической работы, идейно-воспитательной работы среди студентов и кадетов. Проанализированы данные участия студентов в проведении и организации спортивно-массовых мероприятий на базе училища. Определены перспективные пути развития и взаимодействия университета и училища по подготовке компетентных и конкурентоспособных специалистов.*

**Ключевые слова:** инновационный проект, учебно-научно-консультационный центр, спортивная работа, подготовка специалиста, научно-практическая деятельность, педагогическая практика, профориентационная работа.

## The training, research and consulting center as the innovative project in the professional education of Physical Training students

**V.A. Talay, M.V. Porokhovskaya**

*Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»*

*Present stage of the development of education sets new tasks for higher education. Search for new ways of practical cooperation between higher education establishments and institutions is necessary. Hence the urgency of the system of work within practice focused education to improve the quality of training of the competitive expert.*

*In the article analysis and synthesis of the interaction of university and college is presented. Conditions are described of training specialists, who possess competences in setting up and carrying out educational, scientific and methodological work, as well as conducting ideological and educational work among students and cadets. Data on the participations of students in carrying out and organization of sports and mass events on the basis of the college are analyzed. Perspective ways of development and cooperation of the university and the college in training competent and competitive experts are determined.*

**Key words:** innovative project, training, research and consulting center, athletic performance, training a specialist, scientific and practical activities, student teaching, career advisory work.

В условиях модернизации современной системы образования возрастает роль инновационной деятельности, которая приобретает все более массовый характер, так как возникает потребность существенного обновления содержания образования, достижения нового качества на основе инновационных инициатив по приоритетным направлениям образовательной деятельности. Процессы модернизации содержания образования побуждают педагогические коллективы к поиску новых подходов в развитии инновационного потенциала учителей, их познавательных и ценностных интересов и познавательного саморазвития личности [1].

В связи с этим выросла потребность в учителе, способном модернизировать содержание своей деятельности посредством критического, творческого осмысления и применения в практике достижений науки и педагогического опыта.

Система образования призвана обеспечивать достаточно высокий качественный уровень выпускаемых специалистов, в особенности в рамках системы профессионального вузовского образования. Определяющим в системе глубины и качества такой подготовки должен стать инновационный процесс, который по своему содержанию является сложным, взаимовлияющим и взаимообогащающим. Выбор инновационно ориентированного пути развития способен обеспечить системе образования высокое качество подготовки специалистов и повысить уровень интеграции рынка образовательных услуг в рынок труда. Это позволит ориентировать современную систему высшей школы не столько на образовательную деятельность, сколько на наукоемкую технологически выдержанную систему подготовки и переподготовки специалистов [2].

Информационная, научно-исследовательская среда формирует творческую активность высших учебных заведений. Формирование инновационной политики должно содействовать разработке комплекса мероприятий в системе вузовского профессионального образования, организующих и стимулирующих инновационную деятельность высшей школы, и способствовать интеграции высшей школы в научно-техническое пространство [3].

В этой связи приказом ректора УО «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова» в различных типах учебных заведений г. Витебска созданы учебно-научно-консультационные центры.

В январе 2010 года между факультетом физической культуры и спорта (ФФК и С) и УО «Лужеснянская школа-интернат-гимназия для одаренных и талантливых детей Витебской области» (с сентября 2011 года – ГУО «Витебское кадетское училище») заключен договор о сотрудничестве, предусматривающий совершенствование и развитие образования, распространение передового педагогического и управленческого опыта.

Создание учебно-научно-консультационного центра (УНКЦ) окажет помощь в долгосрочном сотрудничестве ФФК и С и училища в области совместного использования интеллектуальных, материальных, информационных ресурсов при проведении научно-исследовательских работ, учебно-методической деятельности по приоритетным направлениям развития образования школьников, подготовке студентов, магистрантов и повышении квалификации сотрудников.

Целью статьи является анализ эффективности внедрения УНКЦ в учебно-тренировочный процесс факультета физической культуры и спорта для формирования у студентов системы научно-практических знаний, умений, навыков по физической культуре.

Основные задачи деятельности УНКЦ следующие:

- осуществление мер по обеспечению постоянного взаимного информационного обмена по вопросам развития образования школьников, научно-методической деятельности по приоритетным направлениям, а также по вопросам подготовки студентов, магистрантов и повышения квалификации педагогов училища и преподавателей университета;
- содействие установлению прямых связей между училищем и университетом;
- совместное ведение научно-исследовательской, научно-практической, учебной, воспитательной и методической работы;
- участие профессорско-преподавательского состава университета в качестве консультантов, методистов, преподавателей в процессе углубленного изучения школьных предметов, проведения факультативов, организации учебно-воспитательной, методической и научно-исследовательской работы учащихся;
- организация регулярного прохождения студентами университета на базе училища всех видов практик, совместное методическое руководство всеми видами практик, учебно-тренировочными занятиями, воспитательными мероприятиями;
- проведение совместных конференций и семинаров по актуальным проблемам развития образования и спорта.

Целью статьи является исследование и определение эффективности внедрения УНКЦ в учебно-тренировочный процесс факультета физической культуры и спорта для формирования у студентов системы научно-методических знаний, умений и навыков по физической культуре.

**Материал и методы.** В качестве материалов для исследования мы использовали документы УНКЦ, журналы успеваемости студентов, отчет о научно-исследовательской работе студентов, положение о соревнованиях, протоколы, сценарий культурно-массовых мероприятий. В данном исследовании использовались методы систематизации, обобщения, интерпретации полученных результатов.

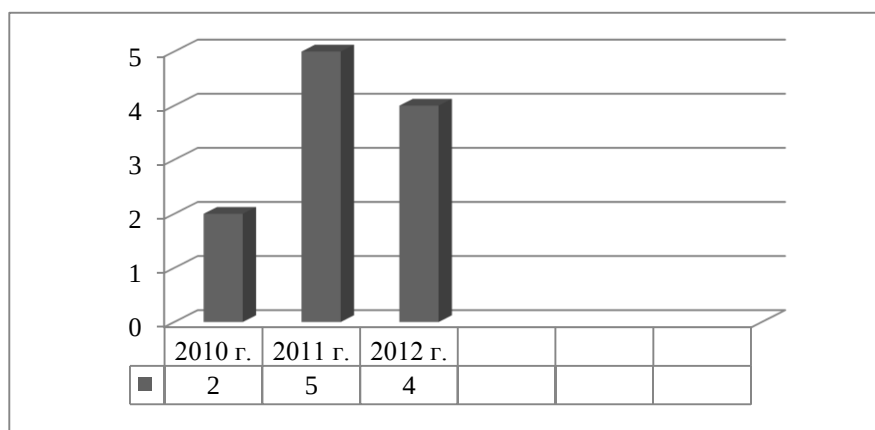
Для решения поставленных задач был проведен анализ:

- деятельности всех видов практических занятий студентов и преподавателей университета;
- организации научно-практических конференций и выполнения дипломных и магистерских работ на базе училища;
- организации практических занятий по судейству соревнований, участия в спортивных мероприятиях;
- деятельности всех видов студенческих практик на базе училища.

**Результаты и их обсуждение.** В рамках сотрудничества проводится совместная работа по следующим направлениям: научная, спортивная, работа по повышению профессионального мастерства педагогов училища, практическая подготовка студентов, учебная, профориентационная.

Физическая культура и спорт – средство формирования гармонично развитой личности. Они помогают сосредоточить все внутренние ресурсы организма по достижению поставленной цели, повышают работоспособность, позволяют поместить в рамки короткого учебного дня выполнение всех намеченных дел, вырабатывают потребность в здоровом образе жизни.

Одним из направлений работы УНКЦ является профориентационная работа. Она включает пропаганду профессий, по которым готовят факультет и университет; информирование о правилах приема и условиях обучения, демонстрацию фильмов о вузе, выступление представителей факультета в училище с лекциями о специальностях, по которым готовят студентов (рис. 1).



**Рис. 1. Количество кадетов, поступивших на факультет физической культуры и спорта «ВГУ имени П.М. Машерова».**

Изучать в научном смысле – это значит быть научно объективным. Нельзя исключать факты только потому, что их трудно объяснить или сложно найти им практическое применение. Новые научные факты и даже открытия из-за того, что их значение плохо раскрыто, могут долгое время оставаться в резерве науки и не использоваться на практике.

Современное научно-теоретическое мышление стремится проникнуть в сущность изучаемых явлений и процессов. Это возможно при условии целостного подхода к объекту и изучения, рассмотрения данного объекта в эволюции.

В рамках научной работы студенты факультета проводят исследования по темам курсовых, дипломных, магистерских работ, а также преподаватели осуществляют научно-исследовательскую работу на базе УНКЦ. Новые разработки студентов, преподавателей внедряются в учебный и учебно-тренировочный процессы училища (рис. 2).



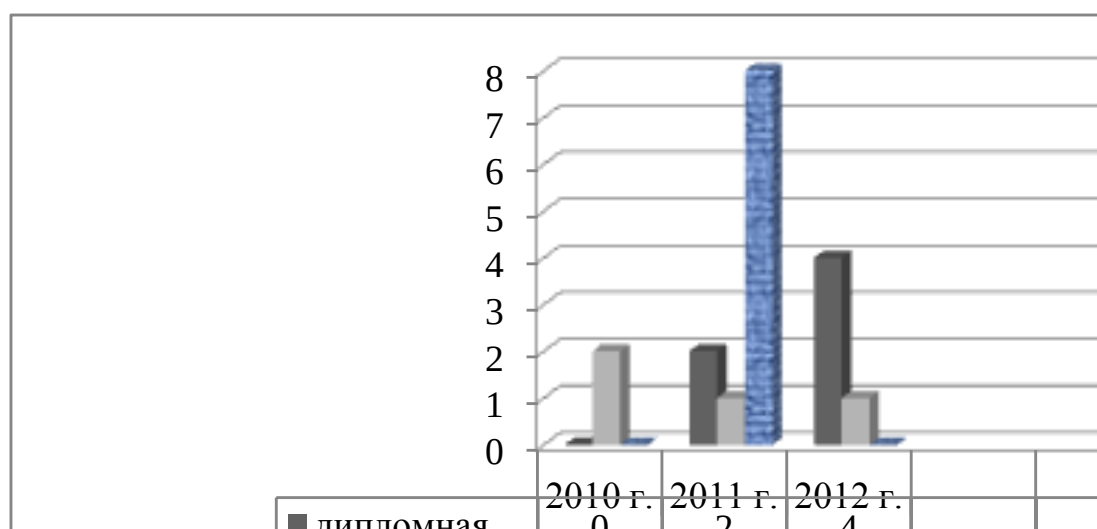


Рис. 2. Количество выполненных научно-исследовательских работ студентами ФФК и С на базе училища.

Развитие массовой физической культуры, внедрение ее в повседневный быт людей всех возрастов – один из важнейших факторов укрепления здоровья, повышения физической и умственной работоспособности, обеспечения полноценного отдыха. Потребность в организации физкультурно-оздоровительной, спортивной и спортивно-массовой работы обусловлена объективными факторами, отражающими большие социальные изменения в жизни белорусского народа. Поэтому в современных условиях особенно актуальными задачами являются привитие подрастающему поколению интереса к физической культуре и спорту, а также обучение их доступным двигательным умениям.

Студенты факультета принимают участие в организации и судействе соревнований, проходящих на базе училища, проводят спортивно-массовые мероприятия. В рамках спортивной работы проводятся товарищеские встречи между командами факультета и училища (рис. 3).

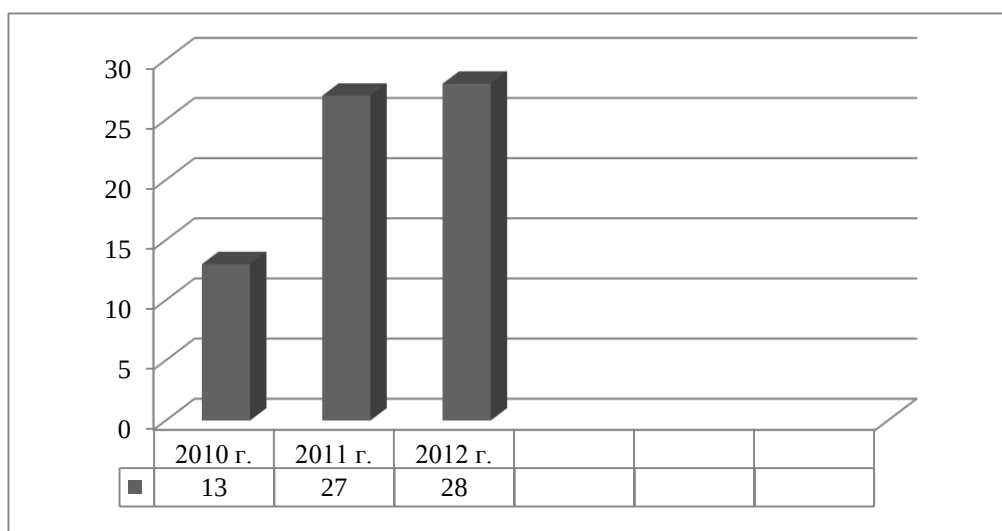


Рис. 3. Количество соревнований, проведенных студентами ФФК и С на спортивной базе училища.

Новое время диктует более высокие требования к биологическим и социальным возможностям человека, поэтому занятия физическими упражнениями должны стать всеобщим делом, повседневной потребностью каждого человека. Сегодня нужно совершенствовать традиционные и внедрять новые формы и методы проведения массовой оздоровительной, физкультурной и спортивной

работы. Специалисты, выходящие из стен вуза, должны быть подготовлены к внедрению физической культуры и спорта в среду трудовой деятельности, глубоко понимать их положительное влияние на экономические показатели производства [4–5].

Инновационный проект факультета позволяет повышать профессиональное мастерство педагогов. Преподаватели ФФК и С для улучшения компетентности педагогов проводят семинары, мастер-классы, открытые занятия, выставки новой учебно-методической литературы. Представители училища участвуют в научно-практических конференциях, проходящих в университете. Для обмена опытом преподаватели посещают учебные и учебно-тренировочные занятия учителей, тренеров, соревнования и т.д. (рис. 4).

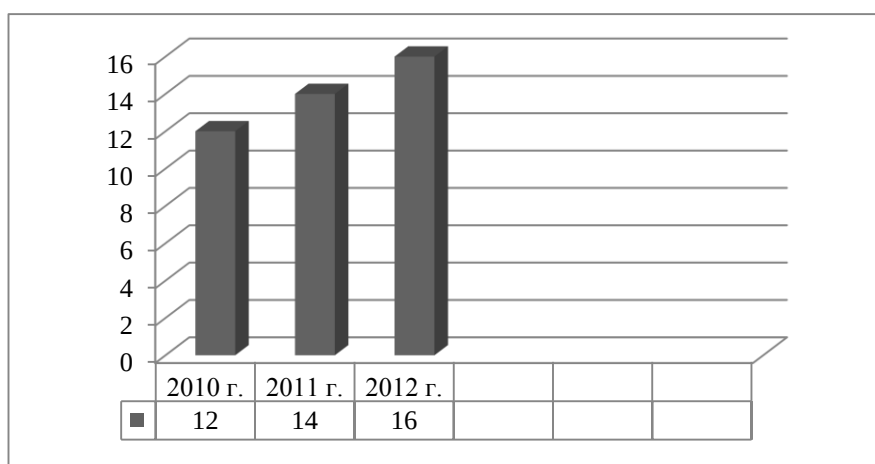


Рис. 4. Количество совместных семинаров, мастер-классов, выставок и т.д.

С учетом современных требований, предъявляемых к образовательным учреждениям, педагогам и профессиональной подготовке студентов, определены подходы к организации и прохождению педагогической практики. Педпрактика как органическая часть учебно-воспитательного процесса, обеспечивающая соединение теоретической подготовки студентов с их практической деятельностью, является одним из средств успешной подготовки студентов к работе учителя. Студенты факультета проходят производственную педагогическую практику на базе училища. Ведущей идеей педагогической практики является развитие индивидуальных творческих способностей будущих учителей, становление индивидуального стиля педагогической деятельности. Реализацию этой идеи обеспечивает индивидуально-ориентированный подход к организации педагогической практики студентов, который предусматривает освоение практикантом различных профессиональных ролей с учетом динамики его мотивационной сферы и наличным уровнем индивидуальных способностей. Это предполагает индивидуализацию и дифференциацию обучения студентов как в период практики, так и при подготовке к ней. В качестве средств обучения студентов, применения психолого-педагогических и методических знаний на практике используются следующие средства и методы: постановка перед студентами конкретных задач по использованию психологических знаний, педагогической теории, методических знаний; комплекс заданий-проектов, систематизирующих теоретическое осмысление студентами педагогических явлений; организация дискуссий, деловых игр, моделирование педагогических ситуаций во время практики; организация встреч с педагогами училища; занятия-практикумы, проводимые в период практики работниками училища по изученным ранее темам в вузе; обсуждение и анализ деятельности студентов; проведение совместно с представителями школ семинаров, консультаций, показывающих будущим учителям важность применения педагогической теории в практической деятельности.

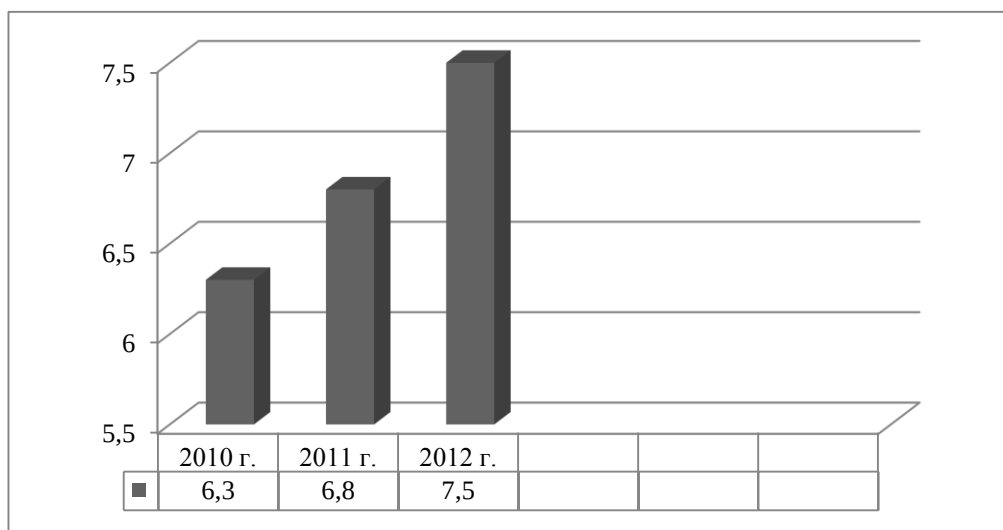


Рис. 5. Успеваемость студентов ФФК и С по педагогической практике.

**Заключение.** Инновационной деятельностью в системе высшей школы является повышение эффективности функционирования вузов в условиях рыночной экономики. Научно-образовательная деятельность высшей школы базируется на концентрации инновационного потенциала, объединенного именно в системе высших учебных заведений, следовательно, и стратегические, и тактические ориентиры вузов построены на научно-инновационном фундаменте, что является одной из основных составляющих в деятельности вуза.

Создание УНКЦ позволило избавиться от привычных форм преподавания, дало возможность студенту постоянно на протяжении всего срока обучения совмещать теорию с практикой. Кроме этого, данный проект в рамках работы университета и школы позволяет повысить компетентность как преподавателей факультета, так и учителей, тренеров училища, дает возможность обмена практическим опытом. УНКЦ способствует улучшению качества обучения студентов, подготовке высококвалифицированных конкурентоспособных специалистов в сфере физической культуры и спорта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Завлин, П.Н. Инновационная деятельность в современных условиях / П.Н. Завлин // Инновации. – 2001. – № 8(45).
2. Кельчевская, Н.Р. Финансово-правовое регулирование инновационного управления государственным вузом / Н.Р. Кельчевская. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ–УПИ, 2003.
3. Лаптев, В.В. Интеграция науки и образования как фактор развития общества / В.В. Лаптев, С.А. Писарева // Инновации. – 2004. – № 6.
4. Стриханов, М.Н. О развитии инновационной деятельности и малого предпринимательства в системе профессионального образования / М.Н. Стриханов, А.В. Суворинов // Инновации. – 2003. – № 9.
5. Экономика и организация управления вузом / под ред. д-ра эконом. наук В.В. Глухова. – СПб.: Изд-во «Лань», 1999.

Поступила в редакцию 19.11.2012. Принята в печать 20.02.2013

Адрес для корреспонденции: e-mail: Porokhovskaja@rambler.ru – Пороховская М.В.

# Инструментарий измерения результативности проектирования образовательного пространства в школе I ступени: личностный компонент

А.Д. Цымбалару

*Институт педагогики Национальной академии педагогических наук Украины, Киев*

*Проблема выявления динамики изменений, которые происходят в процессе освоения учениками школьной образовательной среды, находит разрешение в разработке соответствующего инструментария их измерения. Критериями для анализа выбраны основные характеристики образовательного пространства: мощность (с показателями стойкости и силы), плотность (с показателями упругости и стабильности) и проектируемость (с показателями организованности и продуктивности). Измерения проводят с помощью специально разработанных опросных листов. Они предусматривают выявление мнения каждого участника образовательного процесса – детей, родителей, учителей, представителей органов управления образованием, общественности, научных работников. Числовое выражение результатов опроса обеспечивает выработанный механизм их квантификации. Разработанная методика позволяет выявлять личностный компонент анализа образовательного пространства младших школьников как одного из параметров результативности его проектирования в школе.*

**Ключевые слова:** педагогическое проектирование, образовательное пространство, образовательная среда, педагогический мониторинг.

## Performance measurement tools of designing educational space in the primary school: the personality component

A.D. Tsymbalaru

*Institute of Education, National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine, Kiev*

*The problem of detecting dynamics of changes that occur during the exploration of school educational environment by schoolchildren finds resolution in the development of appropriate tools to measure them. Main characteristics of educational space: power (with indicators of stability and strength), density (with indicators of elasticity and stability) and projectability (with indicators of organization and productivity) are the analysis criteria. Measurements are made with a specially designed questionnaire. They provide for the identification of the opinion of each member of the educational process – children, parents, teachers, education authorities, the public and researchers. Numeric expression of the survey results provides the worked out mechanism of their quantification. The developed method allows revealing personal analysis component of the educational space of younger students as one of the parameters of the impact of its design in the school.*

**Key words:** pedagogical design, educational space, school environment, pedagogical monitoring.

Задания гуманизации системы образования актуализируют проблему личностной ориентации учебного процесса и направляют к вопросам проектирования образовательного пространства школьников. Это акцентирует внимание на определении динамики изменений, которые происходят в процессе освоения учениками школьной образовательной среды, что требует разработки соответствующих методик.

