

Министерство образования Республики Беларусь
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»
(ВГУ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА)

УДК 533.9:67.017:621(083.94)
Рег. № 20221384

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе,
д-р.пед.н., профессор
_____ Е.Я. Аршанский
« _____ » _____ 2024 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ
НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В ИСТОЧНИКАХ С ПЛАЗМЕННЫМ
ЭММИТЕРОМ**

договор с БРФФИ № T22MB-010 от 04.05.2022 г.
(заключительный)

Научный руководитель НИР,
аспирант _____

Д.В. Шидловская

Начальник
научно-исследовательского сектора,
кандидат геолого-минералогических наук _____

И.А. Красовская

Витебск 2024

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы аспирант	Д.В. Шидловская
	(введение, разделы 1, 4.1, 5, 8.2, заключение)
Исполнитель темы аспирант	Д.А. Довгулевич
	(разделы 2, 3, 4.2, 6, приложение А)
Исполнитель темы преподаватель кафедры прикладного и системного программирования	Е.Д. Волкова (разделы 7, 8.1)
Нормоконтроль	Т.В. Харкевич

РЕФЕРАТ

Отчет 60 с., 1 кн., 6 рис., 1 прилож., 25 источника

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ДВОЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СЛОИ, НИЗКОЭНЕРГЕТИЧНЫЕ ИОННО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПУЧКИ

Объектом исследования является: электронно-оптическая система с плазменным эмиттером.

Цель работы – создание математической модели и разработка эффективных алгоритмов компьютерного моделирования процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером.

Методы исследования: методы математической физики, построение физико-математических моделей процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером, компьютерное моделирование процессов в плазменном эмиттере, сопоставление экспериментальных характеристик с полученными компьютерным моделированием.

В результате исследования построена физико-математических моделей процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером, что позволяет дополнить существующую теорию плазменного эмиттера и сократить объем практических экспериментальных работ по разработке новых конструкций низкоэнергетичных источников заряженных частиц с плазменным эмиттером.

Полученные результаты могут использоваться при разработке новых конструкций, а также усовершенствование существующего оборудования плазменных источников, внедрение которых позволит расширить область применения лучевых технологий на предприятиях приборо- и машиностроительного профиля Республики Беларусь (Технологии ионно- и электронно-лучевого воздействия представляют интерес для следующих предприятий Беларуси: ОАО «БЕЛАЗ», ОАО «МТЗ», ОАО «Амкодор», ОАО «МАЗ» и др.).

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1 Анализ и обобщение источников по вопросам моделирования процессов формирования пучка заряженных частиц и моделирования процессов, сопровождающих воздействие пучков заряженных частиц на обрабатываемые материалы	8
2 Анализ реальных физических процессов при формировании пучков заряженных частиц в плазменных эмиттерах существующих конструкциях плазменных источников. 10	
3 Разработка физико-математической модели процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером.....	12
4 Формирование требований для создания нового программного обеспечения. Выбор и обоснование средств разработки по сформированным требованиям. Проектирование архитектуры программного обеспечения.....	16
4.1 Сравнительный анализ программного обеспечения для моделирования электронно-оптических систем.....	16
4.2 Выбор средств и методов разработки программного обеспечения.....	17
5 Разработка программного обеспечения для моделирования процессов формирования пучков заряженных частиц в плазменных эмиттерах.....	20
6 Тестирование и отладка разработанного программного обеспечения	23
7 Экспериментальное моделирование процессов формирования пучков заряженных частиц в разработанных ранее конструкциях плазменных эмиттеров. Формулировка предложений по оптимизации рассмотренных конструкций по результатам моделирования.....	25
8 Доработка программного обеспечения согласно результатам тестирования. Изучение перспектив дальнейшего развития исследований и практического использования полученных результатов.....	33
8.1 Доработка программного обеспечения согласно результатам тестирования.....	33
8.2 Изучение перспектив дальнейшего развития исследований и практического использования полученных результатов.....	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	36

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	37
БИБЛИОГРАФИЯ	40
ПРИЛОЖЕНИЕ А	42

ВВЕДЕНИЕ

В связи с расширением области применения плазмохимических технологий, таких как ионно-плазменное азотирование, электронно-лучевое диспергирование и т.д. в настоящее время, интерес к получению низкоэнергетичных пучков заряженных частиц с энергией до 5 кэВ достаточно высок.

