

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ»

УДК 512.542

ГУЦКО
НАТАЛИЯ ВИКТОРОВНА

КЛАССИФИКАЦИЯ КОНЕЧНЫХ ГРУПП ПО СВОЙСТВАМ ИХ ОБОБЩЁННО КВАЗИНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Научный руководитель:

Скиба Александр Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры, учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кафедра алгебры и геометрии

Официальные оппоненты:

Лимап Федор Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, ректор Сумского государственного педагогического университета имени А.С.Макаренко

Залесская Елсна Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры, учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М.Машерова», кафедра алгебры и методики преподавания математики

Опонирующая организация – учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

Защита состоится 28 января 2009 года в 16 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» по адресу: 246019, г.Гомель, ул.Советская, 104, ауд. 1-20. Телефон ученого секретаря: +10 375 232 573 791, e-mail: formation56@mail.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 библиотеки учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Автореферат разослан 24 декабря 2008 года

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций



А.Ф.Васильев

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Подгруппы A и B группы G называются перестановочными, если $AB = BA$. В этом случае также говорят, что подгруппа A перестановочна с подгруппой B . Важность этого понятия для теории групп связана, прежде всего, с тем, что для перестановочных подгрупп A и B их произведение AB само является подгруппой в G . Основная идея теории перестановочных подгрупп заключается в анализе следующей общей задачи: *пусть Σ_1 и Σ_2 — две системы подгрупп группы G . Что можно сказать о строении группы G , если каждая подгруппа из Σ_1 перестановочна с каждой подгруппой из Σ_2* . Такой подход к изучению групп восходит к двум классическим работам. Прежде всего, напомним, что, как установлено в работе Ф. Холла [1], конечная группа G является разрешимой тогда и только тогда, когда в G имеется такая система силовских подгрупп Σ_1 (по одной для каждого простого делителя порядка группы G), что любые две подгруппы из Σ_1 перестановочны. В вышедшей двумя годами позже работе О. Оре [2] было доказано, что если подгруппа H конечной группы G квазинормальна в G , т.е. H перестановочна со всеми подгруппами из G , то H субнормальна. Несколько позже Ито и Сеп [3] доказали, что для любой квазинормальной подгруппы H конечной группы G секция H/H_G нильпотентна, а Томпсон [4] показал, что в общем случае такая секция не является абелевой даже в случае, когда H — квазинормальная подгруппа конечной нильпотентной группы.

Эти результаты дали толчок большому числу исследований, связанных с изучением и применениями квазинормальных и обобщенно квазинормальных подгрупп. Особое место в исследованиях такого рода заняли S -квазинормальные подгруппы, т.е. подгруппы, перестановочные со всеми силовскими подгруппами основной группы. Оказалось, что S -квазинормальные подгруппы наследуют ряд ключевых свойств квазинормальных подгрупп. В частности, Кегель [5] и Дескинс [6] показали, что если подгруппа H перестановочна со всеми силовскими подгруппами конечной группы G , то она субнормальна в G и факторгруппа H/H_G нильпотентна. Более того, оказалось, что в конечной разрешимой группе G для S -квазинормальных подгрупп H верно даже включение $H/H_G \leq Z_\infty(G/H_G)$, при условии, что H перестановочна со всеми системными нормализаторами из G (П. Шмид [7]).

Вместе с тем, S -квазинормальные подгруппы обладают и рядом свойств, существенно отличающих их от квазинормальных подгрупп. В частности, в отличие от квазинормальных подгрупп S -квазинормальные подгруппы образуют подрешетку решетки всех подгрупп в любой конечной группе (Кегель [5]). Это важное свойство S -квазинормальных подгрупп лежит в основе их многочисленных применений и, в частности, это позволяет ввести сле-

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

дующее понятие: пусть H — подгруппа конечной группы G и H_{sG} — подгруппа из H , порожденная всеми теми подгруппами группы H , которые S -квазинормальны в G . Тогда H_{sG} называется s -ядром подгруппы H в группе G . Это понятие было введено в работе А.Н. Скибы [8], где впервые были рассмотрены приложения s -ядер при изучении различных классов групп.