Анализ образовательного пространства как предмет научных исследований находится в центре внимания отечественных и зарубежных ученых (Н. Бастун, В. Быков, С. Бондырева, Т. Борисова, А. Веряев, С. Гершунский, В. Гинецинский, Ю. Жук, О. Леонова, А. Самодрин, Б. Сериков, В. Слободчиков, Т. Ткач, И. Фрумин, И. Шендрик и др.). Прежде всего исследователи сосредоточены на его экспертизе как объективной реальности, что обеспечивает диагностику образовательных возможностей, которые открываются перед учениками. Однако полноценная реализация личностного подхода требует разработки инструментария его анализа как субъективной реальности для установления того, насколько эти возможности использованы ребенком.

Цель статьи – с помощью разработанной методики выявление личностного компонента анализа образовательного пространства младших школьников как одного из параметров результативности его проектирования в школе.

**Материал и методы.** При проведении исследования автором выбраны личностные компоненты анализа образовательного пространства школьника как параметра измерения результативности проектирования образовательного пространства в школе. Исходным для разворачивания дальнейших научных выкладок является понимание образовательного пространства в школе как совокупности событий, обеспечивающих освоение образовательной среды для удовлетворения образовательных потребностей каждого участника учебно-воспитательного процесса (в нашем случае это ученики) [1].

Критериями для анализа выбраны основные характеристики образовательного пространства: мощность (с показателями стойкости и силы), плотность (с показателями упругости и стабильности) и проектируемость (с показателями организованности и продуктивности). Измерения проводятся с помощью специально разработанных опросных листов. Они предусматривают выявление мнения каждого участника образовательного процесса – детей, родителей, учителей, представителей органов управления образованием, общественности, научных работников. Числовое выражение результатов опроса обеспечивает выработанный механизм их квантификации.

**Результаты и их обсуждение.** Параметры для анализа образовательного пространства в школе выбраны с учетом результатов исследований (В. Загвязинский, Р. Атаханов [2], Л. Зубова [3] и др.) и обеспечивают возможность его выявления одновременно как объективной и субъективной реальности, а также как результата учебного взаимодействия и педагогического воздействия. Это такие критерии, как мощность (с показателями стойкости и силы), плотность (с показателями упругости и стабильности) и проектируемость (с показателями организованности и продуктивности). Количественные параметры таких показателей анализа образовательного пространства в школе, как стойкость, упругость и стабильность, выявляют путем опроса каждого педагога, работающего с младшими школьниками (в том числе воспитателей групп продленного дня, руководителей кружков и секций, учителей-предметников, которые преподают музыку, физкультуру, иностранный язык); сила – через опрос родителей, а организованность и продуктивность – выявлением мнения представителей органов управления образованием, общественности, научных работников. Респондентам предлагают отметить значком («+» или «V») ряд, в котором представлен объект (предмет, фигурант), место реализации взаимодействия, обеспеченные учителем и использованные ребенком для создания собственных продуктов, изготовление и презентация которых связаны с его учебной деятельностью на протяжении определенного периода, который подлежит анализу.

Для выявления мощности образовательного пространства в школе I ступени выделены показатели стойкости и силы. Показатель стойкости обеспечивает возможность для выявления стабильности и установления того, насколько образовательное пространство в школе «сильнее», чем другие, влияет на ребенка. Показатель силы обеспечивает определение силового поля образовательного пространства в школе через степень влияния «фонового шума», отвлекающего ученика от взаимодействия (диссонанса ребенка и объектов школьной образовательной среды). Для измерения мощности образовательного пространства нами были предложены опросные листы (табл. 1), обеспечивающие формализацию результатов.

Таблица 1

**Опросный лист для измерения мощности образовательного пространства  
в школе I ступени**

| <b>Измерение стойкости образовательного пространства в школе I ступени</b> |                                                                  |                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Психолого-педагогическую диагностику каждого ученика проводили ...         |                                                                  |                                                                                                     |
| <i>раз в год (при приеме в школу для 1 кл.)</i>                            | <i>раз в полугодие</i>                                           | <i>раз в четверть</i>                                                                               |
| Психолого-педагогическая диагностика учеников проводилась с целью ...      |                                                                  |                                                                                                     |
| <i>выявления индивидуальных особенностей</i>                               | <i>отслеживания динамики развития определенных качеств</i>       | <i>мониторинга гармоничного развития личности (физическое, интеллектуальное и др.)</i>              |
| Результаты психолого-педагогической диагностики учеников учтены для ...    |                                                                  |                                                                                                     |
| <i>коррекции работы со всем классом (группой)</i>                          | <i>реализации индивидуального подхода к некоторым школьникам</i> | <i>организации приоритетных для каждого ребенка видов взаимодействия с объектами школьной среды</i> |

|                                                                                                                                                              |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Для реализации личностного подхода учтены такие индивидуальные особенности школьников, выявленные в результате психолого-педагогической диагностики, как ... |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>состояние здоровья, образовательные возможности (внимание, память, логическое мышление)</i>                                                               | <i>образовательные потребности (одаренность)</i>                                      | <i>индивидуальные особенности, требующие определенной организации учебной деятельности (ведущий канал восприятия информации, стиль учебной деятельности и др.)</i> |
| Выявленные индивидуальные особенности школьников учтены для организации их деятельности на ...                                                               |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>отдельных уроках (занятиях)</i>                                                                                                                           | <i>большинстве уроков (занятий)</i>                                                   | <i>всех уроках (занятиях)</i>                                                                                                                                      |
| Внедряемые новации выбраны ...                                                                                                                               |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>для привлечения лучшего контингента учеников</i>                                                                                                          | <i>для осовременивания учебно-воспитательного процесса</i>                            | <i>для учета результатов психолого-педагогической диагностики учеников</i>                                                                                         |
| С учетом индивидуальных особенностей школьников внедрялись новые ...                                                                                         |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>учебные предметы, экспериментальные программы</i>                                                                                                         | <i>формы и методы организации деятельности</i>                                        | <i>объекты (предметы и фигуры) для расширения диапазона взаимодействия</i>                                                                                         |
| Выбор видов, форм, объектов и фигурантов взаимодействия обеспечивался ученикам на ...                                                                        |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>отдельных уроках (занятиях)</i>                                                                                                                           | <i>большинстве уроков (занятий)</i>                                                   | <i>всех уроках (занятиях)</i>                                                                                                                                      |
| Осознанный выбор видов взаимодействия на уроках (занятиях) осуществляют ...                                                                                  |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>некоторые ученики</i>                                                                                                                                     | <i>большинство учеников</i>                                                           | <i>все школьники</i>                                                                                                                                               |
| Свободный выбор продуктов деятельности осуществляют ...                                                                                                      |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>некоторые ученики</i>                                                                                                                                     | <i>большинство учеников</i>                                                           | <i>все школьники</i>                                                                                                                                               |
| <b>Измерение силы образовательного пространства в школе I ступени</b>                                                                                        |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| Ребенок посещает именно это учебное заведение прежде всего потому, что ...                                                                                   |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>удобно добираться</i>                                                                                                                                     | <i>хорошая материальная база и комфортные бытовые условия</i>                         | <i>осуществляется индивидуальный подход</i>                                                                                                                        |
| При необходимости (возможности) смены учебного заведения ребенок ...                                                                                         |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>обрадуется</i>                                                                                                                                            | <i>расстроится</i>                                                                    | <i>категорически откажется</i>                                                                                                                                     |
| Утром ребенок собирается в школу прежде всего потому, что ...                                                                                                |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>заставляют взрослые (иначе ребенок останется дома)</i>                                                                                                    | <i>чувствует ответственность (не хочет, но идет, потому что нужно)</i>                | <i>ему там интересно и он этого хочет сам</i>                                                                                                                      |
| Жизнь ребенка – это, прежде всего, события, которые происходят ...                                                                                           |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>на детской площадке, во дворе дома</i>                                                                                                                    | <i>в детских заведениях (развлекательных, учебных – клубы, дома творчества и др.)</i> | <i>в школе</i>                                                                                                                                                     |
| Своими лучшими друзьями ребенок считает детей, которые ...                                                                                                   |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>живут по соседству</i>                                                                                                                                    | <i>имеют с ним общее хобби</i>                                                        | <i>одноклассников</i>                                                                                                                                              |
| Ребенка волнуют проблемы ...                                                                                                                                 |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>только собственные</i>                                                                                                                                    | <i>кроме собственных, еще и родственников</i>                                         | <i>кроме собственных и родственников, еще и других детей в школе</i>                                                                                               |
| Ребенок рассказывает про интересные события в школе ...                                                                                                      |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>не чаще одного раза в неделю</i>                                                                                                                          | <i>несколько раз в неделю</i>                                                         | <i>каждый день</i>                                                                                                                                                 |
| Самое интересное для ребенка в школе происходит на ...                                                                                                       |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>перемене</i>                                                                                                                                              | <i>после уроков (кружки, секции, ГПД)</i>                                             | <i>уроках (занятиях)</i>                                                                                                                                           |
| Самовыражение ребенка в продуктах учебной деятельности                                                                                                       |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>отсутствует</i>                                                                                                                                           | <i>не всегда искреннее и свободное</i>                                                | <i>всегда искреннее и свободное</i>                                                                                                                                |
| Участие родителей в учебном процессе чаще происходит через ...                                                                                               |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>оказание материальной помощи школе</i>                                                                                                                    | <i>помощь ребенку при выполнении домашних заданий</i>                                 | <i>привлечение к событиям школьной жизни ребенка</i>                                                                                                               |
| К событиям школьной жизни ребенка чаще привлекают ...                                                                                                        |                                                                                       |                                                                                                                                                                    |
| <i>мать или отца</i>                                                                                                                                         | <i>всех взрослых членов семьи (бабушек, дедушек)</i>                                  | <i>всех членов семьи (сестер, братьев)</i>                                                                                                                         |

|                                                                                           |                                                     |                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ребенок выполняет домашние задание ...                                                    |                                                     |                                                                                                                                              |
| <i>если заставляют взрослые</i>                                                           | <i>только потому, что чувствует ответственность</i> | <i>ему самому это интересно</i>                                                                                                              |
| Во время выполнения домашних заданий ребенок нуждается в ...                              |                                                     |                                                                                                                                              |
| <i>совместном их выполнении с кем-то из взрослых</i>                                      | <i>помощи при выполнении определенных заданий</i>   | <i>советах (относительно источников информации, способов ее получения, оформления, презентации) или оценивания результатов для рефлексии</i> |
| Характер межличностного взаимодействия (общения) педагогов школы с ребенком родителей ... |                                                     |                                                                                                                                              |
| <i>не удовлетворяет</i>                                                                   | <i>удовлетворяет не полностью</i>                   | <i>полностью удовлетворяет</i>                                                                                                               |
| Результатами и достижениями ребенка в учебе родители ...                                  |                                                     |                                                                                                                                              |
| <i>не удовлетворены</i>                                                                   | <i>удовлетворены не полностью</i>                   | <i>полностью удовлетворены</i>                                                                                                               |

Для выявления плотности образовательного пространства в школе I ступени выделены показатели упругости и стабильности. Показатель упругости характеризует образовательное пространство в школе I ступени по количеству видов взаимодействия и их повторов. Показатель стабильности обеспечивает возможность для определения потенциала образовательного пространства в школе удерживать свойства под давлением изменений. В условиях вариативности и многообразия образовательного пространства как синергетической системы это является особенно важным для обеспечения стабильности связей, форм общности ее элементов и подчинения общей цели [4]. Для этого разработан инструментальный измерения (табл. 2), который учитывает количество объектов (предметов и фигурантов), частотность их использования для организации учебных взаимодействий.

Таблица 2

**Опросный лист для измерения плотности образовательного пространства  
в школе I ступени**

|                                                                                                    |                                 |                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------|
| <b>Измерение упругости образовательного пространства в школе I ступени</b>                         |                                 |                          |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–человек» ...              |                                 |                          |
| <i>для некоторых учеников</i>                                                                      | <i>для большинства учеников</i> | <i>для всех учеников</i> |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–человек» ...              |                                 |                          |
| <i>единоразово</i>                                                                                 | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>         |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–техника» ...              |                                 |                          |
| <i>для некоторых учеников</i>                                                                      | <i>для большинства учеников</i> | <i>для всех учеников</i> |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–техника» ...              |                                 |                          |
| <i>единоразово</i>                                                                                 | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>         |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–художественный образ» ... |                                 |                          |
| <i>для некоторых учеников</i>                                                                      | <i>для большинства учеников</i> | <i>для всех учеников</i> |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–художественный образ» ... |                                 |                          |
| <i>единоразово</i>                                                                                 | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>         |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–знак» ...                 |                                 |                          |
| <i>для некоторых учеников</i>                                                                      | <i>для большинства учеников</i> | <i>для всех учеников</i> |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–знак» ...                 |                                 |                          |
| <i>единоразово</i>                                                                                 | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>         |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–природа» ...              |                                 |                          |
| <i>для некоторых учеников</i>                                                                      | <i>для большинства учеников</i> | <i>для всех учеников</i> |
| Организация учебной деятельности предусматривала взаимодействие «человек–природа» ...              |                                 |                          |
| <i>единоразово</i>                                                                                 | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>         |
| Организованное учебное взаимодействие осуществлялось в процессе самостоятельной работы ...         |                                 |                          |
| <i>некоторыми учениками</i>                                                                        | <i>большинством учеников</i>    | <i>всеми учениками</i>   |
| Учебное взаимодействие в процессе самостоятельной работы организовывалось ...                      |                                 |                          |

|                                                                                                                                                        |                                 |                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Организованные виды учебного взаимодействия предусматривали работу в парах ...                                                                         |                                 |                                |
| <i>некоторых учеников</i>                                                                                                                              | <i>большинства учеников</i>     | <i>всех учеников</i>           |
| Учебное взаимодействие во время работы в парах организовывалось ...                                                                                    |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Организованные виды учебного взаимодействия предусматривали работу в группе (команде) ...                                                              |                                 |                                |
| <i>некоторых учеников</i>                                                                                                                              | <i>большинства учеников</i>     | <i>всех учеников</i>           |
| Учебное взаимодействие в процессе работы в группе (команде) организовывалось ...                                                                       |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Учебное взаимодействие организовывалось с целью обеспечить роль обучающихся ...                                                                        |                                 |                                |
| <i>некоторым ученикам</i>                                                                                                                              | <i>большинству учеников</i>     | <i>всем ученикам</i>           |
| Учебное взаимодействие организовывалось с целью обеспечить школьникам роль обучающихся ...                                                             |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Организация учебного взаимодействия предусматривала самооценивание результатов ...                                                                     |                                 |                                |
| <i>некоторыми учениками</i>                                                                                                                            | <i>большинством учеников</i>    | <i>всеми учениками</i>         |
| Взаимодействия, предусматривающие самооценивание результатов, организовывались ...                                                                     |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Организация учебного взаимодействия предусматривала взаимооценивание результатов ...                                                                   |                                 |                                |
| <i>некоторыми учениками</i>                                                                                                                            | <i>большинством учеников</i>    | <i>всеми учениками</i>         |
| Взаимодействия, предусматривающие взаимооценивание результатов, организовывались ...                                                                   |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Объектами школьной среды были продукты взаимодействия (рисунки, фото, шаржи, подборки материалов и др.) ...                                            |                                 |                                |
| <i>некоторых учеников</i>                                                                                                                              | <i>большинства учеников</i>     | <i>всех учеников</i>           |
| В качестве объектов школьной среды продукты учебного взаимодействия (рисунки, фото, шаржи, подборки материалов и др.) школьников были использованы ... |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Полученные продукты учебного взаимодействия были выбраны самостоятельно ...                                                                            |                                 |                                |
| <i>некоторыми учениками</i>                                                                                                                            | <i>большинством учеников</i>    | <i>всеми учениками</i>         |
| Самостоятельный выбор продуктов взаимодействия осуществлялся учениками ...                                                                             |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Осознанный выбор видов учебного взаимодействия осуществляли ...                                                                                        |                                 |                                |
| <i>некоторые ученики</i>                                                                                                                               | <i>большинство учеников</i>     | <i>все ученики</i>             |
| Выбор видов учебного взаимодействия школьники осуществляли ...                                                                                         |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Организованные виды учебного взаимодействия учитывали индивидуальные особенности ...                                                                   |                                 |                                |
| <i>некоторых учеников</i>                                                                                                                              | <i>большинства учеников</i>     | <i>всех учеников</i>           |
| Учебные взаимодействия с учетом индивидуальных особенностей школьников были организованы ...                                                           |                                 |                                |
| <i>единоразово</i>                                                                                                                                     | <i>2–3 раза</i>                 | <i>регулярно</i>               |
| Для организации учебного взаимодействия школьников использовались объекты (предметы и фигуранты) школьной образовательной среды ...                    |                                 |                                |
| <i>некоторые из имеющихся</i>                                                                                                                          | <i>большинство из имеющихся</i> | <i>все имеющиеся</i>           |
| <b>Измерение стабильности образовательного пространства в школе I ступени</b>                                                                          |                                 |                                |
| Учитель привлечен к целенаправленной организации взаимодействия учеников ...                                                                           |                                 |                                |
| <i>приказом руководства</i>                                                                                                                            | <i>чтобы поддержать коллег</i>  | <i>по собственному желанию</i> |
| Организация взаимодействия учитывала индивидуальные особенности ...                                                                                    |                                 |                                |
| <i>некоторых учеников</i>                                                                                                                              | <i>большинства учеников</i>     | <i>всех учеников</i>           |
| Организация взаимодействия учитывала запросы и потребности ...                                                                                         |                                 |                                |
| <i>некоторых учеников</i>                                                                                                                              | <i>большинства учеников</i>     | <i>всех учеников</i>           |
| Организация взаимодействия учитывала запросы ...                                                                                                       |                                 |                                |



|                                                                                                                                 |                                                                                 |                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| <i>некоторых родителей</i>                                                                                                      | <i>большинства родителей</i>                                                    | <i>всех родителей</i>                                                    |
| Организация взаимодействия учитывала особенности типа школы ...                                                                 |                                                                                 |                                                                          |
| <i>при выборе объектов</i>                                                                                                      | <i>при выборе форм</i>                                                          | <i>при выборе объектов и форм</i>                                        |
| Организация взаимодействия учитывала особенности и запросы города (села, региона) ...                                           |                                                                                 |                                                                          |
| <i>при выборе объектов</i>                                                                                                      | <i>при выборе форм</i>                                                          | <i>при выборе объектов и форм</i>                                        |
| Учитель сотрудничал в процессе организации учебного взаимодействия ...                                                          |                                                                                 |                                                                          |
| <i>с некоторыми учениками</i>                                                                                                   | <i>с большинством учеников</i>                                                  | <i>со всеми учениками</i>                                                |
| Учитель сотрудничал в процессе организации учебного взаимодействия ...                                                          |                                                                                 |                                                                          |
| <i>с некоторыми родителями</i>                                                                                                  | <i>с большинством родителей</i>                                                 | <i>со всеми родителями</i>                                               |
| Учитель сотрудничал в процессе организации учебного взаимодействия ...                                                          |                                                                                 |                                                                          |
| <i>с некоторыми учителями</i>                                                                                                   | <i>с большинством учителей</i>                                                  | <i>со всеми педагогами</i>                                               |
| Учитель сотрудничал в процессе организации учебного взаимодействия ...*...                                                      |                                                                                 |                                                                          |
| <i>с педагогами среднего и старшего звена школы</i>                                                                             | <i>с педагогами и психологом (или медицинской сестрой, библиотекарем) школы</i> | <i>со всеми работниками школы (в том числе с техническим персоналом)</i> |
| Требования учителей к организации учебного взаимодействия школьников (подходы к организации, методы оценивания результатов) ... |                                                                                 |                                                                          |
| <i>не согласованы</i>                                                                                                           | <i>согласованы частично</i>                                                     | <i>полностью согласованы – едины</i>                                     |
| Результатами учебной деятельности школьников учитель ...                                                                        |                                                                                 |                                                                          |
| <i>не удовлетворен</i>                                                                                                          | <i>не совсем удовлетворен</i>                                                   | <i>полностью удовлетворен</i>                                            |
| Дети адаптируются к смене видов взаимодействия, вызванных внедрением новаций, ...                                               |                                                                                 |                                                                          |
| <i>тяжело</i>                                                                                                                   | <i>не совсем легко</i>                                                          | <i>легко и быстро</i>                                                    |

Учитывая, что образовательное пространство в школе формируется как опосредованно и неосознанно, так и целенаправленно, для установления степени целенаправленности воздействий был выделен критерий проектируемости. Для его выявления выделены показатели организованности и продуктивности. Показатель организованности обеспечивает установление степени активности, инициативности педагогов в процессе организации взаимодействия школьников, проявления осознанной и целенаправленной деятельности на обеспечение ее эффективности, что определяет гибкость образовательного пространства в школе. Показатель продуктивности свидетельствует об эффективности продуктов учебного взаимодействия школьников и деятельности педагогов, направленной на ее организацию. Для этого разработаны опросники (табл. 3), которые позволяют квантифицировать результаты исследования.

