

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 519.2

ДОВЖЕНОК
Татьяна Степановна

ИНВАРИАНТНОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
В СЕТЯХ С НЕТРАДИЦИОННЫМИ МЕХАНИЗМАМИ
ОБСЛУЖИВАНИЯ И МАРШРУТИЗАЦИИ

01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Минск – 2003

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в Гомельском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор **Малинковский Юрий Владимирович**, Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, кафедра математического анализа

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор **Дудин Александр Николаевич**, Белорусский государственный университет, НИЛ прикладного вероятностного анализа

кандидат физико-математических наук, доцент **Серебряна Валентина Серафимовна**, Гомельский государственный университет транспорта, кафедра прикладной математики

Оппонирующая организация: Томский государственный университет (Томск, Россия)

Защита состоится «23» мая 2003 г. в 10.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д.02.01.07 в Белорусском государственном университете по адресу: 220050, Республика Беларусь, г. Минск, пр. Ф.Скорины, 4 (главный корпус), ауд. 206, тел. ученого секретаря (017) 226-55-41

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета

Автореферат разослан «21» апреля 2003 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций
доктор физико-математических наук,
профессор



А.А.Килбас

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации.

Теория массового обслуживания предоставляет удобный язык для адекватного описания и анализа функционирования таких объектов, как сети ЭВМ, сети передачи данных, телекоммуникационные сети, получивших широкое распространение и развитие в последние годы. Существенный вклад в разработку теории сетей очередей внесли В.В.Анисимов, Г.П.Башарин, А.А.Боровков, П.П.Бочаров, Е.Геленбе, Дж.Джексон, Г.Л.Добрушин, В.А.Ивницкий, Ф.П.Келли, М.Я.Кельберт, Д.Кениг, Л.Клейнрок, Ю.В.Малинковский, Г.А.Медведев, В.Меламед, Р.Мюнц, П.К.Поллетт, Р.Ф.Серфозо, Ю.М.Сухов, П.Тейлор, А.Л.Толмачев, Д.Тоусли, Дж.Уолренд, Г.И.Фалин, Дж.Ховард, Х.Чао, К.Ченди, Р.Шасбергера, С.Ф.Яшков и многие другие.

Отправной точкой в исследовании сетей является нахождение стационарного распределения вероятностей состояний. Однако в большинстве работ исследование проводилось в предположении экспоненциальности времен обслуживания, хотя на практике распределение длительностей обслуживания зачастую отличается от показательного. Поэтому весьма актуальным представляется доказательство инвариантности (нечувствительности) стационарного распределения состояний сетей относительно функционального вида законов распределений времен обслуживания.

Другая важная задача в теории сетей очередей относится к поиску новых классов немультимпликативных сетей. Имеются лишь единичные результаты по этой тематике. И практически отсутствуют работы по нахождению стационарной меры для таких сетей, параметры которых зависят от состояния вектора, описывающего поведение сети. В свете вышеуказанного, изучение марковских сетей с зависящим от состояния сети инфинитезимальным оператором и нахождение стационарной меры в обобщенной форме произведения представляет значительный интерес.

Связь работы с крупными научными программами, темами.

Полученные в диссертации результаты использовались при работе над госбюджетной НИР ГБЦМ 20-10 "Исследование инвариантных мер многомерных марковских процессов", № госрегистрации 2000545, выполненной по плану Министерства образования РБ в 2001г.; госбюджетной НИР ГБЦМ 01-53-Ф "Методы исследования сетей массового обслуживания", № госрегистрации 20011312, выполненной по плану Министерства образования РБ в 2001-2002 гг.; госбюджетной НИР ГБЦМ 01-29 "Многомерные марковские цепи с непрерывным временем и модели массового обслуживания", № госрегистрации 2001692, выполненной по плану Министерства

образования РБ в 2001 г.

Цель и задачи исследования.

Основной целью работы является доказательство инвариантности стационарного распределения состояний широкого класса сетей относительно распределений длительностей обслуживания и представление нового класса немультимпликативных сетей, стационарная мера которых имеет обобщенную форму произведения.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- устанавливаются достаточные условия эргодичности;
- находится стационарное распределение вероятностей состояний в предположении экспоненциальности времен обслуживания;
- находится стационарное распределение вероятностей состояний в случае, когда длительности обслуживания заявок в узлах распределены произвольно с фиксированными средними значениями;
- для определенных классов сетей находятся условия, при которых стационарные вероятности представимы в обобщенной мультипликативной форме.

