

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Белорусский государственный университет

УДК 517+530.1; 517.951/.955; 517.956.3

Жестков Сергей Васильевич

РАЗВИТИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ГЛОБАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

01.01.02 — дифференциальные уравнения

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Могилев, 2003

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Работа выполнена в государственном научном учреждении Институте прикладной оптики НАН Беларуси.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник
Борухов Валентин Терентьевич, Институт математики НАН
Беларуси, отдел математической теории систем,

доктор физико-математических наук, профессор **Зайцев Валентин
Федорович**, Российский государственный педагогический университет
им. А.И. Герцена, кафедра математического анализа,

доктор физико-математических наук, профессор **Радыно Яков
Валентинович**, Белорусский государственный университет, кафедра
функционального анализа.

Оппонирующая организация: Московский энергетический институт (технический университет).

Защита состоится 17 октября 2003 года в 10.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.01.07 в Белорусском государственном университете по адресу: 220050 Минск, пр. Ф.Скорины 4, ауд. 206. Телефон ученого секретаря: 226-55-41.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан „8“ нояб 2003 г.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций
доктор физико-математических наук
профессор

А. А. Килбас

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

1

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Известно, что конструктивные методы построения глобальных решений нелинейных уравнений в частных производных в сочетании с абстрактными методами нелинейного анализа составляют основу современной теории дифференциальных уравнений. Поэтому их развитие является одной из актуальных проблем современного естествознания.

Известно, что наиболее эффективными и важными для приложений методами решения нелинейных уравнений в частных производных являются метод обратной задачи рассеяния (МОЗР) и метод Хироты (МХ), а также их различные модификации. Они позволяют строить солитонные решения, которые имеют фундаментальное значение в современной физике. Основы этих методов были заложены в семидесятых годах прошлого века в работах К. Гарднера, Дж. Грина, М. Крускала, Р. Миуры, П. Лакса, В.Е. Захарова, А.Б. Шабата, Р. Хироты. После этого развитие МОЗР, МХ и их приложений пошло с нарастающей скоростью, что привело к созданию целой области математической физики — теории солитонов.

Анализ теории солитонов показывает, что проблема распространения МОЗР и МХ на многомерные системы уравнений в частных производных является одной из актуальных задач современного естествознания. Кроме того, МОЗР и МХ имеют достаточный характер. В связи с этим возникает проблема получения необходимых и достаточных условий существования солитонных решений, а также проблема их максимального количества. Аналогичная проблема в теории обыкновенных дифференциальных уравнений для предельных циклов носит название шестнадцатой проблемы Гильберта.

Кроме методов точного интегрирования нелинейных уравнений в частных производных большое значение имеют аналитические методы построения решений (в виде функциональных рядов) сложных нелинейных систем. Одним из таких мощных методов современного математического анализа является теорема Коппи–Ковалевской. Анализ этой теоремы показывает, что основными проблемами ее развития являются: 1) локальный характер устанавливаемого утверждения; 2) аналитичность всех входных данных задачи Коши; 3) нормальность исследуемых систем.

В настоящее время ведутся интенсивные исследования по обобщению теоремы Коппи–Ковалевской в указанных направлениях. В частности, получены глобальные варианты этой теоремы на основе построения удобных для исследования мажорантных систем. При этом не требуется аналитичность по t коэффициентов нормальной системы. С помощью методов нелинейного функционального анализа доказана разрешимость

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

2

задачи Коши для уравнений с сингулярными по t коэффициентами. Получены важные результаты о разрешимости задачи Коши в случае ненормальных систем.

Еще одним направлением развития теоремы Коши-Ковалевской является использование обобщенных функций. На этом пути получена глобальная версия абстрактной теоремы Коши-Ковалевской. Заметим, что абстрактные варианты нелинейной теоремы Коши-Ковалевской позволяют устанавливать корректность математических моделей, описывающих динамику жидкости.

Классической областью применения дифференциальных уравнений является теория нелинейных колебаний. Именно здесь были разработаны многие методы анализа сложных дифференциальных систем, которые составляют основу современной теории дифференциальных уравнений, например, методы Ляпунова, Пуанкаре, Крылова-Боголюбова-Митропольского.