Таблица 3

**Опросный лист для измерения проектируемости образовательного пространства в школе I ступени**

|                                                                                                                                                                                      |                                             |                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Измерение организованности образовательного пространства в школе I ступени</b>                                                                                                    |                                             |                                                                                        |
| Целенаправленно организовывали учебное взаимодействие школьников с объектами школьной образовательной среды ...                                                                      |                                             |                                                                                        |
| <i>некоторые учителя</i>                                                                                                                                                             | <i>большинство учителей</i>                 | <i>все учителя</i>                                                                     |
| Инициатива учителей относительно проектирования образовательного пространства находит поддержку у ...                                                                                |                                             |                                                                                        |
| <i>некоторых членов коллектива</i>                                                                                                                                                   | <i>большинства членов коллектива</i>        | <i>всех членов коллектива (руководителей кружков, секций, руководства школы и др.)</i> |
| Выстраивать собственную образовательную траекторию ученики (при наличии выбора продуктов, видов взаимодействия, форм получения образовательной информации, желаемых результатов) ... |                                             |                                                                                        |
| <i>не имели возможности</i>                                                                                                                                                          | <i>имели ограниченные возможности</i>       | <i>имели все возможности</i>                                                           |
| Новации, которые внедряют в школе, ...                                                                                                                                               |                                             |                                                                                        |
| <i>направлены на достижение целей некоторых учителей</i>                                                                                                                             | <i>направлены на достижение целей школы</i> | <i>вызваны запросами и потребностями учеников</i>                                      |
| Направления методической работы (заседания методических объединений, творческих групп,                                                                                               |                                             |                                                                                        |

|                                                                                                                                                                     |                                                          |                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| школы передового опыта) выбраны ...                                                                                                                                 |                                                          |                                                                              |
| <i>по рекомендации руководства</i>                                                                                                                                  | <i>по результатам исследования деятельности учителей</i> | <i>по результатам исследования деятельности учеников</i>                     |
| Для согласования действий в процессе организации деятельности школьников учителя ...                                                                                |                                                          |                                                                              |
| <i>не взаимодействовали</i>                                                                                                                                         | <i>взаимодействовали формально</i>                       | <i>взаимодействовали целенаправленно</i>                                     |
| Банк идей и педагогических достижений создан и открыт для пользования ...                                                                                           |                                                          |                                                                              |
| <i>одним учителем</i>                                                                                                                                               | <i>определенной группой учителей</i>                     | <i>всеми педагогами</i>                                                      |
| Объектами взаимодействия, подготовленными некоторыми учителями, другие педагоги пользоваться ...                                                                    |                                                          |                                                                              |
| <i>не имели возможности</i>                                                                                                                                         | <i>могли частично</i>                                    | <i>могли свободно</i>                                                        |
| Объекты для организации учебного взаимодействия школьников были обеспечены ...                                                                                      |                                                          |                                                                              |
| <i>из имеющихся в школе</i>                                                                                                                                         | <i>благодаря обмену с другими школами</i>                | <i>благодаря сотрудничеству с учреждениями и предприятиями города (села)</i> |
| Неиспользованные возможности для организации учебного взаимодействия школьников                                                                                     |                                                          |                                                                              |
| <i>достаточно велики</i>                                                                                                                                            | <i>незначительны</i>                                     | <i>отсутствуют</i>                                                           |
| Учителя сотрудничали в процессе организации учебного взаимодействия учеников с* ...                                                                                 |                                                          |                                                                              |
| <i>представителями органов управления образованием</i>                                                                                                              | <i>представителями методических кабинетов и центров</i>  | <i>представителями научных учреждений</i>                                    |
| <i>учителями других школ</i>                                                                                                                                        | <i>учителями-пенсионерами</i>                            | <i>семьями учеников</i>                                                      |
| <i>представителями учреждений и предприятий города (села), района</i>                                                                                               | <i>педагогами среднего и старшего звена школы</i>        | <i>работниками школы</i>                                                     |
| К взаимодействию с учениками в процессе обучения учителя привлекали* ...                                                                                            |                                                          |                                                                              |
| <i>учеников других классов начальной школы</i>                                                                                                                      | <i>учеников среднего и старшего звена школы</i>          | <i>членов семей школьников</i>                                               |
| <i>психолога школы</i>                                                                                                                                              | <i>медицинскую сестру</i>                                | <i>библиотекаря</i>                                                          |
| <i>специалистов предприятий и учреждений города (села)</i>                                                                                                          | <i>педагогов среднего и старшего звена школы</i>         | <i>педагогов из других школ</i>                                              |
| <i>руководителей школьных кружков, секций, воспитателей ГПД</i>                                                                                                     | <i>работников школьной столовой (буфета)</i>             | <i>Волонтеров</i>                                                            |
| Организация учебного взаимодействия учеников учитывала* ...                                                                                                         |                                                          |                                                                              |
| <i>запросы родителей</i>                                                                                                                                            | <i>запросы учеников</i>                                  | <i>способности учеников</i>                                                  |
| <i>индивидуальные особенности учеников</i>                                                                                                                          | <i>тип школы</i>                                         | <i>запросы города (села) региона</i>                                         |
| <b>Измерение продуктивности образовательного пространства в школе I ступени</b>                                                                                     |                                                          |                                                                              |
| Нетрадиционных продуктов учебной деятельности учеников (например, кружок для дошкольников, который проводят ученики, дидактические материалы, публикации и др.) ... |                                                          |                                                                              |
| <i>не выявлено</i>                                                                                                                                                  | <i>выявлены единичные</i>                                | <i>выявлено много</i>                                                        |
| Значимость для учеников продуктов их учебной деятельности ...                                                                                                       |                                                          |                                                                              |
| <i>не выражена</i>                                                                                                                                                  | <i>выражена частично</i>                                 | <i>хорошо выражена</i>                                                       |
| Искренность и свобода самовыражения учеников в продуктах учебного взаимодействия ...                                                                                |                                                          |                                                                              |
| <i>не выражены</i>                                                                                                                                                  | <i>выражены частично</i>                                 | <i>полные</i>                                                                |
| Использование продуктов учебной деятельности учеников для формирования школьной образовательной среды ...                                                           |                                                          |                                                                              |
| <i>не выявлено</i>                                                                                                                                                  | <i>выявлены отдельные случаи</i>                         | <i>выявлено много случаев</i>                                                |
| Использование продуктов учебной деятельности учеников для участия в конкурсах, соревнованиях за пределами школы ...                                                 |                                                          |                                                                              |
| <i>не выявлено</i>                                                                                                                                                  | <i>выявлены отдельные случаи</i>                         | <i>выявлено много случаев</i>                                                |
| Значимость для учителей продуктов их деятельности (планы, сценарии, разработки, дидактический инструментарий и др.) ...                                             |                                                          |                                                                              |
| <i>не выражена</i>                                                                                                                                                  | <i>выражена частично</i>                                 | <i>хорошо выражена</i>                                                       |
| Искренность и свобода в профессиональном самовыражении учителей в продуктах образовательной деятельности ...                                                        |                                                          |                                                                              |

| <i>не выражены</i>                                                                                                                                               | <i>выражены частично</i>         | <i>полные</i>                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| Анализ (оценивание, экспертиза) продуктов деятельности учителей ...                                                                                              |                                  |                               |
| <i>не выявлены</i>                                                                                                                                               | <i>выявлены единичные случаи</i> | <i>выявлено много случаев</i> |
| Использование продуктов образовательной деятельности учителей для оглашения ее результатов (на «круглых столах», конференциях, конкурсах, публикациях и др.) ... |                                  |                               |
| <i>не выявлено</i>                                                                                                                                               | <i>выявлены единичные случаи</i> | <i>выявлено много случаев</i> |

В опросных листах значок «звездочка» (\*) после отдельных предложений указывает на то, что его продолжение обеспечивает респонденту выбор не только одного из предложенных вариантов, а всех возможных.

Количественные параметры критериев *мощность*, *плотность* и *проектируемость* образовательного пространства в школе I ступени определяют по результатам подсчитывания баллов, полученных за каждый значок, где первый из предложенных вариантов оценивают 0 баллов, второй – 1 баллом и третий – 2 баллами. Исключение составляют предложения, отмеченные «звездочкой» (\*), где каждый из выбранных вариантов оценивают 1 баллом. Средний результат каждого опрошенного получают по формуле:  $Ср. (респ.) = K/P$ , где  $K$  – общее количество баллов по каждому показателю, а  $P$  – общее количество предложенных выборов.

Обобщение результатов и определение количественных параметров каждого показателя образовательного пространства в школе I ступени вычисляют по формуле:  $Ср.(шк.) = Ср.(респ.)1 + Ср.(респ.)2 + Ср.(респ.)3 + .../n$ , где  $Ср.(респ.)1$ ,  $Ср.(респ.)2$ ,  $Ср.(респ.)3$  – средние результаты определенного параметра образовательного пространства каждого из респондентов, а  $n$  – количество опрошенных. Числовое выражение каждого из трех критериев образовательного пространства в школе I ступени вычисляют по формуле:  $Ср. = Ср.(шк.)1 + Ср.(шк.)2/2$ , где  $Ср.(шк.)1$  и  $Ср.(шк.)2$  – результаты, полученные предыдущими вычислениями по первому и второму показателям соответствующего критерия. Количественные результаты анализа образовательного пространства в школе по всем критериям обобщают, и получают числовое выражение анализа образовательного пространства в школе I ступени. На основании сравнения с предыдущими результатами определяют, насколько оправданы ожидания.

**Заключение.** Предложенная методика может быть использована для экспертизы общеобразовательного учебного заведения. Как свидетельствует анализ практики, экспертизу чаще проводят с целью выявления образовательных возможностей школы, которые она открывает перед школьниками, и, прежде всего, определяют процентное соотношение количества учеников с высоким и достаточным уровнем по результатам государственной итоговой аттестации и количеством победителей конкурсов, соревнований, олимпиад и турниров. Использование предложенной нами методики определения результативности проектирования образовательного пространства в школе даст возможность установить, насколько эти возможности реализованы, использованы каждым школьником для удовлетворения своих образовательных потребностей. К тому же анализ образовательного пространства в школе и выявление его результативности должны происходить в динамике и с учетом взаимной детерминации развития ученика и среды, что даст возможность отслеживать эффекты и последствия отдельных педагогических воздействий на весь учебно-воспитательный процесс. В этом нам видятся перспективы дальнейших научных исследований проблемы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Цимбалару, А.Д. Моделювання інноваційного освітнього простору загальноосвітнього навчального закладу: наукові підходи // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2007. – № 4 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL <http://www.nbuv.gov.ua/e-journals/ITZN/eml/emg.html>.
2. Загвязинский, В.И. Методология и методы психолого-педагогического исследования: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.И. Загвязинский, Р. Атаханов. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 208 с.
3. Зубова, Л.В. Социально-психологический аспект управления качеством образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [bank.orenipk.ru/Text/11\\_17.htm](http://bank.orenipk.ru/Text/11_17.htm).
4. Харитонова, В.А. Образование: стратегия развития и синергетика / В.А. Харитонова, О.В. Санникова, И.В. Меншиков // Наша школа. – № 9(958). – С. 2–8.

Поступила в редакцию 15.01.2013. Принята в печать 20.02.2013  
Адрес для корреспонденции: e-mail: A.Tsymbala@mail.ru – Цымбалару А.Д.

## Обучение курсантов командных специальностей Военной академии умениям математической поддержки принятия решений

Г.А. Шунина

*Учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь»*

*В статье описана важная роль математического образования в военно-профессиональной подготовке курсантов военного вуза. Определена главная цель математического образования курсантов командных специальностей военного вуза – обучение их умениям математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы в мирное время и ведения боевых действий в военное время. Перечислены педагогические особенности математической подготовки курсантов. Указаны основные учебные и воспитательные задачи, решаемые преподавателями в процессе обучения курсантов высшей математике. Выявлены объективные и субъективные причины корректировки программы высшей математики для курсантов командных специальностей на основе разработки и внедрения в учебный процесс межпредметных связей математики со специальными военными дисциплинами. Даны понятия математического занятия межпредметного содержания и трех степеней реализации межпредметных связей. Разработана методика формирования математических профессионально значимых умений. В результате педагогического эксперимента внедрены новые типовая и учебная программы дисциплины «Основы высшей математики», дополненные разделом по исследованию операций и двумя темами по математическому моделированию боевых действий и их математическому решению.*

**Ключевые слова:** математическая поддержка, принятие решений, межпредметные связи, математическое занятие межпредметного содержания, методика формирования, математические профессионально значимые умения.

## Development of mathematical support skills when coming to a decision for students of command specialities at the Military Academy

G.A. Shunina

*Educational establishment «The Military Academy of the Republic of Belarus»*

*The important role of mathematical education in military professional training of the military academy cadets is described in the article. Main role of mathematical training of command cadets of a military academy is defined, which is teaching them skills of mathematical support of decision taking during military service in peace time as well as during combat operations in war time. Pedagogical peculiarities of cadet mathematical training are listed. Basic academic and upbringing tasks, which teachers solve during Higher Mathematics instruction, are indicated. Objective and subjective reasons of correcting Higher Mathematics curriculum for command cadets on the basis of elaboration and introduction of interdisciplinary links of Mathematics and special military subjects into the academic process are singled out. The concept of a Mathematics class of interdisciplinary character as well as three degrees of interdisciplinary links is given. Methods of mathematical professionally significant skills formation are elaborated. As a result of a pedagogical experiment, new typological and academic syllabi of the discipline «Bases of Higher Mathematics» are introduced, supplied with the section on the study of operations as well as with two topics on mathematical modeling of combat operations and their mathematical solution.*

**Key words:** mathematical support, decision taking, interdisciplinary connections, the class on Mathematics with interdisciplinary contents, methods of developing, professionally significant mathematical skills.

В общеобразовательном цикле военного вуза важным компонентом является математическое образование, потому что основная часть военно-профессиональной подготовки будущих офицеров основывается на теоретико-прикладных знаниях высшей математики. При ускорении инновационного характера развития современных военных технологий значение математической подготовки возрастает. Высшая математика нужна для изучения специальных военных дисциплин. Знания, умения и навыки по этой дисциплине помогают офицерам продолжать специальное образование, самообразование и самостоятельно осваивать усложняющуюся военную технику. Разработка и внедрение новых современных образовательных технологий и методик преподавания математики в высших военных учебных заведениях Беларуси призваны решить актуальные проблемы пере-

стройки учебно-воспитательного процесса с целью повышения качества военного образования. По нашему мнению, главной целью математического образования курсантов командных специальностей военного вуза является обучение их знаниям и умениям математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы в мирное время и ведения боевых действий в военное время. Поэтому первоочередная задача преподавателей высшей математики состоит в обучении курсантов математическим профессионально значимым знаниям и умениям, обеспечивающим математическую поддержку принятия решений при несении воинской службы в мирное время и выполнении боевых задач в военное время. Для этого в курсе высшей математики, кроме разделов фундаментальной математики, необходимо преподавать курсантам математическое моделирование, исследование операций и другие разделы прикладной математики.

Цель статьи – анализ соответствия математических профессионально значимых умений курсантов командных специальностей, формируемых в процессе их обучения дисциплине «Основы высшей математики», умениям математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы и ведения боевых действий.

В соответствии с Государственной программой вооружения на 2006–2015 гг. развитие Вооруженных сил Республики Беларусь требует от военных педагогов дальнейших качественных преобразований всей системы военного образования, увеличения доли творчества в профессионализме офицеров. «В современных условиях Вооруженным силам нужны высококвалифицированные офицеры, управленцы, руководители, организаторы, которые способны быстро реагировать на изменяющиеся условия, изучать и обрабатывать огромное количество информации, непрерывно самостоятельно обновлять багаж своих профессиональных знаний, творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации» [1].

**Материал и методы.** На основе современных тенденций в проведении исследований по теории и методике обучения естественным наукам (математике) нами был проведен анализ соответствия программы дисциплины «Основы высшей математики» для курсантов командных специальностей Военной академии требованиям сегодняшнего дня [2–3]. В ходе исследования нами были использованы методики обучения курсантов военного вуза математической поддержке принятия решений при выполнении военными служащими служебных обязанностей [4].

**Результаты и их обсуждение.** Математическая подготовка курсантов младших курсов Военной академии имеет следующие педагогические особенности [5]:

1. Совмещение учебной и служебной деятельности, приводящее к вынужденному пропуску занятий курсантами, увеличению физических и психических нагрузок, напряженному ритму деятельности и постоянному дефициту свободного времени.

2. Систематический контроль со стороны командования, с одной стороны, необходимый для поддержания воинской дисциплины, а с другой – негативно сказывающийся на личной инициативе и внутренней мотивации курсантов.

3. Самоподготовка курсантов, продолжительность которой строго ограничена (четырьмя часами) и которая характеризуется возможностью ограниченного участия в ней преподавателей математики.

4. Необходимость формирования у курсантов осознанной мотивации к изучению высшей математики, не являющейся профилирующим предметом.

5. Формирование с использованием информационных технологий мотивированных математических профессионально значимых умений, обеспечивающих курсантам умения математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы в мирное время и ведения боевых действий в военное время.

6. Воспитание курсантов средствами математики: формирование их пространственных представлений, алгоритмического и рационального мышления, интеллектуальных и эстетических качеств личности, обладающей высокой нравственностью и патриотизмом.

7. Обучение курсантов в условиях напряженных ситуаций мирного времени [6, с. 5–12], основанное на формировании математических профессионально значимых умений математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы в мирное время.

8. Формирование и поддержание готовности к действиям в напряженных ситуациях боевых действий [6, с. 114–160], основанное на формировании математических профессионально значимых умений математической поддержки принятия решений в ходе ведения боевых действий в военное время.

**1. Межпредметные связи высшей математики с военно-специальными дисциплинами.** В процессе обучения математике у курсантов должны формироваться математические профессионально значимые знания и умения, необходимые им для математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы и ведения боевых действий. Эта задача является основанием для выбора методов и форм обучения курсантов математике, способствующих достижению необходимого уровня профессиональных умений и навыков курсантов. Под математическими профессионально значимыми знаниями мы понимаем совокупность основных познаний тех областей математики, которые используются в специальных дисциплинах курсантами Военной академии при соответствующей профессиональной деятельности. Математические профессионально значимые знания являются основой для формирования математических профессионально значимых умений и навыков, важных при формировании идеологической и психологической устойчивости офицеров во время боевых действий.

Разработка методики обучения высшей математике курсантов Военной академии обязательно должна учитывать педагогические особенности математической подготовки курсантов и организации всего учебного процесса в Военной академии. Математические методы помогают офицеру правильно моделировать и анализировать действия противника, оценивать функционирование и возможности военно-технических систем и средств и принимать обоснованные командирские решения. Для этого в процессе обучения курсантов высшей математике преподавателями решаются следующие основные задачи:

- сформировать у курсантов систему математических профессионально значимых знаний, необходимых для усвоения дисциплин общенаучной и военной подготовки;
- обучить курсантов основным методам исследования и решения как математических, так и военно-прикладных задач, решаемых средствами математики;
- выработать у курсантов мотивированные математические профессионально значимые умения математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы и боевых действий;
- сформировать у курсантов рациональное, логическое мышление и научное мировоззрение;
- внести весомый вклад в воспитание курсантов как личностей высокой культуры, нравственно-сти, ответственности и патриотизма.

Задачи обучения выступают основанием выбора способов организации проведения занятий, форм и средств обучения, уровня формирования установленной совокупности математических профессионально значимых знаний и умений курсантов.

Повышению качества профессиональной подготовки будущих офицеров-командиров способствуют разработка и внедрение в учебный процесс межпредметных (междисциплинарных) связей математики с программным материалом специальных военных дисциплин. Такая возможность обусловлена определенной математизацией всех наук. Математизация наук лежит в основе межпредметных связей различных учебных военных и специальных дисциплин в военных вузах. В.Н. Максимова отмечает, что математика обладает своими специфическими воспитательными эффектами: развивает способность логично аргументировать утверждения; умения отделять причину от следствия; кратко и точно излагать мысли, ... , и что каждое из этих умений оказывает существенное влияние на общее умственное развитие ученика, на формирование способностей, необходимых человеку во многих видах деятельности [7, с. 12]. В задачи обучения математике в Военной академии входит формирование у курсантов определенной системы математических знаний, умений и навыков. Поэтому в процессе обучения межпредметные связи необходимо рассматривать как средство отражения в содержании каждой из специальных военных дисциплин продуктов межнаучной интеграции и, в частности, как средство повышения эффективности их усвоения с помощью установленных нами математических профессионально значимых знаний и математических профессионально значимых умений курсантов Военной академии.

Были выявлены недостающие межпредметные связи дисциплины «Основы высшей математики» с дисциплинами «Тактика», «Вооружение и стрельба» и «Тыловое обеспечение войск» и предложены пути их реализации [8]. Выбор данных специальных дисциплин явился результатом нашего исследования, анализа программ курса высшей математики и специальных дисциплин, изучения учебно-методической и учебной литературы, учебников Л.Н. Маркова, С.Г. Неверова и других авторов по специальным дисциплинам. При выборе спецдисциплин также учитывались: их значимость в дальнейшей службе выпускников; недостаточная разработанность методики преподавания

высшей математики с учетом ее межпредметных связей со специальными военными дисциплинами, такими, как тактика, огневая подготовка и тыловое обеспечение войск; необходимость повышения мотивации курсантов к заинтересованному изучению высшей математики и применению полученных математических знаний и умений при усвоении специальных дисциплин.

С одной стороны, в учебной программе дисциплины «Тактика» присутствует тема «Применение средств электронной вычислительной техники (СЭВТ) для моделирования боевых действий». С другой стороны, для прохождения этих тем при изучении дисциплины «Тактика» курсантам необходимы математические знания и умения по теме «Математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями в военном деле», отсутствовавшей в программе дисциплины «Основы высшей математики». Данная тема предусматривает изучение следующих важных учебных вопросов: простейшая математическая модель динамики боя между двумя группировками (уравнения Ланчестера); суть метода динамики средних; уравнения боя между двумя плацдармами. Для успешного решения тактических задач курсантам также необходимо изучать в курсе высшей математики тему «Применение вероятностных моделей в военном деле» со следующими учебными вопросами: оценка эффективности действий с учетом противодействия противника; расчет нарядов боевых средств, необходимых для решения боевой задачи; задача координации действий при планировании боевых операций; задача об организации связи управления войсками (передача информации в условиях помех), а также раздел «Математические методы исследования операций», включающий необходимые для тактики следующие вопросы: введение в исследование операций; основы линейного программирования; элементы теории игр; транспортная задача; элементы сетевого планирования.

Учебная программа дисциплины «Вооружение и стрельба» имеет раздел «Основы и правила стрельбы», для изучения которого курсантам нужны знания, умения и навыки, приобретаемые ими при изучении темы «Случайные события и вероятность» раздела «Теория вероятностей». Для усвоения темы «Теория боевой эффективности» курсантам также нужны знания, умения и навыки, получаемые ими при прохождении темы «Случайные величины и законы их распределения» данного раздела. Таким образом, назрела необходимость введения в раздел «Теория вероятностей» темы «Применение вероятностных моделей в военном деле».

