

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

Ленинградский ордена Трудового Красного Знамени
государственный педагогический институт
имени А.И.Герцена

На правах рукописи

ЗЕKOBA Ксения Васильевна

ПРОПЕДЕВТИКА ОСНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

Специальность 13.00.02 – методика преподавания
математики

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Ленинград
1975

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

Ленинградский ордена Трудового Красного Знамени
государственный педагогический институт
имени А.И.Герцена

На правах рукописи

ЗОБКОВА Ксения Васильевна

ПРОПЕДЕВТИКА ОСНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

Специальность 13.00.02 – методика преподавания
математики

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Ленинград
1975

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Работа выполнена на кафедре методики преподавания математики Ленинградского ордена Трудового Красного Знамени государственного педагогического института имени А.И.Герцена.

Научные руководители – кандидат педагогических наук, доцент А.И.Поспелов; кандидат педагогических наук, доцент И.В.Баранова.

Официальные оппоненты:

1. Доктор педагогических наук, профессор А.А.Столяр
2. Кандидат физико-математических наук, доцент З.Т.Диканова.

Ведущая организация – Карельский государственный педагогический институт.

Автореферат разослан "25" апреля 1975г.

Защита диссертации состоится "26" мая 1975г. на заседании Совета по присуждению ученых степеней по математическим наукам и методике преподавания элементарной математики Ленинградского ордена Трудового Красного Знамени государственного педагогического института им. А.И.Герцена по адресу: 191186 г.Ленинград наб.Мойки, 48, корпус I.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке института.

Ученый секретарь Совета

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Современное развитие науки и техники сопровождается интенсивным проникновением математики во все области деятельности человека, поэтому значительно возросли и требования к качеству математической подготовки учащихся. В процессе поисков совершенствования школьного курса математики определена программа /1968г./, в которой центральное место занимают основы математического анализа. Они составляют органическую часть курса математики 9-10 классов. В программе сказано:

"начальные понятия дифференциального исчисления вводятся в 9 классе ... Понятие интеграла вводится в 10 классе". Элементы дифференциального и интегрального исчисления широко используются "при изложении традиционных школьных вопросов /в частности при построении графиков, исследовании функций и вычислениях объемов/".¹

Появление этих вопросов в программе влечет за собой необходимость большой работы по определению содержания этих тем, методики их изучения и, что нам представляется особо важным, по установлению характера преемственности их в восьмилетней школе.

Анализ работ по вопросам преподавания элементов математического анализа в средней школе показывает, что все работы в основном посвящены непосредственному изучению самих понятий математического анализа - производной и интеграла на различных уровнях строгости, и почти нет исследований, раскрывающих вопросы органического соединения курса математики восьмилетней школы и преемственности математического анализа с учетом школьной программы.

В исследованиях Л.И.Миловановой, О.Принитса, К.Ф.Топольницкой, З.М.Мудрой, О.И.Смирновой и некоторых других показана целесообразность введения математического анализа на заключительном этапе обучения.

Работы Войцеховского Л.П., Елина В.С., Покровского Н.Г. и др. посвящены обоснованию возможности введения дифференциального и интегрального исчисления в тесной связи с курсом "Алгебра и элементарные функции".

1. Программа по математике для средней школы. "Математика в школе", 1968, № 2, стр.4-5

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Исследование Гусева В.А. показывает возможность изучения производной без использования понятия предела в курсе 8 класса школ с углубленным изучением математики.

Чтобы изучение основ математического анализа было осознанным и находило применение, необходима пропедевтика главным образом не самих понятий, а идей и принципов формирования их.

Пропедевтика основ математического анализа в 7-8 классах должна быть еще более глубокой и детальной, чем пропедевтика функции в 4-5 классах, т.к. сущность основного понятия математического анализа — непрерывности — мало доступна учащимся средней школы.

Если при пропедевтическом изучении понятия функции вводится теоретико-множественный язык и идея соответствия, то для пропедевтики начал математического анализа необходимо на интуитивной основе подготовить более сложный вопрос — непрерывность и идею предела числовой последовательности.