Реализация подобных технологий с помощью низкоэнергетичных плазменных источников представляется наиболее эффективной, а в ряде случаев единственной возможной [1, 2]. Способность плазменных источников заряженных частиц, формировать как электронные, так и ионные пучки делает их уникальным и универсальным инструментом, перспективными к разработке на их основе технологий нанесения пленок и покрытий различного назначения методами попеременного или одновременного теплофизического электронного и модифицирующего ионного воздействия.

К настоящему времени в значительной степени разработаны принципы формирования электронных пучков (в основном сфокусированных) в высоковольтных высокоэнергетичных плазменных источниках (с ускоряющим напряжением 20-60 кВ) для электронно-лучевой сварки. На этих же принципах базируется теория плазменного эмиттера для формирования пучков большого сечения с сеточной стабилизацией параметров плазменного эмиттера. Такие плазменные источники способны формировать пучки заряженных частиц для модификации свойств поверхностей, в том числе и при достаточно низких (до 5 кВ) ускоряющих напряжениях. Однако, конструктивные особенности и особенности формирования пучков при таких ускоряющих напряжениях изучены недостаточно. При формировании низкоэнергетичных электронных пучков более существенное, в сравнении с высокоэнергетичными источниками, влияние оказывают накопительные ионизационные эффекты в ускоряющем промежутке, поскольку область интенсивной ионизации оказывается значительно шире, а эффективность потерь энергии выше. Что может приводить, к изменению (в том числе ухудшению) технологических параметров (стабильность эмиссии, плотность мощности) формируемых пучков заряженных частиц. Одним из перспективных направлений улучшения технологических параметров формируемых пучков заряженных частиц представляется возможность формирования двойных электрических слоев в плазме и ускорение в них зарядов. Построение адекватных физико-математических моделей процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером и разработка эффективных алгоритмов компьютерного моделирования позволит уменьшить объем экспериментальных работ по разработке

конструкций низкоэнергетичных источников заряженных частиц с плазменным эмиттером. В свою очередь создание новых конструкций и модернизация существующих конструкций источников с плазменным эмиттером для получения низкоэнергетичных пучков, во-первых, обеспечит повышение эффективности ионно-плазменного нанесения покрытий различного назначения и увеличение качества наносимых покрытий, во-вторых, откроет возможности электронно-лучевого ассистирования модификации поверхности материалов ионными пучками и получения покрытий с новыми свойствами.

Поэтому создание математической модели и разработка эффективных алгоритмов компьютерного моделирования процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером представляется актуальной задачей, решение которой позволит расширить область применения лучевых технологий на предприятиях приборо- и машиностроительного профиля Республики Беларусь.

Исходя из вышеизложенного целью работы является создание математической модели и разработка эффективных алгоритмов компьютерного моделирования процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером.

1 Анализ и обобщение источников по вопросам моделирования процессов формирования пучка заряженных частиц и моделирования процессов, сопровождающих воздействие пучков заряженных частиц на обрабатываемые материалы

Перспективы и преимущества источников заряженных частиц (ионов и электронов) с плазменным эмиттером для технологического применения обсуждаются и доказываются опытом практического применения уже более пятидесяти лет [3–5].

Однако до настоящего времени в научной литературе обсуждаются вопросы, связанные с формированием плазменных эмиттеров в электронных и ионных оптических системах. Это обусловлено, во-первых, подвижностью плазменного эмиттера при изменении режимов работы источников электронов или ионов и, как следствие, изменением геометрических и электрических параметров формируемых пучков заряженных частиц. Во-вторых, указанные изменения в значительной степени неоднозначны и могут значительно отличаться как качественно, так и количественно в зависимости от условий формирования плазменного эмиттера. В-третьих, в плазменных источниках, работающих при повышенных давлениях в отличие от электронно-оптических систем с твердотельным эмиттером, более существенное влияние на параметры пучка могут оказывать процессы ионизации газа в промежутке ускорения и дрейфа пучка. Указанные факторы существенно увеличивают объём экспериментального моделирования плазменных источников заряженных частиц и стимулируют разработку алгоритмов и программ для предварительного численного моделирования с целью снижения объёма экспериментальных исследований.

На протяжении всего опыта практического использования источников заряженных частиц появляются сведения о возможном формировании в плазменных образованиях электрических слоёв. В простейшей физической модели такой слой представляется как слой однонаправленного градиента потенциала между двумя плазмами с различными потенциалами. При этом одна из плазменных поверхностей, ограничивающих электрический слой, является эмиттером в слой ионов, другая – электронов.

