

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 519.2

Гурин  
Александр Сергеевич

Статистическое прогнозирование  
авторегрессионных временных рядов  
в условиях гетероскедастичности  
и пропущенных значений

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.05 — теория вероятностей  
и математическая статистика

Минск, 2007

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена на кафедре математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета.

Научный руководитель — **Харин Юрий Семенович**,  
член-корреспондент НАН Беларуси, доктор  
физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой математического  
моделирования и анализа данных  
Белорусского государственного университета.

Официальные оппоненты: **Малинковский Юрий Владимирович**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой математического анализа  
Учреждения образования «Гомельский  
государственный университет  
имени Франциска Скорины»;

**Цеховая Татьяна Вячеславовна**,  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
доцент кафедры теории вероятностей  
и математической статистики  
Белорусского государственного университета.

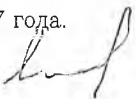
Оппонирующая организация — Государственное научное учреждение  
«Объединенный институт проблем  
информатики Национальной академии наук  
Беларуси».

Защита состоится 16 ноября 2007 года в 10.00 на заседании совета по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном университете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (юридический факультет), ауд. 407, тел. ученого секретаря: (017) 209-55-58.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан 12 октября 2007 года.

Ученый секретарь  
совета по защите диссертаций,  
доктор физико-математических наук, профессор

  
Н.В. Лазакович

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ) ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

## Связь работы с крупными научными программами

Тема диссертации соответствует направлению фундаментальных научных исследований “Математические модели и их применение к анализу систем и процессов в природе и обществе”, определенному Перечнем приоритетных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь на 2006–2010 годы. Результаты диссертационного исследования использованы при выполнении в Белорусском государственном университете следующих научно-исследовательских работ:

1. НИР “Разработка математических моделей, методов и алгоритмов статистического анализа неоднородных данных и их применение в компьютерных системах моделирования и обработки информации” по Плану НИОКР БГУ (2001–2005 гг.), номер госрегистрации 2002167;
2. НИР “Разработка математических моделей, методов и алгоритмов статистического анализа и прогнозирования случайных процессов и полей при различных уровнях априорной информации” в рамках ГПФИ “Математические структуры” (2002–2005 гг.), номер госрегистрации 2003181;
3. НИР “Статистический анализ временных рядов при наличии искажений модели наблюдений” в рамках гранта поддержки молодых ученых БГУ (2005 г.), номер госрегистрации 20051093;
4. НИР “Статистический анализ данных сложной структуры и его применения в компьютерных системах моделирования и обработки информации” по Плану НИОКР БГУ (с 2006 г.), номер госрегистрации 20062641;
5. НИР “Разработка методов, алгоритмов и программных средств статистического прогнозирования процессов в сложных стохастических системах” в рамках ГКПНИ “ИНФОТЕХ” (с 2006 г.), номер государственной регистрации 20062205;
6. НИР “Нестационарные многомерные и нелинейные эконометрические модели: теория и приложения” в рамках международной научной программы INTAS 03-51-3714 “Nonstationary Multivariate and Nonlinear Econometric Models: Theory and Applications” (2004–2006 гг.).

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы являются новые статистические оценки параметров, прогнозирующие статистики и алгоритмы статистического анализа и прогнозирования для авторегрессионных временных рядов в условиях гетероскедастичности и пропущенных значений. В связи с этим требуется решить следующие основные задачи:

1. Исследование вероятностных свойств классической оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью (неоднородностью по дисперсии);
2. Вычисление среднеквадратического риска прогнозирования авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью при различных уровнях априорной информации о коэффициентах авторегрессии;
3. Построение статистических оценок параметров авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями и установление асимптотических свойств этих оценок;
4. Построение и асимптотический анализ оптимальных в смысле критерия максимума правдоподобия прогнозирующих статистик для авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями при известных коэффициентах авторегрессии;
5. Построение и асимптотический анализ “подстановочных” прогнозирующих статистик для авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями при неизвестных коэффициентах авторегрессии.