Центральное место в теории нелинейных колебаний занимают вопросы существования, единственности, построения периодических решений, вопросы устойчивости и управления периодическими колебаниями. Одной из классических задач теории колебаний является периодическая краевая задача Дирихле для нелинейного волнового уравнения второго порядка в частных производных. Ее исследованию посвящены многочисленные работы. Как показывает их анализ, основными проблемами являются: 1) нахождение необходимых и достаточных условий ее разрешимости; 2) применение метрической концепции в нерезонансном случае. Использование критериев разрешимости периодической задачи Дирихле позволяет получать бифуркационные или определяющие уравнения. Для их исследования важное значение имеют конструктивные методы анализа. В частности, для квазилинейных волновых систем и систем нелинейных телеграфных уравнений получены эффективные условия однозначной разрешимости периодических краевых задач и разработаны итерационные методы построения периодических решений, не использующие рядов Фурье.

Таким образом, в конструктивном анализе дифференциальных уравнений в настоящее время особенно актуальны следующие направления:

1. Теория солитонов.
2. Глобальная теория задачи Коши для нормальных систем в частных производных.
3. Теория нелинейных колебаний.

Связь работы с крупными научными программами, темами. Исследования проводились в рамках государственных программ фундаментальных исследований НАН Беларуси „Дифференциал“ (1975–1980), „Дифференциал“ (1980–1985), „Дифференциал – 3.12“ (1985–1988), „Диф-

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

3

ференциал — 3.17“ (1988–1991), „Мат. структуры — 10“ (1991–1995), „Мат. структуры — 15“ (1995–2001), „Мат. структуры — 15“ (2001–2002), „Мат. структуры — 23“ (2001–2002), „Кварк — 02“ (1996–2000), проектов Фонда фундаментальных исследований Республики Беларусь:

- 1) Разработка конструктивных методов анализа сложных колебательных систем (договор № Ф58–414 от 03.02.92);
- 2) Комплексное исследование нелинейных периодических систем дифференциальных уравнений (проект № Ф95–326 от 01.02.1996);
- 3) Развитие теории оптических солитонов для общих систем нелинейных связанных уравнений Шредингера второго порядка (договор № Ф00–054 от 01.04.2001);

тем министерства образования республики Беларусь:

- 1) Разработка конструктивных методов анализа периодических систем дифференциальных уравнений (договор № ГР19971193, ГБ–9704, 1997–1998);
- 2) Динамические системы. Конструктивные методы анализа нестационарных систем (Республиканская межвузовская программа фундаментальных и поисковых исследований, 1999–2005).

Цель и задачи исследования. Теория распространения возмущений в сплошных средах на основе разработки конструктивных методов построения глобальных решений нелинейных уравнений в частных производных. Построение солитонных (в широком смысле) решений нелинейных уравнений математической физики. Доказательство глобального варианта нелинейной теоремы Коппи–Ковалевской. Построение периодических (многопериодических) решений нелинейных гиперболических систем в частных производных.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются нелинейные уравнения в частных производных.

Методология и методы проведенного исследования. Для исследования применялись метод последовательных приближений, метод мажорант, принцип неподвижной точки, принцип Канторовича, метод характеристик, метод регуляризации, метод неопределенных коэффициентов, основная теорема алгебры, методы функционального анализа.

Научная новизна и значимость полученных результатов. Разработан прямой метод исследования солитонных решений нелинейных уравнений математической физики, основанный на построении и анализе соответствующей системы нелинейных дисперсионных уравнений. Получены необходимые и достаточные условия существования солитонных решений систем связанных НУШ произвольного порядка. Найдено максимально возможное число солитонов для этих систем в невырожденных случаях. Проведен математический анализ МОЗР и МХ. Показано, что эти методы носят достаточный характер. Дана формули-