Объект и предмет исследования.

Исследуются сети массового обслуживания, относящиеся к одному из следующих классов: сети с отрицательными заявками и обходами, однородные и неоднородные сети с динамическими характеристиками, открытые и замкнутые марковские сети с формальным описанием узлов и инфинитезимальным оператором, зависящим от состояния сети. Изучается стационарное распределение указанных сетей.

Гипотеза.

Стационарное распределение открытых сетей с обходами и отрицательными заявками, однородных и неоднородных сетей с динамическими характеристиками не изменится при переходе от экспоненциального обслуживания к произвольному. Стационарное распределение открытых и замкнутых марковских сетей с формальным описанием узлов и инфинитезимальным оператором, зависящим от состояния сети, при некоторых ограничениях на параметры модели имеет обобщенную мультипликативную форму, множители которой определяются состоянием условно изолированных узлов.

Методология и методы проведенного исследования.

В работе использовались методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории марковских процессов, теории массового обслуживания. При исследовании стационарной меры применялся метод локального баланса, метод составления дифференциально-разностных уравнений (в случае немедленных дисциплин обслуживания).

Научная новизна и значимость полученных результатов.

Все результаты, приведенные в диссертации, являются новыми. Они обобщают некоторые результаты Э.Геленбе и Ю.В.Малинковского по сетям с отрицательными заявками, обходами и сетям с динамическими характеристиками, а именно:

1) Стационарная мера сетей с обходами и отрицательными заявками в предположении неэкспоненциальности времен обслуживания в заявкосохраняющих узлах при инверсионной дисциплине обслуживания и дисциплине справедливого разделения процессора имеет мультипликативную форму того же вида, как и в марковском случае.

2) Стационарное распределение однородных и неоднородных сетей с обходами и динамическими характеристиками, зависящими от вектора числа заявок в узлах, нечувствительно к законам распределения длительностей обслуживания при дисциплинах LCFS (сети с несколькими типами заявок) и EPS (сети с одним типом заявок).

3) Наряду с известными ограничениями применительно к сетям с динамическими характеристиками найдено дополнительное условие (обобщенная квазиобратимость условно изолированных узлов), позволившее перенести полученные ранее результаты на случай произвольных марковских сетей с зависящим от состояния сети инфинитезимальным оператором. Используемый при этом метод условной изоляции узла рассматривается впервые. Для стационарной меры вводится понятие обобщенной формы произведения, где каждый из множителей определяется состоянием соответствующего условно изолированного узла.

Результаты диссертации расширяют круг изученных неэкспоненциальных и немультимпликативных сетей массового обслуживания, функционирующих в стационарном режиме, и могут быть использованы в дальнейших теоретических исследованиях.

Практическая значимость полученных результатов.

Несмотря на то, что работа имеет теоретический характер, практическая значимость полученных результатов обусловлена самим объектом исследования. Сети массового обслуживания являются аналитическими моделями реальных сетей (информационно-вычислительных, телекоммуникационных и т.п.). Учет произвольности времен обслуживания и динамики характеристик в топологии сети делает модель более адекватной своему реальному прототипу, позволяя осуществлять успешный прогноз и оптимизацию как на этапе проектирования, так и при эксплуатации реального объекта. Теоретические результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы в учебном процессе БГУ, ГГУ, ГрГУ и других вузах.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Стационарные вероятности состояний открытых сетей с обходами и отрицательными заявками при дисциплинах обслуживания LCFS и EPS инвариантны относительно распределений длительностей обслуживания заявок в заявкосохраняющих узлах.

2. Стационарное распределение вероятностей состояний однородных и неоднородных сетей с обходами и динамическими характеристиками нечувствительно по отношению к закону распределения длительностей обслуживания заявок в узлах при дисциплинах обслуживания LCFS и EPS (однородные сети) и LCFS (неоднородные сети).