Основным понятием данной диссертации является следующее обобщение S -квазинормальных подгрупп: подгруппа H конечной группы G называется Q -вложенной в G , если в G существует такая квазинормальная подгруппа T , что $HT = G$ и $T \cap H \leq H_{sG}$.

Легко видеть, что всякая S -квазинормальная подгруппа является Q -вложенной. Еще один важный подкласс класса Q -вложенных подгрупп составляют так называемые s -нормальные подгруппы. Напомним, что нормальная подгруппа H группы G называется s -нормальной в G , если в G существует такая нормальная подгруппа T , что $G = HT$ и $T \cap H \leq H_G$ (Ванг [9]).

В диссертации показано, что многие важные классы групп допускают описание в терминах Q -вложенных подгрупп и достигнуто обобщение большого числа результатов, полученных независимо в теориях s -нормальных и S -квазинормальных подгрупп.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами, темами

Диссертация выполнена в рамках государственной темы «Классификация конечных групп по свойствам их перестановочных подгрупп» Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. Тема входит в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утвержденный решением Президиума НАН Беларуси № 164 от 22 июня 2006 г. (номер государственной регистрации в БелИСА - 20061154), выполнение темы запланировано на 2006–2010 гг.

Цель и задачи исследования

Целью диссертации является классификация наиболее важных классов конечных групп по свойствам их обобщенно квазинормальных подгрупп.

Для достижения этой цели необходимо было решить следующие задачи:

- получить новые критерии принадлежности группы насыщенной формации в терминах Q -вложенных подгрупп;
- найти критерии p -нильпотентности и p -сверхразрешимости конечных групп в зависимости от Q -вложенности максимальных подгрупп их силовских подгрупп;
- дать описание конечных сверхразрешимых групп на основе условия Q -вложенности их 2-максимальных подгрупп;

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

- получить критерии метанильпотентности и разрешимости факторизуемой группы на основе условия Q -вложенности максимальных и силовских подгрупп ее факторов.

Объектом исследования являются конечные группы с заданными системами Q -вложенных подгрупп. Предмет исследования -- влияние систем Q -вложенных подгрупп на строение основной группы.

Положения, выносимые на защиту

1. Критерии принадлежности группы насыщенной формации в терминах Q -вложенных подгрупп, теоремы 3.3.1, 3.3.2 [6-А, 7-А].

2. Критерии p -нильпотентности и p -сверхразрешимости конечной группы в зависимости от свойств максимальных подгрупп ее силовских подгрупп, теоремы 3.5.1, 3.6.1 [3-А, 8-А].

3. Критерий сверхразрешимости конечных групп в терминах 2-максимальных подгрупп, теорема 3.7.1 [2-А].

4. Критерии метанильпотентности и разрешимости факторизуемой группы на основе условия Q -вложенности максимальных и силовских подгрупп ее факторов, теоремы 4.1.3, 4.2.2 [5-А].

Все результаты диссертации являются новыми, впервые получены автором.

Личный вклад соискателя

Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика их исследования. В совместно опубликованных работах [2-А, 3-А, 4-А, 5-А, 6-А, 7-А, 9-А] идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализованы соискателем. Остальные работы выполнены самостоятельно и опубликованы без соавторов.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины, а также на следующих конференциях:

X Республиканская научная конференция студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 2007 г.); Республиканская научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «II Машеровские чтения» (Витебск, 2007 г.); Международная алгебраическая конференция «Классы групп, алгебр и их приложения», посвященная 70-летию со дня рождения Л.А. Шметкова (Гомель, 2007 г.); XI Республиканская научная конференция студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 2008 г.); X Региональная научно-практическая

конференция преподавателей, научных сотрудников, аспирантов и студентов университета (Витебск, 2008 г.); Международная алгебраическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша (Москва, 2008 г.); Международная конференция «X Белорусская математическая конференция» (Минск, 2008 г.);