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

4

ровка математического принципа построения волновых решений многомерных уравнений нелинейной физики. Показана принципиальная возможность распространения теории одномерных солитонов на многомерные солитонные уравнения в случае плоских волн. Построены многомерные плоские решения солитонного типа для уравнений Захарова-Кузнецова, Шредингера, *sine-Gordon*, Ландау-Гинзбурга, обобщенного уравнения КДФ, Буссинеска, Кадомцева-Петвиашвили. Дано обобщение метода плоских многомерных волн на случай нелинейных волновых уравнений, коэффициенты которых явно зависят от пространственных переменных. Развита метод построения многомерных плоских рациональных решений на основе соответствующих систем дисперсионных уравнений. Эти решения построены для многомерных уравнений Шредингера, КДФ, Буссинеска, Кадомцева-Петвиашвили, а также уравнений несолитонного типа Клейна-Гордона, Перегрин-Бенжамена-Бона-Махони, Фишера. Предложен метод построения существенно нелинейных уравнений в частных производных, для которых существуют точные решения солитонного типа. Для квазилинейных систем в частных производных первого порядка доказан глобальный вариант классической теоремы Коши-Ковалевской. Разработан метод построения эффективных мажорантных систем в частных производных. Получены коэффициентные оценки глобальных решений задачи Коши для нормальных систем в частных производных. На основе метода мажорант разработана схема построения инвариантного банахова пространства для систем в частных производных типа Федорова-Риккати, в котором применим принцип неподвижной точки Банаха-Каччиопполи и принцип Канторовича. Получены необходимые и достаточные условия разрешимости классической периодической задачи Дирихле для волновой системы уравнений второго порядка в частных производных в случае полного резонанса. На их основе изучены периодические решения нелинейных волновых и телеграфных уравнений. Для нелинейных волновых систем уравнений в частных производных второго порядка разработаны методы построения периодических решений в полосе и двоякопериодических решений. Для нелинейных гиперболических систем в частных производных первого порядка разработан метод построения многопериодических решений.

Практическая значимость полученных результатов. Полученные результаты могут быть использованы для создания эффективных волоконно-оптических линий связи и логических устройств на солитонах, в теории управления системами с распределенными параметрами, при исследовании математических моделей из физики, химии, биологии, экологии, техники и т.д.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Прямой метод исследования солитонных решений нелинейных

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

5

уравнений математической физики, основанный на построении и анализе соответствующей системы нелинейных дисперсионных уравнений. Необходимые и достаточные условия существования солитонных решений систем связанных НУШ произвольного порядка. Оценка максимального числа солитонов для этих систем в невырожденных случаях.

2. Математический принцип построения волновых решений многомерных уравнений нелинейной физики. Метод построения многомерных плоских рациональных решений на основе соответствующих систем дисперсионных уравнений.

3. Глобальный вариант теоремы Копи Ковалевской для квазилинейных систем в частных производных первого порядка. Метод построения эффективных мажорантных систем в частных производных. Оценки глобальных решений задачи Копи для нормальных систем в частных производных первого порядка. Схема построения инвариантного банахова пространства для систем в частных производных типа Федорова-Риккати.

4. Необходимые и достаточные условия разрешимости классической периодической задачи Дирихле для векторного волнового уравнения второго порядка в случае полного резонанса. Методы построения периодических решений в полосе и двоякопериодических решений нелинейных волновых систем. Метод построения многопериодических решений нелинейных гиперболических систем в частных производных первого порядка.

Личный вклад соискателя. Представленные на защиту результаты получены автором лично. При написании совместных работ В.Н. Лаптинскому принадлежит идея использования функциональных мажорантных уравнений, систем сравнения, метода регуляризации, разработанного им для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. П.П. Забрейко — усиление первоначальных результатов автора, относящихся к функциональному анализу, В.И. Кувшинову — обсуждение полученных результатов, Е.А. Ермолаеву — применение аппарата гиперкомплексных чисел для решения задач, сформулированных соискателем. В совместных публикациях с Елисеевко М.Н., Кенжсбаевым К.К., Путиным В.В. представлены результаты каждого в отдельности. Содержание совместных работ, относящееся к защищаемым положениям, принадлежит лично соискателю.

