

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.98

ГУМИНСКАЯ
Анна Владимировна

ОСОБЫЕ ТОЧКИ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ С ОПЕРАТОРАМИ,
ОСТАВЛЯЮЩИМИ ИНВАРИАНТНЫМ ВЫПУКЛОЕ
МНОЖЕСТВО

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 — математический анализ

Минск, 2008

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный руководитель — **Забрейко Петр Петрович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры математических
методов теории управления
механико-математического факультета
Белорусского государственного университета.

Официальные оппоненты: **Борухов Валентин Терентьевич**,
доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник отдела
математической теории систем
Института математики НАН Беларуси;

Вувуникян Юрий Микиртычевич,
кандидат физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой теории функций,
функционального анализа, вероятностей и
прикладной математики Гродненского
государственного университета имени Я. Купалы.

Опонирующая организация — Учреждение образования "Витебский
государственный университет имени
П.М. Машерова".

Защита состоится " 12 " сентября 2008 г. в 10:00 на заседании совета
по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном уни-
верситете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (юридический
факультет), ауд. 407, тел. (017) 209-57-09.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Бе-
лорусского государственного университета.

Автореферат разослан "30 " июня 2008 г.

Учёный секретарь
совета по защите диссертаций
доктор физико-математических наук,
профессор



Н.В. Лазакович

Задача неотрицательной и положительной разрешимости операторных уравнений возникает во многих разделах математики, в частности, в теории колебаний, математической физике, теории вероятностей и математической статистике, математической экономике (модели Леонтьева и их обобщения). Естественным аппаратом изучения неподвижных точек неотрицательных операторов является созданная в 60-70-е годы прошлого века теория вращения векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным конус в банаховом пространстве. Позже появились задачи, в которых возникают произвольные инвариантные множества, не являющиеся конусами или клиньями, и, следовательно, появилась необходимость в обобщении теории вращения векторных полей с неотрицательными операторами.

Одним из таких обобщений является теория вращения векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным произвольное замкнутое выпуклое множество (теория относительного вращения). Интерес к данной теории объясняется тем, что некоторые математические объекты обладают свойствами, которые выполняются только на выпуклых множествах. Например, в определении компактно сужаемого оператора, одним из условий является существование инвариантного ограниченного замкнутого выпуклого множества такого, что оператор вполне непрерывен на пересечении этого множества со своей областью определения. Примерами компактно сужаемых операторов являются уплотняющие операторы, которые часто встречаются в теории дифференциальных и интегральных уравнений.

Изучению относительного вращения и его свойств, а также вычислению относительных индексов посвящены работы Ю.Г. Борисовича, М.А. Красносельского, П.П. Забрейко, Ю.В. Покорного, И.Н. Астафьевой, Ю.И. Сапронова, Б.Н. Садовского, Э.М. Мухамадиева, Г. Аманна, Е. Данцера и других математиков, изучавших эти вопросы, начиная с середины 60-х годов прошлого столетия и до настоящего времени.

Диссертационная работа посвящена установлению для относительного вращения аналогов свойств вращения Лере-Шаудера и разработке методов вычисления относительных индексов особой и бесконечно удаленной точек, а также иллюстрации применения развитой теории к исследованию существования решений краевых задач.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами и темами. Тема диссертации соответствует приоритетному направлению фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь на 2006–2010 годы "Математические модели и их применение к анализу систем и процессов в природе и обществе". Работа над диссертацией проводилась на кафедре математических методов теории управления Белорусского государственного университета в рамках следующих научных программ:

- научной темы №604/29 "Анализ функций и отображений на метрических пространствах и их обобщениях" ГПФИ "Математические модели" (2006–2010 гг., номер госрегистрации 20062220);
- проекта БРФФИ Ф05-120 "Положительные операторы в упорядоченных векторных пространствах" (2005–2007 гг.).

Цель и задачи исследования. Основной целью диссертационной работы является установление для относительного вращения аналогов свойств вращения Лере–Шаудера и разработка методов вычисления индекса особой точки и асимптотического индекса векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным замкнутое выпуклое множество.

