

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
XI Международной научной конференции,
посвященной памяти В.А. Романькова

(Омск, 15 марта 2024 г.)

© ФГАОУ ВО «ОмГУ им. Ф.М. Достоевского», 2024

ISBN 978-5-7779-2680-7



2024

УДК 004+519
ББК 22.18я43+32.973я43
М340

Рецензенты:

канд. юрид. наук, доцент *А.И. Горев*,
канд. физ.-мат. наук, доцент *Н.Ф. Богаченко*

Ответственный за выпуск

канд. физ.-мат. наук, доцент *И.П. Бесценный*

М340 Математическое и компьютерное моделирование : сборник материалов XI Международной научной конференции, посвященной памяти В.А. Романькова (Омск, 15 марта 2024 г.) / [отв. за вып. И. П. Бесценный]. – Омск : Издательство Омского государственного университета, 2024. – 1 CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-7779-2680-7

В настоящий сборник включены тезисы докладов, присланные на XI Международную научную конференцию «Математическое и компьютерное моделирование». Она состоялась на факультете цифровых технологий и кибербезопасности ОмГУ им. Ф.М. Достоевского 15 марта 2024 г. и была посвящена памяти В.А. Романькова.

Для магистрантов, аспирантов и научных работников.

УДК 004+519
ББК 22.18я43+32.973я43

Текстовое электронное издание
Самостоятельное электронное издание

Минимальные системные требования:
процессор с частотой 1,3 ГГц или выше; ОЗУ 512 Мб; Microsoft Windows XP/Vista/7/8/10; Adobe Acrobat Reader 8.0 и выше; CD-ROM; мышь

ISBN 978-5-7779-2680-7

© Оформление. ФГАОУ ВО «ОмГУ
им. Ф.М. Достоевского», 2024

Содержание

Романьков Виталий Анатольевич (12.02.1948 – 13.12.2023)	10
<i>Трейер А.В.</i> О неразрешимости проблемы вхождения в подмоноид в нильпотентных группах.....	12

Секция «Алгебра и дискретная математика»

<i>Даниярова Э.Ю., Мясников А.Г.</i> Элементарная теория метабелевых неабелевых групп Баумслага–Солитера	14
<i>Велько О.А., Мартон М.В.</i> Моделирование процессов природы и общества с помощью графов	16
<i>Гутор А.Г., Тихонов С.В.</i> О корнях многочленов с коэффициентами в алгебре гамильтоновых кватернионов.....	20
<i>Yang G., Podoksenov M.N.</i> Special three-dimensional Lie algebra and its group of autoisomorphisms.....	24
<i>Linkevich M.V., Podoksenov M.N.</i> Self-similar Lie group $E(1,1)$	27
<i>Трубников Ю.В., Чернявский М.М.</i> О получении рациональных формул для кратных корней полиномов без использования конструкций результатов	30
<i>Рыбалов А.Н.</i> О сложности решения уравнений над графами.....	33
<i>Бучинский И.М.</i> Булевы графы.....	35
<i>Захарова Ю.В., Захаров А.О.</i> Исследование множества Парето двухкритериальной задачи по выполнению многокомпонентных заказов клиентов	37
<i>Леванова Т.В.</i> Моделирование задачи организации радиосвязи с учетом особенностей ландшафта	39

Секция «Математические модели и методы»

<i>Яр-Мухамедов И.Г.</i> Модель оптимальной кластерной структуры	41
<i>Маркова Л.В., Коробко Е.В., Харламова И.М.</i> Моделирование теплофизических свойств ЭРЖ под влиянием внешних физических полей	44
<i>Маркова Л.В., Журавский Н.А., Коробко Е.В., Радкевич Л.В.</i> Модель поведения магнитореологической жидкости	47
<i>Мартон М.В.</i> Связь высшей математики и информационных технологий в университетской подготовке химиков	49

Ю.В. Трубников¹, М.М. Чернявский²

*Витебский государственный университет им. П.М. Машерова,
г. Витебск, Беларусь*

¹SPIN-код: 1683-7298; ²SPIN-код: 9373-5110

О ПОЛУЧЕНИИ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ КРАТНЫХ КОРНЕЙ ПОЛИНОМОВ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ РЕЗУЛЬТАНТОВ

Направление получения точных рациональных формул для вычисления кратных корней полиномов практически не освещено в математической литературе, но в настоящее время активно развивается благодаря возможностям систем компьютерной алгебры. В частности, актуальным источником для получения требуемых рациональных выражений является анализ структур частных производных различных порядков от некоторых результатов, например, рассмотренных ранее в работах [1] и [2] авторов настоящего доклада.