Эти понятия тесно между собой связаны и не могут рассматриваться изолированно.

Понятие предела, занимающее одно из важнейших мест среди понятий математического анализа, рассматривается на множестве действительных чисел, которое является одним из основных понятий математики. Следовательно, раскрыть его идейные истоки без вскрытия некоторых вопросов непрерывности числовых множеств не представляется возможным. В свою очередь ни понятие предела, ни понятие действительного числа сами по себе не дают наглядной модели, иллюстрирующей их содержание.

Используя интуитивное представление о существовании площади криволинейной фигуры, ограниченной графиками функций, оказалось возможным наглядно показать учащимся существование предела числовой последовательности, если в качестве последней рассматривать последовательность площадей ступенчатых фигур, содержащих данную или содержащихся в данной.

Рассмотрение во взаимной связи понятий действительного числа, предела числовой последовательности, использование суммирования и предельного перехода для вычисления площадей и

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

и объемов криволинейных фигур дает возможность подготовить на интуитивной основе дальнейшее понимание основной идеи математического анализа и использовать его язык при изучении производной и интеграла.

Это будет возможно, если содержание курса математики восьмилетней школы в соответствующих местах дополнить и изменить в зависимости от общих требований преподавания основ математического анализа, разработанных нами.

Учитывая изложенное выше, представляется целесообразным:

а/ в основном курсе математики восьмилетней школы более подробно, чем это предусматривает программа, изучать действительные числа;

б/ ввести понятие предела числовой последовательности;

в/ дать понятие о методе суммирования.

В связи с этим возникает необходимость выяснить место преподавания основ математического анализа в восьмилетней школе, ее содержание и методику изложения.

Проблема исследования состоит в исследовании целесообразности, возможности преподавания ряда вопросов начал математического анализа в курсе математики 7-8 классов, в разработке содержания и методики изложения этих вопросов.

В соответствии с поставленной проблемой были сформулированы следующие задачи исследования:

1. Определить теоретическое содержание преподавания основ математического анализа в курсе математики 7-8 классов.

2. Составить систему упражнений, тесно связанную с содержанием программы по математике для 7-8 классов и позволяющую создать у учащихся интуитивное представление о понятии непрерывности и некоторых других частных вопросах математического анализа.

3. Разработать методику взаимосвязи преподавания начал математического анализа с основным содержанием математики 7-8 классов.

В ходе работы наметились следующие пути исследования:

I. Теоретическое исследование проблемы.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

а/ определение и анализ основных положений математического анализа;

б/ анализ программ по математике русской и советской школ;

в/ анализ учебно-методической и психолого-педагогической литературы по теме.

2. Наблюдение и изучение передового опыта учителей Ленинграда:

а/ учебный процесс в 5-8 классах;

б/ факультативные занятия в 7-8 классах и кружки в них.

3. Спытная проверка отдельных положений гипотезы на уроках и факультативных занятиях в 7-8 классах.

Результаты исследования оформлены в диссертации.

В соответствии с целью исследования необходимо было ответить на вопрос о наиболее целесообразном содержании пропедевтики, которое зависит от многих факторов: содержания, удачной взаимосвязи материала пропедевтики и школьной программы, дидактических принципов реализации этой взаимосвязи, методики изложения.

Основной математический принцип, высказанный нами, заключается в том, что в ходе изучения основ математического анализа нужно идти по пути идейного сближения его с содержанием школьного курса математики восьмилетней школы.

Понятие числа, являющееся одним из основных в школьном курсе математики, также есть фундаментальное понятие и при изучении математического анализа.

У учащихся к концу 5 класса сформировано понятие рационального числа. Запись рациональных чисел в виде десятичных дробей позволяет установить их связь с иррациональными числами, при условии, что иррациональные числа вводятся как бесконечные непериодические десятичные дроби.