Апробация результатов диссертации. Результаты диссертации докладывались на ряде научных конференций, в том числе на: V республиканской конференции математиков Белоруссии (Гродно, 1980); IV конференции по дифференциальным уравнениям и их применениям (Руссе, Болгария, 1989); VI конференции математиков Беларуси (Гродно, 1992); международной математической конференции, посвященной 200-

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

летию со дня рождения Н.И. Лобачевского (Минск, 1992); межгосударственной научной конференции „Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация“ (Минск, 1993); научно-методической конференции, посвященной 25-летию факультета прикладной математики и информатики БГУ (Минск, 1995); вторых республиканских научных чтениях по ОДУ-ям, посвященных 75-летию Ю.С. Богданова (Минск, 1995); VII белорусской математической конференции (Минск, 1996); международной математической конференции „Еругилские чтения — IV“ (Витебск, 1997); международной математической конференции „Еругинские чтения — V“ (Могилев, 1998); International Conference „Dynamical systems: stability, control, optimization“ (Minsk, 1998); международной конференции „Математическое образование: современное состояние и перспективы“ (Могилев, 1999); международной конференции „Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений“, AMADE⁹⁹ (Минск, 1999); VIII белорусской математической конференции (Минск, 2000); международной конференции „Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений“, AMADE-2001 (Минск, 2001); the third international conference „Tools for mathematical modelling“ (Saint-Petersburg, 2001); на семинаре Ю.А. Дубинского по дифференциально-операторным уравнениям (Москва, 1982, 1988); на семинаре А.Б. Васильевой, В.Ф. Бутузова по теории сингулярных возмущений (Москва, 1983); на семинаре В.Я. Скоробогатько, Б.И. Пташника по теории дифференциальных уравнений и их применению (Львов, 1983); на семинаре А.И. Перова по нелинейным колебаниям (Воронеж, 1984); на семинаре П.Е. Соболевского по дифференциальным уравнениям (Воронеж, 1984); на семинаре В.В. Гороховика по геометрическим приближенным методам нелинейного анализа (Минск, 2001); на семинаре Дианова Е.М. по оптическим волокнам (Москва, 2001); и в течение ряда лет на семинаре по функциональному анализу в БГУ (руководители П.П. Забрейко, Я.В. Радыно).

Опубликованность результатов. Основные результаты диссертации опубликованы в 49 научных работах, из которых 34 статьи в научных журналах (1 — в международном журнале, 18 — без соавторов), 5 статей в сборниках научных трудов (3 — без соавторов), 1 статья в сборнике трудов научного семинара (1 — без соавторов), 5 препринтов (3 — без соавторов), 3 тезисов докладов на конференциях без соавторов (2 — за рубежом), одно учебное пособие (без соавторов). Общий объем опубликованных материалов — 449 страниц.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, шести глав, заключения и списка использованных источников. Полный объем диссертации составляет 214 страниц. Список использованных источников содержит 292 наименования.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

7

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава I. Обзор литературы и основные методы исследования

1.1 Проблемы построения солитонных решений нелинейных уравнений математической физики. В этом разделе проводится анализ результатов, полученных на основе МОЗР и МХ для модельного НУШ вида

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -2|u|^2 u \quad (1)$$

и предлагаются направления дальнейшего развития теории солитонов. В частности, из анализа функциональной формы N -солитонного решения уравнения (1) вытекает следующее утверждение.

Т е о р е м а 1.1.2 *N -солитонное решение уравнения (1) является дробно-рациональной функцией от соответствующих экспонент.*

Этот факт позволяет получить необходимые и достаточные условия существования N -солитонного решения прямой подстановкой его функциональной формы с неизвестными коэффициентами в уравнение (1). Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях экспонент получим систему дисперсионных уравнений (СДУ), которая и представляет собой необходимое и достаточное условие существования N -солитонного решения.

Т е о р е м а 1.1.3 *Для любого N -солитонного решения уравнения (1) существует соответствующая СДУ, которая представляет собой необходимое и достаточное условие его существования.*

Отметим, что проблема построения и анализа соответствующих СДУ требует высокоэффективных программ символьных вычислений на ЭВМ. Поэтому в диссертации рассмотрены только односолитонные и двухсолитонные решения уравнения (1).

Односолитонное решение уравнения (1) предлагается строить в виде многопараметрического семейства дробно-рациональных функций

$$u(t, x) = \frac{s \exp\{\alpha t + \beta x + h + i(kt + lx + \theta)\}}{r + A \exp\{2\alpha t + 2\beta x + 2h\}}, \quad (2)$$

которое содержит классическое представление свободного солитона, как частный случай. Анализ СДУ показывает, что представление (2) содержит шесть произвольных постоянных, причем параметры s , r , A несут информацию о взаимодействии солитона.

