

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Научное издание

**ЖИЗНЕВСКИЙ Павел Александрович**

## **КРАТНО КОМПОЗИЦИОННЫЕ ФОРМАЦИИ С ЗАДАННОЙ РЕШЕТКОЙ ПОДФОРМАЦИЙ**

Специальность 01.01.06 – математическая логика,  
алгебра и теория чисел

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать 17.11.2011. Формат 60 × 84 1/16.

Бумага офсетная. Ризография Усл. печ. л. 1,16.

Уч.-изд. л. 1,27. Тираж 60 экз. Заказ № 529.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Учреждение образования

«Гомельский государственный университет

имени Франциска Скорины»

ЛИ № 02330/0549481 от 14.05.2009.

Ул. Советская, 104, 246019, Гомель

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ»

УДК 512.542

**ЖИЗНЕВСКИЙ  
ПАВЕЛ АЛЕКСАНДРОВИЧ**

**КРАТНО КОМПОЗИЦИОННЫЕ ФОРМАЦИИ  
С ЗАДАННОЙ РЕШЕТКОЙ ПОДФОРМАЦИЙ**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 математическая логика,  
алгебра и теория чисел

Гомель, 2011

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Работа выполнена в учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Научный руководитель: **Сафонов Василий Григорьевич**, доктор физико-математических наук, профессор, начальник управления, Министерство образования Республики Беларусь, управление науки и инновационной деятельности

Официальные оппоненты: **Гальмак Александр Михайлович**, доктор физико-математических наук, доцент, доцент кафедры, учреждение образования «Могилевский государственный университет продовольствия», кафедра высшей математики

**Селькин Михаил Васильевич**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры, учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кафедра высшей математики

Оппонирующая организация — учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Защита состоится 23 декабря 2011 года в 11.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» по адресу: 246019, г. Гомель, ул. Советская, 104, ауд. 1-20, телефон ученого секретаря: +375 232 573 791, e-mail: SovetD021201@tut.by.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 библиотеки учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Автореферат разослан 22 ноября 2011 года

Ученый секретарь  
совета по защите диссертаций



Д.А. Ходанович

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

## КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В теории формаций конечных групп одним из интенсивно развивающихся направлений исследований является направление, связанное с классификацией и конструированием формаций. На пути решения задачи классификации формаций, наряду с идеями насыщенности<sup>1</sup>, разрешимой насыщенности<sup>2</sup>, частичной<sup>3</sup> и кратной насыщенности<sup>4</sup>, а также функторной замкнутости формаций<sup>5</sup>, широко используются подходы, основанные на методах и конструкциях общей теории решеток. Использование структурных методов исследования формаций позволяет классифицировать формации по заданным свойствам подрешеток или систем их подформаций. Наиболее интересные результаты исследования и классификации насыщенных, кратко насыщенных и функторно замкнутых формаций представлены в монографиях<sup>5,6</sup>.

На фоне интенсивного развития теории насыщенных формаций изучение разрешимо насыщенных (или, иначе, композиционных формаций) было затруднено вплоть до конца 90-х годов XX века. Только после выхода работы А.Н. Скибы и Л.А. Шеметкова<sup>7</sup>, в которой были представлены новый идейный материал и методы исследования кратко частично композиционных формаций, а также поставлен ряд открытых вопросов, началось активное изучение формаций такого вида. Необходимо отметить, что до выхода указанной работы<sup>7</sup> по теории композиционных формаций было опубликовано незначительное количество работ (отметим, например, <sup>5,8,9,10,11,12,13,14</sup>).

<sup>1</sup>Gaschutz, W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen // W. Gaschutz // Math. Z. - 1963. - Bd. 80, № 4. - S. 300-305.

<sup>2</sup>Шеметков, Л.А. Два направления в развитии теории непростых конечных групп // Л.А. Шеметков // Успехи мат. наук. - 1975. - Т. 30, № 2. - С. 179-198.

<sup>3</sup>Шеметков, Л.А. О произведении формаций // Л.А. Шеметков // Докл. АН БССР - 1984. - Т. 28, № 2. - С. 101-103.

