Белорусский государственный университет

УДК 517.988.8

УДК 519.63

Жадаева Наталья Григорьевна

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ АДДИТИВНЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

01.01.02 — дифференциальные уравнения
01.01.07 — вычислительная математика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Минск — 2002

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

НАУЧНЫЙ КОНСУЛЬТАНТ —

доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН **Самарский Александр Андреевич.** (Государственное научное учреждение "Институт математического моделироваия Российской академии наук ")

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

доктор физико-математических наук, профессор
Ляшко Анатолий Дмитриевич. (Казанский государственный университет, кафедра вычислительной математики);

доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси
Корзюк Виктор Иванович. (Белорусский государственны[illegible] [illegible]рситет.кафе[illegible]
ки);

док[illegible] атематичес[illegible]
корр[illegible] академии наук Литвы.
Сапа[illegible] [illegible]ефодий Пармснович. ([illegible] [illegible]титут математик[illegible] и [illegible]форматики Литовской Республики);

ОППОНИРУЮЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ –
Институт прикладной математики имени М.В.Келдыша РАН, г. Москва

Защита состоится *"14" февраля* 2003 г. в *10.00* на заседании совета по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном университет по адресу: 220050, Минск, пр. Скорины, 4(главный корпус), ауд. 206, телефон ученого секретаря совета: 226-55-41.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета

Автореферат разослан *10 января* 2003 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертацийД 02.01.07
доктор физ.-мат. наук, профессор А.А. Килбас

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. В стремлении создать детальную картину исследуемых процессов мы приходим к необходимости строить все более сложные математические модели, которые в свою очередь требуют универсального тонкого аппарата. Под сложностью задачи можно понимать, например, многомерность, нелинейность, наличие одновременно многих физических процессов в описании методами математического моделирования реальных насущных задач. Накопленный опыт решения простых (например одномерных) задач подготовил основу для формирования алгоритмов решения более сложных задач математической физики.

Работа посвящена разработке методов решения сложных задач математической физики. Это прежде всего связано с решением многомерных краевых задач для уравнений в частных производных. Разработка методов решения связана с методом расщепления. Изложение этих методов можно найти в известных монографиях Н.Н.Яненко, Р.Рихтмайера и К.Мортона, Марчука Г.И., Самарского А.А. и Гулина А.В., Самарского А.А. и Андреева В.Б., Самарского А.А. и Вабищевича П.Н. и др. Сущность методов расщепления состоит в редукции сложных задач к простейшим. Например, многомерная задача сводится к последовательности одномерных, легко решаемых на ЭВМ. Все эти методы можно отнести к аддитивным алгоритмам. Несмотря на многолетние исследования многих математиков в этой области (Писмана и Рэчфорда, Дугласа и Ганна, Р.Рихтмайера и К.Мортона, Яненко Н.Н., Самарского А.А., Марчука Г.И., Гулина А.В., В.И. Лебедева, Е.Г. Дьяконова, Андреева В.Б. и др.) остается много проблем связанных с построением и исследованием этих методов. Аддитивные методы, основанные на расщеплении исходной задачи на более простые, нашли широкое применение для разнообразных по своему характеру задач и способствовали развитию различных методов решения задач математической физики. Это прежде всего методы слабой аппроксимации, суммарной аппроксимации, методы стабилизирующей поправки и другие.

На ряду с широким практическим использованием указанных методов, интенсивно развиваются теоретические вопросы связанные с вопросом повышения точности, экономичности и расширением класса задач ,для которых они используются. Новое качество структуры параллельных ЭВМ требует построение новых математических методов решения сложных задач на параллельных вычислительных системах. В предлагаемой работе сделан важный шаг в вопросе построения аддитивных методов на основе метода расщепления. В частности, построены аддитивно — разностные схемы полной аппроксимации, которые имеют ряд преимуществ перед классическими алгоритмами расщепления. Актуальность решения многомерных задач математической физики не вызывает сомнения и поэтому, предложенные в работе методы существенно продвигают эту сложную и насущную проблему. Они дают возможность решать на современных ЭВМ многие до сих пор нерешаемые задачи математического моделирования с минимальными затратами ресурсов ЭВМ.