Математический анализ, проведенный для СДУ двухсолитонного решения дает еще четыре новых действительных постоянных к имеющимся восьми действительным постоянным, гарантированным МОЗР.

5) Доказан глобальный вариант классической теоремы Коши-Ковалевской для квазилинейных систем в частных производных первого порядка. Получены эффективные оценки глобальных решений задачи Коши для квазилинейных систем в частных производных. Построено инвариантное банахово пространство для систем в частных производных типа Федорова-Риккати [1, 2, 4, 6, 10, 12, 13, 17, 18, 22, 24, 34-37, 49].

6) Получены необходимые и достаточные условия разрешимости классической периодической задачи Дирихле для векторного волнового уравнения второго порядка в частных производных. Разработаны итерационные методы построения периодических решений нелинейных волновых и телеграфных уравнений [14, 31, 42].

7) Разработаны итерационные методы построения периодических решений в полосе и двоякопериодических решений для нелинейных волновых систем уравнений в частных производных второго порядка. Разработан итерационный метод построения многопериодических решений нелинейных гиперболических систем первого порядка [3, 5, 7-9, 11, 15, 16, 20, 41, 43-45].

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

33

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Жестков С.В. Об одном конструктивном алгоритме решения задачи Коши для линейных уравнений в частных производных первого порядка // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1980. – № 6. – С. 49-51.
2. Жестков С.В., Лалтинский В.Н. О некоторых оценках решения задачи Коши для систем линейных уравнений в частных производных // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1983. – № 4. – С. 105-107.
3. Жестков С.В. О построении многопериодических решений полулинейных гиперболических систем уравнений в частных производных с помощью характеристик // Дифференц. уравнения. – 1984. – Т. 20, № 9. – С. 1630-1632.
4. Жестков С.В., Лалтинский В.Н. Об оценках погрешности метода последовательных приближений в решении задачи Коши для линейных систем в частных производных // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1985. – № 1. – С. 115-118.
5. Жестков С.В. О двоякопериодических решениях нелинейных гиперболических систем в частных производных // Укр. мат. журнал. – 1987. – Т. 39, № 4. – С. 521-523.
6. Жестков С.В., Лалтинский В.Н. О некоторых оценках решения задачи Коши для общих нормальных систем в частных производных // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1988. – № 2. – С. 107-110.
7. Жестков С.В. О двоякопериодических решениях квазилинейных гиперболических систем в частных производных // Дифференц. уравнения. – 1988. – Т. 24, № 12. – С. 2164-2166.
8. Жестков С.В. О периодических решениях нелинейных гиперболических систем в полосе // Дифференц. уравнения. – 1989. – Т. 25, № 10. – С. 1806-1807.
9. Жестков С.В. О задаче Гурса с интегральными краевыми условиями // Укр. мат. журнал. – 1990. – Т. 42, № 1. – С. 132-135.
10. Жестков С.В. Об устойчивости по Ляпунову задачи Коши для линейных систем в частных производных // Дифференц. уравнения. – 1990. – Т. 26, № 4. – С. 706-709.
11. Жестков С.В. О существовании двоякопериодических решений нелинейных волновых систем // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1990. – № 3. – С. 25-30.
12. Жестков С.В. Об устойчивости задачи Коши для матричной системы уравнений в частных производных типа Ф.И. Федорова // Укр. мат. журнал. – 1991. – Т. 43, № 5. – С. 583-590.
13. Жестков С.В. Об экспоненциальной устойчивости задачи Коши для линейных систем в частных производных // Дифференц. уравнения.

