

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

Факультет химико-биологических и географических наук

Кафедра химии и естественнонаучного образования

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

 О.М. Балаева-Тихомирова

25.09.2023

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета

 Т.А. Толкачева

25.09.2023

СБОРНИК УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

Общая химия. Общая физика

Молекулярно-кинетическая теория.

Термодинамика физико-химических процессов

для специальностей:

6-05-0113-03 Природоведческое образование (Биология и химия)

6-05-0533-01 Физика

Составители: Е.Я. Аршанский, Д.А. Антонович, А.А. Белохвостов,
И.С. Борисевич

Рассмотрено и утверждено

на заседании научно-методического совета 30.10.2023, протокол № 1

УДК 54:53(075.8)
ББК 24.1я73+22.3я73
О-28

Печатается по решению научно-методического совета учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Протокол № 2 от 20.12.2023.

Составители: доктор педагогических наук, профессор **Е.Я. Аршанский**;
кандидат технических наук, доцент **Д.А. Антонович**;
кандидат педагогических наук, доцент **А.А. Белохвостов**;
кандидат педагогических наук, доцент **И.С. Борисевич**

Рецензенты:

декан факультета математики и информационных технологий
ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат физико-математических наук, доцент
Е.Н. Залеская;
кафедра общей и органической химии УО «ВГМУ»
(заведующий кафедрой, доктор педагогических наук, доцент *З.С. Кунцевич*)

О-28 **Общая химия. Общая физика. Молекулярно-кинетическая теория. Термодинамика физико-химических процессов для специальностей: 6-05-0113-03 Природоведческое образование (Биология и химия), 6-05-0533-01 Физика** : сборник учебно-методических комплексов / сост.: Е.Я. Аршанский, Д.А. Антонович, А.А. Белохвостов, И.С. Борисевич. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2024. – 207 с.
ISBN 978-985-30-0106-8.

В сборнике учебно-методических комплексов представлены материалы к лекционным и практическим занятиям, вопросы для контроля знаний студентов. Предназначен для студентов дневной формы получения образования по специальностям «Природоведческое образование (Биология и химия)» и «Физика». Основное назначение издания – обеспечение студентов учреждений высшего образования материалами для самостоятельного изучения вопросов молекулярно-кинетической теории и термодинамики физико-химических процессов на интегративной основе.

Данное издание подготовлено в рамках проекта БРФФИ по договору № Г22-080 (№ госрегистрации 20221024 от 28.06.2022).

УДК 54:53(075.8)
ББК 24.1я73+22.3я73

ISBN 978-985-30-0106-8

© ВГУ имени П.М. Машерова, 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	4
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ОБЩЕЙ ХИМИИ И ОБЩЕЙ ФИЗИКИ НА ОСНОВЕ СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ И ЕДИНЫХ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ ...	7
СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ ВЗАИМОСВЯЗИ КУРСОВ ОБЩЕЙ ХИМИИ И ОБЩЕЙ ФИЗИКИ	20
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ	31
Тема 1. Законы состояния идеального газа	32
Тема 2. Явления переноса	46
Тема 3. Термодинамика. Агрегатное состояние вещества	55
ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	77
Тема 1. Законы состояния идеального газа	77
Методические рекомендации по решению задач	77
Примеры решения задач	78
Задачи для проведения занятий	106
Тема 2. Явления переноса	118
Методические рекомендации по решению задач	118
Примеры решения задач	120
Задачи для проведения занятий	138
Тема 3. Термодинамика. Агрегатное состояние вещества	147
Методические рекомендации по решению задач	147
Примеры решения задач	148
Задачи для проведения занятий	183
РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ	191
Задачи для самостоятельного решения	191
Тест для самоконтроля	194
ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ	199
Глоссарий	199
Литература	201
Приложение	203

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Исторически сложилось, что межпредметная интеграция представляет собой значимое инновационное движение XXI века. Планомерное становление процессов интеграции в науке, политике, экономике, серьезное увеличение скорости развития социальной жизни в целом и образования в частности определяет задачу перехода от простых обобщений к опережающему научно-теоретическому осознанию фундаментальных законов и принципов на основе интеграции в образовании.

Одним из основных условий совершенствования образовательного процесса является организация обучения на основе интегративных содержательных связей между фундаментальными дисциплинами с целью систематизации и углубления знаний студентов. В связи с этим в основу предлагаемого учебного издания положена идея применения интегративного подхода при изучении курсов общей химии и общей физики, так как именно эти курсы создают необходимый прочный фундамент для освоения других специальных учебных дисциплин химического и физического профиля.

Учебные дисциплины «Общая химия» и «Общая физика» являются основой химической и физической составляющих подготовки будущего специалиста химико-биологического и физико-математического направления соответственно.

Цель их изучения на интегративной основе заключается в формировании целостных представлений о естественнонаучной картине мира. Содержательная основа базируется на единстве объектов, изучаемых химией и физикой; зависимости физических и химических свойств вещества от его состава и строения; взаимосвязи физических и химических процессов, а также на единстве и взаимосвязи физических и химических законов и теорий; взаимосвязи методов исследования, применяемых в физике и химии; усилении математического аппарата химии и физики в качестве точных наук.

Применение интегративного подхода, реализованного в данном сборнике учебно-методических комплексов, позволяет приблизить учебный материал по химии с материалом по физике. Это будет способствовать качественному усвоению студентами учебного материала, формированию умений; мотивировать студентов к самостоятельному поиску знаний и их направленному применению; развивать креативное мышление студентов; формировать познавательный интерес к естественным наукам.

Ведущая цель состоит в формировании у студентов целостных представлений о естественнонаучной картине мира на основе интеграции в обучении общей физике и общей химии.

Основными задачами курса являются:

- сформировать у студентов представления об основных принципах и законах общей физики химии и общей физики;
- сформировать целостное представление о границах применимости рассматриваемых физических и химических теорий;
- подготовить студентов к постановке и проведению теоретических и экспериментальных исследований по химии и физике;
- научить интерпретировать и грамотно оценивать экспериментальные данные, в том числе публикуемые в научной литературе;
- ознакомить с основными физическими и химическими процессами, методами их наблюдения и экспериментального исследования;
- способствовать развитию творческого мышления, навыков самостоятельной деятельности.

Освоение курса должно обеспечить формирование базовой профессиональной компетенции (БПК – 7): осуществлять эффективное взаимодействие с участниками образовательного процесса на основе норм педагогической этики.

Требования к формируемым компетенциям находят выражение в знаниях и умениях, которыми должны овладеть студенты.

В результате изучения студент должен **знать**:

- основные понятия и законы общей химии и общей физики;
- важнейшие термодинамические и кинетические закономерности протекания физических и химических процессов;
- основы статистического и термодинамического методов исследований в молекулярной физике и химии.

Студент должен **уметь**:

- раскрывать и обобщать закономерности, которым подчиняются изучаемые физические и химические процессы;
- правильно соотносить содержание конкретных физико-химических задач с законами термодинамики и молекулярно-кинетической теории и эффективно применять эти законы для решения задач;
- обрабатывать и адекватно интерпретировать результаты измерений.

Студент должен **владеть**:

- методами решения типовых задач по общей химии и общей физике с использованием аппарата высшей математики;
- приемами и навыками физико-химического эксперимента;
- правилами корректного обращения с физическими величинами, навыками проведения математической обработки результатов эксперимента;
- способами оценки точности величин экспериментально полученных результатов.

В учебном издании есть следующие условные обозначения:



– теоретический материал, актуальный как для студентов химико-биологического, так и физико-математического профиля;



– материал, в большей степени необходимый студентам химико-биологического направления;



– материал, в большей степени необходимый студентам физико-математического направления.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ОБЩЕЙ ХИМИИ И ОБЩЕЙ ФИЗИКИ НА ОСНОВЕ СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ И ЕДИНЫХ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ

В настоящее время проблема реализации междисциплинарных взаимосвязей при изучении студентами учреждений высшего образования естественнонаучных учебных дисциплин часто декларируется, но отсутствуют соответствующая теоретическая база и конкретные методические разработки. Это обосновывает потребность разработки и обоснования интегративной концепции преподавания естественнонаучных дисциплин с учетом содержания и общих методических подходов.

Учебные дисциплины «Общая химия» и «Общая физика» является основой химической и физической составляющей подготовки будущего специалиста химико-биологического и физико-математического направления соответственно. Эти учебные дисциплины являются связующим звеном между общим средним и высшем образованием, именно курсы общей химии и общей физики создают необходимый прочный фундамент для изучения других специальных учебных дисциплин химического и физического профиля. Именно поэтому разработанная нами интегративной концепции преподавания студентам естественнонаучных дисциплин была реализована на материале курсов общей физики и общей химии.

Основными идеями создания интегративной концепции преподавания студентам дисциплин естественнонаучного цикла (далее Концепция) послужили:

– объекты природы, процессы и явления, которые изучают естественными науками, необходимо комплексного изучения, которое обеспечивается с помощью установления содержательных взаимосвязей между отдельными науками;

– единые подходы к изучению физических и химических понятий, теорий, законов и закономерностей помогают наиболее полному осознанию сущности физико-химических процессов, строения и свойств веществ;

– взаимосвязи методов исследований, которые используются в химии и физике, создают основу для использования единых методов и приемов обучения этим наукам, среди которых основными являются наблюдение, эксперимент и моделирование.

Сущность разработанной нами Концепции раскрывается в следующих положениях:

– теоретической основой интеграции естественнонаучных дисциплин являются содержательные взаимосвязи физических и химических дисциплин

(взаимосвязи между понятиями, законами, теориями и фактами), единство методов их научного познания и методов обучения;

– методологической базой реализации указанной Концепции выступают системный (системность организации) и интегративный (интегративность содержания и методов обучения) подходы;

– цель изучения естественнонаучных дисциплин на интегративной основе состоит в формировании у студентов целостных представлений о естественнонаучной картине мира, исключая обособленные знания на уровне теоретических основ физики, химии и биологии в отдельности;

– содержание Концепции, структурированное с выделением трех блоков: «Блок общей химии», «Блок общей физики», «Междисциплинарный физико-химический блок», – призвано выполнить ее основные функции (содержательно-связующую, организационно-координационную, инструментально-технологическую, контрольно-прогностическую и практико-ориентирующую);

– интегративность в изучении студентами естественнонаучных дисциплин обеспечивается на основе использования следующих методов: установление междисциплинарных связей физики и химии, выполнение физико-химического эксперимента, работа с электронными образовательными ресурсами по общей физике и химии);

– формами организации учебных занятий в условиях реализации интегративной концепции преподавания студентам естественнонаучных дисциплин являются интегративные лекции и семинары, лабораторные и практические занятия междисциплинарного характера, контролируемая самостоятельная работа и консультации студентов.

Модель изучения общей химии и физики на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов состоит из четырех структурных компонентов: мотивационно-целевого, структурно-содержательного, процессуально-деятельностного и оценочно-результативного (рисунки 1 и 2).

Мотивационно-целевой компонент включает цель подготовки будущего специалиста, предполагающая формирование у студентов целостных представлений о естественнонаучной картине мира на основе интеграции в обучении общей физике и общей химии. Указанный компонент выполняет определяющую роль по отношению ко всем остальным компонентам в представленной модели, т.к. именно он нацеливает студентов на выполнение соответствующей учебной деятельности.

В качестве ведущего стимула выступает осознанное понимание студентами того, что достигнуть успеха в познании фундаментальных свойств Вселенной возможно только на основе взаимосвязи знаний об

окружающем мире, а также значимости приобретения практического опыта такой деятельности. Особенно важно показать взаимосвязи между физическими и химическими понятиями, законами, теориями, фактами и методами исследования, определяющие содержательную интеграцию курсов общей физики и общей химии.



Рисунок 1. – Мотивационно-целевой и структурно-содержательный компоненты модели преподавания общей химии и общей физики на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов

Структурно-содержательный компонент включает ведущие идеи интегративной концепции преподавания студентам дисциплин естественнонаучного цикла, принципы отбора и структуру содержания

блоков общей химии, общей физики и междисциплинарного физико-химического блока, а также реализуемые при этом функции (рисунок 1).

Рассмотрим более подробно принципы, на которые следует опираться при отборе учебного содержания в рамках реализуемой Концепции.

Принцип системности предполагает формирование у студентов целостных представлений о естественнонаучной картине мира на основе осознанного понимания единства фундаментальных понятий, законов и теорий, изучаемых в курсах общей химии и общей физики.

Принцип интегративности подразумевает установление содержательных взаимосвязей между теоретическими вопросами, изучаемыми в рамках общей химии и общей физики (строение атома, молекулярно-кинетическая теория, межмолекулярные взаимодействия, термодинамика, кинетика, электричество и др.), а также единство и взаимосвязи между методами исследования, применимыми в этих науках (физико-химический эксперимент и др.).

Принцип преемственности в единстве с принципом интегративности обеспечивает установление подобных соотношений между целями, содержанием, методами и средствами обучения, которые позволяют строить каждый новый этап методической подготовки с опорой на прошлый опыт обучающихся и, таким образом, облегчают их адаптацию к условиям обучения на следующем этапе обучения.

Принцип взаимосвязи теории и практики основан на закономерностях: практика – источник познания и область приложения теоретических результатов; чем больше приобретаемые студентами знания и умения связаны с будущей профессиональной деятельностью, тем выше сознательность обучения и интерес к нему.

Принцип практической направленности предполагает усиление практической составляющей в процессе изучения студентами общей химии и общей физики на интегративной основе.

Содержание модели изучения общей химии и общей физики на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов, отобранное посредством указанных выше принципов, имеет структуру, включающую три блока: «Блок общей химии», «Блок общей физики» и «Междисциплинарный физико-химический блок». Последний блок возник в результате интеграции содержания двух традиционных блоков – общей химии и общей физики. Содержательное наполнение каждого блока в соответствии с предложенной моделью представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Содержание курсов общей химии и общей физики, структурированное на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов к обучению студентов

Блок общей химии	Блок общей физики	Междисциплинарный физико-химический блок
Основные понятия и законы химии. Важнейшие классы соединений	Механика. Законы сохранения. Молекулярная физика. Реальный и идеальный газ	Ведущие положения молекулярно-кинетической теории. Законы сохранения
Химические реакции	Молекулярная физика. Тепловые процессы	Тепловой эффект в физике и химии
Теория строения атома и периодический закон	Атомная и ядерная физика	Физика и химия атомного ядра
Химическая связь и межмолекулярные взаимодействия	Молекулярная физика. Жидкости и твердые тела	Межмолекулярные взаимодействия. Агрегатное состояние вещества с позиции физики и химии
Основы химической термодинамики	Молекулярная физика. Законы термодинамики	Термодинамические закономерности физико-химических процессов
Химическая кинетика. Катализ. Химическое равновесие	Механика. Кинематика	Скорость процесса в физике и химии
Химия растворов и теория электролитической диссоциации	Электричество. Электрический ток. Электропроводность	Электрический ток в растворах
Окислительно-восстановительные процессы	Электричество. Электропроводность	Электролиз
Комплексные соединения	Электричество. Магнитное поле.	Магнитные свойства комплексных соединений.

Таким образом, содержание курсов общей химии и общей физики, структурированное на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов к обучению студентов, выполняет следующие функции:

– *содержательно-связующую*, обеспечивающую осознанное понимание студентами фундаментальных содержательных взаимосвязей между университетскими курсами общей физики и общей химии через интеграцию понятий, законов, теорий, фактов и методов исследования, что позволяет формировать у студентов целостные представления о естественнонаучной картине мира;

– *организационно-координационную*, наиболее полно производящую согласованность и координацию в изучении материала посредством установления содержательных взаимосвязей между курсами общей физики и общей химии (наиболее полно реализуется в содержании междисциплинарного физико-химического блока);

– *инструментально-технологическую*, состоящую в том, что осмысление студентами содержательных взаимосвязей между общей физикой и общей химией обосновывает общность и единство физико-химических методов научного исследования, а также создает условия для применения единых методов обучения студентов соответствующим учебным дисциплинам;

– *контрольно-прогностическую*, позволяющую получить информацию об уровне сформированности у студентов целостных представлений о естественнонаучной картине мира на основе содержательной интеграции в обучении общей физике и общей химии;

– *практико-ориентирующую*, требующую максимального приближения учебной деятельности студентов при интегративном изучении общей химии и общей физики к будущей практической деятельности специалиста.

Указанные функции обосновывают целостность структурно-содержательного компонента модели преподавания общей химии и общей физики на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов.

Процессуально-деятельностный компонент включает принципы организации обучения студентов общей физике и общей химии на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов, а также методы обучения и формы учебных занятий (рисунок 2).



Рисунок 2. – Процессуально-деятельностный и оценочно-результативный компоненты модели изучения общей химии и общей физики на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов

Процесс интегративного обучения студентов общей химии и общей физики реализуется на базе следующих принципов:

– *мотивации учебной деятельности*, который определяется тем, что процесс обучения студентов общей физике и общей химии на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов должен побуждать студентов к осознанному усвоению изучаемого материала и быть практико-ориентированным;

– *взаимного дополнения и интегративности подготовки*, он состоит в том, что ранее обособленные учебные дисциплины «Общая химия» и «Общая физика» интегрируются и дополняют друг друга не только на содержательном, но и процессуально-деятельностном уровне (через единые формы и методы обучения студентов);

– *моделирования профессиональной деятельности*, заключается в том, что все компоненты учебной деятельности студентов при интегративном изучении общей химии и общей физики моделируют будущую практическую деятельность специалиста;

– *вариативной проработки учебного материала*, состоит в том, что формируемые у студентов знания, умения и способы деятельности многократно отрабатываются на при интегративном изучении курсов общей химии и общей

физики на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов.

Формы организации учебных занятий в процессе обучения студентов общей химии и общей физике на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов представлены лекциями, семинарами, лабораторными занятиями, самостоятельной работой студентов и консультациями. Специфика организации этих занятий зависит от блока содержания, на материале которого они проводятся.

Методы обучения студентов общей физике и общей химии на интегративной основе рассмотрим более детально. Указанные методы основаны на междисциплинарном изучении физических и химических понятий, законов, теорий и закономерностей, применении физико-химического эксперимента, обобщении, интерпретации и прогнозировании научных фактов на основе взаимосвязей физики и химии, организации работы студентов с электронными ресурсами по физике и химии.

Методы обучения, основанные на междисциплинарном изучении физических и химических понятий, законов, теорий и закономерностей, наиболее полно способствуют формированию у студентов целостных представлений о естественнонаучной картине мира. Например, междисциплинарные связи при изучении общей физики и химии ярко прослеживаются в темах «Атомная и ядерная физика» и «Теория строения атома и периодический закон». Это вопросы, связанные с физикой и химией атомного ядра, с многоэлектронными атомами и ядерными реакциями. К ним относятся: состав и характеристики атомных ядер, масса и энергия связи ядра, ядерные силы, модели ядер, теория атома водорода по Бору, волны де Бройля, принцип неопределенности Гейзенберга; принцип Паули, принцип наименьшей энергии, правило Хунда. Осваивая современную атомную и ядерную физику, студенты подробно изучают теорию строения атома и ядра атома, физику атомных и ионных столкновений, основы атомной и рентгеновской спектроскопии, радиоспектроскопию. В общей химии больше внимания уделяется вопросам, имеющим значение в данной области знаний. А именно, периодическому закону в свете представлений о строении атома, периодической системе химических элементов Д.И. Менделеева, особенностям электронных конфигураций атомов, взаимосвязи положения элемента в периодической системе с электронным строением его атома и свойствами элемента.

Изучаемая в курсе общей химии тема «Химическая связь и межмолекулярное взаимодействие» помогает студентам понять природу взаимодействия атомов в молекулах, объяснить многообразие форм химических соединений, их реакционную способность и свойства. В зависимости от характера распределения электронной плотности в этой теме рассматриваются

такие типы химической связи как ковалентная, ионная и металлическая, уделяется внимание межмолекулярной и внутримолекулярной водородной связи. Для каждого типа связи изучаются механизмы образования, свойства, основные характеристики, строение кристаллических решеток. Междисциплинарные связи с общей физикой прослеживаются в освоении таких вопросов, как энергия межмолекулярного взаимодействия и ее связь с физическими свойствами вещества; понятие агрегатного состояния вещества; основные агрегатные состояния: плазма, газ, жидкость, кристалл; упорядоченность частиц и особенности их взаимодействия в каждом из агрегатных состояний; кристаллическое и аморфное состояния веществ. В курсе общей физики более глубоко разбирается строение и свойства жидкостей (тепловое движение; особенности поверхностного слоя; давление под искривленной поверхностью; капиллярные явления; испарение и др.), а также характерные черты кристаллического состояния (анизотропия; симметрия кристаллов; классификация и типы кристаллических решеток и др.).

Термодинамика представляет собой раздел физики, изучающий наиболее общие свойства макроскопических систем и способы передачи и превращения энергии в таких системах. Поэтому в общей физике дается понятие о внутренней энергии, теплоте, работе, теплоемкости. На их основании рассматривается первое начало термодинамики, вычисление теплоемкостей веществ и говорится о недостаточности первого начала термодинамики для однозначного описания процессов, происходящих в природе. Далее уделяется большое внимание второму закону термодинамики, различным подходам к его трактовке, термодинамическому и статистическому объяснению энтропии, говорится о постоянстве энтропии при обратимых процессах и ее возрастании при необратимых процессах в замкнутой системе. Интеграция с общей химией наблюдается в вопросах, относящихся к термодинамическим закономерностям физико-химических процессов (понятие внутренней энергии, теплоты, работы, кинетической и потенциальной энергии; формулировки первого и второго законов термодинамики). Кроме того, в общей химии акцентируется внимание студентов на том, что с точки зрения химической термодинамики важно знать не только законы, но и уметь прогнозировать возможности протекания химических реакций и физико-химических процессов, а также понимать роль энтальпийного и энтропийного факторов в направленности процессов при различных условиях.

Междисциплинарный физико-химический эксперимент выполняет особую роль при формировании у студентов целостных представлений о единстве методов исследования, используемых химии и физике.

Например, при изучении поверхностного натяжения может быть использован физико-химический эксперимент, в основу которого положен сталагмометрический метод, который заключается в определении числа капель,

образующихся при вытекании определенного объема жидкости из капиллярного отверстия специальной пипетки – сталагмометра (рисунок 3).

В основе метода лежит закон, согласно которому масса капли, отрывающейся от капилляра, пропорциональна коэффициенту поверхностного натяжения.



Рисунок 3. – Сталагмометр Траубе
(1 – верхняя метка,
2 – нижняя метка)

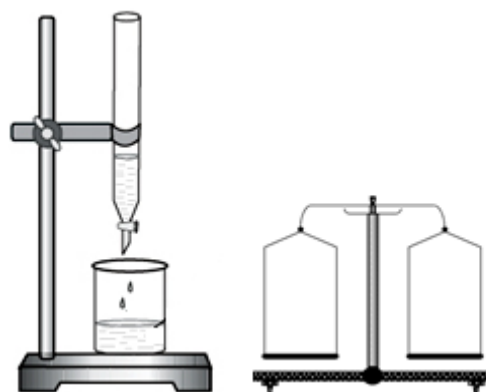


Рисунок 4. – Оборудование к работе
по исследованию поверхностного
натяжения жидкостей

Для проведения эксперимента вместо сталагмометра можно использовать бюретку (рисунок 4). В этом случае поверхностное натяжение исследуемого раствора можно определить путем сравнения с поверхностным натяжением эталонной жидкости – воды, значение которого известно. Поверхностное натяжение эталонной и неизвестной жидкости будут отличаться во столько же раз, во сколько раз отличаются массы их капель.

Таким образом, предложенный метод может быть использован для: 1) экспериментального определения поверхностного натяжения с помощью эталонной жидкости; 2) межфазного натяжения на границе двух жидкостей; 3) поверхностного натяжения воды при разных температурах.

Методы обобщения, интерпретации и прогнозирования научных фактов на основе взаимосвязей физики и химии используются при объяснении научных фактов, прогнозировании свойств и способов получения веществ на основе их состава и строения, установлении состава и строения веществ на основе их свойств, предвидении возможных продуктов реакции на основе закономерностей их протекания.

Возможность на основе теоретических знаний по общей химии и общей физике прогнозировать, объяснять, моделировать, обобщать, рефлексировать, создает потенциальные возможности для развития самостоятельности студентов при решении различных познавательных задач, что позволяет:

– прогнозировать физические и химические свойства, а также способы получения соединений;

– объяснять наблюдаемые признаки и условия проведения химических реакций с участием неорганических и органических соединений;

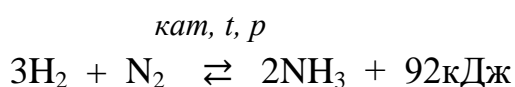
– моделировать пространственное и электронное строение веществ на основе электронного строения соединяющихся атомов в их молекулах, экспериментально проявляемых ими свойств;

– делать обобщения о строении, свойствах и взаимосвязи органических и неорганических веществ и переносить приобретенные знания в новые условия, на другие вещества и процессы;

– высказывать обоснованные суждения о физических и химических процессах; возможности интеграции приобретенных знаний и их применения в будущей профессиональной деятельности.

Например, для оценки целостной картины любой процесс следует рассматривать с термодинамической и кинетической точки зрения. Законы химической термодинамики позволяют определить направление и предел протекания возможного при данных условиях химического процесса, а также его энергетический эффект. Химическая кинетика, напротив, изучает течение реакций во времени и рассматривает их механизмы на уровне отдельных частиц. В теме общей химии «Химическая кинетика. Катализ. Химическое равновесие» рассматривается учение о скорости протекания химических реакций и о зависимости скорости реакции от различных факторов: концентрации реагирующих компонентов, температуры, влияния различных веществ. В общей физике скорость рассматривается как векторная физическая величина, характеризующая быстроту перемещения и направление движения материальной точки относительно выбранной системы отсчёта. Разные подходы к трактовке понятия скорость в физике и химии, тем не менее, позволяют выделить интегративный компонент, включающий такие вопросы как микроскопическое и макроскопическое состояния системы; макроскопические параметры; термодинамическое равновесие; равновесные процессы; понятие о скорости как о векторной величине в механике и скалярной величине применительно к химической реакции.

Приведем более конкретный пример. Большую часть азотных удобрений получают из аммиака, который в свою очередь синтезируют из водорода и азота в присутствии катализаторов при температуре от 400 до 500° С и высоком давлении – от 20 до 30 МПа:



Обсуждаем почему такие условия являются оптимальными. Реакция азота с водородом обратимая и экзотермическая, число молей образующегося газа меньше, чем для исходной смеси. Следовательно, с позиции термодинамики увеличению выхода аммиака должны способствовать увеличение давления и

снижение температуры (согласно принципу Ле Шателье). Однако снижение температуры с точки зрения кинетики сильно замедляет скорость химической реакции, поэтому чтобы заставить эту реакцию протекать с заметной скоростью, необходимо либо поднять температуру, либо использовать катализатор. Температуру слишком высоко поднимать нельзя, поскольку уменьшается выход аммиака, поэтому приходится использовать катализатор. На реакцию синтеза каталитически действуют многие металлы: марганец, железо, родий, осмий, рений, платина, уран. Из них наиболее активными являются железо, рений, осмий и уран, но их добыча обходится слишком дорого. Поэтому при промышленном синтезе аммиака в основном используется губчатое железо с примесями оксидов алюминия и калия. Такой катализатор является более дешевым, стойким к перепадам температур и достаточно активным.

Работа студентов с электронными ресурсами по физике и химии связана со спецификой методов научного познания в указанных науках, а также широкими возможностями для проведения наряду с реальными исследованиями виртуальных лабораторных работ, а также сочетания виртуального и реального эксперимента. Современные виртуальные лаборатории – это мощный инструментарий для моделирования явлений и процессов в различных областях науки и техники.

Например, виртуальная лаборатория «Молекулярная физика и термодинамика» позволяет рассчитывать и моделировать тепловые явления в макроскопических телах и свойства этих тел на основе принципов их молекулярного строения и взаимодействия с веществами; сравнивать количество выделяющейся или поглощающейся теплоты; измерять удельную теплоемкость; исследовать изотермические, изохорные и изобарные процессы. Виртуальная лаборатория «Химическая кинетика» позволяет простым и интересным способом визуализировать скоростные закономерности протекания химических реакций. С помощью онлайн калькуляторов можно определить направление протекания реакции через расчет изменения энергии Гиббса и с использованием уравнения изотермы Вант-Гоффа; вычислить константу скорости реакции по уравнению Аррениуса и др.

Семейство виртуальных лабораторий Yenka предназначено для моделирования процессов и явлений в самых разных областях науки и техники. Программный комплекс содержит пакет Yenka Science, предназначенный для постановки виртуальных экспериментов в областях звука и света, электричества и магнетизма, силы и движения, неорганической и физической химии, аналоговой и цифровой электроники, электрохимии. Использование виртуальной лаборатории «Электрохимическое моделирование» позволяет провести компьютерную имитацию процессов, протекающих в электрохимической ячейке, которая в

зависимости от заданного режима работы может представлять собой либо гальванический элемент, либо электролитическую ячейку (рисунок 5).

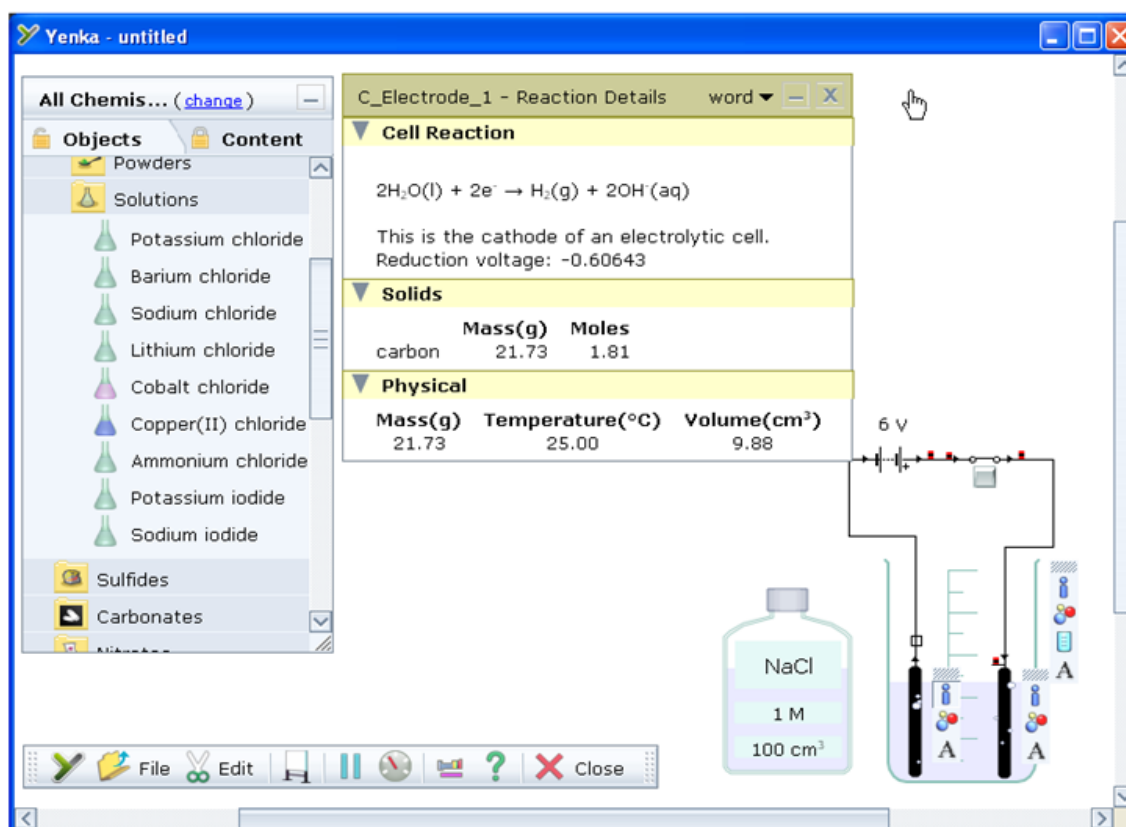


Рисунок 5 – Виртуальная лаборатория «Электрохимическое моделирование» (пакет Yenka)

Для моделирования процессов имеется большой спектр металлических и углеродных электродов, а также 28 виртуальных склянок с растворами электролитов. Кроме того, программа позволяет изменять концентрацию электролита в растворе. Преимуществами комплекса Yenka являются – понятный и удобный интерфейс, наличие множества пошаговых уроков и красочных анимационных примеров, функции печати и сохранения результатов.

Таким образом, процессуально-деятельностный компонент модели доказывает возможности и перспективы включает принципы организации обучения студентов общей физике и общей химии на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов.

Оценочно-результативный компонент отражает уровни сформированности у студентов целостных представлений о естественнонаучной картине мира на основе интеграции в обучении общей физики и общей химии. Разработанная модель реализуется на основе использования описанной выше методики и учебно-методического обеспечения.

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ ВЗАИМОСВЯЗИ КУРСОВ ОБЩЕЙ ХИМИИ И ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Содержание модели изучения общей химии и общей физики на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов имеет структуру, включающую три блока: «Блок общей химии», «Блок общей физики» и «Междисциплинарный физико-химический блок». Детальное содержательное наполнение каждого блока представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Содержание курсов общей химии и общей физики, структурированное на основе содержательных взаимосвязей и единых методических подходов к обучению студентов

Блок «Общая химия»	Блок «Общая физика»	Междисциплинарный физико-химический блок
<p>Основные понятия и законы химии</p> <p>Предмет химии. Разделы химии и их взаимосвязь.</p> <p>Типы химических частиц: атомы, молекулы, простые и сложные ионы, макромолекулы.</p> <p>Типы химических формул (эмпирическая, молекулярная, структурная, пространственная) и области их применения.</p> <p>Расчеты по химическим формулам. Структурные единицы в химии. Молекулярная и немолекулярная структура, особенности веществ с этими типами структуры.</p> <p>Закон постоянства состава Пруста. Закон кратных отношений Дальтона. Закон простых объемных отношений Гей-Люссака. Закон Авогадро и выводы из него. Атомы и молекулы, их размеры и массы.</p>	<p>Механика. Законы сохранения.</p> <p>Понятие об энергии как количественной мере движения материи. Работа и энергия. Законы сохранения.</p> <p>Молекулярная физика. Реальный и идеальный газ.</p> <p>Массы атомов и молекул. Количество вещества.</p> <p>Понятие об идеальном и реальном газе. Распределение молекул газа по направлениям движения в состоянии равновесия. Число ударов молекул газа о стенку. Давление идеального газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории.</p> <p>Основное уравнение кинетической теории газов для давления. Уравнение состояния идеального газа. Законы идеального газа. Распределение</p>	<p>Основные положения молекулярно-кинетической теории. Законы сохранения</p> <p>Понятие о материи. Конкретные виды материи: вещество и поле.</p> <p>Представления об атомах, молекулах на основе молекулярно-кинетической теории строения вещества, а также о законах сохранения и количественных характеристиках вещества</p>

Продолжение таблицы 2.

<p>Относительные атомные и молекулярные массы. Постоянная Авогадро. Моль – единица количества вещества. Молярная масса и молярный объем. Важнейшие классы неорганических соединений</p>	<p>молекул газа по скоростям. Постановка задачи о распределении молекул по компонентам скоростей и по абсолютным значениям скорости. Отклонение реальных газов от идеальных газов. Уравнение Ван-дер-Ваальса.</p>	<p>Закон сохранения массы и энергии и его значение в физике и химии</p>
<p>Химические реакции Понятия системы, фазы, процесса. Гомогенные и гетерогенные системы и процессы. Химическая реакция как процесс. Понятия реагента, продукта. Классификации химических реакций. Тепловой эффект химической реакции. Типы уравнений химических реакций: молекулярное, полное и сокращенное ионные, с использованием структурных формул. Термохимические уравнения. Схемы реакций. Стехиометрические схемы. Расчеты по химическим уравнениям и стехиометрическим схемам.</p>	<p>Молекулярная физика. Тепловые процессы. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Температура и её измерение. Эмпирические температурные шкалы. Идеально-газовая шкала температур. Молекулярная физика. Основы термодинамики. Процессы в термодинамике. Термодинамический метод. Внутренняя энергия, работа и теплота. Выражение для внутренней энергии идеального газа. Работа, совершаемая системой при изменениях её объёма.</p>	<p>Тепловой эффект в физике и химии. Теплообмен как процесс изменения внутренней энергии без совершения работы. Применение понятия «температура» при рассмотрении теплового эффекта химической реакции Теплоты образования химических соединений. Закон Гесса и следствия из него.</p>
<p>Теория строения атома и периодический закон Строение атома. Ядро как динамическая система протонов и нейтронов. Устойчивость ядер. Виды радиоактивности. Период полураспада. Ядерные реакции и превращения химических элементов.</p>	<p>Атомная и ядерная физика Порядки величин и энергий для атомно-молекулярных и ядерных явлений. Специфика законов микромира. Явления, подтверждающие сложность строения ядра. Элементарный электрический заряд и открытие электрона.</p>	<p>Физика и химия атомного ядра. Состав и характеристики атомных ядер. Масса и энергия связи ядра. Ядерные силы. Модели ядер. Теория атома водорода по Бору, ее внутренние</p>

Продолжение таблицы 2.

<p>Исходные теоретические и экспериментальные предпосылки решения внутренних противоречий планетарной модели атома. Корпускулярно-волновой дуализм. Кванты. Уравнение Планка. Фотоны.</p> <p>Квантовомеханическая модель атома водорода. Квантовые числа как параметры, определяющие состояние электрона в атоме. Главное (n), орбитальное (l), магнитное (m_l), спиновое (m_s) квантовые числа. Физический смысл квантовых чисел. Понятие об электронном облаке. Атомные орбитали (АО). Основное и возбужденное состояние. Пространственная форма атомных орбиталей (s, p, d, f).</p> <p>Многоэлектронные атомы. Последовательность заполнения АО. Электронные схемы, электронные формулы и электронно-графические схемы атомов.</p> <p>Периодический закон в свете представлений о строении атома. Периодическая система химических элементов Д.И. Менделеева. Периоды, группы, подгруппы. Особенности электронных конфигураций атомов элементов групп А и В. Элементы s-, p-, d-, f- семейств.</p>	<p>Дискретность процессов испускания и поглощения излучения. Квантование орбит. Магнитные свойства атомов, пространственное квантование.</p> <p>Характеристика квантового состояния волновой функцией. Операторы физических величин, Нестационарное и стационарное уравнения Шредингера.</p> <p>Уравнение Шредингера для атома водорода. Разделение переменных. Условие нормировки. Уровни энергии, волновые функции и распределение плотности вероятности. Момент импульса электрона и его проекции. Классификация состояний и спектр атома водорода.</p> <p>Общая характеристика оптических спектров многоэлектронных атомов. Рентгеновские спектры. Закон Мозли.</p> <p>Общие закономерности радиоактивного распада. Альфа-распад. Бета-распад. Спектр бета-частиц. Проблема массы нейтрино. Гамма-излучение ядер. Деление ядер под действием нейтронов.</p>	<p>противоречия. Волны де Бройля. Принцип неопределенности Гейзенберга.</p> <p>Спин электрона. Корпускулярно-волновой дуализм. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.</p> <p>Многоэлектронные атомы.</p> <p>Закономерности заполнения орбиталей в атомах: принцип Паули, принцип наименьшей энергии, правило Хунда.</p> <p>Ядерные реакции.</p> <p>Ядерная реакция как процесс превращения атомного ядра под действием других частиц. Спонтанное деление ядер. Радиоактивные семейства. Трансурановые элементы. Цепная реакция. Синтез легких ядер. Термоядерный синтез.</p>
---	---	--

Продолжение таблицы 2.

<p>Взаимосвязь положения элемента в периодической системе с электронным строением его атома и свойствами элемента. Свойства элементов, изменяющиеся периодически и не периодически. Основные характеристики атомов: атомные радиусы, энергия ионизации, сродство к электрону, электроотрицательность. Изменение характеристик атомов по группам и периодам. Значение периодического закона для развития науки. Границы и эволюция периодической системы химических элементов.</p>		
<p>Химическая связь и межмолекулярные взаимодействия</p> <p>Основные типы химической связи. Ковалентная связь. Метод валентных связей (МВС). Обменный и донорно-акцепторный механизмы образования ковалентной связи. Свойства ковалентной связи (длина, прочность, насыщаемость, направленность, полярность, поляризуемость) и их количественные характеристики. Энергия ковалентных связей. Направленность и насыщаемость ковалентной связи. Гибридизация АО. Типы гибридизации и геометрия молекул.</p>	<p>Молекулярная физика. Жидкости и твердые тела</p> <p>Энергия молекулы. Колебательное и вращательное движения молекул. Вращательные, колебательные и электронные спектры молекул. Строение жидкостей. Тепловое движение в жидкостях. Особенности явлений переноса в жидкостях. Свойства поверхностного слоя жидкости. Поверхностное натяжение. Явления на границе жидкости и твёрдого тела. Краевой угол. Смачиваемость. Давление под искривленной поверхностью жидкости. Формула Лапласа. Капиллярные явления.</p>	<p>Межмолекулярные взаимодействия.</p> <p>Понятие о межмолекулярном взаимодействии. Энергия межмолекулярного взаимодействия и ее связь с физическими свойствами вещества.</p> <p>Агрегатное состояние вещества с позиции физики и химии.</p> <p>Понятие агрегатного состояния вещества. Основные агрегатные состояния: плазма, газ, жидкость, кристалл. Упорядоченность частиц и особенности их взаимодействия в каждом из агрегатных состояний.</p>

Продолжение таблицы 2.

<p>Полярность связей и полярность молекул. σ- и π-связи. Кратность связи. Факторы, влияющие на прочность связи.</p> <p>Поляризуемость ковалентной связи. Зависимость поляризуемости связи от её природы и длины.</p> <p>Водородная связь. Межмолекулярная и внутримолекулярная водородная связь. Влияние водородной связи на свойства веществ.</p> <p>Метод молекулярных орбиталей (ММО): делокализация электронной плотности между всеми ядрами. σ- и π-Молекулярные орбитали как линейные комбинации s- и p-атомных орбиталей.</p> <p>Связывающие и разрыхляющие МО. Принципы заполнения МО.</p> <p>Типы кристаллических решеток, образованные веществами с ковалентной связью в молекулах. Свойства этих веществ.</p> <p>Ионная связь. Ионные кристаллические решетки. Свойства веществ с ионным типом связи.</p> <p>Металлическая связь. Особенности электронного строения атомов элементов, способных к образованию металлической связи.</p> <p>Типы кристаллических структур (молекулярная,</p>	<p>Испарение жидкостей. Теплота испарения. Температурная зависимость давления насыщенных паров. Уравнение Клапейрона - Клаузиуса. Зависимость давления насыщенных паров от кривизны поверхности.</p> <p>Характерные черты кристаллического состояния. Анизотропия кристаллов. Понятие о симметрии кристаллов. Кристаллические решётки. Решётки Браве. Классификация решёток Браве по кристаллографическим системам. Физические типы кристаллических решёток. Понятие о природе сил связи в кристаллах. Дефекты в кристаллах. Точечные дефекты. Дислокация.</p> <p>Теплоёмкость твёрдых тел. Классическая теория. Понятие о квантовой теории теплоёмкости твёрдых тел. Формула Планка для средней энергии линейного гармонического осциллятора. Теория Эйнштейна теплоёмкости твёрдых тел. Кристаллизация и плавление. Сублимация.</p>	<p>Кристаллическое и аморфное состояния веществ.</p>
---	---	--

Продолжение таблицы 2.

<p>атомная, ионная, металлическая), особенности физико-химических свойств веществ с различными типами химической связи.</p>		
<p>Основы химической термодинамики Понятие функции состояния. Изменение внутренней энергии системы. Энтальпия. Энтропия. Законы химической термодинамики. Изобарно-изотермический потенциал (энергия Гиббса). Роль энтальпийного и энтропийного факторов в направленности процессов при различных условиях. Прогнозирование возможности протекания химических реакций и физико-химических процессов. Связь константы равновесия с термодинамическими функциями состояния.</p>	<p>Молекулярная физика. Законы термодинамики. Внутренняя энергия идеального газа. Работа, совершаемая системой при изменениях её объёма. Теплоёмкость. Применение первого начала термодинамики и вычисление теплоёмкости вещества. Классическая теория теплоёмкостей идеального газа. Круговые процессы. Работа при круговых процессах. Первое начало термодинамики в применении к круговому процессу. Тепловые и холодильные машины. Недостаточность первого начала термодинамики для однозначного описания процессов, происходящих в природе. Второе начало термодинамики. Постулаты Кельвина и Клаузиуса и их эквивалентность. Циклы в термодинамике. Цикл Карно и его к.п.д. Теоремы Карно. Математическое выражение второго начала термодинамики для обратимых процессов. Равенство Клаузиуса. Постоянство энтропии при</p>	<p>Термодинамические закономерности физико-химических процессов Понятие работы. Кинетическая и потенциальная энергия. Внутренняя энергия, работа и теплота. Процессы в термодинамике. Первое начало термодинамики. Второе начало термодинамики. Формулировка основного постулата, выражающего второе начало термодинамики.</p>

Продолжение таблицы 2.