Несомненную актуальность работы дополняют детальные теоретические исследования всех предложенных методов. Детально исследуются вопросы корректности предложенных алгоритмов, их точность. Доказывается сходимость итерационных методов и указывается скорость их сходимости. Это потребовало разработки специальных подходов к исследованию аддитивных методов полной аппроксимации.

Актуальность работы заключается еще и в том, что возможности исследований в рамках предложенных методов весьма широки и неограничеваются примерами перечисленными в работе.

Связь работы с крупными научными программами, темами. Исследования проводились по темам, выполняемым отделом численных методов математической физики Института математики НАН Беларуси: тема Алгоритм-08 — "Разработка эффективных численных методов решения сложных задач математичской физики" (1996-2000 гг., номер гос. регистрации №19974682);

Цель и задачи исследования. Целью работы является построение аддитивных методов полной аппроксимации для решения сложных задач математической физики и на их основе построение эффективных алгоритмов метода расщепления с улучшенными свойствами. В частности, разработать аддитивные методы, которые снимают ограничения на количество разбиений в аддитивных методах, как это имеет место в классическом методе переменных направлений, а также не требуют коммутируемости операторов расщепления. Причем построить подобные алгоритмы для расщепления по пространственным переменным, декомпозиции по подобластям, расщеплению по физическим процессам. На примере многомерных нестационарных и стационарных задач математической физики указана практическая ценность предложенных методов. В работе приведено теоретическое обоснование предложенных методов, которое имеет принципиальную оригинальность и показывает практическую эффективность предложенных методов.

Объект и предмет исследования. В работе исследуются двухслойные операторные аддитивные методы полной аппроксимации с последовательной и параллельной реализацией. Предметом применения предложенных алгоритмов являются стационарные и нестационарные многомерные задачи математической физики, в том числе и нелинейные.

Методология и методы проведенного исследования. Исследования в работе проводятся на основе эволюционных уравнений первого порядка. Аддитивные алгоритмы строятся на базе этого уравнения с довольно произвольным аддитивным разбиением исходного оператора $A = \sum\limits_{\alpha=1}^{p} A_\alpha$. Алгоритмы строятся так, чтобы на количество операторов не было ограничений. На свойства операторов налагаются минимальные условия, которые позволяют существенно расширить класс прикладных задач, для которых применимы предложенные аддитивные методы полной аппроксимации. В частности, не требуется условие коммутируемости операторов расщепления. Надо сказать, что использование общей теории, для предложенных методов, оказывалось не всегда эффективным. Поэтому для предложенных алгоритмов, в работе построена своя теоретическая база, которая существенно учитывает их специфику.

Научная новизна и значимость полученных результатов. Результаты полученные в диссертации являются новыми. Предложены разностные схемы полной аппроксимации на основе аддитивного расщепления неотрицательного оператора исходной задачи на несколько аналогичных операторов при решении эволюционной задачи Коши. Построенные в работе экономичные методы являются безусловно устойчивыми при минимальных требованиях на операторы расщепления. Построенны аддитивные итерационные многокомпонентные методы для решения стационарных задач.

В этой связи в диссертации:

1. Построены и изучены двухслойные последовательные аддитивные экономичные разностные методы, которые не требуют ограниче-

ния на количество операторов расщепления и позволяют построить безытерационные эффективные алгоритмы для многомерных уравнений параболического типа.

2. Построены и изучены двухслойные аддитивные экономичные алгоритмы с параллельной независимой реализацией задач для каждой из компонент расщепления, которые применимы к построению экономичных методов для линейных и нелинейных параболических и гиперболических уравнений и систем.

3. Разработан и изучен широкий класс аддитивных итерационных многокомпонентных методов решения стационарных задач, которые проиллюстрированы на многокомпонентных эллиптических краевых задачах.

4. На основе аддитивных методов полной аппроксимации построены методы декомпозиции (расщепления по подобластям) для многомерных стационарных и нестационарных задач.