- 1991. – Т. 27, № 6. – С. 1079-1081.
14. Жестков С.В. О коэффициентных условиях существования ω -периодических решений квазилинейных волновых систем // Дифференц. уравнения. – 1992. – Т. 28, № 5. – С. 843-847.
 15. Жестков С.В. О существовании ω -периодических решений квазилинейных волновых систем с n -пространственными переменными // Весті АНБ. Сер. фіз.-мат. наук. – 1994. – № 2. – С. 5-11.
 16. Жестков С.В. О свойстве конвергенции для линейных нормальных периодических систем в частных производных // Дифференц. уравнения. – 1994. – Т. 30, № 5. – С. 902-904.
 17. Жестков С.В., Кувшинов В.И. Об устойчивости задачи Коши для системы уравнений Федорова при импульсных воздействиях // Весті АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. наук. – 1994. – № 4. – С. 11-16.
 18. Жестков С.В. Об устойчивости задачи Коши для квазилинейных нормальных систем в частных производных // Дифференц. уравнения. – 1997. – Т. 33, № 4. – С. 558-559.
 19. Жестков С.В., Кувшинов В.И. Об одном замечании к теории многомерных волн // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. наук. – 1998. – № 1. – С. 76-78.
 20. Жестков С.В., Лаптинский В.Н. Существование и устойчивость периодических решений одного класса нелинейных волновых систем в частных производных // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. наук. – 1998. – № 2. – С. 5-10.
 21. Жестков С.В., Кувшинов В.И. Об одном варианте распространения метода Хироты на многомерный случай // Докл. НАН Беларусі. – 1998. – Т. 42, № 5. – С. 51-54.
 22. Жестков С.В., Забрейко П.П. Нелокальные теоремы о разрешимости задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Докл. НАН Беларусі. – 1999. – Т. 43, № 2. – С. 13-17.
 23. Жестков С.В., Кувшинов В.И. О существовании решений квазисолитонного типа для многомерных аналогов уравнения Ландау-Гинзбурга // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. наук. – 1999. – № 2. – С. 72-76.
 24. Жестков С.В. О коэффициентных оценках глобальных решений задачи Коши для полулинейных систем в частных производных // Дифференц. уравнения. – 1999. – Т. 35, № 7. – С. 1000-1002.
 25. Жестков С.В., Кувшинов В.И. О распространении метода Хироты на многомерное нелинейное уравнение Шредингера // Докл. НАН Беларусі. – 1999. – Т. 43, № 5. – С. 41-43.
 26. Жестков С.В., Кувшинов В.И. Об одном замечании к методу обратной задачи рассеяния // Докл. НАН Беларусі. – 1999. – Т. 43, № 6. – С. 48-52.

27. Zhestkov S.V., Kuvshinov V.I. Mathematical analysis and generalization of modern methods of constructing soliton solutions // *Nonlinear phenomena in complex systems*. – 2000. – V. 3, № 1. – P. 55-60.
28. Жестков С.В., Кувшинов В.И. О многомерном варианте метода Хироты для уравнения $\sin$ -Gordon // *Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук.* – 2000. – № 3. – С. 86-90.
29. Жестков С.В., Кувшинов В.И. Обобщение метода Хироты на системы связанных нелинейных уравнений Шредингера второго порядка // *Докл. НАН Беларусі.* – 2000. – Т. 44, № 5. – С. 51-55.
30. Жестков С.В. О построении точных решений многомерных нелинейных уравнений в частных производных современной математической физики // *Вестнік МДУ ім. А.А. Куляшова.* – 2000. – № 4 (7). – С. 66-76.
31. Жестков С.В. Об однозначной разрешимости двоякопериодической задачи для системы нелинейных телеграфных уравнений в частных производных // *Дифференц. уравнения.* – 2001. – Т. 37, № 2. – С. 223-227.
32. Жестков С.В. Об одном замечании к построению точных решений нелинейных уравнений механики и математической физики // *Вестнік МДУ ім. А.А. Куляшова.* – 2001. – № 2-3 (9). – С. 108-117.
33. Жестков С.В., Кувшинов В.И. Обобщение метода Хироты на системы связанных нелинейных уравнений Шредингера произвольного порядка // *Докл. НАН Беларусі.* – 2001. – Т. 45, № 2. – С. 47-50.
34. Жестков С.В., Забрейко П.П. Об обратной теореме к принципу неподвижной точки в теории задачи Коши для линейных нормальных систем в частных производных // *Докл. НАН Беларусі.* — 2001. — Т. 45, № 6. — С. 12-16.
35. Zhestkov S.V. About exponential stability of Cauchy problem for system of partial differential equations of F.I. Fedorov type with impulsive influences // *Proceedings of the second annual seminar „Nonlinear phenomena in complex systems“.* – Polatsk, 1993. – P. 23-31.
36. Жестков С.В., Забрейко П.П. О существовании глобальных решений задачи Коши для квазилинейных нормальных систем в частных производных // *Труды Ин-та математики НАН Беларусі.* – Минск, 1999. – Т. 3. – С. 66-70.
37. Жестков С.В., Забрейко П.П. Принципы Банаха–Каччиополли и Канторовича для задачи Коши в теории нелинейных систем с частными производными // *Труды Ин-та математики.* – Минск, 2000. – Т. 4. – С. 48-53.
38. Жестков С.В. Математический анализ современных методов построения солитонных решений и их обобщение // *Труды Ин-та математики.* – Минск, 2000. – Т. 6. – С. 93-95.