Для достижения поставленной цели в работе решались следующие задачи:

- нахождение аналогов теорем Хопфа о гомотопической классификации и о продолжении векторного поля без нулевых векторов для векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным замкнутое выпуклое множество;
- получение формул для вычисления относительного индекса произвольной особой точки и относительного асимптотического индекса вполне непрерывного векторного поля в невырожденном случае;
- получение формул для вычисления относительного индекса нулевой особой точки и относительного асимптотического индекса вполне непрерывного векторного поля в случае одномерного вырождения.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие результаты:

1. Аналоги теорем Хопфа о гомотопической классификации и о продолжении векторного поля без нулевых векторов для относительного вращения; определение относительного вращения для векторных полей с компактно сужаемыми операторами.

2. Формулы для вычисления относительного индекса особой точки и от-

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

носительного асимптотического индекса вполне непрерывного векторного поля с линейным оператором, оставляющим инвариантным клин в банаховом пространстве, а также с нелинейным оператором, оставляющим инвариантным замкнутое выпуклое множество, в невырожденном случае.

3. Формулы для вычисления относительного индекса нулевой особой точки и относительного асимптотического индекса вполне непрерывного векторного поля с неотрицательным оператором, а также с оператором, оставляющим инвариантным замкнутое выпуклое множество, в случае одномерного вырождения.

Личный вклад соискателя. Основные результаты, приводимые и выносимые на защиту в диссертационной работе, получены автором лично. Из совместно опубликованных работ в диссертацию вошли результаты, полученные лично автором, а также результаты, полученные на паритетных началах с научным руководителем.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертации докладывались на следующих научных конференциях:

– международная конференция "Проблемы управления и приложения (техника, производство, экономика)" (Минск, 16–20 мая 2005 года);

– международная конференция "Топологические и вариационные методы нелинейного анализа и их приложения" (Воронеж, Россия, 26 июня–2 июля 2005 года);

– международная конференция "Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений" (Минск, 13–19 сентября 2006 года);

– международная конференция "Еругинские чтения-XII" (Минск, 16–19 мая 2007 года).

Опубликованность результатов диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в 8 научных работах; из них 4 статьи в научных изданиях в соответствии с пунктом 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (общим объемом 2,25 авторских листа) и 4 тезисов докладов на международных конференциях. Общее количество опубликованных материалов составляет 2,5 авторских листа.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, пяти глав, заключения и библиографического списка. Полный объем диссертации составляет 108 страниц; из них 2 страницы занимают 4 иллюстрации, 8 страниц занимает библиографический список, содержащий 86 наименований, из которых 8 — публикации соискателя.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

В основной части работы приводятся аналитический обзор литературы по теме диссертации, обоснование выбора направления исследований (глава 1), изложение выполненных в работе теоретических исследований и основных результатов (главы 2, 3 и 4), примеры, иллюстрирующие применение теории относительного вращения к исследованию краевых задач (глава 5).

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Первая глава содержит обзор литературы по теории вращения (*раздел 1.1*) и теории относительного вращения (*раздел 1.2*). Излагается история введения понятий вращения и относительного вращения, приводятся их определения и свойства, кратко описываются основные результаты о вычислении индексов особых точек.

Во **второй главе** изучается вопрос о справедливости теорем Хопфа о гомотопической классификации и о продолжении векторного поля без нулевых векторов для векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным замкнутое выпуклое множество.

В *разделе 2.1* приводятся определения из работы М.А. Красносельского, П.П. Забрейко (1975), необходимые для изложения части результатов второй главы.

Непустое выпуклое множество S называется *фундаментальным для оператора A относительно множества M* , на котором задан A , если $A(S \cap M) \subseteq S$ и если из $x \in \text{co}(\{Ax\} \cup S)$ следует, что $x \in S$. Ограниченное замкнутое и выпуклое подмножество $T \subset X$ банахова пространства X называется *несущим для оператора A относительно множества M* , если T содержит хотя бы одно замкнутое фундаментальное для A относительно M множество и $A(T \cap M) \subset T$. Оператор A называется *компактно сужаемым*, если для него может быть указано несущее множество T такое, что A вполне непрерывен на $T \cap M$.