5. На примере задач механики сплошной среды (в частности уравнений Навье — Стокса) построены и изучены аддитивные методы расщепления по физическим процессам.

Практическая значимость полученных результатов. Результаты полученные в диссертации имеют как теоретическое, так и практическое значение. Отметим, что в работе предложены и исследованы новые типы и способы построения аддитивных экономичных методов. Основная цель работы расширить класс прикладных задач, для которых данный метод применим. Благодаря новым принципам конструирования алгоритмов решения аддитивных методов, этот вопрос в работе решен. И класс эффективно решаемых задач существенно расширен и снят ряд принципиальных ограничений для применения экономичных методов как последовательной, так и параллельной реализации. Практическая значимость работы иллюстрируется на многомерных задачах математической физики. в том числе нелинейных.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Построены безусловные аддитивные схемы многокомпонентного расщепления полной аппроксимации для решения нестационарных эволюционных уравнений. Построены и исследованы аддитивные

схемы последовательной и параллельной реализации, которые при наличие полной аппроксимации сохраняют основные свойства чисто неявной схемы. Это прежде всего свойства безусловной и асимптотической устойчивости, повышение точности и простота построения алгоритмов. Исследована устойчивость этих алгоритмов при минимальных требованиях на операторы аддитивного расщепления. В качестве примера приведены аддитивные алгоритмы для решения многомерных линейных и нелинейных параболических уравнений, в том числе со смешанными производными.

2. Предложены многокомпонентные аддитивные итерационные методы решения стационарных задач математической физики, которые интерпретируются как методы установления соответствующих нестационарных задач. Изучены аддитивные итерационные методы как последовательной, так и параллельной реализации. Доказана сходимость, предложенных итерационных алгоритмов, без требования коммутируемости операторов разбиения при многокомпонентном расщеплении. А также получены оценки их скорости сходимости. В случае коммутируемости пространственных операторов доказано, что скорость сходимости итерационных методов зависит лишь от нижней границы спектра операторов расщепления, а это улучшает результаты обычного метода переменных направлений при двухкомпонентном расщеплении. В качестве примеров приведены алгоритмы для эллиптических уравнений и систем, в том числе и со смешанными производными.

3. На основе многокомпонентных аддитивных методов расщепления полной аппроксимации разработаны методы декомпозиции (разбиения) расчетной области на ряд подобластей, что дало возможность разработать в рамках данного метода эффективные алгоритмы решения многомерных задач на современных параллельных компьютерах. Для нестационарных задач математической физики построены и изучены безытерационные варианты метода декомпозиции области на основе указанного метода. Для стационарных задач математической физики построены и изучены аналогичные итерационные методы в подобластях.

4. Многокомпонентные аддитивные схемы полной аппроксимации применены для построения алгоритмов расщепления по физиче-

ским процессам сложных задач математической физики. На примере линеаризированной и нелинейной задачи для уравнений Навье — Стокса в переменных " скорость - давление " построены многокомпонентные аддитивные методы расщепления и дано их обоснование.

Личный вклад соискателя. Результаты, изложенные в диссертации, получены в основном автором самостоятельно и опубликованы в работах [1 - 32]. В работах в соавторстве с А.А.Самарским и В.Н.Абрашиным, последним принадлежит постановка проблемы и обсуждение результатов. В работах написанных совместно с А.А.Егоровым, последнему принадлежит вычислительный эксперимент, а также алгоритмы альтернирующего метода Шварца, которые в диссертацию не включены. Результаты работы совместной с В.М.Волковым также в диссертацию не включены, их можно рассматривать как пример иллюстрирующий общую теорию.

Апробация результатов диссертации. Результаты, включенные в диссертацию, докладывались на: международной конференции "Математическое моделирование и прикладная математика" (Москва - 1990 г.), международной конференции "Теория приближения и задачи вычисл.матем" (Днепропетровск - 1993 г.), международной конференции "Проблемы математики и информатики" (Гомель - 1994 г.), международной конференции "Теория сеточных методов для нелинейных краевых задач" (Казань - 1998 г.), Second International Conference "Finite - difference metids: theory and application"(Minsk - 1998), международной конференции, посвященной 80 - летию со дня рождения академика РАН Самарского А.А. (Москва - 1999 г.), международной конференции "Еругинские чтения" (Гомель - 1999г.) YIII Белорусской математической конференции (Минск - 2000 г.).