Опубликованность результатов

Основные результаты диссертации опубликованы в 7 статьях в журналах, 2 препринтах и в 8 тезисах докладов. Общий объем опубликованных материалов – 7,278 авторских листа, в том числе: статьи в научных журналах – 4,895 авторских листа, препринты и тезисы – 2,383 авторских листа.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав основной части, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке в количестве 192 наименований использованных источников и 17 наименований публикаций соискателя. Полный объем диссертации – 99 страниц, из них 15 страниц занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую благодарность и признательность своему научному руководителю – доктору физико-математических наук, профессору Александру Николаевичу Скибе за внимание, оказанное им при написании данной диссертации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Все рассматриваемые в диссертации группы предполагаются конечными. В определениях и обозначениях мы следуем [10, 11, 12, 13, 14].

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав основной части, заключения и библиографического списка.

Глава 1 «Краткий обзор литературы по теме диссертации» содержит аналитический обзор литературы по теме диссертации.

В главе 2 «Предварительные сведения» собраны некоторые известные результаты, используемые в основном тексте диссертации.

Основное содержание диссертации представлено в главах 3 и 4.

В разделе 3.1 вводится следующее понятие, которое одновременно обобщает как условие S -квазинормальности, так и условие s -нормальности для подгруппы.

Определение. Пусть H – подгруппа конечной группы G . Тогда H называется Q -близкой в G , если в G существует такая квазинормальная подгруппа T , что $HT = G$ и $T \cap H \leq H_G$.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

В данном разделе также построены примеры, показывающие, что в общем случае множество всех Q -вложенных подгрупп шире множества всех S -квазинормальных подгрупп и множества всех s -нормальных подгрупп, и описаны наиболее общие свойства Q -вложенных подгрупп.

В разделе 3.2 доказан ряд технических лемм, необходимых для доказательства основных результатов раздела 3.3.

В разделе 3.3 получены критерии принадлежности группы выделенному классу групп. В частности, доказана следующая теорема, обобщающая основной результат работы А.Н. Скибы и О.В. Титова [15].

3.3.1 Теорема [6-A]. Пусть \mathfrak{F} — насыщенная формация, содержащая все сверхразрешимые группы, и G — группа с нормальной подгруппой E такой, что $G/E \in \mathfrak{F}$. Предположим, что каждая нециклическая силовская подгруппа P из E имеет подгруппу D такую, что $1 < |D| < |P|$ и все подгруппы H из P с порядком $|H| = |D|$ и каждая циклическая подгруппа из P с порядком 4 (если $|D| \neq 2$ и P — неабелева 2-группа), неимеющая сверхразрешимого добавления в G , Q -вложена в G . Тогда $G \in \mathfrak{F}$.

Отметим, что следующая теорема является одним из главных этапов в доказательстве теоремы 3.3.1.

3.3.2 Теорема [6-A, 7-A]. Пусть G — группа с нормальной подгруппой E такой, что факторгруппа G/E p -нильпотентна и p — наименьший простой делитель порядка $|G|$. Предположим, что силовская p -подгруппа P из E содержит такую подгруппу D , что $1 < |D| < |P|$ и каждая подгруппа H из P порядка, равного порядку подгруппы D , и каждая циклическая подгруппа из P с порядком 4 (если $|D| \neq 2$ и P — неабелева 2-группа), неимеющая p -нильпотентного добавления, является Q -вложенной в G . Тогда G p -нильпотентна.

Теоремы 3.3.1 и 3.3.2 имеют большое число следствий, часть которых приведена в разделе 3.4. Приведем некоторые частные случаи данных теорем.

3.4.1 Следствие (X. Guo, K.P. Shum [16]). Пусть p — наименьший простой делитель порядка группы G и P — силовская p -подгруппа группы G . Если каждая максимальная подгруппа в P является s -нормальной в G , то группа G p -нильпотентна.

