

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 519.2

ДОЛГАЛЁВА

Марина Константиновна

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ
ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ДАННЫХ
НА ОСНОВЕ УСЛОВНО АВТОРЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и
математическая статистика

Минск, 2018

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Научная работа выполнена в Белорусском государственном университете.

Научный руководитель – **Харин Юрий Семенович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
член-корреспондент НАН Беларуси, директор
Учреждения БГУ “НИИ прикладных проблем
математики и информатики”.

Официальные
оппоненты: **Труш Николай Николаевич**,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры теории вероятностей и
математической статистики Белорусского
государственного университета;

Крук Юлия Сигизмундовна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры программного обеспечения
вычислительной техники и автоматизированных
систем Белорусского национального технического
университета.

Оппонирующая организация – Учреждение образования «Гродненский
государственный университет имени Янки
Купалы».

Защита состоится 20 декабря 2018 года в 10.00 на заседании совета по защите
диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном университете по
адресу: Минск, ул. Ленинградская, 8 (корпус юридического факультета), ауд.
407, тел. ученого секретаря: (017) 209-57-09.

Почтовый адрес: пр-т. Независимости 4, Минск, 220030.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке
Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан “ ” ноября 2018 года.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций Д 02.01.07
кандидат физ.-мат. наук доцент

Е.М. Радыно

ВВЕДЕНИЕ

В математической статистике большое внимание уделено исследованию временных рядов¹, описывающих динамику явлений во времени. На практике регистрируемые статистические данные часто содержат информацию об изменении реального явления не только во времени, но и в пространстве; такие данные возникают при решении прикладных задач в медицине, экологии, экономике, метеорологии и других областях. Поэтому построение вероятностных моделей, которые позволяют учитывать как зависимость по времени, так и зависимость по пространству, дает возможность адекватно описывать реальные данные и проводить статистический анализ, учитывая больше факторов, влияющих на явление. Статистический анализ пространственно-временных данных, которые возникают при мониторинге исследуемого явления на определенной географической территории, является новым актуальным научным направлением².

При моделировании и статистическом анализе пространственно-временных данных возникает ряд теоретических и вычислительных трудностей. В первую очередь они вызваны необходимостью обработки больших объемов данных. Учет пространственной и временной зависимости приводит к построению сложных моделей, для которых решение задач статистического анализа невозможно получить в явном виде, что требует реализации алгоритмов высокой вычислительной сложности. Также нелегкой задачей является идентификация моделей на основе пространственно-временных наблюдений. Поэтому для построения моделей, адекватно описывающих реальные статистические данные, требуются новые подходы, позволяющие моделировать совместно пространственно-временные эффекты.

При анализе пространственно-временных данных выделяются два варианта задания множества A возможных значений наблюдений $x_{s,t}$ в момент времени t в точке пространства s :

1) $A \subseteq \mathbf{R} = (-\infty, +\infty)$ – числовая прямая или числовой промежуток; этот случай наиболее разработан в теории временных рядов и случайных полей³;

2) A – дискретное множество (конечное или счетное); этот случай менее разработан в теории временных рядов и почти не исследован при анализе пространственно-временных данных. Важной теоретической основой для

¹ Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М.: "Мир", 1976. – 756 с.

² Handbook of Spatial Statistics / [edited by] A.E. Gelfand [et al.]. – Taylor and Francis Group, LLC, 2010. – 608 p.

³ Ferreira, M.A.R. Dynamic multiscale spatiotemporal models for Gaussian areal data / M.A.R. Ferreira, S.H. Holan, A.I. Bertolde // Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology). – 2011. – Vol. 73 (5). – P. 663-688.

разработки вероятностно-статистических моделей дискретных пространственно-временных данных являются исследования Харина Ю.С. по теории малопараметрических цепей Маркова высокого порядка⁴.

Таким образом, актуальной задачей является развитие вероятностно-статистического анализа моделей дискретных пространственно-временных данных.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами

Тема диссертации соответствует направлению фундаментальных и прикладных научных исследований “12.1. Физические и математические методы и их применение для решения актуальных проблем естествознания, техники, новых технологий, экономики и социальных наук”, определенному Перечнем приоритетных направлений научных исследований Республики Беларусь на 2011-2015 годы и 2016-2020 годы. Результаты диссертационного исследования использованы при выполнении в Белорусском государственном университете и в Учреждении БГУ “Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики” следующих научно-исследовательских работ.