## Положения, выносимые на защиту

1. Доказанные свойства классической оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью: состоятельность и асимптотическая нормальность, а также выражения для вектора математического ожидания и ковариационной матрицы асимптотического распределения вероятностей оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессии;
2. Выражение для среднеквадратического риска прогнозирования авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью при наличии ошибки в задании коэффициентов авторегрессии, а также асимптотическое разложение риска прогнозирования авторегрессионных временных

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

рядов с гетероскедастичностью при использовании оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессии;

3. Построенные новые статистические оценки параметров авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями и доказанные свойства этих оценок: состоятельность и асимптотическая нормальность, а также выражения для вектора математического ожидания и ковариационной матрицы асимптотического распределения вероятностей построенной оценки коэффициентов авторегрессии;
4. Построенные оптимальные в смысле критерия максимума правдоподобия прогнозирующие статистики для авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями при известных коэффициентах авторегрессии и вычисленные риски прогнозирования для этих статистик;
5. Построенные “подстаповочные” прогнозирующие статистики для авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями при неизвестных коэффициентах авторегрессии и асимптотические разложения рисков прогнозирования для этих статистик.

### **Личный вклад соискателя**

Основные результаты, приведенные в диссертации, получены автором самостоятельно. Соавторам в совместных работах принадлежат выбор направления исследований, предметные постановки задач, обсуждение результатов.

### **Апробация результатов диссертации**

Основные результаты диссертации были представлены и обсуждались на научных семинарах Белорусской статистической ассоциации и кафедры математического моделирования и анализ данных БГУ, VII и VIII международных научных конференциях “Компьютерный анализ данных и моделирование” (Минск, 2004, 2007), LIV сессии Международного статистического института (Берлин, Германия, 2003), международном семинаре “Robustness for High-Dimensional Data” (Форай, Австрия, 2004), международной конференции, посвященной 60-летию кафедры теории вероятностей и математической статистики и памяти профессора М.О. Ядренко, “Modern Stochastics: Theory and Applications” (Киев, Украина, 2006), IX международной Вильнюсской конференции “Probability Theory and Mathematical Statistics” (Вильнюс, Литва, 2006).

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

### Опубликованность результатов диссертации

По теме диссертационной работы опубликованы 24 научные работы. Из них 9 статей опубликовано в научных журналах с общим объемом 11 авторских листов и 15 статей опубликовано в сборниках материалов научных конференций. Результаты диссертационной работы также вошли в состав трех заключительных отчетов о НИР.

### Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, трех глав, заключения, библиографического списка и приложения. Полный объем диссертации составляет 137 страниц машинописного текста, включая 7 рисунков на 6 страницах, библиографический список из 160 использованных источников и 24 публикаций соискателя на 17 страницах, приложение на 31 странице.

Во введении обоснована актуальность проблемы статистического анализа и прогнозирования авторегрессионных временных рядов в условиях гетероскедастичности и пропущенных значений и определена связь между двумя рассматриваемыми в диссертации типами искажений: гетероскедастичностью и пропусками. Первая глава работы содержит аналитический обзор литературы и посвящена статистическому анализу и прогнозированию авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью. Во второй главе изложены результаты по статистическому оцениванию параметров векторных авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями. Третья глава посвящена статистическому прогнозированию векторных авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями, в ней строятся оптимальные в смысле критерия максимума правдоподобия прогнозирующие статистики при известных параметрах и вычисляются среднеквадратические риски прогнозирования для этих статистик, строятся “подстановочные” прогнозирующие статистики при неизвестных параметрах и асимптотические разложения среднеквадратических рисков прогнозирования для этих статистик. В заключении приводятся основные научные результаты диссертации и рекомендации по практическому использованию результатов. Приложение содержит объемные доказательства утверждений основной части диссертационной работы и вспомогательные утверждения.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Во **введении** обоснована актуальность выбранной тематики диссертационного исследования, выделены классы актуальных задач в рамках исследуемого направления, решение которых имеет практическое и теоретическое значение: статистическое оценивание параметров и прогнозирование авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью и пропущенными значениями.