Кроме того, результаты докладывались и обсуждались на семинарах академика РАН Самарского А.А. - Московский государственный университет; профессоров Ляшко А.Д.- Казанский государственный университет; Сапаговаса М.П. - институт математики и информатики АН Литвы. Я.В. Радыно - Белорусский государственный университет.

Опубликованность результатов. Результаты, изложенные а диссертации, опубликованы в 32 работах (22 - статьи в научных журналах, 5 - статьи в сборниках материалов научных конференций, 5 - тезисы докладов и выступлений на конференциях). Общее количество страниц опубликованных материалов - 225 с.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, пяти глав, заключения и списка использованных источников. Общий объем работы - 169 страниц. Список использованных источников состоит из 131 наименования. 1,5с. занимают 8 рисунков, 0,25 с. занимает таблица.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** речь идет об актуальности проблематики, близких к теме диссертации исследованиях, кратко характеризуется содержание диссертации. Основные положения и результаты работы изложим на примере задачи Коши для эволюционного уравнения первого порядка в гильбертовом пространстве H. Рассмотрим следующую задачу

$$\frac{du}{dt} + Au = f(t), \quad t > 0 \tag{1}$$

$$u(0) = u_0, \tag{2}$$

где $f(t)$, u_0 — заданные функции, $u(t)$ — искомая функция со значениями в гильбертовом пространстве H. Пусть A — линейный симметрический положительно определенный оператор определенный в H

$$(Au, u) \geq \alpha ||u||^2, \quad \forall u \in H. \quad \alpha > 0. \tag{3}$$

Вводим временную сетку $t_n = n\tau, \quad n = 0, 1, ..., \quad \tau > 0$. Пусть $y = y(t_n), \hat{y} = y(t_n + \tau)$. Обычно для решения (1), (2) используется разностная схема

$$\frac{\hat{y} - y}{\tau} + \sigma A\hat{y} + (1 - \sigma)Ay = f. \tag{4}$$

Как вычислительный алгоритм наиболее удобна явная разностная схема ($\sigma = 0$)

$$\frac{\hat{y} - y}{\tau} + Ay = f. \tag{5}$$

Как известно условие устойчивости явной разностной схемы накладывает существенное ограничение на выбор τ. Для схемы (5) это ограничение имеет вид $\tau \leq \frac{2}{||A||}$, что естественно требует ограниченности решения задач в подобластях с аналогичными свойствами. Изучены аналогичные итерационные методы для решения стационарных задач [3, 8, 9, 16, 23].

10. Предложены аддитивные методы расщепления по физическим процессам и по размерности, а также методы декомпозиции области, которые не нарушают естественных свойств исходной задачи. Для линеаризированного уравнения Навье-Стокса преложены безытерационные методы для нестационарных задач и итерационные-для стационарных задач. Изучены вопросы устойчивости предложенных методов и сходимости итерационных процессов [10, 11].

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах и сборниках

1. *Жадаева Н. Г.* Многокомпонентный вариант метода переменных направлений для эволюционных задач.I. // Дифференц. уравнения. -1992.- Т. 28, № 7. -С. 1218 — 1230.

2. *Волков В. М., Жадаева Н. Г.* Экономичные методы решения гиперболических систем I-ого порядка. // Дифференц. уравнения. -1991.- Т. 30, № 7.- С. 1187 — 1193.

3. *Жадаева Н. Г.* Об одном методе разбиения области в нестационарных задачах математической физики. // Дифференц. уравнения. -1995.- Т. 31, № 7.- С. 1217 — 1221.

4. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Многокомпонентный метод переменных напрвлений решения стационарных задач математической физики.I. // Дифференц. уравнения. -1996.- Т. 32, № 9.- С. 1212 — 1221.