3.4.2 Следствие (M. Ramadan, M. Ezzat Mohamed, A.A. Heliel [17]). Пусть p — наименьший простой делитель порядка группы G и P — силовская p -подгруппа группы G . Если каждая подгруппа группы P с простым порядком и каждая циклическая подгруппа порядка 4 является s -нормальной в G , то G — p -нильпотентная группа.

3.4.4 Следствие (S. Srinivasan [18]). Если максимальные подгруппы силовских подгрупп группы G нормальны в G , то G — сверхразрешимая группа.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

ны группы G такис, что каждая максимальная подгруппа из A и каждая максимальная подгруппа из B слабо квазинормальна в G .

В разделе 4.3 доказан следующий критерий дисперсивности по Оре факторизуемой группы на основе условия Q -вложенности максимальных подгрупп силовских подгрупп одного из факторов.

4.3.1 Теорема [5-A]. Если $G = AB$, где подгруппа A квазинормальна в G , B дисперсивна по Оре и каждая максимальная подгруппа любой нециклической силовской подгруппы группы A является Q -вложенной в G , то группа G дисперсивна по Оре.

4.3.2 Следствие (Е.В. Легчекова, А.Н. Скиба, О.В. Титов [33]). Если $G = AB$, где подгруппа A квазинормальна в G , B дисперсивна по Оре и каждая максимальная подгруппа любой нециклической силовской подгруппы группы A слабо квазинормальна в G , то группа G дисперсивна по Оре.

В этом же разделе получен критерий сверхразрешимости факторизуемых групп.

4.3.4 Теорема [5-A]. Если $G = AB$, где подгруппа A субнормальна в G , B — абелева холова подгруппа в G и любая максимальная подгруппа каждой нециклической силовской подгруппы группы A является Q -вложенной в G , то G сверхразрешима.

4.3.5 Следствие (Е.В. Легчекова, А.Н. Скиба, О.В. Титов [33]). Если $G = AB$, где подгруппа A субнормальна в G , B — абелева холова подгруппа в G и любая максимальная подгруппа каждой нециклической силовской подгруппы группы A слабо квазинормальна Q -вложенной в G , то G сверхразрешима.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

Основное содержание диссертации представлено в главах 3 и 4.

В разделе 3.1 введено понятие Q -вложенности, которое одновременно обобщает как условие S -квазинормальности, так и условие s -нормальности для подгрупп. Построены примеры, показывающие, что в общем случае множество всех Q -вложенных подгрупп шире множества всех S -квазинормальных подгрупп и множества всех s -нормальных подгрупп. Описаны наиболее общие свойства Q -вложенных подгрупп.

В разделе 3.2 доказан ряд технических лемм, необходимых для доказательства основных результатов раздела 3.3.

В разделе 3.3 получены критерии принадлежности группы выделенному классу групп в терминах Q -вложенных подгрупп, теоремы 3.3.1, 3.3.2 [6-A, 7-A]. Приложения и следствия из теорем 3.3.1 и 3.3.2 рассмотрены в разделе 3.4.

В разделе 3.5 получен критерий p -нильпотентности группы в зависимости от Q -вложенности максимальных подгрупп их силовских подгрупп, теорема 3.5.1 [9-A].

В разделе 3.6 доказаны критерии p -сверхразрешимости группы в зависимости от Q -вложенности максимальных подгрупп их силовских подгрупп, теорема 3.6.1 [3-A].

В разделе 3.7 найдены необходимые и достаточные условия сверхразрешимости группы в терминах 2-максимальных подгрупп в рамках теории слабо Q -вложенных подгрупп, теорема 3.7.1 [2-A].

Заключительная глава 4 «Факторизации групп с заданными Q -вложенными подгруппами» посвящена факторизациям групп холловыми, субнормальными, nilпотентными и дисперсивными по Оре подгруппами.