**Глава 1** посвящена статистическому анализу и прогнозированию авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью. В **разделе 1.1** проведен аналитический обзор основных результатов, полученных для выделенных классов задач. В области статистического анализа и прогнозирования авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью и пропущенными значениями большинство работ посвящено решению задач оценивания параметров и проверки гипотез (С.Ф. Ansley, R. Kohn, А.С. Harvey, R.G. Pierse, R.H. Jones, T. Nijman, F. Palm), в то время как задаче прогнозирования уделяется меньше внимания. С другой стороны, задачи построения прогнозирующих статистик и вычисления рисков прогнозирования решаются в литературе для случая полных данных, то есть данных, в которых отсутствуют пропущенные значения (E. Akutowicz, F. Battaglia, R.J. Bhansali, F. Papangelou, W.A. Fuller, D.P. Hasza). В статистическом анализе и прогнозировании авторегрессионных временных рядов с неоднородным “инновационным” процессом можно выделить два типа неоднородности: неоднородность по математическому ожиданию и неоднородность по дисперсии (гетероскедастичность). Робастность прогнозирования авторегрессионных временных рядов при наличии аддитивных искажений, то есть при неоднородности “инновационного” процесса по математическому ожиданию, исследована в работах Ю.С. Харина и Д.В. Зеневича. Все вышесказанное определяет актуальность диссертационной работы, которая посвящена статистическому прогнозированию авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью и пропущенными значениями.

В **разделе 1.2** формулируются классические модели наблюдения авторегрессионных временных рядов и их свойства.

В **разделе 1.3** сформулирована модель наблюдения авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью. Авторегрессионным временным рядом с гетероскедастичностью  $АРГ(p)$  порядка  $p \in \mathbb{N}$  на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  будем называть временной ряд  $y_t \in \mathbb{R}$ , определенный

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Далее будем предполагать, что  $O_T = 1_d$ , то есть вектор  $Y_T$  наблюдается полностью, а пропуски имеются в  $Y_1, \dots, Y_{T-1}$ . При единичной глубине прогнозирования ( $\tau = 1$ ) прогнозирующая статистика (14) принимает вид:

$$\hat{Y}_{T+1} = \hat{B}Y_T. \quad (15)$$

**Теорема 3.4.** Пусть для модели (8) выполнены предположения П5 и П7,  $O_T = 1_d$ , для прогнозирования на единичную глубину ( $\tau = 1$ ) используется "plug-in" прогнозирующая статистика (15) с оценками (10) и выполнено следующее условие:  $\forall n \in \mathbb{N}, \exists C \in (0, +\infty), \exists T_0 \in \mathbb{N}, \forall T \geq T_0, \forall \theta \in (0, 1)$ , что  $\mathbf{E} \left\{ \frac{1}{|1_d + \theta G_0^{-1}(\hat{G}_0 - G_0)|^n} \right\} \leq C$ . Тогда имеет место асимптотическое разложение матричного риска прогнозирования при  $T \rightarrow +\infty$ :