В учебную программу дисциплины «Войсковой тыл» входит тема «Основы тылового обеспечения воинских частей» с учебным вопросом «Подвоз материальных средств и эвакуация в войсковом тылу». Программа по дисциплине «Экономика организации и планирование обеспечения войск горючим, продовольствием и вещевым имуществом» содержит тему «Экономическая работа по службе горючего» с вопросом «Основные положения по экономии горючего и пути ее достижения» и тему «Экономическая работа по продовольственной службе соединения» с вопросом «Источник экономии материальных и денежных средств по продовольственной службе». В курсе математики оптимальным решениям подвоза, эвакуации, доставки и экономии посвящены темы «Основы линейного программирования», «Транспортная задача», «Элементы теории игр», «Элементы сетевого планирования», отсутствовавшие в программе по дисциплине «Основы высшей математики», читаемой курсантам.

**2. Математическая поддержка принятия решений.** К сожалению, традиционная программа по высшей математике предназначалась для курсантов командных специальностей как для инженеров по эксплуатации гусеничной техники и совсем не учитывала то, что в первую очередь их надо учить как будущих офицеров-командиров способности быстро принимать взвешенные, оптимальные решения и грамотно командовать личным составом как в мирное время, так и в боевой обстановке. Нами была осуществлена корректировка программы «Основы высшей математики» для военных командных специальностей. За счет уплотнения традиционных теоретических математических тем и частичного их вынесения на самостоятельное изучение курсантами в эту программу введен раздел «Математические методы исследования операций», содержащий элементы теории линейного программирования, теории игр и сетевого планирования. В раздел «Дифференциальные уравнения» предложено включить тему «Математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями в военном деле», а в раздел «Теория вероятностей» – тему «Применение вероятностных моделей в военном деле». Нами была разработана экспериментальная учебная программа дисциплины «Основы высшей математики», определена последовательность изложения теоретического материала, уровень его строгости и расстановка акцентов в каждом разделе и сделан подбор примеров и задач с учетом интересов других кафедр. При этом дисциплина «Основы

высшей математики» в целом сохранила предусмотренные программой объем и логическую стройность изложения. В 2007–2009 годах экспериментальная программа по высшей математике прошла проверку и корректировку в течение педагогического эксперимента, проведенного для курсантов командных специальностей общевойскового факультета Военной академии [9]. Составленная на ее основе новая типовая учебная программа дисциплины «Основы высшей математики» утверждена 04.08.2009 г. Министерством образования Республики Беларусь и Министерством обороны Республики Беларусь для высших учебных заведений по специальностям: управление мотострелковыми подразделениями, управление танковыми подразделениями, тыловое обеспечение войск и управление подразделениями ракетных войск и артиллерии. В настоящее время в Военной академии на военно-командных специальностях занятия по высшей математике проводятся по учебной программе, составленной на основе этой типовой учебной программы дисциплины «Основы высшей математики».

Таким образом, на общевойсковом факультете обновленная дисциплина «Основы высшей математики» для командных специальностей «Управление мотострелковыми подразделениями», «Управление танковыми подразделениями» и «Тыловое обеспечение войск» содержит основные сведения военно-прикладной направленности, необходимые будущему военному специалисту, и ставит целью повысить качество изучения курсантами высшей математики и основных специальных военных дисциплин. Эффективность обучения математическим дисциплинам в военном вузе достигается путем совершенствования не только содержания, но и организационных форм, средств и методов обучения. Например, на этом факультете одной из новых форм обучения является математическое занятие межпредметного содержания.

Под математическим занятием межпредметного содержания в военном вузе следует понимать занятие по математике, на котором используются знания специальных военных дисциплин, решаются военно-прикладные задачи и в проведении которого активно участвуют преподаватели военных дисциплин.

В данном определении математического занятия межпредметного содержания первый признак (используются знания специальных военных дисциплин) имеет характер частичной степени реализации, второй признак (решаются военно-прикладные задачи математическими методами) – средней степени реализации и третий признак (активное участие в проведении занятия преподавателей специальных военных дисциплин) – полной степени реализации межпредметных связей математики с дисциплинами военной специализации. Например, их частичная реализация проявляется тогда, когда курсантам нужно знать фактические данные, основные задачи и специальные нормативы тактики при составлении математических задач сетевого планирования. Средняя реализация – когда курсантами решаются задачи на вычисление дозы радиоактивного облучения личного состава при изучении темы «Определенный интеграл». Полная реализация – когда им читаются лекции совместно с преподавателями тактики, огневой подготовки и тылового обеспечения по применению математических дифференциальных моделей и вероятностных моделей в военном деле. На математических занятиях межпредметного содержания у курсантов формируются математические профессионально значимые умения математической поддержки принятия решений при выполнении воинского долга в мирное и военное время.

**3. Методика формирования математических профессионально значимых умений.** В мирное время и в боевой обстановке для осуществления курсантами математической поддержки принятия решений необходимо у них сформировать математические профессионально значимые умения по определенной методике обучения. Методическая система обучения математике включает, прежде всего, цели обучения, на основании которых формируются содержание и технология обучения. В свою очередь, технология обучения состоит из методов, форм и средств обучения. Цели обучения, а через них, в определенной степени, содержание и технология обучения задаются Министерством образования Республики Беларусь совместно с Министерством обороны Республики Беларусь. Однако окончательный выбор возможных вариантов содержания и тех или иных технологий обучения остается за вузами и преподавателями.

На общевойсковом факультете появились новые формы обучения курсантов математике: комплексные лекции и самостоятельные работы под руководством преподавателя, лабораторные работы с использованием персональных компьютеров (в том числе виртуальные тренажеры), самостоятельные работы с электронными учебно-методическими пособиями по высшей математике, а также введены новые расчетно-графические и курсовые работы по высшей математике. В Военной



академии одной из форм самостоятельного обучения является самоподготовка, то есть ежедневно планируемые часы на самостоятельную учебную работу курсантов. Поскольку математические умения курсантов проявляются, подтверждаются и закрепляются в основном при их самостоятельной работе, назрела необходимость в грамотной организации эффективной самоподготовки. В процессе самостоятельной работы по изучению математических дисциплин происходит формирование аналитического, эвристического и алгоритмического мышления, вырабатываются оптимальные приемы логического и умственного труда. Для повышения эффективности обучения курсантов математике также большое значение имеют их научная работа и углубленное изучение математики, которые реализуются в процессе написания ими рефератов и курсовых работ, их участия в олимпиадах и конференциях. Необходимо в первую очередь сформировать у курсанта отношение к учебе как непрерывному процессу учения и не к заучиванию информации, а к творческому восприятию и самостоятельному добыванию математических знаний.

Продуктивность учебного процесса зависит не только от совершенствования содержания, методов и форм обучения, но и от применяемых средств обучения. Средства обучения способствуют лучшему методическому оснащению учебного процесса, обеспечивая наглядность и доступность представления учебной информации обучающимся, и тем самым содействуют ускорению понимания, глубине усвоения и прочности закрепления учебного материала. Благодаря средствам обучения преподаватель, используя их, не только обучает курсантов, но управляет учебным процессом, регламентирует его, варьирует видами учебной деятельности и стимулирует учебную активность курсантов. Изучив и проанализировав различные классификации средств обучения и, в частности, разработанную О.Л. Жук классификацию на идеальные и материальные средства [10, с. 238], можно представить классификацию, адаптированную для Военной академии. Нами разработаны идеальные средства обучения: совокупность математических профессионально значимых знаний и умений; новые типовая учебная и учебная программы для высших учебных заведений по соответствующим командным специальностям. К материальным средствам обучения, разработанным нами, относятся конспекты лекций, математические задачи с военно-прикладным содержанием, задания для контрольных, расчетно-графических и курсовых работ и другие дидактические материалы для практических и лабораторных занятий, учебно-методические пособия и дидактические разработки по математике на твердых и электронных носителях, которые составляют единый методический комплекс [11].

В Военной академии математическое образование ориентировано на использование математических знаний, умений и навыков при изучении специальных военных дисциплин. Теоретические основы формирования математических профессионально значимых знаний, умений и навыков курсантов командных специальностей Военной академии обсуждались в [12]. В настоящее время некоторые исследователи стали включать в методическую систему обучения математике личность обучающего, личность обучаемого, их индивидуальность, результаты обучения и т.д. Основными компонентами методической системы являются цель, содержание, методы, формы и средства. В высшей военной школе одних основных компонентов методической системы оказывается недостаточно для решения сложных дидактических задач. Принятая нами методическая система формирования математических профессионально значимых умений дополняется необходимыми недостающими организационными, дидактическими, диагностическими, констатирующими, интерактивными, корректирующими и другими компонентами. Любая методическая система – это только набор дидактических инструментов. Методика обучения предмету предполагает определенную дидактическую процедуру реализации методической системы, т.е. последовательность применения и сочетания элементов тех или иных компонентов данной системы в тесной связке с ее остальными элементами и компонентами.

Методика обучения предмету – дидактическая процедура реализации методической системы, наилучшим образом обеспечивающая достижение поставленных целей и задач обучения данному предмету. Это определение применяется к обучению курсантов Военной академии высшей математике. Для достижения целей, поставленных новой учебной программой, нами разработана и внедрена методика формирования математических профессионально значимых умений курсантов командных специальностей Военной академии при обучении высшей математике. Методика состоит из двух этапов: обучающего и формирующего, каждый из которых содержит три блока (дидактико-мотивационный, основной и оценочно-корректирующий). Проведен сравнительный анализ обучающего и формирующего этапов. На обучающем этапе используются новые дидактиче-

ские и организационные условия формирования математических знаний и умений. Проводится стимулирование путем частичной реализации межпредметных связей дисциплин «Основы высшей математики», «Тактика», «Вооружение и стрельба», «Тыловое обеспечение войск» для изучения традиционного содержания высшей математики. На формирующем этапе обучение курсантов математическим профессионально значимым знаниям и умениям ведется в соответствии с новыми дидактическими и организационными условиями, выявленными на основе выделения особенностей известных дидактических принципов и с привлечением современных компьютерных технологий. Осуществляются анализ причин ошибок и пробелов, промежуточный и итоговый контроль уровня знаний и умений. Проводятся корректировка ошибок, выявление их причин и ликвидация пробелов в математических профессионально значимых знаниях и умениях путем обучения на модельных математических задачах с военно-прикладным содержанием и активизации самостоятельной работы курсантов. Методика характеризуется наполнением межпредметным содержанием со специальными дисциплинами всех компонентов методической системы обучения высшей математике (содержания, методов, форм и средств); целенаправленным формированием совокупности выделенных математических знаний и умений, необходимых для подготовки курсантов военно-командных специальностей; использованием разработанного методического комплекса и новых на общевоинском факультете методических приемов и форм обучения [13].

**Заключение.** Главной целью математического образования курсантов командных специальностей военного вуза является обучение их знаниям и умениям математической поддержки принятия решений в ходе несения воинской службы и ведения боевых действий. Для этого у курсантов необходимо сформировать математические профессионально значимые знания и умения путем средней и полной реализации межпредметных связей высшей математики со специальными дисциплинами. Разработана методика формирования математических профессионально значимых умений курсантов командных специальностей при обучении высшей математике. В Военной академии для курсантов командных специальностей экспериментально проверена и внедрена новая программа по дисциплине «Основы высшей математики», дополненная разделом по исследованию операций и двумя темами по математическому моделированию боевых действий и их математическому решению.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев, Л.С. Система подготовки офицерских кадров в Вооруженных силах Республики Беларусь: актуальные вопросы функционирования и направления совершенствования / Л.С. Мальцев // Проблемы управления. – 2009. – № 3(32). – С. 58–66.
2. Новик, И.А. Современные тенденции в проведении исследований по теории и методике обучения естественным наукам (математике, физике, информатике) / И.А. Новик. – Минск: БГПУ, 2005. – 52 с.
3. Андреев, В.И. Методика военно-педагогического исследования / В.И. Андреев. – Минск: УО «Военная академия Республики Беларусь», 2005. – 47 с.
4. Каклаускас, А. Биометрическая и интеллектуальная поддержка решений / А. Каклаускас, Э.-К. Завадскас. – Вильнюс: Изд-во «Техника» ВТУ имени Гедиминаса, 2012. – 344 с.
5. Шунина, Г.А. Педагогические особенности и дидактические условия формирования математических знаний и умений курсантов Военной академии / Г.А. Шунина // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2011. – № 1(61). – С. 85–96.
6. Дьяченко, М.И. Готовность к деятельности в напряженных ситуациях: психологический аспект / М.И. Дьяченко, Л.А. Кандыбович, В.А. Пономаренко. – Минск: Изд-во «Университетское», 1985. – 207 с.
7. Максимова, В.Н. Межпредметные связи и совершенствование процесса обучения / В.Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1984. – 143 с.
8. Шунина, Г.А. Межпредметные связи как средство повышения эффективности профессионально значимых математических умений курсантов командных специальностей Военной академии / Г.А. Шунина // Вестн. Военной академии Респ. Беларусь. – 2009. – № 4(25). – С. 135–141.
9. Шунина, Г.А. Экспериментальная проверка методики формирования профессионально значимых математических умений курсантов Военной академии / Г.А. Шунина // Весці Бел. дзярж. пед. ун-та. Сер. 3, Фізіка. Матэматыка. Інфарматыка. Біялогія. Геаграфія. – 2009. – № 4. – С. 21–26.
10. Жук, О.Л. Педагогика: учеб.-метод. комплекс для студ. пед. специальностей / О.Л. Жук. – Минск: БГУ, 2003. – 383 с.
11. Андреев, В.И. Педагогика высшей военной школы: учеб.-метод. комплекс / В.И. Андреев. – Минск: Военная академия Республики Беларусь, 2007. – 210 с.
12. Шунина, Г.А. Формирование профессионально значимых математических умений курсантов Военной академии / Г.А. Шунина // Вышэйшая школа. – 2009. – № 3. – С. 41–43.
13. Шунина, Г.А. Комплексная методика обучения курсантов Военной академии высшей математике / Г.А. Шунина // Вестн. Военной академии Респ. Беларусь. – 2010. – № 3(28). – С. 106–112.

Поступила в редакцию 14.01.2013. Принята в печать 20.02.2013  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: SHUNINAGALINA@mail.ru – Шунина Г.А.

# Гендерная культура: традиционный и гендерный подходы

**С.Д. Матюшкова**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машиерова»*

*Статья посвящена понятию «гендерная культура», которое вошло в научный оборот в конце XX – начале XXI века. В настоящее время в работах отечественных и зарубежных ученых встречается немало определений данного понятия, в основе которых лежат совершенно разные подходы. В своем исследовании автор сделала попытку анализа гендерного и традиционного подходов к понятию «гендерная культура» в педагогике. В настоящее время гораздо чаще встречается последний подход. Это особенно характерно для документов, регулирующих воспитательный процесс в учреждениях образования, что объясняется доминированием в современной педагогической системе именно традиционного подхода. В статье также рассмотрены положительные и негативные последствия использования этих подходов в воспитании детей разного пола.*

**Ключевые слова:** *гендерные исследования, гендерная культура, традиционный подход, гендерный подход.*

## Gender culture: traditional and gender approaches

**S.D. Matyushkova**

*Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»*

*The article is devoted to the concept of gender culture, which was introduced into scientific circulation in the late XX – early XXI century. Currently in the works of local and foreign scientists a lot of definitions of the concept can be found, which are based on completely different approaches. In the article the author makes an attempt to analyze gender and traditional approaches to the concept of gender culture in pedagogy. At present the latter is a much more common approach. This is particularly typical of the documents which manage the educational process in educational establishments; due to the dominance in the modern educational system of the traditional approach. The article also considers positive and negative consequences of these approaches in the education of children of both sexes.*

**Key words:** *gender studies, gender culture, the traditional approach, gender approach.*

Основным фактором развития личности, содержащим потенциальные возможности для формирования у нее готовности решать глобальные проблемы современности, включая демографические, является образование. С декабря 2006 года Министерство образования Республики Беларусь в Концепции непрерывного воспитания детей и молодежи обозначило приоритетными направлениями гендерное и семейное воспитание, ценностное отношение к семье и воспитанию детей, направленные на формирование у обучающихся представлений о роли и жизненном предназначении мужчин и женщин в современном обществе, то есть гендерной культуры.

Существует много видов культуры, в основе которых лежат понятия «пол» и «гендер». Так, по властным отношениям в обществе выделяют патриархатную и матриархатную культуру; по психологическим проявлениям – феминную, маскулинную и андрогинную; по форме проявления – мужскую, женскую и бесполоую; по выявлению (соединению) социокультурного и биологического фактора – гендерную, биогендерную и сексуальную [1, с. 81]. Наименее представленной в педагогической науке является понятие «гендерная культура», особенно в контексте формирования.

Понятие «гендерная культура» вошло в научный оборот в конце XX – начале XXI в. В настоящее время в работах отечественных и зарубежных ученых встречается немало определений, в основе которых лежат разные подходы. Поэтому целью нашего исследования является сравнительный анализ различных подходов к понятию «гендерная культура».

**Материал и методы.** Материалом для изучения были выбраны основные документы, в которых закрепляются главные приоритеты обучения и воспитания в Республике Беларусь. В работе использовались следующие документы: Концепция воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь (2000), Концепция непрерывного воспитания детей и учащейся молодежи в Рес-

публике Беларусь (2006), Программа непрерывного воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь на 2011–2015 гг.

Теоретико-методологической основой рассмотрения гендерной культуры в контексте гендерных исследований являются: основные теории гендера (теория социального конструирования гендера, понимание гендера как стратификационной категории (Дж. Скотт), интерпретация гендера как культурной метафоры (Л. Ирригарэ, Х. Сису, Ю. Кристева); теория гендерных различий в социальном поведении (С. Кросс и Л. Мэдсон); идеи о гендере как социокультурном конструкте (Ш. Берн, О.А. Воронина, И.С. Клецина, М. Мид, К. Хорни); концепция андрогинии (С. Бем); концепция половой социализации (Д.Н. Исаев, В.Е. Каган, И.С. Клецина, Я.Л. Коломинский, И.С. Кон), личностно-деятельный подход к культуре (Э.А. Баллер, Ю.Р. Вишневский, В.Е. Давидович, Н.С. Злобин, Ю.А. Жданов, Э.С. Маркарян, Л.Н. Коган).

**Результаты и их обсуждение.** Нами было выявлено, что с позиции традиционного подхода (Л.Э. Семенова, В.Э. Семенова) «гендерная культура» определяется исследователями в соответствии с биодетерминистскими взглядами (В.А. Геодакан и др.), где прослеживаются следующие принципы:

- подчеркивание различий между лицами женского и мужского пола;
- ориентация на «особое предназначение» женщин и мужчин и взаимодополняемость их социальных ролей;
- воспитание гендерно-схематизированных детей;
- игнорирование взрослыми индивидуальных особенностей личности ребенка и ограничение его свободы выбора, «не соответствующих» половой принадлежности [2, с. 212].

Обосновывая перечисленные принципы, авторы (Т.П. Хризман и др.) ссылаются на данные психофизиологии [3], согласно которым девочка должна быть доброй, скромной, терпеливой, заботливой, послушной, трудолюбивой, ориентированной на окружающих, умеющей следить за своей внешностью и пр. Именно такие требования предъявляют к ней родители, педагоги и общество. Возможными негативными последствиями подобного воспитания, по мнению Л.Э. Семеновой и В.Э. Семеновой, становятся:

- неудовлетворенность своей внешностью и чрезмерная озабоченность ею;
- восприятие внешности как главного ресурса собственной ценности в ущерб интеллектуальному развитию;
- единоличная ответственность за дом и семью;
- страх одиночества;
- принятие факта насилия над собой как «издержек женского существования»;
- ощущение неполноценности [2, с. 214].

В воспитании мальчиков традиционный подход ориентирован на формирование таких качеств, как смелость, решительность, мастерство в каком-то деле, рыцарство, благородство, совершенствование физической силы, умение преодолевать трудности и др. [4]. Другими словами, мальчиков готовят к выживанию в современном обществе в условиях жесткой конкуренции и борьбы за достойное место, но беспомощными в самообслуживании, безответственными за находящиеся рядом с ними. Следовательно, соответствие образу «настоящего мужчины» определяется наличием твердости и мужественности и уровнем достигнутого в результате социального статуса.

Основные характеристики полоролевого и гендерного подхода, в соответствии с которыми можно сгруппировать имеющиеся формулировки гендерной культуры, представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Особенности полоролевого и гендерного подходов в воспитании**

| Полоролевой подход                                     | Гендерный подход                                                 |
|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Ориентация на подчеркивание различий между полами      | Ориентация на нейтрализацию и смягчение различий между полами    |
| Воспитание в духе жесткого выбора половой идентичности | Воспитание в духе свободного выбора гендерной идентичности       |
| Ориентация на «особое предназначение» мужчин и женщин  | Отсутствие ориентации на «особое предназначение» мужчин и женщин |

|                                                                                  |                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Поощрение видов деятельности, соответствующих полу                               | Поощрение видов деятельности, соответствующих интересам личности                   |
| Выбор видов поведения, исходя из половой принадлежности                          | Выбор видов поведения, исходя из конкретной ситуации                               |
| Обоснование целесообразности раздельного по полу обучения                        | Обоснование нецелесообразности раздельного по полу обучения                        |
| Наличие жестких, сформированных гендерных схем                                   | Тенденция к размытию сформированных гендерных схем                                 |
| Осуждение отступлений от традиционных патриархальных моделей устройства общества | Возможность отступлений от традиционных патриархальных моделей устройства общества |

Негативные последствия традиционной системы гендерных ролей, по мнению О.А. Ворониной и Т.А. Клименковой, можно проследить на трех уровнях: индивидуальном, межличностном и социальном. Формируемые в процессе социализации гендерные стереотипы могут послужить барьером в развитии индивидуальности, поскольку полное самовыражение невозможно, если деятельность выполняется исключительно из чувства долга (К.А. Абульханова-Славская). В этом случае игнорируются личные интересы, теряется чувство «Я», формируются покорность и зависимость, препятствующие самореализации на основе свободного выбора. Традиционное табу на мужскую эмоциональность приводит к тому, что представители сильного пола имеют гораздо менее близкие связи и контакты с друзьями, родителями и детьми. В результате следование стереотипным представлениям об особенностях поведения и чертах характера мужчин и женщин приводит к замещению тонких механизмов построения межличностных отношений «готовыми рецептами» манипулятивных приемов и техник. На социальном же уровне традиционная система гендерных ролей мешает активному участию женщин в политической и экономической жизни страны [5, с. 18–19].