5. *Жадаева Н. Г.* Многокомпонентный вариант метода переменных направлений для эволюционных задач.II. // Дифференц. уравнения. -1997.- Т. 33, № 7.- С. 999 — 1009.

6. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Многокомпонентный метод переменных напрвлений решения стационарных задач математической физики.II. // Дифференц. уравнения. -1997.- Т. 33, № 9.- С. 1211 — 1219.

7. *Жадаева Н. Г.* Многокомпонентный метода переменных направлений решения многомерных задач для эллиптических уравнений со смешанными производными. // Дифференц. уравнения.- 1998.- Т. 34, № 7.- С. 948 — 957.

8. *Жадаева Н. Г., Самарская Е. А.* Метод декомпозиции области решения сеточныхпараболических задач // Дифференц. уравнения. -1999.- Т. 35, № 2.- С. 225 — 231.

9. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Об одном методе композиции построения итерационных алгоритмов решения стационарных задач математической физики. // Дифференц. уравнения. -1999.-Т. 35, № 7.- С. 948 — 957.

10. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Аддитивные итерационные методы решения стационарных задач для уравнений Навье — Стокса. // Дифференц. уравнения. -1999.- Т. 35, № 11.- С. 1543 — 1552.

11. *Абрашин В. Н., Волков В. М., Егоров А. А., Жадаева Н. Г.* Об одном классе разностных методов решения уравнений Навье — Стокса. // Известия вузов. Матем. -1999.- № 1.- С. 3 — 11.

12. *Самарский А. А., Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Аддитивные итерационные методы решения задач математической физики. // Доклады РАН.- 2000.- Т. 373, № 6.- С. 734 — 736.

13. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* О скорости сходимости экономичных итерационных методов для стационарных задач математической физики. // Дифференц. уравнения. -2000.- Т. 36, № 11.- С. 1220 — 1229.

14. *Абрашин В. Н., Егоров А. А., Жадаева Н. Г.* Экономичные итерационные методы для конечно — элементных аппроксимаций стационарных задач. // Известия вузов. Матем.-2000. -№ 4.- С. 3 — 11.

15. *Абрашин В. Н., Егоров А. А., Жадаева Н. Г.* Экономичные итерационные алгоритмы решения стационарных задач математической физики. // Lietuvos matem. Rinkinys.- 2000.- Т.40, № 4.- С. 387 — 403.

16. *Егоров А. А., Жадаева Н. Г.* Схемы расщепления полной аппроксимации в методах декомпозиции области. // Матем. моделирование.- 2000.- Т. 12, № 2.- С. 35 — 45.

17. *Абрашин В. Н., Егоров А. А., Жадаева Н. Г.* О скорости сходимости аддитивных итерационных методов. // Дифференц. уравнения.- 2001.- Т. 37, № 7.- С. 867 — 879.

18. *Абрашин В. Н., Егоров А. А., Жадаева Н. Г.* Об одном классе аддитивных итерационных методов. // Дифференц. уравнения.- 2001.- Т. 37, № 12.- С. 1664 — 1673.

19. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Экономичные аддитивные разностные схемы для многомерных нелинейных нестационарных задач. // Дифференц. уравнения. -2002.- Т. 38. № 7.- С. 907 — 917.

20. *Жадаева Н. Г.* Об одном экономичном методе для многомерных уравнений движения и переноса. // Дифференц. уравнения.- 2002.- Т. 38, № 9.- С. 1257 — 1262.

21. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Об аддитивных итерационных методах и оценках их скорости сходимости. // Известия вузов. Матем.- 2002.- № 4.- С. 3 — 10.

22. *Abrashin V. N., Ciegis R., Pakeniene V., Zhadaeva N. G.* Stabilitu analysis of Seidel type multicomponent iterative method. // Mathematical modelling and analysis.- 2002.- V. 7, № 1.- C. 1-10.

Материалы

23. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Разностные схемы для задач математической физики в областях произвольной формы. // Дифференц. уравнения и их применение. - Вильнюс, 1988.- Вып.43 - С. 22 — 30.

