

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.44+517.51+517.968

ДУБРОВИНА ОЛЬГА ВИКТОРОВНА

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ПО КОНЕЧНОМУ
ПРОМЕЖУТКУ, ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И
ПРИЛОЖЕНИЯ**

01.01.01 — математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Минск, 2006

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в Белорусском государственном университете.

Научный руководитель — кандидат физико-математических наук,
доцент **Рогозин Сергей Васильевич**,
Белорусский государственный университет,
кафедра теории функций.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Ерофеенко Виктор Тихонович,
Белорусский государственный университет, кафедра
математической физики;

кандидат физико-математических наук, доцент
Василец Сергей Иванович,
Белорусский государственный педагогический универ-
ситет имени М. Танка, кафедра математики.

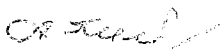
Оппонирующая организация: Учреждение образования “Гродненский
государственный университет имени Янки Купалы”.

Защита состоится 31 марта 2006 г. в 10:00 часов на заседании совета по за-
щите диссертаций Д 02.01.07 в Белорусском государственном университете
по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 5, юридический факультет,
ауд. 407, тел. ученого секретаря — 209-55-58.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского госу-
дарственного университета.

Автореферат разослан “28” февраля 2006 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций
профессор



А. А. Килбас

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации.

Диссертационная работа посвящена исследованию свойств одномерных интегральных операторов по конечному промежутку

$$(\mathbf{K}f)(x) = \int_a^b k(x, t)f(t)dt, \quad (1)$$

и их приложению к решению соответствующих линейных интегральных уравнений, а также развитию теории вейвлет-преобразований и применению последней к анализу сигналов медицинской природы.

Исследование интегральных операторов вида (1) восходит к работам классиков анализа Н.Абеля (N. Abel), Д. Гильберта (D. Hilbert), Т. Карлемана (T. Carleman), И. Фредгольма (I. Fredholm), Н. Винера (N. Wiener), Э. Хопфа (E. Hopf), Э. Шмидта (E. Schmidt), Ф. Трикоми (F. Tricomi), В. Вольтерра (V. Volterra) и др. Существенный вклад в развитие теории интегральных операторов и теории разрешимости соответствующих интегральных уравнений внесли С.Г. Михлин, Н.И. Мусхелишвили, Ф.Д. Гахов, М.Г. Крейн, З. Прёсдорф (S. Prössdorf), И.Ц. Гохберг, Н.Я. Крупник, М.А. Красносельский, П.П. Забрейко, Н. Данфорд (N. Danford), Дж. Шварц (J. Schwartz), Л. фон Вольферсдорф (L. von Wolfersdorf), Р. Горенфло (R. Gorenflo), С.Г. Самко, Н.К. Каралетянц, А.А. Килбас. В их работах в основном сформировались и продолжают достаточно интенсивно развиваться основные направления теории интегральных уравнений. Среди этих направлений следует выделить операторно-функциональное направление, в основе результатов которого лежит теория линейных операторов, а также общие теоремы линейного функционального анализа. Второе важное направление теории интегральных уравнений связано с разрешимостью и решением в замкнутой форме интегральных уравнений с конкретными типами ядер, что необходимо приводит к исследованию интегральных операторов с ядрами специального вида. Отдельное направление составляют исследования интегральных уравнений первого рода, основанные, в частности, на изучении свойств интегральных преобразований.

Постоянный интерес к развитию указанных направлений порожден, прежде всего, необходимостью изучения процессов или явлений в

естествознании, технике, экономике, медицине, при моделировании которых возникают новые типы интегральных операторов и уравнений. С этой точки зрения продолжение исследований интегральных операторов и соответствующих им уравнений является актуальным направлением.