<sup>4</sup>Скиба, А.Н. Характеризация конечных разрешимых групп заданной нильпотентной длины // А.Н. Скиба // Вопросы алгебры: межведомств. сб. / Мин.-во вып. и ср. спец. обр. БССР, Гомельский гос. ун-т; редкол. Л.А. Шеметков [и др.]. - Минск: Университетское, 1987. - Вып. 3. - С. 21-31.

<sup>5</sup>Скиба, А.Н. Алгебра формаций // А.Н. Скиба. - Мн.: Беларуская навука, 1997. - 240 с.

<sup>6</sup>Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем // Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. - М.: Наука, 1989.

<sup>7</sup>Скиба, А.Н. Кратко  $\mathcal{L}$ -композиционные формации конечных групп // А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский математический журнал. - Т. 52, № 6. - 2000. - С. 783-797.

<sup>8</sup>Шеметков, Л.А. Формации конечных групп // Л.А. Шеметков. - М.: Наука, 1978. - 267 с.

<sup>9</sup>Скиба, А.Н. О минимальном композиционном экране композиционной формации // А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Вопросы алгебры. - 1992. - Вып. 7. - С. 39-43.

<sup>10</sup>Shemetkov, L.A. Frattini extensions of finite groups and formations // L.A. Shemetkov // Comm. Algebra. - 1997. - V. 25, № 3. - P. 955-964.

<sup>11</sup>Ведерников, В.А. Композиционные наследственные критические формации // В.А. Ведерников, М.М. Сорокина // Вопросы алгебры. - 1997. - Вып. 11. - С. 59-64.

<sup>12</sup>Коптюх, Д.Г. Композиционные формации  $s$ -длины 2 // Д.Г. Коптюх; Брян. гос. пед. ун-т. - Брянск, 1998. - 13с. - Деп. в ВИНТИ 26.10.98, № 3099-B98 // РЖ: 13А. Математика. - 1999, 5A119. - С. 11.

<sup>13</sup>Близнец, И.В. О прямых разложениях композиционных формаций // И.В. Близнец, Н.Н. Воробьев // Вопросы алгебры. - 1998. - Вып. 12. - С. 106-112.

<sup>14</sup>Скиба, А.Н. О факторизациях композиционных формаций // А.Н. Скиба // Матем. заметки. - 1999. - Т. 65, № 3. - С. 389-395.

Идеи этого подхода реализованы в работе П.В. Воробьева, А.А. Царева и др. в исследованиях многих авторов. Так, исследованию частично композиционных формаций посвящены работы А.Б. Еловикова<sup>15</sup>, Ю.А. Скачковой<sup>16</sup>, В.А. Ведерникова и Д.Г. Коптюх<sup>17</sup>, Го Вэнь Биня и А.Н. Скибы<sup>18</sup>, И.В. Близнаца<sup>19</sup>, Го Вэнь Биня, В.М. Селькина и К.И. Шама<sup>20</sup> и др.

Исследование функторно замкнутых частично композиционных формаций проводилось в работах Л.И. Буякевич (Белоус)<sup>21</sup>, Л.И. Буякевич (Белоус), В.М. Селькина и А.Н. Скибы<sup>22</sup>, Л.И. Буякевич (Белоус) и В.М. Селькина<sup>23</sup>, М.В. Задорожник<sup>24</sup>, Н.Н. Воробьева и А.А. Царева<sup>25</sup> и др.

Значительный интерес отечественных и зарубежных алгебраистов к исследованиям по теории частично композиционных формаций, а также ряд открытых вопросов данной теории указывает на актуальность и перспективность выбранной темы исследований. Отметим, в частности, что открытыми до настоящего времени оставались следующие две задачи:

**Проблема 1.** (А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков<sup>7</sup>, проблема 5). *Описать такие  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционные формации  $\mathfrak{F}$ , для которых  $\mathfrak{F}/\omega_n\mathfrak{F} \cap \Omega$  является решеткой с дополнениями.*

**Проблема 2.** (А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков<sup>7</sup>, проблема 6). *Описать такие  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционные формации  $\mathfrak{F}$ , для которых длина решетки  $\mathfrak{F}/\omega_n\mathfrak{F} \cap \Omega$  не превосходит 2.*

Исследованию и классификации кратко частично композиционных формаций, имеющих заданные ограничения на решетки их подформаций, а также решению отмеченных выше проблем, и посвящена настоящая диссертация.