В разделе 4.1 основным результатом является теорема 4.1.1 [5-A], дающая необходимые и достаточные условия метанильпотентности факторизуемых групп в терминах Q -вложенных подгрупп. Используя теорему 4.1.1, получен новый критерий метанильпотентности, следствие 4.1.4 [5-A].

В разделе 4.2 доказана разрешимость факторизуемой группы на основе условия Q -вложенности максимальных подгрупп ее факторов, теорема 4.2.1 [5-A]. Используя теорему 4.2.1, получен новый критерий разрешимости в терминах Q -вложенных подгрупп, следствие 4.2.3 [5-A].

В разделе 4.3 доказан критерий дисперсивности по Оре факторизуемой группы на основе условия Q -вложенности максимальных подгрупп силовских подгрупп одного из факторов, теорема 4.3.1 [5-A]. В этом же разделе доказан критерий сверхразрешимости факторизуемых групп, теорема 4.3.4 [5-A].

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Рекомендации по практическому использованию результатов

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы в вопросах классификации конечных групп по свойствам их квазинормальных и обобщенно квазинормальных подгрупп, а также для дальнейшего развития теорий s -нормальных и S -квазинормальных подгрупп, проводимых в Гомельском, Поволоцком, Витебском, Белорусском государственном университете, Белорусском государственном университете транспорта. Отметим, что поскольку основные теоремы диссертации являются развитием результатов большого круга зарубежных математиков, то результаты данной диссертации могут быть использованы не только в научных центрах Беларуси, но и за ее пределами.

Отдельные результаты могут быть использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов для студентов математических специальностей, написании курсовых, дипломных работ и диссертаций.

Список использованных источников

- 1 Hall, P. On the Sylow systems of a soluble groups / P. Hall // Proc. London Math. Soc. - 1937. - №43(2). - P. 507-528.
- 2 Ore, O. Contributions in the theory of groups of finite order / O. Ore // Duke Math. J. - 1939. - Vol. 5. - P. 431-460.
- 3 Ito, N. Uber die Quasinormalteiler von endlichen Gruppen / N. Ito, J. Szép // Act. Sci. Math. - 1962. Vol. 23. - P. 168-170.
- 4 Thompson, J.G. An example of core-free quasinormal subgroups of p -groups / J.G. Thompson // Math. Z. - 1967. - Vol. 96, № 2. - P. 226-227.
- 5 Kegel, O.H. Sylow-Gruppen und Subnormalteiler endlicher Gruppen / O.H. Kegel // Math. Z. - 1962. - Vol. 78. - P. 205-221.
- 6 Deskins, W.E. On quasinormal subgroups of finite groups / W.E. Deskins // Math. Z. - 1963. Vol. 82. - P. 125-132.
- 7 Schmid, P. Subgroups permutable with all Sylow subgroups / P. Schmid // J. Algebra. - 1998. - Vol. 207. - P. 285-293.
- 8 Skiba, A.N. On weakly s -permutable subgroups of finite groups / A.N. Skiba // J. Algebra. - 2007. - Vol. 315. P. 192-209.
- 9 Wang, Y. c -normality of groups and its properties / Y. Wang // J. Algebra. - 1995. - Vol. 180. P. 954-965.
- 10 Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. - 889 p.
- 11 Gorenstein, D. Finite groups / D. Gorenstein. - New York Evanston-London: Harper and Row, 1968. - 527 p.
- 12 Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. Berlin-Heidelberg New York: Springer, 1967. - 793 p.
- 13 Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. М.: Наука, 1978. - 272 с.
- 14 Weinstein, M. Between Nilpotent and Solvable / M. Weinstein. - Passaic, N.J.: Polygonal Publishen House, 1982. - 382 p.
- 15 Скиба, А.Н. Конечные группы с C -квазинормальными подгруппами / А.Н. Скиба, О.В. Титов // Сиб. мат. журнал. - 2007. Т. 48, №3. С. 674-688.
- 16 Guo, X. On c -normal maximal and minimal subgroups of Sylow p -subgroups of finite groups / X. Guo, K.P. Shum // Arch. Math. - 2003. Vol. 80, №6. - P. 561-569.
- 17 Ramadan, M. On c -normality of certain subgroups of prime power order of finite groups / M. Ramadan, M. Elzayat Mohamed, A.A. Heliel // Arch. Math. - 2005. Vol. 85. P. 203-210.