39. Жестков С.В. О развитии теории солитонов // Проблемы прикладной оптики: Сб. статей к 30-летию ИПО НАН Беларуси. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2000. – С. 290-324.
40. Жестков С.В. О новой форме темного солитона для нелинейного уравнения Шредингера // Труды Ин-та математики НАН Беларуси. – Минск, 2001. – Т. 10. – С. 50-52.
41. Жестков С.В. Конструктивные методы исследования некоторых задач математической физики. – Минск, 1983. – 20 с. – (Препринт / Ин-т физики АН БССР; № 313).
42. Жестков С.В. Итерационные методы решения периодических краевых задач для гиперболических уравнений в частных производных. – Минск, 1986. – 35 с. – (Препринт / Ин-т физики АН БССР; № 144).
43. Жестков С.В., Лалтинский В.Н. О двоякопериодических решениях характеристической задачи Трикоми. – Минск, 1987. – 45 с. – (Препринт / Ин-т физики АН БССР; № 488).
44. Жестков С.В., Лалтинский В.Н. Об одном подходе к исследованию периодических решений дифференциальных уравнений в частных производных с запаздыванием. – Минск, 1988. – 38 с. – (Препринт / Ин-т физики АН БССР; № 523).
45. Жестков С.В. Конструктивный анализ периодических решений одного класса функционально-дифференциальных волновых систем. – Минск, 1989. – 48 с. – (Препринт / Ин-т физики АН БССР; № 560).
46. Жестков С.В. Обобщение метода Хироты на системы связанных нелинейных уравнений Шредингера произвольного порядка // The Third International Conference „Differential Equations and Applications“: Book of Abstracts. Saint-Petersburg, June 12-17, 2000. – Saint-Petersburg, 2000. – С. 140.
47. Жестков С.В. К теории темных солитонов простейшей формы для нелинейных уравнений Шредингера // Международная мат. конференция „Еругинские чтения – VII“: Тезисы докл. Гродно, 28-30 мая, 2001. – Гродно, 2001. – С. 68-70.
48. Жестков С.В. О существовании $(l + 1)$ -мерного фундаментального темного солитона // The Third International Conference „Tools for mathematical modelling“: Book of Abstracts. Saint-Petersburg, June 18-23, 2001. – Saint-Petersburg, 2001. – С. 87.
49. Жестков С.В. Конструктивные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема Копли: Учебное пособие. – Могилев: Изд-во МГУ им. А.А. Кулешова, 1999. – 46 с.

жс-

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

37

РЕЗЮМЕ

Жестков Сергей Васильевич

„Развитие конструктивных методов построения глобальных решений нелинейных уравнений в частных производных“

Ключевые слова. Солитоны, метод Хироты, системы дисперсионных уравнений, теорема Коши Ковалевской, метод мажорант, глобальное решение, волновые системы.

Объекты исследования. Нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных.

Цель работы. Теория распространения возмущений в сплошных средах на основе разработки конструктивных методов построения глобальных решений нелинейных уравнений в частных производных. Построение солитонных решений для нелинейных уравнений современной математической физики. Доказательство глобального варианта нелинейной теоремы Коши–Ковалевской. Построение периодических решений нелинейных гиперболических систем в частных производных.

Методы исследования. В работе применяются методы современной математической физики, математического и функционального анализа, алгебры, теории дифференциальных уравнений.

Полученные результаты и их новизна. Развита прямая метод исследования солитонных решений нелинейных уравнений современной математической физики. Доказан глобальный вариант теоремы Коши–Ковалевской для квазилинейных систем в частных производных первого порядка. Разработана схема построения инвариантного банахова пространства для систем в частных производных типа Федорова–Риккати. Получены необходимые и достаточные условия разрешимости классической периодической задачи Дирихле для волновой системы в случае полного резонанса. Разработаны методы построения периодических решений нелинейных волновых систем в частных производных.