<sup>15</sup>Еловиков, А.Б. Кратно  $\Omega$ -композиционные формации групп / А.Б. Еловиков. - Брянск, 1999. - 20 с. (Препринт / Брянск. гос. пед. ун-т; № 3).

<sup>16</sup>Скачкова (Еловицова), Ю.А. О решетке всех  $n$ -кратно  $\Omega$ -композиционных формаций групп / Ю.А. Скачкова. - Брянск, 1999. - 15 с. - (Препринт / Брянск. гос. пед. ун-т; № 4).

<sup>17</sup>Ведерников, В.А. Наследственные критические  $\Omega$ -композиционные формации / Д.Г. Коптюх, В.А. Ведерников // Украинский математический журнал. 2001. - Т. 53, № 5. - С. 663-673.

<sup>18</sup>Вэнь Бинь, Го Два замечания о тождествах решеток  $\omega$ -локальных и  $\omega$ -композиционных формаций конечных групп / Го Вэнь Бинь, А.Н. Скиба // Известия ВУЗов. Матем. 2002. - № 5 (480). - С. 14-22.

<sup>19</sup>Близнац, И.В. Критические  $\omega$ -композиционные формации / И.В. Близнац // Весні НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2002. № 4. С. 115-117.

<sup>20</sup>Guo, Wenbin Factorization theory of 1-generated  $\omega$ -composition formations / Wenbin Guo, V.M.Sel'kin, K.P. Shum // Communications in Algebra. - 2007. - V. 35, № 9. - P. 2901-2931.

<sup>21</sup>Белоус (Буякевич), Л.И. О минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных не  $\mathfrak{H}$ -формациях / Л.И. Белоус // Веснік Палонкога гос. ун-та. Серія С. Фундаментальныя навук. 2006. - № 4. - С. 21-25.

<sup>22</sup>Белоус (Буякевич), Л.И. Об одном классе критических  $\omega$ -композиционных формаций / Л.И. Белоус, В.М. Селькин, А.Н. Скиба // Доклады НАН Беларуси. 2006. - Т. 50, № 6. - С. 36-40.

<sup>23</sup>Belous (Buyakevich), L.I. On minimal  $\omega$ -composition non- $\mathfrak{H}$ -formations / L.I. Belous, V.M. Sel'kin // Algebra and discrete mathematics. - 2006. - № 4. - P. 1-11.

<sup>24</sup>Задорожник, М.В. Элементы высоты  $\leq 3$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.06 / М.В. Задорожник; ГГУ им. Ф.Скорины. - Гомель, 2008. - 20 с.

<sup>25</sup>Воробьев, Н.Н. О модулярности решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций / Н.Н. Воробьев, А.А. Царев // Украинский математический журнал. 2010. - Т. 62, № 4. - С. 153-163.

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

## Связь работы с крупными научными программами, темами

Представленная работа выполнялась на кафедре алгебры и геометрии учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» в соответствии со следующими научными темами:

— «Развитие концепции факторной центральности и ее применение к анализу классов групп и других систем» учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины». Тема входила в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утвержденный решением президиума НАН Беларуси № 907 от 12 мая 2006 г. Государственная программа фундаментальных исследований «Исследование математических моделей и их применение к анализу систем, структур и процессов в природе и обществе» («Математические модели») (номер госрегистрации в БелИСА — 20061155), тема выполнялась в 2006-2010 гг.

— «Насыщенные классы конечных групп, конечномерных линейных алгебр, их алгебра и приложения» учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», отдельный проект Министерства образования Республики Беларусь (номер госрегистрации в БелИСА — 2008470), тема выполнялась в 2008-2010 гг.

— «Функторно замкнутые кратно частично композиционные формации с заданной булевой подрешеткой» учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», грант Министерства образования Республики Беларусь (номер госрегистрации в БелИСА — 20100502), тема выполнялась в 2010 г.