- 18 Srinivasan, S. Two sufficient conditions for supersolvability of finite groups / S. Srinivasan // Israel J. Math. - 1980. - Vol. 35. - P. 210-214.
- 19 Guo, W. G -covering subgroup systems for the classes of supersoluble and nilpotent groups / W. Guo, K.P. Shum, A.N. Skiba // Israel J. Math. - 2003. - Vol. 138. - P. 125-138.
- 20 Buckley, J. Finite groups whose minimal subgroups are normal, / J. Buckley // Math. Z. - 1970. - Vol. 15. - P. 15-17.
- 21 Al-Sheikahmad, A. Finite groups with given c -permutable subgroups / A. Al-Sheikahmad // Algebra and discrete math. - 2004. - № 3. - P. 74-81.
- 22 Ballester-Bolinchés, A. Finite groups with some c -normal minimal subgroups / A. Ballester-Bolinchés, Y. Wang // J. Pure and Applied Alg. - 2000. - Vol. 153, № 2. - P. 121-127.
- 23 Skiba, A.N. A note on c -normal subgroups of finite groups / A.N. Skiba // Algebra and discrete math. - 2005. - Vol. 3. - P. 85-95.
- 24 Asaad, M. Influence of π -quasinormality on maximal subgroups of Sylow subgroups of Fitting subgroups of a finite group / M. Asaad, M. Ramadan, A. Shaalan // Arch. Math. - 1991. - Vol. 56. - P.521-527.
- 25 Shaalan, A. The influence of S -permutability of some subgroups / A. Shaalan // Acta. Math. Hungar. - 1990. - Vol. 56. - P. 87-93.
- 26 Asaad, M. On maximal subgroups of Sylow subgroups of finite groups / M. Asaad // Comm. Algebra. - 1998. - Vol. 26. - P. 3647-3652.
- 27 Ballester-Bolinchés, A. On minimal subgroups of finite groups / A. Ballester-Bolinchés, M.C. Pedraza-Aguilera // Acta Math. Hungar. - 1996. - Vol. 73. - P. 335-342.
- 28 Skiba, A.N. Finite groups with given systems of generalized permutable subgroups / A.N. Skiba // Изв.с. Гомельского гос. ун-та им.Ф.Скорины. - 2006. - №3(36). - С. 12-32.
- 29 Guo, W. Conditionally permutable subgroups and supersolvability of finite groups / W. Guo, K.P. Shum, A.N. Skiba // Southeast Asian Bull Math. - 2005. - Vol. 29. - P. 493-510.
- 30 Guo, W. X -semipermutable subgroups of finite groups / W. Guo, K.P. Shum, A.N. Skiba // J. Algebra. - 2007. - Vol. 315. - P. 31-41.
- 31 Huppert, B. Normalteiler und maximale Untergruppen endlicher Gruppen / B. Huppert // Math. Z. - 1954. - Vol. 60. - P. 409-434.
- 32 Agrawal, R.K. Generalized center and hypercenter of a finite group / R.K. Agrawal // Proc. Amer. Math. Soc. - 1976. - Vol. 54. - P. 13-21.
- 33 Легчекова, Е.В. Конечные группы с заданными слабо квазинормальными подгруппами / Е.В. Легчекова, А.Н. Скіба, О.В. Титов // Докл. Нац. акад. наук Беларуси - 2007. - Т. 51. №1. - С. 27-33.

Список публикаций соискателя

Статьи в научных журналах

1-А Гуцко, Н.В. S -квазинормальные подгруппы конечных групп / П.В.Гуцко // Вестн. Полоцкого гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. - 2007. № 9. С. 37-43.

