**МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ САМОСОГЛАСОВАННЫХ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

***Сковородко М.А.,***
*аспирант ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь*
*Научный руководитель – Антонович Д.А., канд. техн. наук, доцент*

Ключевые слова. Метод последовательных приближений, электронно-оптические системы.
Keywords. Method of successive approximations, electron-optical systems.

Численное моделирование является неотъемлемой частью эксперимента при разработке новых современных технологий. Цель работы – показать преимущества использования численного метода последовательных приближений при решении самосогласованной электронно-оптической задачи, при использовании которого можно избежать большого количества экспериментальных работ.

**Материал и методы.** Методологическую базу данной статьи составляет литература научно-исследовательских трудов.

**Результаты и их обсуждение.** При построении электронно-оптических систем для формирования пучков заряженных частиц необходимо решить самосогласованную задачу, которая сводится к совместному решению уравнений, описывающих электромагнитные поля и уравнений движения частиц.

Для описания сути метода последовательных приближений рассмотрим собственное поле пучка заряженных частиц и поля его приближений. При расчете полей и траекторий первого приближения собственное поле пучка не учитывается. Во втором приближении расчет полей и траекторий зависят от собственного поля пучка. Таким образом, процесс последовательных приближений продолжается до тех пор, пока результаты последующего приближения не станут достаточно близки к результатам предыдущего. Сходимость процесса в примере пучка частиц можно оценивать по таким параметрам, как координаты и углы наклона траекторий частиц. Если процесс последовательных приближений сходится, то для достижения конечного результата достаточно не более 10 операций [1].

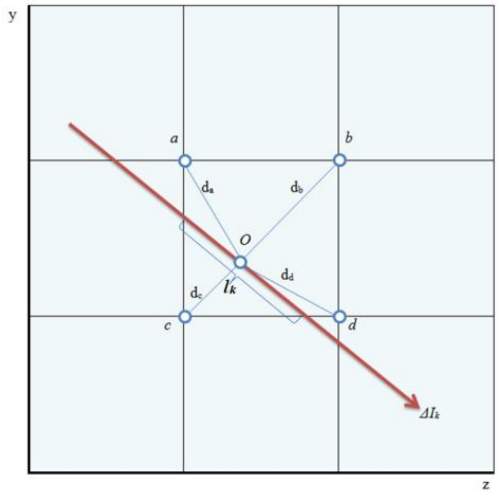


Рисунок 1 – Расчетная сетка распределения зарядов

В методе последовательных приближений используется дискретная модель представления потока частиц в виде траекторий – трубок тока. Трубки тока представляют собой элементарные слои, на которые в поперечном направлении разбивается поток частиц. Парциальный ток каждой из трубок

$$\Delta I_k = jS,$$

где $j$ – плотность тока по сечению пучка (предполагается величиной известной), $S$ – площадь поперечного сечения трубки. Для данной модели $\Delta I_k = const$.

Рассмотрим влияние собственных полей потока частиц, изобразив расчетную сетку распределения зарядов. Считаем, что по полю первого приближения расчет трубок тока произведен. На рисунке 1 схематично представлена сетка с ячейками, используемая для расчета электрических полей.

На ней выделены узлы *abcd,* ограничивающие ячейку, через которую проходит одна из траекторий – трубок тока. Величину заряда, которую вносит данная траектория в выделенную область, можно найти по формуле

$$q_k = \Delta I_k \tau_k,$$

где $\tau_k$ – время прохождения отрезка траектории $l_k$, лежащего в пределах ячейки *abcd*. $\tau_k$ определяется как отношение $l_k$ к средней скорости частицы на этом отрезке и вычисляется в процессе расчета траектории в поле первого приближения. Если считать, что ток, переносимый данной трубкой тока, задан, то, соответственно, и значение величины заряда оказывается определено. Дальнейший расчет поля следующих приближений находится либо методом конечных разностей [1], либо методом функции Грина [2]. Но для использования этих методов необходимо, чтобы заряд был распределен по узлам расчетной сетки. Распределение заряда вычисляется следующим образом. Изначально, считается, что заряд сосредоточен в точке $O$ (середина отрезка $l_k$). Распределение по узлам производится пропорционально обратному расстоянию от точки $O$ до соответствующего узла. Таким образом, заряд распределяемый, например, в узел $a$ ячейки будет находиться по формуле [1]

$$q_a = \frac{q_k}{d_a} \cdot \frac{1}{\frac{1}{d_a} + \frac{1}{d_b} + \frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_d}}.$$

В случае пересечения ячейки несколькими траекториями, заряд в узлах суммируется от каждой из траекторий. После нахождения распределения заряда рассчитывается поле следующего приближения и т.д.