	<p>обратимых процессах в замкнутой системе. Основное уравнение термодинамики для обратимых процессов. Вычисление энтропии идеального газа. Неравенство Клаузиуса. Возрастание энтропии при необратимых процессах в замкнутой системе. Общая формулировка второго начала термодинамики.</p> <p>Закон возрастания энтропии и превращение теплоты в работу. Статистический смысл необратимости термодинамических процессов. Равновесное состояние системы, как наиболее вероятное. Связь энтропии и термодинамической вероятности состояния системы. Формула Больцмана. Энтропия как мера беспорядка в системе.</p>	
<p>Химическая кинетика. Катализ. Химическое равновесие</p> <p>Необратимые и обратимые процессы. Химическое равновесие. Константа химического равновесия. Принцип Ле Шателье. Смещение химического равновесия при изменении концентрации реагентов, давления и температуры.</p> <p>Скорость химической реакции. Настоящая, мгновенная и средняя скорость.</p>	<p>Механика. Кинематика.</p> <p>Понятие о материальной точке. Относительность механического движения. Системы отсчёта. Отсчёт времени и отсчёт положения точки в пространстве. Способы задания положения точки в пространстве. Скорость и её проекции на оси координат. Единицы скорости. Ускорение, её проекции на оси координат. Касательное и нормальное ускорение. Единицы ускорения.</p>	<p>Скорость процесса в физике и химии.</p> <p>Микроскопическое и макроскопическое состояния системы. Макроскопические параметры. Термодинамическое равновесие. Равновесные процессы.</p> <p>Понятие о скорости как о векторной величине в механике и скалярной величине применительно к химической реакции.</p>

Продолжение таблицы 2.

<p>Факторы, влияющие на скорость химических реакций.</p> <p>Зависимость скорости реакции от концентрации реагирующих веществ. Закон действующих масс. Константа скорости химической реакции. Влияние площади поверхности на скорость реакции в гетерогенной среде. Зависимость скорости реакции от температуры.</p> <p>Температурный коэффициент скорости реакции, правило Вант-Гоффа.</p> <p>Понятие об активных молекулах и энергии активации процесса. Уравнение Аррениуса как более точное описание температурной зависимости скорости реакции.</p> <p>Катализ. Влияние катализаторов на скорость реакции. Виды катализа: гомогенный, гетерогенный, автокатализ. Механизм каталитического действия. Понятие об ингибиторах.</p>	<p>Графики пути, скорости и ускорения механического движения. Кинематический закон движения, задачи кинематики. Нахождение законов движения точки по заданным ускорению и начальным условиям.</p> <p>Движение тела, брошенного под углом к горизонту.</p> <p>Кинематика твердого тела.</p> <p>Твёрдое тело как неизменяемая система точек. Понятие о числе степеней свободы. Число степеней свободы для точки, системы точек, твёрдого тела.</p> <p>Поступательное движение твёрдого тела. Вращательное движение тела. Угол вращения, угловая скорость, угловое ускорение. Угловая скорость как вектор. Связь между векторами линейной и угловой скорости. Связь между линейным и угловым ускорениями при вращательном движении.</p> <p>Плоскопараллельное движение твёрдого тела.</p>	
<p>Химия растворов и теория электролитической диссоциации</p> <p>Характеристика дисперсных систем и их классификация.</p> <p>Истинные растворы. Механизм и энергетика процесса растворения. Коэффициент растворимости и его зависимость от температуры.</p>	<p>Электричество.</p> <p>Электрический ток.</p> <p>Электропроводность.</p> <p>Законы постоянного тока.</p> <p>Электрическое поле при наличии постоянного тока.</p> <p>Уравнение непрерывности.</p> <p>Обобщенный закон Ома.</p> <p>Сторонние электродвижущие силы.</p>	<p>Электрический ток в растворах.</p> <p>Отличительные особенности жидкостей.</p> <p>Идеальная жидкость.</p> <p>Коллигативные свойства растворов. Закон Генри, закон Рауля.</p> <p>Эбуллиоскопия и криоскопия.</p>

Продолжение таблицы 2.

<p>Кривые растворимости. Насыщенные и пересыщенные растворы. Кристаллизация твердых веществ из растворов. Кристаллогидраты. Растворимость газов. Зависимость растворимости газов от температуры и их парциального давления.</p> <p>Способы выражения содержания вещества в растворе. Массовая и молярная (мольная) доля растворенного вещества. Массовая концентрация. Молярная концентрация. Моляльность.</p> <p>Электролиты и неэлектролиты. Основные положения теории электролитической диссоциации. Механизм диссоциации веществ с различным типом химической связи.</p> <p>Степень электролитической диссоциации. Сильные и слабые электролиты. Факторы, влияющие на степень диссоциации. Истинная и кажущаяся степени диссоциации. Понятие о коэффициенте активности. Применение закона действующих масс к процессу диссоциации слабых электролитов. Константа диссоциации. Закон разбавления Оствальда. Смещение равновесия диссоциации слабых электролитов.</p>	<p>Дифференциальная форма закона Джоуля-Ленца. Работа, совершаемая при прохождении тока, развиваемая мощность.</p> <p>Электрические цепи постоянного тока. Линейные цепи. Правила Кирхгофа. Методы анализа линейных цепей. Переходные процессы в цепи с конденсатором. Токи в сплошной среде. Заземление линий передач.</p> <p>Классическая теория электропроводности и ее затруднения. Зависимость электропроводности от температуры, явление сверхпроводимости.</p> <p>Электропроводность газов. Основные типы газового разряда. Плазменное состояние вещества. Термоэлектронная эмиссия.</p> <p>Понятие о зонной теории твердых тел. Расщепление энергетических уровней и образование зон. Энергетические зоны металлов, полупроводников и изоляторов. Собственная проводимость полупроводников. Примесная (электронная и дырочная) проводимость. Доноры и акцепторы. Температурная зависимость проводимости полупроводников.</p>	<p>Осмоз и обратный осмос.</p> <p>Растворение как физико-химический процесс. Тепловые явления при растворении.</p> <p>Молекула воды как электрический диполь. Понятие об относительной диэлектрической проницаемости воды.</p> <p>Электрический ток в электролитах. Механизм электропроводности электролитов. Зависимость их электропроводности от температуры.</p>
---	--	---

Продолжение таблицы 2.

<p>Кислоты, основания, соли с точки зрения электролитической диссоциации. Ступенчатая диссоциация. Протолитическая теория кислот и оснований. Понятие о других теориях кислотно-основного взаимодействия.</p> <p>Электролитическая диссоциация воды. Ионное произведение воды. Водородный показатель рН. Понятие о буферных системах.</p> <p>Равновесие в насыщенных растворах малорастворимых электролитов. Константа растворимости.</p> <p>Реакции ионного обмена в растворах электролитов, их механизм и условия смещения равновесия.</p> <p>Гидролиз. Общие представления о гидролизе различных классов соединений. Обратимый и необратимый гидролиз солей. Степень и константа гидролиза. Факторы, смещающие равновесие гидролиза.</p>		
<p>Окислительно-восстановительные процессы</p> <p>Классификация окислительно-восстановительных реакций (ОВР). Окислители и восстановители. Методы электронного баланса и ионно-электронный (полуреакций). Роль среды в протекании</p>	<p>Электричество.</p> <p>Электропроводность.</p> <p>Превращение энергии, выделяющейся в химических реакциях, в электрическую. ЭДС, напряжение, мощность, коэффициент полезного действия, емкость химических источников тока. Работа</p>	<p>Электролиз</p> <p>Движение ионов в электрическом поле. Электролиз как окислительно-восстановительный процесс. Электролиз расплавов, водных растворов электролитов</p>

Окончание таблицы 2.

<p>окислительно-восстановительных процессов.</p> <p>Понятие о гальваническом элементе. Водородный электрод сравнения. Стандартные электродные потенциалы. Электрохимический ряд напряжений (стандартных электродных потенциалов) металлов. Уравнение Нернста и зависимость окислительно-восстановительного потенциала от температуры, pH, концентрации окисленной и восстановленной форм.</p> <p>Прогнозирование направления ОВР в растворах.</p> <p>Понятие о коррозии металлов и основные способы защиты от нее.</p>	<p>гальванического элемента.</p> <p>Первый и второй законы Фарадея.</p> <p>Устройство электролизера.</p> <p>Электролиз в технике.</p> <p>Электрохимическая обработка металлов. Гальванопластика.</p> <p>Гальваностегия.</p>	<p>и его практическое значение.</p> <p>Электродвижущая сила (ЭДС) гальванического элемента и окислительно-восстановительной реакции.</p>
<p>Комплексные соединения</p> <p>Природа химической связи в комплексных (координационных) соединениях. Внешняя и внутренняя сферы комплексов. Характеристика лигандов. Координационное число и заряд комплексообразователя. Основные классы комплексных соединений.</p> <p>Электролитическая диссоциация комплексных соединений. Устойчивость комплексных ионов в растворах. Константы нестойкости и устойчивости. Химические свойства комплексных соединений.</p>	<p>Электричество. Магнитное поле.</p> <p>Понятие о магнитном поле.</p> <p>Магнитный момент элементарного тока.</p> <p>Механизмы намагничивания.</p> <p>Вектор намагниченности.</p> <p>Напряженность магнитного поля.</p> <p>Диамагнетики и парамагнетики. Природа диамагнетизма</p>	<p>Магнитные свойства комплексных соединений.</p> <p>Взаимодействие комплексных соединений с внешним магнитным полем Парамагнитные и диамагнитные комплексные соединения, особенности их строения.</p>

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Данный раздел посвящен изучению равновесных состояний вещества и процессов изменения состояний вещества в газообразной форме. При повышенных плотностях газы проявляют некоторые свойства, подобные свойствам жидкости, поэтому механика таких газов рассматривается с привлечением понятий гидродинамики. В настоящем разделе основное внимание уделяется газам с относительно низкой плотностью, когда закономерности, описывающие свойства вещества в твердом и жидком состояниях, оказываются неприменимыми для описания процессов в газе. Существует две взаимодополняющих теории, рассматривающие состояния и процессы изменения состояний таких газов. Молекулярно-кинетическая теория газов оперирует усредненными характеристиками движения частиц (микропараметрами), которое описывается законами классической механики.



Термодинамика – наука, рассматривающая газообразное состояние вещества (также как жидкости и твердые тела) как единое целое, без обращения к внутренней структуре вещества и оперирующая только параметрами системы – макропараметрами, к которым относятся в частности, температура, давление, объем, масса вещества, концентрация частиц, плотность вещества, внутренняя энергия.

Химическая термодинамика изучает превращение энергии в химических процессах и энергетические характеристики веществ. Классическая термодинамика не рассматривает внутреннее строение тел и механизм протекающих в них процессов; изучает только макроскопические системы и в ней отсутствует понятие «время».

Объект изучения термодинамики – термодинамические системы. Термодинамическая система – совокупность тел, находящихся в тепловом и механическом взаимодействии между собой, и отделенных от окружающей среды некоторой реальной или воображаемой границей раздела. Окружающая среда – это то, что находится в прямом или косвенном контакте с системой. Считают, что окружающая среда имеет такой большой размер, что отдача или приобретение ею теплоты не изменяет ее температуру.

Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика, взаимно дополняя друг друга, позволяют установить связи между макропараметрами и микропараметрами состояния газа. Эти связи также рассматриваются в этом разделе.

Однако в связи с большим количеством взаимодействующих между собой частиц, образующих систему (газ), у нее возникают новые характеристики (параметры), не присущие одной частице газа, например

температура. Поэтому основной задачей молекулярно-кинетической теории является определение связи таких «коллективных» параметров среды (газа) с усредненными параметрами механического движения частиц газа на основе статистических методов.

Тема 1. Законы состояния идеального газа



В физике и химии часто используются термины «идеальный газ» и «реальный газ». Идеальным называется газ, находящийся в таких условиях, при которых можно пренебречь силами взаимодействия между молекулами и собственным объемом молекул, который чрезвычайно мал по сравнению с общим объемом газа.

Существующий в природе газ называется *реальным*. Молекулы реальных газов обладают (хотя и очень малым) собственным объемом, который наряду с проявляющимися межмолекулярными силами сцепления и отталкивания необходимо учитывать при расчетах.

С повышением температуры газа расстояния между молекулами увеличиваются, в молекулярные силы взаимодействия ослабевают. При этом свойства реального газа приближается к свойствам идеального газа. Таким образом, идеальный газ является предельным состоянием любого вещества (твердого, жидкого и газообразного) при достаточно высокой температуре и низком давлении.

В основу МКТ положена **модель идеального газа**, для которого считаются справедливыми следующие утверждения:

- микрочастицы движутся хаотически и подчиняются законам механики;
- хаотичность движения означает, что система – газ изотропна во всех направлениях по своим характеристикам и свойствам. Например, если для какого-либо направления определена средняя скорость частиц газа, то она одинакова для всех направлений;
- размер микрочастиц много меньше расстояния между ними, и поэтому частицы представляются материальными точками, взаимодействие частиц происходит только при их столкновениях, которые подчиняются условиям упругих столкновений в механике;
- абсолютно упругий характер взаимодействия распространяется и на взаимодействие микрочастиц газа с другими макротелами, например, стенками сосуда;
- давление в МКТ есть результат изменения импульса микрочастиц газа при упругом столкновении со стенками сосуда;
- температура в МКТ характеризует скорость теплового движения молекул;

– внутренняя энергия в МКТ есть суммарная энергия теплового хаотического поступательного движения.

При определении внутренней энергии газа МКТ допускает отклонение от модели идеального газа: частицы газа могут представлять собой не материальные точки, а системы (молекулы) пространственно распределенных взаимосвязанных объектов (атомов). Для таких частиц газа, который считается неидеальным, кроме поступательного движения в МКТ учитываются вращательное и колебательное движения.



Состояние газа обуславливается значением четырех параметров – массы, давления, объема и температуры.

Газы, находящиеся при условиях, близких к нормальным ($T = 273 \text{ К}$ и $P = 101,3 \text{ кПа}$), подчиняются газовым законам, которые также называют законами идеальных газов.

Закон Авогадро (А. Авогадро, 1811): в равных объемах различных газов при одинаковых условиях (температуре и давлении) содержится одинаковое число молекул. Следствия закона Авогадро:

– одинаковое число молекул различных газов при одинаковых условиях занимает одинаковый объем;

– один моль любого газа ($6,02 \cdot 10^{23}$ молекул) при нормальных условиях ($T = 273 \text{ К}$ и $P = 101,3 \text{ кПа}$) занимает объем $22,4 \text{ дм}^3$ ($V_m = 22,4 \text{ дм}^3 / \text{моль}$).

Исходя из закона Авогадро, стехиометрические коэффициенты в уравнениях химических реакций между газами прямо пропорциональны объемам данных газов.

Для уравнения химической реакции: $aA_{(г)} + dD_{(г)} = cC_{(г)}$:
 $V(A) : V(B) : V(B) = a : b : c$.

Закон Бойля–Мариотта: при постоянной температуре объем данной массы газа обратно пропорционален давлению. Математическое выражение закона Бойля–Мариотта:

$$\frac{P_1}{V_2} = \frac{P_2}{V_1}, \text{ или } PV = \text{const, при } m = \text{const и } T = \text{const,}$$

где V_1 и V_2 – значения объемов газа при значениях давлений P_1 и P_2 .

Закон Гей-Люссака: при постоянном давлении объем данной массы газа прямо пропорционален температуре. Математическое выражение закона Гей-Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \text{ или } \frac{V}{T} = \text{const, при } m = \text{const и } P = \text{const,}$$

где V_1 и V_2 – значения объемов газа при значениях температур T_1 и T_2 .

Закон Шарля: при постоянном объеме давление газа прямо пропорционально температуре. Математическое выражение закона Шарля:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}, \text{ или } \frac{P}{T} = \text{const, при } m = \text{const и } V = \text{const,}$$

где P_1 и P_2 – значения давления газа при значениях температур T_1 и T_2 .

В результате объединения законов Бойля–Мариотта, Гей-Люссака и Шарля был открыт *объединенный газовый закон*: для данной массы газа произведение давления на объем, отнесенное к его абсолютной температуре, является величиной постоянной. Математическое выражение объединенного газового закона отражает *уравнение состояния идеального газа*:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, \text{ или } \frac{PV}{T} = \text{const, при } m = \text{const.}$$

При нормальных условиях для газа количеством вещества 1 моль значение $\frac{P_0 V_0}{T_0}$ является постоянным, имеет точное числовое значение и называется универсальной газовой постоянной R .

$$R = \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{101,3 \text{ кПа} \cdot 22,4 \text{ дм}^3 / \text{моль}}{273 \text{ К}} = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Следовательно, $PV = RT$.

Таким образом, получилось соотношение, связывающее все четыре параметра, определяющие состояние газа.



Для произвольной массы газа связь макропараметров состояния его устанавливается уравнением Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \frac{N}{N_A} RT,$$

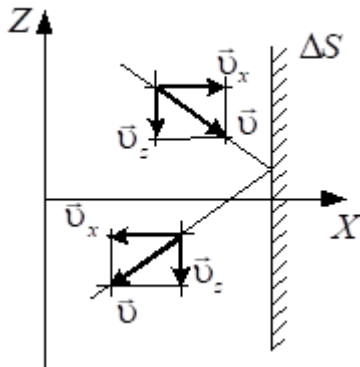
где m – масса газа, μ – молярная масса, N – число частиц в газе, N_A – число Авогадро (число частиц в моле газа), $\frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu} = \nu$ – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Если учесть, что концентрация $n = \frac{N}{V}$, и $k = \frac{R}{N_A}$ – постоянная Больцмана, то

$$p = nkT.$$

Эти уравнения являются различными формами одного и того же уравнения состояния идеального газа. Используя второе уравнение, можно получить выражение для плотности идеального газа $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu \cdot p}{RT}$.

Рассмотрим взаимодействие идеального одноатомного газа со стенкой. Пусть частицы не взаимодействуют между собой, а соударения о стенку абсолютно упругие. Для простоты рассмотрения допустим, что скорость частицы лежит в плоскости ZX . Разложим \vec{v} на компоненты \vec{v}_x и \vec{v}_z . При упругом соударении изменяется только скорость \vec{v}_x . Поэтому при каждом соударении молекула передает стенке импульс Δp :



$$\Delta p = m_0 v_x - (-m_0 v_x) = 2m_0 v_x.$$

где v_x – скорость частицы в направлении x , m_0 – масса одной частицы. Далее будем считать v_x средней скоростью частицы в направлении X .

За время Δt площадки ΔS могут достигнуть все частицы, которые движутся в сторону ΔS и находятся на расстоянии от ΔS не более $v_x \Delta t$, т.е. в объеме $v_x \Delta t \Delta S$. Число этих частиц, равное ΔN с учетом возможных направлений движения и условия хаотичности движения ($v_x = v$) можно определить выражением

$$\Delta N = \frac{1}{6} n v \Delta t \Delta S.$$

Множитель $\frac{1}{6}$ появляется потому, что все направления для движения молекул равнозначны, т.е. $\frac{1}{3}$ от их общего количества движется по оси X , но только $\frac{1}{2}$ от этого числа движется по оси X , т.е. в сторону стенки, а не от нее.

Эти молекулы передают стенке суммарный импульс

$$\Delta P = 2m_0 v \Delta N = \frac{1}{6} n \Delta S \Delta t v \cdot 2m_0 v = \frac{1}{3} n \Delta S \Delta t v^2 m_0.$$

Давление на стенку сосуда (по определению) равно $p = \frac{F}{\Delta S}$. Так как по второму закону Ньютона $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$,

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta t \Delta S} = \frac{1}{3} n m_0 v^2.$$

Если газ в объеме V содержит N молекул, движущихся со скоростями v_1, v_2, \dots, v_N , то для характеристики всей совокупности молекул газа вводят среднюю квадратичную скорость

$$\langle v_{\text{cp}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum v_{xi}^2}.$$

С учетом этого усреднения уравнение (4) можно записать в виде

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{cp}}^2 \rangle$$

Это **основное уравнение молекулярно-кинетической теории**.

Если через $\langle \varepsilon \rangle = \frac{m_0 \langle v_{\text{cp}}^2 \rangle}{2}$ обозначить среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы, то уравнение можно записать в виде

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle,$$

показывающем связь давления газа со средней кинетической энергией поступательного движения всех молекул, которые содержатся в единичном объеме газа.

Приравняв правые части равенств, получим $\frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle = nkT$, а для средней энергии одной частицы идеального газа

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Из равенства следует, что средние кинетические энергии молекул разных идеальных газов, находящихся при одинаковой температуре, равны, значит, *температура газа есть мера средней кинетической энергии его частиц*. Так как каждая частица идеального газа движется только поступательно, она имеет 3 равноправных, вследствие хаотичности движения, степени свободы ($v_{\text{cp}}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$) и $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$. Поэтому на каждую степень свободы поступательного движения приходится одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2} kT$.

Анализ уравнения показывает, что при $T = 0$ К кинетическая энергия поступательного движения частиц идеального газа $\varepsilon = 0$, а, следовательно, и $\langle v_{\text{cp}} \rangle = 0$. Таким образом, при $T = 0$ К поступательное движение частиц газа прекращается.

Представим теперь формулу в виде

$$\frac{m_0 \langle v_{\text{cp}}^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT,$$

откуда средняя квадратичная скорость

$$\langle v_{\text{cp}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Учитывая, что $\mu = m_0 N_A$, получаем еще одно выражение для среднеквадратичной скорости

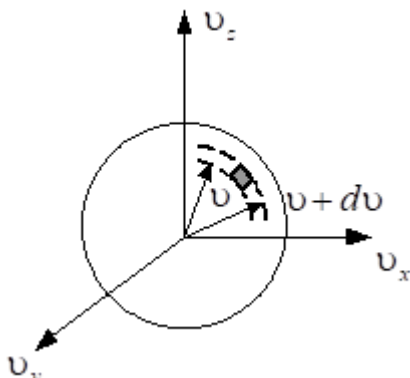
$$\langle v_{\text{ср}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Давление идеального газа не зависит от сорта молекул. Если имеем смесь нескольких газов, концентрации которых в сосуде $n_1, n_2 \dots$ и $n = \sum n_i$, то $p = (n_1 + n_2 + \dots)kT$. Давление $p_i = n_i kT$ называется *парциальным*. Тогда суммарное давление в сосуде $p = \sum p_i$ (**закон Дальтона**).



Ввиду хаотичности (полной беспорядочности) движения молекул и огромного их числа нельзя судить о скорости каждой молекулы в любой момент времени. Можно определить лишь число молекул, скорости которых находятся в определенном интервале скоростей.

Теоретически задачу о распределении молекул идеального газа по скоростям поступательного движения решил Максвелл.



Пусть в сосуде постоянного объема V находится однородный идеальный газ. Температура во всех частях сосуда одинакова, внешние воздействия на газ отсутствуют. Пусть n – концентрация молекул идеального газа, dn – число молекул в единице объема газа, значения скоростей которых находятся в интервале от v до $v + dv$, направления векторов скорости могут быть любыми. Введем понятие

пространства скоростей.

На осях координат в этом пространстве указаны соответствующие проекции скорости (v_x, v_y, v_z .) Каждая точка пространства характеризует скорость частиц с определенными составляющими.

Если ограничить вектор скорости молекулы только условием, чтобы его числовое значение находилось в интервале от v до $v + dv$, то на рисунке эти скорости будут изображены векторами, имеющими всевозможные направления, длина которых такова, что они оканчиваются внутри шарового слоя радиусом v и толщиной dv .

Обозначим концентрацию молекул в этом пространстве скоростей n_v . Тогда число молекул dn_v (со скоростями в интервале от v до $v + dv$) можно определить как

$$dn = n_v dV,$$

где $dV = 4\pi v^2 dv$, n_v – концентрация частиц со скоростями от v до $v + dv$ в объеме dV пространства скоростей, которая характеризует распределение концентрации частиц в пространстве скоростей.

Значение n_v , как показал Максвелл, связано с концентрацией частиц в объеме газа n соотношением

$$n_v = n \left[\frac{m_0}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right),$$

поэтому концентрация частиц со скоростями в интервале от v до $v + dv$ в объеме газа

$$dn_v = n \left[\frac{m_0}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) 4\pi v^2 dv.$$

Здесь k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; m_0 – масса одной молекулы, n – концентрация газа.

Разделив обе части соотношения на ndv , получим

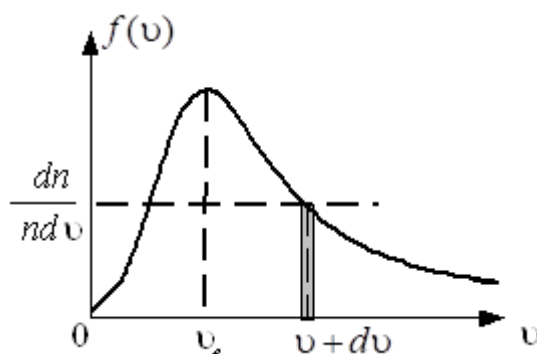
$$f(v) = \frac{dn}{ndv} = 4\pi \left[\frac{m_0}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) v^2.$$

Функция $f(v)$ называется **функцией Максвелла** для распределения молекул по скоростям в объеме газа.

Функция распределения молекул по скоростям дает относительное число частиц, скорости которых заключены в интервале от v до $v + dv$. Эта функция для каждой температуры газа имеет максимум при некоторой скорости v_B , которая называется *наиболее вероятной скоростью движения молекул*. Можно показать, что

$$\langle v_B \rangle = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

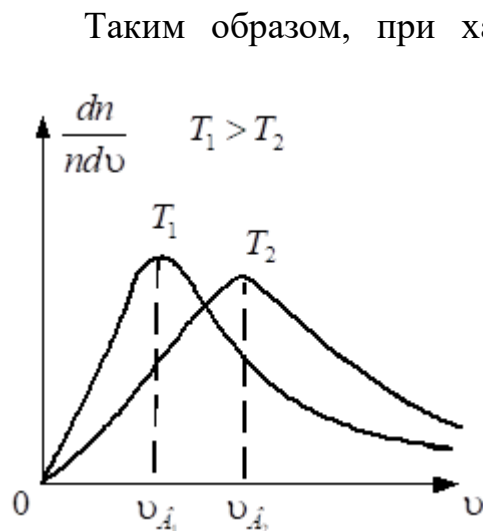
График функции распределения Максвелла при некоторой температуре



показан на рисунке. Доля молекул газа dn/n , скорости которых заключены в бесконечно малом интервале от v до $v + dv$, численно равна площади заштрихованного прямоугольника. Вся площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс, должна быть, очевидно, принята равной единице, так как она численно равна доле молекул,

скорости которых имеют все возможные значения от 0 до ∞ , т.е. эта доля равна единице, потому что содержит все частицы.

При достаточно большой концентрации молекул и постоянной температуре распределение Максвелла не изменяется с течением времени. Это означает, что при хаотическом тепловом движении устанавливается динамическое равновесие. Число молекул, теряющих данную скорость при столкновениях, равно числу молекул, приобретающих эту скорость.



Максвелла может характеризовать температуру газа, соответствующую данному распределению, и наоборот, температура газа характеризует распределение частиц по скоростям. При нагревании газа доля молекул, обладающих малыми скоростями, уменьшается, а доля молекул с большими скоростями возрастает, увеличивается и наиболее вероятная скорость.

Распределение молекул по скоростям позволяет определить среднюю арифметическую скорость молекул газа:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

Различие значений среднеквадратичной и среднеарифметической скоростей связано со способом их определения. Сравните

$$\langle v_{\text{ср}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i^2)} \quad \text{и} \quad \langle v \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i,$$

где v_i - скорость i -ой частицы из всего множества N частиц.

Если значение правых частей равенств умножить и разделить на m_0 - массу частиц газа, получим

$$\langle v_{\text{ср}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{Nm_0} \sum_{i=1}^N (m_0 v_i^2)} \quad \text{и} \quad \langle v \rangle = \frac{1}{Nm_0} \sum_{i=1}^N (m_0 v_i).$$

Видно, что $\langle v_{\text{ср}} \rangle$ можно определить через кинетическую энергию поступательного движения частиц газа, а $\langle v \rangle$ - через модули импульсов, т.е. через относительные скорости частиц газа.

Таким образом, в молекулярно-кинетической теории фигурируют три скорости, характеризующие усредненное движение всей совокупности молекул:

$$\langle v_{\text{cp}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1,73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}};$$

$$\langle v \rangle = 1,6 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

$$\langle v_{\text{в}} \rangle = 1,41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}.$$

Средняя квадратичная скорость характеризует среднюю энергию хаотического поступательного движения молекул и связана с макроскопическими параметрами P_p и T .

Наиболее вероятная скорость $v_{\text{в}}$ используется для характеристики распределения частиц по скоростям. Средняя арифметическая скорость, как относительная, определяет длину свободного пробега молекул и используется при изучении явления переноса и т.д.

Если в выражение для функции Максвелла вместо скорости ввести кинетическую энергию молекул $\varepsilon = \frac{1}{2} m_0 v^2$, получим формулу распределения молекул по кинетическим энергиям:

$$\frac{dn}{d\varepsilon n} = \frac{2}{\pi^{1/2} (kT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \sqrt{\varepsilon}.$$

Функция распределения $f(\varepsilon) = \frac{dn}{nd\varepsilon}$ дает относительное число частиц, энергии которых заключены в узком интервале энергий около некоторого значения.

При выводе закона распределения Максвелла предполагалось, что молекулы равномерно распределены по всему объему сосуда. Это справедливо, если объем сосуда небольшой.

Для больших объемов равномерность распределения молекул по объему нарушается из-за действия силы тяжести. Рассмотрим молекулы газа, находящиеся в поле тяготения Земли. Установим зависимость давления атмосферы от высоты над поверхностью Земли. Предположим, что на поверхности Земли ($h = 0$) давление атмосферы p_0 , а на высоте h - давление p . При увеличении высоты на dh давление уменьшится на dp :

$$dp = -\rho g dh,$$

здесь ρ - плотность воздуха на данной высоте, $\rho = m_0 n$, где m_0 - масса молекулы, n - концентрация молекул.

Используя соотношение $p = nkT$, получаем

$$\rho = \frac{m_0 p}{kT},$$

тогда

$$dp = -\frac{m_0 g}{kT} p dh.$$

Считая, что температура (T) и ускорение свободного падения (g) не зависят от высоты h , в уравнении разделим переменные и проинтегрируем

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{m_0 g}{kT} \int_0^h dh; \quad \ln p \Big|_{p_0}^p = \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{m_0 g h}{kT},$$

откуда

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}.$$

Выражение является *барометрической формулой*, которая показывает зависимость давления воздуха от высоты над поверхностью Земли.

Учитывая, что концентрация молекул воздуха в атмосфере пропорциональна давлению, формулу можно записать в виде:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}.$$

Так как потенциальная энергия молекул в поле сил тяжести зависит от высоты h и определяется по формуле $\dot{I} = m_0 g h$, то

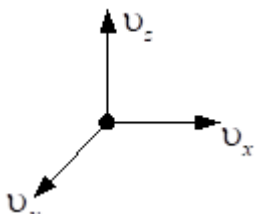
$$n = n_0 e^{-\frac{\dot{I}(h)}{kT}}.$$

Выражение является распределением (законом) Больцмана, характеризующим распределение участвующих в тепловом движении молекул во внешнем потенциальном поле, в частности в поле сил тяжести.

Закон Больцмана справедлив для любых частиц, находящихся в потенциальном поле сил. Он выражает условие равновесия между тепловым движением, стремящимся к максимальному рассеянию частиц, и действием внешних сил, например, сил тяжести, стремящихся к максимальному уплотнению частиц вблизи земной поверхности.

При хаотическом движении частиц газа все направления скоростей равновероятны, поэтому нельзя отдать предпочтение какому-либо одному направлению. Следовательно, энергии поступательного движения частиц газа в направлении x , y и z с можно считать равными. Если за *число степеней свободы* системы принять минимально необходимое количество независимых величин, с помощью которых может быть задано состояние системы (энергия), то для поступательного движения одной частицы газа их

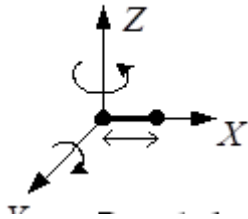
может быть три: v_x, v_y, v_z . Поскольку



$\langle \varepsilon \rangle = \langle \frac{m_0 v^2}{2} \rangle = \frac{3}{2} kT$, на одну степень свободы

приходится средняя энергия поступательного движения $\frac{1}{2}kT$. Если система состоит из N не связанных частиц, то количество степеней свободы равно $3N$, а полная энергия поступательного движения $-\frac{3}{2}NkT$.

Частицей газа может быть молекула, состоящая из нескольких атомов. При этом в дополнение к поступательному движению для характеристики состояния каждой молекулы необходимо использовать и другие виды механического движения: вращательное и колебательное.



Эти виды движения также определяют энергию частицы. Энергия каждого из видов при столкновении частиц может переходить в энергию других видов. Таким образом, устанавливается равновесие между средними значениями всех видов механической энергии частиц газа по степеням свободы. Это обстоятельство отражается в законе статистической физики о *равнораспределении энергии по степеням свободы*: на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая средняя энергия, равная $\frac{1}{2}kT$.

Если молекула двухатомная с жесткой связью, то колебание атомов относительно друг друга невозможно, и в дополнение к поступательным степеням свободы появляются вращательные. Так как вращение происходит вокруг центра масс, и атомы движутся по сферическим орбитам, то их вращательное движение в силу симметрии определяется двумя параметрами, причем каждое из направлений вращений равноправно. Поэтому двухатомная молекула с жесткой связью (например, O_2, N_2) имеет 5 степеней свободы (3 поступательные и 2 вращательные) и среднюю энергию $\frac{5}{2}kT$.

Если связь атомов не жесткая, то атомы могут колебаться вдоль прямой, соединяющей центры атомов. Число степеней свободы возрастает. При этом возрастает и полная энергия, которой может обладать частица. Следует учесть, что колеблющийся атом обладает кинетической и потенциальной энергией. Если считать, что колебания в различных молекулах происходят несогласованно, то можно считать, что в любой момент времени одна половина общей энергии колебаний кинетическая, а другая потенциальная. Отсюда следует, что, поставив в соответствие кинетической энергии колебательного движения среднюю энергию $\frac{1}{2}kT$, мы должны поставить в соответствие и

среднему значению потенциальной энергии колебательного движения $\frac{1}{2}kT$.

Таким образом, на одну степень свободы колебательного движения приходится удвоенная по сравнению с другими видами движения средняя энергия – kT .

В общем случае для описания движения молекулы, состоящей из N атомов (для этого необходимо знать в любой момент времени по 3 координаты для каждого атома), необходимо задать $3N$ координат. Однако, если в молекуле присутствуют жесткие связи, то положение одних атомов однозначно задает положение других, что позволяет уменьшить требуемое количество координат до $3N - n$, где n – число жестких связей в молекуле. Величина $i = 3N - n$ определяет общее количество степеней свободы молекулы, состоящей из N атомов с n жесткими связями. Так для двухатомной молекулы ($N = 2$) имеется одна связь ($n = 1$) и количество степеней свободы $i = 5$, а поскольку число поступательных степеней свободы ($i_{\text{пост}}$) всегда равно 3, то количество вращательных степеней свободы ($i_{\text{вращ}}$) равно 2. Для трехатомной молекулы с двумя связями имеем общее число степеней свободы 6, из них 3 поступательных и 3 вращательных, при условии, что колебательные степени свободы не возбуждаются (жесткие связи). Поэтому в случае, когда связи не жесткие, число колебательных степеней свободы ($i_{\text{кол}}$), можно определить как $3N - 6$ для трех- и более атомных молекул, если атомы в них не расположены вдоль одной прямой. В противном случае вращательных степеней свободы будет только две, а колебательных $3N - 5$. С таким случаем мы имели дело при рассмотрении двухатомной молекулы.

В общем случае средняя энергия многоатомной молекулы равна

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

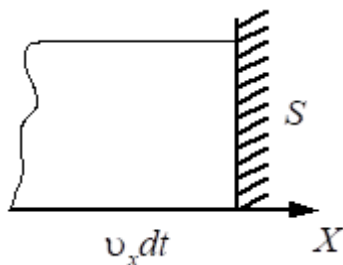
где i – сумма поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2(n - 1)_{\text{кол}}$, где n – число связей атомов в молекуле.

Внутренняя энергия газа, учитывающая все виды движения всех молекул газа, может быть найдена согласно выражению

$$U = \nu N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu RT.$$

При понижении температуры до 0 К прекращается поступательное, вращательное и колебательное движение частиц газа вследствие

непрерывных взаимопревращений этих видов энергии в процессе столкновения частиц газа. Однако не следует думать, что при абсолютном нуле температуры прекращается всякое движение частиц вещества и полная внутренняя энергия становится равной нулю, так как даже при абсолютном нуле температуры сохраняется движение электронов в атомах и нуклонов (протонов и нейтронов) в их ядрах. Таким образом, абсолютный нуль температуры означает такое состояние тела, при котором невозможно уменьшение его внутренней энергии путем передачи ее окружающим телам без атомных и ядерных превращений. Следовательно, при абсолютном нуле температуры вещество, сохраняя свойства вещества, находится в состоянии с *наименьшей возможной энергией*.



В качестве примера применения распределения Максвелла к решению технических задач рассмотрим задачу о потоке частиц газа на стенку сосуда, т.е. согласно определению потока числе частиц, падающих на единицу площади стенки в единицу времени и о средней энергии поступательного движения частиц, контактирующих со стенкой.

Поток частиц на единичную площадку S можно записать в виде

$$dv_{v_x} = dn_{v_x} v_x,$$

где n_{v_x} – концентрация частиц, обладающих скоростями v_x в диапазоне от v_x до $v_x + dv_x$.

Площадки S достигнут те частицы, обладающие скоростями v_x , которые заключены в объеме $Sv_x dt$. Воспользуемся распределением Максвелла по скоростям, если молекулы движутся вдоль одного из трех возможных направлений (в отличие от трехмерного распределения Максвелла)

$$dn_{v_x} = n \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}} dv_x.$$

Подставив, получим выражение для потока частиц на стенку в виде

$$dv_{v_x} = n \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{m v_x^2}{2kT}} \cdot v_x dv_x$$

Тогда поток всех частиц на стенку ($S=1, t=1$) можно найти интегрированием в пределах от 0 до ∞

$$\begin{aligned}
v_S &= n \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} \int_0^\infty e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}} \cdot v_x dv_x = \frac{1}{2} n \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} \int_0^\infty e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}} d v_x^2 = \\
&= \frac{1}{2} \left(-\frac{2kT}{m_0} \right) n \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}} \int_0^\infty e^{-y} dy = -n \left(\frac{kT}{2\pi m_0} \right)^{1/2} e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}} \Big|_0^\infty = n \left(\frac{kT}{2\pi m_0} \right)^{1/2}.
\end{aligned}$$

Так как $\langle v_{cp} \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m_0} \right)^{1/2}$ (средняя скорость движения частиц относительно стенки),

$$v_S = \frac{n \langle v_{cp} \rangle}{4}$$

Как видно, в выражении используется среднеарифметическая скорость, поскольку поток на стенку обусловлен движением частиц относительно стенки, т.е. скоростью относительного движения.

Определим среднюю энергию частиц в потоке, падающем на стенку (площадку S). Для этого просуммируем кинетическую энергию всех частиц, падающих на стенку за единицу времени (энергия потока), и разделим на число частиц (поток). Это соответствует интегралу

$$\langle \varepsilon_{v_x} \rangle = \frac{1}{v_S} \int_0^\infty \frac{m_0 v_x^2}{2} dv_{v_x},$$

где dv_{v_x} – число частиц в потоке v_S , обладающих энергией $\frac{m_0 v_x^2}{2}$. Подставив все выражения, получаем

$$\langle \varepsilon_{v_x} \rangle = \frac{m_0^2}{2kT} \int v_x^3 \cdot e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}} dv_x.$$

Интеграл вида $\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = -\frac{ax^2 + 1}{2a^2} e^{-ax^2}$, где $a = \frac{m_0}{2kT}$, $x = v_x$. Поэтому

$$\begin{aligned}
\langle \varepsilon_{v_x} \rangle &= \frac{m_0^2}{2kT} \left(-\frac{av_x^2 + 1}{2a^2} e^{-av_x^2} \right) \Big|_0^\infty = \frac{m_0^2}{2kT} \left(-\frac{v_x^2}{2a} - \frac{1}{2a^2} \right) e^{-av_x^2} \Big|_0^\infty = \\
&= -\frac{m_0 v_x^2}{2} e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}} \Big|_0^\infty - kT e^{-av_x^2} \Big|_0^\infty = 0 + kT = kT, \\
\langle \varepsilon_{v_x} \rangle &= kT.
\end{aligned}$$

Итак, средняя энергия частиц, падающих на стенку в потоке, обусловленная компонентой скорости v_x , равна kT . Для определения полной энергии частиц в потоке необходимо $\langle \varepsilon_{v_x} \rangle$ сложить с энергией $\langle \varepsilon_{v_y} \rangle$ и $\langle \varepsilon_{v_z} \rangle$. Средняя энергия, приходящаяся на каждую компоненту энергии, обусловленной скоростями v_y и v_z (параллельными стенке S), соответствует $kT/2$. Следовательно, полная средняя энергия частиц в потоке, обусловленная поступательным движением частиц

$$\langle \varepsilon_v \rangle = \langle \varepsilon_{v_x} \rangle + \langle \varepsilon_{v_y} \rangle + \langle \varepsilon_{v_z} \rangle = kT + kT/2 + kT/2 = 2kT,$$

Средняя энергия частиц, поступающих на стенку (в потоке) ($2kT$), оказывается больше, чем средняя энергия частиц в объеме, которая равна $3/2 kT$. Это обусловлено тем, что число частиц, падающих на стенку пропорционально скорости, поэтому быстрые частицы смогут попасть на стенку из большего объема газа, т.е. их доля в потоке оказывается больше, чем в объеме. Это «обогащение» потока быстрыми частицами и приводит к увеличению средней энергии частиц в потоке на стенку.

Тема 2. Явления переноса



Находясь в тепловом движении, частицы газа сталкиваются друг с другом. Под *столкновением* частиц подразумевается процесс взаимодействия между ними, в результате которого частицы изменяют скорость своего движения. Основываясь на допущениях относительно свойств идеального газа, будем считать, что система двух сталкивающихся частиц замкнута, т.е. на них не оказывают никакого действия другие частицы в процессе столкновения. Это упрощает анализ процесса столкновений частиц газа. Трудность вызывает также определение размеров частиц газа, знание которых также необходимо для анализа рассматриваемого процесса. Определим эти размеры из следующих соображений. Известно, что частицы газа состоят из атомов, которые в свою очередь состоят из ядер (+) и электронных оболочек (–), причем размеры ядер много меньше области, характерной для электронных оболочек. Наличие в частицах газа положительных и отрицательных зарядов обеспечивает возможность силового взаимодействия частиц, т.е. система из двух сталкивающихся частиц характеризуется как кинетической энергией (тепловое движение) так и потенциальной (силовое взаимодействие). Здесь мы не будем рассматривать силовое взаимодействие двух частиц, а воспользуемся известными результатами: частицы газа испытывают притяжение друг к другу на

расстояниях больше некоторого значения и отталкивание на меньших расстояниях.

Суммирование энергий притяжения и отталкивания приводит к образованию минимума *функции потенциальной энергии* системы частиц. Положение минимума определится расстоянием между центрами частиц r_{min} , если одна из частиц располагается в начале системы координат.

Согласно диаграммам до расстояния $r > r_{min}$ частица испытывает притяжение, а при $r < r_{min}$ – отталкивание. Если использовать понятие относительной скорости частиц, то частицу I , помещенную в начало координат, можно считать неподвижной, а кинетическую энергию системы двух частиц приписать другой частице II , обозначив ее K_2 при $r = \infty$. Увеличение кинетической энергии частицы на K_2 можно интерпретировать как повышение энергии притяжения (кривая 1 опускается на K_2 в положение кривой 2, так как энергия притяжения отрицательна). Ясно, что при сближении частиц кинетическая энергия частицы II будет нарастать до расстояния $r = r_{min}$. При меньших r ее энергия уменьшается, становясь равной нулю на расстоянии r_0 между центрами частиц. (Частица II затратила всю свою кинетическую энергию, состоящую из относительной кинетической энергии K_2 и кинетической энергии, набранной при движении в область $r_{min} < r < \infty$, на работу против сил отталкивания в области $r_0 < r < r_{min}$). Равенство энергии нулю означает, что частица II останавливается и начинает под действием сил отталкивания двигаться в обратном направлении. Ясно, что чем больше K_2 , тем меньше будет r_0 , т.е. возможное расстояние сближения частиц. Полагая сталкивающиеся частицы одинаковыми, можно считать, что r_0 равно двум радиусам частиц или эффективному диаметру частицы d до процесса столкновений. Итак, при столкновении частиц газа изменение их направления движения (относительного), происходит, можно считать, в момент сближения частиц до расстояния d и, следовательно, эта величина может быть взята для характеристики размеров сталкивающихся молекул. С увеличением кинетической энергии (температуры газа) эффективный диаметр d частицы газа уменьшается, значит, уменьшается и эффективное сечение σ частицы для процесса взаимодействия, определяемое соотношением $\sigma = \pi \cdot d^2$. Зависимость σ от температуры определяется **законом Сезерленда**

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{1 + C/T},$$

где σ_0 – эффективное сечение при 273 К, а C – константа, равная 50 – 300 для различных газов.