Основным классом компактно сужаемых операторов являются уплотняющие операторы. *Мерой некомпактности Хаусдорфа $\chi(\Omega)$ множества $\Omega \subseteq X$* называется инфимум таких $\epsilon > 0$, при которых Ω имеет в X конечную ϵ -сеть. Непрерывный оператор $A : M \rightarrow X$ называется *χ -уплотняющим*, если из неравенства $\chi(A(\Omega)) \geq \chi(\Omega)$ ($\Omega \in M$) вытекает относительная компактность множества Ω .

В *разделе 2.2* вводится понятие относительного вращения для векторных полей с компактно сужаемыми операторами. При этом используются с

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

необходимыми изменениями рассуждения из работы М.А. Красносельского, П.П. Забрейко (1975).

Пусть Q — замкнутое выпуклое множество в банаховом пространстве X , Ω — ограниченное открытое относительно Q множество. Обозначим через $\partial_Q \Omega$ и $\text{cl}_Q \Omega$ соответственно границу и замыкание множества Ω относительно Q . Пусть на относительном замыкании $\text{cl}_Q \Omega$ множества Ω задан компактно сужаемый оператор A , действующий в Q и не имеющий на относительной границе $\partial_Q \Omega$ неподвижных точек.

Пусть T — несущее множество для оператора A относительно $\text{cl}_Q \Omega$ такое, что A вполне непрерывен на $T \cap \text{cl}_Q \Omega$, и пусть $\tilde{\Omega}$ — открытое в пространстве X множество такое, что $\Omega = \tilde{\Omega} \cap Q$. Обозначим через A_T сужение оператора A на множество $T \cap \text{cl}_Q \Omega$. В силу замкнутости несущего множества T оператор A_T можно продолжить до определенного на замыкании $\text{cl} \tilde{\Omega}$ множества $\tilde{\Omega}$ вполне непрерывного оператора \tilde{A}_T со значениями в $T \cap Q$ (Дж. Дугунджи, 1951). Так как оператор A не имеет неподвижных точек на $\partial_Q \Omega$, то вполне непрерывный оператор \tilde{A}_T не имеет неподвижных точек на $\partial \tilde{\Omega}$ и, следовательно, определено вращение $\gamma(I - \tilde{A}_T, \tilde{\Omega})$. Определим относительное вращение $\gamma(I - A, \Omega; Q)$ векторного поля $I - A$ с компактно сужаемым оператором A равенством

$$\gamma(I - A, \Omega; Q) = \gamma(I - \tilde{A}_T, \tilde{\Omega}).$$

Показывается, что это определение корректно, т. е. не зависит от выбора множеств T и $\tilde{\Omega}$, а также от продолжения \tilde{A}_T оператора A_T . Для введенного относительного вращения доказываются три основных свойства вращения векторных полей.

В основной части второй главы, в разделе 2.3, доказываются аналоги теоремы Хопфа о продолжении векторного поля без нулевых векторов для относительного вращения конечномерных векторных полей и вполне непрерывных векторных полей, а также аналоги теоремы Хопфа о гомотопической классификации для относительного вращения конечномерных векторных полей, вполне непрерывных векторных полей, векторных полей с компактно сужаемыми и уплотняющими операторами.

Теорема 2.3. Пусть Q — замкнутое выпуклое множество в банаховом пространстве X и $\Omega \subset Q$ — ограниченное связное открытое относительно Q множество. Пусть вполне непрерывное векторное поле $\Phi = I - A$ определено на замыкании $\text{cl}_Q \Omega$ и невырождено на границе $\partial_Q \Omega$ множества Ω , причем $Ax \in Q$ при $x \in \text{cl}_Q \Omega$ и $\gamma(\Phi, \Omega; Q) = 0$. Тогда существует вполне непрерывное векторное поле $\Psi = I - B$, совпадающее с

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

В случае $\lambda_1(P) = 1$, спектральный радиус оператора B равен 1, тогда для вычисления относительного индекса $\text{ind}(0, I - A; K)$ исследуется нелинейная часть оператора A . Проверяется, что выполнены все условия теоремы 4.1, и показывается, что относительный индекс $\text{ind}(0, I - A; K)$ равен единице. Следовательно, при таких значениях силы P задача (1) не имеет ненулевых решений.