Сторонники гендерного подхода (О.И. Чеснокова, Н.И. Андреева) в определении понятия «гендерная культура» опираются на принципы, выделенные группой ученых, изучающих и полоролевой подход (Л.Э. Семенова, В.Э. Семенова):

- отказ от дифференцированных по половому признаку воспитательных влияний;
- нейтрализация и смягчение социально обусловленных различий между лицами женского и мужского пола;
- признание взаимозаменяемости женских и мужских социальных ролей, отсутствие ориентации на их «особое предназначение»;
- реализация идей гендерного равенства;
- обеспечение каждому ребенку свободы выбора, поощрение его индивидуальных интересов и предпочтений;
- создание условий для возможности быть разными и девочкам, и мальчикам;
- воспитание гендерно-несхематизированных детей [2, с. 217].

Сопоставление характерных для каждого из обоих подходов особенностей дает основание считать гендерный подход более предпочтительным, поскольку он направлен на воспитание уважения права каждого человека быть самим собой независимо от биологического пола. Сторонники этого подхода предлагают новый взгляд на взаимодействие «пола и образования» в определении жизненных перспектив женщин и мужчин, в активизации личностных ресурсов для выбора стратегий самореализации (Л.В. Штылева) [6, с. 141–142].

В педагогике подобная модель подразумевает внедрение в практику личностно ориентированного (ненасильственного) образования, созвучного идеям гуманистического воспитания (В.Т. Кабуш, К.В. Гавриловец, М.А. Станчиц и др.). Под ним понимается процесс взаимодействия педагогов и воспитанников, способствующий интериоризации общечеловеческих ценностей и направленный на саморазвитие, самоопределение, самореализацию личности в системе нравственных, моральных, духовных ценностей и их воспроизводство [7, с. 11].

Однако в настоящее время гораздо чаще встречаются трактовки понятия «гендерная культура» в соответствии с традиционным подходом (Г.В. Вержибок, А.В. Дорохина, Н.Ю. Ерофеева, В.В. Созаев, Л.И. Столярчук, Ф.Ф. Терзи и др.). Это особенно характерно для документов, регулирующих

воспитательный процесс в учреждениях образования, что объясняется доминированием в современной педагогической системе именно традиционного подхода. С его позиций раскрыто содержание гендерной культуры в Концепции воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь (2000) [8], Концепции непрерывного воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь (2006), Программе непрерывного воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь на 2011–2015 гг. [9] (табл. 2).

Таблица 2

**Определения «гендерная культура», основанные на традиционном подходе**

| Источник                                                                                 | Определение                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Концепция воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь (2000)              | Гендерная культура – это сформированность у человека правильного понимания о предназначении мужчин и женщин, их социальном статусе, функциях, взаимоотношениях в обществе и семье |
| Концепция непрерывного воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь (2006) | Гендерная культура – это представления о роли и жизненном предназначении мужчин и женщин в современном обществе                                                                   |

Впрочем, в последних документах просматривается попытка объединения принципов традиционного подхода с гендерным, что в современной гендерной теории считается спорным. Традиционный подход базируется на патриархальных идеях биологической зависимости социальных ролей от пола, а гендерный – на идеях равенства возможностей и права выбора стратегии поведения и взаимоотношений между людьми.

Гендерный подход в настоящее время используется в научной среде такими учеными, как автор монографии «Феномен пола в современной культуре (философско-культурологический анализ)» О.И. Чеснокова (Беларусь), доктор философских наук Н.И. Андреева (Россия), доктор исторических наук Ф.Т. Мамедов (Азербайджан) и др.

Из имеющихся определений понятия «гендерная культура» оптимальным нам представляется предложенное Н.И. Андреевой (табл. 3).

Таблица 3

**Определения «гендерная культура», основанные на гендерном подходе**

| Автор, источник                                                          | Определение                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| О.И. Чеснокова, монография                                               | Гендерная культура – это деятельность по передаче и усвоению эгалитарных ценностей                                                                                                                                                                                  |
| Н.И. Андреева, диссертация на соискание степени доктора философских наук | Гендерная культура – это гармонизация действующих в данном обществе взглядов, установок, принципов, матриц поведения и т.д., формирующих социокультурные аспекты пола (гендерные роли, гендерные отношения, гендерные стереотипы, семейно-брачные установки и т.д.) |
| Ф.Т. Мамедов, монография                                                 | Гендерная культура представляет собой постоянно развивающуюся систему социальных отношений между мужчиной и женщиной, характеризующую их межличностное общение, взаимодействие в семье и в основных институтах общества                                             |

Сам факт разноплановости подходов к рассматриваемому выше понятию дает возможность ученым выделять гендерную культуру общества (М.В. Михайлова), гендерную культуру в организациях (Л. Богуш, С. Меддок, Д. Паркин), гендерную культуру студентов (Ф.Ф. Терзи) и т.д. Более того, по утверждению некоторых ученых, в зависимости от индивидуальной гендерной картины мира (В.В. Созаев), гендерная культура личности есть либо «патриархатного, либо эгалитарного типа». Эгалитарная гендерная культура личности – это компонент общей культуры человека, основывающийся и направленный на реализацию принципа гендерного равенства. Патриархатная гендерная культура личности – компонент общей культуры человека, основывающийся на традиционных представлениях о доминирующем положении мужчины в семье и обществе [10].

**Заключение.** Таким образом, к настоящему времени в работах отечественных и зарубежных ученых встречается немало определений гендерной культуры, в основе которых лежат гендерный и традиционный подходы. Последний встречается гораздо чаще в документах, регулирующих образовательный процесс в учреждениях образования, что объясняется его доминированием в современной педагогической системе. С нашей точки зрения, в случае попытки их объединения корректнее использовать вместо термина «гендерная культура» понятие «культура взаимоотношения полов». Анализ понятия «гендерная культура» позволяет нам сделать вывод, что оно существует как в узком, так и широком понимании. В узком смысле гендерная культура – это культура взаимоотношений мужчин и женщин, построенная на основе гендерных ценностей, а в широком – она характеризует отношения между полами, существующие в определенном обществе в конкретный исторический период. Следовательно, по сравнению с предыдущим периодом, гендерная культура современного общества и семьи как основного социального института постепенно изменяется, что делает изучение данной проблемы актуальной. При этом гендерную культуру необходимо рассматривать как составную часть общей культуры и как совокупный показатель гендерного опыта, гендерных знаний, чувств, образцов поведения и функционирования гендерных субъектов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Андреева, Н.И. Формирование гендерной культуры: философско-культурологический анализ: дис. ... д-ра филос. наук: 09.00.13 / Н.И. Андреева. – Ростов н/Д, 2006. – 290 с.
2. Гендерная психология: практикум / под ред. И.С. Клецинной. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 496 с.
3. Ильин, Е.П. Дифференциальная психофизиология мужчины и женщины / Е.П. Ильин. – СПб.: Питер, 2002. – 544 с.
4. Концепция воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь // Проблемы выхавання. – 2000. – № 1. – С. 10–43.
5. Методика и методология гендерного образования в средней школе: учеб.-метод. пособие. – Иваново: Изд-во «Ивановский государственный университет», 2004. – 203 с.
6. Штылева, Л.В. Фактор пола в образовании: гендерный подход и анализ / Л.В. Штылева. – М.: ПЕР СЭ, 2008. – 316 с.
7. Кабуш, В.Т. Теория и практика формирования гуманистической воспитательной системы: автореф. ... дис. д-ра пед. наук: 13.00.01 / В.Т. Кабуш. – Минск, 2001. – 37 с.
8. Концепция воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь // Проблемы выхавання. – 2000. – № 1. – С. 10–43.
9. Программа непрерывного воспитания детей и учащейся молодежи в Республике Беларусь на 2011–2015 гг. [Электронный ресурс]. – 2011. – Режим доступа: <http://www.adu.by/modules.php?name>. – Дата доступа: 28.11.2011.
10. Созаев, В.В. Гендерная теория как фактор формирования гендерной компетентности в культурологическом образовании школьников / В.В. Созаев // Изв. РГПУ имени А.И. Герцена. – 2008. – № 33(73): Аспирантские тетради (Общественные и гуманитарные науки). – С. 426–430.

Поступила в редакцию 12.11.2012. Принята в печать 2.02.2013  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: soc-work@rambler.ru – Матюшкова С.Д.

## Модульная система обучения как средство развития творческого потенциала учащихся-взрослых (в условиях вечерних школ Республики Беларусь)

Е.В. Шкетик

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

*В данной статье раскрываются особенности модульной системы обучения как средства развития творческого потенциала учащихся-взрослых в условиях вечерних школ Республики Беларусь, рассматриваются способы включения учащихся в активный самостоятельный процесс учения. Акцент делается на том, что именно творческий потенциал позволяет выпускникам различных учебных заведений, в том числе выпускникам вечерних школ, адаптироваться в быстро меняющихся социальных условиях, ориентироваться в расширяющемся информационном пространстве. Анализируются компоненты творческого потенциала, способы и методы, которые содействуют получению знаний общеобразовательного характера, создают условия для самоопределения и самовыражения в индивидуальной творческой деятельности, повышают мотивацию, активность и самостоятельность участников образовательного процесса. Говорится о том, что модульная система обучения способна минимизировать стрессовые состояния учащихся-взрослых вечерних школ в процессе обучения благодаря опоре на индивидуальный темп учебно-познавательной активности.*

**Ключевые слова:** вечерние школы, модульная система обучения, творческий потенциал, учащиеся-взрослые вечерних школ, самоопределение, самовыражение, индивидуальный темп.

## Module system of teaching as a means of development of the creative potential of adult students (in the conditions of evening schools of the Republic of Belarus)

E.V. Shketik

Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»

*Features of module system of teaching as a means development of the creative potential of adult students in the conditions of evening schools of Belarus are descibed in the article; ways of including students into active independent process of learning are considerd. Accent is made on the fact that it is the creative potential that allows different type school leavers, evening school leavers including, to adapt to quickly changing social conditions, find their way in the expanding information space. Components of the creative potential are considered as well as ways and methods, which promote getting knowledge of comprehensive character, provide conditions for self determination and self expression in the individual creative activity, increase motivation, active performance and self sufficiency of the education process participants. Module system of teaching is said to be able to minimize stress conditions of adult students of evening schools during training due to the reliance on individual tempo of study and cognitive activity.*

**Key words:** evening schools, module system of teaching, creative potential, adult students of evening schools, self determination, self expression, individual tempo.

В настоящее время к выпускникам различных учебных заведений предъявляются новые требования. Растет потребность в инициативных, творчески мыслящих специалистах, умеющих принимать нестандартные профессиональные и жизненные решения. Поэтому одной из приоритетных задач высших учебных заведений, средних специальных учебных заведений, общеобразовательных школ и особенно вечерних школ Республики Беларусь (РБ) становится развитие творческого потенциала выпускников в процессе их общеобразовательной и профессиональной подготовки. Особенно актуальным в настоящее время является развитие творческого потенциала именно учащихся-взрослых вечерних школ нашего государства, которые получают образование независимо от возраста, состояния здоровья, уровня полученного ранее образования [1–2].



Целью данной статьи является раскрытие особенностей модульной системы обучения как средства развития творческого потенциала учащихся-взрослых в условиях вечерних школ Республики Беларусь. Для реализации поставленной цели решались следующие задачи: раскрытие содержания понятия «творческий потенциал», показ достоинств модульной системы обучения учащихся-взрослых вечерних школ нашей страны, описание методов, с помощью которых происходит развитие творческого потенциала учащихся-взрослых вечерних школ Республики Беларусь.

**Материал и методы.** Исследование проводилось в 14 вечерних школах г. Минска и других городов Республики Беларусь (Полоцк, Новополоцк, Могилев, Гродно, Борисов, Витебск) по методике «Самооценка творческого потенциала личности». В нем было задействовано 713 учащихся (346 девушек и 367 юношей) одиннадцатых и двенадцатых классов вечерних школ РБ.

**Результаты и их обсуждение.** Изучение творческого потенциала личности имеет научную и практическую актуальность в силу того, что именно творческий потенциал каждого человека, который реализуется им в личной, профессиональной и общественной сферах, помогает находить выход из самых сложных жизненных ситуаций, а также дает ответы на многие вопросы в профессиональной сфере. Эта проблема нашла свое отражение в следующих исследованиях: ведущие идеи личностно ориентированного образования (Н.И. Алексеев, Е.В. Бондаревская, Л.Г. Вяткин, А.И. Савостьянов, В.В. Сериков, И.С. Якиманская), положения современных концепций развития и реализации субъектности участников педагогического процесса (В.И. Андреев, М.Г. Мерзлякова, А.К. Осницкий, Г.А. Ушаков), идеи системного и целостного подходов к образованию (В.П. Беспалько, Н.И. Болдырев, В.С. Ильин, Н.В. Кузьмина, В.А. Якунин и др.); труды по философии и психологии творчества (А. Бергсон, Д.Б. Богоявленская, А.В. Брушлинский, А.М. Матюшкин, В.И. Морозов, Я.А. Пономарев, С.Л. Рубинштейн, О.К. Тихомиров), ведущие положения о творческом характере деятельности, об активности субъекта познания, о преобразующей роли самого субъекта деятельности (Б.Г. Ананьев, А.Г. Асмолов, Л.К. Веретенникова, Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев), вопросы стимулирования творческой активности, концепции формирования мышления учащихся (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина, Ж. Пиаже, В.В. Давыдов), проблемного обучения (Т.В. Кудрявцев, И.Я. Лернер, М.И. Махмутов, М.Н. Скаткин), педагогический аспект теории креативности (А.М. Брушлинский, Н.Ф. Вишнякова, Д. Гилфорд, Я.А. Пономарев, А.И. Савостьянов, Е. Торренс), идеи использования возможностей дидактического процесса для активизации творческого потенциала личности обучаемого (Г.А. Китайгородская, М.В. Кларин, В.В. Сериков, А.Н. Утехина).

Актуализация творческого потенциала учащихся-взрослых вечерних школ Республики Беларусь осознается исследователями как необходимость. Во многих вечерних школах РБ учащиеся-взрослые, помимо освоения материала, предусмотренного учебным планом, осваивают навыки различных профессий (в основном рабочих), востребованных на современном этапе развития общества, отличающихся высоким уровнем развития творческого потенциала, умением системно ставить и решать различные задачи. Именно творческий потенциал можно рассматривать как необходимое личностное качество, которое позволяет выпускнику учебного заведения адаптироваться в быстро меняющихся социальных условиях и ориентироваться во все более расширяющемся информационном пространстве. Для того чтобы учащиеся-взрослые вечерних школ смогли быть конкурентоспособными на рынке труда, у них должен быть развит творческий потенциал, характеризующийся творческим системным мышлением, способностью к анализу, синтезу, сравнению и установлению причинно-следственных связей, критичностью мышления (обнаружение разного рода рассогласований, ошибок) и способностью выявлять противоречия, прогнозированием возможного хода развития, способностью «видеть» любую систему или объект в аспекте прошлого, настоящего, будущего, а также способностью выстраивать алгоритм действий и генерировать новые идеи.

Нами было проведено исследование с целью изучения особенностей творческого потенциала учащихся-взрослых вечерних школ Республики Беларусь. При этом использовалась психодиагностическая методика «Самооценка творческого потенциала личности». В результате исследования были получены следующие результаты: 7 девушек (1%) девушек и 27 юношей (4%) (III – низкий уровень) недооценивают себя, а отсутствие веры в свои силы приводит их к мысли, что у них отсутствует способность к творчеству, поиску нового. 325 девушек (46%) и 322 (44%) юношей (II – средний уровень) вечерних школ РБ обладают качествами, позволяющими им творить, однако имеются и барьеры. Самый опасный – это страх (социальный, страх общественного осуждения),

особенно если учащийся ориентирован только на успех. Боязнь неудачи сковывает воображение – основу творчества. Любая новая идея проходит через этап неожиданности, удивления, непризнания окружающими. Боязнь осуждения за новые, непривычные для других поведение, взгляды, чувства сковывают творческую активность, приводят к деструкции творческой личности. 14 девушек (2%) и 18 юношей (3%) (I – высокий уровень) обладают значительным творческим потенциалом, способны реализовать собственные способности в самых разнообразных формах творчества (рис. 1).

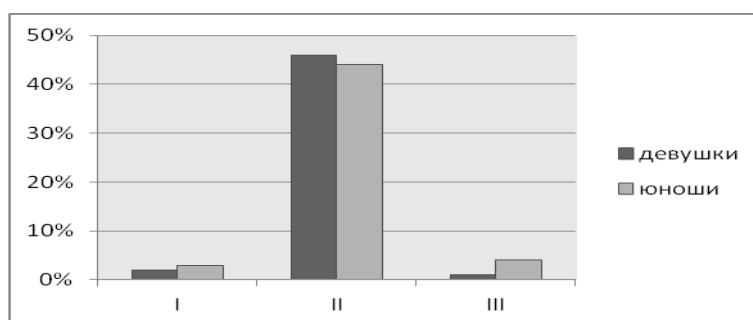


Рис. 1. Творческий потенциал учащихся вечерних школ Республики Беларусь.

Благодаря модульной системе обучения, которая при правильной ее организации в условиях вечерних школ Республики Беларусь может явиться средством развития творческого потенциала учащихся-взрослых, мы надеемся увеличить количество учащихся-взрослых, которые обладали бы значительным творческим потенциалом (I-уровень) и могли бы реализовать свои способности в самых разнообразных формах творчества.

Модульная система обучения приобрела статус самостоятельной дидактической системы, опирается на индивидуальный темп учебно-познавательной деятельности, постоянное подкрепление обучающимися собственных действий по самоконтролю, последовательность и логичность этих действий. В модульном обучении интегрированы теоретико-практические наработки и обобщения проблемного обучения, принципов индивидуализации и дифференциации обучения [2]. Модульная система обучения отличается четким дозированием учебного материала, информационно-методическим обеспечением, возможностью осваивать материал в удобное для учащегося время, что помогает улучшить качество и эффективность образовательного процесса в вечерних школах Республики Беларусь в целом. Принципами модульной системы обучения являются: принцип развития обучающимся своей познавательной деятельности (модуль как часть стержневой учебной информации, осознаваемой им как необходимой); принцип соответствия возможностям и способностям обучающихся; принцип психологической комфортности: с одной стороны, создаются благоприятные условия для учащегося в образовательном процессе за счет ритмичности обучения, дифференциации обучаемых по уровню знаний, с другой – реально возможна максимальная самостоятельность в учебе, в создании условий для реализации возможностей для работы над учебными материалами по усмотрению самого обучающегося – все это минимизирует его стрессовые состояния (или исключает их).

Модульная система обучения принадлежит к образовательной технологии, которая позволяет в комплексе решать такие задачи, как отбор, оптимизация и структурирование содержания обучения на деятельностной основе; обеспечение возможности вариативного изучения содержания обучения; адаптация программ обучения к уровню подготовки обучаемых; быстрое корректирование и обновление содержания обучения. Данная система обучения способствует включению учащихся в активный самостоятельный процесс учения, а учитель-предметник в подобном процессе его сопровождает, помогая освоить приемы учения и самоуправления. При этом учитель, освобожденный от сугубо преподавательской и жесткой управленческой нагрузки, получает реальную возможность осуществлять индивидуальный, личностный подход к каждому, организовывать взаимодействие и взаимопомощь учащихся. Именно модульная система обучения обеспечивает формирование субъектно-творческой позиции учащихся-взрослых вечерней школы в процессе общеобразовательной и профессиональной подготовки благодаря использованию элементов эвристических заданий, направленных на повышение творческой мотивации и креативного мышления учащихся (рис. 2). Все

это способствует развитию творческого потенциала взрослого контингента особого типа учебного заведения – вечерней школы.

| № п/п | Виды работ, направленные на развитие творческого потенциала учащихся                  | Миним. балл за задание | Максим. балл за задание |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1.    | Доклад (с соблюдением всех правил оформления)                                         | 4                      | 10                      |
| 2.    | Реферат (с соблюдением всех правил написания, оформления, презентации)                | 4                      | 10                      |
| 3.    | Конспект статьи (с соблюдением всех правил конспектирования)                          | 4                      | 10                      |
| 4.    | Конспект параграфа (с соблюдением всех правил конспектирования)                       | 4                      | 10                      |
| 5.    | Составление аннотируемого списка литературы (то теме, разделу, параграфу)             | 4                      | 10                      |
| 6.    | КСР (контролируемая самостоятельная работа) (по каждой теме КСР)                      | 4                      | 10                      |
| 7.    | Подготовка мультимедийной презентации                                                 | 4                      | 10                      |
| 8.    | Тестирование (промежуточное)                                                          | 4                      | 10                      |
| 9.    | Составление терминологического словаря                                                | 4                      | 10                      |
| 10.   | Выполнение дополнительных заданий учителя                                             | 4                      | 10                      |
| 11.   | Работа с хрестоматийными статьями                                                     | 4                      | 10                      |
| 12.   | Правильно выполненные задания на коллоквиумах                                         | 4                      | 10                      |
| 13.   | Составление опорных схем по рассматриваемым вопросам                                  | 4                      | 10                      |
| 14.   | Работа с дополнительной литературой                                                   | 4                      | 10                      |
| 15.   | Самостоятельная разработка заданий по пройденным темам (перечень вопросов с ответами) | 4                      | 10                      |
| 16.   | Самостоятельная разработка заданий по пройденным темам (тестовые задания с ответами)  | 4                      | 10                      |
| 17.   | Эссе (с соблюдением всех правил оформления)                                           | 4                      | 10                      |

Рис. 2. Образец технологической карты учащегося.

Вышеуказанные виды работ, которые используются педагогами при обучении учащихся по модульной системе, представляют собой не просто конкретные задания, а реальную эвристическую, созидательную деятельность учащихся, способствуют личностно ориентированному педагогическому взаимодействию, направленному на профессиональное и личностное развитие всех участников образовательного процесса, воспроизведению социального опыта, формированию и развитию познавательного интереса, активизации интеллектуального и творческого потенциала учащихся-взрослых вечерних школ Республики Беларусь. Модульная система обучения способна активизировать познавательные потребности (составляют психологическую основу доминантности познавательной мотивации по сравнению с другими типами мотивации), исследовательскую творческую активность (выражается в обнаружении нового, постановке и решении проблем).

Рассмотрим компоненты творческого потенциала и приемы его развития в каждом из компонентов.