## Цель и задачи исследования

Целью диссертации является изучение строения  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций, имеющих заданное ограничение на структуру  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных подформаций. Для достижения этой цели в диссертации были поставлены и решены следующие задачи:

- установить индуктивность и модулярность решетки  $\mathcal{C}_{\omega_n}^{\tau}$  всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций;
- описать  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^{\tau}$ -критические формации, а также исследовать вопрос существования  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^{\tau}$ -критических подформаций в любой  $\tau$ -замкнутой  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционной формации  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$ , где  $\mathfrak{H}$  — непустая нильпотентная насыщенная формация;
- классифицировать  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционные формации нильпотентного  $\mathcal{C}_n^{\omega}$ -дефекта  $\leq 2$  (А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков<sup>7</sup>, проблема 6);

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

## *Статьи в научных журналах*

1-А. Жизневский, П.А. О модулярности и индуктивности решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций конечных групп / П.А. Жизневский // Известия Гомельского гос. ун-та. – 2010. – №1(58). – С. 185-191.

2-А. Жизневский, П.А. О критических частично композиционных формациях / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2010. – № 3. – С. 44-49.

3-А. Жизневский, П.А. О существовании критических формаций / П.А. Жизневский // Доклады Нац. акад. наук Беларуси. – 2011. – Т.55, № 1. – С. 27-30.

4-А. Жизневский, П.А. О  $c_{\omega_n}^{\tau}$ -приводимых формациях  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^{\tau}$ -дефекта  $\leq 2$  / П.А. Жизневский // Вестник Гродненского гос. ун-та им. Я. Куналы. Серия 1. – 2011. – № 3 (118). – С. 5-19.

5-А. Жизневский, П.А. О  $c_{\omega}$ -неприводимых формациях  $\mathfrak{H}_{\omega}$ -дефекта 2 / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Известия Гомельского гос. ун-та. – 2011. – №4 (67). – С. 49-54.

6-А. Жизневский, П.А. О  $c_n^{\omega}$ -неприводимых формациях  $\mathfrak{H}_n^{\omega}$ -дефекта 2 / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Вестн. Витебского гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. 2011. №4 (64). – С. 15-21.

7-А. Жизневский, П.А. О некоторых свойствах однопорожденных  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций / П.А. Жизневский // Вестник Белорусского гос. ун-та. Серия 1. – 2011. – № 2. – С. 71-75.

8-А. Zhiznevsky, P.A. On  $\tau$ -closed  $n$ -multiply  $\omega$ -composition formations with Boolean sublattices / P.A. Zhiznevsky // Algebra and Discrete Mathematics. – 2010. – V. 10, № 2. – pp. 118-127.

9-А. Жизневский, П.А. Элементы высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций / П.А. Жизневский // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 3 (8). – С. 61-68.

## *Препринты*

10-А. Жизневский, П.А. О решетке  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций конечных групп / П.А. Жизневский. Гомель, 2009. – 14 с. (Препринт / ГГУ им. Ф. Скорины; № 8).

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

11-А. Жизневский, П.А. О  $\mathfrak{H}_n^r$ -критических формациях конечных групп / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов. – Гомель, 2010. – 14 с. – (Препринт / ГГУ им. Ф. Скорины; № 2).

12-А. Жизневский, П.А. О  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формациях с булевой подрешеткой / П.А. Жизневский. – Гомель, 2010. – 26 с. – (Препринт / ГГУ им. Ф. Скорины; № 3).

## *Тезисы докладов конференций*

13-А. Жизневский, П.А. О  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формациях с нильпотентным дефектом 1 / П.А. Жизневский // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 16-18 марта 2009 г.: в 2 ч. / ГГУ им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко (гл. ред.) [и др.]. – Гомель, 2009. – Ч. 1. – С. 230–231.

14-А. Жизневский, П.А. О модулярности решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций конечных групп / П.А. Жизневский // материалы Юбилейной научно-практической конференции, посвященной 40-летию со дня реорганизации Гомельского госуниверситета им. Ф. Скорины, Гомель, 5 июня 2009 г.: в 4 ч. / ГГУ им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко (гл. ред.) [и др.]. – Гомель, 2009. – Ч. 4. – С. 205–207.