Отметим конкретные задачи, исследуемые в диссертации. В работе дается развитие метода операторных тождеств, базовые идеи которого восходят к работам М. Г. Крейна. В последующем его исследования были продолжены Л. А. Сахновичем. Однако часть теоретических вопросов оставалась открытой вплоть до последнего времени, что говорит о необходимости продолжения исследований в данной области. В диссертационной работе изучаются свойства интегральных и дискретных вейвлет-преобразований и даются их приложения к анализу сигналов медицинской природы. Вейвлет-анализ как отдельное научное направление сформировался в середине 80-х годов XX столетия благодаря исследованиям А. Гроссмана (А. Grossman), Ж. Морле (J. Morlet), С. Малла (S. Mallat), И. Мейера (Y. Meyer), И. Добеши (I. Daubechies), В. Л. Рвачева, С. Б. Стечкина и др., базой для которых послужили работы А. Хаара (A. Haar), А. Зигмунда (A. Zygmund), Д. Габора (D. Gabor), А. Кальдерона (A. Calderon), И. И. Лузина, А. Н. Колмогорова. Математическая ветвь этой дисциплины представляет собой сплав результатов теории операторов, гармонического анализа, теории гильбертовых и банаховых пространств, дифференциальных уравнений, теории аппроксимации, линейной алгебры и т.д. В частности, интегральное вейвлет-преобразование

$$(W_{\psi}x)(a, b) = c_0(a) \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (2)$$

порожденное вейвлетами ψ с компактным носителем, по структуре аналогично интегральному оператору (1), хотя обладает некоторыми специфическими свойствами. Исследование подобных преобразований представляет собой очень важную задачу как с точки зрения развития вейвлет-теории, так и для более адекватного описания моделей и процессов, изучаемых с помощью вейвлет-преобразований.

Связь работы с крупными научными программами, темами.

Исследования проводились на кафедре теории функций Белорусского государственного университета в рамках программ

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Фонда Фундаментальных исследований Республики Беларусь Ф 00-205 "Нелинейные краевые задачи и нелинейные сингулярные интегральные уравнения и их приложения" (НИР БГУ № 325/29П, № госрегистрации 20012681), Ф 05-036 "Интегральные уравнения и краевые задачи для аналитических функций и их приложения в механике и медицине" (НИР БГУ № 375/25П, № госрегистрации 20051930), а также госбюджетных научных тем министерства образования Республики Беларусь "Методы действительного и комплексного анализа в теории интегральных и дифференциальных преобразований и их приложения" (НИР БГУ № 883/25, № госрегистрации 20011617), "Методы краевых задач и особых интегральных уравнений и их приложения" (НИР БГУ № 464/25, № госрегистрации 20041001), "Специальные задачи математической физики и теории обработки информации" (НИР ВНТУ ГБ 01-174), отраслевой научно-технической программы "Разработать программу пренатального прогнозирования, профилактики и лечения гипоксии плода" (НИР БелМАПО, № госрегистрации 20043906).

Цель и задачи исследования.

Целью диссертационного исследования является изучение условий действия и ограниченности операторов на конечном промежутке в различных функциональных пространствах, включая интегральные вейвлет-преобразования с компактным носителем, установление формул их обращения, описание процедуры дискретизации интегрального вейвлет-преобразования, построение алгоритма обработки сигналов конечной длины на основе применения дискретных вейвлет-преобразований, а также приложение этих результатов к разрешимости интегральных уравнений и анализу сигналов медицинской природы.

Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

- изучить условия действия интегральных операторов на конечном промежутке в пространствах Лебега, Гёльдера и весовых гёльдеровских пространствах;
- построить обратный оператор для интегрального оператора композиционного типа на конечном промежутке;
- установить условия разрешимости интегральных уравнений композиционного типа с разностным ядром; построить решение интегральных уравнений с операторами композиционного типа и с разностным ядром в различных функциональных пространствах;

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

4

– исследовать условия действия интегральных вейвлет-преобразований, в том числе порожденных вейвлетами с компактным носителем;

– построить алгоритм применения дискретных вейвлет-преобразований к исследованию сигналов конечной длины и использовать указанный алгоритм для обработки сигналов медицинской природы.

Объект и предмет исследования.

Объектами исследования являются интегральные операторы на конечном промежутке, в том числе интегральные вейвлет-преобразования, порожденные вейвлетами с компактным носителем.