В разделе 5.2 рассматривается задача

$$y'' + y + h(t, y) = 0, \quad y(0) = y(\pi) = 0. \quad (3)$$

Предположим, что $h(t, y) : [0, \pi] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ — ограниченная непрерывная неотрицательная функция, равномерно непрерывная по t относительно y , удовлетворяющая условию $h(t, 0) = 0$ ($t \in [0, \pi]$). Предположим, что функция $h(t, y)$ дифференцируема по второй переменной в нуле и на бесконечности, и что эти производные равны нулю. Предположим также, что в некоторой окрестности нуля функция $h(t, y)$ допускает представление в виде $h(t, y) = c_0(t)y^m + o(y^m)$, где $m > 1$, а в некоторой окрестности бесконечности функция $h(t, y)$ допускает представление в виде $h(t, y) = c_\infty(t)y^n + o(y^n)$, где $n < 1$.

Краевая задача (3) сводится к решению уравнения (2) с оператором

$$Ax(t) = \int_0^\pi G(t, s)x(s)ds + h\left(t, \int_0^\pi G(t, s)x(s)ds\right),$$

где $G(t, s)$ — функция Грина (Р. Курант, Д. Гильберт, 1951)

$$G(t, s) = \frac{1}{\pi} \begin{cases} t(\pi - s), & t \leq s; \\ s(\pi - t), & t \geq s. \end{cases}$$

Оператор A действует в пространстве непрерывных функций $C[0, \pi]$, является вполне непрерывным и дифференцируемым по Фреше в нуле и на бесконечности. Производная $B = A'(0) = A'(\infty)$ определяется равенством

$$Bx(t) = \int_0^\pi G(t, s)x(s)ds.$$

Операторы A и B оставляют инвариантным конус K неотрицательных функций из $C[0, \pi]$.

Спектральный радиус оператора B равен единице, и единица является простым собственным значением оператора B , которому соответствует собственная функция $x_1(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin t$.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Тогда если выполняется пара неравенств

1) $\int_0^\pi h(t, \xi x_1(t)) x_1(t) dt < 0$ при малых положительных ξ ,

2) $\int_0^\pi h(t, \xi x_1(t)) x_1(t) dt > 0$ при больших положительных ξ ,

или пара неравенств

1) $\int_0^\pi h(t, \xi x_1(t)) x_1(t) dt > 0$ при малых положительных ξ ,

2) $\int_0^\pi h(t, \xi x_1(t)) x_1(t) dt < 0$ при больших положительных ξ ,

то из теорем 4.1 и 4.2 следует, что $\text{ind}(0, I - A; K) \neq \text{ind}(\infty, I - A; K)$. Следовательно, задача (3) имеет по крайней мере одно ненулевое неотрицательное решение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации. Диссертация посвящена установлению для относительного вращения аналогов свойств вращения Лере–Шаудера и разработке методов вычисления индекса особой точки и асимптотического индекса векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным замкнутое выпуклое множество.

В процессе выполнения работы получены следующие результаты:

1. Сформулированы и доказаны аналоги теорем Хопфа о гомотопической классификации и о продолжении векторного поля без нулевых векторов для относительного вращения конечномерных и вполне непрерывных векторных полей. Введено и изучено понятие относительного вращения для векторных полей с компактно сужаемыми операторами. Для таких полей, а также для полей с уплотняющими операторами доказан аналог теоремы Хопфа о гомотопической классификации для относительного вращения [4].

2. Получены общие формулы вычисления относительного индекса произвольной особой точки и относительного асимптотического индекса в невырожденном случае. Рассмотрен случай линейного вполне непрерывного оператора, оставляющего инвариантным клин в банаховом пространстве, а также случай нелинейного вполне непрерывного оператора, оставляющего инвариантным произвольное замкнутое выпуклое множество [1, 3, 5, 6].