В настоящей работе рассмотрена идея получения компактных рациональных выражений для вычисления кратного корня кратности на единицу меньшей, чем степень алгебраического полинома, без использования конструкций результатов.

Для начала рассмотрим кубическое приведенное алгебраическое уравнение с комплексными коэффициентами, имеющее кратный корень:

$$x^3 + px + q = (x - x_1)^2 (x - x_3) = 0.$$

Пусть x_1 – корень кратности два, тогда он будет корнем первой производной рассматриваемого трехчлена, то есть $3x_1^2 + p = 0$, откуда $x_1^2 = -p/3$. Одновременно рассмотрим соотношения Виета:

$$-2x_1 - x_3 = 0, \quad x_1^2 + 2x_1x_3 = p, \quad -x_1^2x_3 = q.$$

Тогда из третьего соотношения Виета находим $x_3 = 3q / p$, а затем из первого соотношения непосредственно получаем требуемый результат

$$x_1 = -\frac{x_3}{2} = -\frac{3q}{2p}.$$

Далее пусть $f(z)$ – полином четвертой степени

$$f(z) = z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + a_3 z + a_4$$

со следующей мультипликативной структурой $f(z) = (z - z_1)^3 (z - z_4) \quad (z_4 \neq z_1)$.

Тогда его производная по z имеет кратный корень кратности 2 и другой, ему не равный.

Далее выражение

$$\frac{1}{4} \frac{df}{dz} = z^3 + \frac{3}{4} a_1 z^2 + \frac{1}{2} a_2 z + \frac{1}{4} a_3$$

приводится подстановкой $z = x - \frac{a_1}{4}$ к виду $x^3 + px + q = 0$, где

$$p = -\frac{3a_1^2}{16} + \frac{a_2}{2}, \quad q = \frac{a_1^3}{32} - \frac{a_1 a_2}{8} + \frac{a_3}{4}.$$

И тогда кратный корень $x_1 = -\frac{3q}{2p} = \frac{3(a_1^3 - 4a_1 a_2 + 8a_3)}{4(3a_1^2 - 8a_2)}$, а

искомый кратный корень $z_1 = x_1 - \frac{a_1}{4} = \frac{6a_3 - a_1 a_2}{3a_1^2 - 8a_2}$.

Далее, пусть $f(z) = z^5 + a_1 z^4 + a_2 z^3 + a_3 z^2 + a_4 z + a_5$ с мультипликативной структурой $f(z) = (z - z_1)^4 (z - z_5)$, $(z_5 \neq z_1)$. Тогда имеют место формула для корня z_1 :

$$z_1 = \frac{5a_3 - a_1 a_2}{4a_1^2 - 10a_2}.$$

Полученные результаты можно распространить на общий случай структуры $f(z) = (z - z_1)^{n-1} (z - z_n)$; $n = 6, 7, \dots$

Литература

1. *Чернявский М.М., Трубников Ю.В.* Модификация формул Эйткена и алгоритмы аналитического нахождения кратных корней полиномов // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. 2021. № 1(110). С. 13–25.
2. *Трубников Ю.В., Чернявский М.М.* Свойства структур частных производных от результата многочлена со своей производной при наличии кратных корней [Электронный ресурс] // Математическое и компьютерное моделирование: сб. матер. X Междунар. науч. конф. (Омск, 10 февр. 2023 г.). Омск: Изд-во Ом. гос. ун-та, 2023. С. 42–44. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).