Данная система обучения способна сформировать в учебное и внеучебное время устойчивую мотивацию и адекватные отношения к учебе для того, чтобы учащиеся находили удовлетворение не столько в достижении цели творчества, но и в самом его процессе, используя приемы социальной фасилитации (повышение скорости и продуктивности творческой деятельности вследствие воображаемого или реального присутствия других людей, выступающих в качестве соперников или наблюдателей (мотивационно-целевой компонент творческого потенциала)).

Данная система обучения обеспечивает получение знаний общеобразовательного характера, сведений о целях, задачах, содержании, методах и приемах организации творческой деятельности

(содержательный компонент творческого потенциала), создает условия для самоопределения и самовыражения в индивидуальной творческой деятельности, формирует активно-преобразовательное отношение к окружающему, выступает механизмом решения задач, алгоритм которых был непонятен, защищает от стрессов (операционно-деятельностный компонент творческого потенциала), способствует развитию у учащихся-взрослых качеств, которые открывают в человеке создателя: творческая активность, оригинальность, способность и стремление к внесению новизны, комбинированию идей, эмоциональная отзывчивость, независимость, способность к действиям, выходящим за рамки обычных явлений, умение разрешать конфликты позволяют учащимся-взрослым оценить свои возможности (рефлексивно-оценочный компонент творческого потенциала). Вышеописанная структура творческого потенциала и анализ его компонентов позволяют говорить о том, что модульная система обучения способствует полному усвоению учебного материала, направлена на эффективное личностное развитие и саморазвитие учащихся-взрослых как субъектов деятельности с опорой на их индивидуальные особенности и опыт.

Важным при этом является не только уровень усвоенных знаний, но и сформированность у обучающихся личностных новообразований вследствие использования эвристических методов («мозговая атака», «мозговой штурм», метод эвристических вопросов, метод аналогий, прием «отстранения» – выявление странного, необычного в общепринятом), которые позволяют повысить степень мотивации, активности и самостоятельности участников образовательного процесса.

Модульная система обучения создает благоприятные морально-психологические условия для развития творческого потенциала учащихся-взрослых (принцип психологической комфортности) за счет ритмичности обучения, дифференциации обучаемых по уровню знаний, самостоятельности в учебе, минимизирует стрессовые состояния учащихся-взрослых или исключает их.

Развитию творческого потенциала учащихся-взрослых способствует представление содержания в виде законченных самостоятельных информационных блоков (модулей), в которых четко сформулирована дидактическая цель, имеется указание не только на объем изучаемого содержания. Модули «переводят» обучение на субъект-субъектную основу, позволяют учителям-предметникам индивидуализировать работу с конкретными учащимися, используя консультирование. Для развития творческого потенциала учащихся-взрослых важны самостоятельность при выполнении заданий, умение планировать, организовывать, контролировать и оценивать свои действия, деятельность в целом. Помимо развития творческого потенциала модульная система обучения помогает учащимся-взрослым быстрее адаптироваться к ситуации, новым условиям, принимать адекватные решения. Ценность этой системы обучения заключается в том, что она учит самостоятельности, развивает рефлексивные способности, актуализирует аналитические, исследовательские умения. Развитие творческого потенциала учащихся-взрослых происходит с помощью проблемно-поисковых, проектно-исследовательских, коллективно-групповых методов. Проблемность обучения лежит в основе управления творческой деятельностью учащихся-взрослых вечерних школ, способствуя прочному и полноценному добыванию, усвоению знаний, а также эффективному формированию эмоционально-волевых качеств личности.

**Заключение.** Развитие творческого потенциала учащихся-взрослых в вечерних школах Республики Беларусь возможно при правильной организации модульной системы обучения. Именно данная система способна помочь учащимся-взрослым создавать субъективно и объективно новые, оригинальные идеи, отклоняться от традиционных схем мышления, отыскивать поле для творчества, ставить творческие задачи, создавать объективно и субъективно новые способы деятельности, положительно реализовывать их, создавать объекты, не имеющие аналогов. Благодаря правильной организации модульной системы обучения в вечерних школах Республики Беларусь учащиеся-взрослые будут отличаться творческой направленностью, абстрактно-логическим мышлением, эрудицией, умением находить новое решение на основе опыта и знаний, творческой чувствительностью и инициативностью, развитым воображением, которые побуждают к новым видам творческой деятельности. Важны также систематическая, целенаправленная работа учителей-предметников по стимулированию творческой активности учащихся-взрослых, включение в образовательный процесс заданий, требующих нестандартного творческого решения. Модульная система обучения способствует реализации творческого потенциала учащихся-взрослых, дает хороший «старт» для осуществления профессиональной деятельности, выполняемой в определенных обстоятельствах, преобразовываясь в способность создавать новые, оригинальные идеи и решения. Помимо развития творческого потенциала, модульная система обучения, внедренная в практику

вечерних школ Республики Беларусь, способна повысить качество обучения за счет того, что все обучение направлено на отработку практических навыков; развить необходимые личностные качества; осуществлять индивидуальный подход к сложному контингенту вечерних школ через создание индивидуальных планов обучения [3].

#### *ЛИТЕРАТУРА*

1. Тавгень, О.И. Научно-методическое обеспечение модернизации системы вечернего школьного обучения / О.И. Тавгень // Роль инноваций в гуманизации образовательного процесса в вечерней школе: материалы респ. науч.-практ. конф., Минск, 15–17 марта 2004 г.: в 2 ч. / Академия последилового образования; сост. Л.Ф. Пускин; под ред. д-ра физ.-мат. наук, проф. О.И. Тавгень. – Минск, 2004. – Ч. 1. – С. 119–120.
2. Петраков, В.Н. Психолого-педагогические аспекты организации учебного и управленческого процессов в вечерней школе на этапе реформирования: метод. пособие / В.Н. Петраков [и др.]; под ред. В.Н. Петракова. – Минск, 2000. – 126 с.
3. Бабко, Г.И. Модульные технологии обучения: теория и практика проектирования: учеб.-метод. пособие / Г.И. Бабко. – Минск: РИВШ, 2010. – 64 с.

*Поступила в редакцию 21.01.2013. Принята в печать 20.02.2013*  
*Адрес для корреспонденции:* e-mail: lenae0015@tut.by – Шкетик Е.В.

# Разработка программно-методического обеспечения уроков адаптивной физической культуры для учащихся с нарушением функций опорно-двигательного аппарата

**П.И. Новицкий**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова»*

*Статья раскрывает содержание научной работы по разработке и экспериментальной апробации программно-методического обеспечения новой учебной дисциплины «Адаптивная физическая культура», которая в Беларуси с 2010/2011 учебного года включена в учебные планы специальных учреждений образования, обучающихся школьников с нарушениями функций опорно-двигательного аппарата. Итоги экспериментальной апробации на базе Осиповичской специальной школы-интерната (Могилевская область) показывают, что преподавание «Адаптивной физической культуры» в соответствии с разработанным программно-методическим сопровождением результативно действует в направлении ослабления и устранения накопившихся в физическом воспитании данного контингента учащихся основных проблем и противоречий. Преподавание «Адаптивной физической культуры» для учащихся с различной тяжестью нарушений двигательного развития открывает возможность не декларативного, а практического их приобщения к материальным и духовным ценностям физической культуры.*

**Ключевые слова:** адаптивная физическая культура, учебная программа, учащиеся, нарушения, опорно-двигательный аппарат.

## Development of curriculum and methodological provision of adaptive physical culture lessons for pupils with moving system deficiency

**P.I. Novitski**

*Educational establishment «Vitebsk State University named after P.M. Masherov»*

*The article presents the contents of the research on the development and experimental testing of the curriculum and methodological provision of a new subject of adaptive physical culture which is included in the curricula of special educational establishments for pupils with moving system deficiency since 2010/2011 academic year. Results of the experimental testing on the basis of Osipovichi special boarding school (Mogilev Region) show that teaching adaptive physical culture in correspondence with the developed curriculum and methodological provision facilitates weakening and disappearance of problems and contradictions which used to be typical of physical education of such pupils. Teaching pupils with hardness of different types in moving development adaptive physical culture reveals opportunities of their practical joining to material and spiritual values of physical culture.*

**Key words:** adaptive physical culture, curriculum, pupils, deficiency, moving system.

В настоящее время в Республике Беларусь коррекционно-педагогическим процессом охвачено около 3000 детей с нарушениями функций опорно-двигательного аппарата (НФОДА). Физическое воспитание в их жизни является не столько незаменимым средством физического развития и коррекции нарушений, сколько условием максимально возможного продления активной двигательной жизнедеятельности организма. Именно такую цель преследует адаптивная физическая культура (АФК) – новая инновационная образовательная область, последовательно вводимая Управлением специального образования в учебные планы учреждений, где обучаются и воспитываются дети с особенностями психофизического развития (ОПФР). Стратегическая цель этого направления работы в специальном образовании предполагает программно-методическое обеспечение преподавания учебного предмета «Адаптивная физическая культура» для всех групп (нозологий) детей с ОПФР, физическое воспитание которых еще не везде отвечает современным прогрессивным тенденциям и подходам в образовании, а также требованиям к его результатам. Это касается и существующей практики физического воспитания детей с НФОДА, где полноценная реализация оздоровительных,

образовательных, развивающих и воспитательных возможностей АФК пока еще сдерживается отсутствием программно-методического обеспечения, соответствующего возможностям и потребностям данного контингента. В физическом воспитании учащихся с НФОДА в существующей практической деятельности образовательных учреждений еще можно наблюдать:

- приоритетность в организации физического воспитания учащихся с НФОДА медицинского подхода, особенно в отношении лиц со средними и тяжелыми нарушениями функций ОДА;
- противоречие между возможностями, потребностями и интересами учащихся с НФОДА в освоении многообразных форм физической активности, с одной стороны, и реальным содержанием учебного материала на уроках – с другой;
- недостаточное использование огромных коррекционно-развивающих, воспитательных и социализирующих возможностей АФК и паралимпийского движения.

Аналогичные проблемы в той или иной мере касаются физического воспитания и других категорий лиц с ОПФР (учащихся с нарушением зрения, речи, интеллектуальной недостаточностью, трудностями обучения и др.).

Коренным образом начали меняться подход и отношение к урокам физической культуры в специальных учреждениях образования после введения в их учебные планы предмета «Адаптивная физическая культура». Начиная с 2005/2006 учебного года, «Адаптивная физическая культура» была включена в государственный компонент учебного процесса 1–4 классов ЦКРО и Р в числе других новых предметных областей: «Коммуникация», «Основы жизнедеятельности», «Практическая математика». В инструктивном письме этого учебного года Министерство образования подчеркивало, что с учетом возможностей и насущных потребностей детей в учреждениях образования должно создаваться адаптивное образовательное пространство, «...внимание педагогических коллективов учреждений, обеспечивающих получение специального образования, должно быть сосредоточено на повышение качества специального образования, что является его главной характеристикой» [1]. В 2008 году предмет «Адаптивная физическая культура» входит в учебные планы вспомогательных школ, обеспечивающих образование детей с интеллектуальной недостаточностью, а в 2010 году – специальных школ для детей с нарушением зрения, а также детей с нарушением функций опорно-двигательного аппарата. Инновационность введения в образование учащихся с ОПФР учебного предмета «Адаптивная физическая культура» была связана, по существу, с введением новой концепции физического воспитания данного контингента, основные позиции которой ломали многие устоявшиеся взгляды и подходы практической деятельности учителей к таким детям. Это послужило позитивным толчком актуализации в республике экспериментальных проектов, обусловленных необходимостью поиска инновационных путей приобщения школьников с ОПФР к материальным и духовным ценностям физической культуры, интеграции физкультурно-спортивной деятельности в их повседневную жизнь, через создание соответствующего программно-методического обеспечения преподавания в специальных школах новой предметной области – «Адаптивная физическая культура».

На разработку такого программно-методического обеспечения, экспериментальное подтверждение его эффективности и целесообразности внедрения в массовую образовательную практику была направлена и выполненная нами экспериментальная работа. Целью данного исследования являлось создание учебной программы по «Адаптивной физической культуре» для учащихся с НФОДА и методического сопровождения ее реализации в учебном процессе специальной школы.

**Материал и методы.** Научная работа осуществлялась в соответствии с заданием на выполнение научно-исследовательских работ, направленных на обеспечение деятельности Министерства образования Республики Беларусь в 2010 году по управлению специальным образованием (тема «Разработать программно-методическое обеспечение уроков физической культуры и здоровья, адаптивной физической культуры в специальных общеобразовательных, вспомогательных школах и ЦКРО и Р»), и республиканским экспериментальным проектом, утвержденным Министерством образования Республики Беларусь на 2011/2012 учебный год (приказ № 453 от 01.07.2011 г.) «Апробация программно-методического обеспечения уроков “Адаптивная физическая культура” для учащихся с нарушениями функций опорно-двигательного аппарата и для учащихся с нарушениями зрения» (научные руководители В.А. Барков, доктор педагогических наук, профессор; П.И. Новицкий, кандидат педагогических наук, доцент).

На первом этапе исследования изучалось состояние физического воспитания и двигательной подготовленности, физического развития и здоровья учащихся с НФОДА. В Осиповичской школе-

интернате и СШ № 25 г. Минска анализировалось владение учащимися различными основными двигательными умениями, которые традиционно присутствуют в практической части физкультурного образования детей и учащейся молодежи массовых образовательных учреждений. Сюда входили разновидности строевых упражнений, ходьбы, бега, прыжков, ползания, лазанья, бросков, акробатических упражнений (кувырок, стойка на лопатках, мост), умения играть в баскетбол, футбол, волейбол и другие двигательные действия (всего 44 вида двигательных умений и навыков).

Для апробации проекта учебной программы по «Адаптивной физической культуре» для учащихся с НФОДА (автор-составитель П.И. Новицкий) и методических разработок по ее реализации Министерством образования Республики Беларусь была утверждена экспериментальная площадка – УО «Осиповичская государственная специальная общеобразовательная школа-интернат для детей с нарушением функций опорно-двигательного аппарата».

В течение 2011/2012 учебного года педагогический процесс по физической культуре учащихся в школе-интернате осуществлялся в соответствии с данной учебной программой. Непосредственную практическую реализацию экспериментального проекта осуществляли администрация (директор, завуч), педагогический коллектив (учителя, воспитатели), медицинские работники и психологи школы-интерната. Уроки адаптивной физической культуры в I–XI классах проводили 7 учителей.

В ходе экспериментальной апробации в школе-интернате:

- осуществлялась разработка документов годового и поурочного планирования учебного процесса (в том числе индивидуальных планов), проведение уроков, а также мероприятий внеклассной работы по АФК в соответствии с содержанием апробируемой учебной программы;

- производился сбор данных для анализа эффективности физкультурно-оздоровительной деятельности учащихся по учебной программе «Адаптивная физическая культура» и отражения ее результатов в достижении положительной динамики физического и психического развития, состояния здоровья и социальной адаптации детей; коллегиально обсуждалась целесообразность коррекции содержания экспериментальной учебной программы (например, упрощение или исключение некоторого изучаемого материала, редакционные правки и др.), определялись наиболее важные для массовой практики методические рекомендации и практические наработки по работе с программой.

Всего образовательным и коррекционным процессом адаптивной физической культуры, учебно-педагогическим наблюдением было охвачено 65 обучающихся и проживающих в школе-интернате учащихся в возрасте от 6 до 17 лет. У всех диагностировался тот или иной вид нарушений функций ОДА: детский церебральный паралич различной формы, контрактуры суставов верхних и (или) нижних конечностей, врожденные деформации позвоночника, сколиозы, укорочение конечностей и др.; 13 учащихся передвигались на инвалидных колясках. У некоторых детей нарушениям ОДА сопутствовали соматические и (или) психические заболевания (врожденный порок сердца, симптоматическая эпилепсия, атрофия зрительных нервов и др.), часть учащихся имели интеллектуальную недостаточность.

В ходе экспериментальной деятельности использовались распространенные в педагогических исследованиях методы: анализ документов по вопросам организации и методики физического воспитания детей с НФОДА, физиологическим, медицинским и социальным аспектам развития и здоровья данной категории детей; изучение соответствующих отечественных и зарубежных научно-методических разработок в сфере адаптивной физической культуры; анкетирование учащихся и учителей, беседы и наблюдение; педагогический эксперимент; статистическая обработка данных.

Педагогическое тестирование, медицинское и психологическое обследование учащихся всех классов проводились в начале, середине и в конце педагогического эксперимента. Это позволило выявить текущее состояние и годовую динамику 14-ти показателей физического развития и здоровья (рост, вес, ОГК, динамометрия кисти, ЖЕЛ, АД, пробы Генче, Мартинэ, индекс Робинсона и др.); 16-ти показателей развития физических качеств и отдельных двигательных умений (бег 30 м, прыжок в длину с места, наклон вперед, вис на перекладине, метание теннисного мяча вдаль и др.); 7-ми показателей психического и социального развития учащихся (зрительная память, внимание, тревожность, самооценка, коммуникабельность и др.). Оценка физического развития детей осуществлялась на основе центильных таблиц, утвержденных Министерством здравоохранения Республики Беларусь [2].

Мониторинг освоения теоретического и практического материала экспериментальной учебной программы по «Адаптивной физической культуре» отслеживал изменение уровней владения учащимися учебными знаниями, умениями и навыками, которые оценивались в баллах [3]:



0 (нулевой, неадекватный) – ученик не знает и не умеет это (то, что оценивается) делать самостоятельно; он не проявляет эти способности;

1 (очень низкий, сопроводительный) – вся его деятельность полностью сопровождается физической помощью взрослого;

2 (низкий, неудовлетворительный) – пытается это выполнять и отдельные элементы делает самостоятельно, но полностью двигательное задание, как правило, выполняется только благодаря подключению физической помощи и инструктирования со стороны взрослого;

3 (средний, удовлетворительный) – знает и выполняет это сам: с затруднениями, остановками, ошибками, физическим и психическим напряжением, которые, при необходимости, корректируются своевременной физической поддержкой и подсказками;

4 (выше среднего, хороший) – знает и умеет это делать самостоятельно, без посторонней физической помощи. Рациональная и результативная деятельность абсолютно преобладает (75%) над встречающимися погрешностями и трудностями выполнения (25%);

5 (высокий, отличный) – знает и умеет это; самостоятельно выполняет задание полностью, в соответствии с его условием без существенных ошибок, легко, свободно и уверенно.

Экспертами выступали учителя АФК, которые в конце каждой учебной четверти заносили баллы в индивидуальные карты. В случае сомнения оценка наблюдаемого уровня могла повышаться или уменьшаться на 0,5 балла. В этом случае в карту заносились значения: 0,5; 1,5; 2,5; 3,5 или 4,5 балла.

Уровень двигательного развития учащихся с тяжелыми НФОДА (колясочников) оценивался и анализировался с использованием карты индивидуального развития (по В.Т. Кожевниковой) [4].

**Результаты и их обсуждение.** Анализ владения учащимися разнообразием распространенных в жизни человека двигательных действий выявил ряд особенностей, связанных с тяжестью и формой НФОДА.

Особенности двигательных нарушений у учащихся с ДЦП отражались неспособностью многих правильно воспроизводить исходные положения, сохранять устойчивость в статической позе, выполнять движения с требуемой амплитудой, слитно и в нужном темпе, часто отсутствовала согласованность движений рук, туловища и ног. У этих учащихся чаще отмечались трудности в упражнениях с различными предметами: затруднен захват и удержание предметов различной формы и величины, нарушена точность передачи и броска предметов и т.п. Параличи нижних конечностей затрудняли и в ряде случаев делали невозможным выполнение ходьбы, бега, прыжков, лазанья и др. У школьников, владеющих навыками ходьбы, сформировавшаяся школа движений выглядела в количественном и качественном плане совершенно иной (табл. 1).

Анализ результатов исследуемой нами выборки самостоятельно передвигающихся учащихся показал, что практически во всех классах (за исключением 2, 7 классов) большинство основных, наиболее распространенных в жизни и в школьном физическом воспитании двигательных действий (из числа изученных нами) выполняются как минимум на удовлетворительном уровне. Действия воспроизводятся самостоятельно, а если и с затруднениями, остановками, ошибками, физическим и (или) психическим напряжением, то при необходимости корректируются своевременной физической поддержкой и подсказками учителя. Во 2 классе большой процент не выполненных двигательных действий, а также двигательных действий, выполненных на очень низком уровне, связан с преобладанием здесь учеников с двигательными нарушениями 2–3 степени тяжести (спастические диплегии, правосторонний гемипарез и др.).

Таблица 1

**Соотношение различных уровней владения двигательными умениями и навыками у учащихся с НФОДА (n=40)**

| Уровни владения, в баллах | Количество учащихся и учебных двигательных умений и навыков, в % |            |          |
|---------------------------|------------------------------------------------------------------|------------|----------|
|                           | 1–3 классы                                                       | 5–9 классы | 11 класс |
| 0–1                       | 23,6                                                             | 17,6       | 20,93    |
| 2                         | 15,78                                                            | 12,72      | 13,57    |
| 3–5                       | 60,6                                                             | 69,5       | 65,5     |

Таблица 2

**Основные характеристики физического развития учащихся 6–17 лет с НФОДА,  
обучающихся в школе-интернате, к-во детей в %**

| Уровень<br>физического развития |                  | Гармоничность<br>физического развития |                  | Соответствие<br>массы тела и его длины |                  |
|---------------------------------|------------------|---------------------------------------|------------------|----------------------------------------|------------------|
| Средний                         | 32,69<br>(15,38) | Гармоничное                           | 28,85            | Нормальное                             | 25,0             |
| Ниже среднего                   | 17,3<br>(7,69)   | Дисгармоничное                        | 30,77<br>(23,07) | Дефицит<br>массы<br>тела 1 ст.         | 23,07<br>(15,38) |
| Низкий                          | 42,3<br>(69,23)  | Резко<br>дисгармоничное               | 40,38<br>(76,92) | Дефицит<br>массы<br>тела 2 ст.         | 34,61<br>(69,23) |
| Выше средне-<br>го, высокий     | 0,07<br>(7,69)   | —                                     | —                | Избыток<br>массы<br>тела 1–2 ст.       | 17,3<br>(15,38)  |

**Примечание:** в скобках данные детей, передвигающихся на колясках.

Результаты оценки физического развития показали, что нарушения функций опорно-двигательного аппарата у учащихся 6–10- и 11–14-летнего возраста, обучающихся в школе-интернате, в большинстве случаев сопровождаются *низким уровнем физического развития, дисгармоничностью его весоростовых показателей и дефицитом или избытком массы тела*. На фоне данных возрастных групп у 15–17-летних учащихся, передвигающихся самостоятельно, показатели физического развития выглядят несколько лучше: у почти половины длина и масса тела, окружность грудной клетки соответствуют значениям среднего уровня развития для данного периода онтогенеза. Однако у детей-колясочников все рассмотренные показатели и характеристики физического развития имеют низкие значения и с возрастом продолжают регрессировать; у абсолютного большинства постоянно наблюдается дисгармоничность физического развития и регистрируется различная степень дефицита массы тела (табл. 2).