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

3. Доказаны теоремы о вычислении относительного индекса нулевой особой точки и относительного асимптотического индекса в случае одномерного вырождения. Рассмотрен случай вполне непрерывного оператора, оставляющего инвариантным конус в банаховом пространстве, а также случай вполне непрерывного оператора, оставляющего инвариантным произвольное замкнутое выпуклое множество. Рассмотрены модельные примеры вычисления относительных индексов нулевой и бесконечно удаленной особых точек для конкретных нелинейных операторов [2, 7, 8].

Рекомендации по практическому использованию результатов. Результаты работы носят теоретический характер и могут применяться при изучении нелинейных операторных уравнений, а также при решении конкретных прикладных задач физики и экономики, где в качестве моделей используются уравнения с неотрицательными операторами или с операторами, оставляющими инвариантным выпуклое множество. Результаты работы могут быть использованы в учебном процессе при чтении специальных курсов.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)
СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ
ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи

1. Guminskaya, A.V. On calculation of the relative index of a fixed point in the nondegenerate case / A.V. Guminskaya, P.P. Zabreiko // Abstract and Applied Analysis. – 2006. – Vol. 2006. – Article ID 86173. – P. 1–11.
2. Гуминская, А.В. Индекс нулевой особой точки и индекс бесконечности для векторных полей с неотрицательными операторами / А.В. Гуминская // Труды Ин-та математики НАН Беларуси. – 2006. – Т. 14, № 1. – С. 44–50.
3. Гуминская, А.В. О вычислении относительного индекса особой точки в невырожденном случае / А.В. Гуминская, П.П. Забрёйко // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2007. – № 1. – С. 4–9.
4. Гуминская, А.В. О теоремах Хопфа для относительного вращения / А.В. Гуминская, П.П. Забрёйко // Труды Ин-та математики НАН Беларуси. – 2007. – Т. 15, № 1. – С. 33–46.

Тезисы

5. Гуминская А.В. О вычислении относительного индекса особой точки в невырожденном случае / А.В. Гуминская, П.П. Забрёйко // Проблемы управления и приложения (техника, производство, экономика): тез. докл. междунар. конф., Минск, 16–20 мая 2005 г. / Ин-т математики НАН Беларуси; редкол.: А.А. Килбас [и др.]. – Минск, 2006. – С. 33–34.
6. Гуминская А.В. О вычислении относительного индекса особой точки в невырожденном случае / А.В. Гуминская, П.П. Забрёйко // Топологические и вариационные методы нелинейного анализа и их приложения: тез. докл. междунар. науч. конф., Воронеж, 26 июня–2 июля 2005 г. / Воронежский гос. ун-т; редкол.: В.Г. Звягин [и др.]. – Воронеж, 2005. – С. 39–40.
7. Гуминская А.В. Индекс нулевой особой точки и индекс бесконечности для неотрицательных векторных полей в вырожденном случае / А.В. Гуминская // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. междунар. конф., Минск, 13–19 сент. 2006 г. /

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Белорус. гос. ун-т; редкол.: А.А. Килбас [и др.]. – Минск, 2006. – С. 45–46.

8. Гуминская А.В. Вычисление относительного индекса особой точки в вырожденном случае / А.В. Гуминская // Еругинские чтения-ХІІ: тез. докл. междунар. науч. конф., Минск, 16–19 мая 2007 г. / Ин-т математики НАН Беларуси; редкол.: В.В. Амелькин [и др.]. – Минск, 2007. – С. 94–95.

РЕЗЮМЕ

Гуминская Анна Владимировна

Особые точки векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным выпуклое множество

Ключевые слова: вращение векторных полей, относительное вращение векторных полей, индекс особой точки, относительный индекс особой точки, теоремы Хопфа.

Целью диссертационной работы является установление аналогов свойств вращения Лере–Шаудера для относительного вращения и разработка методов вычисления относительного индекса особой точки и относительного асимптотического индекса.

Результаты диссертационного исследования:

– доказаны аналоги теорем Хопфа о гомотопической классификации и о продолжении векторного поля без нулевых векторов для векторных полей с операторами, оставляющими инвариантным замкнутое выпуклое множество; введено понятие относительного вращения для векторных полей с компактно сужаемыми операторами;

– получены формулы для вычисления относительного индекса произвольной особой точки и относительного асимптотического индекса вполне непрерывного векторного поля в невырожденном случае;

– получены формулы для вычисления относительного индекса нулевой особой точки и относительного асимптотического индекса вполне непрерывного векторного поля в случае одномерного вырождения.