Предметом исследования являются функциональные, композиционные свойства интегральных операторов по конечному промежутку, включая интегральные вейвлет-преобразования.

Методология и методы проведенного исследования.

В основе применяемой методологии лежат общие идеи теории операторов в функциональных пространствах, теории гильбертовых и банаховых пространств. Среди применяемых методов следует выделить

- метод операторных тождеств Крейна-Сахниовича;
- методы оценки интегральных операторов в банаховых пространствах;
- методы исследования операторов типа свертки;
- методы интегральных и дискретных вейвлет-преобразований;
- методы теории алгоритмов.

Научная новизна и значимость полученных результатов.

Научная новизна работы заключается в следующем:

– получены достаточные условия действия интегральных операторов по конечному промежутку;

– построен обратный оператор для оператора композиционного типа с разностным ядром;

– установлены достаточные условия разрешимости интегральных уравнений с операторами композиционного типа;

– получены условия действия интегрального вейвлет-преобразования в различных функциональных пространствах, доказана сходимост обратного вейвлет преобразования для функций, удовлетворяющих условию Дини;

– создан алгоритм обработки сигналов конечной длины на основе применения дискретных вейвлет-преобразований, разработана методика исследования сигналов медицинской природы.

Практическая (экономическая, социальная) значимость полученных результатов.

Основные положения диссертации носят теоретический характер. Полученные результаты могут быть применены при исследовании новых классов линейных и нелинейных интегральных уравнений, а также при изучении свойств интегральных вейвлет-преобразований и разработке методики проведения вейвлет-анализа при решении прикладных задач. Результаты могут быть использованы в научных исследованиях и при разработке новых специальных курсов для студентов математических и технических специальностей БГУ, БНТУ, ГрГУ, БрГТУ, БГУИР и при разработке материалов для курсового проектирования, в том числе для студентов технических специальностей.

В работе построен общий алгоритм применения дискретных вейвлет-преобразований для обработки сигналов конечной длины. Полученный алгоритм использован для анализа кардиотокограмм (КТГ) сердцебиения плода в утробе матери. По результатам исследования подготовлена и подана заявка № а 20040979 на изобретение "Способ определения хронического дистресс-состояния плода в антенатальном периоде". Заявка прошла предварительную экспертизу (уведомление от 27.12.04).

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Получение достаточных условий действия интегральных операторов по конечному промежутку.
2. Установление формул обращения интегрального оператора композиционного типа с разностным ядром.
3. Доказательство теорем об условиях действия интегральных вейвлет-преобразований, порожденных вейвлетами с компактным носителем.
4. Доказательство формулы обращения интегрального вейвлет-преобразования для функций, удовлетворяющих условиям Дини.
5. Построение алгоритма обработки сигналов конечной длины на основе применения дискретных вейвлет-преобразований.

Личный вклад соискателя.

Все изложенные в диссертации основные результаты получены соискателем самостоятельно.

Апробация результатов диссертации.

Основные результаты диссертации докладывались:

- на международной математической конференции AMADE-2001 (Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений) (Минск, 15–19 февраля 2001 г.);
- на международной математической конференции "Еругинские чтения-VIII" (Брест, 20–23 мая 2002 г.);
- на международной математической конференции "Еругинские чтения-IX" (Витебск, 20–23 мая 2003 г.);
- на международной математической конференции AMADE-2003 (Минск, 4–9 сентября 2003 г.);
- научно-технической конференции БНТУ (Минск, 21–23 мая 2004 г.);
- IX международной конференции математиков Беларуси (Гродно, 3–6 ноября 2004 г.);
- Минском городском семинаре по анализу и приложениям имени академика Ф. Д. Гахова (руководители — проф. Э. И. Зверович, проф. А. А. Килбас, доц. С. В. Rogozin);
- Третьей Международной научно-технической конференции "МЕДЭЛЕКТРОНИКА - 2004. Средства медицинской электроники и новые медицинские технологии" (Минск, 9–10 декабря 2004 г.);
- Четвертых Богдановских чтениях по обыкновенным дифференциальным уравнениям (Минск, 7–10 декабря 2005 г.).