Наряду с воздействием патогенных факторов, такие показатели могут говорить о недостатке двигательной активности, дефицит которой способствует дисгармонии в формировании основных показателей физического развития растущего организма, может приводить как к атрофии мышц, так и к появлению избыточной массы тела.

Проведенные нами наблюдения условий, режима обучения и проживания учащихся в школе-интернате, а также организации и качества питания показали полное их соответствие санитарно-гигиеническим требованиям и потребностям детей. Это подтвердилось и беседами с учащимися, учителями и воспитателями. В то же время наблюдения и хронометраж объемов организованной и самостоятельной двигательной активности в режиме дня учащихся показал наличие явного дефицита в ее объемах (по количеству времени, затрачиваемого на ее проявление). Кроме того, у абсолютного большинства учащихся (особенно не передвигающихся самостоятельно) характер и объем повседневной проявляемой двигательной активности, в том числе на учебных занятиях, не способен в должной мере стимулировать активное состояние ОДА и систем, его обеспечивающих (сердечно-сосудистой, дыхательной, мышечной). Бытовая и самостоятельная двигательная активность у большинства учащихся характеризуется кратковременными медленными и умеренно интенсивными действиями, дополняемая в течение недели двумя–тремя 25–45-минутными занятиями ЛФК и (или) уроками физкультуры. На уроках физкультуры интенсивная моторная активность учащихся и режимы мышечной деятельности тренирующего характера в основном ограничиваются, учащиеся-колясочники с тяжелыми формами ДЦП практически только присутствуют на занятиях по физической культуре и приобщаются к организованной мышечной деятельности лишь на занятиях ЛФК. Во всех этих случаях как самостоятельная, так и организованная двигательная активность не способствует росту мышечной массы и качественному проявлению ее возможностей. Поэтому регистрируемый у большинства учащихся дефицит массы тела в полной мере может являться и следствием данного фактора: существенного дефицита у учащихся (особенно передвигающихся на колясках) объемов и соответствующих режимов мышечной деятельности.

Результаты предварительного исследования режима дня, двигательной подготовленности и физического развития учащихся отразились в постановке оздоровительных, образовательных и коррекционно-развивающих задач проекта учебной программы по «Адаптивной физической культуре», а также качественном разнообразии представленного в ней учебного практического материала и организационных форм педагогического процесса.

Среди основных концептуальных положений, определивших в ходе разработки выбор структуры и содержания апробированной учебной программы и ее методического обеспечения, можно выделить следующее:

- в основе преподавания учебного предмета «Адаптивная физическая культура» данной категории учащихся должен лежать не лечебный и даже не собственно коррекционно-педагогический, а главным образом образовательный процесс;

- активные занятия физическими упражнениями и спортом как объективные факторы изменения патологических состояний и достижения, порой выдающихся результатов в демонстрации функциональных возможностей организма, рассматривают ограниченность детей «с ограниченными возможностями» как относительно, достаточно управляемое состояние;

- в режиме учебного, внеучебного и свободного времени должна присутствовать постоянная ежедневная активизация у учащихся паретичных мышц и нарушенных функций ОДА (исключая только случаи конкретных индивидуальных противопоказаний врача);

- на уроках адаптивной физической культуры должны заниматься все посещающие школу ученики с НФОДА, независимо от форм и тяжести имеющихся нарушений. Каждый должен получить *индивидуально доступный уровень общего физкультурного образования*, интегральный показатель которого отразится в соответствующем уровне его личностной физической культуры;

- образовательный процесс формирования личностной физической культуры у школьников с НФОДА и отражение результатов этого процесса во взрослой жизни выпускников школы для каждого из них являются определяющими: как они будут относиться к двигательно-активному образу жизни и как будет проявляться у каждого поведенческая активность в самосохранении и укреплении своего здоровья.

Организация педагогического процесса на экспериментальной площадке подтвердила, что особенности психомоторных возможностей учащихся с НФОДА, а также организационные и режимные детерминанты деятельности образовательных учреждений, где обучаются такие дети, требуют выделения в структуре содержания учебной программы по адаптивной физической культуре двух компонентов: *образовательного и индивидуального коррекционно-развивающего*.

В соответствии с учебной программой основу образовательного процесса определяет «Образовательный компонент». В каждом классе в образовательный компонент входят *знания, двигательные умения и навыки*, которыми должны овладеть учащиеся, а также перечень *физических качеств*, развитие которых должно не только всесторонне совершенствовать психомоторику организма, но и способствовать более успешному изучению нового практического материала и более результативному выполнению уже освоенных упражнений, умений и навыков. Содержание образовательного компонента по годам обучения обеспечивает преемственность учебного материала предметов «Адаптивная физическая культура» и «Физическая культура и здоровье», предоставляя учителю возможность включения учащихся с НФОДА в учебный процесс классов интегрированного обучения массовых школ в соответствии с единым тематическим планированием уроков физической культуры.

Практический материал программы в каждом классе по количественному и качественному составу определен с учетом сниженного уровня функционирования ОДА учащихся. В то же время в логическом развертывании по годам его содержания и требований, как и в любой учебной программе, охватывающей длительный, многолетний срок, здесь заложен *принцип развития и совершенствования* объекта педагогического процесса. Иными словами, программа представляется не застывшей конструкцией, подогнанной под констатацию наблюдаемого сегодня низкого уровня психомоторных возможностей у большей части детей с НФОДА, а созидательной – с известной долей позитивного прогноза на перспективу.

Учитывая имеющиеся у учащихся одного класса существенные различия в форме и тяжести нарушений функционирования ОДА в образовательном компоненте каждый ученик осваивает весь тот практический материал, для воспроизведения и изучения которого у него есть соответствующие психомоторные возможности умеренно ограниченных или нормально функционирующих (со-

хранных) звеньев двигательного аппарата. Учащиеся, передвигающиеся на инвалидных колясках или с помощью других специальных приспособлений, вместе со всем классом осваивают строевые команды, различные передвижения, общеразвивающие и корректирующие упражнения, способы метания, ползания, дыхательную гимнастику и другие индивидуально доступные для изучения двигательные умения и навыки из всех тем учебного материала. Для этой категории учащихся в образовательный компонент с 1 по 11 класс также входит и поэтапное освоение основных умений и навыков, необходимых для подготовки к вертикализации тела и ходьбе: от развития навыков самостоятельного удержания головы к способности переворачиваться, затем ползать, сидеть, стоять, передвигаться шагами в облегченных и обычных условиях.

*Теоретический материал* программы изучается всеми учащимися, независимо от видов нарушений ОДА, за исключением лиц, имеющих дополнительно интеллектуальную недостаточность. Они получают знания в соответствии с учебными программами для учащихся вспомогательных школ.

Раздел «Основы знаний» в каждом классе включает вопросы (темы) по безопасности занятий физическими упражнениями, гигиеническим знаниям, по ведению здорового образа жизни, организации самостоятельных занятий физическими упражнениями и самоконтролю, а также основам знаний олимпийского и паралимпийского образования.

Особое значение приобретают темы, связанные со спортивным движением людей с НФОДА: «Всемирные спортивные движения людей с особенностями психофизического развития: возникновение и современность», «Паралимпийское движение и его значение в жизни людей с особенностями физического развития», «Чемпионы Олимпийских и Паралимпийских игр – гордость народа Республики Беларусь», «Виды спорта, развиваемые Паралимпийским комитетом Республики Беларусь», «Герои Паралимпийских игр (о жизни, занятиях спортом и самоутверждении известного спортсмена-паралимпийца)» и другие. Полноценное раскрытие этой тематики позволяет у многих учащихся кардинально изменить отношение к себе, своим возможностям и смыслу жизни в целом, превращая их в активных сторонников адаптивной физической культуры или связывая всю дальнейшую жизнь с паралимпийским спортивным движением.

Важная роль в учебном процессе АФК, как обязательной его составляющей, отводится общей физической подготовке. В образовательном компоненте она представлена разделом «Развитие двигательных способностей». В огромной степени именно практическая недооценка физических упражнений в обучении и воспитании детей с НФОДА дает сегодня распространенную статистику о росте взрослой инвалидности, большой текучести перехода не осложненных двигательных патологий в более выраженные и тяжелые формы, проблемах активной и автономной продолжительности жизни инвалидов и др.

Учащиеся, не готовые осваивать практический материал образовательного компонента, занимаются на уроках АФК по индивидуальному плану, который составляет учитель, обращаясь к материалу «*Индивидуального коррекционно-развивающего компонента*» учебной программы. Его содержание представлено средствами для коррекции и предупреждения дальнейшего усугубления отрицательного прогноза различных нарушений функционирования ОДА, а также сопутствующих отклонений физического, психического и социального развития ученика. На уроках и в других формах АФК его средства используются *по выбору* учителя с учетом индивидуального запроса коррекционно-развивающих мер, обусловленных функциональным состоянием ОДА учащихся, врачебных показаний и противопоказаний, а также материально-технических условий педагогического процесса.

Организация выполнения учащимися физических упражнений в режиме учебного и продленного дня, в содержании внеклассной работы, а также в свободное время является неотъемлемой частью педагогического процесса АФК в школе. Непременным условием полноты и эффективности этой работы в школе являются соответствующие психолого-педагогическая и адаптивная образовательная среда, материально-технические условия, требуемое медико-гигиеническое сопровождение занятий, предоставляющие школьникам постоянную возможность реализации возникающей потребности в разносторонней двигательной активности и стимулирующие ее проявление. Физкультурно-оздоровительные мероприятия в режиме учебного дня включают традиционные *Гимнастику до занятий, Физкультурные минуты во время уроков, Физические упражнения и игры на удлинённых переменах.*

Конкретные формы физкультурно-оздоровительной и спортивно-массовой работы, их количество во внеучебное время определяются с учетом материально-технических условий школы, соот-

ветствующего тренерско-педагогического состава, интересов и физических возможностей учащихся. Среди множества возможных форм данной работы учебная программа выделяет: *Ежедневный час адаптивной физической рекреации, Группы физической реабилитации, Группы тренировки моторной активности, Спортивные секции, Спортивную программу «Мы вместе», Массовые физкультурно-оздоровительные и спортивные мероприятия, Семейные спортивные программы.* Правильная организация этой работы должна не только дополнять, но и относительно самостоятельно решать основные задачи программы по АФК, создавать вокруг ученика так называемую функциональную развивающую среду, приобщать ученика к занятиям физическими упражнениями так часто, как только для этого появляется естественная возможность.

**Заключение.** Проведенный в ходе апробации мониторинг освоения учащимися практического учебного материала программы показал, что к концу учебного года на удовлетворительном, хорошем и даже отличном уровне его выполняют более 75% младшего, среднего и старшего школьного возраста (рис. 1).

Теоретический материал апробированной программы также стал доступен как минимум на удовлетворительном уровне абсолютному большинству (около 90%) принявших участие в его изучении (табл. 3).

Естественно, не у всех учащихся наблюдаемый уровень отдельных знаний и двигательных умений повысился к концу учебного года. Но количество таких случаев в разных возрастных группах составило не более 1,5–26%. Более высокое значение в данном случае регистрируется в отношении практического материала (рис. 2). Существенное влияние на этот показатель оказали данные мониторинга детей, имеющих тяжелые нарушения двигательного аппарата и передвигающихся на инвалидных колясках.

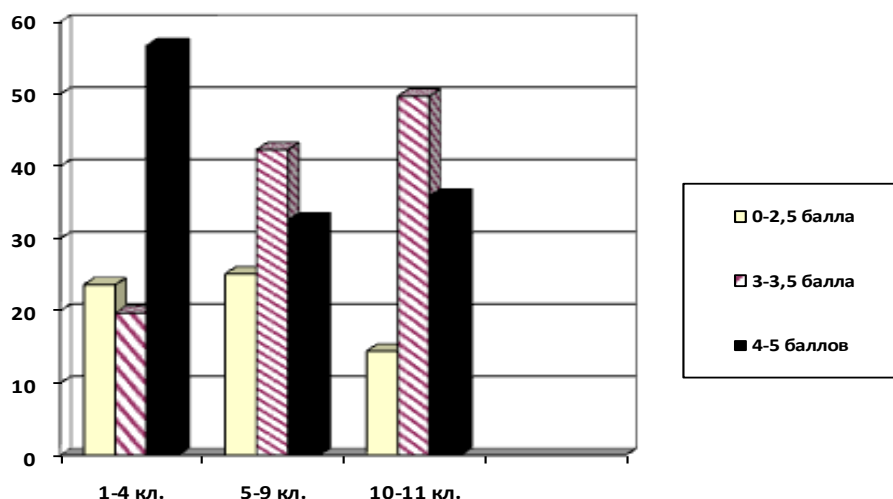


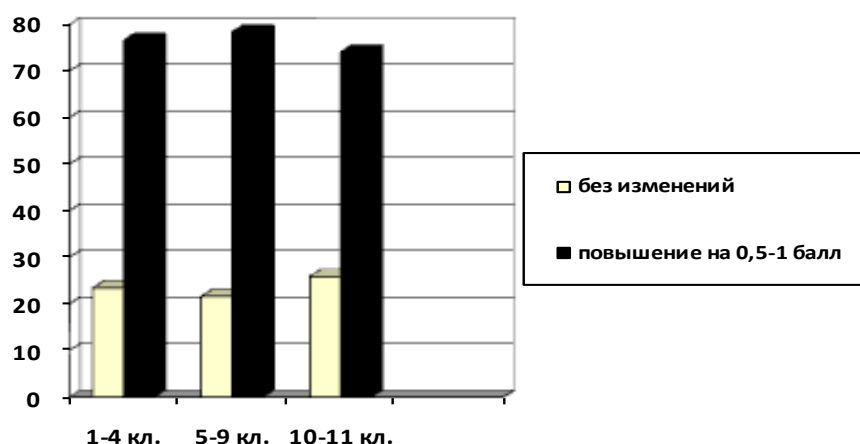
Рис. 1. Освоенность практического материала экспериментальной учебной программы по АФК в конце учебного года (количество учащихся и учебных двигательных умений и навыков, в %).

Таблица 3

Изменение к концу учебного года уровня владения учащимися теоретическим материалом учебной программы по АФК

| Изменения владения знаниями | Количество учащихся и изучаемых тем теоретического раздела учебной программы (в %) |            |              |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------|--------------|
|                             | 1–4 классы                                                                         | 5–9 классы | 10–11 классы |
| без изменений               | 1,2                                                                                | 12         | 16           |
| повышение на 0,5–1 балл*    | 98,8                                                                               | 88         | 84           |

**Примечание:** \* – по пятибалльной шкале оценок.



**Рис. 2. Изменение к концу учебного года уровня владения двигательными умениями и навыками экспериментальной учебной программы по АФК (количество учащихся и учебных двигательных умений и навыков, в %).**

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О работе педагогических коллективов учреждений, обеспечивающих получение специального образования в 2005/2006 учебном году / Инструктивное письмо Министерства образования Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – 2005. – Режим доступа: <http://www.asabliva.by>. – Дата доступа: 15.08.2005.
2. Ляликов, С.А. Таблицы физического развития детей Беларуси: метод. рекомендации / С.А. Ляликов, С.Д. Орехов; М-во здравоохранения Республики Беларусь. – Гродно, 2000.
3. Новицкий, П.И. Адаптивная физическая культура во втором отделении вспомогательной школы: учеб.-метод. пособие для педагогов / П.И. Новицкий. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2011. – 200 с.
4. Кожевникова, В.Т. Современные технологии в комплексной физической реабилитации больных детским церебральным параличом / В.Т. Кожевникова. – М., 2005. – 239 с.

Поступила в редакцию 17.10.2012. Принята в печать 14.12.2012  
 Адрес для корреспонденции: e-mail: npavel@tut.by – Новицкий П.И.

# Информационные технологии в обучении математике студентов технических специальностей

А.П. Мателенок

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

*Проблема повышения качества обучения студентов в вузе является одной из важнейших в национальной системе образования. Информационные технологии и применение систем компьютерной алгебры становятся необходимой основой для совершенствования процесса обучения курсу «Математика». В статье рассматривается применение в рамках традиционной системы обучения мультимедийных технологий, презентаций с использованием средства Microsoft Power Point; компьютерных математических пакетов MathCAD, Maple. Выделены дидактические преимущества и возможности этих средств обучения. Показана необходимость корректировки содержания курса «Математика» через использование современных информационных технологий. Опыт и экспериментальные исследования показывают, что их применение способствует усилению базового и прикладного уровней усвоения фундаментальных математических знаний, умений и навыков студентов технических специальностей, формированию навыков применения полученных фундаментальных знаний при решении задач, в том числе и прикладных, осуществлению индивидуального подхода к темпу обучения каждого студента.*

**Ключевые слова:** информационные технологии, мультимедийные технологии, компьютерные математические пакеты, методические средства, самостоятельная работа студентов.

## Information technologies in teaching Mathematics to Engineering students

A.P. Matalenok

Educational establishment «Polotsk State University»

*The problem of teaching quality improvement of university students is one of the most important in the national educational system. Information technology and the use of computer algebra systems are becoming an essential basis for the perfection of teaching the course of Mathematics. The article deals with the application of multimedia as well as presentations using Microsoft Power Point, MathCAD, Maple in the traditional educational system. Didactic advantages and possibilities of these teaching tools have been pointed out. The necessity of adjustment the content of the course of Mathematics to the use of modern information technology is indicated. The experience and experimental investigations show that their use helps engineering students to enhance their basic and applied levels of fundamental mathematic knowledge, skills and practices mastering, to form the skills of the received knowledge application in problem solving, including applied ones, implementation of individual approach to the learning pace of each student.*

**Key words:** information technology, multimedia technology, computer Maths packages, methodological tools, self-study.

В программе комплексной информатизации системы образования Республики Беларусь на 2007–2010 гг. [1], подчеркнуто, что для повышения качества образования и обеспечения его доступности необходимы использование новых образовательных технологий, разработка и внедрение национальных информационных образовательных ресурсов, электронных средств обучения, а также научного и учебно-методического обеспечения процессов информатизации образования. В настоящее время внедрение информационных технологий (ИТ) в учебный процесс рассматривается как одно из эффективных средств, имеющих большой потенциал и позволяющих перейти на качественно новый уровень в решении образовательных задач.

Необходимо отметить, что по образовательному стандарту Республики Беларусь выпускник должен обладать следующими академическими компетенциями:

- иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, получением и анализом информации и работой с компьютером;
- анализировать и оценивать тенденции развития техники и технологий;
- владеть междисциплинарным подходом при решении проблем;
- владеть системным и сравнительным анализом [2–3].

На основе толкований слов и словосочетаний понятийного аппарата информатизации образования [4] и в контексте нашего исследования под информационными технологиями понимаются совокупность средств, способов, методов автоматизированного сбора, технические средства орга-

низации, хранения, обработки, восстановления и передачи данных, способствующих созданию электронных образовательных ресурсов (программно-методических, учебно-методических, обучающих, вспомогательных и контролирующих), используемых для организации образовательного процесса и получения позитивных результатов. Информационные технологии характеризуются широким использованием компьютерной техники, обеспечивающей простоту взаимодействия пользователя с компьютером и прямой (без посредников) доступ к диалоговому режиму. В свою очередь ИТ предполагают использование программного обеспечения, т.е. обучающих программ.

Следует отметить, что информационные технологии нашли широкое применение в преподавании математических дисциплин. Это обусловлено следующим: в математике накоплен значительный опыт в формализации и алгоритмизации методов решения задач, их графической и анимационной интерпретации; апробированные, успешно реализуемые с помощью компьютера методики преподавания; математику преподают наиболее подготовленные в области информационных технологий кадры преподавателей; при появлении более современного программного обеспечения первоначальное освоение его идет в основном среди математиков [5].

В рамках традиционной системы обучения все более широкое применение находят мультимедийные технологии, презентации с использованием средства Microsoft Power Point; компьютерные математические пакеты MathCAD, Maple.

Вышеизложенное определило цель нашего исследования – разработка методики включения систем компьютерной алгебры в процесс обучения студентов инженерных специальностей, направленной на повышение качества их математической подготовки в процессе обучения в вузе.

**Материал и методы.** Материалом для работы послужили данные эксперимента, проведенного на инженерно-технологическом факультете (специальность 1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»), в исследовании участвовали 90 человек. Лекционные и практические занятия по высшей математике у студентов проводились в рамках традиционной системы обучения с применением мультимедийных технологий, презентаций с использованием средства Microsoft Power Point; компьютерных математических пакетов MathCAD, Maple.

В работе применялась совокупность теоретических и эмпирических методов исследования: теоретический анализ и синтез эмпирических данных; эмпирические методы (изучение документов и результатов практической деятельности, педагогическое наблюдение); изучение педагогического опыта; интерпретация полученных результатов.