3. Стационарное распределение вероятностей состояний открытых и замкнутых марковских сетей с формальным описанием узлов и инфинитезимальным оператором, зависящим от состояния сети, при определенных ограничениях на параметры модели представимо в обобщенной мультипликативной форме.

Личный вклад соискателя.

Все результаты, приведенные в диссертации, получены автором самостоятельно. Роль научного руководителя Ю.В. Малинковского состояла в постановке некоторых задач, обсуждении и анализе результатов.

Апробация результатов диссертации.

Материалы диссертации докладывались на международной конференции "Современные математические методы исследования информационно-вычислительных сетей" (Минск, 2001), на IV Республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях" (Гомель, 2001), на I международной конференции "Информационные системы и технологии (IST'2002)" (Минск, 2002), на VI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях" (Гомель, 2003).

Опубликованность результатов.

Результаты диссертации опубликованы в 6 работах, из них 3 статьи в научных журналах, 3 статьи в сборниках материалов научных конференций. Общее количество страниц опубликованных материалов — 32.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, списка использованных источников. Общий объем диссертации составляет 92 страницы. Общее количество использованных источников равно 115.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В **первой** главе диссертации сделан обзор имеющихся в настоящее время работ по тематике диссертации, дана характеристика наиболее актуальных вопросов в направлении исследования и методов их решения.

Во **второй** главе рассматриваются открытые сети с обходами, отрицательными заявками и дисциплинами обслуживания LCFS и EPS. Предполагается, что распределения времен обслуживания имеют фиксированные средние значения. Для данных сетей устанавливаются достаточные условия эргодичности и находится стационарное распределение, инвариантное относительно распределений длительностей обслуживания в заявкосохраняющих узлах.

В **первом разделе** второй главы рассматривается открытая сеть массового обслуживания, состоящая из N однолинейных узлов. Назовем узлы с номерами $1, \dots, M$ узлами первого типа, а узлы с номерами $M+1, \dots, N$ — узлами второго типа. В сеть поступают два независимых простейших потока положительных и отрицательных заявок интенсивности λ^+ и λ^- соответственно, причем каждая заявка входного потока положительных заявок независимо от других заявок направляется в i -ый узел с вероятностью p_{0i}^+ ($i = \overline{1, N}$), а каждая заявка входного потока отрицательных заявок независимо от других направляется в узел i с вероятностью p_{0i}^- ($i = \overline{M+1, N}$). Положительная, или обычная, заявка, поступающая в i -ый узел первого типа, с вероятностью $f_i(n_i)$, где n_i — число заявок в i -ом узле, становится на прибор, а с вероятностью $1 - f_i(n_i)$ мгновенно обходит узел и ведет себя в дальнейшем как обслуженная. Вытесненная с прибора заявка вклинивается в начало очереди, сдвигая стоящие в ней заявки, и при возобновлении обслуживания дообслуживается оставшееся время. Поступающая в узел второго типа положительная заявка немедленно начинает обслуживаться в соответствии с дисциплиной LCFS. Отрицательная заявка, поступающая в i -ый узел второго типа, аннулирует заявку на приборе (если он занят) или теряется. После обслуживания в i -ом узле ($i = \overline{1, N}$) заявка с вероятностью p_{ij}^+ направляется в j -ый узел ($j = \overline{1, N}$) в качестве положительной, с вероятностью p_{ij}^- направляется в j -ый узел ($j = \overline{M+1, N}$) в качестве отрицательной заявки и с вероятностью p_{i0} покидает сеть.

Обслуживание в узлах второго типа предполагается экспоненциальным с постоянной интенсивностью μ_i для i -ого узла. Длительности обслуживания заявок в узлах первого типа не зависят от процесса поступления и друг от друга и имеют произвольную функцию распределения $B_i(n_i, t)$ с фиксированным средним значением $\mu_i^{-1}(n_i)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе проведено исследование стационарного распределения нескольких классов сетей массового обслуживания на предмет нечувствительности по отношению к распределениям времен обслуживания и предмет представимости в обобщенной мультипликативной форме.