1. Международный проект ISTC B-1910 “Epidemiological Analysis of Pediatric Cancer Based on Spatio-Temporal Clustering of Incidence and Mortality for Survival Improvement within the Long-Term Post-Chernobyl Period” (2011-2014 гг.) по программе Международного научно-технического центра (ISTC).

2. НИР “Разработка методов робастного статистического анализа случайных последовательностей и полей при наличии неоднородностей и цензурирования” ГПНИ “Конвергенция”, подпрограмма “Математические методы” (2011-2015 гг.), номер госрегистрации 20111047.

3. НИР “Разработка вероятностных моделей, методов и алгоритмов статистического анализа и прогнозирования дискретных временных рядов” ГПНИ “Конвергенция-2020”, подпрограмма “Методы математического моделирования сложных систем” (2016-2020 гг.), номер госрегистрации 20162616.

4. НИР “Робастные статистические выводы и их применение в компьютерных системах моделирования и анализа данных” (2011-2015 гг.), номер госрегистрации 20120355.

5. НИР “Разработка вероятностно-статистических моделей, методов и алгоритмов компьютерного анализа данных сложной структуры” (2016-2020 гг.), номер госрегистрации 20162503.

⁴ Kharin, Y. Robustness in Statistical Forecasting / Y. Kharin. – New York: Springer, 2013. – 350 p.

6. Грант БГУ 2012, НИР “Статистический анализ данных сложной структуры” (2012 г.).

7. Грант БГУ 2013, НИР “Малопараметрические вероятностно-статистические модели и их применения в задачах анализа данных” (2013 г.).

8. Грант Министерства образования Республики Беларусь 2014, НИР “Статистический анализ дискретных временных рядов и пространственно-временных данных” (2014 г.), номер госрегистрации 20140774.

9. Грант БГУ 2015, НИР “Статистический анализ дискретных временных рядов и случайных последовательностей” (2015 г.).

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является построение и вероятностно-статистический анализ условно авторегрессионных моделей дискретных пространственно-временных данных. Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие **основные задачи**.

Р1. Построить условно авторегрессионные модели дискретных пространственно-временных данных.

Р2. Исследовать вероятностные свойства построенных условно авторегрессионных моделей дискретных пространственно-временных данных.

Р3. Построить статистические оценки параметров условно авторегрессионных моделей на основе наблюдаемых дискретных пространственно-временных данных и исследовать состоятельность и асимптотическое распределение вероятностей построенных оценок.

Р4. Разработать решающие правила для статистической проверки гипотез о значениях параметров построенных условно авторегрессионных моделей на основе наблюдаемых дискретных пространственно-временных данных с заданным асимптотическим уровнем значимости, и исследовать мощность решающих правил.

Р5. Построить прогнозирующие статистики для условно авторегрессионных моделей дискретных пространственно-временных данных в случае известных и неизвестных параметров моделей и исследовать риск прогнозирования.

Р6. Провести компьютерные эксперименты на модельных и реальных данных.

Объектом исследования являются условно авторегрессионные модели дискретных пространственно-временных данных.

Предмет исследования – вероятностные характеристики построенных моделей, статистические оценки параметров моделей, решающие правила для статистической проверки гипотез, прогнозирующие статистики и риски прогнозирования.

Научная новизна

В диссертации развита теория вероятностно-статистического анализа моделей дискретных пространственно-временных данных: построены новые условно авторегрессионные модели дискретных пространственно-временных данных, для которых исследованы вероятностные свойства и построены статистические оценки параметров, решающие правила и прогнозирующие статистики.

Положения, выносимые на защиту

1. Впервые предложенные условно авторегрессионные модели дискретных пространственно-временных данных (Пуассоновская условно авторегрессионная модель и Биномиальная условно авторегрессионная модель) и исследованные вероятностные свойства построенных моделей.

2. Разработанные статистические оценки параметров условно авторегрессионных моделей дискретных пространственно-временных данных и условия состоятельности и асимптотической нормальности этих оценок.

3. Решающие правила с заданным асимптотическим уровнем значимости для статистической проверки гипотез о значениях параметров и асимптотическая оценка мощности решающих правил.

4. Построенные прогнозирующие статистики по критериям минимума среднеквадратического риска и минимума вероятности ошибки прогнозирования в случае известных и неизвестных параметров моделей.