Доказанные утверждения обобщают и дополняют результаты, полученные ранее другими авторами для вращения Лере–Шаудера и для относительного вращения.

Результаты диссертации могут быть использованы при изучении нелинейных операторных уравнений, а также при решении конкретных прикладных задач физики и экономики, где в качестве моделей используются уравнения с неотрицательными операторами или с операторами, оставляющими инвариантным выпуклое множество.

РЭЗЮМЭ

Гумінская Ганна Уладзіміраўна

Асаблівыя пункты вектарных палёў з апэратарамі, якія пакідаюць інварыянтным выпуклае мноства

Ключавыя словы: вярчэнне вектарных палёў, адноснае вярчэнне вектарных палёў, індэкс асаблівага пункта, адносны індэкс асаблівага пункта, тэарэмы Хопфа.

Мэтай дысертацыйнай работы з'яўляецца выяўленне аналагаў уласцівасцей вярчэння Лерэ–Шаўдэра для адноснага вярчэння і распрацоўка метадаў вылічэння адноснага індэкса асаблівага пункта і адноснага асімптатычнага індэкса.

Вынікі дысертацыйнага даследавання:

– даказаны аналагі тэарэм Хопфа аб гаматалічнай класіфікацыі і аб працягу вектарнага поля без нулявых вектараў для вектарных палёў з апэратарамі, якія пакідаюць інварыянтным замкнутае выпуклае мноства; уведзена паняцце адноснага вярчэння для вектарных палёў з кампактна звужаемымі апэратарамі;

– атрыманы формулы для вылічэння адноснага індэкса адвольнага асаблівага пункта і адноснага асімптатычнага індэкса зусім непарыўнага вектарнага поля ў нявыраджаным выпадку;

– атрыманы формулы для вылічэння адноснага індэкса нулявога асаблівага пункта і адноснага асімптатычнага індэкса зусім непарыўнага вектарнага поля ў выпадку аднамернага выраджэння.

Даказаныя сцвярджэнні абагульняюць і далаўняюць вынікі, атрыманыя раней іншымі аўтарамі для вярчэння Лерэ–Шаўдэра і для адноснага вярчэння.

Вынікі дысертацыі можна выкарыстоўваць пры вывучэнні нелінейных апэратарных ураўненняў, а таксама пры рашэнні канкрэтных прыкладных задач фізікі і эканомікі, дзе ў якасці мадэляў выкарыстоўваюцца ураўненні з неадмоўнымі апэратарамі ці з апэратарамі, якія пакідаюць інварыянтным выпуклае мноства.

SUMMARY

Guminskaya Anna Vladimirovna

Fixed points of vector fields with operators
leaving a convex set invariant

Keywords: rotation of vector fields, relative rotation of vector fields, fixed point index, relative fixed point index, Hopf's theorems.

The goal of the thesis is to determine the analogues of Leray-Schauder rotation for the relative rotation and to develop the calculation methods for the relative fixed point index and the relative asymptotic index.

The results of the thesis' work:

– analogues of Hopf's theorem on homotopic classification and of Hopf's theorem on the continuation without zeros are introduced and proven for a case of vector fields with operators, whose domain and image are situated in a closed convex set; new concept of the relative rotation of vector fields with compactly restricted operators is introduced;

– formulae for the relative index of an arbitrary fixed point and the relative asymptotic index of completely continuous vector field in nondegenerate case are obtained;

– formulae for the relative index of zero and the relative asymptotic index of completely continuous vector field in one-dimensional degeneration case are obtained.

The proven statements generalize and complement results that have been obtained earlier by other authors for Leray-Schauder rotation and for the relative rotation.

The results of the thesis can be used in further research on nonlinear operator equations, as well as for solution of specific applied problems in various fields of physics and economics, where the equations with nonnegative operators or with operators, whose domain and image are situated in a convex set, are employed as models.