Опубликованность результатов.

Основные результаты диссертации опубликованы в 14 научных работах. Среди них пять статей в рецензируемых научных журналах, три статьи в рецензируемых сборниках трудов научных конференций и шесть тезисов докладов на международных конференциях.

Десять работ опубликовано без соавторов. В работе [2] научному руководителю принадлежат постановки задач, а исследование интегральных операторов и соответствующих уравнений выполнено О. В. Дубровиной. В статье [4] соавторами (Е. Н. Зеленко, С. Л. Воскресенским и В. П. Кириленко) дан обзор медицинских исследований в указанной области, обзор математических методов принадлежит О. В. Дубровиной. Медико-статистический материал для работы [7] предоставлен Е. Н. Зеленко, ею также предложена медицинская интерпретация результатов, полученных О. В. Дубровиной. В статье [8] О. В. Дуб-

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

7

ровиной разработана методика исследования сигналов с помощью вейвлет-преобразований, а также соответствующий алгоритм обработки. Расчеты с применением пакета MatLab проведены А. А. Савичем.

Общее количество страниц опубликованных материалов — 40.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, списка использованных источников и двух приложений. Общий объем диссертации — 118 страниц, из которых 5 страниц занимают 7 рисунков. Список использованных источников состоит из 97 наименований на 9 страницах. Приложения занимают 11 страниц, на которых размещено 34 рисунка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Получены достаточные условия действия интегральных операторов по конечному промежутку, в том числе операторов с разностным ядром, действующих или в лебеговских пространствах или из лебеговских пространств в гёльдеровские [1, 11].

2. Установлены формулы обращения интегрального оператора композиционного типа с разностным ядром [2, 9, 10, 12, 13].
3. Доказаны теоремы об условиях действия в гёльдеровских и негёльдеровских пространствах интегральных вейвлет-преобразованных порожжденных вейвлетами с компактным носителем [4].
4. Доказана формула обращения интегрального вейвлет-преобразования для функций, удовлетворяющих условиям Дини [14].
5. Построен алгоритм обработки сигналов конечной длительности на основе применения дискретных вейвлет-преобразований и его приложение к исследованию амплитудно-частотных характеристик кардиотокограммы при оценке состояния плода [3, 5–8].

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ РАБОТ ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах:

1. Дубровина О. В. Об условиях действия в L_p оператора с разностным ядром на конечном промежутке // Труды института математики Белоруси. – 2001. – Т. 9. – С. 53–58.

2. Doubrovina O. V., Rogosin S. V. On Linear and Nonlinear Equations on Finite Intervals // Fractional Calculus and Applied Analysis. – 2002. – No. 4. – P. 461–478.

3. Зеленко Е. Н., Воскресенский С. Л., Кириленко Л. И., Дубровина О. В. Эволюция подходов к кардиотокографической оценке состояния плода // Медицинская панорама. – 2003. – № 9. – С. 12–17.

4. Дубровина О. В. Интегральное вейвлет-преобразование для функций с компактным носителем и его свойства // Труды института математики Белоруси. – 2004. – Т. 12. № 1. – С. 59–63.

5. Дубровина О. В., Савич А. А. Анализ сигналов на основе вейвлет-анализа с использованием пакета MatLab // Известия Белорусской инженерной академии. – 2005. – № 1(19)/1. – С. 133–136.

Статьи в материалах научных конференций:

6. Дубровина О. В. Об одном алгоритме использования вейвлетов при обработке медицинской информации // Материалы III республиканской конференции по проблемам информатизации здравоохранения.

научной конференции молодых ученых и студентов "Современные проблемы математики и вычислительной техники", Брест, 26-28 ноября 2003 г. – Брест, 2003. – с. 90–94.

7. Дубровина О. В. Исследование кардиотокограммы на основе методов вейвлет-анализа//Сборник трудов 2-й международной научно-техн. конф. БНТУ. – Мн., 2004. – т. 1. – С. 304–305.