Перейдем далее к определению числа столкновений частиц газа за единицу времени (1 секунду). Для этого предположим, вначале, что все частицы в газе кроме одной неподвижны, а движущаяся частица имеет скорость, равную средней тепловой $\langle v \rangle$. Очевидно, что за единицу времени движущаяся частица столкнется со всеми частицами, центры которых лежат в цилиндре с площадью $S = \pi \cdot d^2$ и длиной $\langle v \rangle$ ($t=1$ сек).

$$\langle z \rangle = nV = \pi d^2 n \langle v \rangle.$$

Учтем движение всех частиц. Движение частиц вдоль X не скажется на числе столкновений, т.к. сколько частиц «убегает» от частицы, для которой определяем число столкновений, столько же их и движется «навстречу» этой частице.

Найдем относительную скорость частиц, движущихся перпендикулярно оси X :

$$v_{\text{отн } X} = \sqrt{\langle v \rangle^2 + \langle v \rangle^2} = \langle v \rangle \sqrt{2},$$

тогда

$$\langle z \rangle = \pi \sqrt{2} d^2 n \langle v \rangle.$$

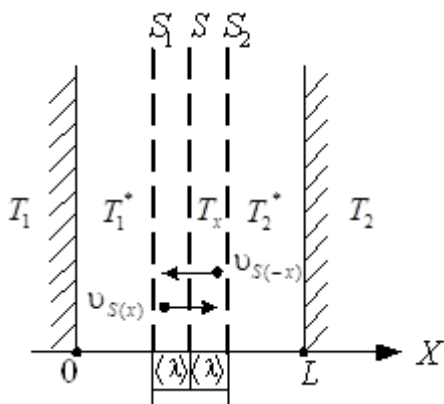
За единицу времени (1 сек) частица проходит расстояние $\langle v \rangle$, поэтому средняя длина свободного пробега

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\pi \sqrt{2} d^2 n}.$$

Зависимость λ от T (формула Сезерленда) имеет вид

$$\langle \lambda \rangle = \langle \lambda_0 \rangle \frac{T}{C + T},$$

где C – постоянная Сезерленда.



Процесс теплопроводности реализуется, когда в газе возникают области с различной температурой под действием каких-либо внешних причин.

Рассмотрим явления теплопроводности на простейшем примере, когда газ заключен между двумя ограничивающими его стенками с различными температурами T_1 и T_2 . Выделим в пространстве между стенками воображаемую поверхность S , а также S_1 и S_2 , параллельные ей и отстоящие от S на расстоянии, равном средней длине свободного пробега $\langle \lambda \rangle$.

Допустим, что $\langle \lambda \rangle \ll L$, где L – расстояние между стенками. У стенки, температура которой T_1 , газ нагрет до температуры T_1 , а у стенки с температурой T_2 газ имеет температуру T_2 . Пусть $T_1 > T_2$, тогда в газе вдоль оси OX будет наблюдаться изменение температуры, которую в каждой точке x можно характеризовать бесконечно малыми приращениями dT . Величина dT/dx характеризует скорость изменения температуры по координате x и соответствует проекции градиента температуры по координате x (в условиях нашей задачи $T_1 > T_2$ и $dT/dx < 0$).

Пусть на поверхности S_2 температура газа соответствует T_2^* , а на поверхности S_1 – температуре T_1^* . При хаотическом тепловом движении через площадку S частицы газа, движущиеся от поверхности S_2 к поверхности S будут переносить среднюю кинетическую энергию, соответствующую температуре T_2^* , а движущиеся со стороны поверхности S_1 – среднюю кинетическую энергию, соответствующую температуре T_1^* . Это утверждение является справедливым, поскольку на длине свободного пробега скорость частиц не изменяется (столкновений нет). Результирующий поток энергии, переносимый через плоскость S можно определить как разность потоков переносимой частицами энергии слева направо (в направлении x) и справа налево (в направлении $-x$). Считая движение частиц газа хаотическим (равновероятным во всех направлениях), для потоков частиц слева направо (x) и справа налево ($-x$) можем записать

$$v_{S(x)} = v_{S(-x)} = \frac{1}{6} n_x \langle v_{(T_x)} \rangle,$$

где $\langle v_{(T_x)} \rangle$ – средняя скорость частиц через поверхность S , зависящая от температуры T_x . Множитель $\frac{1}{6}$ обусловлен тем, что все направления равнозначны, т.е. на направление OX приходится $\frac{1}{3}$ частиц, однако $\frac{1}{2}$ из них движутся в нужном направлении, а остальные в обратном ($-x$). С учетом выражения для потока энергии через поверхность S запишем выражение в виде

$$q_x = v_{S(x)} \langle \varepsilon_{(T_1^*)} \rangle - v_{S(-x)} \langle \varepsilon_{(T_2^*)} \rangle = v_{S(x)} \left(\langle \varepsilon_{(T_1^*)} \rangle - \langle \varepsilon_{(T_2^*)} \rangle \right),$$

где $\langle \varepsilon_{(T_1^*)} \rangle, \langle \varepsilon_{(T_2^*)} \rangle$ – средние кинетические энергии частиц в области сечений S_1 и S_2 .

Величина $\langle \varepsilon_{(T_1^*)} \rangle - \langle \varepsilon_{(T_2^*)} \rangle$ соответствует изменению кинетической энергии, которое происходит на расстоянии $2\langle \lambda \rangle$, поэтому

$$\langle \varepsilon_{(T_1^*)} \rangle - \langle \varepsilon_{(T_2^*)} \rangle = \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial x} 2\langle \lambda \rangle = -2\langle \lambda \rangle \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{dT} \frac{\partial T}{\partial x} = -2\langle \lambda \rangle C_V^* \frac{\partial T}{\partial x},$$

где C_V^* – величина, характеризующая, как изменяется средняя энергия молекул газа с изменением температуры газа, т.е. молекулярная теплоемкость газа. Индекс $\left(\begin{smallmatrix} * \\ v \end{smallmatrix} \right)$ показывают, что теплоемкость определяется при постоянном объеме и отнесена к одной молекуле. Знак "–" в появлется из-за снижения температуры по координате x , т.е. dT соответствует dx

Из выражений следует, что плотность потока энергии (тепловой поток) равен

$$q = -\frac{1}{3} n \langle v_{(T_x)} \rangle \langle \lambda \rangle \cdot C_V^* \frac{dT}{dx},$$

где переход от $\partial T / \partial x$ (частной производной) к dT / dx (полной производной) возможен вследствие отсутствия градиента температуры по другим координатам кроме x .

Эмпирическое уравнение теплопроводности (**закон Фурье**) выглядит следующим образом

$$q = -\chi \frac{dT}{dx},$$

где χ – коэффициент теплопроводности вещества.

Сравнивая, получаем связь коэффициента теплопроводности газа с его микропараметрами (параметрами частиц)

$$\chi = \frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle \lambda \rangle C_V^*$$

Умножив и разделив правую часть на $m_0 N_A$ (m_0 – масса молекулы, N_A – число Авогадро), получим

$$\chi = \frac{1}{3} n m_0 \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \frac{C_V^* N_A}{m_0 N_A} = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \cdot C_V,$$

где C_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме его, ρ – плотность газа.

Анализ показывает, что коэффициент теплопроводности, осуществляемой за счет процесса переноса, рассмотренного выше, не зависит от давления. Действительно, $\rho \sim P$ (в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона),

$$\langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{p}, \quad \langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi \cdot m_0} \right)^{1/2},$$

т.е. произведение величин, определяющих λ не содержит величины давления p . Этот вывод справедлив только при условии $\langle \lambda \rangle \ll L$.

Если условия процесса таковы, что $\langle \lambda \rangle \geq L$, то при движении между стенками частицы газа не сталкиваются, поэтому процесс теплопроводности осуществляется иначе: прямым переносом энергии частицами газа от стенки с температурой T_1 на стенку с температурой T_2 . В этом случае поток частиц на стенку (и со стенки) равен

$$v_{(x)} = v_{(-x)} = \frac{n \langle v \rangle}{4}.$$

Различие в средних энергиях частиц, движущихся от стенки с температурой T_1 на стенку с температурой T_2 и наоборот составит $C_V^*(T_1 - T_2)\alpha$, где α – коэффициент аккомодации, учитывающий тот факт, что частица, слетающая с поверхности, температура которой T_1 может иметь энергию меньше, чем обусловленная температурой T_1 (образно говоря, частица не успевает за время контакта со стенкой прогреться до температуры T_1) а частица, слетающая со стенки с температурой T_2 (образно говоря, не успевает за время контакта со стенкой остыть до температура T_2). Коэффициент аккомодации зависит от состояния поверхности стенок, материала, рода газа, температуры и в практических случаях составляет величину 0,1 – 0,9. С учетом выражений для удельного потока энергии можно записать при условии $\langle \lambda \rangle > L$

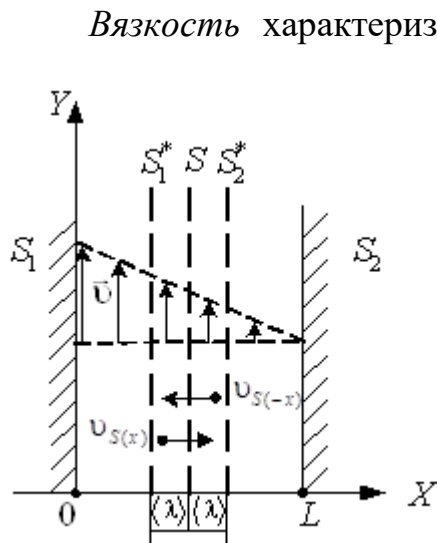
$$q = \frac{n \langle v \rangle}{4} C_V^*(T_1 - T_2)\alpha.$$

Воспользовавшись известными соотношениями, по аналогии, получаем выражение для плотности потока энергии в случае $\langle \lambda \rangle > L$

$$q = \frac{n \langle v \rangle}{4} (T_1 - T_2)\alpha \cdot \frac{m C_V^* N_A}{m N_A} = \frac{\rho \langle v \rangle}{4} c_V \alpha (T_1 - T_2),$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Так как $\rho \sim P$, теплопроводность газа при $\langle \lambda \rangle > L$, т.е. при низких давлениях зависит от давления. В связи с этим при решении задач на теплопроводность газа

необходимо, сравнивая $\langle \lambda \rangle$ с L , установить характер процесса теплопроводности и пользоваться уравнениями.



Вязкость характеризует процесс направленного импульса движения молекул из области, где газ контактирует с движущимся телом в другие области газа. Пусть газ расположен между стенками S_1 и S_2 , причем стенка S_1 движется в направлении OY со скоростью v . Тогда частица газа в процессе контакта со стенкой S_1 получает направленный импульс mv и при последующем хаотическом в совокупности с направленным (надтепловым) движением в процессе столкновений будет передавать часть направленного импульса другим частицам газа. Таким образом, в газе

будет осуществляться перенос направленного импульса от S_1 к S_2 . При этом слои газа, располагающиеся ближе к S_1 , будут двигаться с большей направленной скоростью (v_y) , чем более удаленные слои и в промежутке между пластинами установится некоторое распределение скорости направленного движения от v_y у стенки S_1 до 0 у стенки S_2 .

Пусть в рассматриваемой системе выполняется условие $\langle \lambda \rangle \ll L$. Тогда для рассматриваемого переноса можем воспользоваться тем же методом, что и при рассмотрении процесса теплопроводности. Выделим некоторую воображаемую плоскость S и плоскости S_1^* и S_2^* на расстоянии $\langle \lambda \rangle$ от S . На расстоянии $\langle \lambda \rangle$ направленный импульс молекул не изменяется, т.к. нет столкновений с другими молекулами. Поток частиц через поверхность S со стороны поверхности S_1^* и со стороны $S_2^{*(-x)}$ за счет теплового движения частиц определится, как и в случае теплопроводности соотношением

$$v_{S(x)} = v_{S(-x)} = \frac{1}{6} n \langle v \rangle$$

Плотность потока импульса, переносимый от слоя газа на S_1^* к слою газа на S_2^* будет равен

$$v_{PS} = v_{S(x)} (m_0 v_{y1}^* - m_0 v_{y2}^*) = \frac{1}{6} m_0 n \langle v \rangle (v_{y1}^* - v_{y2}^*)$$

где v_{y1}^* и v_{y2}^* – направленные скорости в слоях газа у поверхностей S_1^* и S_2^* .

Величина $(v_{y1}^* - v_{y2}^*)$ может быть выражена через градиент направленной скорости v_y по координате x :

$$(v_{y1}^* - v_{y2}^*) \approx 2\langle\lambda\rangle \frac{dv_y}{dx},$$

считая, что v_y в пределах $2\langle\lambda\rangle$ изменяется от x линейно. С учетом этого можно записать в виде

$$v_{pS} = -\frac{1}{3}n\langle v\rangle\langle\lambda\rangle \cdot m_0 \frac{dv_y}{dx},$$

где знак « \rightarrow » обусловлен тем, что значению $(+dx)$ соответствует $(-dv_y)$. Величина v_{pS} характеризует передаваемый импульс от слоя S_1^* слою газа S_2^* через единичную площадь за единицу времени и может быть записана в виде

$$v_{pS} = v_{S(x)}\Delta(m_0v_y).$$

В то же время в соответствии со 2-м законом Ньютона

$$F = m_0a = m_0 \frac{dv}{dt} = \frac{d(m_0v)}{dt},$$

можем считать, что v_{pS} характеризует силу, с которой один слой газа действует на другой в направлении v_y . В результате можем переписать выражение для единичной площади в единицу времени в виде

$$F_y = -\frac{1}{3}n \cdot \langle v\rangle\langle\lambda\rangle \cdot m_0 \frac{dv_y}{dx}.$$

Рассматривая F_y как силу трения слоев газа, и сравнивая выражение с эмпирически установленным **законом Ньютона** $F = -\eta \frac{dv}{dx}$, получаем для коэффициента внутреннего трения η в газе следующее выражение

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle v\rangle\langle\lambda\rangle.$$

Учитывая, что $\rho = m_0n$, $\langle v\rangle \sim \left(\frac{T}{m_0}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\langle\lambda\rangle \sim \frac{1}{n}$ имеем

$$\eta \sim \sqrt{m_0T},$$

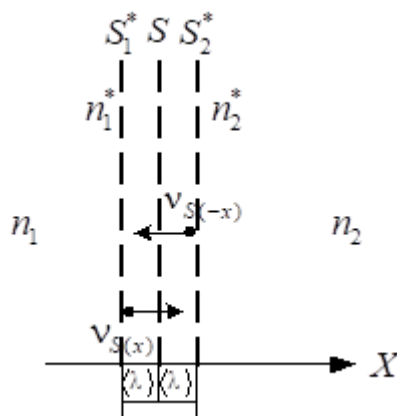
откуда следует, что коэффициент внутреннего трения не зависит ни от концентрации, ни от давления. Однако надо помнить, что этот вывод справедлив при условии $\langle\lambda\rangle \ll L$ (т.е. в соответствующем диапазоне давлений газа).

При низких давлениях, когда $\langle \lambda \rangle > L$, нельзя оперировать понятиями слои газа, внутреннее трение, коэффициент внутреннего трения, вязкость газа. Импульс направленного движения в этом случае частицами газа переносится непосредственно от стенки к стенке. За единицу времени через единичную площадь сечения газа (на единицу площади стенки) передаваемый импульс можно определить как

$$\Delta p = \frac{1}{4} n \langle v \rangle m_0 v_y = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} m_0 v_y$$



Диффузия – процесс, заключающийся в самопроизвольном (за счет теплового движения) взаимном проникновении частиц двух или большего количества компонентов в газах, жидкостях и даже твердых телах.



Если один газ диффундирует в другой, процесс называется *взаимодиффузией*. *Самодиффузия* – проникновение одной частицы газа в другую часть того же газа, например при различной концентрации частиц в различных частях объема.

Процесс самодиффузии аналогичен процессам переноса (теплопроводности, внутреннего трения) и отличается от них только величиной, которая переносится.

Рассмотрим диффузию на следующей модели. Пусть объем с газом характеризуется тем, что плотность газа (концентрация) в нем в направлении « X » изменяется. Воспользовавшись тем же, что и в предыдущих случаях методическим приемом, получим суммарный поток частиц через сечение S как разницу потоков от поверхности S_1^* к поверхности S и от поверхности S_2^* к поверхности S .

Пусть $n_1 > n_2$.

$$v_x = v_{S(x)} - v_{S(-x)} = \frac{1}{6} n_1^* \langle v \rangle - \frac{1}{6} n_2^* \langle v \rangle = \frac{1}{6} \langle v \rangle (n_1^* - n_2^*)$$

Величину $(n_1^* - n_2^*)$ выразим через градиент концентрации

$$(n_1^* - n_2^*) = \frac{dn}{dx} 2 \langle \lambda \rangle$$

Тогда выражение для v_x можно записать в виде

$$v_x = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \frac{dn}{dx}$$

Сравнивая с **законом Фика** для самодиффузии

$$v_x = -D \frac{dn}{dx},$$

видим, что коэффициент самодиффузии связан с микропараметрами газа выражением

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle,$$

или, если подставить $\langle v \rangle \sim \left(\frac{T}{m_0} \right)^{1/2}$ и $\langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{n}$, выражением

$$D \sim \frac{1}{n} \left(\frac{T}{m_0} \right)^{1/2},$$

из которого следует, что коэффициент самодиффузии в отличие от χ и η зависит от n и, следовательно, от давления газа.

Для случая **взаимодиффузии** разных газов (1 и 2) коэффициент взаимодиффузии определяется выражением (вывод не приводится)

$$D_{12} = \frac{n_1 \langle v_2 \rangle \langle \lambda_2 \rangle + n_2 \langle v_1 \rangle \langle \lambda_1 \rangle}{3(n_1 + n_2)},$$

где n_1 и n_2 – концентрации соответствующих газов. Подставив в выражение для соответствующих длин пробега и тепловых скоростей, получаем:

$$D_{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \left(\frac{kT}{\pi} \right)^{3/2} \frac{1}{pd_{12}^2} \sqrt{\frac{1}{m_{01}} + \frac{1}{m_{02}}},$$

где d_{12} – сумма радиусов частиц газов 1 и 2; $p = p_1 + p_2$ – суммарное давление газов; m_{01} и m_{02} – соответственно массы частиц газов 1 и 2.

Тема 3. Термодинамика. Агрегатное состояние вещества



Физические свойства макросистем, состоящих из большого количества частиц, изучаются взаимно дополняющими методами: статистическим и термодинамическим. **Термодинамический метод** основан на анализе условий и количественных соотношений при различных превращениях энергии, происходящих в системе. Внутренняя энергия термодинамической системы включает в себя кинетическую энергию движения частиц (поступательного, вращательного и колебательного движения), а также потенциальную энергию их взаимодействия. В модели идеального газа пренебрегают силами межмолекулярного взаимодействия,

поэтому внутренняя энергия может быть принята как сумма кинетических энергий хаотического движения всех молекул

$$U = N \frac{i}{2} kT = \frac{m}{\mu} N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT ,$$

где i – число степеней свободы молекулы. Изменение внутренней энергии газа связано с изменением температуры

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT .$$

Обмен энергий между системой и внешними телами может осуществляться двумя качественно различными способами: путем совершения работы и путем теплообмена.

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема

$$\delta A = p dV .$$

Полная работа при изменении объема газа вычисляется с помощью интегрирования

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV ,$$

где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объемы газа.

Количество теплоты, переданное системе, определяется по формуле

$$Q = cm\Delta T ,$$

где c – удельная теплоемкость газа в данном процессе. Связь между молярной C и удельной c теплоемкостями газа

$$C = c\mu ,$$

где μ – молярная масса газа.

Первое начало термодинамики утверждает, что количество теплоты Q , сообщаемое системе, затрачивается на приращение внутренней энергии системы ΔU и совершение системой работы A над внешними телами

$$Q = \Delta U + A .$$

Первое начало термодинамики в *дифференциальной форме*

$$\delta Q = dU + \delta A .$$

Отличия в записи бесконечно малых величин ($\delta A, \delta Q, dU$) отражают тот факт, что внутренняя энергия является функцией состояния системы (dU), а работа и теплота – функции процесса (δA и δQ). В отличие от внутренней

энергии системы, которая является однозначной функцией параметров состояния этой системы, понятия *теплоты* и *работы* имеют смысл только в связи с процессом изменения состояния системы. Они являются энергетическими характеристиками процесса изменения состояния системы.

Применим первое начало термодинамики к изопроцессам. Запишем закон в развернутом виде

$$cm dT = dU + p dV.$$

Так, при *изохорном* процессе $dV = 0$, т.е. работа $A = 0$ и вся теплота идет на изменение внутренней энергии газа: $cm dT = dU$, где $dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT$. Тогда

теплоемкость газа при изохорном процессе

$$c = c_V = \frac{dU}{m dT} = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}.$$

Во всех других процессах объем газа изменяется. При *изобарном* процессе работа газа

$$A = p(V_2 - V_1) \text{ или } A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T \text{ или } \Delta U = \frac{i}{2} p \Delta V.$$

Количество теплоты

$$Q = \Delta U + p \Delta V = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

Удельная теплоемкость газа при изобарном процессе

$$c = c_p = \frac{Q}{m \Delta T} = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu}.$$

Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Уравнение Майера связывает молярные теплоемкости газа при изохорном и изобарном процессах

$$C_p = C_V + R.$$

При *изотермическом* процессе температура газа постоянна, поэтому

количество теплоты идет на совершение работы $\delta Q = \delta A$, где $\delta A = p dV$.

Работа вычисляется интегрированием

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} dV = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ или } A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Адиабатный процесс реализуется в условиях теплоизоляции системы, но адиабатным можно считать также процесс, протекающий столь быстро, что за время его осуществления не успевает произойти существенный теплообмен с внешней средой. Из первого начала термодинамики следует, что в адиабатном процессе работа совершается за счет изменения внутренней энергии: $\delta A = -dU$. Т.е. если газ расширяется, то его температура понижается, а при резком сжатии – возрастает.

Получим соотношение между параметрами состояния газа в адиабатном процессе. Записывая выражения для работы и изменения внутренней энергии

$$\delta A = p dV, \quad dU = \frac{m}{\mu} C_V dT, \quad \text{где } C_V = \frac{i}{2} R \text{ – теплоемкость газа при изохорном}$$

процессе, имеем

$$p dV = -\frac{m}{\mu} C_V dT.$$

Так как $p = \frac{mRT}{\mu V}$, получаем $\frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} dV = -\frac{m}{\mu} C_V dT$, $\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V} \frac{dV}{V}$

Согласно уравнению Майера $\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \gamma - 1$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ –

безразмерная величина, называемая постоянной адиабаты или коэффициентом Пуассона. Поэтому, учитывая, что теплоемкости идеального газа не зависят от температуры, получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V}.$$

Интегрируя, получаем

$$\ln T = -(\gamma - 1) \ln V + \text{const}, \quad \ln T + (\gamma - 1) \ln V = \text{const}, \quad \ln(TV^{\gamma-1}) = \text{const}.$$

Таким образом, связь температуры и объема газа при адиабатном процессе имеет вид

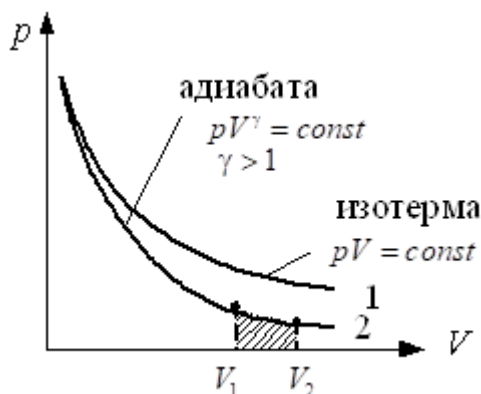
$$TV^{\gamma-1} = \text{const}.$$

Поскольку при любом процессе для идеального газа $\frac{pV}{T} = \text{const}$, то давление и объем связаны соотношением

$$pV^\gamma = \text{const}.$$

Соотношения являются двумя формами записи **уравнения Пуассона**.

На $p - V$ -диаграмме адиабатный процесс изображен кривой 2, которая



идет круче, чем изотерма, поскольку при адиабатном расширении газа совершается работа и происходит его охлаждение, тогда как при изотермическом расширении температура остается постоянной.

(Сравните $\frac{pV}{T} = \text{const}$ (адиабатный процесс) и $pV = \text{const}$ (изотермический процесс)). Работа при адиабатном процессе

противоположна по знаку изменению внутренней энергии (заштрихованная область)

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1),$$

и с учетом связи параметров при адиабатном процессе может быть записана в виде

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

где T_1 , T_2 , и V_1 , V_2 – соответственно начальные и конечные температуры и объемы газа.

Политропическими называются процессы, при которых теплоемкость тела остается постоянной. Для идеального газа уравнение политропы имеет вид

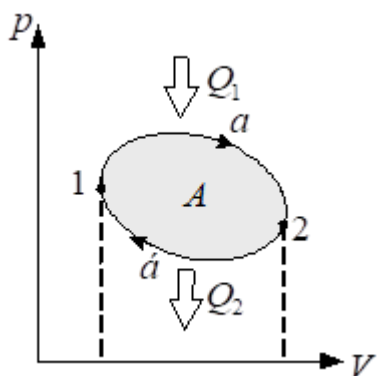
$$pV^n = \text{const},$$

где n – показатель политропы

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_V}.$$

Рассмотренные ранее процессы относятся к категории политропических. Изобарному процессу соответствует $n = 0$, изотермическому – $n = 1$, адиабатному – $n = \gamma$, изохорному – $n = \infty$.

Для описания термодинамических процессов первого начала термодинамики недостаточно, поскольку оно не позволяет определить направление протекания процесса. В самом деле, процесс самопроизвольной передачи теплоты от холодного тела к горячему не противоречит первому началу термодинамики. Однако опыты

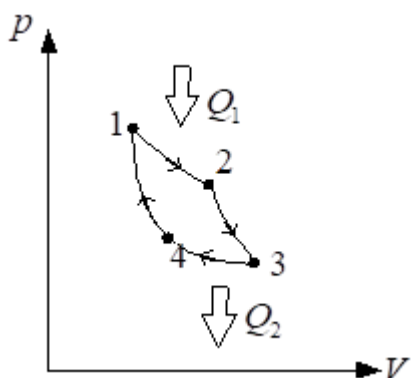


показывают, что самопроизвольно такой процесс не протекает. Иначе говоря, *теплота не может самопроизвольно (без совершения работы) переходить от тела менее нагретого к телу более нагретому*. Это **второе начало термодинамики** в формулировке Клаузиуса. В формулировке Томсона постулат второго начала термодинамики состоит в следующем: *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого было бы совершение*

работы за счет изменения внутренней энергии системы. Расширим представления о термодинамических процессах. Введем понятие *обратимого* процесса. Термодинамический процесс называется обратимым, если после него можно вернуть систему в начальное состояние таким образом, чтобы в других системах взаимодействующих с первой, не осталось каких-либо изменений. Необходимое условие обратимого процесса – его *равновесность*. Реальные процессы являются *неравновесными*, и поэтому являются *необратимыми*.

Круговым процессом называется термодинамический процесс, в итоге которого система возвращается в исходное состояние. Круговые процессы изображаются в диаграммах $p - V$, $p - T$ и др. в виде замкнутых контуров, образуемых графиками.

Круговые процессы лежат в основе действия всех *тепловых машин* – устройств, которые превращают внутреннюю энергию в механическую энергию. Основные части тепловой машины: нагреватель, рабочее тело и холодильник. Рабочее тело (обычно газ) получает количество теплоты Q_1 от нагревателя, совершает работу A за цикл, отдает холодильнику количество



теплоты Q_2 . На pV - диаграмме работа равна площади фигуры $1a2á1$, ограниченная графиками процессов $1a2$ и $2á1$. Изменение внутренней энергии в круговом процессе равно нулю. Работа, совершаемая за цикл равна $\dot{A} = Q_1 - Q_2$. Эффективность тепловой машины определяется термическим коэффициентом полезного действия (*КПД*) для кругового процесса (цикла)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Среди всех круговых процессов большое значение имеет процесс, составленный из четырех процессов: двух изотерм и двух адиабат – цикл Карно. Определим КПД данного цикла. Запишем выражения для количеств теплоты и работ, совершаемых рабочим телом на разных участках процесса.

$$\text{Участок 1 – 2: изотерма – } T_1, Q_1 = A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

$$\text{Участок 2 – 3: адиабата, } Q_{23} = 0, A_{23} = -\Delta U_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1).$$

$$\text{Участок 3 – 4: изотерма – } T_2, Q_2 = A_{34} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}.$$

$$\text{Участок 4 – 1: адиабата, } Q_{41} = 0, A_{41} = -\Delta U_{41} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2);$$

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{23} - A_{34} - A_{41}}{Q_1} = \frac{A_{12} - A_{34}}{Q_1},$$

Так как по значению $A_{23} = A_{41}$, или

$$\eta = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2 \ln \frac{V_1}{V_2} \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1}.$$

Температура и объем в состояниях 2 – 3 и 1 – 4 связаны уравнением Пуассона:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const};$$

$$\begin{cases} T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \\ T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \end{cases}.$$

Откуда следует, что $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$, следовательно $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, где T_1 –

температура нагревателя; T_2 – температура холодильника. КПД любого реального теплового двигателя не может превышать КПД цикла Карно. Можно показать, что КПД реального цикла меньше чем цикла Карно, т.к. протекающие в нем процессы являются *неравновесными*.

Поскольку КПД, с одной стороны, равен $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$, с другой стороны $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, то верно равенство $1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, и, значит, для обратимого цикла Карно справедливо соотношение

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}.$$

Здесь Q_1 – количество теплоты, отданное телу нагревателем, температура которого T_1 ;

Q_2 – количество теплоты, отведенной от рабочего тела в холодильник, температура которого T_2 , а отношение $\frac{Q}{T}$ называют *приведенной теплотой*.

Если под Q понимать алгебраическую величину, то можно считать, что рабочее тело от холодильника получает количество теплоты $(-Q_2)$. Тогда выражение примет вид:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

или в общем виде

$$\sum \frac{Q}{T} = 0,$$

т.е. алгебраическая сумма приведенных теплот для обратимого цикла Карно равна нулю.

Более строго выражение можно записать через интеграл по всему циклу:

$$\int \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Так как интеграл по замкнутому контуру равен нулю, то подынтегральное выражение $\frac{\delta Q}{T}$ является полным дифференциалом некоторой функции, не зависящей от того, как система переходила в этом цикле от одного состояния в другое.

Функция, характеризующая направление протекания самопроизвольных процессов в замкнутой термодинамической системе, называется **энтропией**:

$$\frac{\delta Q}{T} = dS.$$

Каждому состоянию тела соответствует определенное значение энтропии, поэтому энтропия является однозначной функцией состояния.

Пусть тело обратимым путем переходит из состояния A в состояние B , тогда

$$\int_A^B \frac{\delta Q}{T} = S_B - S_A = \Delta S_{i \text{ ад}}.$$

При круговом обратимом процессе изменение энтропии ΔS , как следует из формулы, равно нулю.

Для необратимого процесса

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

или

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{|Q_2|}{T_2} < 0.$$

Для обратимого и необратимого процессов записывают общее соотношение в виде **неравенства Клаузиуса**:

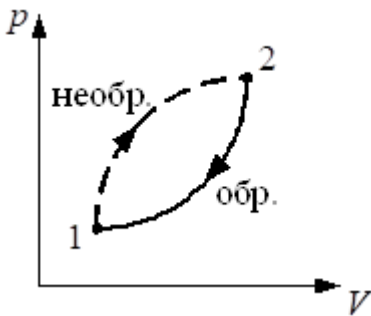
$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0.$$

Можно предположить, что при теплообмене системы с n – телами должно выполняться условие, аналогичное предыдущему:

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} \leq 0.$$

Таким образом, сумма приведенных теплот для любого цикла не может быть больше нуля. Более строго выражение следует записать в виде

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0.$$



Согласно выражениям при обратимом процессе сумма приведенных количеств теплоты равна изменению энтропии. Для того, чтобы выяснить, в каком соотношении находятся сумма приведенных количеств теплоты и изменение энтропии при необратимом процессе рассмотрим цикл, состоящий из необратимой ($1 \rightarrow 2$) и обратимой ($2 \rightarrow 1$) ветвей. Поскольку цикл в целом необратим, сумма приведенных количеств теплоты, взятая по всему циклу, должна быть меньше нуля. Разобьем эту сумму на две части, соответствующие разным ветвям цикла

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \frac{Q_i}{T_i} + \sum_{2 \rightarrow 1} \frac{Q_i}{T_i} < 0.$$

Второе слагаемое равно изменению энтропии, или $\sum_{2 \rightarrow 1} \frac{Q_i}{T_i} = S_1 - S_2$.

Поэтому можно записать следующим образом

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \frac{Q_i}{T_i} + S_1 - S_2 < 0,$$

откуда следует

$$S_2 - S_1 > \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{Q_i}{T_i},$$

или, в общем случае, когда процесс $1 \rightarrow 2$ может быть обратимым, получаем

$$S_2 - S_1 \geq \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{Q_i}{T_i}.$$

Соотношение должно выполняться для каждого элементарного процесса

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}.$$

Если система изолирована, т.е. не обменивается теплом с внешней средой, то $\delta Q = 0$, и тогда

$$S_2 - S_1 \geq 0 \quad \text{или, соответственно} \quad \Delta S \geq 0.$$

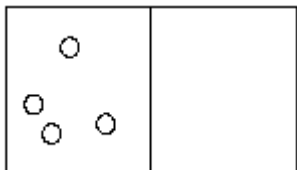
Таким образом, *энтропия изолированной системы может возрасть (если в системе протекает необратимый процесс) или оставаться постоянной (если в системе протекает обратимый процесс)*. Убывать энтропия изолированной системы не может.

Энтропия, подобно внутренней энергии, аддитивная величина, энтропия системы равна сумме энтропий всех тел, входящих в состав системы. Изменение энтропии идеального газа в обратимых термодинамических процессах можно рассчитать с использованием первого начала термодинамики и полученных выше выражений для изменения внутренней энергии и работы для соответствующих процессов. Для рассмотренных процессов выражения, характеризующие изменение энтропии, приведены в таблице изменения энтропии в процессах идеального газа.

Таблица

Изохорный ($V = const$)	Изобарный ($p = const$)	Изотермический ($T = const$)	Адиабатный $S = const$
$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$	$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0$

До сих пор, рассматривая второй закон термодинамики, мы пользовались термодинамическим методом исследования. Однако существует связь второго закона термодинамики с молекулярно-кинетической теорией строения вещества. Раскрытие этой связи позволяет глубже понять физический смысл энтропии.



С молекулярно-кинетической точки зрения каждому состоянию газа (системы частиц) соответствует некоторое распределение его молекул по объему, а также по скоростям (импульсам и энергиям). Предположим, что система, изолированная от внешней среды, содержит 4 частицы ($n = 4$) и занимает объем V . Предположим, что частицы «меченные», а объем разбит на две равные ячейки. Будем считать, что различные состояния отличаются только распределением молекул 1, 2, 3, 4 по двум ячейкам. Представим в виде таблицы все возможные состояния такой системы.

Макросостояние	Возможные микросостояния*	Γ , число микросостояний	ω , вероятность макросостояния
1. Справа нет частиц ($m = 0$)	0000	1	1/16
2. Справа одна частица ($m = 1$)	1000, 0100, 0010, 0001,	4	4/16
3. Справа две частицы ($m = 2$)	1100, 1010, 1001, 0110, 0101, 0011,	6	6/16
4. Справа три частицы ($m = 3$)	0111, 1011, 1101, 1110,	4	4/16
5. Справа четыре частицы ($m = 4$)	1111	1	1/16

Примечание. * Если частица находится слева, это обозначено цифрой «0», если справа – «1».

Состояния, перечисленные в одной строке, в макромасштабе неразличимы и обладают одинаковой энергией.

Число микросостояний, с помощью которого реализуется данное макросостояние, называется статистическим весом Γ или кратностью вырождения макросистемы. Вероятностью данного макросостояния называется отношение соответствующего \tilde{A} к количеству всех возможных микросостояний. Из таблицы видно, что статистический вес Γ и вероятность состояния одновременно достигают максимального значения. Минимальной вероятностью обладает состояние, реализуемое единственным способом.

Рассмотрим сосуд, в котором содержится N_A частиц, и они занимают объем V_0 . Выделим внутри малый объем V . Вероятность обнаружить там одну частицу

$$\omega_1 = \frac{V}{V_0},$$

вероятность встретить там две частицы (поскольку эти события независимы)

$$\omega_2 = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2,$$

вероятность там встретить все N_A частиц

$$\omega_{N_A} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{N_A}.$$

Поскольку выделенный объем мал, то вероятность $\omega_{N_A} \ll 1$, поэтому состояние никогда не реализуется. Для этого состояния статистический вес равен $\Gamma = 1$, т.е. состояние реализуется единственным способом. Прологарифмируем выражение

$$\ln \omega_{N_A} \sim N_A \ln \frac{V}{V_0}.$$

Сравнивая это выражение с соотношением для изменения энтропии при изобарном процессе:

$$S \sim R \ln \frac{V}{V_0}.$$

Можно записать $S \sim k \ln \omega_{N_A}$. Поскольку вероятность состояния $\omega \sim \tilde{A}$, то между энтропией системы и ее статистическим весом существует связь, которая описывается **формулой Больцмана**

$$S = k \ln \tilde{A}.$$

Данная формула позволяет дать статистическое толкование второго начала термодинамики. Для реальных процессов $\Delta S \geq 0$, следовательно,

замкнутая термодинамическая система стремится перейти из состояний менее вероятных в состояния более вероятные, пока не достигнет равновесного состояния, которое является наиболее вероятным. Иными словами, **второе начало термодинамики** имеет статистический характер, выражающий стремление системы, состоящей из большого количества частиц, к самопроизвольному переходу из состояний менее вероятных в состояния более вероятные.

К системам с малым количеством частиц второй закон термодинамики неприменим. Так, в сильно разреженных газах происходят значительные случайные отклонения от равномерного распределения молекул по объему. Подобные отклонения называются *флуктуациями* (отклонения параметров от средних значений, например, плотности, температуры, давления). Флуктуации обусловлены тепловым движением частиц макросистемы. Можно показать, что в газе относительная флуктуация концентрации

$$\frac{\Delta n}{n} \sim \frac{1}{\sqrt{N}},$$

где N – количество частиц.

Если в сосуде $N \sim 10^8$ частиц (сильно разреженный газ), то $\Delta n/n \sim 10^{-4}$, а если в сосуде $N \sim 10^{23}$ частиц, то $\Delta n/n \sim 10^{-12}$. Видно, что вероятность заметных отклонений параметров газа от средних величин в последнем случае ничтожно мала.

Реальный газ хорошо описывается уравнением

$$pV = \nu RT$$

только при малых плотностях, т.е. при небольшом давлении и достаточно высоких температурах. С повышением давления и уменьшением температуры наблюдается значительное отступление от уравнения Менделеева – Клапейрона.

Самым простым и вместе с тем дающим хорошие результаты при описании газов в широком интервале плотностей, оказалось **уравнение Ван-дер-Ваальса**

$$\left(p + \frac{a}{V_{\mu}^2} \right) (V_{\mu} - b) = RT,$$

где p – давление газа, V_{μ} – молярный объем; a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, имеющие для разных газов различные значения. Поправка $\frac{a}{V_{\mu}^2}$ характеризует ту добавку к внешнему давлению, которая обусловлена

взаимным притяжением молекул друг к другу. Поправка b определяет ту часть объема, которая недоступна для движения молекул. Она возникает вследствие того, что молекулы обладают конечным объемом, и пространство, доступное для движения молекул, оказывается меньшим, чем объем сосуда V_μ . Уравнение можно переписать для произвольной массы газа m , учитывая, что $V = \nu V_\mu$

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{\nu} - b \right) = RT,$$

где $\nu = m/\mu$ – количество вещества. Или иначе

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) (V - b\nu) = \nu RT.$$

Реальные газы следуют уравнению Ван-дер-Ваальса лишь приближенно. Воображаемый газ, точно подчиняющийся уравнению, называется *ван-дер-ваальсовским*.

Внутренняя энергия ван-дер-ваальсовского газа должна включать в себя, кроме кинетической энергии молекул, энергию взаимодействия между молекулами. Кинетическая энергия молекул равна внутренней энергии идеального газа ($\nu = 1$ моль)

$$U = C_V T,$$

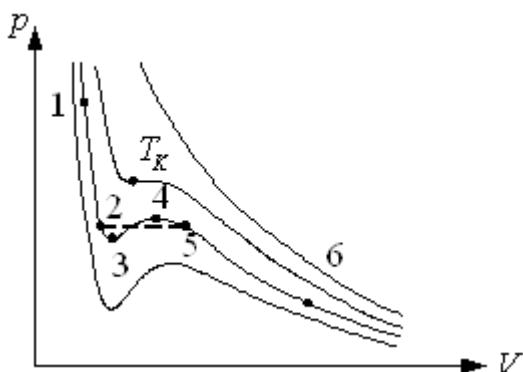
При изменении объема газа от V_1 до V_2 внутреннее давление \hat{a}/V_μ^2 совершает работу, которая для 1 моля равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V_\mu^2} dV = \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}.$$

Так как работа внутренних сил равна убыли потенциальной энергии системы, то можно считать, что \hat{a}/V_m есть искомое выражение для потенциальной энергии одного моля газа. Окончательно, внутренняя энергия одного моля газа может быть записана в виде $U_\mu = C_V T - \frac{a}{V_\mu}$.

Или в случае произвольного количества молей газа

$$U = \nu C_V T - \frac{av^2}{V}$$



На рисунке представлена графически связь между объемом и давлением газа при разных температурах (чем больше температура, тем выше располагается изотерма). Эти кривые называются *изотермами Ван-дер-Ваальса*. При высоких температурах они имеют форму, близкую к гиперболе и описывают газообразное состояние вещества (почти идеальный газ).

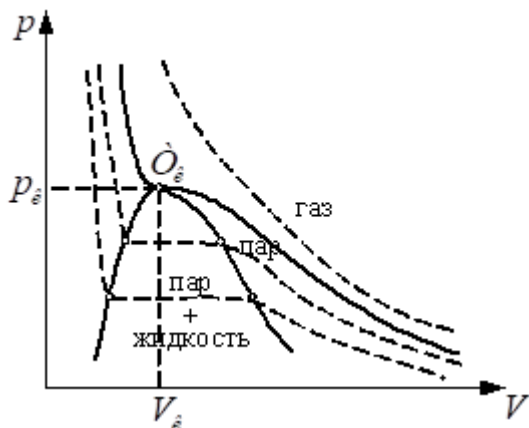
По мере уменьшения температуры форма изотермы изменяется и при некоторой критической температуре обнаруживается точка перегиба. Рассмотрим изотермы ниже T_k . Измерения показывают, что изотермы реального газа приближаются к изотермам Ван-дер-Ваальса на участках 1 – 2, соответствующих жидким состояниям, и на участках 5 – 6, соответствующих парообразным состояниям вещества; однако в средней части реальная изотерма идет не по кривой 2 – 3 – 4 – 5, а по изобаре 2 – 5 (в точке 2 – кипящая жидкость, в точке 5 – насыщенный пар). Но если опыты провести с очень чистым веществом, а сжатие (расширение), подвод и отвод теплоты производить достаточно медленно, то можно обнаружить состояния, соответствующие участкам 2 – 3 (перегретая жидкость) и 5 – 4 (пересыщенный пар). Не реализуется только часть изотермы Ван-дер-Ваальса – участок 3 – 4.

На изотерме Ван-дер-Ваальса при $T=T_k$ появляется точка перегиба, для которой газ характеризуется критическими параметрами P_k и V_k . Приравняв нулю первую и вторую производные левой части уравнения, получаем

$$V_k = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27Rb}$$

Пользуясь этими соотношениями, можно по известным a и b вычислить критические параметры вещества и наоборот, определить постоянные a и b .

Фазой вещества называется совокупность однородных, одинаковых по своим свойствам частей системы. Например, в закрытом сосуде находится вода и над ней смесь пара воды и воздуха. В этом случае имеем дело с системой из двух фаз: одну фазу образует вода, вторую смесь воздуха и паров воды. Три фазы одного и того же вещества (твердая, жидкая, газообразная, или жидкая и две твердых) могут находиться в равновесии только при единственных значениях температуры и давления, которым на диаграмме $p - T$ соответствует тройная точка. В термодинамике доказывается, что равновесие



более чем трех фаз одного и того же вещества невозможно.