$$R = \Sigma + \frac{1}{T}A + o\left(\frac{1}{T}\right) 1_{d \times d},$$

где

$$\begin{aligned} A = (A_{kl}) = & \sum_{i,j,i',j'=1}^d \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} BI(i,j) (BI(i',j')G_0^{-1})' \\ & \times ((G_\tau)_{i'j'}(G_\tau)_{jj'} + (G_\tau)_{ij'}(G_\tau)_{j'j}) C_{\tau,0,0,i,j,i',j'} \\ & - \sum_{i,j,i',j'=1}^d \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \left( BI(i,j) (I(i',j')G_0^{-1})' + I(i',j') (BI(i,j)G_0^{-1})' \right) \\ & \times ((G_{\tau-1})_{i'j'}(G_\tau)_{jj'} + (G_\tau)_{ij'}(G_{\tau-1})_{j'j}) C_{\tau,0,1,i,j,i',j'} \\ & + \sum_{i,j,i',j'=1}^d \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} I(i,j) (I(i',j')G_0^{-1})' \\ & \times ((G_\tau)_{i'j'}(G_\tau)_{jj'} + (G_{\tau+1})_{ij'}(G_{\tau-1})_{j'j}) C_{\tau,1,1,i,j,i',j'} \in \mathbb{R}^{d \times d}, \end{aligned}$$

$$I(i,j) \in \mathbb{R}^{d \times d}, (I(i,j))_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{если } (k,l) = (i,j) \\ 0, & \text{если } (k,l) \neq (i,j) \end{cases}, i,j,k,l \in \{1, \dots, d\}.$$

**Следствие 3.3.** Пусть выполнены условия Теоремы 3.4 и количество пропусков ограничено:  $\exists T_{\text{obs}} \in \mathbb{N}, \forall T \geq T_{\text{obs}}$ , что  $O_t = 1_d, t \in \{T_{\text{obs}}, \dots, T\}$ . Тогда имеет место асимптотическое разложение матричного риска прогнозирования при  $T \rightarrow +\infty$ :  $R = \Sigma + \frac{d}{T}\Sigma + o\left(\frac{1}{T}\right) 1_{d \times d}$ .

В разделе 3.5 приведены алгоритмы статистического прогнозирования векторных авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями и результаты вычислительных экспериментов на модельных данных, а также на классических данных "Индекс Бевериджа цен на пшеницу", показавшие хорошую согласованность теоретических и практических результатов.



# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

В диссертации получены следующие новые научные результаты:

1. Доказаны свойства классической оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью: состоятельность и асимптотическая нормальность, а также найдены выражения для вектора математического ожидания и ковариационной матрицы асимптотического распределения вероятностей оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессии [10-А, 11-А];
2. Вычислен среднеквадратический риск прогнозирования для авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью при наличии ошибки в задании коэффициентов авторегрессии, а также построено асимптотическое разложение риска прогнозирования авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью при использовании оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессии [10-А, 11-А];
3. Построены новые статистические оценки параметров авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями и доказаны свойства этих оценок: состоятельность и асимптотическая нормальность, а также найдены выражения для вектора математического ожидания и ковариационной матрицы асимптотического распределения вероятностей построенной оценки коэффициентов авторегрессии [6-А, 12-А – 14-А, 16-А, 19-А – 21-А];
4. Построены оптимальные в смысле критерия максимума правдоподобия прогнозирующие статистики для авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями при известных коэффициентах авторегрессии и вычислены риски прогнозирования для этих статистик [1-А – 5А, 7-А – 9-А, 14-А – 18-А, 22-А – 24-А];
5. Построены “подстановочные” прогнозирующие статистики для авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями при неизвестных коэффициентах авторегрессии и асимптотические разложения рисков прогнозирования для этих статистик [1-А – 5А, 7-А – 9-А, 14-А – 18-А, 22-А – 24-А].

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные результаты могут быть использованы для решения следующих практических задач:

1. Построение статистических оценок параметров и проверка гипотез о параметрах авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью;
2. Построение прогнозов авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью и вычисление среднеквадратических рисков прогнозирования;
3. Построение статистических оценок параметров и проверка гипотез о параметрах векторных авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями;
4. Построение прогнозов векторных авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями и вычисление матричных рисков прогнозирования.