15-А. Жизневский, П.А. О  $\mathfrak{H}_n^r$ -критических формациях конечных групп / П.А. Жизневский, В.Г. Сафонов // Группы и их приложения: труды Междунар. алгебр. конф., посв. 80-летию со дня рождения А.И. Кострикина, Нальчик, 6–12 июня 2009 г. / Кабардино-Болкарский гос. ун-т; редкол.: А.Х. Журтов [и др.]. – Нальчик, 2009. – С. 51–53.

16-А. Жизневский, П.А. О существовании  $\mathfrak{H}_n^r$ -критических формаций конечных групп / П.А. Жизневский // Группы и их приложения: труды Междунар. алгебр. конф., посв. 80-летию со дня рождения А.И. Кострикина, Нальчик, 6–12 июня 2009 г. / Кабардино-Болкарский гос. ун-т; редкол.: А.Х. Журтов [и др.]. – Нальчик, 2009. – С. 53–55.

17-А. Жизневский, П.А. О  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формациях с  $\mathfrak{H}_n^r$ -дефектом 1 / П.А. Жизневский // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 15–17 марта 2010 г.: в 2 ч. / ГГУ им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко (гл. ред.) [и др.]. – Гомель, 2010. – Ч. 1. – С. 290–291.

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

18-А. Жизневский, П.А. О кратко частично композиционных формациях, имеющих заданную булеву подрешетку / П.А. Жизневский // Материалы Междунар. молодеж. науч. форума «ЛОМОНОСОВ-2010», Москва, 12-15 апреля, 2010. / Отв. ред. И.А. Алешковский, П.И. Костылев, А.И. Андреев, А.В. Андриянов. [Электронный ресурс] - М.: МАКС Пресс, 2010. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. ISBN 978-5-317-03197-8.

19-А. Жизневский, П.А. О свойствах непильпотентных однопорожденных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций / П.А. Жизневский // тезисы докладов Междунар. алгебр. конф., посв. 70-летию А.В. Яковлева. - Санкт-Петербург, 19-24 июня 2010 г. / Санкт-Петербургский гос. ун-т: под ред. А.И. Генералова. - СПб., 2010. - С. 33-35.

20-А. Жизневский, П.А. О свойствах однопорожденных  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций конечных групп / П.А. Жизневский // Группы и их приложения: труды VIII Междунар. школы-конференции по теории групп, Нальчик, 5-10 июля 2010 г. / Кабардино-Балкарский гос. ун-т; редкол.: А. Х. Журтов [и др.]. - Нальчик, 2010. - С. 73-75.

21-А. Жизневский, П.А. О  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формациях с заданной булевой подрешеткой / П.А. Жизневский // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XIV Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 21-23 марта 2011 г.: в 2 ч. / ГГУ им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко (гл. ред.) [и др.]. - Гомель, 2011. - Ч. 2. - С. 8-9.

22-А. Жизневский, П.А. О  $c_{\omega_n}^{\tau}$ -приводимых формациях  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^{\tau}$ -дефекта 2 / П.А. Жизневский // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам : материалы междунар. науч.-практ. интернет-конф., посв. 60-летию доктора физ.-мат. наук Н.Т. Воробьева, Витебск, 21-22 июня 2011 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: Л.А. Шеметков (гл. ред.) и [др.]. - Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2011. - С. 34-35.

23-А. Жизневский, П.А. Элементы высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных / П.А. Жизневский // АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ: Тезисы Междунар. конф. по алгебре и геометрии, посв. 80-летию со дня рождения А.И. Старостина, Екатеринбург, 22-27 августа 2011 г. - Екатеринбург: издательство «УМЦ-УПИ». - 2011. - С. 71-73.

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Р Э З Ю М Э

Жызнёўскі Павел Аляксандравіч

Кратна кампазіцыйныя фармацыі  
з заданай рашоткай падфармацыі

Ключавыя словы: канечная група, фармацыя, падгрупавы функтар,  $\tau$ -замкнёная  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйная фармацыя,  $\omega$ -кампазіцыйны спада-рожнік, крытычная фармацыя, дэфект фармацыі, рашотка фармацыі, індуктыўная рашотка, мадулярная рашотка, рашотка з дапаўненнямі, булева рашотка, вышыня фармацыі.