Анализ основных учебников и учебных пособий позволяет сделать вывод: как бы не вводилось понятие иррационального числа в курсе средней школы, действия над введенными числами обосновывались с точки зрения канторовской теории действитель-

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ного числа, которая предусматривает знание двойных неравенств и приближенных вычислений.

Суть пропедевтики действительного числа в курсе математики восьмилетней школы мы усматриваем в установлении переходных связей между множеством рациональных чисел и множеством действительных чисел и действий над ними. Эта связь в единстве возможной записи действительного числа с помощью двойной последовательности десятичных приближений; в измерении отрезков — получение двойных неравенств недостаточных и избыточных значений/; при составлении двойной последовательности недостаточных и избыточных десятичных приближений обыкновенной дроби и определении степени точности округления; при извлечении квадратного корня из числа, не являющегося точным квадратом; в записи приближенного значения результата действия над приближенными числами.

Мы считаем, что наиболее приемлемый вариант пропедевтики понятия иррационального числа с учетом программы по математике для восьмилетней школы может быть дан на основе десятичных приближений числа, взятых по избытку и по недостатку, с чем учащиеся уже знакомы.

Введение записи иррационального числа в виде двойной последовательности является продолжением изучаемого материала, и новых трудностей у учащихся вызвать не может.

Учитывая тот факт, что учащимся придется изучать теорию пределов, где они будут сталкиваться с вложенными отрезками, а также вычисление площадей и объемов с использованием суммирования и предельного перехода, мы избрали в своем изложении запись иррационального числа по Кантору.

Содержанием пропедевтики основ математического анализа в восьмилетней школе должны являться также элементы теории пределов числовых последовательностей. Анализ пробных учебников для 9 класса показал, что при первой серьезной попытке реализации новой программы авторы встретились с необходимостью дать определенную пропедевтику. Такой концентризм в одном учебном году не может быть оправдан ни методически, ни дидактически.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Пропедевтика элементов теории пределов может быть осуществлена в восьмом классе при изучении темы "Числовые последовательности". При таком подходе понятие предела числовой последовательности опирается на определение бесконечно малой последовательности, которая является частным случаем бесконечно малой.

Понятие непрерывной бесконечно малой связано с изучением производной, которая является конечным пределом отношения двух бесконечно малых, и дифференциала. Кроме того, бесконечно малая служит одним из основных средств применения математики к задачам естествознания.

Введение понятия предела числовой последовательности на основе бесконечно малой последовательности дает возможность выработать отчетливые наглядные представления. Понятие предела числовой последовательности поясняется достаточно большим числом разнообразных примеров алгебраического, геометрического содержания.

В восьмилетней школе есть возможность подготовить учащихся к сознательному усвоению теории пределов числовых последовательностей, чтобы предел функции непрерывного аргумента был естественным продолжением анализа бесконечно малых последовательностей.

Третьим вопросом содержания пропедевтики основ математического анализа может явиться использование метода суммирования и предельного перехода при вычислении площадей и объемов.

Метод суммирования и предельного перехода лежит в основе понятия определенного интеграла. К понятию определенного интеграла приводит решение задач математики, физики, требующих вычисления предела последовательности частичных сумм. В частности использование метода суммирования и предельного перехода можно ввести при вычислении площади /объема/ криволинейных фигур.

Понятие площади и объема принадлежит к числу наиболее широко известных математических понятий и относится к наиболее трудным для усвоения.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

В школьном курсе математики уже с первых шагов изучения вопросов геометрии меры можно осуществить единый переход к задаче вычисления площади и объема фигур.

Знакомство учащихся с приемом вычисления площадей и объемов, использующим суммирование и предельный переход, дает возможность, во-первых, подойти к изучению площадей и объемов с единой точки зрения, во-вторых, добиться в дальнейшем более сознательного освоения учащимися такого сложного понятия математического анализа как интеграл.

Кроме определения содержания пропедевтики необходимо было установить некоторые дидактические требования к пропедевтике основ математического анализа, а также показать как их можно реализовать в практической работе.