Результаты работы развивают теорию робастных статистических выводов и могут быть использованы для решения актуальных задач статистического анализа (оценивания, проверки гипотез) и прогнозирования стохастических процессов в экономике, экологии, технике, медицине и других областях.

### Список публикаций соискателя по теме диссертации

Статьи в научных журналах:

- 1-А. Гурин, А.С. Статистическое прогнозирование AR-временных рядов при наличии “пропусков” / А.С. Гурин // Известия Белорусской инженерной академии. — 2003. — № 1(15)/2. — С. 145–147.
- 2-А. Харин, Ю.С. Методы прогнозирования векторных авторегрессионных временных рядов при наличии пропущенных значений / Ю.С. Харин, А.С. Гурин // Искусственный интеллект. — 2005. — № 4. — С. 292–301.
- 3-А. Kharin, Yu.S. “Plug-in” Statistical Forecasting of Vector Autoregressive Time Series with Missing Values / Yu.S. Kharin, A.S. Huryn // Austrian Journal of Statistics. — 2005. — Vol. 34, № 2. — P. 163–174.

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

- 4-А. Kharin, Yu.S. Sensitivity Analysis of the Risk of Forecasting for Autoregressive Time Series with Missing Values / Yu.S. Kharin, A.S. Hurya // *Pliska Studia Mathematica Bulgarica*. — 2005. — Vol. 17. — P. 137–146.
- 5-А. Харемза, В.В. О моделирование экономик России и Беларуси на основе эконометрической модели LAM-3 / В.В. Харемза, Ю.С. Харин, С.Б. Макарова, В.И. Малюгин, А.С. Гурин, Ю.В. Раскина // *Прикладная эконометрика*. — 2006. — № 2. — С. 124–139.
- 6-А. Харин, Ю.С. Статистические оценки параметров векторных авторегрессионных временных рядов при наличии пропущенных значений и их асимптотические свойства / Ю.С. Харин, А.С. Гурин // *Доклады Национальной академии наук Беларуси*. — 2006. — Т. 50, № 1. — С. 18–24.
- 7-А. Харин, Ю.С. Эконометрическое моделирование белорусской экономики на основе модели восточноевропейских экономик LAM-3 / Ю.С. Харин, В.И. Малюгин, А.С. Гурин // *Экономический бюллетень научно-исследовательского экономического института Министерства экономики Республики Беларусь*. — 2006. — № 3. — С. 27–37.
- 8-А. Гурин, А.С. Асимптотическое разложение риска прогнозирования AR(1) временных рядов при наличии пропущенных данных / А.С. Гурин // *Вестник БГУ. Серия 1*. — 2007. — № 2. — С. 82–88.
- 9-А. Харемза, В.В. Моделирование и прогнозирование макроэкономических показателей экономик Беларуси, России и Украины на основе межстрановой модели LAM ICM / В.В. Харемза, Ю.С. Харин, С.Б. Макарова, В.И. Малюгин, В.Н. Майковская, А.С. Гурин, Ю.В. Вымятина, Ю.В. Раскина // *Экономический бюллетень научно-исследовательского экономического института Министерства экономики Республики Беларусь*. — 2007. — № 4. — С. 18–34.

Статьи в сборниках материалов научных конференций:

- 10-А. Гурин, А.С. Робастность статистического анализа и прогнозирования авторегрессионных временных рядов в условиях гетероскедастичности / А.С. Гурин, Д.В. Зеневич, Ю.С. Харин // *Материалы II международной конференции “Проблемы актуарной и финансовой математики”, Минск, 20–22 июня 2002 года / Белорусский государственный университет; редколлегия: Г.А. Медведев [и др.]*. — Минск, 2002. — С. 121–127.