Личный вклад соискателя

Основные результаты, приведенные в диссертации, получены автором самостоятельно. Научному руководителю в совместных работах принадлежат выбор направлений и методов исследования, предметные постановки задач, обсуждение результатов.

Апробация диссертации и информация об использовании её результатов

Основные результаты диссертации представлены и обсуждались на заседаниях Республиканского научного семинара кафедры математического моделирования и анализа данных БГУ и НИИ прикладных проблем математики и информатики “Математическое моделирование сложных систем, анализ данных и защита информации”, на 70-й и 71-й научных конференциях студентов и аспирантов БГУ (15-18 мая 2013 года и 18-21 мая 2014 года, Минск), Республиканской научной конференции студентов и аспирантов вузов Республики Беларусь (18 октября 2011 года, Минск), 11-й Белорусской математической конференции (5-9 ноября 2012 года, Минск), 3-й Международной научно-практической конференции “Современные информационные компьютерные технологии mcIT-2013” (22-25 апреля 2013 года, Гродно), 10-й и 11-й Международных конференциях “Computer Data

Analysis and Modeling” (10-14 сентября 2013 года и 6-10 сентября 2016 года, Минск), 14-й и 18-й Международных конференциях “Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития” (24-25 октября 2013 года и 19-20 октября 2017 года, Минск), Международном конгрессе по информатике “Информационные системы и технологии” (4-7 ноября 2013 года, Минск), 16-й Республиканской научно-практической конференции молодых ученых (16 мая 2014 года, Брест), 12-й Международной конференции “Pattern Recognition and Information Processing” (28-30 мая 2014 года, Минск), 6-м Международном семинаре “Data Analysis Methods for Software Systems” (4-6 декабря 2014 года, Друскининкай), Международной научной конференции “Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения” (23-26 февраля 2015 года, БГУ, Минск), 30-й Международной конференции “European Meeting of Statisticians” (6-10 июля 2015 года, Амстердам), 17-й Международной конференции “International Summer Conference on Probability and Statistics” (25 июня - 1 июля 2016 года, Поморье, Болгария), 8-й и 9-й Международных научно-практических конференциях студентов и аспирантов “Статистические методы анализа экономики и обществ” (16-19 мая 2017 года и 15-18 мая 2018 года, Москва).

Результаты диссертации внедрены в учебный процесс на кафедре математического моделирования и анализа данных БГУ и использованы для выполнения международного проекта в НИИ ППИМ БГУ (имеется 2 акта о внедрении).

Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 30 научных работах. Из них 7 статей в научных журналах в соответствии с пунктом 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (общим объемом 2.8 авторского листа), в том числе одна статья в зарубежном журнале с Impact Factor = 1.386. Кроме того, 3 статьи в сборниках научных трудов, из которых одна статья в сборнике научных статей “Экономика. Моделирование. Прогнозирование”, 14 статей в сборниках материалов научных конференций и 6 тезисов.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из перечня сокращений и условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, библиографического списка и приложений. Полный объем диссертации составляет 114 страниц, включая 17 рисунков на 6 страницах, 4 таблицы на 1 странице, 2 приложения на 6 страницах. Библиографический список содержит 96 наименований, включая собственные публикации соискателя ученой степени.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ**Статьи в научных изданиях в соответствии с пунктом 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь**

1. Харин, Ю. С. Пуассоновская условно авторегрессионная модель и ее оценивание на основе пространственно-временных данных / Ю. С. Харин, М. К. Журак (Долгалева) // Известия НАН Беларуси. Серия физ.-мат. наук. – 2013. – № 3. – С. 22–30.

2. Kharin, Yu. Statistical Analysis of Spatio-Temporal Data Based on Poisson Conditional Autoregressive Model / Yu. Kharin, M. Zhurak (Dauhaliouva) // Informatica. – 2015. – Vol. 26, № 1. – P. 67–87. (журнал с Impact-фактором = 1.386).

3. Харин, Ю.С. Биномиальная условно авторегрессионная модель пространственно-временных данных и ее вероятностно-статистический анализ / Ю. С. Харин, М. К. Журак (Долгалева) // Доклады НАН Беларуси. – 2015. – Т. 59, № 6. – С. 5-12.

4. Харин, Ю. С. Асимптотический анализ оценок максимального правдоподобия параметров биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных данных / Ю.С. Харин, М.К. Журак (Долгалева) // Известия НАН Беларуси. Серия физ.-мат. наук. – 2016. – № 1. – С. 36-45.