Если для изотерм Ван-дер-Ваальса провести линию через крайние точки горизонтальных участков изотерм, получается колоколообразная кривая, ограничивающая область двухфазных состояний вещества. При температурах выше критической вещество при любом давлении оказывается однородным. Необходимо отметить, что с

термодинамической точки зрения различия между понятиями «пар» и «газ» не существует.

Различают два типа превращений вещества из одной фазы в другую при изменении внешних условий: *фазовые переходы первого (1) и второго (2) рода*. При фазовом переходе 1 рода скачкообразно изменяются такие характеристики вещества, как плотность, удельный и молярный объемы, и что особенно характерно, выделяется или поглощается теплота, называемая *теплотой фазового перехода*. Примерами фазовых переходов 1 рода могут служить превращения вещества из одного агрегатного состояния в другое (испарение и конденсация, плавление и кристаллизация и т.д.), фазовые превращения твердых тел из одной кристаллической модификации в другую, переход вещества из сверхпроводящего состояния в нормальное под действием сильного магнитного поля.

Определить изменение температуры фазового перехода в зависимости от изменения давления при равновесно протекающем процессе можно с помощью *уравнения Клапейрона – Клаузиуса*

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(V_2 - V_1)},$$

где q_{12} – теплота фазового перехода; $(V_2 - V_1)$ – изменение удельного объема вещества при переходе его из первой фазы во вторую; T – температура перехода (процесс изотермический).

При фазовом переходе 2 рода теплота не поглощается и не выделяется, скачкообразно изменяются такие характеристики вещества, как молярная теплоемкость, коэффициент теплового расширения, удельная проводимость, вязкость. Примерами фазовых переходов могут служить: переход некоторых металлов при низких температурах из нормального в сверхпроводящее состояние, переход гелия из одной модификации в другую, обладающую свойством сверхтекучести, переход вещества из ферромагнитного в парамагнитное состояние при температуре, называемой точкой Кюри.

Ранее мы изучили гидромеханику, т.е. рассматривали движение жидкости как целого. Однако влияние на состояние жидкости явлений, происходящих на границах раздела сред, обусловленные взаимодействием молекул вещества в жидкой фазе с твердым телом или газом не рассматривалось. К таким, в частности, относятся *капиллярные явления*. Поверхность жидкости характеризуется *текучестью*, *несжимаемостью* и наличием *свободной поверхности*. В жидкостях расстояния между молекулами значительно меньше, чем в газах. Поэтому силы взаимодействия между молекулами играют существенную роль. В поверхностном слое жидкости возникает избыточное молекулярное давление, направленное по нормали внутрь жидкости. Переход молекул из глубины жидкости в поверхностный слой сопровождается работой против сил молекулярного притяжения. Молекулы жидкости в приповерхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией. Поскольку положение равновесия соответствует минимуму потенциальной энергии, жидкость, представленная самой себе, будет принимать форму с минимальной поверхностью. Силы поверхностного натяжения направлены по касательной к поверхности жидкости. Коэффициент поверхностного натяжения, характеризующий силы поверхностного натяжения, равен

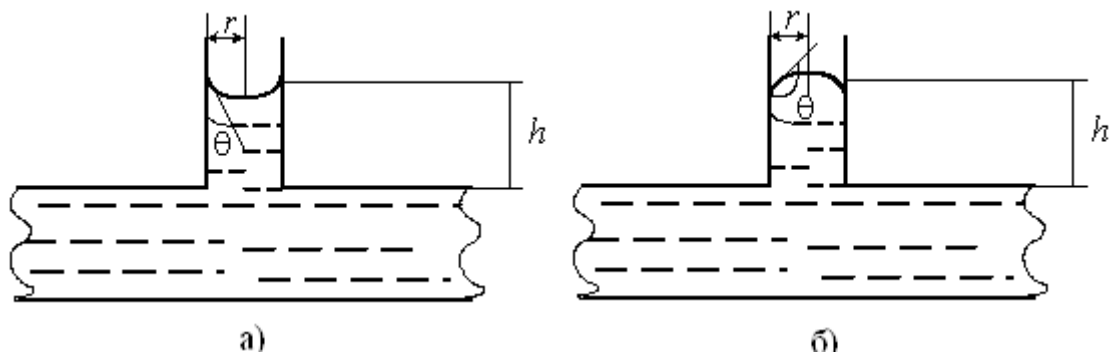
$$\sigma = \frac{F}{l} \text{ или } \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l , ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение поверхностной энергии (пропорциональна изменению площади ΔS поверхности жидкости).

Поверхность жидкости представляет собой как бы растянутую пленку, которая стремится сократиться, и возникает избыточное давление, обусловленное силами поверхностного натяжения. **Формула Лапласа** позволяет определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклая поверхность), и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутая поверхность). Форма поверхности жидкости определяется явлением *смачивания*, которое обусловлено совокупным влиянием сил притяжения между молекулами взаимодействующих пар «жидкость – жидкость» и «жидкость – твердое тело».



В случае сферической поверхности избыточное давление

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}.$$

В трубках малого сечения силы поверхностного натяжения могут приводить к заметному подъему жидкости в трубке или препятствовать ее проникновению в трубку в зависимости от смачиваемости стенок трубки.

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке со смачиваемой поверхностью (рисунок а) определяется формулой

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r},$$

где θ – краевой угол смачивания; r – радиус капилляра; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения. Положение жидкости в случае несмачиваемой поверхности трубки показано на рисунке б.



В отличие от внутренней энергии и энтальпии для энтропии можно определить абсолютное значение. Опытные данные показали, что теплоемкости всех веществ вблизи абсолютного нуля резко падают до ничтожно малых величин. Результатом обобщения экспериментальных данных была *тепловая теорема Нернста*: вблизи абсолютного нуля все процессы протекают без изменения энтропии или эти изменения ничтожно малы.

Определение абсолютного значения энтропии стало возможным после того, как Планк сформулировал свой постулат, носящий название *третьего закона термодинамики*: энтропия совершенного кристалла при абсолютном нуле равна нулю; при абсолютном нуле достигается полная упорядоченность.

Необходимо отметить, что третье начало термодинамики не относится к стеклам, растворам, дефектным кристаллам.

Для вычисления абсолютного значения энтропии какого-либо вещества необходимы экспериментальные данные по теплоемкости, определенные при возможно более низких температурах и теплоты фазовых переходов. Если

они известны, то абсолютное значение энтропии может быть вычислено по следующей формуле:

$$S = \int_0^{T_{пл}} \frac{C_{P,ТВ}}{T} dT + \frac{\Delta H_{пл}}{T_{пл}} + \int_{T_{пл}}^{T_{кип}} \frac{C_{P,Ж}}{T} dT + \frac{\Delta H_{кип}}{T_{кип}} + \int_{T_{кип}}^T \frac{C_{P,ГАЗ}}{T} dT$$

Поскольку энтропия есть функция состояния, изменение энтропии в ходе химического процесса определяется только видом и состоянием исходных веществ и продуктов реакции и не зависит от пути реакции; оно может быть рассчитано по уравнению:

$$\Delta S = \sum (n_i S_i)_{\text{продуктов}} - \sum (n_i S_i)_{\text{исх. веществ}}$$

Для многих веществ величины абсолютной энтропии в стандартных условиях приведены в справочной литературе.

Изменение энтропии однозначно определяет направление и предел самопроизвольного протекания процесса лишь для наиболее простых систем – изолированных. На практике же большей частью приходится иметь дело с системами, взаимодействующими с окружающей средой. Для характеристики процессов, протекающих в закрытых системах, были введены новые термодинамические функции состояния: *изобарно-изотермический потенциал* (свободная энергия Гиббса) и *изохорно-изотермический потенциал* (свободная энергия Гельмгольца).

Поведение всякой термодинамической системы в общем случае определяется одновременным действием двух факторов – энтальпийного, отражающего стремление системы к минимуму тепловой энергии, и энтропийного, отражающего противоположную тенденцию – стремление системы к максимальной неупорядоченности. Если для изолированных систем ($\Delta H = 0$) направление и предел самопроизвольного протекания процесса однозначно определяется величиной изменения энтропии системы ΔS . Для систем, находящихся при температурах, близких к абсолютному нулю ($S = 0$ либо $S = \text{const}$) критерием направленности самопроизвольного процесса является изменение энтальпии ΔH . Для закрытых систем при температурах, не равных нулю, необходимо одновременно учитывать оба фактора. Направление и предел самопроизвольного протекания процесса в любых системах определяет общий *принцип минимума свободной энергии*: самопроизвольно могут протекать только те процессы, которые приводят к понижению свободной энергии системы; система приходит в состояние равновесия, когда свободная энергия достигает минимального значения.

Для закрытых систем, находящихся в изобарно-изотермических либо изохорно-изотермических условиях, свободная энергия принимает вид изобарно-изотермического либо изохорно-изотермического потенциалов (свободная энергия Гиббса и Гельмгольца соответственно). Данные функции называют иногда просто термодинамическими потенциалами, что не вполне

строго, поскольку термодинамическими потенциалами являются также внутренняя энергия (изохорно-изоэнтروпный) и энтальпия (изобарно-изоэнтропный потенциал).

Рассмотрим закрытую систему, в которой осуществляется равновесный процесс при постоянной температуре и постоянном объеме. Выразим работу данного процесса, которую обозначим A_{\max} (поскольку работа процесса, проводимого равновесно, максимальна) используя математическое выражение первого и второго законов термодинамики:

$$\delta A_{\max} = TdS - dU; \quad A_{\max} = T\Delta S - \Delta U$$

Преобразуем выражение, сгруппировав члены с одинаковыми индексами:

$$A_{\max} = T(S_2 - S_1) - (U_2 - U_1) = (U_1 - TS_1) - (U_2 - TS_2)$$

Введя обозначение: $F = U - TS$, получаем: $A_{\max} = F_1 - F_2 = -\Delta F$

$$\Delta F = \Delta U - T\Delta S$$

Функция $F = U - TS$ есть изохорно-изотермический потенциал (свободная энергия Гельмгольца), определяющий направление и предел самопроизвольного протекания процесса в закрытой системе, находящейся в изохорно-изотермических условиях.

Закрытую систему, находящуюся в изобарно-изотермических условиях, характеризует изобарно-изотермический потенциал G :

$$G = U + pV - TS = H - TS; \quad \Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

Поскольку $-\Delta F = A_{\max}$, можно записать: $-\Delta G = A_{\max} - p\Delta V = A'_{\max}$

Величину A'_{\max} называют *максимальной полезной работой* (максимальная работа за вычетом работы расширения). Основываясь на принципе минимума свободной энергии, можно сформулировать условия самопроизвольного протекания процесса в закрытых системах.

Необратимому процессу (самопроизвольной реакции) соответствует отрицательное изменение свободной энергии ($\Delta G < 0$, $\Delta F < 0$). Если изменение свободной энергии равно нулю, то начальное и конечное состояния существуют в равновесии. Если изменение свободной энергии больше нуля, то самопроизвольно идет обратная реакция.

Процессы, которые сопровождаются увеличением термодинамических потенциалов, протекают лишь при совершении работы извне над системой. В химии наиболее часто используется изобарно-изотермический потенциал, поскольку большинство химических (и биологических) процессов происходят при постоянном давлении. Для химических процессов величину ΔG можно рассчитать, зная ΔH и ΔS процесса, либо пользуясь таблицами стандартных термодинамических потенциалов образования веществ $\Delta G^0_{\text{обр}}$; в этом случае ΔG^0 реакции рассчитывается аналогично ΔH^0 :

$$\Delta G^0 = \sum (n_i \Delta G^0)_{\text{продуктов}} - \sum (n_i \Delta G^0)_{\text{исх.веществ}}$$

Величина стандартного изменения изобарно-изотермического потенциала в ходе любой химической реакции (ΔG^0_{298}) есть мера химического сродства исходных веществ. Основываясь на уравнении $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$, можно оценить вклад энтальпийного и энтропийного факторов в величину ΔG и сделать некоторые обобщающие заключения о возможности самопроизвольного протекания химических процессов, основываясь на знаке величин ΔH и ΔS .

1. *Экзотермические реакции* ($\Delta H < 0$).

а) Если $\Delta S > 0$, то ΔG всегда отрицательно; экзотермические реакции, сопровождающиеся увеличением энтропии, всегда протекают самопроизвольно.

б) Если $\Delta S < 0$, реакция будет идти самопроизвольно при $\Delta H > T\Delta S$ (низкие температуры).

2. *Эндотермические реакции* ($\Delta H > 0$).

а) Если $\Delta S > 0$, процесс будет самопроизвольным при $\Delta H < T\Delta S$ (высокие температуры).

б) Если $\Delta S < 0$, то ΔG всегда положительно; самопроизвольное протекание эндотермических реакций, сопровождающихся уменьшением энтропии, невозможно.

Если реакция протекает в открытой системе, то изменяется состав и масса компонентов, что влияет на состояние участников реакции и системы в целом, поэтому энергия Гиббса и энергия Гельмгольца для открытых систем будут зависеть как от внешних условий (T , p или V), так и от природы и количества веществ, составляющих систему. Следовательно, в случае, если состав системы изменяется во времени (т.е. в системе протекает химическая реакция), необходимо учесть влияние изменения состава на величину свободной энергии системы. Введем в некоторую систему бесконечно малое количество dn_i молей i -го компонента; это вызовет бесконечно малое изменение термодинамического потенциала системы. Отношение бесконечно малого изменения величины свободной энергии системы к бесконечно малому количеству компонента, внесенному в систему, есть химический потенциал (μ_i) данного компонента в системе:

$$\mu_i = \left(\frac{dG_i}{dn_i} \right)_{p,T} ; \quad \mu_i = \left(\frac{dF_i}{dn_i} \right)_{V,T} .$$

Химический потенциал компонента идеального газа или раствора связан с его парциальным давлением или концентрацией (мольной долей) следующими соотношениями:

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln P_i ;$$

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln C_i ;$$

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln \chi_i.$$

Здесь μ_i^0 – стандартный химический потенциал компонента ($P_i = 1$ атм., $\chi_i = 1$; $C_i = 1$ моль/дм³).

В реальных газах и растворах должен быть учтен весь комплекс взаимодействия частиц и поэтому вместо давления в формуле используется фугитивность, а вместо концентрации или мольной доли – активность.

Очевидно, что изменение свободной энергии системы можно связать с изменением состава системы следующим образом:

$$dG = \mu_1 dn_1 + \mu_2 dn_2 + \dots = \sum \mu_i dn_i ;$$

$$dF = \mu_1 dn_1 + \mu_2 dn_2 + \dots = \sum \mu_i dn_i .$$

Поскольку условием равновесия является минимум свободной энергии системы ($dG = 0$, $dF = 0$), то в общем виде условие химического равновесия можно записать следующим образом: $\sum \mu_i dn_i = 0$.

Химический потенциал – функция состояния, определяющая направление и предел протекания процесса в открытой системе. Вещество самопроизвольно может переходить из фазы, в которой химический потенциал больше в фазу, к которой химический потенциал меньше, а равновесию соответствует равенство химических потенциалов каждого из веществ во всех фазах. Таким образом, основное условие самопроизвольного течения процесса это $\sum \mu_i dn_i < 0$, а равновесия $\sum \mu_i dn_i = 0$.

ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Тема 1. Законы состояния идеального газа

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач на расчет параметров состояния газа рекомендуется следующая последовательность:

1) выяснить, изменяется ли состояние газа. Если в задаче задано одно состояние газа, то пользуются уравнением Менделеева – Клапейрона, которое связывает между собой пять физических величин, характеризующих состояние газа, – p , V , T , m , μ – и позволяет по заданным четырем найти пятую величину. Отношение $\nu = m/\mu$ представляет собой число молей газа, $\rho = m/V$ есть плотность газа, $V' = V/m$ – удельный объем газа;

2) выяснить, изменяется ли масса газа. Если масса газа изменяется или дана в условии, то для каждого состояния записать уравнение Менделеева – Клапейрона. Если масса газа не изменяется, то записать уравнение Клапейрона или один из законов идеального газа;

3) представить в развернутом виде параметры начального и конечного состояния газа;

4) записать дополнительные уравнения, связывающие искомые величины или параметры состояния, используя условие задачи;

5) решить полученную систему уравнений.

Надо учитывать, что в уравнение Менделеева – Клапейрона входит число молей газа, и поэтому поведение газа определяется не массой, а числом молей. Это особенно важно, если приходится рассматривать смесь газов.

Если в условии задачи даются показания технических манометров, то они отображают не полное давление газа в баллоне, а лишь давление, избыточное над атмосферным $p_{атм}$. Поэтому полное давление газа в баллоне равно показанию манометра, увеличенному на $p_{атм}$.

В кинетической теории употребляются различные типы средних скоростей молекул: средняя квадратичная u_{cp} , средняя арифметическая $\langle u \rangle$ и наиболее вероятная u_v .

Средней квадратичной скоростью $\langle u_{cp} \rangle$ пользуются в тех случаях, когда необходимо рассчитать какую-либо физическую величину, пропорциональную квадрату скорости, например, кинетическую энергию поступательного движения молекул газа, давление газа.

Средняя арифметическая скорость $\langle u \rangle$ позволяет определять средние значения таких физических величин, характеризующих свойства газа, в формулу которых скорость входит в первой степени, например, среднее число

столкновений молекулы в единицу времени, среднее время свободного пробега, средний импульс молекул.

Наиболее вероятной скоростью v_0 , пользуются в задачах, связанных с применением закона распределения молекул по скоростям.

При решении задач надо знать среднюю длину свободного пробега молекул $\langle l \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle$, среднее время пробега $\langle \tau \rangle = \langle l \rangle / \langle v \rangle$, формулы, что связывают эти величины с размерами молекул и скоростью движения (температурой).

Кроме этого используют явления переноса – диффузию, теплопроводность, внутреннее трение (вязкость).

Примеры решения задач

Задача 1

Найти число молекул газа, находящегося в сосуде объемом $V = 0,5$ л при нормальных условиях.

Дано:	Решение
$V = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$	Считая газ идеальным, из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \nu RT$ найдем количества вещества газа ν :
$P = 10^5 \text{ Па}$	
$T = 273 \text{ К}$	
$N - ?$	
	$\nu = \frac{PV}{RT},$

где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – молярная газовая постоянная.

Число молекул газа N , находящегося в сосуде, найдем как произведение количества вещества ν на постоянную Авогадро N_A :

$$N = \nu N_A \quad \text{или} \quad N = \frac{PV}{RT} N_A;$$

$$[N] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}} = 1 - \text{безразмерная величина}$$

$$N = \frac{10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{8,31 \cdot 273} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,3 \cdot 10^{22}.$$

Ответ: $N = 1,3 \cdot 10^{22}$.

Задача 2

В цилиндр длиной $l_1 = 1,5$ м и площадью $S = 100$ см², заполненный идеальным газом при нормальном давлении, начали медленно вдвигать поршень. Определить силу, действующую на поршень, если его остановить на расстоянии $l_2 = 15$ см от дна цилиндра.

Дано:

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$l_1 = 1,5 \text{ м}$$

$$l_2 = 0,15 \text{ м}$$

$$S = 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$F - ?$$

Решение

Считая температуру газа неизменной, запишем закон Бойля – Мариотта:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2,$$

где $V_1 = Sl_1$; $V_2 = Sl_2$.

Тогда

$$P_1 Sl_1 = P_2 Sl_2.$$

Отсюда определим давление:

$$P_2 = P_1 \frac{l_1}{l_2}$$

Сила, действующая на поршень,

$$F = P_2 S = P_1 \frac{l_1}{l_2} S; \quad [F] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 = \text{Н};$$

$$F = 10^5 \cdot \frac{1,5}{0,15} \cdot 10^{-2} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}.$$

Ответ: $F = 10$ кН.

Задача 3

Идеальный газ находится в сосуде при температуре $t_1 = 20$ °С. При нагревании газа до температуры t_2 его давление возросло в 1,5 раза. Найти температуру газа t_2 .

Дано:

$$T_1 = 293 \text{ К}$$

$$P_2 = 1,5P_1$$

$$t_2 - ?$$

Решение

Процесс нагревания газа протекает при постоянном объеме, т.е. является изохорическим.

Для такого процесса по закону Шарля

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2},$$

откуда

$$T_2 = \frac{P_2}{P_1} T_1; \quad T_2 = \frac{1,5P_1}{P_1} \cdot 293 = 439,5 \text{ К.}$$

Тогда $t_2 = T_2 - 273 = 439,5 - 273 = 166,5 \text{ }^\circ\text{C.}$

Ответ: $t_2 = 166,5 \text{ }^\circ\text{C.}$

Задача 4

При нагревании газа на $\Delta T = 10 \text{ К}$ его объем увеличился на $\frac{1}{250}$ часть первоначального объема. Найти начальную температуру газа, считая давление постоянным.

Дано:

$$\Delta T = 10 \text{ К}$$

$$P = \text{const}$$

$$\Delta V = \frac{V_1}{250}$$

$$T_1 = ?$$

Решение

Воспользуемся законом Гей-Люссака, поскольку процесс нагревания газа изобарный:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

где $V_2 = V_1 + \Delta V = \frac{250}{251} V_1$, $T_2 = T_1 + \Delta T$.

Получим

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{T_1 + \Delta T} = \frac{251V_1}{250(T_1 + \Delta T)},$$

откуда

$$T_1 = \frac{250(T_1 + \Delta T)}{251V_1};$$

$$251T_1 = 250T_1 + 250\Delta T; \quad T_1 = 250\Delta T;$$

$$T_1 = 2500 \text{ К.}$$

Ответ: $T_1 = 2500 \text{ К.}$

Задача 5

Сосуд емкостью $V = 10$ л, заполненный воздухом при температуре 500 К, соединяется трубкой с чашкой, в которой находится ртуть. Найти количество ртути Δm , перешедшей в сосуд при остывании воздуха в нем до 300 К.

Дано:

$$V = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 500 \text{ К}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

$$\Delta m = ?$$

Решение

Поскольку объем сосуда не меняется, найдем изменение давления ΔP воздуха в нем с уменьшением температуры.

По закону Шарля запишем:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}; \quad P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1,$$

откуда

$$\Delta P = P_1 - P_2 = P_1 - \frac{P_1 T_2}{T_1} = \frac{P_1 (T_1 - T_2)}{T_1}.$$

Считая, что

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta P}{P_1},$$

получим

$$\frac{\Delta m}{\rho V} = \frac{P_1 (T_1 - T_2)}{P_1 T_1},$$

откуда

$$\Delta m = \rho V \frac{(T_1 - T_2)}{T_1},$$

где ρV – масса ртути, помещающейся в объеме V ; ρ – плотность ртути.

$$[\Delta m] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{К}}{\text{К}} = \text{кг}; \quad \Delta m = 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{500 - 300}{500} = 54,4 \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 54,4$ кг.

Задача 6

Определить: 1) число N молекул воды, занимающей при температуре $t = 4$ °С объем $V = 1$ мм³; 2) массу m_1 молекул воды; 3) диаметр d молекулы воды, считая, что молекулы имеют форму шариков, соприкасающихся друг с другом.

Дано:

$$t = 4 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$V = 1 \text{ мм}^3 = 10^{-9} \text{ м}^3$$

$N; m_1; d - ?$

Решение

1. Число N молекул, содержащихся в теле некоторой массы m , равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества:

$$N = \nu N_A.$$

Так как $\nu = \frac{m}{M}$, где M – молярная масса, то

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Выразив в этой формуле массу как произведение плотности ρ на объем V , получим

$$N = \frac{\rho V}{M} N_A,$$

где ρ – плотность воды.

Зная химическую формулу воды (H_2O), найдем молярную массу воды по формуле

$$M = M_r k,$$

где M_r – относительная молекулярная масса вещества; $k = 10^{-3}$ кг/моль;

$$M = M_r k = (2 \cdot 1 + 1 \cdot 16) \cdot 10^{-3} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$[N] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}} = 1;$$

$$N = \frac{10^{-3} \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

2. Массу одной молекулы воды найдем делением ее молярной массы на постоянную Авогадро:

$$m_1 = \frac{M}{N_A}; [m_1] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль}} = \text{кг};$$

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 299 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

3. Будем считать, что молекулы плотно прилегают друг к другу, тогда на каждую молекулу диаметром d приходится объем (кубическая ячейка) $V_1 = d^3$.

Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1}.$$

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_m вещества на число молекул в моле, т.е. на постоянную Авогадро N_A :

$$V_1 = \frac{V_m}{N_A}.$$

Молярный объем равен отношению молярной массы к плотности вещества, т.е. $V_m = \frac{M}{\rho}$.

Поэтому можем записать, что

$$V_1 = \frac{M}{\rho N_A}.$$

Подставив полученное выражение V_1 в формулу для d , получим

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}};$$

$$[d] = \left(\frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^3 \cdot \text{МОЛЬ}}{\text{МОЛЬ} \cdot \text{КГ}} \right)^{1/3} = \text{М}; \quad d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Ответ: $N = 3,34 \cdot 10^{19}$ молекул; $m_1 = 2,99 \cdot 10^{-26}$ кг; $d = 3,11 \cdot 10^{-10}$ м.

Задача 7

В оболочке сферического аэростата находится газ объемом $V_1 = 1000 \text{ м}^3$, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько увеличится подъемная сила аэростата, если газ в нем нагреть от $T_1 = 273 \text{ К}$ до $T_2 = 300 \text{ К}$? Давление газа в оболочке и в окружающей среде постоянно и равно нормальному атмосферному давлению.

Дано:

$$V_1 = 1000 \text{ м}^3$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$\Delta F = ?$$

Решение

Подъемная сила, действующая на аэростат, в начальном состоянии

$$F_1 = F_{A1} - mg,$$

где $F_{A1} = \rho_1 V_1 g$ – сила Архимеда; mg – сила тяжести.

Плотность воздуха при нормальных условиях $\rho_1 = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

Таким образом,

$$F_1 = \rho_1 V_1 g - mg.$$

Подъемная сила, действующая на шар после нагревания воздуха,

$$F_2 = F_{A2} - mg = \rho_1 V_2 g - mg,$$

где V_2 – объем газа в оболочке после нагревания.

При изобарическом нагревании газа, применяя закон Гей-Люссака, получим

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1,$$

поэтому

$$\Delta F = F_2 - F_1 = F_{A2} - mg - F_{A1} + mg = \rho_1 g (V_2 - V_1) = \rho_1 V_1 g \frac{T_2 - T_1}{T_1};$$

$$[\Delta F] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}^3 \cdot \frac{\text{К}}{\text{К}} = \text{Н};$$

$$\Delta F = 1,29 \cdot 9,81 \cdot 10^3 \cdot \frac{300 - 273}{273} = 1,28 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1,28 \text{ кН}.$$

Ответ: $\Delta F = 1,28 \text{ кН}$.

Задача 8

Два баллона емкостью $V_1 = 2 \text{ л}$ и $V_2 = 6 \text{ л}$, в которых находятся различные газы, соединены трубкой с краном. Давление газа в первом баллоне $P_1 = 0,2 \text{ МПа}$, а во втором $P_2 = 0,12 \text{ МПа}$. Температура газов одинакова. Найти общее давление P в баллонах и парциальные давления P'_1 и P'_2 газов после открытия крана.

Дано:

$$V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_2 = 12 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$P; P'_1; P'_2 - ?$$

Решение

Запишем для каждого из газов, находящихся в баллонах, уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T; \quad (1)$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T, \quad (2)$$

где ν_1 и ν_2 – количество вещества; R – универсальная газовая постоянная, T – температура.

После открытия крана каждый из газов занимает объем $V = V_1 + V_2$ и находится под своим парциальным давлением. Поэтому для каждого газа снова можно записать уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$P'_1 (V_1 + V_2) = \nu_1 R T; \quad (3)$$

$$P'_2 (V_1 + V_2) = \nu_2 R T. \quad (4)$$

Из уравнений (1) – (4) запишем:

$$P'_1(V_1 + V_2) = P_1V_1; \quad (5)$$

$$P'_2(V_1 + V_2) = P_2V_2. \quad (6)$$

Парциальные давления газов найдем из уравнений (5), (6):

$$P'_1 = P_1 \frac{V_1}{V_1 + V_2}; \quad P'_2 = P_2 \frac{V_2}{V_1 + V_2};$$

$$[P'] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^3} = \text{Па};$$

$$P'_1 = 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

$$P'_2 = 12 \cdot 10^4 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Согласно закону Дальтона давление P смеси газов равно:

$$P = P'_1 + P'_2 = \frac{P_1V_1 + P_2V_2}{V_1 + V_2};$$

$$P = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $P'_1 = 5 \cdot 10^4$ Па; $P'_2 = 8 \cdot 10^4$ Па; $P = 1,3 \cdot 10^5$ Па.

Задача 9

В сосуде находится смесь водорода и кислорода, причем их массовые доли равны соответственно: $\omega_1 = 2/7$ и $\omega_2 = 5/7$. Найти плотность ρ смеси газов, если давление смеси $P = 50$ кПа, а температура $T = 273$ К.

Дано:

$$\omega_1 = 2/7$$

$$\omega_2 = 5/7$$

$$M_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$\rho = ?$$

Решение

Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT, \text{ зная массовые доли газов, найдем}$$

массы водорода и кислорода:

$$m_1 = \frac{P_1VM_1}{RT}, \quad m_2 = \frac{P_2VM_2}{RT},$$

где P_1, P_2 – парциальные давления водорода и кислорода.

Используя полученные формулы, запишем:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{P_2 M_2}{P_1 M_1}. \quad (1)$$

Согласно закону Дальтона давление

$$P = P_1 + P_2. \quad (2)$$

Из выражения (2) найдем P_2 и подставим в (1):

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{(P - P_1)M_2}{P_1 M_1},$$

откуда

$$P_1 = \frac{P M_2}{\frac{\omega_2}{\omega_1} M_1 + M_2}. \quad (3)$$

Тогда

$$P_2 = P - P_1 = \frac{P \frac{\omega_2}{\omega_1} M_1}{\frac{\omega_2}{\omega_1} M_1 + M_2}. \quad (4)$$

Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона плотность смеси

$$\rho = \frac{PM}{RT}. \quad (5)$$

Тогда из уравнений (2) – (5) запишем:

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = \frac{P_1 M_1}{RT} + \frac{P_2 M_2}{RT} = \left(\frac{P M_2 M_1}{\frac{\omega_2}{\omega_1} M_1 + M_2} + \frac{P \frac{\omega_2}{\omega_1} M_1 M_2}{\frac{\omega_2}{\omega_1} M_1 + M_2} \right) / RT = \frac{P M_2 M_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} + 1 \right)}{RT \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} M_1 + M_2 \right)};$$

$$[\rho] = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{5}{2} + 1 \right)}{8,31 \cdot 273 \left(\frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 32 \cdot 10^{-3} \right)} = 0,13 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $\rho = 0,13 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 10

Найти массу водорода m_1 и гелия m_2 в смеси, находящийся в баллоне объемом $V = 20$ л при температуре 300 К и давлении $P = 800$ кПа, если общая масса смеси $m = 20$ г.

Дано:

$$M_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P = 8 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 300 \text{ К}$$

$$V = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$m = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$m_1, m_2 - ?$$

Решение

По закону Дальтона давление смеси

$$P = P_1 + P_2,$$

где P_1, P_2 – парциальные давления водорода и гелия соответственно.

Используя уравнение Менделеева – Клапейрона, запишем:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT; \quad P_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT.$$

Просуммировав эти уравнения, получим

$$PV = (P_1 + P_2)V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT;$$

$$\begin{cases} \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} = \frac{PV}{RT}; \\ m_1 + m_2 = m. \end{cases}$$

Имеем систему уравнений с двумя неизвестными, решая которую, найдем массу:

$$m_1 = \frac{M_1 M_2}{M_2 - M_1} \left(\frac{PV}{RT} - \frac{m}{M_2} \right);$$

$$[m] = \frac{\text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{моль} \cdot \text{кг}} \left(\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{Дж} \cdot \text{К}} - \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль}} \right) =$$

$$= \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \left(\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} - \text{моль} \right) = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль}} = \text{кг};$$

$$m_1 = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^5}{8,31 \cdot 300} - \frac{2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \right) = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

$$m_2 = m - m_1;$$

$$m_2 = 2 \cdot 10^{-2} - 5,7 \cdot 10^{-3} = 14,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Ответ: $m_1 = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; m_2 = 14,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$

Задача 11

В баллоне объемом $V = 10$ л находится гелий под давлением $P_1 = 1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К. После того, как был израсходован гелий массой $m = 10$ г, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Дано:

$$V = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$P_1 = 10^6 \text{ Па}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$m = 10^{-2} \text{ кг}$$

$$T_2 = 290 \text{ К}$$

$$P_2 = ?$$

Решение

Воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона, применив его дважды к начальному и конечному состояниям газа:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} RT, \quad P_2 V = \frac{m_2}{M} RT,$$

где m_1 и m_2 – массы гелия в начальном и конечном состояниях.

Выразим массы m_1 и m_2 гелия из этих уравнений:

$$m_1 = \frac{P_1 M V}{RT_1}; \quad m_2 = \frac{P_2 M V}{RT_2}.$$

Вычитая из выражения m_1 выражение m_2 , получаем:

$$m = m_1 - m_2 = \frac{P_1 M V}{RT_1} - \frac{P_2 M V}{RT_2}.$$

Отсюда искомое давление

$$P_2 = \frac{RT_2}{MV} \left(\frac{P_1 M V}{RT_1} - m \right) = \frac{T_2}{T_1} P_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}.$$

$$\begin{aligned} [P_2] &= \frac{\text{К}}{\text{К}} \text{Па} - \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^3} = \text{Па} - \frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^3} = \text{Па} - \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \\ &= \text{Па} - \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м}^2} = \text{Па} - \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па} - \text{Па} = \text{Па}. \end{aligned}$$

Учитывая, что молярная масса гелия $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, получим

$$P_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 290}{10^{-2}} \right) = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па} = 364 \text{ кПа}.$$

Ответ: $P_2 = 364$ кПа.

Задача 12

Какое количество Δm кислорода выпустили из баллона емкостью 10 л, если при этом показания манометра на баллоне изменились от $P_1 = 1,4$ МПа до $P_2 = 0,7$ МПа, а температура изменилась от $t_1 = 27$ °С до $t_2 = 7$ °С?

Дано:

$$V = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$P_1 = 1,4 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$P_2 = 0,7 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$T_2 = 280 \text{ К}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\Delta m = ?$$

Решение

Масса выпущенного газа

$$\Delta m = m_1 - m_2,$$

где m_1 – первоначальная масса; m_2 – масса оставшегося после выпуска газа.

Тогда уравнение газового состояния для каждой массы:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} RT, \quad P_2 V = \frac{m_2}{M} RT.$$

Выразив массы m_1 и m_2 , получим:

$$\Delta m = \frac{P_1 M V}{RT_1} - \frac{P_2 M V}{RT_2};$$

$$\Delta m = \frac{M V}{R} \left(\frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2} \right);$$

$$[\Delta m] = \frac{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{Дж}} \cdot \frac{\text{Па}}{\text{К}} = \frac{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{Па} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К}} = \frac{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{кг};$$

$$\Delta m = \frac{10^{-2} \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8,31} \left(\frac{1,4 \cdot 10^6}{300} - \frac{0,7 \cdot 10^6}{280} \right) = \frac{32}{8,31} \left(\frac{1,4}{30} - \frac{0,7}{28} \right) = 0,085 \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 0,085 \text{ кг} = 85 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

Задача 13

Плотность смеси азота и водорода при температуре $t = 47$ °С и давлении $P = 2 \cdot 10^5$ Па равна $\rho = 0,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Найти концентрации молекул азота (n_1) и водорода (n_2).

Дано:

$$\begin{array}{l}
 P = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \\
 T = 320 \text{ К} \\
 \rho = 0,3 \text{ кг/м}^3 \\
 M_1 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\
 M_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\
 \hline
 n_1; n_2 - ?
 \end{array}$$

Решение

Концентрацию однородного по составу газа можно найти из уравнения

$$P = nkT.$$

Для азота можно записать:

$$P_1 = n_1 kT.$$

Для водорода

$$P_2 = n_2 kT.$$

По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений:

$$P = P_1 + P_2 = (n_1 + n_2)kT.$$

Масса одной молекулы газа

$$m_0 = \frac{M}{N_A},$$

где M – молярная масса газа, N_A – число Авогадро.

Количество молекул

$$N = nV,$$

где n – концентрация; V – объем сосуда.

Умножив массу одной молекулы на число молекул, найдем массу газа:

$$m = \frac{M}{N_A} nV.$$

Следовательно, для азота можно записать:

$$m_1 = \frac{M_1}{N_A} n_1 V.$$

Для водорода

$$m_2 = \frac{M_2}{N_A} n_2 V.$$

Масса смеси будет равно сумме

$$m_1 + m_2 = \frac{V}{N_A} (M_1 n_1 + M_2 n_2).$$

Плотность смеси

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{M_1 n_1 + M_2 n_2}{N_A};$$

$$\rho N_A = M_1 n_1 + M_2 n_2.$$

Найдем из уравнения $\frac{m}{kT} = n_1 + n_2$

$$n_2 = \frac{m}{kT} - n_1.$$

Подставим в найденное уравнение:

$$\rho N_A = M_1 n_1 + M_2 \left(\frac{P}{kT} - n_1 \right);$$

$$\rho N_A = M_1 n_1 + M_2 \frac{P}{kT} - M_2 n_1;$$

$$n_1 = \frac{\rho N_A - M_2 \frac{P}{kT}}{M_1 - M_2} = \frac{\rho RT - M_2 P}{(M_1 - M_2) kT};$$

$$[n] = \frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{Па}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{\frac{\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{моль} \cdot \text{м}^2}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{моль}}{\text{м}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{м}^{-3};$$

$$n_1 = \frac{0,3 \cdot 8,3 \cdot 320 - 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{(28 - 2) \cdot 10^{-3} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 320} = \frac{396,8 \cdot 10^{26}}{11,48 \cdot 10^3} = 3,46 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3};$$

$$n_1 = \frac{\rho RT - \dot{I}_1 P}{(\dot{I}_2 - \dot{I}_1) kT};$$

$$n_2 = \frac{0,3 \cdot 8,3 \cdot 320 - 28 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{-26 \cdot 10^{-3} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 320} = \frac{480,32 \cdot 10^{26}}{26 \cdot 1,38 \cdot 320} = 4,2 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n_1 = 3,46 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$; $n_2 = 4,2 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Задача 14

В баллоне объемом $V = 0,4 \text{ м}^3$ находится кислород массой $m_1 = 1,2 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,5 \text{ кг}$ воды. Баллон нагревается до температуры $t = 300 \text{ }^\circ\text{C}$, при этом вся вода превращается в пар. Определить давление в баллоне после нагревания.

Дано:

$$m_1 = 1,2 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,5 \text{ кг}$$

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$V = 0,4 \text{ м}^3$$

$$T = 573 \text{ К}$$

$$P = ?$$

Решение

Согласно закону Дальтона давление смеси

$$P = P_1 + P_2,$$

где P_1, P_2 – парциальные давления кислорода и водяного пара соответственно.

Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для каждой компоненты газа:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT,$$

откуда

$$P_1 = \frac{m_1}{M_1 V} RT.$$

Аналогично

$$P_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT, \text{ откуда } P_2 = \frac{m_2}{M_2 V} RT.$$

Тогда давление смеси

$$P = P_1 + P_2 = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right);$$

$$[P] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па};$$

$$P = \frac{8,31 \cdot 573}{0,4} \left(\frac{1,2}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,5}{18 \cdot 10^{-3}} \right) = 7,77 \cdot 10^5 \text{ Па} = 777 \text{ кПа}.$$

Ответ: $P = 777 \text{ кПа}$.

Задача 15

Молекула кислорода, летящая со скоростью $v = 500 \text{ м/с}$, упруго ударяется о стенку по нормали к ней. Найти импульс, полученный стенкой.

Дано:

$$v = 500 \text{ м/с}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$P = ?$

Решение

При нормальном упругом ударе молекулы о стенку ее скорость по модулю не меняется, но изменяется на противоположное направление вектора скорости (см. рисунок).

Тогда изменение импульса молекулы

$$\Delta P = -mv - mv = -2mv,$$

где $m = \frac{M}{N_A}$ – масса одной молекулы; N_A – число

Авогадро.

Таким образом,

$$\Delta P = -2v \frac{M}{N_A}.$$

$$[\Delta P] = \frac{\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{с} \cdot \text{моль}} = \frac{\text{м} \cdot \text{кг}}{\text{с}};$$

$$\Delta P = -2 \cdot 500 \cdot \frac{32 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = -5,3 \cdot 10^{-23} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Такой же по модулю импульс получит стенка, т.е. $P = \Delta P$.

$$\text{Ответ: } P = \Delta P = -5,3 \cdot 10^{-23} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 16

В баллоне вместимостью $V = 50$ л находится азот, концентрация молекул которого $n = 9,5 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Найти массу газа.

Дано:

$$V = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$n = 9,5 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$$

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$m = ?$

Решение

Число молей газа

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число молекул газа; N_A – постоянная Авогадро.

С другой стороны, число молекул газа

$$N = nV,$$

тогда

$$v = \frac{nV}{N_A}. \quad (1)$$

Поскольку число молей так же может быть определено выражением $v = \frac{m}{M}$, то, используя выражение (1), находим массу газа:

$$m = \frac{nV}{N_A}; [m] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{м}^3} = \text{кг};$$

$$m = 28 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{9,5 \cdot 10^{23} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 221 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 221 \cdot 10^{-3}$ кг.

Задача 17

Найти внутреннюю энергию U массы $m = 50$ г азота при температуре $t = 20$ °С. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул, и какая часть – на долю вращательного движения?

Дано:

$$T = 293 \text{ К}$$

$$m = 50 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$U; U_n; U_\epsilon - ?$$

Решение

Внутренняя энергия идеального газа определяется по формуле

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT, \quad (1)$$

где i – число степеней свободы.

Для двухатомного газа $i = 5$, причем $i = 3$ приходится на долю поступательного движения и $i = 2$ – на долю вращательного движения.

Подставляя в формулу (1) числовые данные и соответствующие значения числа степеней свободы, получим:

$$U = \frac{5}{2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 293 = 10,8 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 10,8 \text{ кДж};$$

$$U_n = \frac{3}{2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 293 = 6,5 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 6,5 \text{ кДж};$$

$$U_\epsilon = \frac{2}{2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 293 = 4,3 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 4,3 \text{ кДж};$$

Ответ: $U = 10,8$ кДж; $U_n = 6,5$ кДж; $U_\epsilon = 4,3$ кДж.

Задача 18

Найти среднюю кинетическую энергию $\langle E_{K1\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 286 \text{ К}$, а также кинетическую энергию $E_{K\text{вр}}$ вращательного движения всех молекул этого газа, если его масса $m = 4 \text{ г}$.

Дано:

$$T = 286 \text{ К}$$

$$m = 4 \text{ г}$$

$$\langle E_{K1\text{вр}} \rangle; E_{K\text{вр}} - ?$$

Решение

Известно, что на каждую степень свободы молекул газа приходится одинаковая средняя энергия $\frac{1}{2}kT$. Так как молекула кислорода двухатомная, а, следовательно, обладает двумя вращательными степенями свободы, то средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle E_{K1\text{вр}} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT = kT;$$

$$\left[\langle E_{K1\text{вр}} \rangle \right] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж};$$

$$\langle E_{K1\text{вр}} \rangle = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 = 3,95 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Средняя кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа выражается соотношением

$$E_{K\text{вр}} = N \langle E_{K1\text{вр}} \rangle,$$

где число молекул газа $N = \frac{m}{M} N_A$.

В результате

$$E_{K\text{вр}} = \frac{m}{M} N_A \langle E_{K1\text{вр}} \rangle;$$

$$\left[E_{K\text{вр}} \right] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{кг}} \cdot \text{Дж} = \text{Дж};$$

$$E_{K\text{вр}} = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 3,95 \cdot 10^{-21} = 297 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\langle E_{K1\text{вр}} \rangle = 3,95 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}; E_{K\text{вр}} = 297 \text{ Дж}.$

Задача 19

Смесь азота и гелия при температуре $t = 27\text{ }^\circ\text{C}$ находится под давлением $P = 1,3 \cdot 10^2\text{ Па}$. Масса азота составляет 70 % от общей массы смеси. Найти концентрацию молекул каждого из газов.

Дано:

$$T = 300\text{ К}$$

$$P = 1,3 \cdot 10^2\text{ Па}$$

$$c_1 = 70\%$$

$$n_1; n_2 - ?$$

Решение

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры выражается уравнением

$$P = nkT, \quad (1)$$

где n – концентрация молекул; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ –

постоянная Больцмана; $T = t + 273\text{ }^\circ\text{C}$ – термодинамическая температура.