24. *Абрашин В. Н., Жадаева Н. Г.* Многокомпонентный метод переменных направлений для решения нестационарных задач математической физики // Труды I Международной конф. "Математическое моделирование и прикладная математика". - Москва, 1990. - С. 22 — 30.

25. *Дзюба И. В., Жадаева Н. Г.* О решении задач матемаической физики многокомпонентным методом переменных направлений. // Дифференц. уравнения и их применение. - Вильнюс, 1991.- Вып.46 - С. 25 — 31.

26. *Abrashin V. N., Zhadaeva N. G.* Multikomponent Alternating Direction Method for Solving Problems ofMathematical Pysics // Second Internat. Conference." Finite-difference methods: theory and application." — Minsk, 1998. -V. 1. - P. 12- 26.

27. *Абрашин В. Н., Егоров А. А., Жадаева Н. Г., Самарская Е. А.* Итерационный многокомпонентный метод переменных направлений решения стационарных задач математической физики. // Труды института математики / НАН Беларуси. - 1999.- Т. 3.- С. 55 — 65.

Тезисы докладов

28. *Жадаева Н. Г.* Один вариант метода переменных направлений для уравнений параболического типа. // Тез. докл. Межд. мат. конф."Теория приближения и задачи вычисл.матем".- Днепропетровск, 1993. - С. 18 — 19.

29. *Жадаева Н. Г.* О распараллеливании вычислений при решении многомерных задач // Тез. докл. Межд. мат. конф., " Проблемы математики и информатики" В 2ч./ Гомельский гос. университет. - Гомель, 1994. - Ч. 2 - С. 48 - 49.

30. *Жадаева Н. Г.* О решении стационарных задач со смешанными производными многокомпонентным методом переменных направлений. // Теория сеточных методов для нелинейных краевых задач: Материалы Второго Всерос. семинара, Казань, 18-21 сент. 1998г. / Каз. гос. у-т. И-т мат. моделирования РАН. — Казань, 1998. - С. 28 - 30.

31. *Егоров А. А., Жадаева Н. Г.* Итерационные методы разделения переменных для стационарных задач математической физики // "Еругинские чтения VI": Тез. докл. Межд. мат. конф., Гомель. 1999 г. / Гомельский гос. университет. - Гомель, 1999. - Ч. 2. - С. 18 — 19.

32. *Самарский А. А., Жадаева Н. Г.* Экономичные итерационные методы решения стационарных задач математической физики. // 8 Белорусская матем. конференция. Тезисы докладов. - Минск, 2000. - Ч. 3. - С. 36.

РЕЗЮМЕ

Жадаева Наталья Григорьевна

Об одном классе аддитивных методов решения задач математической физики

Ключевые слова: задача Коши,аддитивные методы, устойчивость и асимптотические свойства,итерационные методы,стационарные и нестационарные задачи, декомпозиция области.

Объект исследования: дифференциальные уравнения в частных производных и их дискретные аппроксимации.

Цель работы: Целью работы является построение аддитивных методов полной аппроксимации для решения сложных задач математической физики и расширение класса прикладных задач,для которых данный метод применим.

Метод исследования: Используются общие подходы теории дифференциальных уравнений,а также разностных уравнений.Для предложенных алгоритмов,в работе построена своя теоретическая база, которая существенно учитывает их специфику.

Результаты и их новизна: построены и изучены двухслойные последовательные и параллельные аддитивные экономичные разностные методы,которые не требуют ограничения на количество операторов расщепления,их коммутируемости,и позволяют построить безытерационные эффективные алгоритмы для многомерных уравнений параболического типа. Разработан и изучен широкий класс аддитивных итерационных многокомпонентных методов решения стационарных задач,которые проиллюстрированы на многомерных эллиптических краевых задачах. На основе аддитивных методов полной аппроксимации построены методы декомпозиции(расщепления по подобластям)для многомерных стационарных и нестационарных задач. На примере задач механики сплошной среды(в частности уравнений Навье-Стокса) построены и изучены аддитивные методы расщепления по физическим процессам. Благодаря новым принципам конструирования алгоритмов решения аддитивных методов,существенно расширен класс эффективно решаемых задач.