5. Журак (Долгалева), М. К. Статистическая проверка гипотез о значениях параметров биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных данных / М. К. Журак (Долгалева), Ю. С. Харин // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. – 2017. – № 1. – С. 16-22.

6. Kharin, Yu. Statistical forecasting based on binomial conditional autoregressive model of spatio-temporal data / Yu.S. Kharin, M.K. Zhurak (Dauhaliouva) // Pliska Studia Math. – 2017. – Vol. 27. – P. 23-36.

7. Долгалева, М. К. Асимптотический анализ статистических оценок параметров Биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных данных / М. К. Долгалева, Ю. С. Харин // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. – 2018. – № 2. – С. 47-57.

Статьи в сборниках научных трудов

8. Журак (Долгалева), М. К. Об оценивании параметров Пуассоновской условно авторегрессионной модели заболеваемости на основе пространственно-временных данных / М. К. Журак (Долгалева), Ю. С. Харин // Математическое и

компьютерное моделирование систем и процессов : сб. науч. ст. / ГрГУ им. Я. Купалы ; редкол.: М. А. Матылицкий (гл. ред.) [и др.]. – Гродно, 2013. – С. 298-303.

9. Харин, Ю. С. Об одном подходе к статистическому анализу и прогнозированию на основе пространственно-временных данных / Ю. С. Харин, М. К. Журак (Долгалева) // Экономика. Моделирование. Прогнозирование: сб. науч. тр. / НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь. – Минск, 2014. – Вып. 8. – С. 117-124.

10. Харин, Ю. С. Вероятностно-статистический анализ на основе Пуассоновской условно авторегрессионной модели / Ю. С. Харин, М. К. Журак (Долгалева) // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и их приложения: сборник научных статей / РИВШ; под редакцией Н. Н. Труша, Г. А. Медведева, Ю. С. Харина. – Минск, 2014. – С. 231-239.

Статьи в сборниках материалов научных конференций

11. Kharin, Yu. S. On statistical estimation of parameters for poisson conditional autoregressive model by space-time data / Yu. S. Kharin, M. K. Zhurak (Dauhaliova) // Computer Data Analysis and Modeling: Theoretical and Applied Stochastics : Proc. of the Tenth Intern. Conf., Minsk, Sept. 10–14, 2013: in 2 vol. / ed. board: Prof. Dr. S. Aivazian, Prof. Dr. P. Filzmoser, Prof. Dr. Yu. Kharin. – Minsk : Publ. center of BSU, 2013. – Vol. 2. – P. 44-47.

12. Журак (Долгалева), М. К. Статистическое оценивание параметров на основе пространственно-временных данных / М. К. Журак (Долгалева) // 70-я научная конференция студентов и аспирантов Белорус. гос. ун-та: сб. работ, Минск, 15–18 мая 2013 г. : в 3 ч. – Минск, 2013. – Ч. 1. – С. 179-183.

13. Харин, Ю.С. Пуассоновская условно авторегрессионная модель пространственно-временных данных / Ю.С. Харин, М.К. Журак (Долгалева) // Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития: материалы XVI Междунар. науч. конференции, Минск, 24–25 октября 2013 г.: в 3 т. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь; редкол.: А.В. Червяков [и др.]. – Минск, 2013. – Т. 3. – С. 241–243.

14. Журак (Долгалева), М.К. Об одном подходе к статистическому анализу пространственно-временных данных / М.К. Журак (Долгалева), Ю.С. Харин // Международный конгресс по информатике: информационные системы и технологии: материалы международного научного конгресса, Минск, 4-7 ноября, 2013 г. / отв. ред. С. В. Абламейко, В. В. Казаченок – Минск : Издательский центр БГУ, 2013. – С.47-51.

15. Журак (Долгалева), М.К. Прогнозирование на основе Пуассоновской условно авторегрессионной модели / М.К. Журак (Долгалева) // XVI Республиканская научно-практическая конференция молодых ученых : сб. материалов конференции, Брест, 16 мая 2014 г. – Брест, 2014. – С. 72-74.

16. Kharin, Yu. S. Statistical analysis of spatio-temporal data by Poisson conditional autoregressive model / Yu. S. Kharin, M. K. Zhurak (Dauhaliouva) // Pattern Recognition and Information Processing: proceedings of the 12th International Conference, Minsk, 28-30 may 2014 / UIP NASB ; ed. A. Tuzikov, V. Kovalev – Minsk, 2014. – P. 98-102.