Получены следующие основные результаты:

1. Для открытых сетей с обходами и отрицательными заявками при дисциплинах обслуживания LCFS и EPS стационарные вероятности состояний сетей инвариантны по отношению к закону распределения длительностей обслуживания заявок в заявкосохраняющих узлах [3,4,5].

2. Стационарное распределение открытых однородных и неоднородных сетей с обходами и динамическими характеристиками при определенных ограничениях на параметры модели и дисциплинах обслуживания LCFS (сети с несколькими типами заявок), EPS (сети с одним типом заявок) инвариантно относительно распределений длительностей обслуживания [2].

3. Стационарное распределение открытых и замкнутых марковских сетей с формальным описанием узлов и параметрами, зависящими от состояния сети, при определенных условиях имеет обобщенную мультипликативную форму [1]. Впервые рассматривается метод условной изоляции узла. При этом отмечена связь обобщенной квазиобратимости условно изолированных узлов с проблемой представления стационарных вероятностей в обобщенной форме произведения.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

Статьи

1. *Довженок Т.С.* Марковские сети массового обслуживания с динамическими параметрами // Известия Гомельского гос. унив. им. Ф.Скорины. — Гомель, 2002. — №6(15) — С. 161–163.
2. *Довженок Т.С.* Инвариантность стационарного распределения сетей с обходами и динамической маршрутизацией // Вестник ТГУ. — 2002. — №1(I). — С. 37–42.
3. *Довженок Т.С.* Инвариантность стационарного распределения сетей с обходами и отрицательными заявками // Автоматика и телемеханика. — 2002. — №9. — С. 97–110

Материалы конференций

4. *Довженок Т.С.* Инвариантность стационарного распределения сетей с обходами и отрицательными заявками // Массовое обслуживание. Поток, системы, сети: Материалы межд. конф. “Современные математические методы исследования телекоммуникационных сетей”, Минск, 23–25 января, 2001 г./ БГУ. — Минск, 2001. — Вып. 16. — С. 79–80.
5. *Довженок Т.С.* Сети с обходами, отрицательными заявками и дисциплиной справедливого распределения процессора // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы IV Респ. научной конф. студентов и аспирантов, Гомель, 19–22 марта 2001 г./ Гомельский гос. унив. им. Ф.Скорины. — Гомель, 2001. — С. 97–99.
6. *Довженок Т.С., Евдокимович В.Е.* Сети передачи данных с динамическими параметрами и несколькими типами сообщений // Информационные системы и технологии (IST, 2002): Материалы I межд. конф., Минск, 5–8 ноября, 2002 г. В II ч./ БГУ. — Минск, 2002. — Ч.1. — С. 329–332.

РЕЗЮМЕ

Довженок Татьяна Степановна

Инвариантность стационарного распределения в сетях с нетрадиционными механизмами обслуживания и маршрутизации

Ключевые слова: стационарное распределение, обход узлов заявками, инвариантность, условная изоляция узла, обобщенная квазиобратимость, обобщенная форма произведения.

Исследуются сети массового обслуживания с обходами и отрицательными заявками, произвольные марковские сети с зависящими от состояния сети динамическими характеристиками. Предмет исследования — стационарное распределение состояний. Цель работы — доказательство нечувствительности стационарных вероятностей состояний по отношению к распределениям времен обслуживания, а так же получение достаточных условий представления стационарной меры в обобщенной мультипликативной форме.

В работе впервые применен метод условной изоляции узла, дано определение обобщенной квазиобратимости условно изолированного узла и обобщенной формы произведения стационарных вероятностей.

Получены следующие новые результаты:

1. Стационарные вероятности состояний открытых сетей с обходами и отрицательными заявками инвариантны по отношению к распределениям времен обслуживания заявок в заявкосохраняющих узлах.

2. Стационарная мера открытых неоднородных сетей с динамическими характеристиками и состоянием, определяемым числом заявок в узлах, не зависит от распределения времен обслуживания.

3. Найдены достаточные условия, при которых стационарная мера произвольных открытых и замкнутых марковских сетей массового обслуживания с зависящими от состояния сети параметрами имеет обобщенную форму произведения.

Работа имеет теоретический характер. Полученные результаты можно использовать для анализа и оптимизации достаточно широкого класса реальных объектов таких, как сети ЭВМ, сети передачи данных, телекоммуникационные сети.