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

- 11-А. Гурин, А.С. Робастность статистического анализа и прогнозирования авторегрессионных временных рядов в условиях полиномиальной неоднородности инновационного процесса по математическому ожиданию / А.С. Гурин, Ю.С. Харин // Материалы I международной конференции "Информационные системы и технологии (IST'2002)", Минск, 5–8 ноября 2002 года: в двух частях / Белорусский государственный университет; редколлегия: А.Н. Курбацкий [и др.]. — Минск, 2002. — Ч. 2. — С. 217–222.
- 12-А. Гурин, А.С. О статистическом оценивании параметров авторегрессионных временных рядов при наличии пропусков / А.С. Гурин // Материалы VI республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях", Гомель, 17–19 марта 2003 года / Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины; редколлегия: М.В. Селькин [и др.]. — Гомель, 2003. — С. 131–132.
- 13-А. Kharin, Yu.S. Statistical Estimation of Parameters for Autoregressive Time Series with Missing Values / Yu.S. Kharin, A.S. Huryu // Proceedings of the VII International Conference "Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2003)", Minsk, 21–23 May 2003: in two volumes / Belarusian State University, Technical University of Szczecin; editors: V. Krasnoproshin [and others]. — Minsk, Belarus – Szczecin, Poland, 2003. — V. 2. — P. 85–90.
- 14-А. Kharin, Yu.S. Statistical Analysis and Forecasting of Autoregressive Time Series under Missing Values / Yu.S. Kharin, A.S. Huryu // Proceedings of the LIV Session of International Statistical Institute, Berlin, 13–20 August 2003: in two books / The International Statistic Institute. — Berlin, 2003. — B. 1. — P. 612–613.
- 15-А. Харин, Ю.С. Прогнозирование векторных авторегрессионных временных рядов с пропусками / Ю.С. Харин, А.С. Гурин // Материалы научной конференции "Теория вероятностей, математическая статистика и их приложения", Минск, 22 апреля 2004 года / Белорусский государственный университет; редколлегия: Г.А. Медведев [и др.]. — Минск, 2004. — С. 173–180.
- 16-А. Huryu, A.S. Statistical Analysis of VAR(p) Time Series with Missing Values / A.S. Huryu // Proceedings of the Workshop on Robustness for High-Dimensional Data (RobHD 2004), Vorau, 5–8 May 2004 / European Science

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Foundation; editors: P. Filzmoser [and others]. — Vorau, Austria, 2004. — P. 26–27.

- 17-A. Гурин, А.С. О риске прогнозирования VAR(1)-временных рядов при наличии пропусков / А.С. Гурин, Ю.С. Харин // Proceedings of the VII International Conference “Computer Data Analysis and Modeling”, Minsk, 6–10 September 2004: in two volumes / Belarusian State University; editors: S. Aivazian [and others]. — Minsk, 2004. — V. 2. — P. 206–210.
- 18-A. Харин, Ю.С. Прогнозирование векторных авторегрессионных временных рядов с “пропусками” / Ю.С. Харин, А.С. Гурин // Материалы V международной научной конференции “Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития”, Минск, 21–22 октября 2004 года: в пяти томах / Министерство экономики Республики Беларусь; редколлегия: С.С. Полоник [и др.]. — Минск, 2004. — Т. 1. — С. 447–458.
- 19-A. Гурин, А.С. Оценивание параметров VAR(1)-временных рядов с пропусками / А.С. Гурин // Материалы IX Белорусской математической конференции, Гродно, 3–6 ноября 2004 года: в трех частях / Министерство образования Республики Беларусь; редколлегия: Ю.С. Харин [и др.]. — Гродно, 2004. — Ч. 2. — С. 104–105.
- 20-A. Гурин, А.С. Об одних оценках параметров временных рядов VAR(1) с пропусками / А.С. Гурин // Материалы II международной конференции “Информационные системы и технологии (IST’2004)”, Минск, 8–10 ноября 2004 года: в двух частях / Белорусский государственный университет; редколлегия: А.Н. Курбацкий [и др.]. — Минск, 2004. — Ч. 2. — С. 158–160.
- 21-A. Харин, Ю.С. Об асимптотических свойствах оценки параметров векторной авторегрессии при наличии “пропусков” / Ю.С. Харин, А.С. Гурин // Материалы международной конференции, посвященной 70-летию профессора, доктора физико-математических наук Г.А. Медведева, “Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения”, Минск, 21–25 февраля 2005 года / Белорусский государственный университет; редколлегия: Н.Н. Труш [и др.]. — Минск, 2005. — С. 291–300.
- 22-A. Гурин, А.С. Прогнозирование векторных авторегрессионных временных рядов при наличии пропущенных значений / А.С. Гурин // Материалы