Дысертацыя прысвечана вывучэнню будовы  $\tau$ -замкнёных  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйных фармацыі канечных груп, якія маюць заданыя абмежаванні на структуру іх  $\tau$ -замкнёных  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйных падфармацыі. дзе  $\tau$  — такі падгрупавы функтар, што для любой групы  $G$  ўсе падгрупы, якія ўваходзяць у  $\tau(G)$ , субнармальны ў  $G$ .

Атрымана рашэнне дзвюх праблем А.М. Скібы і Л.А. Шамяткова 2000 г. аб апісанні такіх  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйных фармацыі  $\mathfrak{F}$ , для якіх даўжыня рашоткі  $\mathfrak{F}/\omega_n \mathfrak{F} \cap \mathfrak{M}$  не пераўзыходзіць 2 і аб апісанні такіх  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйных фармацыі  $\mathfrak{F}$ , для якіх  $\mathfrak{F}/\omega_n \mathfrak{F} \cap \mathfrak{M}$  з'яўляецца рашоткай з дапаўненнямі.

Устаноўлены індуктыўнасць і мадулярнасць рашоткі  $c_{\omega_n}^{\tau}$  ўсіх  $\tau$ -замкнёных  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйных фармацыі. Для адвольнай неустой пільпатэнтнай насычанай фармацыі  $\mathfrak{H}$  атрымана класіфікацыя  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^{\tau}$ -крытычных фармацыі, а таксама ўстаноўлена, што ў кожнай  $\tau$ -замкнёнай  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйнай фармацыі  $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$  утрымоўваецца прынамсі адна  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^{\tau}$ -крытычная падфармацыя. Атрымана класіфікацыя элементаў вышыні  $\leq 3$  рашоткі  $c_{\omega_n}^{\tau}$ , а таксама ўстаноўлена дыстрыбутыўнасць рашоткі  $\tau$ -замкнёных  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйных падфармацыі некаторай  $\tau$ -замкнёнай  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйнай фармацыі, якая з'яўляецца элементам вышыні 3 рашоткі  $c_{\omega_n}^{\tau}$ .

Усе асноўныя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі канечных груп і іх класаў, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

# ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Жизневский Павел Александрович

## Кратно композиционные формации с заданной решеткой подформаций

Ключевые слова: конечная группа, формация, подгрупповой функтор,  $\tau$ -замкнутая  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционная формация,  $\omega$ -композиционный спутник, критическая формация, дефект формации, решетка формаций, индуктивная решетка, модулярная решетка, решетка с дополнениями, булева решетка, высота формации.

Диссертация посвящена изучению строения  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций конечных групп, имеющих заданные ограничения на структуру их  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных подформаций, где  $\tau$  — такой подгрупповой функтор, что для любой группы  $G$  все подгруппы, входящие в  $\tau(G)$ , субнормальны в  $G$ .

Получено решение двух проблем А.Н. Скибы и Л.А. Шеметкова 2000 года об описании таких  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций  $\mathfrak{F}$ , для которых длина решетки  $\mathfrak{F}/\omega\mathfrak{F} \cap \mathfrak{M}$  не превосходит 2 и об описании таких  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций  $\mathfrak{F}$ , для которых  $\mathfrak{F}/\omega\mathfrak{F} \cap \mathfrak{M}$  является решеткой с дополнениями. Установлены индуктивность и модулярность решетки  $\mathcal{C}_{\omega_n}^\tau$  всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций. Для произвольной ненулевой нильпотентной насыщенной формации  $\mathfrak{H}$  получена классификация  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^\tau$ -критических формаций, а также установлено, что в каждой  $\tau$ -замкнутой  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционной формации  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$  содержится по крайней мере одна  $\mathfrak{H}_{\omega_n}^\tau$ -критическая подформация. Получена классификация элементов высоты  $\leq 3$  решетки  $\mathcal{C}_{\omega_n}^\tau$ , а также установлена дистрибутивность решетки  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных подформаций некоторой  $\tau$ -замкнутой  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционной формации, являющейся элементом высоты 3 решетки  $\mathcal{C}_{\omega_n}^\tau$ .

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории конечных групп и их классов, а также при чтении спецкурсов в университетах.