Давление идеального газа (при данном давлении газ можно считать идеальным) не зависит от его природы и, как видно из уравнения (1), однозначно определяется его температурой и концентрацией, т.е. отношением числа частиц к занимаемому объему.

Уравнение (1) позволяет найти концентрацию молекул смеси и по известному процентному содержанию – концентрацию каждого газа.

Процентное содержание газов задано по массе, это значит, что масса каждого из них

$$m_1 = c_1 m; \quad m_2 = c_2 m, \quad (2)$$

где m – масса смеси; c_1 и c_2 – процентное содержание соответственно азота и гелия.

С другой стороны, масса каждого из газов

$$m_1 = \frac{M_1}{N_A} n_1 V; \quad m_2 = \frac{M_2}{N_A} n_2 V, \quad (3)$$

где M – молярная масса газа; N_A – постоянная Авогадро; $\left(\frac{M_i}{N_A}\right)$ – масса молекулы); V – объем газа.

Из (1) концентрация смеси

$$n = \frac{P}{kT}.$$

Приравняв правые части уравнений (2) и (3), получим:

$$c_1 m = \frac{M_1}{N_A} n_1 V;$$

$$c_2 m = \frac{M_2}{N_A} n_2 V,$$

откуда

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{c_1 M_2}{c_2 M_1} = \frac{1}{3}.$$

Поскольку $n_1 + n_2 = n$, то

$$n_1 = \frac{1}{4} \frac{P}{kT}; \quad n_2 = \frac{3}{4} \frac{P}{kT};$$

$$[n] = \frac{\text{Па} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{м}^{-3};$$

$$n_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1,3 \cdot 10^2}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 0,8 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3};$$

$$n_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1,3 \cdot 10^2}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2,4 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n_1 = 0,8 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$, $n_2 = 2,4 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$.

Задача 20

В баллоне вместимостью $V = 6,9$ л находится азот массой $m = 2,3$ г. При нагревании часть молекул диссоциировали на атомы. Степень диссоциации $\alpha = 0,2$.

Определить: 1) общее число N_1 молекул и концентрацию n_1 молекул азота до нагревания; 2) концентрацию n_2 молекул и n_3 атомов азота после нагревания.

Дано:

$$V = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$m = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\alpha = 0,2$$

$$N_1; n_1; n_2; n_3 - ?$$

Решение

По определению концентрация частиц газа есть отношение числа частиц к вместимости сосуда, занимаемого газом:

$$n = \frac{N}{V}. \quad (1)$$

1. Число N_1 молекул газа до нагревания найдем из соотношения

$$N_1 = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A; \quad (2)$$

$$[N_1] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{кг}} - \text{безразмерная величина}$$

$$N_1 = \frac{2,3 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 4,94 \cdot 10^{23} \text{ молекул.}$$

Концентрацию n_1 найдем по (1):

$$n_1 = \frac{N_1}{V}; \quad n_1 = \frac{4,94 \cdot 10^{23}}{6,9 \cdot 10^{-3}} = 7,16 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

2. Концентрацию молекул после нагревания найдем из соотношения

$$n_2 = \frac{N_2}{V} = n_1 = \frac{N_1(1-\alpha)}{V}, \quad (3)$$

где N_2 – число молекул, не распавшихся на атомы;

$$n_2 = \frac{4,94 \cdot 10^{23}(1-0,2)}{6,9 \cdot 10^{-3}} = 5,73 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Концентрация атомов после нагревания азота

$$n_3 = \frac{2N_1\alpha}{V}. \quad (4)$$

Число 2 в формуле (4) выражает тот факт, что каждая молекула после распада дает два атома;

$$n_3 = \frac{2 \cdot 4,94 \cdot 10^{23} \cdot 0,2}{6,9 \cdot 10^{-3}} = 2,86 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $N_1 = 4,94 \cdot 10^{23}$ молекул; $n_1 = 7,16 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$; $n_2 = 5,73 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$; $n_3 = 2,86 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Задача 21

В колбе вместимостью $V = 0,5$ л находится кислород при нормальных условиях. Определить среднюю энергию $\langle E_n \rangle$ поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе.

Дано:

$$V = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_m = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$\langle E_n \rangle - ?$$

Решение

Средняя энергия $\langle E_n \rangle$ поступательного движения всех молекул может быть выражена соотношением

$$\langle E_n \rangle = N \langle E_{n1} \rangle, \quad (1)$$

где $\langle E_{n1} \rangle$ – средняя энергия поступательного движения одной молекулы; N – число всех молекул, содержащихся в колбе.

Как известно,

$$\langle E_{n1} \rangle = \frac{3}{2}kT, \quad (2)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Число молекул, содержащихся в колбе, найдем по формуле

$$N = \nu N_A, \quad (3)$$

где ν – количество вещества кислорода; N_A – постоянная Авогадро.

Так как по условию задачи кислород в колбе находится при нормальных условиях, то количество вещества кислорода в колбе выражается соотношением

$$\nu = \frac{V}{V_m}. \quad (4)$$

Подставив выражение ν по (4) в (3), получим

$$N = \frac{V}{V_m} N_A. \quad (5)$$

С учетом (2) и (5) выражение (1) энергии поступательного движения молекул примет вид

$$\langle E_n \rangle = \frac{3kTVN_A}{2V_m};$$

$$[\langle E_n \rangle] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{К} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}} = \text{Дж};$$

$$\langle E_n \rangle = \frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3}} = 75,9 \text{ Дж.}$$

Ответ: $\langle E_n \rangle = 75,9 \text{ Дж.}$

Задача 22

Какой объем занимает смесь 1 кг кислорода и 2 кг гелия при нормальных условиях? Какова молярная масса смеси?

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$V; M_{см} - ?$$

Решение

Обозначим через m_1 и M_1 массу и молярную массу кислорода, через m_2 и M_2 – массу и молярную массу гелия.

Для смеси газов справедлив закон Дальтона:

$$P = P_1 + P_2,$$

где P_1, P_2 – парциальные давления, определяемые из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$P_1 = \frac{m_1}{M_1 V} RT; \quad P_2 = \frac{m_2}{M_2 V} RT,$$

где T – температура; V – объем сосуда, в котором смешаны газы; R – молярная газовая постоянная.

Тогда

$$P = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right); \quad V = \frac{RT}{P} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right).$$

Молярная масса смеси определяется по уравнению Менделеева – Клапейрона:

$$PV = \frac{m_{см}}{M_{см}} RT = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT,$$

поэтому

$$M_{см} = \frac{m_{см}}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}} = \frac{(m_1 + m_2)M_1M_2}{m_1M_2 + m_2M_1};$$

$$[V] = \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} + \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \right) \cdot \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{Па}} = \frac{\text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{Па}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = \text{м}^3;$$

$$[M_{см}] = \frac{\text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$V = \left(\frac{1}{32} + \frac{2}{4} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 273}{1,01 \cdot 10^5} = 12 \text{ м}^3; \quad M_{см} = \frac{(1+2) \cdot 32 \cdot 4}{1 \cdot 4 + 2 \cdot 32} = 5,65 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Ответ: $V = 12 \text{ м}^3$; $\dot{M}_{см} = 5,65 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

Задача 23

Найти энергию теплового движения молекул, содержащихся в двухатомном газе массой $m = 2 \text{ кг}$, имеющем плотность $\rho = 5 \text{ кг/м}^3$ и находящемся под давлением $P = 100 \text{ кПа}$.

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$\rho = 5 \text{ кг/м}^3$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$U = ?$$

Решение

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT,$$

где $i = 5$ для двухатомного газа.

Из уравнения состояния $PV = \frac{m}{M} RT$, $P = \frac{\rho}{M} RT$ найдем, что

$$\frac{RT}{M} = \frac{P}{\rho},$$

поэтому

$$U = \frac{i}{2} \frac{mP}{\rho};$$

$$[U] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{кг}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$U = \frac{5}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^5}{5} = 10^5 \text{ Дж}.$$

Ответ: $U = 10^5 \text{ Дж}$.

Задача 24

Найти температуру T и среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа $\langle E_n \rangle$, имеющего концентрацию $n = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ и находящегося под давлением $P = 0,5 \text{ мПа}$.

Дано:

$$n = 10^{16} \text{ м}^{-3}$$

$$P = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$$

$$\langle E_n \rangle; T - ?$$

Решение

Согласно уравнению состояния давление газа

$$P = nkT,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана.

Отсюда температура

$$T = \frac{P}{nk};$$

$$[T] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2} = \text{К};$$

$$T = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{10^{16} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} = 3600 \text{ К}.$$

На основании уравнения МКТ $P = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle$ определим среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул:

$$\langle E_k \rangle = \frac{3P}{2n};$$

$$[\langle E_k \rangle] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-4}}{10^{16}} = 7,5 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}.$$

Ответ: $T = 3600 \text{ К}; \langle E_k \rangle = 7,5 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}.$

Задача 25

Кислород массой $m = 10 \text{ г}$ находится под давлением 200 кПа при температуре 280 К . В результате изобарного расширения газ занял объем 9 л .

Определить: 1) объем газа V_1 до расширения; 2) температуру газа T_2 после расширения; 3) плотность газа ρ_2 после расширения.

Дано:

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m = 10^{-2} \text{ кг}$$

$$P = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} = \text{const}$$

$$T_1 = 280 \text{ К}$$

$$V_2 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_1; T_2; \rho_2 - ?$$

Решение

Объем газа до расширения найдем согласно уравнению Менделеева – Клапейрона

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1,$$

откуда

$$V_1 = \frac{mRT_1}{MP};$$

$$[V_1] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{Па}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Па}} = \frac{\text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Н}} = \text{м}^3;$$

$$V_1 = \frac{10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 280}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5} = 3,64 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 3,64 \text{ л.}$$

Записав уравнение Менделеева – Клапейрона для конечного состояния

газа $pV_2 = \frac{m}{M} RT_2$, найдем искомую температуру:

$$T_2 = \frac{M}{mR} pV_2;$$

$$[T] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2} = \text{К};$$

$$T_2 = \frac{32 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{10^{-2} \cdot 8,31} = 693 \text{ К.}$$

Плотность газа после расширения

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2}; \quad [\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho_2 = \frac{10^{-2}}{9 \cdot 10^{-3}} = 1,11 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $V_1 = 3,64 \text{ л}$, $T_2 = 693 \text{ К}$, $\rho_2 = 1,11 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 26

В баллоне вместимостью $V = 5$ л находится гелий под давлением $P_1 = 3$ МПа при температуре $t_1 = 27$ °С. После того, как из баллона был израсходован гелий массой $m = 15$ г, температура в баллоне понизилась до $t_2 = 17$ °С. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Дано:

$$V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_1 = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P_2 = ?$$

Решение

Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для начального 1 и конечного 2 состояний газов:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} R T_1; \quad P_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2,$$

где R – молярная газовая постоянная.

Выразим из этих уравнений массы:

$$m_1 = \frac{P_1 M V}{R T_1}; \quad m_2 = \frac{P_2 M V}{R T_2};$$

тогда

$$m = m_1 - m_2 = \frac{P_1 M V}{R T_1} - \frac{P_2 M V}{R T_2}.$$

Отсюда выражение для искомого давления:

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{M} \frac{R T_2}{V} = T_2 \left(\frac{P_1}{T_1} - \frac{m R}{M V} \right);$$

$$\begin{aligned} [P_2] &= \frac{\text{К}}{\text{К}} \text{Па} - \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^3} = \text{Па} - \frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^3} = \\ &= \text{Па} - \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \text{Па} - \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м}^2} = \text{Па} - \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па} - \text{Па} = \text{Па}; \end{aligned}$$

$$P_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 3 \cdot 10^6 - \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 290}{5 \cdot 10^{-3}} \right) = 1,09 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1,09 \text{ МПа} .$$

Ответ: $P_2 = 1,09$ МПа.

Задача 27

Давление в автомобильной шине объемом $V = 0,3 \text{ м}^3$ равно $P_0 = 1,5 \text{ атм}$. Шина накачивается насосом с емкостью хода поршня $\Delta V = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ до давления $P_N = 2 \text{ атм}$. Сколько ходов поршня N потребуется, если процесс накачки происходит достаточно медленно, так, что система сохраняет температуру окружающей среды. Атмосферное давление принять равным $P_a = 1 \text{ атм}$.

Дано:

$$V = 0,3 \text{ м}^3$$

$$P_0 = 1,5 \text{ атм}$$

$$\Delta V = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_N = 2 \text{ атм}$$

$$P_a = 1 \text{ атм}$$

$$N - ?$$

Решение

Сначала из уравнения состояния $P_a \Delta V = \frac{\Delta m}{M} RT_0$ определяем массу воздуха, перекачиваемую за один ход поршня в шину:

$$\Delta m = P_a \Delta V \frac{M}{RT_0}$$

где T_0 – температура окружающей среды.

Аналогично начальная масса воздуха в шине

$$m_0 = P_0 V \frac{M}{RT_0}.$$

После N ходов поршня масса воздуха в шине станет равной

$$m_N = m_0 + N \Delta m = (P_0 V + N P_a \Delta V) \frac{M}{RT_0},$$

а давление в ней определится из уравнения состояния

$$P_N V = \frac{m_N}{M_N} RT_0,$$

откуда

$$P_N = P_0 + N P_a \frac{\Delta V}{V}.$$

Из этого уравнения находим число ходов поршня N :

$$N = \frac{P_N - P_0}{P_a} \frac{V}{\Delta V}.$$

Учтем, что в данном случае нет необходимости переводить единицы измерения давления из атмосфер в паскалы, поскольку в ответ входит только безразмерная комбинация давлений.

$$N = \frac{2-1,5}{1} \frac{0,3}{3 \cdot 10^{-3}} = 50.$$

Отметим, что результат не зависит от температуры T_0 .

Ответ: $N = 50$.

Задачи для проведения занятий

Пример 1. Сколько ходов должен сделать поршневой насос с объемом рабочего цилиндра V_0 , чтобы откачать воздух из баллона емкостью V от давления p_0 до давления p ? Изменением температуры пренебречь.

Решение. Если в начале первого рабочего хода воздух в баллоне занимал объем V при давлении p_0 , то к концу первого хода та же масса воздуха займет объем $(V + V_0)$ при давлении p_1 . Так как температура воздуха не меняется, то по закону Бойля – Мариотта получим

$$p_0 V = p_1 (V + V_0).$$

Следовательно

$$p_1 = p_0 \frac{V}{V + V_0}.$$

В начале второго хода поршня объем и давление воздуха в баллоне равны соответственно V и p_1 , а в конце хода – $(V + V_0)$ и p_2 . Поэтому

$$p_1 V = p_2 (V + V_0),$$

и с учетом выражения для давления p_1

$$p_2 = p_1 \frac{V}{V + V_0} = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2.$$

Продолжая аналогичные рассуждения, легко получить, что к концу n -го рабочего хода давление в баллоне станет равным

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^n.$$

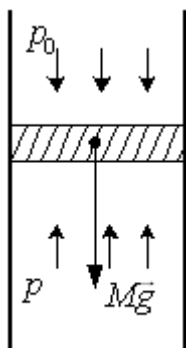
Следовательно, для достижения давления $p_n = p$ насос должен сделать $n = \frac{\lg(p/p_0)}{\lg(V/(V + V_0))} = \frac{\lg(p_0/p)}{\lg((V + V_0)/V)}$ ходов.

Ответ: $n = \frac{\lg(p_0/p)}{\lg((V + V_0)/V)}.$

Пример 2. В вертикальном цилиндрическом сосуде под поршнем находится $m = 1$ г азота. Площадь поршня $S = 10$ см², масса $M = 1$ кг. Азот нагревают на $\Delta T = 10$ К. Насколько при этом поднимется поршень? Давление над поршнем нормальное. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Трения нет.

Решение. В положении равновесия на поршень действуют три силы: сила тяжести, действующая на поршень $M\vec{g}$ и силы давления над поршнем

$F_0 = p_0 S$ и $F = p S$ под поршнем, (где p_0 и p – внешнее давление и давление под поршнем соответственно), направленные так, как показано на рисунке. При этом указанные силы уравниваются друг друга:



$$Mg + F_0 = F, \quad \text{или} \quad Mg + p_0 S = p S.$$

Следовательно, давление под поршнем

$$p = \frac{Mg}{S} + p_0 \tag{1}$$

зависит только от массы, сечения поршня (сосуда) и давления над ним, т.е. не зависит от параметров газа под поршнем. Это означает, что при нагревании газа, заключенного под незакрепленным поршнем, его давление будет постоянным. В этом случае справедлив закон Гей – Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad \text{или} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

где $V_1 = Sh_1$, $V_2 = Sh_2$ – объемы, занимаемые азотом до и после нагревания. Следовательно, при нагревании газа его объем увеличится и поршень поднимется на высоту

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{V_2 - V_1}{S} = \frac{V_1}{S} \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = \frac{V_1}{S} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{V_1}{ST_1} (T_2 - T_1) = \frac{V_1}{ST_1} \Delta T. \quad (2)$$

Записав уравнение состояния азота при температуре T_1

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1,$$

с учетом (1)

$$\left(\frac{Mg}{S} + p_0 \right) V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad \text{или} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{mR}{\mu \left(\frac{Mg}{S} + p_0 \right)},$$

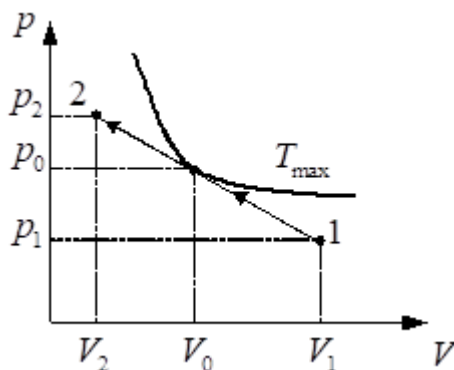
тогда из (2) получим

$$\Delta h = \frac{mR\Delta T}{\mu \cdot \left(\frac{Mg}{S} + p_0 \right) \cdot S} = \frac{mR\Delta T}{\mu \cdot (Mg + p_0 S)} \approx 2,7 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta h = \frac{mR\Delta T}{\mu \cdot (Mg + p_0 S)} \approx 2,7 \text{ м}.$

Пример 3. Гелий массой $m = 20$ г бесконечно медленно переводят из состояния 1, которому соответствует объем $V_1 = 32$ л и давление $p_1 = 4,1 \cdot 10^5$ Па, в состояние 2, где $V_2 = 9$ л и $p_2 = 15,5 \cdot 10^5$ Па. Какой наибольшей температуры достигает газ в этом процессе, если на диаграмме $p - V$ зависимость давления от объема изобразится прямой линией? Молярная масса гелия $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение. Каждой точке на графике зависимости давления газа от занимаемого им объема соответствует определенное значение температуры. Графически состояние, в котором температура гелия максимальна, можно



определить, построив семейство изотерм. При этом изотерма, соответствующая наибольшей температуре (очевидно, что прямая зависимости давления от объема должна быть касательная к ней), определит значения давления p_0 и объема V_0 , при которых температура максимальна.

Аналитически значения p_0 и V_0 можно найти, исследовав на экстремум зависимость температуры от давления или объема.

Поскольку давление зависит от объема линейно,

$$p = aV + b, \quad (1)$$

то с учетом (1) уравнение Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

можно записать в виде

$$T = \frac{\mu}{mR} (aV + b)V. \quad (2)$$

Следовательно

$$\frac{dT}{dV} = \frac{\mu}{mR} (2aV + b); \quad 2aV_0 + b = 0; \quad V_0 = -\frac{b}{2a}. \quad (3)$$

Подставив значение V_0 в (1), получим

$$p_0 = \frac{1}{2}b.$$

Так как зависимость $T(V)$ имеет один экстремум, то найденные значения объема V_0 и давления p_0 соответствуют состоянию газа с максимальной температурой

$$T_{\max} = \frac{\mu}{mR} (aV_0 + b)V_0 = -\frac{\mu}{mR} \cdot \frac{b^2}{4a}.$$

Используя уравнение процесса (1) в начальном и конечном состояниях

$$p_1 = aV_1 + b, \quad p_2 = aV_2 + b,$$

найдем значения коэффициентов a и b :

$$a = \frac{p_1 - p_2}{V_1 - V_2} = -5 \cdot 10^7 \text{ Па} \cdot \text{м}^{-3}; \quad b = \frac{p_2 V_1 - p_1 V_2}{V_1 - V_2} = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Следовательно

$$T_{\max} = \frac{\mu(p_2 V_1 - p_1 V_2)^2}{4mR(V_1 - V_2)(p_2 - p_1)} \approx 481 \text{ К}.$$

$$\text{Ответ: } T_{\max} = \frac{\mu(p_2 V_1 - p_1 V_2)^2}{4mR(V_1 - V_2)(p_2 - p_1)} \approx 481 \text{ К}.$$

Пример 4. В цилиндр с газом вдвигают поршень со скоростью v_1 . Найти, какую долю кинетической энергии приобретает молекула в результате

столкновения с поршнем, если скорость молекулы вдоль стен цилиндра равна v_2 и перпендикулярна основанию поршня. Удар абсолютно упругий.

Решение. Обозначим $\Delta\varepsilon$ изменение кинетической энергии молекулы вследствие удара, ε_1 – энергию молекулы перед ударом. Найти надо отношение $\Delta\varepsilon/\varepsilon_1$.

При сближении молекулы с поршнем ее скорость относительно поршня равна $v_1 + v_2$. После абсолютно упругого удара молекула отскакивает в обратную сторону от поршня с такой же скоростью, т.е. вдоль стенок цилиндра скорость молекулы после удара станет на v_1 больше, чем относительно поршня. В результате соударения поршень сообщает молекуле дополнительный импульс $2m_0v_1$ вдоль стенок. Поэтому скорость молекулы относительно стенок станет равна $2v_1 + v_2$, а ее кинетическая энергия

$$\varepsilon_2 = \frac{m_0(2v_1 + v_2)^2}{2},$$

тогда как до удара она была $\varepsilon_1 = \frac{m_0v_2^2}{2}$.

Изменение кинетической энергии молекулы

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 &= \frac{m_0(2v_1 + v_2)^2}{2} - \frac{m_0v_2^2}{2} = \\ &= \frac{m_0}{2}(v_2^2 + 4v_1v_2 + 4v_1^2 - v_2^2) = 2m_0v_1(v_2 + v_1). \end{aligned}$$

Относительное изменение кинетической энергии

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{2m_0v_1(v_2 + v_1)}{\frac{m_0v_2^2}{2}} = 4 \frac{v_1(v_2 + v_1)}{v_2^2}$$

или

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_1} = 4 \frac{v_1}{v_2} \left(1 + \frac{v_1}{v_2} \right).$$

Если скорость поршня v_1 во много раз меньше скорости молекулы v_2 , то слагаемым v_1/v_2 в скобках можно пренебречь из-за его малости по сравнению с единицей. Тогда ответ получим в виде

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_1} = 4 \frac{v_1}{v_2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_1} = 4 \frac{v_1}{v_2} \left(1 + \frac{v_1}{v_2} \right).$$

Пример 5. В баллоне находится газ при температуре $t_1^\circ = 17^\circ \text{C}$. Во сколько раз уменьшится давление этого газа, если 20 % его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на $\Delta t^\circ = 10^\circ \text{C}$?

Решение. Введем обозначения: Δm – масса газа, покинувшего баллон, m_1 – первоначальная масса газа, $\Delta m/m_1 = 20\% = 0,2$ – относительное изменение массы газа в баллоне, p_1 – давление в баллоне до выхода из него газа, p_2 – давление после выхода газа. Требуется найти соотношение p_1/p_2 .

Очевидно, что объем газа в баллоне не менялся, несмотря на то, что газ его частично покинул, ведь объем газа в баллоне равен объему баллона, а изменялись давление, температура и масса газа. Запишем уравнение состояния газа применительно к начальному и конечному состояниям газа в баллоне:

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} R T_1 \quad \text{и} \quad p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2.$$

Нам надо найти отношение p_1/p_2 , поэтому разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{p_1 V}{p_2 V} = \frac{m_1 R T_1 \mu}{\mu m_2 R T_2}, \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 T_1}{m_2 T_2}. \quad (1)$$

Нам известно относительное изменение массы газа:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{m_1 - m_2}{m_1} = 1 - \frac{m_2}{m_1},$$

откуда

$$\frac{m_2}{m_1} = 1 - \frac{\Delta m}{m_1} \quad \text{и} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta m}{m_1}}. \quad (2)$$

Поскольку температура газа понизилась на $\Delta t^\circ = \Delta T$, то

$$T_2 = T_1 - \Delta T. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), получим

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{\left(1 - \frac{\Delta m}{m_1} \right) \cdot (T_1 - \Delta T)}.$$

Переведем температуру в шкалу Кельвина (СИ):

$$T_1 = 17^\circ \text{C} = (17 + 273)\text{K} = 290 \text{ K}.$$

Напоминаем, что к $\Delta t^\circ = 10^\circ \text{C}$ не надо прибавлять 273, потому что разность температур по шкалам Цельсия и Кельвина одинакова: $\Delta t^\circ = \Delta T \text{ K}$.

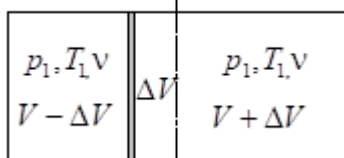
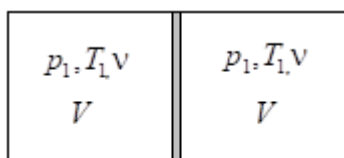
Произведем вычисления:
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{290}{(1 - 0,2)(290 - 10)} = 1,3.$$

Ответ:
$$\frac{p_1}{p_2} = 1,3.$$

Пример 6. Цилиндр разделен на две части подвижной теплоизолирующей перегородкой. При одинаковой температуре по обе стороны перегородки находится одинаковое число молей газа, и при этом перегородка остается в равновесии. Затем справа от перегородки температуру газа повышают в три раза, а слева оставляют без изменения. Во сколько раз изменится давление газа в цилиндре?

Равновесное состояние перегородки означает равенство давлений в левой и правой частях цилиндра

Введем обозначения: T_1 – температура газа в цилиндре до нагревания газа и температура газа слева от перегородки после нагревания, T_2 – температура газа справа от перегородки после нагревания, p_1 – первоначальное давление газа в цилиндре, p_2 – давление газа после нагревания. Найти требуется отношение p_2/p_1 .



Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением состояния идеального газа. Применим это уравнение к состоянию газа справа от перегородки до и после нагревания, а также к состояниям газа слева от перегородки.

До нагревания перегородка была в равновесии, значит, давление p_1 слева и справа от нее было одинаковым и одинаковой была температура T_1 . Одинаковым было (и осталось) число молей ν в обеих частях. Следовательно, согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $pV = \nu RT$ и объем газа V слева и справа от перегородки до нагревания был одинаковым, т.е. перегородка делила вначале сосуд пополам.

Тогда уравнение состояния применительно к начальному состоянию газа в любой из половинок запишем так:

$$p_1 V = \nu R T_1. \tag{1}$$

После нагревания газа справа от перегородки до температуры T_2 давление там повысилось до p_2 , и перегородка передвинулась влево, сжав слева газ так, что там давление тоже стало равным p_2 . При этом объем газа справа от перегородки увеличился на ΔV и стал равным $V + \Delta V$, а слева на столько же уменьшился и стал равным $V - \Delta V$. Количество молей в обеих частях сосуда от этого, конечно же, не изменилось. Тогда уравнение Менделеева – Клапейрона применительно к газу слева от передвинувшейся перегородки примет вид

$$p_2(V - \Delta V) = \nu RT_1, \quad (2)$$

а справа

$$p_2(V + \Delta V) = \nu RT_2,$$

где $T_2 = 3T_1$ согласно условию задачи, поэтому

$$p_2(V + \Delta V) = \nu R \cdot 3T_1. \quad (3)$$

Из уравнений (1), (2) и (3) надо найти отношение p_2/p_1 , и нам практически не известна ни одна величина, входящая в эти уравнения. Сначала избавимся от величины изменения объема ΔV , выразив эту величину через объем V . Для этого правую часть уравнения (3) подставим вместо νRT_1 левую часть уравнения (2). Тогда давление p_2 сократится и мы определим ΔV через V

$$p_2(V + \Delta V) = 3p_2(V - \Delta V); \quad V + \Delta V = 3V - 3\Delta V;$$

$$4\Delta V = 2V \quad \text{и} \quad \Delta V = 0,5V. \quad (4)$$

Если подставить (4) в (2), а затем приравнять левые части полученного уравнения и уравнения (1), ведь правые части νRT_1 у них одинаковы, то неизвестный объем V сократится и мы найдем отношение давлений p_2/p_1 :

$$p_2(V - 0,5V) = \nu RT_1; \quad 0,5p_2V = \nu RT_1; \quad p_1V = 0,5p_2V,$$

откуда $p_2 = 2p_1$.

Ответ: $p_2 = 2p_1$, давление увеличится в 2 раза.

Пример 7. Сравнить полное число молекул в атмосферном столбе с основанием в 1 см^2 с числом молекул в столбе высотой 1000 м и тем же основанием.

Решение. Пусть число молекул в единице объема при $h = 0$ равно n_0 , тогда распределение числа молекул по высоте будет определяться выражением

$$n(h) = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}.$$

Полное число молекул в столбе объемом $V = SH$ с основанием в $S = 1 \text{ см}^2$ и заданной высотой H найдем интегрированием функции $n(h)$

$$N(H) = \int_0^H n(h) S dh = n_0 \int_0^H e^{-\frac{\mu gh}{RT}} dh = n_0 \frac{RT}{\mu \cdot g} (1 - e^{-\frac{\mu g H}{RT}}),$$

где μ – молярная масса воздуха.

Подставив числовые значения высоты, получим:

$$N_1(H \rightarrow \infty) = 2,1 \cdot 10^{25} \text{ и } N_2(H = 10^3) = 0,25 \cdot 10^{25}.$$

Сравнить можно отношением или разностью ΔN .

$$\text{Ответ: } \frac{N_1}{N_2} = 8,4 \text{ или } \Delta N = 1,85 \cdot 10^{25}.$$

Пример 8. На какой высоте находится центр масс вертикального столба воздуха в атмосфере Земли, если температура воздуха T не зависит от h . Считать, что для воздуха имеет место распределение Больцмана.

Решение. Пусть площадь сечения столба S . Выделим на некоторой высоте h слой воздуха толщины dh , его масса $dm = \rho(h) \cdot S \cdot dh$, где $\rho(h)$ – плотность воздуха на высоте h . Поскольку $\rho(h) = m_0 \cdot n(h)$, где m_0 – масса молекулы, а $n(h)$ – концентрация молекул на высоте h , которая определяется

из распределения Больцмана: $n(h) = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$.

Из курса механики известно, что центр масс системы частиц с дискретным распределением массы определяется известным соотношением:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{r}_i m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (1)$$

Поскольку можно считать, что молекулы распределены в атмосфере непрерывно, то положение центра масс можно определить, перейдя в (1) от суммирования к интегрированию

$$H_C = \frac{\int_0^{\infty} h dm}{\int_0^{\infty} dm}.$$

Вычислим интегралы:

$$\int_0^{\infty} dm = m_0 n_0 S \int_0^{\infty} e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} dh = -\frac{m_0 n_0 S kT}{m_0 g} \left(e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \right)_0^{\infty} = \frac{n_0 S kT}{g};$$

$$\int_0^{\infty} h dm = \int_0^{\infty} h m_0 n(h) S dh = m_0 n_0 S \int_0^{\infty} h e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} dh = \frac{n_0 S (kT)^2}{m_0 g^2}.$$

Откуда находим: $H_C = \frac{kT}{mg}$.

Ответ: $H_C = \frac{kT}{mg}$

Пример 9. Найти наиболее вероятную скорость молекул идеального газа.

Решение. Предполагая, что идеальный газ находится в термодинамическом равновесии, используем функцию распределения молекул по скоростям

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 = 4\pi \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} e^{-av^2} v^2, \quad (1)$$

где $a = \frac{m_0}{2kT}$. Производная функции распределения (1) по скорости

$$f'(v) = 4\pi \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} (-2av^3 + 2v) e^{-av^2}.$$

Обозначая наиболее вероятную скорость через $v_{\hat{a}}$, находим ее из уравнения $f'(v_{\hat{a}}) = 0$, т.е. $2v_{\hat{a}}(-\hat{a}v_{\hat{a}}^2 + 1) = 0$.

Отсюда следует

$$v_{\hat{a}} = \sqrt{\frac{1}{\hat{a}}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}.$$

Ответ: $v_{\hat{a}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$.

Пример 10. Определить долю молекул водорода, модули скоростей которых при температуре 27 °С лежат в интервале от $v_2 = 1898$ м/с до $v_1 = 1903$ м/с.

Решение. Интервал скоростей $\Delta v = v_2 - v_1 = 5$ м/с достаточно мал по сравнению с самими скоростями. Поэтому $f(v)$ в этом интервале скоростей можно считать линейной и для определения искомой доли молекул вместо интегрирования число молекул, обладающих скоростями в этом интервале можно определить как площадь прямоугольника (под функцией распределения по скоростям) с высотой v_{cp} для этого интервала и шириной Δv . Среднее значение $f_{cp}(v)$ получаем, подставляя в $f(v)$ величину $v_{cp} = \frac{v_1 + v_2}{2}$. Тогда

$$\Delta N = N 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v_{cp}^2}{2kT}} v_{cp}^2 \Delta v, \quad (1)$$

и для доли молекул со скоростями в заданном интервале, получим

$$\frac{\Delta N}{N} = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v_{cp}^2}{2kT}} v_{cp}^2 \Delta v \quad (2)$$

Подставляя числовые значения в (2), получаем

$$\frac{\Delta N}{N} = 2,45 \cdot 10^{-3} = 0,245 \text{ \%}.$$

Ответ: $\frac{\Delta N}{N} = 0,245 \text{ \%}.$

Пример 11. Какая часть молекул газа имеет скорости, превышающие наиболее вероятную скорость?

Решение. В условии задачи рассматриваются молекулы, скорости которых заключены в интервале от наиболее вероятной скорости $v_{\hat{a}}$ до $v_{\hat{a}} + \infty$, т.е. в бесконечно большом интервале скоростей Δv . Введем функцию распределения Максвелла частиц газа по скоростям величину $u = v/v_{\hat{a}}$. В результате получим для доли молекул со скоростями в некотором интервале

$$\frac{dN}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} du, \text{ где } u = v/v_{\hat{a}}. \quad (1)$$

Найдем число молекул, относительные скорости которых лежат в заданном интервале от u_1 до u_2 , интегрируя правую часть (1) в этих пределах:

$$dN = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \int_{u_1}^{u_2} u^2 e^{-u^2} du. \quad (2)$$

Учитывая, что $u = v/v_B$, для данной задачи получаем $u_1 = 1$; $u_2 = \infty$. Следовательно, искомая часть молекул выразится интегралом

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_1^{\infty} u^2 e^{-u^2} du.$$

Воспользуемся очевидным фактом, что скорости всех молекул лежат в интервале от 0 до ∞ . Поэтому, если обозначить через $\Delta N'$ число молекул, скорости которых меньше наиболее вероятной, т.е. лежат в интервале от 0 до 1, то можно записать $\frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta N'}{N} = 1$. Таким образом, вместо того чтобы искать $\frac{\Delta N}{N}$, можно найти $\frac{\Delta N'}{N}$ по формуле

$$\frac{\Delta N'}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 u^2 e^{-u^2} du, \quad (3)$$

а затем вычислить $\frac{\Delta N}{N} = 1 - \frac{\Delta N'}{N}$.

Так как интеграл (3) все же в конечном виде не берется, воспользуемся методом приближенного интегрирования. Для этого разложим подынтегральную функцию в ряд Маклорена:

$$u^2 e^{-u^2} = u^2 - \frac{u^4}{1} + \frac{u^6}{2} - \frac{u^8}{6} + \frac{u^{10}}{24} - \dots$$

$$\text{Следовательно } \frac{\Delta N'}{N} \approx \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{14} - \frac{1}{54} + \frac{1}{264} - \dots \right).$$

Ограничиваясь первыми четырьмя членами разложения, найдем с погрешностью, не превышающей 0,01: $\frac{\Delta N'}{N} = 0,43$.

$$\text{Отсюда получим ответ: } \frac{\Delta N}{N} = 1 - 0,43 = 0,57.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\Delta N}{N} = 0,57.$$

Пример 12. Найти наиболее вероятную энергию молекул идеального газа.

Решение. Определим максимум функции распределения молекул идеального газа по энергиям:

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-\varepsilon/(kT)} \varepsilon^{1/2}.$$

Производная этой функции по ε

$$f'(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-\varepsilon/(kT)} \left(-\frac{\varepsilon^{1/2}}{kT} + \frac{1}{2\varepsilon^{1/2}} \right).$$

Искомую энергию найдем из уравнения $f'(\varepsilon) = 0$, т.е.

$$-\frac{\varepsilon^{1/2}}{kT} + \frac{1}{2\varepsilon^{1/2}} = 0.$$

Откуда следует $\varepsilon_B = \frac{1}{2}kT$. Отметим, что $\varepsilon_B \neq \varepsilon(v_{\hat{a}})$ (см. пример 10).

Ответ: $\varepsilon_B = \frac{1}{2}kT$.

Тема 2. Явления переноса

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач на расчет параметров состояния газа рекомендуется следующая последовательность:

1) выяснить, изменяется ли состояние газа. Если в задаче задано одно состояние газа, то пользуются уравнением Менделеева – Клапейрона, которое связывает между собой пять физических величин, характеризующих состояние газа, – p , V , T , m , μ – и позволяет по заданным четырем найти пятую величину. Отношение $\nu = m/\mu$ представляет собой число молей газа, $\rho = m/V$ есть плотность газа, $V' = V/m$ – удельный объем газа;

2) выяснить, изменяется ли масса газа. Если масса газа изменяется или дана в условии, то для каждого состояния записать уравнение Менделеева – Клапейрона. Если масса газа не изменяется, то записать уравнение Клапейрона или один из законов идеального газа;

3) представить в развернутом виде параметры начального и конечного состояния газа;

4) записать дополнительные уравнения, связывающие искомые величины или параметры состояния, используя условие задачи;

5) решить полученную систему уравнений.

Надо учитывать, что в уравнение Менделеева – Клапейрона входит число молей газа, и поэтому поведение газа определяется не массой, а числом молей. Это особенно важно, если приходится рассматривать смесь газов.

Если в условии задачи даются показания технических манометров, то они отображают не полное давление газа в баллоне, а лишь давление, избыточное над атмосферным $p_{атм}$. Поэтому полное давление газа в баллоне равно показанию манометра, увеличенному на $p_{атм}$.

В кинетической теории употребляются различные типы средних скоростей молекул: средняя квадратичная v_{cp} , средняя арифметическая $\langle v \rangle$ и наиболее вероятная v_6 .

Средней квадратичной скоростью $\langle v_{cp} \rangle$ пользуются в тех случаях, когда необходимо рассчитать какую-либо физическую величину, пропорциональную квадрату скорости, например, кинетическую энергию поступательного движения молекул газа, давление газа.

Средняя арифметическая скорость $\langle v \rangle$ позволяет определять средние значения таких физических величин, характеризующих свойства газа, в формулу которых скорость входит в первой степени, например, среднее число столкновений молекулы в единицу времени, среднее время свободного пробега, средний импульс молекул.

Наиболее вероятной скоростью v_6 , пользуются в задачах, связанных с применением закона распределения молекул по скоростям.

При решении задач надо знать среднюю длину свободного пробега молекул $\langle l \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle$, среднее время пробега $\langle \tau \rangle = \langle l \rangle / \langle v \rangle$, формулы, что связывают эти величины с размерами молекул и скоростью движения (температурой).

Кроме этого используют явления переноса – диффузию, теплопроводность, внутреннее трение (вязкость).

Примеры решения задач

Задача 1

Водород находится при температуре $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ и давлении $P = 15\text{ Па}$. Найти среднюю длину пробега $\langle\lambda\rangle$ молекул водорода.

Дано:

$$T = 293\text{ К}$$

$$P = 15\text{ Па}$$

$$d = 0,23 \cdot 10^{-9}\text{ м}$$

$$\langle\lambda\rangle - ?$$

Решение

Средняя длина свободного пробега молекул определяется по формуле

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \quad (1)$$

где n – концентрация молекул газа.

Выразим n из уравнения состояния идеального газа:

$$P = nkT;$$

$$n = \frac{P}{kT}. \quad (2)$$

Подставив формулу (2) в (1), получим:

$$\langle\lambda\rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}; \quad [\lambda] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{К} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Па}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{Н}} = \text{м};$$

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (0,23 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 15} = 1,16 \cdot 10^{-3}\text{ м}.$$

Ответ: $\langle\lambda\rangle = 1,16 \cdot 10^{-3}\text{ м}$.

Задача 2

Средняя длина свободного пробега $\langle\lambda\rangle$ молекул кислорода равна 10 см. Найти плотность ρ газа.

Дано:

$$\langle\lambda\rangle = 0,1\text{ м}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$$

$$d = 0,23 \cdot 10^{-9}\text{ м}$$

$$\rho - ?$$

Решение

Поскольку (см. предыдущую задачу)

$$\langle\lambda\rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}, \quad (1)$$

то, выразив давление P из уравнения Менделеева – Клапейрона, $p = \frac{\rho}{M}RT$

(учли, что $\rho = \frac{m}{V}$, $m = \rho V$), и подставив его в формулу (1), получим:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kTM}{\sqrt{2}\pi d^2 \rho RT},$$

откуда

$$\rho = \frac{kM}{\sqrt{2}\pi d^2 \langle \lambda \rangle R}; \quad [\rho] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (0,23 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 0,1 \cdot 8,31} = 0,13 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $\rho = 0,13 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 3

Определить среднюю длину $\langle \lambda \rangle$ свободного пробега атомов гелия, если плотность ρ газа равна $2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$. Эффективный диаметр d молекулы гелия равен $0,22 \text{ нм}$.

Дано:

$$\rho = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$$

$$M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$d = 0,22 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$\langle \lambda \rangle. \text{ — ?}$$

Решение

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \quad (1)$$

где n – концентрация молекул газа.

Плотность газа

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \quad (2)$$

(использовали уравнение Менделеева – Клапейрона $PV = \frac{m}{M}RT$).

Давление газа

$$P = nkT, \quad (3)$$

где k – постоянная Больцмана; T – температура.

Подставив выражение (3) в формулу (2), получаем:

$$\rho = \frac{nkTM}{RT},$$

откуда

$$n = \frac{\rho R P}{k T M}. \quad (4)$$

Подставив выражение (4) в (1), получим:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{k T M}{\sqrt{2} \pi d^2 \rho R T} = \frac{k M}{\sqrt{2} \pi d^2 \rho R} = \frac{M}{\sqrt{2} \pi d^2 \rho N_A}$$

(учли, что $R = k N_A$, где N_A – постоянная Авогадро);

$$[\langle \lambda \rangle] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}} = \text{м};$$

$$\langle \lambda \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1,41 \cdot 3,14 \cdot (0,22 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 1,55 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 1,55 \text{ мкм}.$$

Ответ: $\langle \lambda \rangle = 1,55 \text{ мкм}$.

Задача 4

При температуре $T = 280 \text{ К}$ и некотором давлении средняя длина $\langle \lambda_1 \rangle$ свободного пробега молекул кислорода равна $0,1 \text{ мкм}$. Определить среднее число $\langle z_r \rangle$ столкновений молекул в 1 с , если давление в сосуде уменьшить до $0,02$ от первоначального значения. Температуру считать постоянной, а эффективный диаметр d молекулы кислорода принять равным $0,36 \text{ нм}$.

Дано:

$$T = 280 \text{ К}$$

$$\langle \lambda_1 \rangle = 10^{-7} \text{ м}$$

$$d = 0,36 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 0,02$$

$$\langle z_r \rangle. \text{ — ?}$$

Решение

Среднее число столкновений молекул в 1 с при конечном давлении определяется отношением средней скорости v молекулы к средней длине ее свободного пробега λ_2 при том же давлении:

$$\langle z_r \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda_2 \rangle}, \quad (1)$$

где средняя скорость молекул определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 R T}{\pi M}}, \quad (2)$$

где R – молярная газовая постоянная; M – молярная масса вещества.

Из формул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} \quad \text{и} \quad P = n k T$$

следует, что средняя длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна давлению:

$$\frac{\langle \lambda_1 \rangle}{\langle \lambda_2 \rangle} = \frac{P_2}{P_1},$$

откуда

$$\langle \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_1 \rangle \frac{P_1}{P_2}.$$

Подставив это выражение в формулу (1) и учитывая (2), получим искомое среднее число столкновений молекул в 1 с:

$$\langle z_r \rangle = \frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}}{\langle \lambda_1 \rangle \frac{P_1}{P_2}} = \frac{P_2}{P_1} \frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}}{\langle \lambda_1 \rangle};$$

$$[\langle z_r \rangle] = \frac{\sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}}}}{\text{м}} = \frac{\sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}}{\text{м}} = \frac{\sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}}}{\text{м}} = \frac{\sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}}}{\text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1};$$

$$\langle z_r \rangle = 0,02 \frac{\sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 280}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}}}{10^{-7}} = 2,39 \cdot 10^{-8} \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $\langle z_r \rangle = 2,39 \cdot 10^{-8} \text{с}^{-1}$.