8. Зеленко Е. Н., Дубровина О. В. Применение вейвлет-преобразования для анализа амплитудно-частотных характеристик сердечного ритма плода в прогнозе состояния новорожденного// Материалы III международной конференции "Медэлектроника-2004. Средства медицинской электроники и новые медицинские технологии". Минск, 9-10 декабря 2004 г., БГУИР. – Мн., 2004.– С. 242–245.

Тезисы докладов:

9. Дубровина О. В. Уравнения с разностными ядрами на конечных интервалах//AMADE-99: Тезисы докладов междунар. науч. конф., Минск, 14-18 сентября 1999 г. – Мн., 1999. – С. 80–81.

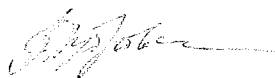
10. Dubrovina O. V. On Continuation by Parameter the Solution of a Nonlinear Sakhnovich Equation//AMADE-2001: Тезисы докладов междунар. науч. конф., Минск, 15-19 февраля 2001 г.– Мн., 2001. – С. 57.

11. Дубровина О. В. Об условиях действия оператора с разностным ядром из лебеговского пространства в гильбертовское// Еругинские чтения-VIII: Тезисы докладов междунар. матем. конф., Брест, 20-23 мая 2002 г. – Брест, 2002. – С. 53–54.

12. Дубровина О. В. О разрешимости некоторых классов интегральных уравнений первого рода на конечном промежутке//Еругинские чтения-IX: Тезисы докладов междунар. матем. конф., Витебск, 20-23 мая 2003 г.- Витебск, 2003. – С. 147-148.

13. Дубровина О. В. О решении интегрального уравнения с разностным ядром на конечном промежутке// IX Белорусская математическая конференция: Тезисы докладов междунар. конф. в 3-х частях, 3-6 ноября 2004 г., Гродно, часть 1. – Гродно, 2004. – С. 25-27.

14. Дубровина О. В. Об обращении интегрального вейвлет-преобразования // Четвертые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Тезисы докладов междунар. конф., Минск, 7-10 декабря 2005 г. – Мн., 2005. – С. 13–14.



РЕЗЮМЕ

Дубровина Ольга Викторовна

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ПО КОНЕЧНОМУ
ПРОМЕЖУТКУ, ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ИХ
ПРИЛОЖЕНИЯ**

Ключевые слова: интегральные операторы по конечному промежутку, разностное ядро, метод операторных тождеств, интегральные уравнения, интегральные вейвлет-преобразования, дискретные вейвлет-преобразования, вейвлет-анализ сигналов медицинской природы.

Объектами исследования являются интегральные операторы на конечном промежутке, в том числе интегральные вейвлет-преобразования, порожденные вейвлетами с компактным носителем. Предметом исследования являются функциональные, композиционные свойства интегральных операторов по конечному промежутку, включая интегральные вейвлет-преобразования. Целью исследования является изучение условий действия и ограниченности операторов по конечному промежутку в различных функциональных пространствах, включая интегральные вейвлет-преобразования с компактным носителем, установление формул их обращения, описание процедуры дискретизации интегрального вейвлет-преобразования, построение алгоритма применения дискретных вейвлет-преобразований к обработке сигналов конечной длины, а также приложение этих результатов к разрешимости интегральных уравнений и анализу сигналов медицинской природы.

В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

1. Установлены достаточные условия действия интегральных операторов по конечному промежутку в различных функциональных пространствах.
2. Получены формулы обращения интегрального оператора композиционного типа с разностным ядром.
3. Доказаны теоремы об условиях действия интегральных вейвлет-преобразований, порожденных вейвлетами с компактным носителем.
4. Доказана теорема о сходимости обратного интегрального вейвлет-преобразования для функций, удовлетворяющих условию Дини.
5. Построен алгоритм обработки сигналов конечной длины на основе применения дискретных вейвлет-преобразований.