Наблюдение возникновения при определенных условиях в плазме различных газоразрядных структур электрических слоёв породило гипотезу о возможности создания источников совмещенных электронно-ионных пучков [6]. Практическая реализация гипотезы стимулируется развитием технологий одновременного воздействия на материалы электронного и ионного пучков, которые в настоящее время генерируются с

использованием разделенных источников пучков, что не всегда оказывается оптимальным.

Одним из возможных способов формирования совмещённых пучков ионов и электронов является создание газоразрядной структуры, в плазме которой формируется два последовательно расположенных электрических слоя. Одним из слоёв обеспечивается поток зарядов (ионов или электронов) в другой электрический слой, который обеспечивает поток зарядов другого типа в том же направлении, что и поток зарядов из первоначального слоя и одновременно является «прозрачным» для потока зарядов из первого электрического слоя. Очевидно, что такая система формирования совмещённых пучков заряда значительно сложнее известных плазменных источников электронов или плазменных источников ионов. Однако в известных публикациях отсутствуют в достаточной мере сведения, необходимые для анализа и моделирования формирования слоёв с заданными параметрами, а также реакции параметров слоя на вариации параметров образующих слой плазм.

Анализ источников показал, что исследуемая тема является достаточно новой и актуальной [7-10]. Подобные технологии, как правило, сопровождаются достаточно интенсивным газоотделением и предполагают воздействие на поверхности достаточно большой площади с высокой степенью однородности энерговклада в изделие [7-8]. Ранее проведенные исследования [9-10] показали возможность создания новых конструкций источников с плазменным эмиттером для получения низкоэнергетичных электронных пучков и электронно-ионных пучков.

8.2 Изучение перспектив дальнейшего развития исследований и практического использования полученных результатов

Несмотря на возможности, которые дают установки с плазменными источниками заряженных частиц в обработке и получении материалов с заданными параметрами имеется ряд сдерживающих их широкое применение факторов, одним из которых, на наш взгляд, является достаточно низкий уровень автоматизации данных установок.

Для создания автоматизированных или автоматических установок с плазменным источником заряженных частиц требуется физико-математическая модель для всех узлов установки, а также пакеты прикладных программ, осуществляющих управление на основе модели [24].

Подобное программное обеспечение должно уметь работать с предсказанием, т.е. моделировать в реальном времени с опережением, для автоматической корректировки режима работы установки и предотвращения срыва генерации плазмы, пучка заряженных частиц и других внештатных ситуаций.

Классические способы моделирования слабо подходят для работы с предсказанием из-за высоких требований к вычислительным мощностям и низкой производительности. Поэтому хорошей альтернативой могут выступать искусственные нейронные сети.

Чтобы достигнуть необходимого быстродействия при расчете модели, численное решение дифференциальных уравнений заменяется на модель, построенную с помощью искусственных нейронных сетей. Благодаря предварительному длительному процессу обучения нейронной сети, достигается ускорение вычислений до приемлемой величины.

То есть мы тратим больше времени на этапе подготовки модели, но ускоряем работу в процессе моделирования.

При корректном выборе топологии искусственной нейронной сети, достаточным количеством обучающих данных и длительном времени обучения, физик-математическая модель на основе искусственных нейронных сетей по точности практически не будет уступать классическим моделям [25].

Но у моделирования с использованием искусственных нейронных сетей есть и ряд своих недостатков, таких как:

- Чаще всего процесс создания модели на основе ИНС является эмпирическим, и не позволяет описать полученные закономерности на формальном языке;
- Необходимо достаточное количество корректно подобранных наборов данных для обучения и тестирования ИНС;

- Обучение ИНС может занимать длительное время и в случае неудачно подобранных параметров в ряде случаев может зайти в тупик;
- Поведение ИНС не всегда может быть однозначно предсказуемо, что вызывает соответствующие риски.

Искусственные нейронные сети являются мощным инструментом для моделирования физических процессов, и, в частности, процесса формирования низкоэнергетических пучков в источниках с плазменным эмиттером. Данный подход имеет большое преимущество в быстрой реакции по сравнению с классическими подходами через решение систем дифференциальных уравнений.

Выигрыш в быстрой реакции позволяет реализовать моделирование с предсказанием. В качестве примера применения такого использования, можно привести систему предотвращения срывов и гашения плазменного заряда.

Но использование искусственных нейронных сетей имеет и ряд недостатков, среди которых основными являются: необходимость наличия достаточного количества размеченных данных для обучения, длительное время обучения и невозможность сформулировать полученные закономерности, что делает полученную модель несколько непредсказуемой.