2-А Гуцко, Н.В. Характеризации конечных разрешимых и сверхразрешимых групп по свойствам их p -вложенных подгрупп / П.В.Гуцко, А.П.Скиба // Извес. Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. 2008. - № 2(47). - С.63-69.

3-А Гуцко, Н.В.О p -сверхразрешимости одного класса конечных групп / П.В.Гуцко, А.Н.Скиба // Труды Института математики НАН Беларуси. 2008. - Т. 16, № 1. - С.16-21.

4-А Гуцко, Н.В. Конечные группы с заданными s -квазинормальными подгруппами / Н.В.Гуцко, А.Н.Скиба // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 2008. - № 2. - С. 23-31.

5-А Hutsko, N.V. On well p -embedded subgroups of finite groups / N.V.Hutsko, A.N.Skiba // Algebra and discrete math. - 2008. - № 2. P.50-64.

6-А Hutsko, N.V. Finite groups with given nearly S -quasinormal subgroups / N.V.Hutsko, V.O.Lukyanenko, A.N.Skiba // Asian-European journal of math. - 2008. Vol. 1, № 3. - P. 369-382.

7-А Гуцко, Н.В. Критерий p -нильпотентности для одного класса конечных групп / Н.В.Гуцко, В.О.Лукьяненко, А.П.Скиба // Извес. Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. - 2008. - Ч. 1. - № 5(50). С. 186-191.

Препринты

8-А Гуцко, Н.В. Признаки принадлежности группы насыщенной формации / Н.В.Гуцко. - Гомель, 2008. - 21 с. (Препринт / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 13).

9-А Гуцко, Н.В. Критерии p -нильпотентности конечных групп с хорошо p -вложенными подгруппами / Н.В.Гуцко, А.П.Скиба. Гомель, 2008. - 22 с. (Препринт / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 12).

Тезисы докладов

10-А Гуцко, Н.В. Критерии p -нильпотентности конечных групп / Н.В.Гуцко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы X респ. научн. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 12-14 март. 2007 г. / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины; редкол.: Д.Г. Лип [и др.]. - Гомель, 2007. - С. 229-230.

11-А Гуцко, Н.В. S -квазинормальные подгруппы конечных групп /

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Н.В.Гуцко // II Машеровские чтения: материалы, сб. докл. междунар. студенто-магистрантов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 24-25 апр. 2007 г. / Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова; редкол.: П.М. Михасев [и др.]. - Витебск, 2007. - С. 130.

12-А Гуцко, Н.В. Слабо квазинормальные подгруппы конечных групп / Н.В.Гуцко // Классы групп, алгебр и их приложения: тез. докл. междунар. алгебр. конф., посвящ. 70-летию со дня рождения Л.А. Шеметкова, Гомель, 9-11 июля 2007 г. / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины, Ин-т математики Нац. Акад. наук Беларуси, Луганский гос. пед. ун-т им. Т.Г. Шевченко; редкол.: Л.А. Шеметков [и др.]. - Гомель, 2007. - С. 65-66.

13-А Гуцко, Н.В. О p -вложенных подгруппах конечных групп / Н.В.Гуцко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XI респ. научн. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 17-19 март 2008 г.: в 2 ч. / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины; редкол.: О.М. Демиденко (гл. ред.) [и др.]. - Гомель, 2008. - Ч. 2. - С. 10-11.

14-А Гуцко, Н.В. Новые критерии метанильпотентности конечных групп / Н.В.Гуцко // X(55) Региональная научно-практическая конференция преподавателей, научных сотрудников, аспирантов и студентов университета: сб. ст. УО «ВГУ им.П.М. Машерова» / Витебский гос. ун-т им.П.М. Машерова; редкол.: А.В. Гладков (отв. ред.) [и др.]. - Витебск, 2008. - С. 14-15.

15-А Гуцко, Н.В. О p -сверхразрешимости конечных групп / Н.В.Гуцко, А.Н.Скиба // Международная алгебраическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша: тез. докл., Москва, 28 мая-3 июня 2008 г. / Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова: Изд-во механико-математ. факультета МГУ. - Москва, 2008. - С. 80-81.