РЭЗЮМЕ

Дубровіна Вольга Віктараўна

ІНТЭГРАЛЬНЫЯ АПЕРАТАРЫ ПА КАНЕЧНАМУ
ПРАМЕЖКУ, ВЭЙВЛЕТ-ПЕРАЎТВАРЭННІ І ІХ
ПРЫМЯНЕННІ

Ключавыя словы: інтэгральныя аператары па канечнаму прамежку, рознаснае ядро, метады аператарных тоеснасцяў, інтэгральныя раўнанні, інтэгральныя вэйвлет-пераўтварэнні, дыскрэтныя вэйвлет-пераўтварэнні, вэйвлет-аналіз сігналаў медыцынскай прыроды.

Аб'ектамі даследаванняў з'яўляюцца інтэгральныя аператары па канечнаму прамежку, у тым ліку інтэгральныя вэйвлет-пераўтварэнні, якія параджаюцца вэйвлетами з кампактным носьбітам. Прадметам даследавання з'яўляюцца функцыянальныя, кампазіцыйныя ўласцівасці інтэгральных аператараў па канечнаму прамежку, у тым ліку інтэгральных вэйвлет-пераўтварэнняў. Мэта работы — даследаванне ўмоў дзеяння і абмежаванасці аператараў па канечнаму прамежку ў розных функцыянальных прасторах, у тым ліку інтэгральных вэйвлет-пераўтварэнняў з кампактным носьбітам, устаноўка формул іх абарачэння, апісанне працэдуры дыскрэтызацыі інтэгральных вэйвлет-пераўтварэнняў, пабудаванне алгарытма прымянення дыскрэтных вэйвлет-пераўтварэнняў да апрацоўкі сігналаў канечнай даўжыні, а таксама прымяненне гэтых вынікаў да вырашальнасці інтэгральных раўнанняў і аналізу сігналаў медыцынскай прыроды.

У дысертацыі атрыманы наступныя асноўныя новыя вынікі:

1. Устаноўлены дастатковыя умовы дзеяння інтэгральных аператараў па канечнаму прамежку у розных функцыянальных прасторах.
2. Атрыманы формулы абарачэння інтэгральнага аператара кампазіцыйнага тыпу з рознасным ядром.
3. Даказаны тэарэмы аб умовах дзеяння інтэгральных вэйвлет-пераўтварэнняў, якія параджаны вэйвлетами з кампактным носьбітам.
4. Даказана тэарэма аб збежнасці адваротнага інтэгральнага вэйвлет-пераўтварэння для функцый, адпавядаючых умове Дзіні.
5. Пабудаваны алгарытм апрацоўкі сігналаў канечнай даўжыні на аснове прымянення дыскрэтных вэйвлет-пераўтварэнняў.

SUMMARY

Olga V. Doubrovina

INTEGRAL OPERATORS ON A FINITE INTERVAL,
WAVELET TRANSFORMS AND THEIR APPLICATIONS

Keywords: integral operators with compact support, difference kernel, method of operator identities, integral equations, integral wavelet transforms, discrete wavelet transforms, wavelet analysis of medical signals.

The objects of the investigation are integral operators on a finite interval including integral wavelet transforms generated by wavelets with compact support. The subjects of the investigation are functional and composition properties of integral operators on finite intervals including integral wavelet transforms. The aim of the thesis is the investigation of acting and boundedness conditions for the integral operators on finite interval in different functional spaces including integral wavelet transforms with compact support, establishing of their inverse formulae, discretization of the integral wavelet transforms, construction of an algorithm of the application of the discrete wavelet transform to processing of the signals with finite length as well as application of the obtained results to the solvability of integral equations and to the analysis of signals of medical nature.

The following main results have been obtained:

1. The sufficient acting conditions for integral operators on a finite interval in different functional spaces are established.
2. The inverse formulae of integral operator of composite type with difference kernel are obtained.
3. The theorems on acting conditions for integral wavelet transforms generated by wavelets with compact support are proved.
4. The theorem on the convergence of the inverse wavelet transform under Dini condition is proved.
5. The algorithm of processing of the signals with finite length based on the application of the discrete wavelet transforms is constructed.