Задача 5

Найти среднее число соударений z в течение $t = 1$ с, испытываемых молекулой водорода при нормальных условиях.

Дано:

$$d = 0,23 \cdot 10^{-9} \text{м}$$

$$t = 1 \text{с}$$

$$T = 273 \text{К}$$

$$P = 10^5 \text{Па}$$

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{кг/моль}$$

$$\langle z \rangle. \text{ — ?}$$

Решение

Среднее число соударений в единицу времени одной молекулы определяется отношением

$$\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle},$$

где $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ — средняя арифметическая скорость

молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}.$$

Тогда

$$\langle z \rangle = \frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}}{\sqrt{2\pi d^2 P}} = \frac{4d^2 P}{k} \sqrt{\frac{\pi R}{MT}};$$

$$[\langle z \rangle] = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Па} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{К}}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \frac{1}{\text{м}} \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} =$$

$$= \frac{1}{\text{м}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1};$$

$$\langle z \rangle = \frac{4 \cdot 0,23 \cdot 10^{-9} \cdot 10^5}{1,38 \cdot 10^{-23}} \sqrt{\frac{8,31 \cdot 3,14}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 273}} = 1,1 \cdot 10^{10} \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $\langle z \rangle = 1,1 \cdot 10^{10} \text{с}^{-1}$.

Задача 6

Найти число z всех столкновений, которые происходят в единицу времени между всеми молекулами кислорода, занимающего объем $V = 5$ л при нормальных условиях.

Дано:

$$d = 0,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$z. - ?$$

Решение

Среднее число столкновений за единицу времени, испытываемых одной молекулой,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

где $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ – средняя арифметическая

скорость; $n = \frac{N}{V}$ – концентрация молекул.

Общее число столкновений

$$z = \frac{N \langle z \rangle}{2}.$$

Так как при столкновении участвуют одновременно две молекулы, то берется $\frac{1}{2} N$.

Таким образом,

$$z = \frac{V}{2} \sqrt{2} \pi d^2 n^2 \langle v \rangle = \frac{V}{\sqrt{2}} \pi d^2 n^2 \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (1)$$

Из уравнения состояния $P = nkT$ определим концентрацию молекул:

$$n = \frac{P}{kT}. \quad (2)$$

Подставив уравнение (2) в (1), получим:

$$z = \frac{V \pi d^2 P^2}{\sqrt{2k^2 T^2}} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}};$$

$$[z] = \frac{\text{м}^3 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Па}^2 \cdot \text{К}^2}{\text{Дж}^2 \cdot \text{К}^2} \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{м}^5 \cdot \text{Н}^2}{\text{м}^6 \cdot \text{Н}^2} \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \frac{1}{\text{м}} \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} =$$

$$= \frac{\text{м}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1};$$

$$z = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot (0,3 \cdot 10^{-9})^2 \cdot (10^5)^2}{1,41 \cdot (1,38 \cdot 10^{-23})^2 \cdot 273^2} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 3 \cdot 10^{32} \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $z = 3 \cdot 10^{32} \text{ с}^{-1}$.

Задача 7

Для исследования плазмы тлеющего разряда применяется цилиндрическая газоразрядная трубка, в которой находится неон при температуре $T = 300 \text{ К}$ и давлении $P = 1 \text{ Па}$. Найти число молекул неона N , ударяющихся в единицу времени о катод, имеющий форму диска площадью $S = 1 \text{ см}^2$.

Дано:

$$T = 300 \text{ К}$$

$$P = 1 \text{ Па}$$

$$S = 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$M = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$N = ?$$

Решение

Среднее число ударов молекул о единицу поверхности в единицу времени

$$v = \frac{1}{4} n \langle v \rangle, \quad (1)$$

где n – число молекул в единице объема.

Число молекул в единице объема можно определить из уравнения состояния

$$n = \frac{P}{kT}. \quad (2)$$

Средняя арифметическая скорость

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (3)$$

Число молекул неона N , ударяющихся о катод в единицу времени, $N = vS$, или с учетом выражений (1) – (3)

$$N = \frac{SP}{4k} \sqrt{\frac{8R}{\pi MT}};$$

$$\begin{aligned}
 [N] &= \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Па} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{К}}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{К}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{К}} \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \frac{1}{\text{м}} \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \\
 &= \frac{1}{\text{м}} \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{м}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \text{с}^{-1}; \\
 N &= \frac{10^{-4} \cdot 1}{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \sqrt{\frac{8,31 \cdot 8}{3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 300}} = 3,4 \cdot 10^{18} \text{с}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Ответ: $N = 3,4 \cdot 10^{18} \text{с}^{-1}$.

Задача 8

Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна 40 нм. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle v \rangle$ молекул и число z соударений, которые испытывает молекула в 1 с.

Дано:

$$\langle l \rangle = 40 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$\langle v \rangle; \langle z \rangle - ?$$

Решение

Средняя арифметическая скорость молекул определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

где M – молярная масса вещества ($M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$);

$$[\langle v \rangle] = \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{Дж}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}} = 362 \text{ м/с}.$$

Среднее число $\langle z \rangle$ соударений молекулы в 1 с определяется отношением средней скорости $\langle v \rangle$ молекулы к средней длине ее свободного пробега $\langle l \rangle$:

$$\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle l \rangle}; \quad z = \frac{362}{40 \cdot 10^{-9}} = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $\langle v \rangle = 362 \text{ м/с}$, $\langle z \rangle = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$.

Задача 9

Определить коэффициент внутреннего трения для водорода, имеющего температуру $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$.

Дано:

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T = 300 \text{ К}$$

$$d = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\eta = ?$$

Решение

Согласно молекулярно-кинетической теории газов коэффициент внутреннего трения

$$\eta = \frac{\rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3}, \quad (1)$$

где ρ – плотность газа; $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул; $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега.

Плотность из уравнения Менделеева – Клапейрона равна

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}, \quad (2)$$

где m , V , P и T – масса, объем, давление и температура газа; μ – молярная масса водорода; R – молярная газовая постоянная.

Средняя арифметическая скорость молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (3)$$

Средняя длина свободного пробега

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_0},$$

где d – эффективный диаметр молекулы водорода; n_0 – число молекул водорода в 1 м^3 .

Давление и температура газа связаны отношением

$$P = n_0 k T,$$

откуда

$$n_0 = \frac{P}{k T},$$

где $k = \frac{R}{N_A}$ (N_A – постоянная Авогадро).

Тогда

$$\langle \lambda \rangle = \frac{RT}{\sqrt{2} \pi d^2 P N_A}. \quad (4)$$

Подставляя (2), (3) и (4) в уравнение (1), получим:

$$\eta = \frac{1}{3} \frac{PM}{RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{RT}{\sqrt{2} \pi d^2 P N_A} = \frac{\sqrt{8MRT}}{3\sqrt{2}\pi^3 d^2 N_A};$$

$$[\eta] = \frac{\sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{моль}}}{\text{м}^2} = \frac{\sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{К} \cdot \text{м}}{\text{моль} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{моль}}}{\text{м}^2} = \frac{\sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}}}{\text{м}^2} =$$

$$= \frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}};$$

$$\eta = \frac{\sqrt{8 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 300}}{3 \sqrt{2 \cdot 3,14^2 \cdot 2,3 \cdot 10^{-10} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 8,4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}.$$

Ответ: $= 8,4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}.$

Задача 10

Кислород находится при нормальных условиях. Известно, что средняя длина свободного пробега молекул $\langle \lambda \rangle = 0,1$ мкм. Найти коэффициент диффузии D .

Дано:

$$T = 273 \text{ К}$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\langle \lambda \rangle = 10^{-7} \text{ м}$$

$$D = ?$$

Решение

Коэффициент диффузии определяется по формуле

$$D = \frac{\langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3},$$

где $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ – средняя арифметическая скорость.

В итоге

$$D = \frac{\langle \lambda \rangle}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}};$$

$$[D] = \text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}}} = \text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}};$$

$$D = \frac{10^{-7}}{3} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 14 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Ответ: $D = 14 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$

Задача 11

Найти, во сколько раз отличается коэффициент диффузии D_1 кислорода от коэффициента диффузии D_2 гелия, если оба газа находятся в нормальных условиях.

Дано:

$$T = 273 \text{ К}$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$d_1 = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$d_2 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\frac{D_1}{D_2} = ?$$

Решение

Коэффициент диффузии определяется по формуле

$$D = \frac{\langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3},$$

где $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ – средняя арифметическая скорость.

Среднюю длину свободного пробега определим по формуле

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}.$$

Таким образом,

$$D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}.$$

Отношение коэффициентов диффузии

$$\frac{D_1}{D_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2;$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-10}}{3 \cdot 10^{-10}} \right)^2 = 0,16.$$

Ответ: $\frac{D_1}{D_2} = 0,16$.

Задача 12

Коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях $D = 9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Найти динамическую вязкость водорода при тех же условиях.

Дано:

$$T = 273 \text{ К}$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$D = 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$$

$$\eta = ?$$

Решение

Коэффициент диффузии и коэффициент внутреннего трения определяются по формулам

$$D = \frac{\langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3}; \quad \eta = \frac{\rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3}.$$

Из сравнения коэффициентов D и η видно,

что

$$\eta = \rho D, \quad (1)$$

где ρ – плотность газа.

Плотность газа ρ определим, используя уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$\rho = \frac{MP}{RT}. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим динамическую вязкость:

$$\eta = \frac{MP}{RT} D;$$

$$[\eta] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Па} \cdot \text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^2}{\text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{Па} \cdot \text{м}^2}{\text{Дж} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \text{Па} \cdot \text{с};$$

$$\eta = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 9 \cdot 10^{-5}}{8,31 \cdot 273} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Ответ: $\eta = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Задача 13

Определить, во сколько раз отличаются коэффициенты динамической вязкости кислорода η_1 и азота η_2 , если температуры газов одинаковы. Эффективные диаметры молекул кислорода и азота соответственно равны $d_1 = 0,36 \text{ нм}$ и $d_2 = 0,38 \text{ нм}$.

Дано:

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$d_1 = 0,36 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$d_2 = 0,38 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$T_1 = T_2 = T$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = ?$$

Решение

Коэффициент динамической вязкости газа

$$\eta = \frac{\rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3}, \quad (1)$$

где плотность газа (из уравнения Менделеева-

Клапейрона $pV = \frac{m}{M} RT$)

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \quad (2)$$

Средняя скорость молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad (3)$$

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P} \quad (4)$$

(давление P газа и концентрация n молекул связаны формулой $P = nkT$).

Подставляя выражения (2) – (4) в формулу (1), получим

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{k}{\pi d^2} \sqrt{\frac{MT}{\pi R}}. \quad (5)$$

Согласно формуле (5) и учитывая условие задачи ($T_1 = T_2$), получаем искомое отношение коэффициентов динамической вязкости

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \sqrt{\frac{M_1}{M_2}};$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \left(\frac{0,38 \cdot 10^{-9}}{0,36 \cdot 10^{-9}} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{32 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}}} = 1,19.$$

Ответ: $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 1,19.$

Задача 14

Вязкость гелия при нормальных условиях $\eta = 13 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$. Найти среднюю длину свободного пробега молекул гелия $\langle \lambda \rangle$ при тех же условиях.

<p>Дано: $T = 273 \text{ К}$ $P = 10^5 \text{ Па}$ $M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $\eta = 13 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$ $\langle \lambda \rangle$. – ?</p>	<p>Решение Коэффициент динамической вязкости газа</p> $\eta = \frac{\rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3},$ <p>откуда</p> $\langle \lambda \rangle = \frac{3\eta}{\rho \langle v \rangle}. \quad (1)$
--	--

Из уравнения Менделеева – Клапейрона определим плотность газа:

$$\rho = \frac{MP}{RT}. \quad (2)$$

Средняя арифметическая скорость молекул газа

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (3)$$

Из уравнений (1) – (3) находим:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3\eta}{P} \sqrt{\frac{\pi RT}{8M}};$$

$$[\lambda] = \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{Па}} \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}}} = \text{с} \cdot \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \text{с} \cdot \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \text{м};$$

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3 \cdot 13 \cdot 10^{-6}}{10^5} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 8,31 \cdot 273}{8 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 184 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Ответ: $\langle \lambda \rangle = 184 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$

Задача 15

Вязкость водорода $\eta = 8,6 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$. Определить коэффициент теплопроводности γ водорода при тех же условиях.

Дано:

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\eta = 86 \cdot 10^{-7} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$i = 5$$

$$\gamma = ?$$

Решение

Коэффициент теплопроводности определяется по формуле

$$\gamma = \frac{c_V \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3},$$

а коэффициент вязкости – по формуле

$$\eta = \frac{\rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle}{3}.$$

Таким образом, коэффициенты теплопроводности и вязкости связаны соотношением

$$\gamma = c_V \eta,$$

где $c_V = \frac{i R}{2 M}$ – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;

i – число степеней свободы, для двухатомного газа $i = 5$.

Тогда

$$\gamma = \frac{5R}{2M} \eta;$$

$$[\gamma] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}};$$

$$\gamma = \frac{5 \cdot 8,31 \cdot 86 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 89,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} = 89,3 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Ответ: $89,3 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Задача 16

Температура наружной поверхности кирпичной стены площадью 25 м^2 и толщиной 37 см 259 К , а внутренней поверхности – 293 К . Помещение отапливается электрическим обогревателем. Определить мощность обогревателя, если температура в помещении поддерживается постоянной. Теплопроводность кирпича $\gamma = 0,4 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

Дано:

$$S = 25 \text{ м}^2$$

$$d = 0,37 \text{ м}$$

$$T_1 = 259 \text{ К}$$

$$T_2 = 293 \text{ К}$$

$$\gamma = 0,4 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$$

$$N - ?$$

Решение

Количество теплоты, прошедшее через наружную стену за интервал времени t , определим по закону Фурье:

$$\Delta Q = \gamma \frac{T_2 - T_1}{d} S t \quad (1)$$

За это время электрообогреватель должен выделить такое же количество теплоты

$$Q = N t. \quad (2)$$

Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получаем

$$N t = \gamma \frac{T_2 - T_1}{d} S t$$

откуда

$$N = \gamma \frac{T_2 - T_1}{d} S$$

$$[N] = \frac{\text{Вт} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^2}{\text{м} \cdot \text{К} \cdot \text{м}} = \text{Вт};$$

$$N = 0,4 \frac{293 - 259}{0,37} \cdot 25 = 9,2 \cdot 10^2 \text{ Вт} = 0,92 \text{ кВт}$$

Ответ: $N = 0,92 \text{ кВт}$.

Задача 17

Вычислить количество льда, которое образуется в течение часа в бассейне, площадь которого 10 м^2 . Толщина льда 15 см , температура воздуха $-10 \text{ }^\circ\text{C}$, коэффициент теплопроводности льда $\gamma = 2,1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

Дано:

$$S = 10 \text{ м}^2$$

$$\Delta x = 0,15 \text{ м};$$

$$t_1 = -10 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\gamma = 2,1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$$

$$r = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{к}$$

$$t = 3600 \text{ с}$$

$$m - ?$$

Решение

Считаем процесс установившимся, температуру нижней поверхности льда равной $0 \text{ }^\circ\text{C}$, а верхней – температуре воздуха. Через слой льда от воды отводится тепло.

Количество тепла Q , передаваемое через лед толщиной Δx , пропорционально градиенту температуры $\Delta t / \Delta x$, площади передающей поверхности S и времени t и определяется

$$\Delta Q = \gamma \frac{\Delta t}{\Delta x} S t.$$

уравнением теплопроводности Фурье

Массу m образующегося льда определяем из уравнения для теплоты плавления Q льда, численно равной теплоте, отводимой от воды в процессе замораживания,

$$Q = mr,$$

где r – удельная теплота плавления льда.

Тогда

$$m = \frac{Q}{r} = \frac{\Delta t \gamma}{\Delta x r} S \tau;$$

$$[m] = \frac{\text{К Вт} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{К} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Вт} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}}{\text{с} \cdot \text{Дж}} = \text{кг};$$

$$m = \frac{10 \cdot 2,1 \cdot 10 \cdot 3,6 \cdot 10^3}{0,15 \cdot 3,35 \cdot 10^5} \approx 15 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 15$ кг.

Задача 18

Два диска радиусом $R = 0,2$ м каждый расположены горизонтально друг над другом на расстоянии $d = 0,5$ см так, что их оси совпадают. Верхний диск неподвижен, а нижний вращается относительно своей оси с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$. Найти вращающий момент M , действующий на верхний диск, если динамическая вязкость воздуха, в котором находятся диски, $\eta = 8,6 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$.

Дано:

$$R = 0,2 \text{ м}$$

$$\eta = 86 \cdot 10^{-7} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$n = 10 \text{ с}^{-1}$$

$$M - ?$$

Решение

Выделим на верхнем диске участок (заштрихованный на рисунке) толщиной dr , расположенный на расстоянии r от центра диска.

Его площадь

$$dS = r dr d\varphi$$

По закону Ньютона $\left(F = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S \right)$ на этот

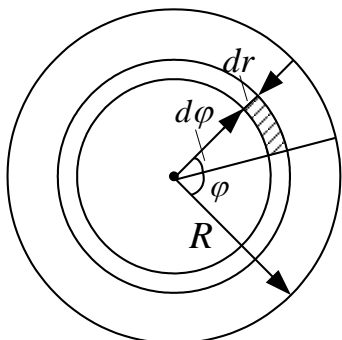
участок действует сила внутреннего трения

$$dF = \eta \frac{dv}{dz} dS = \eta \frac{dv}{dz} r dr d\varphi$$

где η – динамическая вязкость газа; $\frac{dv}{dz}$ – градиент скорости слоев воздуха.

Вращающий момент dM , действующий на

выделенный участок,



$$dM = r dF = \eta \frac{d\upsilon}{dz} r^2 dr d\varphi$$

Так как $\frac{d\upsilon}{dz} = \frac{\upsilon}{d}$, а $\upsilon = \omega r = 2\pi n r$, то

$$dM = \eta \frac{2\pi n}{d} r^3 dr d\varphi$$

Полный вращающий момент, действующий на верхний диск, найдем методом интегрирования:

$$M = \iint dM = \int_0^{2\pi} \int_0^R \eta \frac{2\pi n}{d} r^3 dr d\varphi = \eta \frac{2\pi n}{d} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r^3 dr = \eta \frac{2\pi n}{d} \frac{R^4}{4} 2\pi = \frac{\pi^2 n \eta R^4}{d}$$

$$[M] = \frac{\text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^4}{\text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м};$$

$$M = \frac{3,14^2 \cdot 10 \cdot 86 \cdot 10^{-7} \cdot 0,2^4}{5 \cdot 10^{-3}} = 0,54 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,54 \text{ мН} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $M = 0,54 \text{ мН} \cdot \text{м}$.

Задача 19

Два тонкостенных коаксиальных цилиндра длиной $l = 10 \text{ см}$ могут свободно вращаться вокруг общей оси z . Радиус R большого цилиндра равен 5 см . Между цилиндрами имеется зазор размером $d = 2 \text{ мм}$. Оба цилиндра находятся в воздухе при нормальных условиях. Внутренний цилиндр приводят во вращение с постоянной частотой $n_1 = 20 \text{ с}^{-1}$. Внешний цилиндр заторможен. Определить, через какой промежуток времени с момента освобождения внешнего цилиндра он приобретет частоту вращения $n_2 = 1 \text{ с}^{-1}$. При расчетах изменением относительной скорости цилиндров пренебречь. Масса m внешнего цилиндра равна 100 г .

Дано:

$$l = 0,1 \text{ м}$$

$$R = 0,05 \text{ м}$$

$$d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$n_1 = 20 \text{ с}^{-1}$$

$$n_2 = 1 \text{ с}^{-1}$$

$$m = 0,1 \text{ кг}$$

$$\Delta t = ?$$

Решение

При вращении внутреннего цилиндра слой воздуха увлекается им и начинает участвовать во вращательном движении. Вблизи поверхности этого цилиндра слой воздуха приобретает со временем практически такую же линейную скорость, как и скорость точек на поверхности цилиндра, т.е.

$$\upsilon = 2\pi n_1 (R - d).$$

Так как $d \ll R$, то приближенно можно считать

$$\upsilon \approx 2\pi n_1 R. \quad (1)$$

Вследствие внутреннего трения момент импульса передается соседним слоям газа и в конечном счете – внешнему цилиндру. За интервал времени Δt внешний цилиндр приобретает момент импульса

$$L = PR,$$

где P – импульс, полученный за время Δt внешним цилиндром.

Отсюда

$$P = \frac{L}{R}. \quad (2)$$

С другой стороны,

$$P = \eta \frac{dv}{dz} S \Delta t, \quad (3)$$

где η – динамическая вязкость газа; $\frac{dv}{dz}$ – градиент скорости; S – площадь поверхности цилиндра ($S = 2\pi Rl$).

Приравняв правые части выражений (2) и (3) и выразив из полученного равенства искомый интервал Δt , получим

$$\Delta t = \frac{L}{\eta R \frac{dv}{dz} S}. \quad (4)$$

Найдем входящие в эту формулу величины L , $\frac{dv}{dz}$ и S .

Момент импульса

$$L = I\omega_2,$$

где I – момент инерции тонкостенного цилиндра ($I = mR^2$); m – его масса; ω_2 – угловая скорость внешнего цилиндра ($\omega_2 = 2\pi n_2$).

С учетом этого запишем:

$$L = mR^2 \cdot 2\pi n_2 = 2\pi mR^2 n_2.$$

Градиент скорости

$$\frac{dv}{dz} = \frac{v}{z} = \frac{v}{d}.$$

Площадь цилиндра

$$S = 2\pi Rl.$$

Подставив в (4) выражения L , $\frac{dv}{dz}$, S , получим

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{\eta vl}.$$

Подставив v , согласно (1) найдем

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{2\pi n_1 R l \eta}. \quad (5)$$

Динамическая вязкость воздуха $\eta = 17,2 \text{ мкПа} \cdot \text{с} = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$;

$$[\Delta t] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{с} \cdot \text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{м}} = \text{с};$$

$$\Delta t = \frac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 20} = 18,5 \text{ с.}$$

Ответ: $\Delta t = 18,5 \text{ с.}$

Задача 20

Сосуд с азотом делится перегородкой на две части, в которых поддерживается различное давление газа: $P_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Па}$ и $P_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Па}$. Перегородка имеет отверстие диаметром $d = 1 \text{ см}$ (см. рисунок). Определить массу азота, протекающего в единицу времени через отверстие при температуре газа $T = 300 \text{ К}$. Газ разрежен, длина свободного пробега молекул $\lambda \gg d$.

Дано:

$$d = 10^{-2} \text{ м}$$

$$P_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Па}$$

$$P_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Па}$$

$$T = 300 \text{ К}$$

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\frac{m}{\Delta t} - ?$$

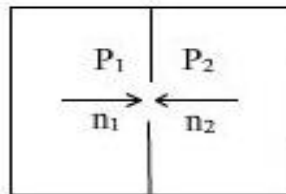
Принимая любое направление движения молекул по направлению к перегородке движется $1/4$ от общего числа молекул. Тогда среднее число ударов молекул о единицу поверхности в единицу времени выражается формулой

Решение

Число N молекул, проходящих через отверстие в единицу времени,

$$N = N_1 - N_2, \quad (1)$$

где N_1 – число молекул, движущихся слева направо; N_2 – число молекул, движущихся справа налево.



из направлений движения равновероятным считаем, что

$$v = \frac{1}{4} n \langle v \rangle,$$

можем записать:

$$N_1 = \frac{1}{4} n_1 \langle v \rangle; \quad N_2 = \frac{1}{4} n_2 \langle v \rangle, \quad (2)$$

где n_1 и n_2 – концентрация молекул; $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ – средняя арифметическая скорость движения молекул.

Концентрацию молекул найдем из уравнения состояния газа ($P = nkT$):

$$n_1 = \frac{P_1}{kT}; \quad n_2 = \frac{P_2}{kT}. \quad (3)$$

Из выражений (1) – (3) получим

$$N = \frac{1}{4} \langle v \rangle \frac{P_1 - P_2}{kT} = \frac{1}{4} \frac{P_1 - P_2}{kT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (4)$$

Формула (4) позволяет определить число молекул, проходящих в единицу времени через единицу площади отверстия. Найдем число молекул, проходящих через отверстие в единицу времени,

$$N \cdot S = \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{4} \frac{P_1 - P_2}{kT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (5)$$

где $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь отверстия.

Масса газа, протекающего через отверстие за одну секунду,

$$m = m_0 N S, \quad (6)$$

где $m_0 = \frac{M}{N_A}$ – масса одной молекулы; N_A – постоянная Авогадро.

Тогда из (5) и (6) окончательно получим:

$$\frac{m}{\Delta t} = \frac{M}{N_A} \frac{\pi d^2}{16} \frac{P_1 - P_2}{kT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \frac{d^2}{8} (P_1 - P_2) \sqrt{\frac{2\pi M}{RT}};$$

$$\left[\frac{m}{\Delta t} \right] = \frac{\text{м}^2}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}} = \text{Н} \cdot \sqrt{\frac{\text{кг}}{\text{Н} \cdot \text{м}}} = \text{Н} \cdot \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}} = \text{Н} \cdot \frac{\text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{с}};$$

$$\frac{m}{\Delta t} = \frac{(10^{-2})^2}{8} (5 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3}) \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300}} = 4 \cdot 10^{-10} \frac{\text{кг}}{\text{с}};$$

Ответ: $\frac{m}{\Delta t} = 4 \cdot 10^{-10} \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$

Задачи для проведения занятий

Пример 1. Определите: 1) среднюю длину свободного пробега молекул; 2) число соударений за 1 с, происходящих между всеми молекулами кислорода, находящегося в сосуде емкостью 2 л при температуре 27°C и давлении 100 кПа.

Решение. Средняя длина свободного пробега молекул кислорода вычисляется по формуле

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_0}, \quad (1)$$

где $d = 2,9 \cdot 10^{-10}$ м – эффективный диаметр молекулы кислорода; n_0 – число молекул в единице объема, которое можно определить согласно уравнению $p = n_0 kT$.

Число молекул равно

$$n_0 = \frac{p}{kT}, \quad (2)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Подставляя (2) в (1), имеем

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}. \quad (3)$$

Число соударений Z , которые происходят попарно между всеми молекулами в объеме за 1 с

$$Z = \frac{1}{2} \langle z \rangle N, \quad (4)$$

где N – число молекул кислорода в сосуде объемом $2 \cdot 10^{-3}$ м³; $\langle z \rangle$ – среднее число соударений одной молекулы за 1 с.

Число молекул в сосуде

$$N = n_0 V. \quad (5)$$

Среднее число соударений молекулы за 1 с

$$\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle}, \quad (6)$$

где $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекулы. Она равна

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \quad (7)$$

где $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса кислорода.

Подставляя в (4) выражения (5), (6) и (7), находим:

$$Z = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \sqrt{2} \pi d^2 p}{kT} \frac{p}{kT} V = \frac{2 \pi d^2 p^2 V}{k^2 T^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi \mu}}.$$

Выразим все величины в системе СИ и произведем вычисления:

$$Z = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2,9^2 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{1,38^2 \cdot 10^{-46} \cdot 9 \cdot 10^4} \cdot \sqrt{\frac{8,31 \cdot 300}{3,41 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 9 \cdot 10^{28};$$

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 2,9^2 \cdot 10^{-20} \cdot 10^5} = 3,56 \cdot 10^{-8}$$

Ответ: $\langle \lambda \rangle = 3,56 \cdot 10^{-8}$ м, $Z = 9 \cdot 10^{28}$.

Пример 2. Определите: 1) коэффициент самодиффузии; 2) коэффициент внутреннего трения в азоте, находящемся при температуре 300 К, давлении 10^5 Па в объеме 10^{-6} м³.

Решение. Для нахождения $\langle \lambda \rangle$ воспользуемся формулой

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}, \quad (1)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; $d = 3,1 \cdot 10^{-10}$ м – эффективный диаметр молекулы азота, и получаем $\langle \lambda \rangle \sim 10^{-7}$ м. Полагая расстояние между стенками объема $L \approx 10^{-2}$ м, получаем $\langle \lambda \rangle \ll L$. Поэтому коэффициент самодиффузии

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle, \quad (2)$$

где $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул, равная

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad (3)$$

где $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса азота; $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул. Подставляя (1) и (3) в (2), имеем

$$D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} = \frac{2kT}{3\pi d^2 p} \sqrt{\frac{RT}{\pi\mu}}.$$

Коэффициент внутреннего трения

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho,$$

где ρ – плотность газа при температуре 300 К и давлении 10^5 Па.

Для нахождения ρ воспользуемся уравнением состояния идеального газа. Запишем его для двух состояний азота: при нормальных условиях ($T_0 = 273$ К; $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па):

$$p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_0, \quad \text{и} \quad pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Учитывая, что $\rho_0 = \frac{m}{V_0}$; и $\rho = \frac{m}{V}$, имеем

$$\rho = \rho_0 \frac{pT_0}{p_0T}$$

Коэффициент внутреннего трения газа может быть выражен через коэффициент диффузии

$$\eta = D\rho = \frac{D\rho_0 pT_0}{p_0T}$$

Выразим величины в системе СИ и проведем вычисления:

$$D = \frac{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{3 \cdot 3,14 \cdot 3,1^2 \cdot 10^{-20} \cdot 10^5} \sqrt{\frac{8,31 \cdot 300}{3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 4,7 \cdot 10^{-5};$$

$$\eta = 4,7 \cdot 10^{-5} \cdot 1,25 \cdot \frac{10^5 \cdot 273}{1,01 \cdot 10^5 \cdot 300} = 5,23 \cdot 10^{-5}$$

Ответ: $D = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \eta = 5,23 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Па}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}}$

Пример 3. Два тонкостенных коаксиальных цилиндра длиной 10 см могут свободно вращаться вокруг их общей оси Z. Радиус R большого цилиндра равен 5 см. Между цилиндрами имеется зазор размером $d = 2$ мм. Оба цилиндра находятся в воздухе при нормальных условиях. Внутренний цилиндр приводят во вращение с постоянной частотой $n_1 = 20 \text{ с}^{-1}$. Внешний цилиндр покоится. Определить, через какой промежуток времени с момента

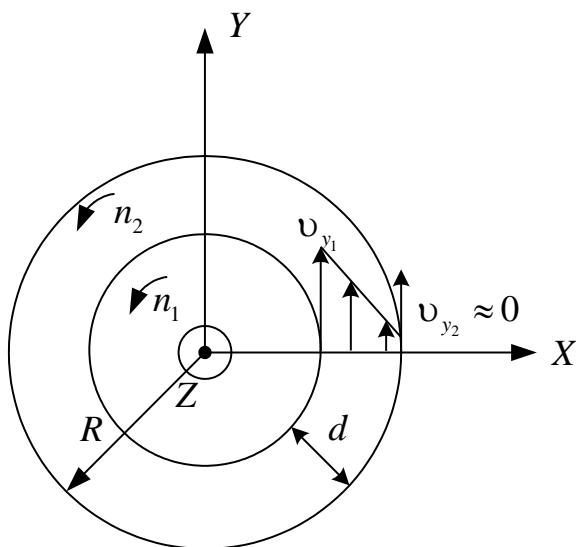


Рис. 2.5

освобождения внешнего цилиндра он приобретет частоту вращения $n_2 = 1 \text{ с}^{-1}$. При расчетах изменением относительной скорости цилиндров пренебречь. Масса m внешнего цилиндра равна 100 г. Вязкость воздуха $\eta = 17,2 \text{ мкПа}\cdot\text{с} = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Решение. При вращении внутреннего цилиндра слой воздуха увлекается им и начинает участвовать во вращательном движении. Вблизи поверхности этого цилиндра слой воздуха приобретает со временем

практически такую же линейную скорость, как и скорость точек на поверхности цилиндра, т.е. $v_{y1} = 2\pi n_1(R-d)$. Так как $R > d$, то приближенно можно считать

$$v_{y1} \approx 2\pi n_1 R \quad (1)$$

Вследствие внутреннего трения момент импульса передается соседним слоям газа и, в конечном счете, внешнему цилиндру. За интервал времени Δt внешний цилиндр (вначале покоящийся) приобретает момент импульса $L = \Delta p R$, где Δp – изменение импульса молекул, в результате столкновений с внешним цилиндром. Отсюда

$$\Delta p = \frac{L}{R} \quad (2)$$

С другой стороны согласно 2-му закону Ньютона $\Delta p = F \Delta t$

$$\Delta p = \eta \frac{dv_y}{dx} S \Delta t \quad (3)$$

где η – коэффициент внутреннего трения в газе (вязкости); $\frac{dv_y}{dx}$ – градиент скорости; S – площадь поверхности цилиндра высотой h .

Приравняв правые части выражений (2) и (3) и выразив из полученного равенства искомый интервал Δt , получим

$$\Delta t = \frac{L}{\eta R \frac{dv_y}{dx} S} \quad (4)$$

Найдем входящие в эту формулу величины L , $\frac{dv_y}{dx}$, S . Момент импульса внешнего цилиндра $L = J \omega_2$, где J – момент инерции тонкостенного цилиндра ($J = mR^2$); m – его масса; ω_2 – угловая скорость внешнего цилиндра ($\omega_2 = 2\pi n_2$). С учетом этого запишем

$$L = mR^2 2\pi n_2 = 2\pi m R^2 n_2$$

Градиент скорости $\frac{dv_y}{dx} = \frac{\Delta v_y}{\Delta x} \approx \frac{v_{y1}}{d}$. Подставив в (4) выражения L , $\frac{dv_y}{dx}$, S , получим:

$$\Delta t = \frac{m d n_2}{\eta v_{y1} \lambda}$$

Подставив v_{y1} из (1), найдем

$$\Delta t = \frac{m d n_2}{2 \pi \eta R h n_1} . \quad (5)$$

Подставив в (5) значения входящих в формулу величин и произведя вычисления, получим

$$\Delta t = 18,5 \text{ с.}$$

Ответ: $\Delta t = 18,5 \text{ с.}$

Пример 4. Пространство между двумя параллельными пластинами площадью 150 см^2 каждая, находящимися на расстоянии 5 мм друг от друга, заполнено кислородом. Одна пластина поддерживается при температуре 17°C , другая – при температуре 27°C . Определите количество теплоты, прошедшее за 5 мин посредством теплопроводности от одной пластины к другой. Кислород находится под атмосферным давлением (10^5 Па).

Эффективный диаметр молекул кислорода считать равным $0,36 \text{ нм}$.

Решение. Количество теплоты, перенесенное газом в результате теплопроводности от одной пластины к другой

$$Q = \left| \chi \frac{\Delta T}{\Delta x} S t \right| ,$$

где χ – коэффициент теплопроводности.

$$\Delta T = t_2^\circ - t_1^\circ ; \quad \chi = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle C_V .$$

C_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i R}{2 \mu} ,$$

где i – число степеней свободы (для кислорода $i = 5$); $\rho = m/V$ – плотность.

Используем уравнение Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT ,$$

откуда

$$\rho = \frac{p \mu}{RT} .$$

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}},$$

где n – концентрация газа.

Уравнение состояния идеального газа

$$p = nkT,$$

откуда

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Средняя арифметическая скорость молекулы $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$.

Так как в условиях задачи $\langle \lambda \rangle$ составляет приблизительно 10^{-7} м, выполняется условие $\langle \lambda \rangle \ll L$ (расстояние между пластинами). Поэтому

$$\chi = \frac{1}{3} \frac{i}{2} \frac{R\rho\mu}{\mu RT} \frac{k \cdot T}{\sqrt{2\pi d^2 p}} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \frac{i}{3} \frac{k}{\pi d^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi\mu}}.$$

Подставим это выражение в формулу количества теплоты:

$$Q = \frac{i}{3} \frac{k}{\pi d^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi\mu}} \frac{(t_2^\circ - t_1^\circ)}{\Delta x} St;$$

$$Q = \frac{5}{3} \cdot \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{3,14 \cdot (3,6 \cdot 10^{-10})^2} \cdot \sqrt{\frac{8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{27 - 17}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 300 = 76,4 \text{ (Äæ)}$$

Ответ: $Q = 76,4 \text{ Äæ}$.

Пример 5. Найти зависимость коэффициента диффузии от температуры при постоянном давлении.

Решение.

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{kT}{\sqrt{2\pi d^2 p}}.$$

Поэтому зависимость имеет вид $D = AT^{3/2}$ при постоянном давлении p .

Ответ: $D = AT^{3/2}$.

Пример 6. Найти зависимость коэффициента теплопроводности газа от температуры.

Решение. Поскольку

$$\chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \tilde{N}_V \rho,$$

а каждая из величин определяется как

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}; \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}; \quad C_V = \frac{i}{2\mu} R; \quad \langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p},$$

то, подставив их в первое равенство, имеем

$$\chi = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{RT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \frac{p\mu}{RT} \frac{v}{2\mu} R,$$

преобразуя, получим

$$\chi = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\mu}{\pi R}} \frac{k}{\pi d^2} \sqrt{\frac{T}{\pi\mu R}},$$

т.е. зависимость имеет вид $\chi = A\sqrt{T}$.

Ответ: $\chi = A\sqrt{T}$

Пример 7. Найти зависимость коэффициента внутреннего трения в газе от температуры.

Решение. Поскольку $\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho$, то согласно уравнению Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT; \quad \frac{p\mu}{RT} = \rho.$$

Длина пробега может быть представлена в виде

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi \langle d \rangle^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}, \text{ где учтено, что } p = nkT,$$

тогда, поскольку

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}; \quad \text{получаем} \quad \eta = \frac{1}{3} \frac{p\mu}{RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}.$$

Окончательно запишем

$$\eta = \frac{1}{3} \frac{k}{R} \sqrt{\frac{8R}{\pi\mu}} \frac{\mu}{\sqrt{2}d^2\pi} = A\sqrt{T};$$

$$\eta = A\sqrt{T},$$

где $A = \frac{1}{3} \frac{k}{\sqrt{2\pi}d^2} \sqrt{\frac{8\mu}{\pi R}} = \frac{2k}{3\pi d^2} = \sqrt{\frac{\mu}{\pi R}}$ $A = \frac{1}{3} \frac{k}{R} \sqrt{\frac{8R}{\pi\mu}} \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}d^2} = \frac{2k}{3\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\pi R}}$.

Ответ: $\eta = \frac{2k}{3\pi} \sqrt{\frac{\mu T}{\pi R}}$.

Пример 8. Найти коэффициент теплопроводности водорода, если известно, что коэффициент вязкости (внутреннего трения) для него при этих условиях равен $8,6 \cdot 10^{-6}$ кг/м*с.

Решение.

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho; \quad \chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \tilde{N}_V \rho; \quad C_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}; \quad \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho = 3\eta;$$

$$\chi = \frac{3\eta}{3} C_V = \frac{i}{2} \eta \cdot R;$$

$$\chi = \frac{1}{2} 86 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 10^3 = 90 \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^{-8} = 0,09 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$$

Ответ: $\chi = 0,09 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$.

Пример 9. Определите, во сколько раз отличаются коэффициенты вязкости η углекислого газа и азота, если оба газа находятся при одинаковых условиях.

Решение.

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho; \quad \rho = \frac{p\mu}{RT}; \quad \langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2\pi}d^2 p}; \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}};$$

$$\eta_1 = \frac{1}{3} \frac{p\mu_1}{RT} \frac{kT}{\sqrt{2\pi}d_1^2 p} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_1}}; \quad \eta_2 = \frac{1}{3} \frac{p\mu_2}{RT} \frac{kT}{\sqrt{2\pi}d_2^2 p} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_2}};$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{d_2^2}{d_1^2} \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}.$$

Ответ: $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}$.

Тема 3. Термодинамика. Агрегатное состояние вещества

Методические рекомендации по решению задач

При решении термодинамических задач желательно проводить анализ характера теплового движения молекул, учитывать, что изменение внутренней энергии определяется начальным и конечным состояниями газа, а количество теплоты и работа зависят от способа, при помощи которого газ переходит из одного состояния в другое.

В изохорном и изобарном процессах количество теплоты, полученное газом, всегда связано с изменением его температуры:

$$dQ = \nu C dT,$$

где $C = C_V$ при изохорном процессе и $C = C_p$ при изобарном (при этом $C_p > C_V$).

При изотермическом и адиабатическом процессах не существует связи между приращением температуры газа и количеством теплоты, полученным им, по той причине, что в первом процессе отсутствует изменение температуры ($dT = 0$), хотя газ при этом получает или отдает тепло, а во втором процессе, наоборот, газ не получает и не отдает тепла ($dQ = 0$), хотя при этом изменяется его температура. При расчете изменения энтропии следует учитывать, что энтропия так же, как и внутренняя энергия, является функцией состояния, т.е. изменение ее не зависит от процесса, а определяется начальным и конечным состояниями системы.

Рассчитывая изменение энтропии тела по формуле

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T},$$

следует помнить, что здесь dQ означает количество теплоты, полученное телом. Поэтому, если тело отдаст тепло, величину dQ следует ставить в эту формулу со знаком «-».

Если переход тела из начального состояния в конечное осуществляется несколькими, последовательно протекающими процессами, то полное изменение энтропии равно алгебраической сумме изменений энтропии в каждом процессе.

Данное соотношение выражает изменение энтропии только в обратимом процессе.

Рассматриваются процессы в реальных газах при температуре T не ниже критической T_k .

Обычно в условии задачи оговаривают те случаи, когда газ надо рассматривать как реальный. В противном случае следует выяснить этот вопрос, чтобы из двух уравнений состояния газа – Клапейрона – Менделеева и Ван-дер-Ваальса – выбрать одно для решения задачи. При этом газ следует считать реальным прежде всего в тех случаях, когда он очень сильно

уплотнен (сжат) по сравнению с газом, взятым при нормальных условиях.

Если из условия задачи нельзя сразу сделать вывод о том, каким следует считать данный газ – идеальным или реальным, – надо найти его молярный объем V_0 и сравнить его с молярным объемом, занимаемым любым газом при нормальных условиях: $V_{0\text{ норм}} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$. Если при этом окажется, что $V_0 \geq V_{0\text{ норм}}$, т.е. данный газ не более плотен, чем при нормальных условиях, его можно без большой погрешности считать идеальным. Если же $V_0 < V_{0\text{ норм}}$, т.е. плотность данного газа значительно превышает ее значение при нормальных условиях, газ следует считать реальным.

В остальных случаях ($V_0 < V_{0\text{ норм}}$) надо предположить, что данный газ реальный, и найти поправки на давление a/V^2 и объем b , стоящие в уравнении Ван-дер-Ваальса, а затем сравнить их с величинами p и V_0 (разумеется, если обе они даны в условии). Отбрасывая эти поправки в случае их малости (при этом получим уравнение состояния идеального газа) или оставляя их, мы тем самым решаем вопрос о выборе уравнения.

Если в задаче неизвестной величиной является объем или масса газа и, следовательно, нельзя вычислить молярный объем V_0 , критерием выбора уравнения состояния часто может служить величина давления газа. Так, при давлении, не превышающем нормальное атмосферное ($p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$), газ будет достаточно разрежен и его можно считать идеальным (если температура его не очень низка по сравнению с нормальной ($t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$)). Наоборот, при давлении $p \gg p_0$ газ будет сильно уплотнен и его следует считать реальным (если температура не очень высока по сравнению с t_0). В этом случае приходится решать уравнение Ван-дер-Ваальса, являющееся кубическим относительно V_0 .

Примеры решения задач

Задача 1

Найти работу A расширения двухатомного идеального газа, которому при постоянном давлении сообщено количество теплоты $Q = 4,9 \text{ кДж}$.

Дано:

$$i = 5$$

$$Q = 4,9 \text{ кДж.}$$

$$P = \text{const}$$

$$A = ?$$

Решение

Работа газа при изобарическом процессе ($P = \text{const}$) определяется формулой

$$A = P(V_2 - V_1), \quad (1)$$

где V_1 и V_2 – начальный и конечный объемы газа.

Для двух состояний газа (до и после сообщения газу количества теплоты Q) запишем уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$PV_1 = \nu RT_1; \quad (2)$$

$$PV_2 = \nu RT_2, \quad (3)$$

где T_1 и T_2 – температуры газа до и после нагревания.

Вычтем из уравнения (3) уравнение (2):

$$P(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1).$$

Тогда из (1) следует:

$$A = \nu R(T_2 - T_1). \quad (4)$$

Найдем по формуле

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_V T$$

изменение внутренней энергии газа ΔU :

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R(T_2 - T_1), \quad (5)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа, $i = 5$ для двухатомного газа.