17. Харин Ю. С. Биномиальная условно авторегрессионная модель пространственно-временных данных и ее применение / Ю. С. Харин, М. К. Журак (Долгалева) // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и их приложения: материалы Междунар. науч. конф., посвящ. 80-летию проф., д-ра физ.-мат. наук Г. А. Медведева, Минск, 23-26 февр. 2015 г. / РИВШ; редкол.: Н.Н. Труш [и др.] – Минск, 2015. – С. 348-354.

18. Журак (Долгалева), М.К. Авторегрессионные модели пространственно-временных данных и их применение / М.К. Журак (Долгалева) // Статистические методы анализа экономики и общества: труды 6-й Междунар. научно-практической конференции студентов и аспирантов, Москва, 12–15 мая 2015 г. / Нац. исследовательский универ. “Высшая школа экономики”; редкол. : В.С. Мхитарян (гл. редактор) [и др.] – Москва, 2015. – С. 111-112.

19. Журак (Долгалева), М.К. Статистическое оценивание параметров биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных данных / М. К. Журак (Долгалева) // Статистические методы анализа экономики и общества: труды 7-й Междунар. научно-практической конференции студентов и аспирантов, Москва, 17–20 мая 2016 г. / Нац. исследовательский универ. “Высшая школа экономики”; редкол. : В. С. Мхитарян (гл. редактор) [и др.] – Москва, 2016. – С. 119-120.

20. Kharin, Yu. S. Statistical inferences on binomial conditional autoregressive model of spatio-temporal data / Yu. S. Kharin, M. K. Zhurak (Dauhaliouva) // 17th International Summer Conference on Probability and Statistics: conference Proceedings and abstracts, Pomorie, Bulgaria, June 25 – July 1 2016. – Pomorie, Bulgaria, 2016. – P. 24-28.

21. Kharin, Yu.S. Statistical analysis of discrete spatio-temporal data by conditional autoregressive models / Yu.S. Kharin, M.K. Zhurak (Dauhaliouva) // Computer data analysis and modelling: Theoretical and applied stochastics: Proc. of the Eleventh Intern. Conf., Minsk, 6-10 Sept. 2016 / ed. board: Prof. Dr. S. Aivazian, Prof. Dr. P. Filzmoser, Prof. Dr. Yu. Kharin. – Minsk: Publishing center of BSU, 2016. – P. 25-29.

22. Журак (Долгалева), М.К. Статистическое прогнозирование Биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных экономических данных / М.К. Журак (Долгалева) // Статистические методы анализа экономики и общества: труды 8-й Междунар. научно-практической конференции студентов и аспирантов, Москва, 16-19 мая 2017 г. / Нац. исследовательский универ. “Высшая школа экономики” ; редкол. : В.С. Мхитарян (гл. редактор) [и др.] – Москва, 2017. – С. 105-106.

23. Харин, Ю. С. Условно авторегрессионные модели дискретных пространственно-временных данных и их применение для моделирования динамики денежных доходов населения / Ю. С. Харин, М. К. Журак (Долгалева) // Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития: материалы XVIII Междунар. науч. конференции, Минск, 19–20 октября, 2017 г.: в 3 т. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь; редкол.: В. В. Пинигин [и др.]. – Минск, 2017. – Т. 1. – С. 151-159.

24. Журак (Долгалева), М.К. Об асимптотических свойствах статистических оценок параметров биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных данных / М.К. Журак (Долгалева) // Статистические методы анализа экономики и общества: труды 9-й Междунар. научно-практической конференции студентов и аспирантов, Москва, 15-18 мая 2018 г. / Нац. исследовательский универ. “Высшая школа экономики” ; редкол. : В. С. Мхитарян (гл. редактор) [и др.] – Москва, 2018. – С. 77-78.

Тезисы докладов

25. Журак (Долгалева), М. К. Об оптимальном прогнозировании нелинейных временных рядов / М. К. Журак (Долгалева) // НИРС-2011: сб. тезисов докладов Респ. науч. конф. студентов и аспирантов высших учебных заведений Республики Беларусь, Минск, 18 октября 2011 г. – Минск: Изд. центр БГУ, 2011. – С. 73.