РЭЗЮМЭ

Даўжапок Таццяна Сцяпапаўна

**Інварыянтнасць стацыянарнага размеркавання сетак з
нетрадыцыйнымі механізмамі абслугоўвання і
маршрутызацыі**

Ключавыя словы: стацыянарнае размеркаванне, абход вузлоў заяўкамі, інварыянтнасць, умоўная ізаляцыя вузла, абагуленая квазіабарачальнасць, абагуленая форма здабытку.

Даследуюцца сеткі масавага абслугоўвання з абходамі і адмоўнымі заяўкамі, адвольныя маркаўскія сеткі з залежнымі ад стану дынамічнымі характарыстыкамі. Прадмет даследвання — стацыянарнае размеркаванне станаў. Мэта работы — вызначэнне інварыянтнасці стацыянарных імавернасцяў станаў адносна размеркавання часу абслугоўвання, а таксама атрымання дастатковых умоў, пры якіх стацыянарнае размеркаванне мае абагуленую форму здабытку.

У рабоце ўпершыню скарыстаны метады ўмоўнай ізаляцыі вузла, дадзена азначэнне абагуленай квазіабарачальнасці ўмоўна ізаляванага вузла і абагуленай формы здабытку стацыянарных імавернасцяў.

Атрыманы наступныя новыя вынікі:

1. Стацыянарныя імавернасці станаў адкрытых сетак з абходамі і адмоўнымі заяўкамі інварыянтны адносна размеркавання часу абслугоўвання ў заяўказахоўваючых вузлах.

2. Стацыянарнае размеркаванне адкрытых неаднародных сетак з дынамічнымі характарыстыкамі і станам, вызначаемым колькасцю заявак у вузлах, не залежыць ад размеркавання часу абслугоўвання.

3. Знойдзены дастатковыя ўмовы, пры якіх стацыянарнае размеркаванне адвольных адкрытых і замкнутых маркаўскіх сетак масавага абслугоўвання з характарыстыкамі, залежнымі ад стану сетак, мае абагуленую форму здабытку.

Работа мае тэарэтычны характар. Атрыманыя вынікі магчыма выкарыстаць для аналізу і аптымізацыі дастаткова шырокага класу рэальных аб'ектаў такіх, як сеткі ЭВМ, сеткі перадачы даных, тэлекамунацыйныя сеткі.

SUMMARY

Dovzhenok Tatsiana Stepanovna

**Insensitivity of the stationary distribution for the networks with
untraditional service and routing**

Keywords: stationary distribution, round of nodes by the customers, insensitivity, conditional isolation of the node, generalized quasi-reversibility, generalized product form.

Queueing networks with the rounds and negative customers, arbitrary Markov networks with dynamic characteristics, depending on their states, are researched. The subject of the research is the stationary state distribution. The purposes of the investigation are to prove an insensitivity of the stationary probabilities to service time distribution and to find the sufficient conditions the stationary distribution to have generalized product form.

A method of conditional isolation of the node is used, the definition of generalized product form for the stationary probabilities is given.

The following new results have been obtained:

1. The stationary state probabilities for open networks with the rounds and negative customers is insensitive to the service time distribution in the customer-served nodes.

2. The stationary distribution for open unhomogeneous networks with dynamic characteristics, defined by the number of customers in the nodes, independent on the service time distribution.

3. The sufficient conditions the stationary distribution for arbitrary open and closed Markov networks with dynamic characteristics, depending on their states, to have generalized product form are found.

The work has theoretical nature. The obtained results can be used for analysis and optimisation the wide class of real objects such as computer networks, data transmission networks, telecommunication networks.

Подписано в печать 18.04.2003. Формат 60×84 1/16.
Тираж 100 экз. Зак. № 498.

Белорусский государственный университет.
Лицензия ЛВ № 315 от 14.07.98.
220050, Минск, пр. Ф. Скорины, 4.

Отпечатано с готового оригинала-макета заказчика
в Республиканском унитарном предприятии
«Издательский центр Белорусского государственного университета»
Лицензия ЛП № 461 от 14.08.2001.
220030, Минск, ул. Красноармейская, 6.