Из сравнения выражений (4) и (5) видно, что

$$\Delta U = \frac{i}{2} A. \quad (6)$$

Согласно первому началу термодинамики теплота, сообщенная телу,

$$Q = \Delta U + A. \quad (7)$$

Подставив (6) в (7), получим:

$$Q = \frac{i}{2} A + A = \frac{i+2}{2} A,$$

откуда

$$A = \frac{2}{i+2} Q;$$

$$A = \frac{2}{5+2} 4,9 \cdot 10^3 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 1,4 \text{ кДж.}$$

Ответ: $A = 1,4$ кДж.

Задача 2

Идеальный газ, занимавший объем $V_1 = 10$ л при давлении $P = 10^5$ Па и температуре $T_1 = 300$ К, был нагрет при постоянном давлении до температуры $T_2 = 510$ К. Найти работу расширения газа.

Дано:

$$V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$T_2 = 510 \text{ К}$$

$$A = ?$$

Решение

Работа газа при изобарном процессе определяется формулой

$$A = P(V_2 - V_1), \quad (1)$$

где V_1 и V_2 – начальный и конечный объемы газа.

Согласно закону Гей-Люссака $\frac{V}{T} = \text{const}$, или

для двух состояний газа имеем:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

откуда

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим:

$$A = P \left(V_1 \frac{T_2}{T_1} - V_1 \right) = \frac{PV_1}{T_1} (T_2 - T_1);$$

$$[A] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{К}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{300} (510 - 300) = 700 \text{ Дж} = 0,7 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 0,7$ кДж.

Задача 3

Азот массой $m = 100$ г нагрет при постоянном давлении на $\Delta T = 50$ К. Найти работу расширения газа и приращение ΔU его внутренней энергии.

Дано:

$$m = 0,1 \text{ кг}$$

$$T = 50 \text{ К}$$

$$A; \Delta U_P = ?$$

Решение

Работа, совершаемая газом при $P = \text{const}$,

$$A = P(V_2 - V_1) = P\Delta V,$$

где ΔV – увеличение объема газа.

Используя уравнение состояния, запишем:

$$P\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T,$$

следовательно,

$$A = \frac{m}{M} R\Delta T;$$

$$[A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{0,1 \cdot 8,31 \cdot 50}{28 \cdot 10^{-3}} = 14800 \text{ Дж} = 14,8 \text{ кДж}.$$

Изменение внутренней энергии газа можно определить по формуле

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R\Delta T;$$

$$[\Delta U] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{0,1 \cdot 8,31 \cdot 50}{28 \cdot 10^{-3}} = 37 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 37 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 14,8 \text{ кДж}$; $\Delta U = 37 \text{ кДж}$.

Задача 4

Найти работу, совершаемую при изотермическом расширении кислорода массой $m = 20 \text{ г}$, находящегося при температуре $t = -20^\circ \text{C}$, если его давление изменяется от $P_1 = 500 \text{ кПа}$ до $P_2 = 50 \text{ кПа}$.

Дано:

$$m = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T = 235 \text{ К}$$

$$P_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$\dot{A} \text{ — ?}$$

Решение

Работа газа при изотермическом процессе ($T = \text{const}$) определяется по формуле

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (1)$$

Для изотермического процесса справедлив закон Бойля – Мариотта:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2,$$

откуда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}. \quad (2)$$

Подставив выражение (2) в (1), получим:

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_1}{P_2}; [A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 253 \ln \frac{5 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^4} = 3 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 3 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 3 \text{ кДж}$.

Задача 5

Баллон емкостью $V = 20 \text{ л}$ с кислородом при давлении $P_1 = 10 \text{ МПа}$ и температуре $t_1 = 7^\circ \text{C}$ нагревается до $t_2 = 27^\circ \text{C}$. Какое количество теплоты при этом поглощает газ?

Дано:

$$V = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3;$$

$$P_1 = 10^7 \text{ Па};$$

$$T_1 = 280 \text{ К};$$

$$T_2 = 300 \text{ К};$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

$$Q = ?$$

Решение

Если объем газа не изменяется, то процесс изохорический, первое начало термодинамики запишется так: $dQ = dU$, то есть все тепло идет на приращение внутренней энергии;

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T;$$

где $i = 5$ (число степеней свободы для двухатомной молекулы);

$$\Delta T = T_2 - T_1.$$

Из уравнения газового состояния найдем число молей газа:

$$P_1 V = \frac{m}{M} R T_1; \frac{m}{M} = \frac{P_1 V}{R T_1};$$

$$Q = \frac{i}{2} \frac{P_1 V}{R T_1} R (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \frac{P_1 V}{T_1} (T_2 - T_1);$$

$$[Q] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{К}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$Q = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 20}{2 \cdot 280} = 357 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 357 \text{ кДж}$.

Задача 6

Определить количество теплоты, поглощаемое водородом массой $m = 0,2$ кг при нагревании его от температуры $t_1 = 0^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$ при постоянном давлении. Найти также изменение внутренней энергии газа и совершаемую им работу.

Дано:

$$m = 0,2 \text{ кг}$$

$$t_1 = 0^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 100^\circ\text{C}$$

$$P = \text{const.}$$

$$Q; \Delta U; \dot{A} \text{ — ?}$$

Решение

Количество теплоты Q , поглощаемое газом при изобарном нагревании, определяется по формуле

$$Q = mc_p \Delta T, \quad (1)$$

где m – масса нагреваемого газа; c_p – его удельная теплоемкость при постоянном давлении; ΔT – изменение температуры газа.

Как известно,

$$c_p = \frac{i + 2}{2} \frac{R}{M}.$$

Подставив это выражение c_p в формулу (1), получим

$$Q = m \frac{i + 2}{2} \frac{R}{M} \Delta T;$$

$$[Q] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$Q = 0,2 \frac{7}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} 100 = 291 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 291 \text{ кДж}.$$

Внутренняя энергия выражается формулой

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

а изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T;$$

$$[\Delta U] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{0,2 \cdot 8,31 \cdot 100}{2 \cdot 10^{-3}} = 208 \text{ кДж}.$$

Работу расширения газа определим по формуле, выражающей первое начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$, откуда

$$A = Q - \Delta U;$$

$$A = 291 \text{ кДж} - 208 \text{ кДж} = 83 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 291 \text{ кДж}$; $\Delta U = 208 \text{ кДж}$; $A = 83 \text{ кДж}$.

Задача 7

Кислород массой $m = 2 \text{ кг}$ при температуре $T_1 = 293 \text{ К}$ сжимается адиабатически. Найти конечную температуру газа T_2 , если в процессе сжатия была совершена работа $A = 200 \text{ кДж}$.

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$T = 293 \text{ К}$$

$$A = 200 \text{ кДж}$$

$$T_2 = ?$$

Решение

Работа адиабатического сжатия газа определяется по формуле

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{m}{M} \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{R}{\gamma - 1} \Delta T,$$

где $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ – показатель адиабаты; $c_P = \frac{(i+2)R}{2}$ – молярная теплоемкость

при постоянном давлении; $c_V = \frac{iR}{2}$ – молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Тогда

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

Так как для двухатомного газа число степеней свободы молекулы $i = 5$, из выражения работы найдем ΔT :

$$\Delta T = \frac{AM(\gamma - 1)}{mR}; \quad T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + \frac{AM(\gamma - 1)}{mR};$$

$$[T_2] = \text{К} + \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж}} = \text{К};$$

$$T_2 = 293 + \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4}{2 \cdot 8,31} = 447 \text{ К}.$$

Ответ: $T_2 = 447 \text{ К}$.

Задача 8

Температура кислорода массой $m = 40$ г в процессе адиабатического расширения понизилась на $\Delta T = 20$ К. Найти работу расширения газа.

Дано:

$$m = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\Delta T = 20 \text{ К}$$

$$A = ?$$

Решение

Работа газа в адиабатическом процессе совершается за счет уменьшения внутренней энергии газа, т.е. $A = -\Delta U$, с учетом формулы

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T$$

получаем:

$$A = -\frac{m}{M} C_V \Delta T,$$

где $C_V = \frac{iR}{2}$ – молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Для двухатомного газа $i = 5$, тогда

$$A = -\frac{m}{M} \frac{iR}{2} \Delta T;$$

$$[A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = -\frac{40 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5 \cdot 8,31}{2} \cdot 20 = -519 \text{ Дж.}$$

Ответ: $A = -519$ Дж.

Задача 9

Азот массой $m = 20$ г при температуре $T_1 = 293$ К был сжат адиабатически. Объем газа уменьшился в $n = 5$ раз. Найти температуру газа T_2 после сжатия.

Дано:

$$m = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$T_1 = 293 \text{ К}$$

$$n = \frac{V_1}{V_2} = 5$$

$$T_2 = ?$$

Решение

Связь между начальными и конечными значениями температуры T и объема V газа при адиабатическом процессе устанавливается уравнением Пуассона

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{nV_1}{V_1} \right)^{\gamma-1} = n^{\gamma-1},$$

$$\text{где } \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}.$$

Так как газ двухатомный, то $i = 5$ и $\gamma = \frac{i+2}{2} = 1,4$.

Тогда

$$T_2 = T_1 n^{0,4};$$

$$T_2 = 293 \cdot 5^{0,4} = 558 \text{ К.}$$

Ответ: $T_2 = 558 \text{ К.}$

Задача 10

Азот, занимавший объем $V_1 = 6 \text{ л}$, адиабатически сжимался до объема $V_2 = 3 \text{ л}$. При этом давление повысилось до $P_2 = 1,5 \text{ МПа}$. Найти давление газа до сжатия.

Дано:

$$V_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_2 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$P_1 = ?$$

Решение

Согласно уравнению Пуассона

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma},$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i} = 1,4$ для двухатомного газа.

Тогда

$$P_1 = P_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma};$$

$$P_1 = 1,5 \cdot 10^6 \left(\frac{3 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,4} = 0,57 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,57 \text{ МПа.}$$

Ответ: $P_1 = 0,57$ МПа.

Задача 11

Кислород занимает объем $V_1 = 1 \text{ м}^3$ и находится под давлением $P_1 = 200$ кПа. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме – до давления $P_2 = 500$ кПа. Построить график процесса и найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A ; 3) количество теплоты Q , переданное газу.

Дано:

$$\begin{aligned} V_1 &= 1 \text{ м}^3 \\ P_1 &= 200 \text{ кПа} \\ V_2 &= 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \\ P_2 &= 500 \text{ кПа} \\ \hline Q; \Delta U; A &- ? \end{aligned}$$

Решение

Построим график процесса (см. рисунок). На графике точками 1, 2, 3 обозначены состояния газа, характеризующиеся параметрами $(P_1V_1T_1)$, $(P_1V_2T_2)$, $(P_2V_2T_3)$.

1. Изменение внутренней энергии газа при переходе его из состояния 1 в состояние 3 выражается формулой

$$\Delta U = c_V m \Delta T,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; m – масса газа; ΔT – разность температур, соответствующих конечному 3 и начальному 1 состояниям, т.е. $\Delta T = T_3 - T_1$.

Так как $c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$, где M – молярная масса газа,

то

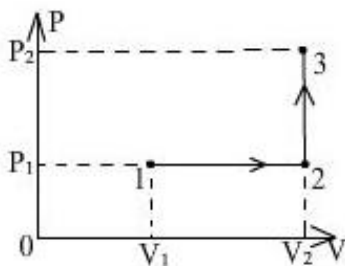
$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_3 - T_1), \quad (1)$$

где $i = 5$.

Температуры T_1 и T_3 выразим из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{M} RT;$$

$$T_1 = \frac{MP_1V_1}{mR}; \quad T_3 = \frac{MP_2V_2}{mR}.$$



С учетом этого равенство (1) перепишем в виде

$$\Delta U = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1);$$

$$[\Delta U] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2}(5 \cdot 10^5 \cdot 3 - 2 \cdot 10^5 \cdot 1) = 3,25 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,25 \text{ МДж}.$$

2. Полная работа, совершенная газом, $A = A_1 + A_2$, где A_1 – работа на участке 1-2; A_2 – работа на участке 2-3. На участке 1-2 давление постоянно ($P = \text{const}$). Работа в этом случае выражается формулой $A_1 = P_1 \Delta V = P_1(V_2 - V_1)$. На участке 2-3 объем газа не изменяется, и, следовательно, работа газа на этом участке равна нулю ($A_2 = 0$).

Таким образом,

$$A = A_1 = P_1(V_2 - V_1);$$

$$[A] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = 2 \cdot 10^5 \cdot 2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па} = 0,4 \text{ МДж}.$$

3. Согласно первому началу термодинамики количество теплоты Q , переданное газу, равно сумме работы A , совершенной газом, и изменения ΔU внутренней энергии:

$$Q = \Delta U + A;$$

$$Q = 0,4 \text{ МДж} + 3,25 \text{ МДж} = 3,65 \text{ МДж}.$$

Ответ: $\Delta U = 3,25 \text{ МДж}$; $A = 0,4 \text{ МДж}$; $Q = 3,65 \text{ МДж}$.

Задача 12

Газ, занимавший объем 20 л при нормальных условиях, был изобарически нагрет до 80°C . Определить работу расширения газа.

Дано:

$$V_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$P_1 = P_2 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$T_2 = 353 \text{ К}$$

$$A = ?$$

Решение

Работа расширения газа A при изобарическом процессе определяется по следующей формуле:

$$A = \frac{m}{M} R \Delta T.$$

Число молей газа $\frac{m}{M}$ определим из уравнения

Менделеева – Клапейрона:

$$P_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1 \quad \text{или} \quad \frac{m}{M} = \frac{P_1 V_1}{R T_1}.$$

Тогда

$$A = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Delta T; \quad [A] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{К}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 80}{273} = 592 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 592$ Дж.

Задача 13

Определить скорость вылета поршня массой 4 кг из цилиндра при адиабатическом расширении воздуха в 40 раз, если начальное давление воздуха 10^7 Па, а объем 0,3 л.

Дано:

$$m = 4 \text{ кг}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 40$$

$$P_1 = 10^7 \text{ Па}$$

$$V_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$v - ?$

Решение

Работа A , совершаемая адиабатически расширяющимся воздухом, в данном случае идет на увеличение кинетической энергии поршня, т.е.

$$A = \frac{m v^2}{2},$$

где m и v – масса и скорость поршня.

Для подсчета работы адиабатически расширяющегося газа воспользуемся формулой

$$A = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

где γ – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и

постоянном объеме, $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i + 2}{i} = \frac{7}{5} = 1,4$;

$$A = \frac{10^7 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}}{0,4} [1 - 0,22] = 5,85 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Так как

$$A = \frac{mv^2}{2}, \text{ то } v = \sqrt{\frac{2A}{m}};$$

$$v = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,85 \cdot 10^3}{4}} = 54 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $v = 54 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 14

Молекулярный пучок кислорода ударяется о неподвижную стенку. После соударения молекулы отражаются от стенки с той же по модулю скоростью. Определить давление пучка на стенку, если скорость молекул $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и концентрация молекул в пучке $5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Дано:

$$n_0 = 5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$$

$$v = 500 \text{ м/с}$$

$$P - ?$$

Решение

Давление определяется по формуле

$$P = \frac{F}{S}, \quad (1)$$

где F – сила давления; S – площадь.

Силу давления найдем из второго закона Ньютона:

$$Ft = m\Delta v, \quad (2)$$

где m – масса кислорода, ударившегося о стенку за время t , Δv – изменение скорости молекул при ударе.

Массу одной молекулы кислорода найдем из закона Авогадро:

$$m_1 = \frac{M}{N_A}, \quad (3)$$

где $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ – молярная масса кислорода; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – постоянная Авогадро.

За время t о стенку ударяются молекулы, находящиеся в объеме $V = Svt$, масса которых

$$m = m_1 n_0 S v t. \quad (4)$$

Изменение скорости при соударении

$$\Delta v = v - (-v) = 2v. \quad (5)$$

Подставляя выражения (3) – (5) в (2), находим:

$$Ft = \frac{Mn_0 S v t 2v}{N_A} = \frac{2Mn_0 v^2 t S}{N_A},$$

откуда

$$P = \frac{F}{S} = \frac{2Mn_0 v^2}{N_A};$$

$$[P] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па};$$

$$P = \frac{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{24}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,33 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $P = 1,33 \cdot 10^5$ Па.

Задача 15

В цилиндре под поршнем находится водород, который имеет массу 0,02 кг и начальную температуру 27°C . Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в 5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

Дано:

$$m = 0,02 \text{ кг}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 5$$

$$i = 5$$

$$T_2; A \text{ — ?}$$

Решение

При адиабатном процессе температура и объем газа связаны соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1},$$

где $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ — отношение теплоемкостей газа при

постоянном давлении и постоянном объеме.

Для водорода $\gamma = 1,4$.

Отсюда выражение для конечной температуры T_2 :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 300 \left(\frac{1}{5} \right)^{0,4} = 157 \text{ К.}$$

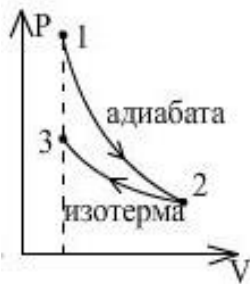
Работу A_1 газа при адиабатном расширении можно определить по формуле

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2);$$

$$[A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} (300 - 157) = 2,97 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде:



$$A = RT_2 \frac{m}{M} \ln \frac{V_2}{V_1};$$

$$[A] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{0,02 \cdot 157 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{1}{5} = -2,1 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Знак «минус» показывает, что при сжатии газа работа совершается над газом внешними силами.

Полная работа, совершенная газом при описанных процессах,

$$A = 2,97 \cdot 10^4 - 2,1 \cdot 10^4 = 8,7 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

График процесса приведен на рисунке.

Ответ: $T_2 = 157 \text{ К}$; $A = 8,7 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

Задача 16

Азот массой $m=10$ г, находящийся при нормальных условиях, сжимается до объема $V_2=1,4$ л. Найти давление P_2 , температуру T_2 и работу сжатия A , если азот сжимается: 1) изотермически; 2) адиабатически.

Дано:

$$m=0,01 \text{ кг}$$

$$V_2=1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$M=28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P_1=10^5 \text{ Па}$$

$$T_1=273 \text{ К}$$

$$P_2; T_2; A - ?$$

Решение

1. При изотермическом сжатии газа $T = \text{const}$, поэтому $T_2 = T_1 = 273 \text{ К}$.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$P_2 V_2 = \frac{m}{M} RT_2 \text{ найдем давление газа:}$$

$$P_2 = \frac{mRT_2}{MV_2};$$

$$[P_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па};$$

$$P_2 = \frac{0,01 \cdot 8,31 \cdot 273}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 1,4 \cdot 10^{-3}} = 5,78 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Работа при изотермическом сжатии определяется формулой

$$A = RT_1 \frac{m}{M} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

По закону Бойля – Мариотта запишем: $P_1 V_1 = P_2 V_2$, откуда найдем соотношение

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Тогда

$$A = RT_1 \frac{m}{M} \ln \frac{P_1}{P_2};$$

$$[A] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{0,01 \cdot 273 \cdot 8,31}{28 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{1}{6} = -1,42 \cdot 10^3 \text{ Дж} = -1,42 \text{ кДж.}$$

2. Поскольку азот двухатомный газ, то $\gamma = 1,4$ (см. предыдущие задачи). Из уравнения Пуассона для адиабатического сжатия запишем:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \quad (1)$$

или

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}. \quad (2)$$

Поделив уравнение (1) на (2), получим:

$$\frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{[\gamma - (\gamma-1)]} = \frac{V_2}{V_1},$$

откуда

$$V_1 = \frac{V_2 P_2 T_1}{P_1 T_2}.$$

Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона

$$P_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1,$$

тогда

$$V_1 = \frac{m}{M} \frac{R T_1}{P_1}. \quad (3)$$

Подставив выражение (3) в (1), получим:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2 M P_1}{m R T_1} \right)^\gamma,$$

откуда

$$P_2 = \frac{P_1}{\left(\frac{V_2 M P_1}{m R T_1} \right)^\gamma};$$

$$[P_2] = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{Па}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{Н}} = \text{Па};$$

$$P_2 = \frac{10^5}{\left(\frac{1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{0,01 \cdot 273 \cdot 8,31} \right)^{1,4}} = 11,6 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Подставив (3) в (2), получим:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2 MP_1}{mRT_1} \right)^{\gamma-1},$$

откуда

$$T_2 = \frac{T_1}{\left(\frac{V_2 MP_1}{mRT_1} \right)^{\gamma-1}};$$

$$[T_2] = \frac{\text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{Па}} = \frac{\text{К} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{Н}} = \text{К};$$

$$T_2 = \frac{273}{\left(\frac{1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{0,01 \cdot 273 \cdot 8,31} \right)^{0,4}} = 545 \text{ К}.$$

Работу адиабатического сжатия определим по формуле

$$A = \frac{mT_1}{M} \frac{R}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right);$$

$$[A] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{0,01 \cdot 273 \cdot 8,31}{28 \cdot 10^{-3} (1,4-1)} \left(1 - \frac{545}{273} \right) = -2,02 \cdot 10^3 \text{ Дж} = -2,02 \text{ кДж}.$$

Ответ: 1) $P_1 = 5,78 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $T_2 = 273 \text{ К}$; $A = -1,42 \text{ кДж}$;

2) $P_2 = 11,6 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $T_2 = 545 \text{ К}$; $A = -2,02 \text{ кДж}$.

Задача 17

Объем газа при адиабатическом расширении увеличился в два раза, а температура уменьшилась в 1,32 раза. Найти число степеней свободы молекул этого газа.

Дано:

$$\frac{V_2}{V_1} = 2$$

$$\frac{T_1}{T_2} = 1,32$$

$$i \text{ - ?}$$

Решение

Показатель адиабаты равен $\gamma = \frac{i+2}{i}$.

Запишем уравнение Пуассона:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}.$$

По условию $\frac{T_1}{T_2} = 1,32$, а $\frac{V_2}{V_1} = 2$, тогда

$$2^{\gamma-1} = 1,32 \quad \text{или} \quad \left(\frac{i+2}{i} - 1 \right) \ln 2 = \ln 1,32,$$

отсюда

$$\frac{i+2-i}{i} = \frac{2}{i} = \frac{\ln 1,32}{\ln 2} = 0,4$$

или

$$\frac{2}{i} = 0,4, \quad \text{откуда} \quad i = \frac{2}{0,4} = 5.$$

Ответ: $i = 5$.

Задача 18

Кислород нагревают от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 60^\circ\text{C}$. Масса кислорода $m = 160$ г. Найти количество поглощенной теплоты и изменение внутренней энергии при изохорическом и изобарическом процессах. Начальное давление близко к атмосферному.

Дано:

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m = 0,16 \text{ кг}$$

$$T_1 = 323 \text{ К}$$

$$T_2 = 333 \text{ К}$$

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$P = \text{const}$$

$$V = \text{const}$$

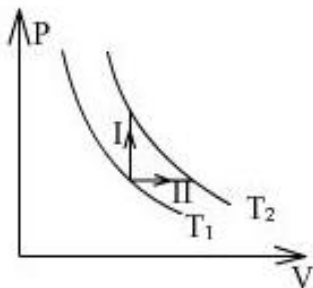
$$Q; \Delta U_V; \Delta U_P - ?$$

Решение

При давлении, близком к атмосферному, газ можно считать идеальным. Графики изохорного (I) и изобарного (II) процессов (см. рисунок) лежат между одними и теми же изотермами, следовательно, изменение внутренней энергии газа должно быть одинаковым:

$$\Delta U_P = \Delta U_V = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T = 1037,5 \text{ Дж},$$

где $i = 5$ (число степеней свободы двухатомной молекулы кислорода O_2).



Количество поглощенной теплоты характеризуется молярной теплоемкостью. Для изохорического процесса (см. рис.)

$$Q_V = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1),$$

где C_V — молярная теплоемкость при постоянном объеме;

$$C_V = \frac{iR}{2}.$$

Первое начало термодинамики для изохорического процесса ($V = \text{const}$; $\Delta V = 0$; $A = 0$):

$$Q_V = \Delta U_V = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T;$$

$$[Q_V] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$Q_V = \frac{0,16}{32 \cdot 10^{-3}} \frac{5}{2} 8,31 \cdot 10 = 1037,5 \text{ Дж}.$$

Для изобарического процесса

$$Q_P = \frac{m}{M} C_P (T_2 - T_1),$$

где C_P – молярная теплоемкость при постоянном давлении, по уравнению Майера

$$C_P = C_V + R; \quad C_P = \frac{iR}{2} + R = \frac{(i+2)R}{2};$$

$$Q_P = \frac{m}{M} \frac{(i+2)R}{2} (T_2 - T_1);$$

$$[Q_P] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$Q_P = \frac{0,16}{32 \cdot 10^{-3}} \frac{(5+2)}{2} 8,31 \cdot 10 = 1452,5 \text{ Дж};$$

$Q_P > Q_V$ – количество теплоты для нагревания при изобарическом процессе больше, чем при изохорическом процессе, так как часть энергии идет на совершение работы при увеличении объема, очевидно, разность $(Q_P - \Delta U_P)$ равна работе, совершаемой газом при изобарическом нагревании.

Ответ: $\Delta U_P = \Delta U_V = 1037,5 \text{ Дж}$; $Q_V = 1037,5 \text{ Дж}$; $Q_P = 1452,5 \text{ Дж}$.

Задача 19

Азот, занимавший при давлении $P = 10^5 \text{ Па}$ объем $V_1 = 10 \text{ л}$, расширился вдвое: $V_2 = 2V_1$. Найти конечное давление и работу, совершаемую газом, при

следующих процессах: 1) изобарном (1-1'); 2) изотермическом (1-2); 3) адиабатном (1-3) (см. рисунок).

Дано:

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$V_1 = 0,01 \text{ м}^3$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$1) P = \text{const};$$

$$2) T = \text{const};$$

$$3) dQ = 0.$$

$$A; P_2 - ?$$

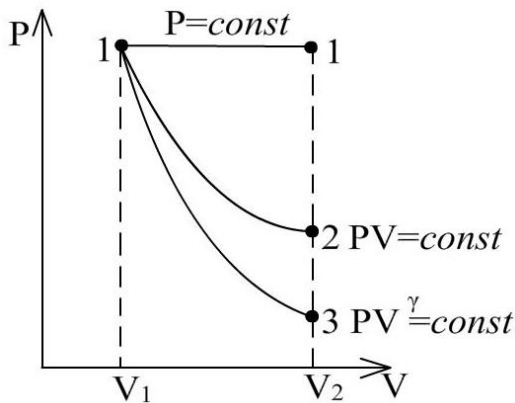
Решение

Полная работа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV,$$

совершаемая газом при расширении от объема V_1 до объема V_2 , определяется площадью, ограниченной осью абсцисс, кривой $P = f(V)$ и прямыми V_1 и V_2 (см. рис.).

Следовательно, наибольшая работа будет совершена при изобарном процессе (1-1'), наименьшая – при адиабатном (1-3), так как работа совершается только за счет убыли внутренней энергии.



1. При изобарном процессе $P = \text{const}$;

$$P_2 = P_1 = 10^5 \text{ Па};$$

$$A_{1-1'} = P_1(V_2 - V_1);$$

$$A_{1-1'} = P_2(2V_1 - V_1) = P_1V_1;$$

$$A_{1-1'} = 10^5 \cdot 10^{-2} = 10^3 \text{ Дж}.$$

2. При изотермическом процессе $T = \text{const}$;

$$P_1V_1 = P_2V_2;$$

$$P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2} = \frac{P_1V_1}{2V_1} = \frac{P_1}{2};$$

$$P_2 = \frac{10^5}{2} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV;$$

$$P = \frac{P_1V_1}{V};$$

$$A_{1-2} = P_1V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = P_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1};$$

$$A_{1-2} = 10^5 \cdot 10^{-2} \ln 2 = 10^3 \cdot 0,69 = 690 \text{ Дж}.$$

3. При адиабатном процессе $PV^\gamma = \text{const}$;

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma.$$

Конечное давление

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma,$$

где $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ – показатель адиабаты;

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,4.$$

Азот N_2 , молекула двухатомная. Число степеней свободы $i = 5$;

$$P_2 = 10^5 \left(\frac{1}{2} \right)^{1,4} = 0,38 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

При адиабатном процессе нет теплообмена с окружающей средой, $\Delta Q = 0$; первое начало термодинамики запишется так:

$$0 = \Delta U + A_{1-3};$$

$$A_{1-3} = -\Delta U.$$

Газ расширяется за счет убыли внутренней энергии:

$$A_{1-3} = -\frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1).$$

Из уравнения газового состояния для первого состояния

$$P_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1; \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{\frac{m}{M} R}.$$

Для второго состояния

$$P_2 V_2 = \frac{m}{M} R T_2; \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{\frac{m}{M} R}.$$

Подставляем в формулу работы:

$$A_{1-3} = -\frac{i}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1);$$

$$[A_{1-3}] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A_{1-3} = -\frac{5}{2} \left(0,38 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} - 10^5 \cdot 10^{-2} \right) = -\frac{5}{2} 10^3 (0,76 - 1) = 600 \text{ Дж}.$$

Ответ: 1) $P = 10^5 \text{ Па}$; $A = 1000 \text{ Дж}$; 2) $P = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $A = 690 \text{ Дж}$;
3) $P = 0,38 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $A = 600 \text{ Дж}$.

Задача 20

Двухатомный идеальный газ, занимавший при давлении $P_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ объем $V_1 = 4 \text{ л}$, расширяют до объема $V_3 = 6 \text{ л}$, при этом давление падает до значения $P_3 = 10^5 \text{ Па}$. Процесс происходит сначала по адиабате, затем по изохоре. Определить работу сил давления газа, изменение его внутренней энергии и количество поглощенной теплоты при этом переходе.

Дано:

$$i = 5$$

$$P_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_3 = 10^5 \text{ Па};$$

$$V_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$V_3 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$(1-2) PV^\gamma = \text{const};$$

$$(2-3) V = \text{const}.$$

$$A, Q, \Delta U. - ?$$

Решение

Газ участвует в двух процессах: 1) адиабатное расширение (1-2), где объем полностью переходит в конечное состояние; 2) изохорный процесс (2-3), который приводит газ к давлению в конечном состоянии (см. рисунок).

Чтобы определить, как проходит изохорный процесс, при нагревании или при охлаждении, надо найти промежуточное давление P_2 .

Согласно уравнению адиабаты

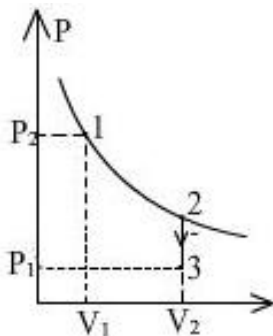
$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma; \quad P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma.$$

$$[P_2] = \text{Па}.$$

Газ двухатомный, следовательно,

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,4;$$

$$P_2 = 3 \cdot 10^5 \left(\frac{4}{6} \right)^{1,4} = 1,7 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$



Это больше, чем $P_3 = 10^5$ Па.

Из этого следует, что при изохорическом переходе давление уменьшается; так как $\frac{P}{T} = \text{const}$, то газ должен охладиться.

Чтобы найти работу A_{1-3} и количество поглощенной теплоты Q_{1-3} при переходе из состояния 1 в состояние 3, надо рассмотреть каждый из процессов отдельно.

При этом $A_{1-3} = A_{1-2} + A_{2-3}$; $Q_{1-3} = Q_{1-2} + Q_{2-3}$.

Работа сил давления газа для изохорного процесса (2-3) равна нулю, а для адиабатического процесса (1-2)

$$A_{1-2} = -\Delta U_{1-2};$$

$$A_{1-2} = -\frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1).$$

Из уравнения газового состояния Менделеева – Клапейрона выразим T_2 и T_1 :

$$\begin{aligned} P_1 V_1 &= \frac{m}{M} R T_1; & T_1 &= \frac{P_1 V_1}{\frac{m}{M} R}. \\ P_2 V_2 &= \frac{m}{M} R T_2; & T_2 &= \frac{P_2 V_2}{\frac{m}{M} R}. \end{aligned}$$

Тогда

$$A_{1-2} = -\frac{i}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1);$$

$$[A_{1-2}] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A_{1-2} = -\frac{5}{2} (1,7 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3}) = 450 \text{ Дж}.$$

Следовательно, $A_{1-3} = 450$ Дж.

Количество теплоты для адиабатного процесса $Q_{1-2} = 0$, для изохорного процесса

$$Q_{2-3} = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_3 - T_2).$$

Используя уравнение Менделеева – Клапейрона, для состояний 2 и 3 получим:

$$Q_{1-3} = Q_{2-3} = \frac{i}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_3);$$

$$Q_{2-3} = \frac{5}{2} (10^5 - 1,7 \cdot 10^5) \cdot 6 \cdot 10^{-3} = -1050 \text{ Дж.}$$

Общее количество теплоты

$$Q_{1-3} = -1050 \text{ Дж.}$$

Знак «минус» показывает, что газ отдал теплоту окружающим телам.

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{1-3} = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_3 - T_1).$$

Используя уравнение Менделеева – Клапейрона, можно записать:

$$\Delta U_{1-3} = \frac{i}{2} (P_3 V_3 - P_1 V_1);$$

$$[\Delta U_{1-3}] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$\Delta U_{1-3} = \frac{5}{2} (10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3}) = -1500 \text{ Дж.}$$

Внутренняя энергия уменьшается, газ охлаждается.

Ответ: $P_2 = 1,7 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $A_{1-2} = 450 \text{ Дж}$; $Q_{1-3} = -1050 \text{ Дж}$; $\Delta U_{1-3} = -1500 \text{ Дж}$.

Задача 21

Температура пара, поступающего в паровую машину, $t_1 = 127^\circ \text{C}$; температура в холодильнике $t_2 = 27^\circ \text{C}$. Определить теоретически максимальную работу при затрате количества теплоты $Q_1 = 4,2 \text{ кДж}$.

Дано:

$$T_1 = 400 \text{ К}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

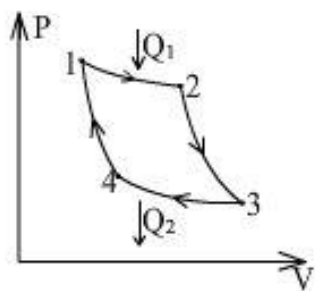
$$Q_1 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

$A = ?$

Решение

Для того чтобы работа, совершаемая тепловой машиной (тепловым двигателем), была максимальной, необходимо, чтобы цикл, по которому работает двигатель, был обратимым.

При наличии нагревателя с температурой T_1 и холодильника с температурой T_2 возможен только один обратимый цикл – цикл Карно, состоящий из двух изотерм и двух адиабат (см. рисунок).



Коэффициент полезного действия этого цикла

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Коэффициент полезного действия любого теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где A – полезная работа, совершаемая двигателем; Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя.

Приравняв правые части

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

найдем полезную работу, совершаемую тепловой машиной:

$$A = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right);$$

$$[A] = \text{Дж} \cdot \frac{\text{К}}{\text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = 4,2 \cdot 10^3 \left(1 - \frac{300}{400} \right) = 1,05 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 1,05 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 1,05$ кДж.

Задача 22

Углекислый газ массой $m = 10$ г находится в сосуде вместимостью $V = 1$ л. Определить: 1) собственный объем V' молекул газа; 2) внутреннее давление P' газа. Поправки Ван-дер-Ваальса: $a = 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$ и $b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}^2$.

Дано:

$$M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m = 10^{-2} \text{ кг}$$

$$V = 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$a = 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$$

$$b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}^2.$$

$$V'; P' - ?$$

Решение

Уравнение Ван-дер-Ваальса – уравнение состояния реальных газов

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) (V - \nu b) = \nu RT, \quad (1)$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества; a и b – поправки

Ван-дер-Ваальса; R – молярная газовая постоянная.

В уравнении (1) поправка b определяет учетверенный объем молекул всего газа, т.е. $\nu b = 4V'$, откуда искомым собственным объемом молекул газа

$$V' = \frac{vb}{4} = \frac{mb}{4M}; \quad [V'] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{кг}} = \text{м}^3;$$

$$V' = 2,43 \text{ см}^3.$$

Как следует из уравнения (1), внутреннее давление газа

$$P' = \frac{v^2 a}{V^2} = \frac{m^2 a}{M^2 V^2}; \quad [P'] = \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{н} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{моль}^2}{\text{моль}^2 \cdot \text{кг}^2 \cdot \text{м}^6} = \frac{\text{н}}{\text{м}^2} = \text{Па};$$

$$P' = 18,6 \text{ кПа}.$$

Ответ: 1) $V' = 2,43 \text{ см}^3$; 2) $P' = 18,6 \text{ кПа}$.

Задача 23

Давление P кислорода равно 8 МПа, его плотность $\rho = 100 \text{ кг/м}^3$.
 Определить температуру газа, если: 1) газ идеальный (T_1); 2) газ реальный (T).
 Поправки Ван-дер-Ваальса: $a = 0,136 \text{ н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}$ и $b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}^2$

Дано:

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P = 8 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$\rho = 100 \text{ кг/м}^3$$

$$a = 0,136 \text{ н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}$$

$$b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}^2$$

$$T_1, T - ?$$

Решение

Идеальный газ подчиняется уравнению
 Клапейрона – Менделеева

$$PV = \frac{m}{M} RT_1, \quad (1)$$

где m – масса газа; M – молярная масса; R –
 молярная газовая постоянная.

Учитывая, что плотность газа $\rho = \frac{m}{V}$, из уравнения (1) найдем искомую
 температуру T_1 :

$$T_1 = \frac{PM}{\rho R};$$

$$[T_1] = \frac{\text{н} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{м}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \text{К};$$

$$T_1 = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 8,31} = 308 \text{ К}.$$

Реальный газ подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса

$$\left(P + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT, \quad (2)$$

где v – количество вещества; a и b – поправки Ван-дер-Ваальса.

Подставим $v = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M}$ в уравнение (2) и после его преобразования получим:

$$\left(P + \frac{\rho^2 a}{M^2}\right)(M - \rho b) = \rho RT,$$

откуда искомая температура

$$T = \left(P + \frac{\rho^2 a}{M^2}\right)(M - \rho b) / \rho R;$$

$$[T] = \frac{\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} + \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{моль}^2}{\text{м}^6 \cdot \text{моль}^2 \cdot \text{кг}^2}\right) \left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}} - \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^3 \cdot \text{моль}}\right)}{\frac{\text{кг} \cdot \text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}} = \frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{\frac{\text{кг} \cdot \text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}} =$$

$$= \frac{\text{Н} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{м}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \text{К};$$

$$T = 324 \text{ К.}$$

Ответ: $T_1 = 308 \text{ К}$; $T = 324 \text{ К}$.

Задача 24

Вычислить поправки Ван-дер-Ваальса для кислорода, если критическая температура $T_{кр} = 15 \text{ К}$ и критическое давление $P_{кр} = 5,08 \text{ МПа}$.

Дано:

$$T_{кр} = 15 \text{ К}$$

$$P_{кр} = 5,08 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

$a, b - ?$

Решение

Поправки Ван-дер-Ваальса a и b присутствуют в уравнении состояния реальных газов (уравнении Ван-дер-Ваальса)

$$\left(P + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT,$$

где v – количество вещества.

Это уравнение можно привести к виду

$$PV^3 - (vRT + vbP)V^2 + v^2 aV - v^3 ab = 0. \quad (1)$$

Подставляя в (1) критическую температуру и критическое давление, получим:

$$P_{кр} V^3 - (vRT_{кр} + vbP_{кр})V^2 + v^2 aV - v^3 ab = 0. \quad (2)$$

С другой стороны, поскольку в критической точке все три корня полученного уравнения совпадают и равны $V_{кр}$, уравнение (2) можно записать также в виде

$$P_{кр} (V - V_{кр})^3 = 0$$

или

$$P_{кр} V^3 - 3P_{кр} V_{кр} V^2 + 3P_{кр} V_{кр}^2 V - P_{кр} V_{кр}^3 = 0.$$

Так как уравнения (2) и (3) тождественны, в них должны быть равны и коэффициенты при известных соответствующих степеней. Поэтому можно записать:

$$P_{кр} V_{кр}^3 = v^3 ab; \quad 3P_{кр} V_{кр}^2 = v^2 a; \quad 3P_{кр} V_{кр} = vRT_{кр} + vbP_{кр}.$$

Решая полученные уравнения, найдем

$$a = \frac{27R^2 T_{кр}^2}{64P_{кр}}; \quad b = \frac{RT_{кр}}{8P_{кр}}.$$

Ответ: $a = 0,138 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$; $b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}^2$.

Задача 25

Углекислый газ массой $m = 10 \text{ кг}$ адиабатно расширяется в вакуум от $V_1 = 1 \text{ м}^3$ до $V_2 = 2 \text{ м}^3$. Принимая поправку Ван-дер-Ваальса $a = 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$, определить понижение температуры ΔT газа при этом расширении.

Дано:

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$Q = 0$$

$$i = 6$$

$$V_1 = 1 \text{ м}^3$$

$$V_2 = 2 \text{ м}^3$$

$$a = 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{МОЛЬ}^2.$$

$$\Delta T. \text{ — ?}$$

Решение

Согласно первому началу термодинамики количество теплоты Q , переданное газу, идет на изменение ΔU внутренней энергии газа и работу A газа против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Согласно условию задачи газ адиабатно ($Q = 0$) расширяется в вакуум ($A = 0$), поэтому из (1) следует, что

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 0 \text{ и } U_2 = U_1. \quad (2)$$

Внутреннюю энергию реального газа количеством вещества ν $U = \nu \left(C_V T - \frac{\nu a}{V} \right)$ запишем для двух состояний газа – 1 (до расширения) и 2 (после расширения):

$$U_1 = \nu \left(C_V T_1 - \frac{\nu a}{V_1} \right) \text{ и } U_2 = \nu \left(C_V T_2 - \frac{\nu a}{V_2} \right), \quad (2)$$

где C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме; a – постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения.

Приравняв, согласно (2), выражения (3), получаем:

$$C_V T_1 - \frac{\nu a}{V_1} = C_V T_2 - \frac{\nu a}{V_2},$$

откуда искомая разность температур

$$\Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{\nu a}{C_V} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = -\frac{2am}{iMR} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = -1,65 \text{ К},$$

учли, что $C_V = \frac{iR}{2}$ и $\nu = \frac{m}{M}$.

$$[\Delta T] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{м}^3 \cdot \text{моль}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \text{К}.$$

Ответ: $\Delta T = -1,65 \text{ К}$.

Задача 26

В цилиндре под поршнем находится хлор массой $m = 20$ г. Определить изменение ΔU внутренней энергии хлора при изотермическом расширении его от $V_1 = 200 \text{ см}^3$ до $V_2 = 500 \text{ см}^3$.

Дано:

$$m = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

$$V_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

$$V_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

$$\Delta U. \text{ -- ?}$$

Решение

Внутренняя энергия U реального газа определяется выражением

$$U = \nu \left(C_V T - \frac{a}{V_m} \right).$$

Выразив молярный объем V_m через объем V и количества вещества ν ($V_m = V / \nu$) и учтя, что $\nu = \frac{m}{M}$, получим

$$U = \frac{m}{M} \left(C_V T - \frac{ma}{VM} \right).$$

Изменение ΔU внутренней энергии в результате изотермического расширения найдем как разность двух значений внутренней энергии при объемах V_2 и V_1 :

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m^2 a (V_2 - V_1)}{M^2 V_1 V_2};$$

$$[\Delta U] = \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}^2}{\text{моль}^2 \cdot \text{кг}^2 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{м}^3} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$\Delta U = \frac{(20 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,650 (5 - 2) \cdot 10^{-4}}{(71 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 154 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta U = 154 \text{ Дж}$.

Задача 27

Определить, какую силу F следует приложить к горизонтальному медному кольцу высотой $h = 15$ мм с внутренним диаметром $d_1 = 40$ мм и внешним $d_2 = 42$ мм, чтобы оторвать его от поверхности воды. Плотность меди $\rho = 8,93 \text{ г/см}^3$, поверхностное натяжение воды $\sigma = 73 \text{ мН/м}$.

Дано:
 $h = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
 $d_1 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $d_2 = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $\rho = 893 \text{ кг/м}^3$
 $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$
 $F = ?$

Решение

Сила, которую следует приложить для отрыва кольца от поверхности воды,

$$F = F_1 + F_2, \quad (1)$$

где F_1 – вес кольца; F_2 – сила поверхностного натяжения.

Вес кольца

$$F_1 = \rho g h \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2), \quad (2)$$

где g – ускорение свободного падения.

При отрыве кольца поверхностная пленка разрывается по внутренней и внешней поверхностям кольца, поэтому сила поверхностного натяжения

$$F_2 = \sigma l = \sigma \pi (d_1 + d_2). \quad (3)$$

Подставив формулы (2) и (3) в равенство (1), получим искомую силу

$$F = \rho g h \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) + \sigma \pi (d_1 + d_2) = 35,7 \cdot 10^{-3} \text{ Н} = 35,7 \text{ мН};$$

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2} + \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н} + \text{Н} = \text{Н}.$$

Ответ: $F = 35,7 \text{ мН}$.