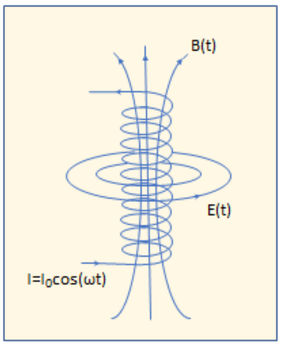
При решении самосогласованных задач в случае аксиально-симметричных пучков частиц, учитывается азимутальная компонента магнитной индукции $B$ собственного магнитного поля, которая рассчитывается с помощью закона Ампера [2]

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \sum_{k=i}^{k=n} \Delta I_k,$$

где $r$ – радиус кругового контура, через который проходят трубки тока, равный расстоянию от оси симметрии до точки, где определяется $B$. При расчете магнитного поля, последовательные приближения выполняются до момента, пока соседние приближения не будут соответствовать заданной точности.

Данный метод последовательных приближений не всегда определяется сходимостью процесса, поэтому использовать его в решении самосогласованных электронно-оптических задач можно, но кроме задач с виртуальным катодом.

Рассмотрим применение метода на примере задачи о нахождении электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{B}$ полей в длинном соленоиде радиусом R, по которому протекает переменный ток $I(t) = I_0 cos(\omega t)$ (рисунок 2а).



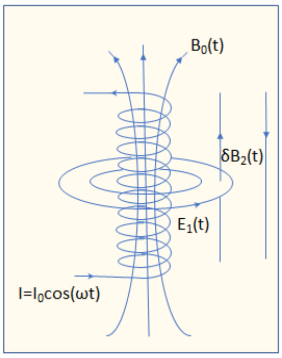




Рисунок 2

а) электрические и магнитные поля соленоида

б) электрические и магнитные поля соленоида второго приближения

В нулевом приближении данного метода учитывается однородное магнитное поле, направленное вдоль оси соленоида, которое описывается формулой

$$\mathrm{B}_0(t) = \frac{4\pi}{c} nI = \frac{4\pi}{c} nI_0 \cos(\omega t),$$

где n – число витков на единицу длины соленоида, $c$ – скорость света в вакууме ($3{\cdot}10^8$ м/с).

Так как, при применении метода последовательных приближений для начального (нулевого) приближения достаточно грубой начальной оценки, то для примера с соленоидом таким приближением будет являться условие, что электрического поля в нулевом приближении нет, т.е. $\mathrm{E}_0(t) = 0$.

Исходя из того, что переменное магнитное поле нулевого приближения является источником вихревого электрического поля, то в первом приближении для нахождения $\vec{\mathrm{E}}_1$ и $\vec{\mathrm{B}}_1$ используем сумму данных нулевого приближения и первых поправок δ к ним

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \delta\vec{E}_1$$
$$\vec{B}_1 = \vec{B}_0 + \delta\vec{B}_1$$

Таким образом, значения $E_1$ для первого приближения можно вычислить с помощью уравнения Максвелла. Запишем его в интегральной форме [3]

$$\oint_l E_l\, dl = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\int_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) => E_1(t)\cdot 2\pi r = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial}{\partial t}(B_0(t)\cdot S)$$

Подставив в данное уравнение $\mathrm{B}_0(t)$, выразим $\mathrm{E}_1(t)$

$E_1(t) = \frac{2\pi r n I_0 \omega \sin(\omega t)}{c^2}$, где r < R (внутри соленоида),

$E_1(t) = \frac{2\pi R^2 n I_0 \omega \sin(\omega t)}{c^2 r}$, где r ≥ R (снаружи соленоида).

Во втором приближении первая поправка электрического поля $\delta\vec{E}_1 = \vec{E}_1$ является источником второй поправки $\delta\vec{B}_2$, которую и прибавляем к магнитному полю нулевого приближения $\vec{B}_0$ (рисунок 2б).

$$\oint_l (\delta B_2)_l\, dl = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\int_S \left(\vec{E}_1, d\vec{S}\right)$$

Так как, в данной задаче не выполняется условие квазистационарности (r << λ, где r – размер области с полем, λ – длина волны поля, $\lambda = \frac{\mathrm{c}}{\nu}$, где $\nu$ – частота изменения электромагнитного поля), то вторая поправка расходится при r→∞.

Аналогичным образом можно найти поправки для любого приближения.

**Заключение.** Применение метода численных приближений при расчете электронно-оптических систем способно ускорить процесс создания новых электронно-лучевых технологий.

1. Ильин, В.П. Численные методы решения задач электрофизики / В.П. Ильин. – М.: Наука, 1985. – 336 с.
2. Молоковский, С.И. Интенсивные электронные и ионные пучки / С.И. Молоковский, А.Д. Сушков. – Л.: Энергия. 1972.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10т. Т. II. Теория поля. – 7-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 512 с.

## РАСКРЫТИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПАТТЕРНА ИНВЕРСИИ УПРАВЛЕНИЯ И ВНЕДРЕНИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ

***Стук А.В.,***
*студентка 3 курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь*
*Научный руководитель – Волкова Е.Д., канд. физ.-мат. наук*

Ключевые слова. Архитектурные паттерны, паттерны проектирования, инверсия управления, внедрение зависимостей.

Keywords. Architectural patterns, design patterns, inversion of control, dependency injection.