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

IV республиканской научной конференции молодых ученых и студентов “Современные проблемы математики и вычислительной техники”, Минск, 28–30 ноября 2005 года / Брестский государственный технический университет; редколлегия: В.В. Тур [и др.]. — Брест, 2005. — С. 38–40.

- 23-A. Huryn, A.S. Risk of Forecasting of Autoregressive Time Series with Missing Data / A.S. Huryn // Proceedings of the International Conference, Dedicated to the 60th Anniversary of the Department of Probability Theory and Mathematical Statistics and to the Memory of Professor M.Y. Yadrenko, “Modern Stochastics: Theory and Applications”, Kyiv, 19–23 June 2006 / Kyiv National Taras Shevchenko University; editors: V. Buldygin [and others]. — Kyiv, 2006. — P. 139.
- 24-A. Kharin, Yu.S. Sensitivity of Risk in Forecasting of VAR Time Series under Missing Values / Yu.S. Kharin, A.S. Huryn // Proceedings of the IX International Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics, Vilnius, 25–30 June 2006 / Institute of Mathematics and Informatics; editors: K. Kubilius [and others]. — Vilnius, 2006. — P. 178.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## РЭЗЮМЭ

Гурын Аляксандр Сяргеевіч

Статыстычнае прагназаванне аўтарэгрэсійных часавых шэрагаў ва ўмовах гетэраскедастычнасці і прапушчаных значэнняў

*Ключавыя словы:* аўтарэгрэсія, гетэраскедастычнасць, прапушчаныя значэнні, ацэньванне параметраў, прагназаванне, рызыка прагназавання.

*Аб'ектам даследавання* з'яўляюцца аўтарэгрэсійныя часавыя шэрагі з гетэраскедастычнасцю і прапушчанымі значэннямі. *Мэтай работы* з'яўляюцца новыя статыстычныя ацэнкі параметраў, прагназуючыя статыстыкі і алгарытмы статыстычнага аналізу і прагназавання для аўтарэгрэсійных часавых шэрагаў ва ўмовах гетэраскедастычнасці і прапушчаных значэнняў. У рабоце выкарыстоўваліся *метады* матэматычнага аналізу, тэорыі імавернасцяў, матэматычнай статыстыкі і выпадковых працэсаў.

У рабоце былі разгледжаны два тыпу скажэнняў мадэлі назіранняў аўтарэгрэсійных часавых шэрагаў: гетэраскедастычнасць і прапушчаныя значэнні. Для аўтарэгрэсійных часавых шэрагаў з гетэраскедастычнасцю былі даказаны імавернасныя ўласцівасці грунтоўнасці і асімптатычнай нармальнасці класічнай ацэнкі найменшых квадратаў каэфіцыентаў аўтарэгрэсіі, была вылічана сярэднеквадратная рызыка прагназавання пры наяўнасці памылкі ў заданні каэфіцыентаў аўтарэгрэсіі, было пабудавана асімптатычнае раскладанне рызык прагназавання пры выкарыстоўванні ацэнкі найменшых квадратаў каэфіцыентаў аўтарэгрэсіі. Для аўтарэгрэсійных часавых шэрагаў з прапушчанымі значэннямі былі пабудаваны новыя статыстычныя ацэнкі параметраў і былі даказаны іх імавернасныя ўласцівасці грунтоўнасці і асімптатычнай нармальнасці, былі пабудаваны аптымальныя ў сэнсе крытэрыя максімума праўдападобнасці прагназуючыя статыстыкі пры вядомых каэфіцыентах аўтарэгрэсіі і былі вылічаны рызыка прагназавання для гэтых статыстык, былі пабудаваны “падстапавочныя” прагназуючыя статыстыкі пры невядомых каэфіцыентах аўтарэгрэсіі і асімптатычныя раскладанні рызыкаў прагназавання для гэтых статыстык.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## РЕЗЮМЕ