Проведенное моделирование с предложенной конструкцией позволили сформулировать ряд предложений по оптимизации параметров формируемых потоков заряженных частиц повышения эксплуатационных характеристик, в том числе, при изготовлении реальной конструкции уменьшить расстояние от экстрактора до эмиттерного электрода на 1,5 мм, увеличить диаметр эмиссионного отверстия в эмиттерном электроде на 0,5 мм и ряд других, что в дальнейшем будет использовано при подготовке заявки на патент а данный источник заряженных частиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа над проектом осуществлялась в установленные сроки и в соответствии с техническим заданием и этапами выполнения НИР.

Результаты проведенного исследования свидетельствуют о достижении заявленной цели, решении поставленных задач позволило произвести построение математической модели, разработать эффективные алгоритмы компьютерного моделирования процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках заряженных частиц с плазменным эмиттером, разработать кроссплатформенное программное обеспечение для реализованное с помощью веб-технологий, которое упрощает процесс моделирования и позволяет расширить область применения лучевых технологий на предприятиях приборо- и машиностроительного профиля Республики Беларусь. По разработанному программному обеспечению получено свидетельство о добровольной регистрации и депонировании объекта авторского права "Программный комплекс для моделирования процессов формирования пучков заряженных частиц в источниках с плазменным эмиттером" на территории Республики Беларусь № 1663 - КП от 11.12.2023.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Плазменные эмиссионные системы с ненакаливаемыми катодами для ионно-плазменных технологий / В.Т. Барченко [и др.], под общ. ред. В.Т. Барченко // СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. – 220 с.
2. Шиллер, З. Электронно-лучевые технологии / З. Шиллер, У. Гайзиг, З. Панцер. – М. : Энергия, 1980. – 528 с.
3. Крейндель Ю. Е. Плазменные источники электронов. – М. :Атомиздат, 1977. – 145 с.
4. Плазменные эмиссионные системы с ненакаливаемыми катодами для ионно-плазменных технологий / В. Т. Барченко [и др.] ; под общ. ред. В. Т. Барченко. – СПб. : Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. – 220 с.
5. Plasma emission systems for electron- and ion-beam technologies / D. Antonovich, V. Gruzdev, V. Zalesski, I. Pobol& P. Soldatenko // High Temperature Material Processes 21(2):143–159 (2017).
6. Multi-bit structure for the formation of combined or alternating electron-ion beams / D. Antonovich [et al.] // High Temperature Material Processes: An International Quarterly of High-Technology Plasma Processes. – 2020. – Vol. 24, No 2. – P. 147–156.
7. Груздев В. А., Залесский В. Г. О роли плазменных электронов в формировании газоразрядной плазмы // Прикладная физика. – 2012. – № 1. – С. 64 – 72.
8. Introduction to plasma physics and controlled fusion Second edition Volume 1 Plasma Physics Francis F. Chen. Plenum Press. – New York and London, 1984. – 398 p.
9. Антонович Д. А., Груздев В. А., Залесский В. Г., Русецкий И. С. Способы повышения эффективности извлечения электронов в источниках с плазменным эмиттером// Вестн. Полоц. гос.ун-та. Сер. С: Фундаментальные науки. – 2010. – № 3 – С. 103 – 108.
10. Antonovich D. A., Gruzdev V. A., Zalesski V. G. The gas-discharge structure for the formation of radial electron beams // Electrotechnica and electronica. 2009 – 5-6. – P. 186 – 188.
11. Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твёрдом теле / В. Эбелинги, В Крефт, Д. Кремпп – Москва, 1979. – 264 с.
12. Теория твердого тела / А.С. Давыдов, Москва – 1976. – 639
13. Расчет движения релятивистских пучков заряженных частиц в электромагнитных полях / В.Т. Астрелин, В.М. Свешников, ПМТФ. – 1979. – № 3. – С. 3-8.