26. Журак (Долгалева), М.К. Об одном подходе к статистическому анализу пространственно-временных данных заболеваемости / М.К. Журак (Долгалева), Ю.С. Харин // XI Белорусская математическая конференция: тезисы докл. Международной научной конференции, Минск, 5-9 ноября 2012 г.: в 5 ч. / ИМ НАН Беларуси; ред. С.Г.Красовский [и др.]. – Минск, 2012. – Ч. 4. – С.58-59.

27. Kharin, Yu. Statistical analysis of spatio-temporal discrete data by conditional autoregressive models / Yu. Kharin, M. Zhurak (Dauhaliova) // Data Analysis Methods for Software Systems: book of abstr. of 6th International Workshop, Druskininkai, Lithuania, 4-6 December 2014. – Druskininkai, Lithuania, 2014. – P. 29-30.

28. Kharin, Yu. Statistical analysis of conditional autoregressive models based on spatio-temporal discrete data / Yu. S. Kharin, M. K. Zhurak (Dauhaliova) // Probability, Reliability and Stochastic Optimization: book of abstr. of the Intern. conf., Kyiv, 7–10 April 2015. – Kiev, 2015. – P. 40.

29. Kharin, Yu. Statistical analysis of discrete spatio-temporal data based on Poisson and binomial conditional autoregressive models / Yu. Kharin, M. Zhurak (Dauhaliova) // European Meeting of Statisticians: book of abstracts, Amsterdam, 6-10 July 2015. – Amsterdam, 2015. – P. 97–98.

30. Журак (Долгалева), М.К. Биномиальная условно авторегрессионная модель пространственно-временных данных и ее вероятностные свойства / М.К. Журак (Долгалева) // XII Белорусская математическая конференция: материалы Международной научной конференции, Минск, 5-10 сентября, 2016 г.: в 5 ч. / ИМ НАН Беларуси; ред. С. Г. Красовский. – Минск, 2016. – Ч. 4. – С. 30-31.

РЭЗИЮМЭ

Даўгалёва Марына Канстантынаўна

Статыстычны аналіз дыскрэтных прасторава-часавых дадзеных на аснове ўмоўна аўтарэгрэсійных мадэляў

Ключавыя словы: дыскрэтныя прасторава-часавыя дадзеныя, Пуассонаўская мадэль, Бінаміяльная мадэль, шматмерны ланцуг Маркава, ацэнкі максімальнага праўдападабенства, вырашальнае правіла, прагназуючая статыстыка.

Мэтай дысертацыйнай работы з'яўляецца пабудова і імавернасна-статыстычны аналіз ўмоўна аўтарэгрэсійных мадэляў дыскрэтных прасторава-часавых дадзеных. Пры даследаванні выкарыстоўваліся метады тэорыі імавернасцей, матэматычнай статыстыкі, тэорыі матрыц, колькаснага аналізу, камп'ютэрнага мадэлявання.

У дысертацыйнай рабоце атрыманы наступныя новыя навуковыя вынікі. Пабудаваны новыя ўмоўна аўтарэгрэсійныя мадэлі дыскрэтных прасторава-часавых дадзеных: Пуассонаўская ўмоўна аўтарэгрэсійная і Бінаміяльная ўмоўна аўтарэгрэсійная мадэлі, якія вызначаюць вектарную Маркаўскую мадэль залежнасці па часе. Для ўмоўна аўтарэгрэсійных мадэляў прасторава-часавых дадзеных даследаваны імавернасныя ўласцівасці: вылічаны размеркаванне верагоднасцяў, матэматычнае чаканне, каварыацыйная матрыца, даказаны ўмовы эргадычнасці. Пабудавана лагарыфмічная функцыя праўдападабенства і распрацаваны ітэрацыйны алгарытм вылічэння адзнак максімальнага праўдападабенства параметраў мадэляў. Даказаны ўмовы, пры якіх пабудаваныя ацэнкі з'яўляюцца кансістэнтнымі і асімптатычна нармальна размеркаванымі. Распрацаваны вырашальныя правілы для статыстычнай праверкі гіпотэз аб значэннях параметраў умоўна аўтарэгрэсійных мадэляў дыскрэтных прасторава-часавых дадзеных з зададзеным асімптатычным узроўнем значнасці, і даследавана магутнасць пабудаваных вырашальных правіл. Пабудаваны аптымальныя прагназуючыя статыстыкі ў сэнсе мінімуму сярэднеквадратчнай рызыкі прагназавання і мінімуму верагоднасці памылкі прагназавання ў выпадку вядомых і невядомых параметраў мадэляў. Вылічаны рызыкі прагназавання для пабудаваных прагназуючых статыстык. Праведзены камп'ютэрныя эксперыменты на мадэльных і рэальных медыцынскіх і эканамічных дадзеных, якія паказалі працаздольнасць распрацаваных алгарытмаў.