Рекомендации по использованию. Результаты диссертации могут быть использованы для решения проблемы солитонного менеджмента при создании эффективных волоконно-оптических линий связи.

Область применения. Теория солитонов, динамика жидкости, теория нелинейных колебаний.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

38

РЭЗІЮМЭ

Жэсткой Сяргей Васільевіч

„Развіццё канструктыўных метадаў будавання глабальных рашэнняў нелінейных ураўненняў у частковых вытворных“

Ключавыя словы. Салітоны, метады Хіроты, сістэмы дысперсійных ураўненняў, тэарэма Кашы–Кавалеўскай, метады мажаранта, глабальнае рашэнне, хвалявыя сістэмы.

Аб’екты даследавання. Нелінейныя дыферэнцыяльныя ураўнення ў частковых вытворных.

Мэта работы. Тэорыя распаўсюджвання алхіленняў у сучасных асяродках на аснове распаўсюдка канструктыўных метадаў будавання глабальных рашэнняў нелінейных ураўненняў у частковых вытворных. Будаванне салітонных рашэнняў для нелінейных ураўненняў сучаснай матэматычнай фізікі. Доказ глабальнага варыянта нелінейнай тэарэмы Кашы–Кавалеўскай. Будаванне пераходных рашэнняў нелінейных гіпербалічных сістэм у частковых вытворных.

Метады даследавання. У рабоце прымяняюцца метады сучаснай матэматычнай фізікі, матэматычнага і функцыянальнага аналізу, алгебры, тэорыі дыферэнцыяльных ураўненняў.

Атрыманыя вынікі і іх навізна. Развіты прамы метады даследавання салітонных рашэнняў нелінейных ураўненняў сучаснай матэматычнай фізікі. Даказан глабальны варыянт тэарэмы Кашы–Кавалеўскай для квазілінейных сістэм у частковых вытворных першага парадку. Распрацавана схема будавання інварыянтнай банахавай прасторы для сістэм у частковых вытворных тыпа Федарава–Рыкаліці. Атрыманы неабходныя і дастатковыя умовы вырашымасці класічнай пераходнай задачы Дірыхле для хвалявой сістэмы ў выпадку поўнага рэзананса. Распрацаваны метады будавання пераходных рашэнняў нелінейных хвалявых сістэм у частковых вытворных.

Рэкамендацыі па выкарыстанню. Вынікі дысертацыі могуць быць выкарыстаны для рашэння праблемы салітоннага менеджменту пры стварэнні эфектыўных валаконна-алічковых ліній сувязі.

Галіны прымянення. Тэорыя салітонаў, дынаміка жывасці, тэорыя нелінейных ваганняў.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

39

SUMMARY

Zhestkov Sergei Vasilievich

„The development of constructive methods building global solutions of nonlinear partial differential equations“

Key words: Solitons, Hirota's method, systems of dispersive equations, Cauchy-Kovalevskaya theorem, method of majorants, global solution, wave systems.

Objects of research. Nonlinear partial differential equations.

A purpose of work. Theory of perturbations spreading in solid mediums on the basis of working out the methods of building global solutions of nonlinear partial differential equations. Building of soliton solutions for nonlinear equations of modern mathematical physics. The proof of the global variant of nonlinear Cauchy-Kovalevskaya theorem. Building of periodic solutions of nonlinear hyperbolic partial differential systems.

Methods of research. The methods of modern mathematical physics, mathematical and functional analysis, algebra, theory of differential equations are used.

The obtained results and its novelty. The direct method of investigating the soliton solutions of nonlinear equations of modern mathematical physics is worked out. The global variant of Cauchy-Kovalevskaya theorem for quasilinear partial differential equations of first order is proved. The scheme of building the invariant Banach space for partial differential systems of Fedorov-Ricatti type is worked out. The necessary and sufficient conditions of solvability of classic periodic problem of Dirichle for wave system in the case of complete resonance are obtained. The methods of building periodic solutions of nonlinear partial differential systems are worked out.

Recommendations for use. Results of the dissertation could be used in solving the problem of soliton management while creating effective fibre-optical lines of communications.

Fields of application. Theory of solitons, dynamics of liquid, theory of nonlinear oscillations.