16-А Guo, W. Characterization of finite supersoluble groups by properties of their 2-maximal subgroups / W.Guo, N.V.Hutsko, A.N.Skiba // Международная алгебраическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша: тез. докл., Москва, 28 мая-3 июня 2008 г. / Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова: Изд-во механико-математ. факультета МГУ. - Москва, 2008. - С. 304-306.

17-А Гуцко, Н.В. Критерий p -нильпотентности одного класса конечных групп / Н.В.Гуцко, В.О.Лукьяненко // X Белорусская математическая конференция: тез. докл. междунар. алгебр. конф., Минск, 3-7 ноября 2008 г.: в 2 ч. / Белорусский гос. ун-т, Ин-т математики Нац. Акад. наук Беларуси; редкол.: С.Г. Красовский, А.А. Лешин. - Минск, 2008. - Ч. 1. - С. 21.

Гуцко Наталля Віктараўна

Класіфікацыя канечных груп па ўласцівасцях іх абагульнена
квазінармальных падгруп

Ключавыя словы: канечная група, максімальная падгрупа, перастаноўчыя падгрупы, нільпатэнтная група, вырашальная група, звышвырашальная група, фактарызуемая група.

У дысертацыі прыведзена класіфікацыя найбольш важных класаў канечных груп па ўласцівасцях іх абагульнена квазінармальных падгруп. Атрыманы новыя крытэрыі прыналежнасці групы насычанай фармацыі; даказаны крытэрыі p -нільпатэнтнасці і p -звышвырашальнасці канечных груп у адносінах ад Q -укладзенасці максімальных падгруп іх сілавых падгруп; даказан крытэрыі звышвырашальнасці канечных груп у цэрмінах 2-максімальных падгруп; атрыманы крытэрыі мэтанільпатэнтнасці і вырашальнасці фактарызуемых груп пры ўмовах Q -укладзенасці максімальных і сілавых падгруп яе фактараў.

Усе атрыманыя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі канечных груп і іх класаў, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

Гуцко Наталия Викторовна

Классификация конечных групп по свойствам их обобщённо
квазинормальных подгрупп

Ключевые слова: конечная группа, максимальная подгруппа, перестановочные подгруппы, нильпотентная группа, разрешимая группа, сверхразрешимая группа, факторизуемая группа.

В диссертации приведена классификация наиболее важных классов конечных групп по свойствам их обобщённо квазинормальных подгрупп. Получены новые критерии принадлежности группы насыщенной формации: доказаны критерии p -нильпотентности и p -сверхразрешимости конечных групп в зависимости от Q -вложенности максимальных подгрупп их силовских подгрупп; доказан критерий сверхразрешимости конечных групп в терминах 2-максимальных подгрупп; получены критерии метанильпотентности и разрешимости факторизуемой группы на основе условия Q -вложенности максимальных и силовских подгрупп ее факторов.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории конечных групп и их классов, а также при чтении спецкурсов в университетах.

Hutsko Nataliya Viktorovna

Classification of finite groups by properties of their generally
quasinormal subgroups

Key words: finite group, maximal subgroup, permutable subgroups, nilpotent group, soluble group, supersoluble group, factorizable group.

In the dissertation a classification of the most important classes of finite groups by properties of their generally quasinormal subgroups is resulted. New criterias of belonging of a group to a saturated formation are obtained; the criterias for the p -nilpotency and p -supersolubility of finite groups are proved depending on Q -embeddancy of maximal subgroups of their Sylow subgroups; the criterion for supersolubility of finite groups in terms of 2-maximal subgroups are proved; some new criterias for the metanilpotency and solubility of factorizable groups are received on basis of the condition of Q -embeddancy of maximal and Sylow subgroups of their factors.

All basic results of the dissertation are new. They have a theoretical character and may be used in the investigations in theories of finite groups and their classes, and also at reading special courses in universities.