Одна из основных задач исследования заключалась в определении таких приемов включения понятий математического анализа в школьную программу, которые позволили бы, не нарушая научности, сделать их доступными пониманию учащихся 13-14 лет. Проведенное исследование показало следующее:

1/ В процессе поиска форм и методов изложения основ математического анализа не следует допускать определений, правил и алгоритмов, которые при систематическом изучении будут заменяться другими. В идейном отношении все понятия, изученные во время пропедевтики, при систематическом изучении должны получить расширение или стать частным случаем общей математической закономерности.

2/ При построении методики пропедевтики основ математического анализа в восьмилетней школе целесообразно исходить из положения, что понятия можно ввести с помощью упражнений, специально подобранных, последовательно обобщающихся и перерастающих в соответствующие теоретические выводы. Система упражнений при этом должна удовлетворять некоторым условиям:

а/ в связи с тем, что изучение основ математического анализа невозможно без глубокого анализа знания основных положений приближенных вычислений, содержание упражнений, реализующих введение основ математического анализа в курс математики

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

связи с основными темами современной школьной программы.

3. Суть пропедевтики понятия действительного числа в курсе математики восьмилетней школы мы усмотрели в установлении переходных связей между множеством рациональных чисел и множеством действительных чисел и действий над ними. Эти связи в следующем:

- а/ в единстве возможной записи действительного числа с помощью двойной последовательности десятичных приближений;
- б/ в составлении двойной последовательности недостаточных и избыточных десятичных приближений обыкновенной дроби;
- в/ в записи приближенного значения результата действия над приближенными числами.

В восьмилетней школе есть возможность подготовить учащихся к сознательному усвоению теории пределов числовых последовательностей на основе бесконечно малых последовательностей, которые позволят выработать отчетливые наглядные представления, придать более "операторный" характер всей теории пределов.

Включение пропедевтики определенного интеграла в курс восьмилетней школы мы усмотрели в знакомстве учащихся с вычислением площадей и объемов методом суммирования и предельного перехода. Это позволило глубже усвоить идею предела числовой последовательности и познакомить учащихся с более общим методом вычисления площади /объема/ криволинейных фигур.

Проведенное исследование показывает, что:

- а/ теоретические сведения по вопросам действительного числа, теории пределов, а также применение метода суммирования и предельного перехода при вычислении площадей и объемов доступно учащимся 7-8 классов общеобразовательной школы;
- б/ взаимосвязь системы упражнений школьных учебников и системы, разработанной нами для факультативных занятий, широкое использование наглядности и практическая направленность ряда задач вызвали у учащихся интерес к основам математического анализа, что несомненно послужило хорошим стимулом к их сознательному усвоению;
- в/ опытная проверка дала возможность установить, какие

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

основы преподавания основ математического анализа целесообразно включить в школьную программу в виде упражнений, тесно связанных с ней и помогающих создавать проблемные ситуации, а также осуществлять межпредметные связи, какие из них следует оставить для факультативных занятий.

Теоретические положения исследования были доложены на XXI и XXII Герценовских чтениях /1968, 1969 гг./, на II научной конференции кафедр математики пединститутов Северо-Западной зоны в городе Новгороде /1970г./, на XXIV Герценовских чтениях /1971г./.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Формирование понятия предела у учащихся 8 класса. Второй зональная конференция пединститутов Северо-Западной зоны по математике и методике ее преподавания. Л., 1970.

2. Вычисление площадей и объемов методом суммирования на факультативных занятиях в восьмилетней школе. XXIV Герценовские чтения. Краткое содержание докладов. Л., 1971.

3. Формирование понятия действительного числа в восьмилетней школе. Преподавание математики в средней школе. Сборник трудов. Л., 1972.

4. Опыт изучения теории пределов на факультативных занятиях по математике для учащихся восьмых классов. Преподавание математики в средней школе. Сборник трудов. Л., 1972.

5. Понятие о методесуммирования в курсе математики восьмилетней школы. Обучение математике по новым программам. Л., 1973.