Рекомендации по использованию:результаты можно использовать для построения эффективных алгоритмов решения задач механики сплошной среды,теории упругости и др.

РЭЗЮМЭ

Жадаева Наталля Рыгораўна

Аб адным класе адытыўных метада ўразвязання задач матэматычнай фізікі

Ключавыя словы: задача Кашы,адытыўныя метады, ўстойлівасць і асімптатычныя ўласцівасці, ітэрацыйныя метады,стацыянарныя і нестацыянарныя задачы, дэкампазіцыя абсягу.

Аб'ект даследавання: дыферэнцыяльныя ўраўненні з частковымі вытворнымі і іх дыскрэтныя апраксімацыі.

Мэта працы: пабудова адытыўных метадаўпоўнай апраксімацыі для развязання складаных задач матэматычнай фізікі,пашырэння класа задач, для якіх дадзены метад можна выкарыстоўваць.

Метад даследавання: агульныя падыходы тэорыі дыферэнцыяльных і рознасных раунанняў.Для прапанавальных алгарытмаўу працы пабудавана свая тэарэтычная база,якая істотна ўлічвае іх спецыфіку.

Вынікі і іх навізна: пабудаваны і вывучаны двухслойныя паслядоўныя і паралельныя адытыўныя эканамічныя рознасныя методы, якія не патрабуюць абмежавання на колькасць аператараўрасшчаплення,іх камутавальнасці і даюць магчымасць пабудаваць безытарацыйныя алгарытмы для мнагамерных раўнанняўпараболічнага тыпу.Распрацаваны і вывучаны шырокі клас адытыўных ітарацыйных многакампанентных метадаўразвязання стацыянарных задач.якія праілюстраваны на мнагамерных эліптычных краявых задачах.На падставе адытыўных метадаўпоўнай апраксімацыі пабудаваны метады дэкампазіцыі(расшчаплення па падабсягах) для мнагамерных стацыянарных і нестацыянарных задач.На прыкладзе задач механікі суцэльнага асяроддзя(у прыватнасці раўнанняўНаўе-Стокса)пабудаваны і вывучаны аддытыўныя метады расшчаплення па фізічных працэсах. Дзякуючы новым прынцыпам канструявання алгарытмаўразвязання аддытыўных метадаў,істотна пашыраны клас эфектыўных развязальных задач.

Рэкамендацыі па выкарыстанню: вынікі могуць быць выкарыстаны для пабудовы эфектыўных алгарытмаў рашэння задач механікі суцэльнага асяроддзя, тэорыі пругкасці і інш..

SUMMARY

Zhadaeva Natalja

On one class of additive methods of solving mathematical physics problems

Key words: Cauchy problem,additive methods,stability and asymptomatic properties,iteration problems,domain decomposition.

Subject of investigation: differential equations oin partial derivatives and theik discrete approximations.

Goal of the work: to develop additive methods of total approximation for solving complicated problems of mathematical physics and the extension of the class of appliend problems to which the given method can be appled.

Method of investigation: some general approaches of the theory of differential as well as difference equations are used.A theoretical basis, which takes into account the specific character of the proposed algorithms is constructed.

Results and there novelty: two-layer serial and parallel additive economical difference methods,requiring no restrictions on the number of splitting operators and their commutability are constructed and studied. These methods allow to construct noniterative algorithms for multidimensional equation of a parabolic type.A wirde class of additive iterative multicomponent methods of solving stationary problems,which are illustrated by multidimensional elliptic boundary-value problems,is developed and analyzed. on the basis of total approximation additive methods decomposition algorithms (subdomain splitting) for multidimensional stationary or nonstationary problems are constructed. Additive methods of splitting in physical processes are constructed and studied for the problems of continuous medium mechanich (in particular, Navier-Stokes equations). Due to new principles of constructing algorithms for solving additive methods the class of the problems is considerably extended.

Application areas: results can be used for constructing effective algorithms of solving continuous mechanics problems,elasticity theory problems and others.