Атрыманыя вынікі могуць быць выкарыстаны пры статыстычным аналізе і прагназаванні дыскрэтных прасторава-часавых назіранняў у медыцыне, эканоміке, экалогіі і ў іншых галінах, а таксама ў навучальным працэсе па матэматычнай і прыкладнай статыстыцы.

РЕЗЮМЕ

Долгалёва Марина Константиновна

Статистический анализ дискретных пространственно-временных данных на основе условно авторегрессионных моделей

Ключевые слова: дискретные пространственно-временные данные, Пуассоновская модель, биномиальная модель, многомерная цепь Маркова, оценки максимального правдоподобия, решающее правило, прогнозирующая статистика.

Целью диссертационной работы является построение и вероятностно-статистический анализ условно-авторегрессионных моделей дискретных пространственно-временных данных. При исследовании использовались методы теории вероятностей, математической статистики, теории матриц, численного анализа, компьютерного моделирования.

В работе получены следующие новые научные результаты. Построены новые условно авторегрессионные модели дискретных пространственно-временных данных: Пуассоновская условно авторегрессионная и Биномиальная условно авторегрессионная модели, которые являются векторными цепями Маркова. Для условно авторегрессионных моделей пространственно-временных данных исследованы вероятностные свойства: вычислены распределение вероятностей, математическое ожидание, ковариационная матрица, доказаны условия эргодичности. Построена логарифмическая функция правдоподобия и разработан итерационный алгоритм нахождения оценок максимального правдоподобия параметров моделей. Доказаны условия, при которых построенные оценки являются состоятельными и асимптотически нормально распределенными. Разработаны решающие правила для статистической проверки гипотез о значениях параметров условно авторегрессионных моделей дискретных пространственно-временных данных с заданным асимптотическим уровнем значимости, и исследована мощность построенных решающих правил. Построены оптимальные прогнозирующие статистики в смысле минимума среднеквадратического риска прогнозирования и минимума вероятности ошибки прогнозирования в случае известных и неизвестных параметров моделей. Вычислены риски прогнозирования для построенных прогнозирующих статистик. Проведены компьютерные эксперименты на модельных и реальных медицинских и экономических данных, показавшие работоспособность разработанных алгоритмов.

Полученные результаты могут быть использованы при статистическом анализе и прогнозировании дискретных пространственно-временных наблюдений в медицине, экономике, экологии и других областях, а также в учебном процессе по математической и прикладной статистике.

SUMMARY

Dauhaliova Maryna

Statistical analysis of discrete spatio-temporal data
based on conditionally autoregressive models

Keywords: discrete spatio-temporal data, Poisson model, Binomial model, multidimensional Markov chain, maximum likelihood estimators, decision rule, forecasting statistics.

The goal of the dissertation is constructing and analysis of probabilistic and statistical properties of conditionally autoregressive models of discrete spatio-temporal data. The techniques used include methods of probability theory, mathematical statistics, matrix theory, numerical analysis, computer simulation.

In this dissertation the following new scientific results are obtained. New conditionally autoregressive models of discrete spatio-temporal data are constructed: Poisson conditionally autoregressive and Binomial conditionally autoregressive models that define vector Markov model of time dependence. For conditionally autoregressive models of spatio-temporal data probabilistic properties are investigated: probability distribution, mathematical expectation, covariance matrix, ergodicity conditions. A log-likelihood function is constructed and an iterative algorithm for calculation of maximum likelihood estimates of model parameters is developed. The conditions for which constructed estimators are consistent and asymptotically normally distributed are proved. Decision rule for statistical hypotheses testing is built and an asymptotic expression of the power of the decision rule is obtained for a family of contiguous alternatives. Optimal forecasting statistics are constructed in the sense of minimum mean square risk and the minimum probability of forecasting error in the case of known and unknown model parameters. The forecasting risks for constructed forecasting statistics are calculated. Computer experiments are conducted on simulated and real medical and economic data. They demonstrate the efficiency of the developed algorithms.

The obtained results can be applied for statistical analysis and forecasting of discrete spatio-temporal observations in medicine, economics, ecology and in other areas, as well as in the educational process on mathematical and applied statistics.