Гурин Александр Сергеевич

Статистическое прогнозирование авторегрессионных временных рядов в условиях гетероскедастичности и пропущенных значений

*Ключевые слова:* авторегрессия, гетероскедастичность, пропущенные значения, оценивание параметров, прогнозирование, риск прогнозирования.

*Объектом исследования* являются авторегрессионные временные ряды с гетероскедастичностью и пропущенными значениями. *Целью работы* являются новые статистические оценки параметров, прогнозирующие статистики и алгоритмы статистического анализа и прогнозирования для авторегрессионных временных рядов в условиях гетероскедастичности и пропущенных значений. В работе использованы *методы* математического анализа, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов.

В работе рассмотрены два типа искажений модели наблюдения авторегрессионных временных рядов: гетероскедастичность и пропущенные значения. Для авторегрессионных временных рядов с гетероскедастичностью доказаны свойства состоятельности и асимптотической нормальности классической оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессии, вычислен среднеквадратический риск прогнозирования при наличии ошибки в задании коэффициентов авторегрессии, построено асимптотическое разложение риска прогнозирования при использовании оценки наименьших квадратов коэффициентов авторегрессии. Для авторегрессионных временных рядов с пропущенными значениями построены новые статистические оценки параметров и доказаны их свойства состоятельности и асимптотической нормальности, построены оптимальные в смысле критерия максимума правдоподобия прогнозирующие статистики и вычислены риски прогнозирования для этих статистик при известных коэффициентах авторегрессии, построены “подстановочные” прогнозирующие статистики и асимптотические разложения рисков прогнозирования для этих статистик при неизвестных коэффициентах авторегрессии.



# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ) SUMMARY

Aliaksandr Huryn

Statistical Forecasting of Autoregressive Time Series under Heteroscedasticity and Missing Values

*Key Words:* Autoregression, Heteroscedasticity, Missing Values, Estimation of Parameters, Consistency, Asymptotic Normality, Forecasting, Maximum Likelihood Method, Risk of Forecasting.

*The object of investigation* is autoregressive time series under heteroscedasticity and missing values. *The aim of work* is the new statistical estimators of the parameters, the forecasting statistics and the algorithms of statistical analysis and forecasting for autoregressive time series under heteroscedasticity and missing values. *The methods* of mathematical analysis, probability theory, mathematical statistics and random processes theory are used in the work.

The consistency and the asymptotic normality of the classical least square estimator (LSE) of the coefficients of autoregressive time series under heteroscedasticity are proved in the work, and the expressions for the vector of mathematical expectation and for the covariance matrix of asymptotic distribution of the LSE-estimator are found. The mean square risk of forecasting for autoregressive time series under heteroscedasticity and misspecification of the autoregressive coefficients is evaluated, and the asymptotic expansion of the risk of forecasting of autoregressive time series under heteroscedasticity and estimated by LSE-method coefficients is constructed. The new statistical estimators of parameters of the vector autoregressive time series under missing values are constructed, and the asymptotic properties (consistency and asymptotic normality) are proved. The optimal in the maximum likelihood sense forecasting statistics are constructed for the vector autoregressive time series under missing values and known parameters, and the matrix risks are evaluated. The "plug-in" forecasting statistics for the vector autoregressive time series under missing values and unknown coefficients and the asymptotic expansion of the matrix risks of forecasting are constructed.