14. Dickinson, E. COMSOL Multiphysics (R) : Finite element software for electrochemical analysis. A mini-review / E. Dickinson, H. Ekström, E. Fontes // *Electrochemistry Communications*. – 2014. – Vol. 40. – P. 71-74.
15. Goplen B., Ludeking L., Mc Donald J., Warren G., Worl R. MAGIC user's manual // Mission Res. Corp. Nevington VA. Rep. MRC/WDC-R-184, Sept. 1988.
16. The 3-D MAFIA Group of Electromagnetic Codes / Ebeling F. [et al.] // *IEEE Trans. Magn.* – 1989. – V.25, №4. – P.2962–3064.
17. Shankar V., Hall W.F., Mohammadian A., Rowel C. Development of a CFD-based Algorithm for Computational Electromagnetics (CEM)// In: *Computational Fluid Dynamics Review 1995*. John Wiley&Sons, NY, 1995.P.821-836./ Ed. Hafez M., Oshima K.
18. User's manual for code KARAT // V.P. Tarakanov and Berkley Research Associates. – Inc. 1992-96.
19. Numerical Simulation of Diodes with Plasma Electrodes / V. Astrelin [et al.] // *Proceedings of 15th International Symposium on High Current Electronics*. – Tomsk: Publishing house of the IAO SB RAS, 2008. – P.11-15.
20. Tregubov V.F., Tregubov A.V. Program package TAU. Structure and applications for electron device simulation. *Proceedings of the 7-th International conference on electron beam technologies*. 2003. Varna. Bulgaria. P.39-41.
21. Свешников, В.М. Решение задачи оптимизации интенсивных пучков заряженных частиц в ППП ЭРА / В.М Свешников // *Технология моделирования задач математической физики*. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. – 1989. – С. 134–141.
22. Дзагуров, Л.Ю. Численное моделирование электронно-оптических систем с газовым наполнением / Л.Ю. Дзагуров, Ю.А. Коваленко // *Радиотехника и электроника*. – 1987. – Т. 32, №4. – С. 847-854.
23. Plasma emission systems for electron- and ion-beam technologies / D. Antonovich, V. Gruzdev, V. Zalesski, I. Pobol & P. Soldatenko // *High Temperature Material Processes* 21(2):143–159 (2017).
24. Антонович, Д. А. Построение физико-математической модели формирования потока заряженных частиц в источнике электронов с плазменным эмиттером / Д. А. Антонович, Д. В. Шидловская, Ю. В. Шиёнок // *Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя П.М. Машэрава*. – 2022. – № 2. – С. 15–20.].
25. D. Dovgulevich. Artificial neural network sasa tool forsimitulating physical processes / D. Dovgulevich // *EUROPEAN AND NATIONAL DIMENSION IN RESEARCH TECHNOLOGY: Electronic collected materials of XIII Junior Researchers' Conference*,

Novopolotsk, May 17–21, 2021 / Polotsk State University ; ed. Yu. Holubeu [et al.]. –
Novopolotsk : PSU, 2021.– 109-110

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Антонович, Д. А. Моделирование процессов формирования низкоэнергетичных ионно-электронных пучков в источниках с плазменным эмиттером / Д. А. Антонович, Д. В. Шидловская // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов X Междунар. науч. конф., Омск, 10 февраля 2023 г. – Омск : Омский государственный университет, 2023. – С. 118–121.
2. Антонович, Д. А. Построение физико-математической модели формирования потока заряженных частиц в источнике электронов с плазменным эмиттером / Д. А. Антонович, Д. В. Шидловская, Ю. В. Шиёнок // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя П.М. Машэрава. – 2022. – № 2. – С. 15–20.
3. Шидловская, Д. В. Применение искусственных нейронных сетей для моделирования процесса формирования низкоэнергетических пучков в источниках с плазменным эмиттером / Д. В. Шидловская, Д. А. Довгулевич ; науч. рук. Д. А. Антонович // XVI Машеровские чтения: материалы международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 21 октября 2022 г. : в 2 т. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2022. – Т. 1. – С. 64-65. – Библиогр.: с. 65 (4 назв.).
4. Антонович, Д. А. К вопросу формирования математической модели источника заряженных частиц с плазменным эмиттером / Д. А. Антонович, Ю. В. Шиёнок, Д. В. Шидловская // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы : материалы XXV Междунар. науч. конф., Санкт-Петербург, 30 мая-3 июня 2022 г. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2022. – С. 152–155.
5. Антонович, Д. А. Анализ одномерной модели электрического слоя между плоскими плазменными поверхностями в источнике заряженных частиц с плазменным эмиттером / Д. А. Антонович, Д. В. Шидловская // Актуальные проблемы физики, электроники и энергетики : электронный сб. ст. I Междунар. науч.-практ. конф., Новополоцк, 27-28 октября 2022 г. – Новополоцк : Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой, 2023. – С. 12–17.

6. Антонович, Д.А. Разработка программного обеспечения для моделирования процессов в источниках с плазменным эмиттером / Д.А. Антонович, Д. В. Шидловская, Д. А. Довгулевич // Материалы 75 Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 3 марта 2023 г. Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е.Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2023. – 757 с. осс. ун-т. – Минск: Ин-т математики НАН Беларуси, 2019. – Ч. 2. – С. 12-13.