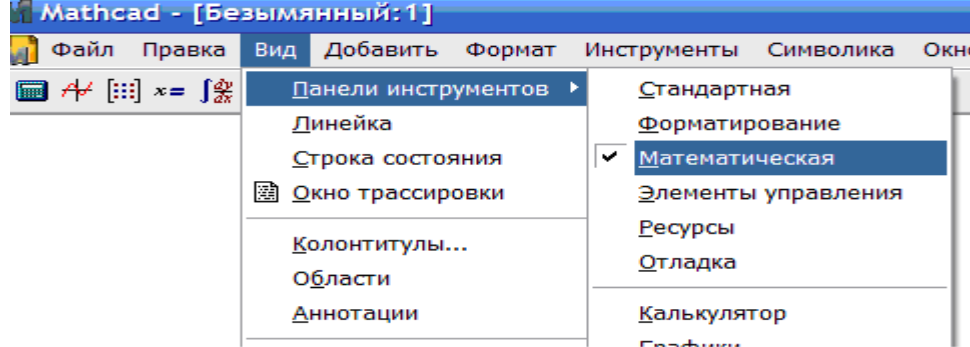
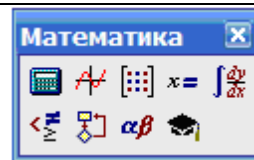
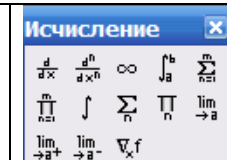
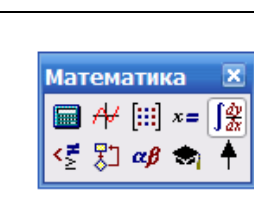
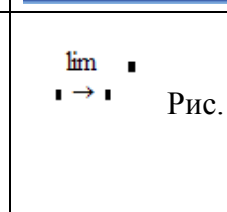
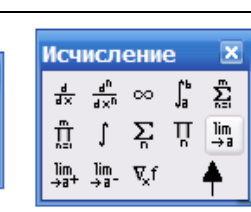
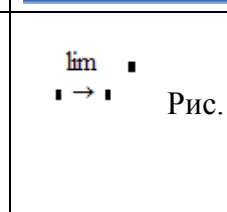
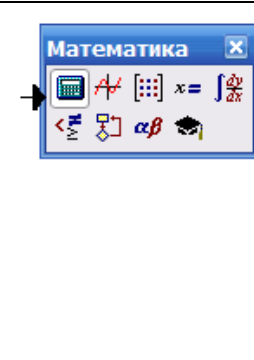
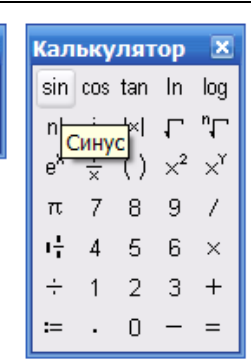
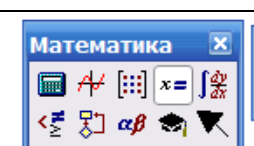
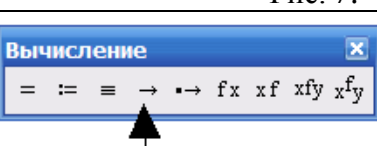
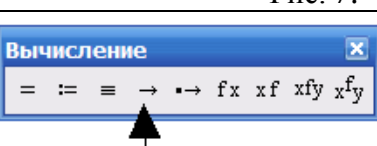
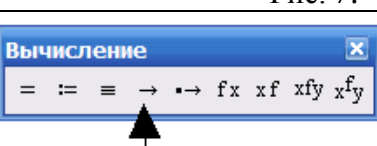
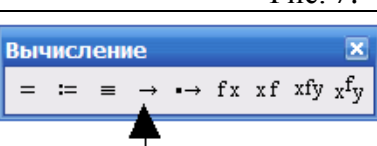
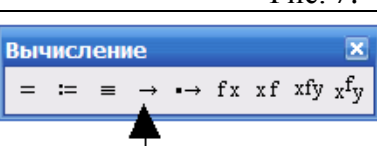
**Результаты и их обсуждение.** Развитие современных информационных ресурсов позволяет решать многие задачи математическими средствами EXSEL и компьютерных математических пакетов (КМП), таких, как MathCAD, Matlab, Maple, но после изучения курса школьной информатики студенты-первокурсники владеют в основном только EXSEL. Это обстоятельство побудило нас, в большей степени на пропедевтическом уровне, применять не только EXSEL, но и элементы КМП в учебном процессе, при изучении большинства разделов курса «Математика», на технических специальностях. Коллектив кафедры высшей математики Полоцкого государственного университета проводит работу над проектированием учебно-методического комплекса (УМК), где предпринята попытка спроектировать процесс обучения математике как систему целей, содержания, форм, методов и средств обучения, обеспечивающих в своем взаимодействии организацию познавательной деятельности студентов с учетом дифференциации их способностей. Дидактическую основу комплекса составляют дифференцированный и деятельностный подходы к обучению математике, а также принципы научности, системности, доступности [3; 5]. В структуру УМК включена и авторская разработка, позволяющая использовать дидактические возможности КМП для решения основных задач по всем разделам математики. Включение в учебный процесс обучения математике на технических специальностях математических пакетов стимулирует познавательную деятельность студентов, т.к. расширяет возможности их самостоятельной работы, демонстрирует будущим инженерам рациональные способы решения задач из различных разделов математики с помощью средств ИТ. Применение наглядных и технических средств обучения способствует не только усвоению соответствующей информации, но и развивает у обучающихся способность увязывать теорию с практикой; формирует навыки технической культуры; воспитывает внимание и аккуратность; повышает интерес к учению; расширяет источники получения знаний.

Рассмотрим основные этапы создания приложений в системах компьютерной алгебры. Первый этап начинаем с описания основных команд и функций систем компьютерной алгебры MathCAD или Maple, которые используются для реализации и исследования построенных моделей. На вто-



ром этапе показывается, как с помощью моделирования можно решать задачи и осуществлять самостоятельную проверку домашнего задания. В третьем этапе рассматриваются различные задания и методы их исследования, их компьютерная реализация.

Продemonстрируем предложенную методику создания приложений на примере проектирования вкладок для УМК «Элементы математического анализа» с применением одного из наиболее популярных математических пакетов MathCAD. Для того, чтобы начать работать с приложением, вызовите панель Calculus (вычисления). Нажмите на панели вкладку ВИД → ПАНЕЛИ ИНСТРУМЕНТОВ → МАТЕМАТИЧЕСКАЯ (рис. 1). Далее появится рис. 2, студент выбирает вкладку «Исчисление» (рис. 3) и продолжает работу.

|                                                                                     |         |                                                                                      |          |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------|
|   |         | Рис. 1.                                                                              |          |
|   | Рис. 2. |   | Рис. 3.  |
|  | Рис. 4. |  | Рис. 5.  |
|  | Рис. 6. |  | Рис. 6.  |
|  | Рис. 7. |   | Рис. 8.  |
|  | Рис. 9. |   | Рис. 10. |
|  | Рис. 9. |   | Рис. 10. |
|  | Рис. 9. |   | Рис. 10. |

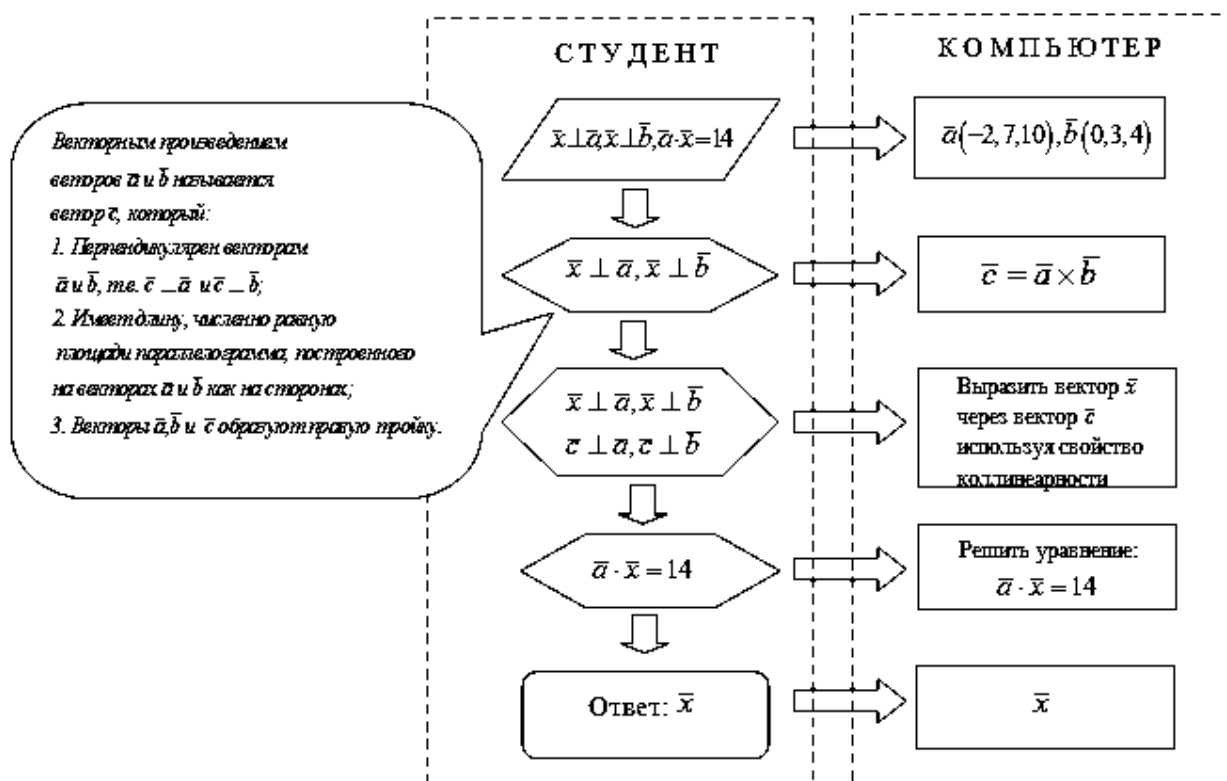


Рис. 11.

Например, необходимо вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ . Для этого выбирается вкладка «Исчисление» и на ней значок предела (на рис. 4 обозначено стрелочкой). После этого появляется следующий символ (рис. 5), в рассматриваемом примере  $x \rightarrow 0$ , поэтому нижние поля заполняются соответственно (рис. 6), далее используется вкладка «Калькулятор» (рис. 7) и вводятся данные согласно рассматриваемому примеру (рис. 8), выбирается вкладка «Вычисление» (рис. 9), а на этой вкладке стрелочка; ответ получен (рис. 10).

Приложения систем компьютерной алгебры методически целесообразно использовать как на лекционных, так и на практических занятиях.

Обратимся к методике использования вкладок, разработанных с использованием КМП на лекции по теме «Физические и механические приложения определенного интеграла. Общий принцип применения определенных интегралов для решения задач механики и физики». Приведем пример решения задачи на лекции.

**Задача.** Найти работу, которую нужно затратить, чтобы выкачать жидкость плотности  $\gamma$  из цистерны, имеющей форму параболического цилиндра, размеры которого указаны на рисунке.

**1 этап. Представление схематического чертежа.** Рисунок, необходимый для решения задачи, выполняется в виде презентации PowerPoint, это не только оправдано, но и дает ряд преимуществ: наглядность и экономия времени при изображении. При этом все дополнительные построения выводятся на экран, по мере необходимости, не перегружая схематический чертеж. В результате создается анимационная модель.

**2 этап. Выведение на экран информации из смежных наук, необходимой для решения задачи.** Необходимые для решения задачи понятия из физики (в частности, что «есть работа, затрачиваемая на поднятие тела весом  $P$  на высоту  $h$ ») уточняются по учебно-методическому комплексу по физике, связанному с лекцией гиперссылкой. Это позволяет реализовать межпредметные связи курсов математики и физики.

**3 этап. Создание алгоритма.** Преподаватель поясняет этапы задачи для формирования у студентов целостного представления о необходимости составления математической модели задачи и ее решения с помощью математического аппарата (определенного интеграла), а также возможностей КМП.

Алгоритм решения:

- выполнить чертеж задачи и ввести систему координат;
- уточнить необходимые понятия из физики;
- использовать понятие «элементарный слой» или «элементарная часть изучаемой величины»;
- выполнить необходимые построения для решения рассматриваемой задачи;
- найти главную часть приращения зависимой величины при изменении  $x$  на бесконечно малую величину, т.е. дифференциал функции;
- применить соответствующую формулу для вычисления дифференциала исследуемой величины;
- определить пределы изменения независимой переменной;
- определить исследуемую величину.

**4 этап. Выполнение расчетов.** После полного анализа задания демонстрируется решение этой задачи в компьютерном математическом пакете MathCAD. Предлагаемый методический подход позволяет студентам формировать умения и навыки свободного владения средствами программного обеспечения, использования их как вспомогательного аппарата при выполнении математических вычислений на различных этапах решения комплексных задач.

Большие перспективы открывает использование КМП на лекциях, включающих большое количество графиков. Например, по теме «Поверхности 2-го порядка в пространстве» графические возможности программ позволяют показать строение чертежей во всех плоскостях. Преподаватель вращает фигуру, объясняет студентам особенности каждой поверхности. Это не только способствует запоминанию материала, но главным образом повышает уровень знаний и глубину понимания учебного материала. Использование рассматриваемых дидактических возможностей КМП также формирует образное мышление студентов. Преподаватель фиксирует внимание студентов на зависимости внешнего вида фигуры от изменяющихся параметров. При использовании лишь доски и мела этого достичь достаточно сложно, т.к. из-за ограниченности времени можно изобразить максимально один-два чертежа на каждую поверхность. КМП позволяют продемонстрировать более шести вариантов. На лекции или практическом занятии студенты могут, используя программу, просмотреть возможные варианты формы поверхностей при изменении параметров в уравнении поверхности. Цветовая гамма этих программ позволяет выбрать наиболее выгодные сочетания цвета для аккумуляции внимания студентов, которое к концу занятия у них снижается. MathCAD, Matlab, Maple целесообразно использовать и при построении тел, ограниченных различными поверхностями, так как именно эта часть учебного материала вызывает у студентов затруднения при изучении темы «Поверхности 2-го порядка в пространстве». На практических занятиях обязательно демонстрируется студентам изображение поверхностей «вручную», т.к. без этого материал будет изучен не полно.

На начальных этапах работы с приложениями систем компьютерной алгебры на практических занятиях следует включать решение задач, в которых требуется использование алгоритмов и составления блок-схемы (описание каждого этапа задачи). Такой методический прием не только благоприятно сказывается на понимании учебной дисциплины и формировании логики действий, но и в дальнейшем способствует успешному решению студентами прикладных задач, позволяет сформировать навыки дробления сложных задач на подзадачи и поиск их решения на каждом этапе.

Проиллюстрируем сказанное следующим примером, который решают студенты на практическом занятии: вектор  $\vec{x}$ , перпендикулярный к векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найти вектор  $\vec{x}$ , если  $\vec{a} = -2,7,10$ ,  $\vec{b} = (0,3,4)$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{x} = 14$ . Представим решение в виде блок-схемы.

Как представлено на рис. 11, схема состоит из двух блоков: теоретический – решение задачи обучаемым, и блок-вычисление, применение КМП. При рассмотрении примера преподаватель концентрирует внимание студента на том, что компьютер лишь помощник в его деятельности, а ведущая роль принадлежит человеку. КМП могут выполнять лишь вычисления, расширяют круг решаемых задач за счет обработки больших массивов информации, а осуществляет руководящую деятельность оператор ПЭВМ, т.е. решает задачу, ищет логические связи. Навыки и умения, полученные студентом в процессе использования специализированных программных сред (КМП), могут быть полезны не только в аудитории, но и на производстве. Отметим, что во избежание лишней

нагрузки на обучаемых, на лекции демонстрируются вкладки с выполнением элементарных действий с векторами, разработанных в КМП на занятиях, или студенты могут проработать этот материал самостоятельно с использованием вкладок УМК. Использование различных математических пакетов дает возможность обучаемым сделать осознанный выбор из представленных программ и стимулирует их самостоятельную работу.

Как показало проведенное исследование, на практических занятиях нецелесообразно тратить много времени на демонстрацию возможностей КМП: достаточно 15–20 мин по изученной теме. Например, при изучении темы «Элементы линейной алгебры» (на последнем занятии, за несколько минут до окончания) демонстрируется вычисление определителей, умножение матриц, решение СЛАУ и т.д. в Excel, MathCAD, Matlab, Maple, вкладки готовятся заранее, также важно убедиться в том, что все программы работают корректно. После демонстрации обращается внимание студентов на вкладки с приложениями систем компьютерной алгебры в учебно-методическом комплексе по математике. Экспериментальным путем установлено, что этого достаточно для успешного применения КМП для самоподготовки студентов к последующему тестированию, т.е. они решают задачи, используя программы для проверки.

Для стимулирования развития познавательной самостоятельности студентов технических специальностей предлагаем выполнить несколько заданий из внеаудиторной контрольной работы с использованием КМП. (Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия). Отметим, что применение вкладок является одним из способов развития познавательной самостоятельности студентов. Проиллюстрируем это на следующем примере, оно входит во внеаудиторную контрольную работу, состоящую из 10 заданий. В системах компьютерной алгебры требуется выполнить две задачи: вычисление площади фигуры, ограниченной графиками функции, и нахождение центра масс плоской фигуры. Остальные задания выполняются письменно.

Такие задания рассматриваются на практических занятиях.

Ставится задача: вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ . Для решения этой задачи студентам предлагается в течение 3 мин внимательно изучить условие и попытаться найти решение, используя геометрические и аналитические пути решения. В нашей практике студенты быстро предлагают решение. Покажем алгоритм этого решения:

1. Выполнить построение указанных графиков.
2. Найти точки пересечения графиков функций.
3. Вычислить площадь полученной фигуры.
4. Найти информацию для решения задачи в разделах «Построение графиков функций», «Приложение определенных интегралов».
5. Изучить источник информации – УМК «Определенный интеграл. Функция нескольких переменных»: информационная таблица, вкладки для работы с КМП.
6. Разработка блок-схемы.
7. Выбор программы.
8. Оформление решения.

Оформление решения выполняется в КМП (рис. 12), соблюдая основные пункты алгоритма (выделено жирным шрифтом), обычным шрифтом даются пояснения по вычислению.

Однако на начальной стадии организации процесса изучения определенного интеграла нецелесообразно чрезмерное увлечение средствами КМП, так как их применение может занять много времени и, в результате, не позволит достичь поставленных дидактических целей. Для демонстрации средств компьютерной алгебры следует рассмотреть два–три примера на лекции и один на практическом занятии, в сочетании с рекомендациями использования вкладок со вкладками, предложенных в УМК, этого достаточно для овладения студентом работой КМП и выполнения заданий внеаудиторной контрольной работы.

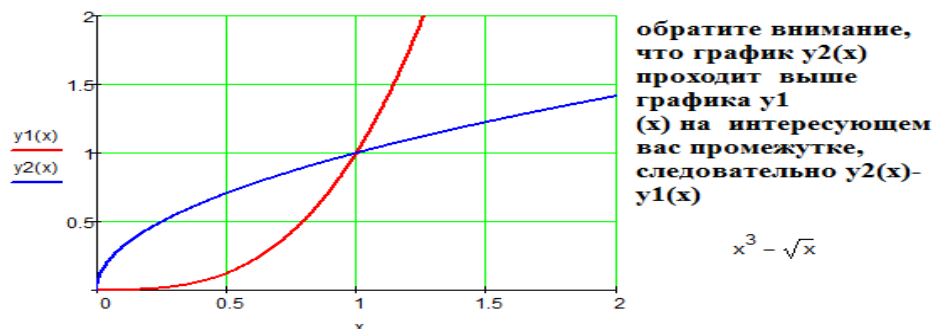
Отметим, что при работе со студентами первого курса первого семестра использование дидактических возможностей КМП должно быть минимально. Проведение занятий показывает неподготовленность обучаемых к самостоятельной работе, поэтому демонстрация более простых способов решения задач может способствовать формированию превратного мнения о «легкости» предмета. Студенты не будут уделять изучению материала достаточного количества времени, что скажется

на качестве их математической подготовки. Со второго семестра применение КМП рекомендуется увеличить, но их применение должно занимать не более 20% учебного времени, т.к. живое общение преподавателя и студента не заменит ни одна компьютерная программа.

**Вычислим площадь фигуры ограниченной следующими графиками функции**

$$y_1(x) := x^3 \quad y_2(x) := \sqrt{x}$$

**1. Выполним построение указанных графиков**



**2. Найдите точки пересечения графиков функций**

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Введите } y_1(x) - y_2(x), \text{ выделите переменную } x \text{ и щелкните по строке Solve пункта Variable в меню Symbolics}$$

**3. Вычислите площадь обозначенной фигуры**

$$\int_0^1 (y_2(x) - y_1(x)) dx \rightarrow \frac{5}{12}$$

Рис. 12.

Вместе с тем, при работе со студентами второго курса, в процессе изучения раздела « Математическая статистика» на занятиях по математической статистике, использование КМП позволяет обучаемым получить умения решения более широкого круга задач, а также улучшить их навыки самостоятельной работы. Поэтому нами рекомендуется использовать поэтапное увеличение применения систем компьютерной алгебры в учебном процессе по высшей математике. Однако ведущая роль должна оставаться за преподавателем и на его усмотрение, в зависимости от специфики факультета и интеллектуальных возможностей группы, должен решаться вопрос: какой процент аудиторного времени следует уделить КМП?

Сочетание традиционных методов обучения и организации самостоятельной работы студентов с использованием ИТ дает возможность сильным студентам проявить себя, а слабым и средним еще раз повторить материал и работать в меру своих сил и способностей. При решении несложных проблемных заданий мы учим их применять полученные знания в новой ситуации (обучающемуся надо не только решить задачу, но и представить ее решение в КМП). При этом у студентов есть выбор в заданиях, благодаря трехуровневой тестовой среде, используемого УМК.

**Заключение.** Таким образом, комплексное использование возможностей информационных технологий с целью повышения качества математической подготовки студентов технических специальностей применяется не только для экономии времени на лекционных и практических занятиях, но и для расширения круга решаемых задач практического содержания; для моделирования и имитирования инженерно-физических процессов и явлений; повышения интереса к процессу обучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Комплексная информатизация системы образования Республики Беларусь на 2007–2010 годы: постановление Совета Министров Респ. Беларусь от 1 марта 2007 г. № 265 // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2007. – № 67. – 5/24853.
2. Образовательный стандарт Республики Беларусь. Высшее образование. Первая ступень. Специальность 1-70 04 02 Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна. Квалификация «Инженер-строитель» // гос. учр. образ. «Республиканский институт высшей школы». – 2004. – 15 л.
3. Вакульчик, В.С. Элементы линейной алгебры. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной: учеб.-метод. комплекс для студ. техн. спец. / сост. и общ. ред. В.С. Вакульчик. – Новополоцк: ПГУ, 2007. – 352 с.
4. Погоньшева, Д.А. Формирование будущих специалистов экономико-математическими средствами / Д.А. Погоньшева. – М.: ЗАО «Издательский дом», «Экономическая литература», 2004. – 125 с.

5. Роберт, И.В. Толкование слов и словосочетаний понятийного аппарата информатизации образования / И.В. Роберт // Информатика и образование. – 2004. – № 5. – С. 22–29; № 6. – С. 63–70.

*Поступила в редакцию 16.10.2012. Принята в печать 14.12.2012*

*Адрес для корреспонденции:* e-mail: Atess@rambler.ru; Kyznetsova@tut.by – Мателенок А.П.