Задача 28

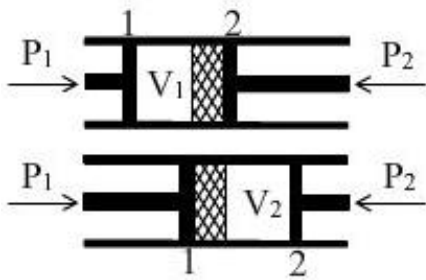
Докажите, что эффект Джоуля – Томсона будет всегда положительным, если дросселируется газ, для которого можно пренебречь собственным объемом молекул.

Дано:
 $b = 0$
 $\Delta T = ?$

Решение

Эффект Джоуля – Томсона (изменение температуры реального газа в результате его адиабатного дросселирования – медленного прохождения газа (см. рисунок) под действием перепада давлений сквозь дроссель, например, пористую перегородку) принято называть положительным, если газ в процессе

дресселирования охлаждается ($\Delta T < 0$). В случае эффекта Джоуля – Томсона сохраняется (остается неизменной) функция состояния – энтальпия;



$$P_1 V_1 + U_1 = P_2 V_2 + U_2, \quad (1)$$

где P_1, V_1, U_1 – давление, объем и внутренняя энергия газа под поршнем 1; P_2, V_2, U_2 – то же, под поршнем 2.

Внутренняя энергия реального газа

$$U_1 = \nu \left(C_V T_1 - \frac{\nu a}{V_1} \right) \quad \text{и} \quad U_2 = \nu \left(C_V T_2 - \frac{\nu a}{V_2} \right), \quad (2)$$

где ν – количество вещества; C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме; a – постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения; T_1 и T_2 – температуры газа под поршнями 1 и 2.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для произвольного количества вещества

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{\nu} - b \right) = RT, \quad (3)$$

где b – поправка Ван-дер-Ваальса, учитывающая собственный объем молекул.

Запишем уравнение (3) для двух состояний газа, приняв, согласно условию задачи, $b = 0$:

$$P_1 V_1 + \frac{\nu^2 a}{V_1} = \nu R T_1 \quad \text{и} \quad P_2 V_2 + \frac{\nu^2 a}{V_2} = \nu R T_2,$$

откуда

$$P_1 V_1 = \nu R T_1 - \frac{\nu^2 a}{V_1} \quad \text{и} \quad P_2 V_2 = \nu R T_2 - \frac{\nu^2 a}{V_2}. \quad (4)$$

Подставив выражения (2) и (4) в равенство (1), имеем:

$$\nu R T_1 - \frac{\nu^2 a}{V_1} + \nu C_V T_1 - \frac{\nu^2 a}{V_1} = \nu R T_2 - \frac{\nu^2 a}{V_2} + \nu C_V T_2 - \frac{\nu^2 a}{V_2},$$

откуда после преобразований получаем искомую разность температур

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{2va}{C_V + R} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) < 0,$$

поскольку $V_2 \gg V_1$.

Таким образом, расчет показывает, что газ в процессе дросселирования, если пренебречь собственным объемом молекул, охлаждается, т.е. эффект Джоуля – Томсона положительный.

Задача 29

Определить изменение свободной энергии ΔE поверхности мыльного пузыря при изотермическом увеличении его объема от $V_1 = 10 \text{ см}^3$ до $V_2 = 2V_1$.

Дано:

$$V_1 = 10^{-5} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$\sigma = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$$

$$\Delta E \text{ — ?}$$

Решение

Свободная энергия E поверхности жидкости пропорциональна площади S этой поверхности:

$$E = \sigma S,$$

где σ – поверхностное натяжение.

У мыльного пузыря имеются две поверхности – внешняя и внутренняя, площади которых практически равны из-за малой толщины мыльной пленки. Поэтому свободная энергия поверхности (внешней и внутренней вместе) мыльного пузыря

$$E = 2\sigma S. \quad (1)$$

Так как по условию задачи процесс изотермический, то поверхностное натяжение, являющееся для данной жидкости функцией только температуры, остается постоянным. Следовательно, по формуле (1) изменение свободной энергии:

$$\Delta E = 2\sigma \Delta S, \quad (2)$$

где ΔS – изменение поверхности пузыря (одной – внутренней или внешней).

Считая, что мыльный пузырь имеет форму сферы, найдем изменение площади поверхности:

$$\Delta S = 4\pi r_2^2 - 4\pi r_1^2, \quad (3)$$

где r_1 и r_2 – радиусы сфер, соответствующие начальному V_1 и конечному V_2 объемам:

$$r_1 = \left(\frac{3V_1}{4\pi} \right)^{1/3}; \quad r_2 = \left(\frac{3V_2}{4\pi} \right)^{1/3}.$$

Теперь формула (3) примет вид:

$$\Delta S = 4\pi \left[\left(\frac{3V_2}{4\pi} \right)^{2/3} - \left(\frac{3V_1}{4\pi} \right)^{2/3} \right].$$

Учитывая, что $V_2 = 2V_1$, получим после вынесения общего члена $\left(\frac{3V_1}{4\pi} \right)^{2/3}$ за скобку:

$$\Delta S = 4\pi \left(\frac{3V_1}{4\pi} \right)^{2/3} (2^{2/3} - 1).$$

Подставим выражение ΔS в формулу (2):

$$\Delta E = 8\pi\sigma \left(\frac{3V_1}{4\pi} \right)^{2/3} (2^{2/3} - 1) = 106 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Ответ: $\Delta E = 106 \cdot 10^{-6}$ Дж.

Задача 30

Ртуть массой $m = 5$ г помещена между двумя параллельными стеклянными пластинками. Считая, что ртуть стекло не смачивает, определить силу F , которую следует приложить, чтобы расплющить каплю до толщины $h = 0,15$ мм. Плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³, а ее поверхностное натяжение $\sigma = 0,5$ Н/м.

Дано:

$$\begin{aligned} m &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \\ h &= 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ \rho &= 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3 \\ \sigma &= 0,5 \text{ Н/м} \\ \hline F &= ? \end{aligned}$$

Решение

При помещении капли ртути между двумя стеклянными пластинками капля примет вид тонкого диска с выпуклой боковой поверхностью. Возникшее из-за кривизны поверхности избыточное давление определяется формулой Лапласа

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (1)$$

где R_1 – радиус кривизны поверхности ртути в плоскости, параллельной стеклянным пластинкам (радиус диска); $R_2 = \frac{h}{2}$ – радиус кривизны поверхности ртути в плоскости, перпендикулярной к стеклянным пластинкам.

Избыточное давление (1) уравновешивается внешним давлением

$$\Delta P = \frac{F}{S}, \quad (2)$$

где S – площадь соприкосновения капли ртути с пластинкой;

$$S = \frac{V}{h} = \frac{m}{\rho h} = \pi R_1^2, \quad (3)$$

где V – объем ртути.

Тогда

$$R_1 = \sqrt{\frac{m}{\pi \rho h}}. \quad (4)$$

Согласно (2) искомая сила, учитывая (3), (1), (4),

$$F = S \Delta P = \frac{m \sigma}{\rho h} \left(\sqrt{\frac{\pi \rho h}{m}} + \frac{2}{h} \right) = 16,4 \text{ Н};$$

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} \left(\sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{кг}}} + \frac{1}{\text{м}} \right) = \text{Н} \cdot \text{м} \left(\frac{1}{\text{м}} + \frac{1}{\text{м}} \right) = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}.$$

Ответ: $F = 16,4 \text{ Н}$.

Задачи для проведения занятий

Пример 1. Молекулярный пучок кислорода ударяется о неподвижную стенку. После соударения молекулы отражаются от стенки с той же по модулю скоростью. Определите давление пучка на стенку, если средняя скорость молекул 500 м/с , и концентрация молекул в пучке $5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Решение. Давление определяется по формуле:

$$p = \frac{F}{S}, \quad (1)$$

где F – сила давления, S – площадь.

Силу давления найдем из второго закона Ньютона:

$$F \cdot t = m\Delta v, \quad (2)$$

где m – масса молекул кислорода, ударившихся о стенку за время t , Δv – изменение скорости молекул при ударе.

Массу одной молекулы кислорода найдем из закона Авогадро: $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$

, где $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса кислорода, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро.

За время t о стенку ударяются молекулы, находящиеся в объеме

$$V = Svt,$$

масса которых $m = m_0 n_0 vtS$. (3)

Изменение скорости при соударении

$$\Delta v = v - (-v) = 2v. \quad (4)$$

Подставляя выражения (3), (4) в (2), находим:

$$Ft = \frac{\mu n_0 vtS 2v}{N_A} = \frac{2\mu n_0 v^2 tS}{N_A},$$

откуда

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2\mu v^2 n_0}{N_A}.$$

$$p = \frac{5 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^4}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,33 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ: $p = 1,33 \cdot 10^5$ Па.

Пример 2. Определить количество теплоты, поглощаемое водородом массой $m = 0,2$ кг при нагревании его от температуры $t_1 = 0^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$ при постоянном давлении. Найти также изменение внутренней энергии газа и совершаемую им работу.

Решение. Количество теплоты Q , поглощаемое газом при изобарном нагревании, определяется по формуле:

$$Q = mc_p \Delta T, \quad (1)$$

где m – масса нагреваемого газа, c_p – его удельная теплоемкость при постоянном давлении, ΔT – изменение температуры газа.

Как известно, $c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu}$. Подставив это выражение c_p в формулу (1),

получим

$$Q = m \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu} \Delta T.$$

Поскольку водород двухатомный газ, то число степеней свободы $i = 5$ (связь жесткая), и произведя вычисления, найдем:

$$Q = 291 \text{ кДж.}$$

Внутренняя энергия выражается формулой

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT.$$

Следовательно, изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

После подстановки в эту формулу числовых значений и вычислений, получим

$$\Delta U = 208 \text{ кДж.}$$

Работу расширения газа определим по формуле, выражающей первое начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$, откуда

$$A = Q - \Delta U.$$

Подставив значения Q и ΔU , найдем

$$A = 83 \text{ кДж.}$$

Ответ: $Q = 291 \text{ кДж}$, $\Delta U = 208 \text{ кДж}$, $A = 83 \text{ кДж}$.

Пример 3. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, произвел работу $A = 600 \text{ Дж}$. Температура нагревателя $T_1 = 500 \text{ К}$, холодильника $T_2 = 300 \text{ К}$. Определить: 1) КПД цикла; 2) количество теплоты, отданное холодильнику за один цикл.

Решение. КПД цикла Карно $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$.

Количество теплоты, отданное холодильнику

$$Q_2 = Q_1 - A, \tag{1}$$

а количество теплоты полученной от нагревателя

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}.$$

Подставив это выражение в (1), получим

$$Q_2 = A \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right).$$

Вычисляя, получаем: $\eta = 0,4$; $Q_2 = 900$ Дж.

Ответ: $\eta = 0,4$; $Q_2 = 900$ Дж.

Пример 4. Тепловая машина работает по циклу Карно. При изотермическом расширении двухатомного газа его объем увеличивается в 3 раза, а при последующем адиабатном расширении – в 5 раз. Определить КПД цикла. Какую работу совершает 1 кмоль газа за один цикл, если температура нагревателя 300 К? Какое количество теплоты получит от холодильника машина, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении, и какое количество теплоты будет передано нагревателю?

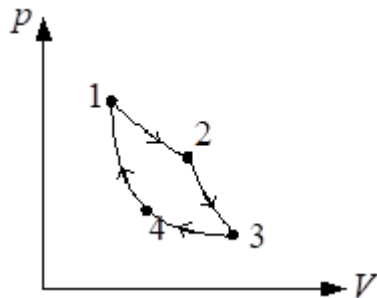
Решение. КПД цикла Карно определяется формулой

$$\eta = \frac{T_1 - T_3}{T_1}, \quad (1)$$

где T_1 – температура нагревателя, T_3 – температура холодильника. При адиабатном процессе 2 – 3:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}, \quad (2)$$

где γ – показатель степени адиадаты (для двухатомного газа $\gamma = 1,4$).



где γ – показатель степени адиадаты (для

Из равенства (2) находим $T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = T_2 n^{1-\gamma}$, где $n_1 = \frac{V_3}{V_2}$.

Так как $T_1 = T_2$, то из равенства (1) получаем

$$\eta = \frac{T_1 - T_1 n^{1-\gamma}}{T_1} = 1 - n^{1-\gamma}, \quad \text{где } n^{1-\gamma} = 5^{1-1,4} = 0,525.$$

Следовательно,

$$\eta = 1 - 0,525 = 0,475; \quad \eta = 47,5\%.$$

Работа в цикле Карно определяется разностью количества теплоты Q_1 , полученного в процессе 1 – 2, и Q_2 , отданного в процессе 3 – 4:

$$A = Q_1 - Q_2. \quad (3)$$

При изотермическом процессе

$$Q_1 = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad Q_2 = \nu RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3},$$

Так как $\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} = n_2$, то

$$Q_1 = \nu RT_1 \ln n_2 \quad \text{и} \quad Q_2 = -\nu RT_3 \ln n_2 \quad (4)$$

Знак “–” указывает, что на участке 3-4 теплота отдается холодильнику. Следовательно,

$$A = \nu R(T_1 - T_3) \ln n_2 = \nu RT_1 (1 - n_1^{1-\gamma}) \ln n_2, \quad (5)$$

Подставим числовые значения в равенство (5):

$$A = 10^3 \cdot 8,31 \cdot 1,1 \cdot 142,5 = 1,31 \text{ кДж}.$$

При обратном цикле Карно газ расширяется по адиабате 1 – 4, затем по изотерме 4 – 3, получая при этом от холодильника количество теплоты Q_2 , далее газ сжимается по адиабате 3 – 2, затем по изотерме 2 – 1, отдавая при этом количество теплоты Q_1 . По формулам (4) находим:

$$Q_1 = 10^3 \cdot 8,31 \cdot 1,1 \cdot 300 = 2,74 \text{ кДж}$$

$$Q_2 = 10^3 \cdot 8,31 \cdot 1,1 \cdot 156 = 1,44 \text{ кДж}.$$

Ответ: $\eta = 47,5\%$, $A = 1,31 \text{ кДж}$, $Q_1 = 2,74 \text{ кДж}$, $Q_2 = 1,44 \text{ кДж}$

Пример 5. Некоторое количество воздуха адиабатно сжимается. При этом его давление изменяется от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 1,2$ МПа. Затем сжатый воздух охлаждают при постоянном объеме до температуры исходного состояния. Определить давление p_3 в конечном состоянии.

Решение. Согласно уравнению Пуассона для адиабатного процесса $pV^\gamma = \text{const}$ и с учетом уравнения состояния идеального газа $\frac{pV}{T} = \text{const}$, связь параметров p и T можно определить уравнением (еще одна форма уравнения Пуассона)

$$\frac{T^\gamma}{p^{1-\gamma}} = \text{const}.$$

Для состояний газа 1 и 2 запишем равенство

$$\frac{T_1^\gamma}{p_1^{1-\gamma}} = \frac{T_2^\gamma}{p_2^{1-\gamma}},$$

где $\gamma = 1,4$, поскольку воздух принято считать двухатомным газом.

Во втором процессе, при изохорном охлаждении

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}. \quad (1)$$

Выражаем T_2 и подставляем в (1), учитывая, что $T_3 = T_1$. Находим p_3

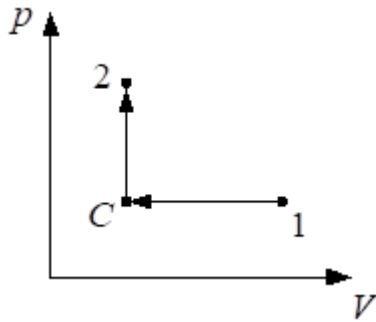
$$p_3 = p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Вычисляя, получаем $p_3 = 590$ кПа.

Ответ: $p_3 = 590$ кПа.

Пример 6. Некоторая масса азота в первом состоянии имеет давление $p_1 = 100$ кПа и объем $V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3$, а во втором состоянии $p_2 = 300$ кПа и объем $V_2 = 0,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$. Переход из первого состояния во второе осуществляется в два этапа: сначала по изобаре, а затем по изохоре. Определить изменение внутренней энергии ΔU , совершенную газом работу A и количество теплоты, поглощенное газом Q .

Решение. Внутренняя энергия системы является ее функцией состояния, следовательно, изменение определяется разностью энергий в конечном и начальном состояниях



$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1), \quad i = 5 - \text{число степеней}$$

свободы для молекул азота. Разность температур определим, используя уравнение Менделеева – Клапейрона

$$T_2 - T_1 = \frac{\mu}{mR} (p_2 V_2 - p_1 V_1).$$

Следовательно $\Delta U = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$.

Переход системы из состояния 1 в состояние 2 сопровождается совершением работы на участке 1С,

$$A = A_{1C} = p_1 (V_2 - V_1),$$

$A_{C2} = 0$, поскольку участок С2 соответствует изохорному нагреву.

Согласно первому началу термодинамики количество теплоты, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии газа и на совершение работы

$$Q = \Delta U + A_{1C} = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + p_1 (V_2 - V_1).$$

Подставляя числовые значения, вычисляем: $\Delta U = 500$ Дж, $A = -600$ Дж, $Q = -100$ Дж.

Ответ: $\Delta U = 500$ Дж, $A = -600$ Дж, $Q = -100$ Дж.

Пример 7. Определить изменение энтропии ΔS при изотермическом расширении азота массой $m = 10$ г, если давление газа уменьшилось от $p_1 = 0,1$ МПа до $p_2 = 50$ кПа.

Решение. Учитывая, что процесс изотермический, изменение энтропии равно

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \quad (1)$$

Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты полученной газом при изотермическом процессе равно работе $Q = A$, т.к. $\Delta U = 0$, а работа газа в этом процессе

$$A = \int p dV = \frac{m}{\mu} \int p \left(-\frac{dp}{p^2} \right) = -\frac{m}{\mu} RT \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p}.$$

Здесь учтено, что $pV = \frac{m}{\mu} RT$ и при $T = const$ верно равенство

$$dV = -\frac{dp}{p^2}.$$

Поэтому искомое изменение энтропии

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Вычисляя, получаем $\Delta S = 2,1$ Дж/К.

Ответ: $\Delta S = 2,1$ Дж/К.

Пример 8. Некоторый газ количеством вещества $\nu = 1000$ моль занимает объем $V_1 = 1$ м³. При расширении газа до объема $1,5$ м³ была совершена работа против сил межмолекулярного притяжения, равная $A = 45,3$ кДж. Определить поправку a , входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Решение. Работа против сил межмолекулярного притяжения выражается формулой

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p' dV,$$

где $p' = \frac{\nu^2 a}{V^2}$ – внутреннее давление, обусловленное взаимодействием молекул.

Таким образом, работа равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{v^2 a}{V^2} dV = v^2 a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right),$$

откуда искомая поправка $a = \frac{AV_1V_2}{v^2(V_2 - V_1)}$.

Вычисляя, получаем $a = 0,136 \text{ Нм}^4/\text{моль}^2$.

Ответ: $a = 0,136 \text{ Нм}^4/\text{моль}^2$.

Пример 9. В сосуд с ртутью опущен открытый капилляр. Разность уровней ртути в сосуде и капилляре $h = 37 \text{ мм}$. Принимая плотность ртути $\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$, а ее поверхностное натяжение $\sigma = 0,5 \text{ Н/м}$, определить радиус кривизны ртутной поверхности в капилляре. Считать ртуть несмачиваемой жидкостью.

Решение. Избыточное (лапласово) давление, вызванное кривизной поверхности ртути, принимая ее как полусферу с радиусом R , запишем в виде

$$\Delta p = \frac{2\sigma \cos \theta}{R}, \quad \text{где } (\theta = 180^\circ).$$

Так как ртуть – несмачивающая жидкость, то она в капилляре опускается на такую высоту, при которой гидростатическое давление столба ртути в сосуде $p = \rho gh$ уравновешивается избыточным давлением Δp в капилляре, т.е.

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho gh.$$

Отсюда радиус кривизны поверхности ртути $R = \frac{2\sigma}{\rho gh}$.

Вычисляя, получаем $R = 2,03 \text{ мм}$.

Ответ: $R = 2,03 \text{ мм}$.

РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Задачи для самостоятельного решения

Тема 1. Законы состояния идеального газа

1. В сосуде вместимостью 0,5 л при температуре 290 К находится некоторый газ. На сколько понизится давление газа в сосуде, если из него из-за утечки выйдет $N = 10^{19}$ молекул?

2. Найти молярную массу смеси, содержащей 25 г кислорода и 75 г азота.

3. В цилиндр длиной $l = 1,6$ м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении P_0 , начали медленно вдвигать поршень площадью $S = 200$ см². Определить силу F , которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1 = 10$ см от дна цилиндра.

4. В баллоне содержится газ при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$. До какой температуры t_2 нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?

5. Баллон вместимостью $V = 20$ л содержит углекислый газ массой $m = 500$ г под давлением $P = 1,3$ МПа. Определить температуру T газа

6. В баллоне вместимостью $V = 25$ л находится водород при температуре $T = 290$ К. После того, как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta P = 0,4$ МПа. Определить массу m израсходованного водорода.

7. В сосуде вместимостью $V = 15$ л находится смесь азота и водорода при температуре $t = 23^\circ\text{C}$ и давлении $P = 200$ кПа. Определить массы смеси и ее компонентов, если массовая доля ω_1 азота в смеси равна 0,7

8. В баллоне вместимостью $V = 2$ л находится кислород массой $m = 1,17$ г. Концентрация n молекул в сосуде равна $1,1 \cdot 10^{25}$ м⁻³. Определить по этим данным постоянную Авогадро N_A .

9. Колба вместимостью $V = 4$ л содержит некоторый газ массой $m = 0,6$ г под давлением $P = 200$ кПа. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{\text{ср}} \rangle$ молекул газа.

10. Найти число молекул азота в 1 м³, если давление равно 3,69 атм, а средняя квадратичная скорость молекул равна 2400 м/с.

11. На сколько уменьшится атмосферное давление $P = 100$ кПа при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту $h = 100$ м? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

12. Ротор центрифуги вращается с угловой скоростью ω . Используя функцию распределения Больцмана, установить распределение концентрации n частиц массой m_0 , находящихся в роторе центрифуги, как функцию расстояния r от оси вращения.

13. Определить относительное число ω молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости v_B .

14. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем $V = 1 \text{ см}^3$. Определить число N молекул в этом объеме, обладающих скоростями меньшими некоторого значения $v_{\max} = 1 \text{ м/с}$.

15. Определить долю молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии $\langle \varepsilon \rangle$ поступательного движения молекул при той же температуре не более чем на 1%.

16. Найти выражение для кинетической энергии молекул идеального газа, импульсы которых имеют наиболее вероятное значение.

17. Азот находится под давлением 1 атм при температуре 300 К. Найти относительное число молекул азота, модули скоростей которых лежат в интервале скоростей от $\langle v \rangle$ до $\langle v \rangle + \Delta v$, где $\Delta v = 1 \text{ м/с}$.

Тема 2. Явления переноса

1. Сосуд емкостью 2 л содержит азот при температуре 27°C и давлении 0,5 атм. Найти число молекул в сосуде, число столкновений между всеми молекулами за 1 с, среднюю длину свободного пробега молекул.

2. Вакуумная система заполнена водородом при давлении 10^{-3} мм.рт.ст. Рассчитать среднюю длину свободного пробега молекул водорода при этом давлении, если $t = 50^\circ\text{C}$.

3. Определить плотность разреженного азота, если средняя длина свободного пробега молекул 10 см. Какова концентрация молекул?

4. Определить коэффициент вязкости для водорода, имеющего температуру 27°C .

5. Вычислить коэффициент внутреннего трения (вязкости) и коэффициент самодиффузии кислорода, находящегося при давлении 0,2 МПа и температуре 280 К.

6. Наружная поверхность кирпичной стены площадью 25 м^2 и толщиной 37 см имеет температуру 259 К, а внутренняя поверхность – 293 К. Помещение отапливается электроплитой. Определить ее мощность, если температура в помещении поддерживается постоянной. Коэффициент теплопроводности кирпича 0,4.

7. Вычислить коэффициент вязкости η (внутреннего трения) кислорода при нормальных условиях.

8. Два горизонтальных диска радиусами $R = 20$ см расположены друг над другом так, что оси их совпадают. Расстояние d между плоскостями дисков равно 0,5 см. Верхний диск неподвижен, нижний вращается относительно геометрической оси с частотой $n = 10$ с⁻¹. Найти вращающий момент M , действующий на верхний диск. Коэффициент вязкости η воздуха, в котором находятся диски, равен 17,2 мкПа·с.

Тема 3. Термодинамика. Агрегатное состояние вещества

1. Вычислить удельную теплоемкость смеси двух газов (гелия массой $m_1 = 6$ г и азота массой $m_2 = 10$ г) при постоянном объеме.

2. Смесь газов состоит из аргона и азота, взятых при одинаковых условиях и в одинаковых объемах. Определить показатель адиабаты γ такой смеси].

3. Какая работа A совершается при изотермическом расширении водорода массой $m = 5$ г при температуре $T = 290$ К, если объем газа увеличивается в три раза?

4. Азот нагрелся при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты $Q = 21$ кДж. Определить работу A , которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

5. В цилиндре под поршнем находится водород массой $m = 0,02$ кг при температуре $T_1 = 300$ К. Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объем в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в пять раз. Найти температуру T_2 в конце адиабатного расширения и полную работу A , совершенную газом. Изобразить процесс графически.

6. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа A_1 изотермического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, если термический к.п.д. цикла равен 0,2.

7. Кислород массой 1 кг совершает цикл Карно. При изотермическом расширении газа его объем увеличивается в 2 раза, а при последующем адиабатном расширении совершается работа 3000 Дж. Определить работу, совершенную за цикл.

8. В результате изотермического расширения объем 8 г кислорода увеличился в 2 раза. Определить изменение энтропии газа.

9. Лед массой 2 кг, находящийся при температуре -13°C , нагрели до 0°C и расплавили. Определить изменение энтропии, если теплота фазового

перехода.

10. В сосуде емкостью 10 л находится 360 г водяного пара при температуре 470 К. Вычислить давление пара на стенки сосуда. Какую часть объема V составляет объем V' , занимаемый молекулами пара? Какую часть давления p составляет внутреннее давление p' .

11. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром 10 см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Тест для самоконтроля

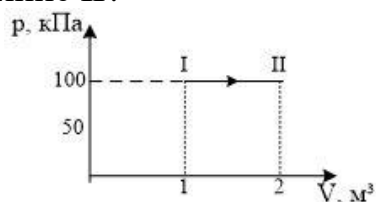
1. В закрытом сосуде под давлением 415 кПа содержится смесь азота и кислорода. Определите парциальное давление кислорода, если парциальное давление азота составляет $1,8 \cdot 10^5$ Па.

- 1) 570 кПа
- 2) 180 кПа
- 3) 430 кПа
- 4) **235 кПа**
- 5) 500 кПа

2. В закрытом сосуде содержится некоторый газ. Как изменилось давление в сосуде, если температура газа возросла втрое?

- 1) **возросло в 3 раза**
- 2) уменьшилось в 6 раз
- 3) возросло в 6 раз
- 4) уменьшилось в 9 раз
- 5) возросло в 9 раз

3. Чему равна работа, совершенная газом, при переходе из состояния I в состояние II?



- 1) **100 кДж**
- 2) 200 кДж
- 3) 50 кДж
- 4) 150 кДж
- 5) 300 кДж

4. Определите показатель адиабаты для кислорода.

- 1) 2,7
- 2) 3,1
- 3) **1,4**

- 4) 2,9
- 5) 4,3

5. При изобарическом сжатии объем некоторого газа уменьшился вдвое. Как изменилась температура газа?

- 1) уменьшилась в 4 раза
- 2) уменьшилась в 2 раза**
- 3) увеличилась в 4 раза
- 4) увеличилась в 8 раз
- 5) уменьшилась в 8 раз

6. Определите, на сколько изменится температура кислорода массой 10 г, если в результате изохорного процесса газу сообщили количество теплоты равное 5 кДж. Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

- 1) 559 К
- 2) 253 К
- 3) 851 К
- 4) 667 К
- 5) 770 К**

7. Какую работу совершает газ при адиабатическом расширении, если изменение его внутренней энергии составляет 3 МДж?

- 1) 6 МДж
- 2) - 6 МДж
- 3) - 1 МДж
- 4) 1 МДж
- 5) - 3 МДж**
- 1) 35 Дж

8. Определите работу, совершаемую при изотермическом изменении объема некоторого газа, если газу сообщили количество теплоты равное 70 Дж.

- 1) 35 Дж
- 2) 70 Дж**
- 3) 15 Дж
- 4) 45 Дж
- 5) 95 Дж

9. Показатель адиабаты γ в уравнении Пуассона рассчитывается согласно выражению...

i – число степеней свободы молекулы

- 1) $\gamma = \frac{i+2}{i}$**

2) $\gamma = \frac{2}{i}$

3) $\gamma = \frac{i+2}{2}$

4) $\gamma = i+2$

5) $\gamma = i$

10. Определите изменение внутренней энергии газа, если при изотермическом изменении объема газу сообщили количество теплоты равное 70 Дж, и при этом была совершена работа равная 70 Дж.

1) 70 Дж

2) 35 Дж

3) **0**

4) 140 Дж

5) 1 Дж

11. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя 500 К, холодильника 300 К. Определите термический КПД цикла.

1) 10%

2) 70%

3) 30%

4) 50%

5) **40%**

12. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за один цикл совершает работу равную 3 кДж. Определите количество тепла, подведенного к рабочему телу, если термический КПД цикла равен 0,2.

1) **15 кДж**

2) 350 Дж

3) 580 Дж

4) 690 Дж

5) 80 Дж

13. Паровая машина мощностью 15 кВт потребляет за 1 ч работы энергию равную 270 МДж. Определите КПД паровой машины.

1) 10%

2) **20%**

3) 30%

4) 70%

5) 50%

14. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, 70% количества теплоты, полученного от нагревателя, отдает холодильнику. Определите термический КПД цикла.

- 1) 40%
- 2) 60%
- 3) 20%
- 4) 30%**
- 5) 80%

15. Определите изменение энтропии при плавлении льда, если при температуре 273 К льду сообщили количество теплоты, равное 0,33 МДж.

- 1) 3,5 кДж/К
- 2) 0,5 кДж/К
- 3) 1,2 кДж/К**
- 4) 5,3 кДж/К
- 5) 7,1 кДж/К

16. Определить силу взаимодействия двух точечных зарядов $Q_1=Q_2=1$ Кл, находящихся в вакууме на расстоянии $r=1$ м друг от друга.

- 1) $9 \cdot 10^9$ Н**
- 2) $6 \cdot 10^{-8}$ Н
- 3) $8 \cdot 10^6$ Н
- 4) $2 \cdot 10^{-6}$ Н
- 5) $4 \cdot 10^8$ Н

17. Определите, на сколько изменится температура водорода массой 10 г, если в результате изобарного процесса газу сообщили количество теплоты равное 5 кДж. Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

- 1) 44,5 К
- 2) 34,4 К**
- 3) 15,3 К
- 4) 55,7 К
- 5) 68,1 К

18. В сосуде объемом 4 л находится 1 г гелия. Определите концентрацию молекул газа в сосуде. Молярная масса гелия $4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

- 1) $1,3 \cdot 10^{24}$ м⁻³
- 2) $7,8 \cdot 10^{22}$ м⁻³
- 3) $3,8 \cdot 10^{25}$ м⁻³**
- 4) $5,3 \cdot 10^{26}$ м⁻³
- 5) $1,5 \cdot 10^{20}$ м⁻³

19. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре 7°C было 100 кПа. При нагревании бутылки пробка вылетела. До какой температуры нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении в бутылке 130 кПа?

- 1) 364 К**
- 2) 110 К

- 3) 255 К
- 4) 550 К
- 5) 275 К

20. Определите массу $1,5 \cdot 10^{25}$ молекул водорода. Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

- 1) 0,05 кг**
- 2) 0,4 кг
- 3) 0,08 кг
- 4) 0,2 кг
- 5) 0,06 кг

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ

ГЛОССАРИЙ

Второе начало термодинамики – теплота не может самопроизвольно (без совершения работы) переходить от тела, менее нагретого к телу более нагретому.

Вязкость – величина, которая характеризует процесс направленного импульса движения молекул из области, где газ контактирует с движущимся телом в другие области газа.

Диффузия – процесс, заключающийся в самопроизвольном (за счет теплового движения) взаимном проникновении частиц двух или большего количества компонентов в газах, жидкостях и даже твердых телах.

Закон Авогадро – в равных объемах различных газов при одинаковых условиях (температуре и давлении) содержится одинаковое число молекул.

Идеальный газ – газ, находящийся в таких условиях, при которых можно пренебречь силами взаимодействия между молекулами и собственным объемом молекул, который чрезвычайно мал по сравнению с общим объемом газа.

Круговой процесс – термодинамический процесс, в итоге которого система возвращается в исходное состояние.

Обратимый процесс – процесс, в результате которого систему можно вернуть в начальное состояние таким образом, чтобы в других системах взаимодействующих с первой, не осталось каких-либо изменений.

Первое начало термодинамики – количество теплоты, сообщаемое системе, затрачивается на приращение внутренней энергии системы и совершение системой работы над внешними телами.

Реальный газ – газ, молекулы которого обладают (хотя и очень малым) собственным объемом, который наряду с проявляющимися межмолекулярными силами сцепления и отталкивания необходимо учитывать при расчетах.

Самодиффузия – проникновение одной части частиц газа в другую часть того же газа, например при различной концентрации частиц в различных частях объема.

Столкновение частиц – процесс взаимодействия между частицами, в результате которого частицы изменяют скорость своего движения.

Термодинамика – наука, рассматривающая состояние вещества как единое целое, без обращения к внутренней структуре вещества и оперирующая только параметрами системы – макропараметрами, к которым относятся в частности, температура, давление, объем, масса вещества, концентрация частиц, плотность вещества, внутренняя энергия.

Термодинамический метод – метод, который основан на анализе условий и количественных соотношений при различных превращениях энергии, происходящих в системе.

Третье начало термодинамики – энтропия совершенного кристалла при абсолютном нуле равна нулю; при абсолютном нуле достигается полная упорядоченность.

Фаза – совокупность однородных, одинаковых по своим свойствам частей системы.

Химическая термодинамика – раздел термодинамики, который изучает превращение энергии в химических процессах и энергетические характеристики веществ.

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Общая химия : учебное пособие / Н. Л. Глинка. – Москва : Кнорус, 2016. – 752 с.
2. Общая химия : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям "Лечебное дело", "Педиатрия", "Стоматология", "Медико-профилактическое дело" / С. В. Ткачев, В. В. Хрусталева. – Минск : Вышэйшая школа, 2020. – 494 с.
3. Общая и неорганическая химия в схемах, рисунках, таблицах, химических реакциях : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по напр. 050100 "Естественнонаучное образование" / А. П. Гаршин [и др.]. – Санкт-Петербург : Питер, 2013. – 288 с.
4. Глинка, Н. Л. Задачи и упражнения по общей химии : учеб. пособие для студ. нехим. спец. высш. учеб. заведений / под ред. В. А. Рабиновича, Х. М. Рубиной. – М. : Интеграл-Пресс, 2003. – 240 с.
5. Хаускрофт, К. Современный курс общей химии : в 2-х т. – М. : Мир, 2002. – Т.1. – 540 с.
6. Общая физика. Механика : учеб. для студентов учреждений высш. образования по педагогическим спец. физико-математического профиля / В. А. Яковенко, Г. А. Заборовский, С. В. Яковенко ; под общ. ред. В. А. Яковенко. – Минск : Вышэйшая школа, 2015. – 383 с.
7. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика : учеб. пособие для студ. технических спец. учреждений, обеспечивающих получение высш. образования : в 2 ч. Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : Выш. школа, 2014. – 303 с.
8. Стрелков, С. П. Механика : учебник / С. П. Стрелков [и др.]. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 559 с.
9. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике : учеб. пособие для студ. физ. спец. высш. учебных заведений / И. Е. Иродов. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 431 с.

Дополнительная литература

1. Общая и неорганическая химия: введение в химический эксперимент : практикум для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальности 1-02 04 01 "Биология и химия" / С. Ю. Елисеев, Е. Н. Мицкевич ; М-во образования Республики Беларусь, Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка. – Минск : БГПУ, 2020. – 195 с.
2. Общая и неорганическая химия. Введение в общую химию: адаптивный курс : учеб.-метод. комплекс по учеб. дисциплине для спец. 1-02 04 01 "Биология и химия" / , А. А. Белохвостов, Е. Я. Аршанский ; [сост.: А. А. Белохвостов, Е. Я. Аршанский]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2017. – 96 с.
3. Общая химия [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / Г. Э. Атрахимович [и др.] // Репозиторий БГМУ. – Режим доступа: <http://rep.bsmu.by:8080/handle/BSMU/14150>. – Дата доступа: 10.09.2023.
4. Хаускрофт, К. Современный курс общей химии : В 2-х т. Т.2 / Пер. с англ. Р. В. Ничипорук, А. А. Молодыка ; под ред. В. П. Зломанова. – М. : Мир, 2002. – 528 с.
5. Глинка, Н. Л. Общая химия : учеб. пособие для нехим. спец. вузов / под ред. В. А. Рабиновича. – Ленинград : Химия, 1985. – 702 с.
6. Суворов, А. В. Общая химия : учеб. пособие для вузов. – СПб. : Химия, 1995. – 624 с.

7. Ахметов, Н. С. Общая и неорганическая химия : учеб. для студ. химико-технол. спец. вузов. – Москва : Высшая школа, 2003. – 743 с.
8. Мицкевич, Е. Н. Общая химия: введение в химический эксперимент [Электронный ресурс] : лаб. практикум / Е. Н. Мицкевич, Е. Б. Окаев // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/552>. – Дата доступа: 10.09.2023.
9. Угай, Я. А. Общая и неорганическая химия : учеб. для студентов вузов, обучающихся по напр. и спец. "Химия". – М. : Высшая школа, 2000. – 527 с.
10. Макаренко, Г. М. Краткий справочник по общей физике / Г. М. Макаренко, Д. А. Антонович, Н. В. Вабищевич. – Новополоцк : ПГУ, 2012. – 152 с.
11. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике : учеб. пособие / И. Е. Иродов – СПб. : Лань, 2004. – 416 с.
12. Грабовский, Р. И. Курс физики : учеб. пособие / Р. И. Грабовский. – Санкт-Петербург : Лань, 2006. – 608 с.
13. Фриш, С. Э. Курс общей физики : учебник : [в 3 т.], Т 1. / С. Э. Фриш, А. В. Тиморева. – Санкт-Петербург : Лань, 2007.
14. Курс физики : учеб. пособие для студ. вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Издательский центр «Академия», 2008. – 720 с.
15. Курс физики: учебник для вузов: В 2 т. / под ред. В. Н. Лозовского. – СПб. : Изд-во «Лань», 2001. – Т. 1. – 576 с.; Т. 2. – 592 с.
16. Новодворская, Е. М. Сборник задач по физике с решениями для вузов / Е. М. Новодворская, Э. М. Дмитриев. – М. : ООО «Издательский дом “Оникс XXI век”», 2005. – 386 с.
17. Наркевич, И. И. Физика : учебник / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко – Минск: Новое знание, 2004. – 680 с.
18. Трофимова, Т. И. Курс физики. Задачи и решения: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – М. : Изд. центр «Академия», 2004. – 592 с.
19. Чертов, А. Г. Задачник по физике : учеб. пособие для вузов / А. Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М. : Изд-во физико-математической литературы, 2003. – 640 с.
20. Фирганг, Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е. В. Фирганг. – СПб. : Изд-во «Лань», 2007. – 368 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Множители и приставки СИ для образования десятичных и дольных единиц

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	Множитель	Приставка	Обозначение приставки
10^{18}	экса	Э	10^{-1}	деци	д
10^{15}	пета	П	10^{-2}	санти	с
10^{12}	тера	Т	10^{-3}	милли	м
10^9	гига	Г	10^{-6}	микро	мк
10^6	мега	М	10^{-9}	нано	н
10^3	кило	к	10^{-12}	пико	п
10^2	гекто	г	10^{-15}	фемто	ф
10^1	дека	да	10^{-18}	атто	а

Таблица 2

Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина	Размерность	Обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы системы СИ
1	2	3	4
<i>Основные единицы системы СИ</i>			
Длина	метр	м	
Масса	килограмм	кг	
Время	секунда	с	
Сила электрического тока	ампер	А	
Термодинамическая температура	кельвин	К	
Количество вещества	моль	моль	
Сила света	кандела	кд	
<i>Дополнительные единицы системы СИ</i>			
Плоский угол	радиан	рд	
Телесный угол	стерадиан	ср	
<i>Производные единицы системы СИ</i>			
Частота	Герц	Гц	c^{-1}
Сила, вес	Ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot c^{-2}$
Давление, механическое напряжение	Паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot c^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	Джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot c^{-2}$
Мощность, поток энергии	Ватт	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot c^{-3}$
Количество электричества (электрический заряд)	Кулон	Кл	$c \cdot A$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	Вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot c^{-3} \cdot A^{-1}$

1	2	3	4
Электрическая емкость	Фарад	Ф	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Электрическое сопротивление	Ом	Ом	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Электрическая проводимость	Сименс	См	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Магнитный поток	Вебер	Вб	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^1 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитная индукция	Тесла	Тл	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	Генри	Гн	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Световой поток	Люмен	лм	кд·ср
Освещенность	Люкс	лк	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}$
Активность радионуклида (изотопа)	Беккерель	Бк	с^{-1}
Поглощенная доза излучения	Грей	Гр	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

Таблица 3

Перевод некоторых единиц в СИ

1 Å (ангстрем) = 10^{-10} м	1 ат (техническая атмосфера) = $9,8 \cdot 10^4$ Па
1 га = 10^4 м ²	1 кгс/см ² = $9,8 \cdot 10^4$ Па
1 мм ² = 10^{-6} м ²	1 м/мин = 1/60 м/с
1 см ² = 10^{-4} м ²	1 км/ч = $1000/3600$ м/с = 5/18 м/с
1 дм ² = 10^{-2} м ²	1 Кл/см ² = 10^4 Кл/м ²
1 мм ³ = 10^{-9} м ³	1 об/мин = 1/60 об/с
1 см ³ = 10^{-6} м ³	1 км/с = 10^3 м/с
1 дм ³ = 1 л = 10^{-3} м ³	1 В/см = 100 В/м
1 ч = 3600 с	1 кВ/см = 10^5 В/м
1 мин = 60 с	1 Ом·мм ² /м = 10^{-6} Ом·м
1 мг = 10^{-6} кг	1 Вт·ч = $3,6 \cdot 10^3$ Дж
1 г = 10^{-3} кг	1 гВт·ч = $3,6 \cdot 10^5$ Дж
1 т = 10^3 кг	1 кВт·ч = $3,6 \cdot 10^6$ Дж
1 л.с. = 736 Вт	1 МВт·ч = $3,6 \cdot 10^9$ Дж
T К = t °С + 273	1 г/см ³ = 10^3 кг/м ³
0 °С = 273 К	1 бар = 10^5 Па
1 а.е. (астрономическая единица) = = $1,496 \cdot 10^{11}$ м	1 кал = 4,186 Дж
1 световой год = $9,46 \cdot 10^{15}$ м	1 ккал = 4186 Дж
1 пк (парсек) = $3,086 \cdot 10^{16}$ м	1 год = 365,25 сут = $3,16 \cdot 10^7$ с
1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж	1 сут = 86400 с
1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг	1° = $1,75 \cdot 10^{-2}$ рад
1 мм рт.ст. = 133 Па	1' = $2,91 \cdot 10^{-4}$ рад
1 атм = 760 мм рт. ст. = $1,01 \cdot 10^5$ Па	1" = $4,85 \cdot 10^{-6}$ рад

Основные физические постоянные

Абсолютный ноль температуры	$t = -273,15 \text{ }^\circ\text{C} = 0 \text{ K}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 931,494 \text{ МэВ}/c^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$
Заряд α -частицы	$q_\alpha = 2e = 3,204 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 12,57 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Магнитный момент протона	$\mu_p = 1,4106 \cdot 10^{-26} \text{ Дж/Тл}$
Магнитный момент электрона	$\mu_e = 9,2848 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Масса α -частицы	$m_\alpha = 6,644 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса изотопа ${}^1_1\text{H}$	$m_H = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,674928 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 939,56563 \text{ МэВ}/c^2 = 1,008665 \text{ а.е.м.}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,672623 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 938,2723 \text{ МэВ}/c^2 = 1,0072765 \text{ а.е.м.} = 1836,1527 m_e$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 0,511 \text{ МэВ}/c^2$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,414 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м}/c^2$
Нормальные условия: давление газа температура	$p_0 = 101325 \text{ Н}/\text{м}^2$ $T = 273 \text{ K}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,02214 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К} (8,6174 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}/\text{К})$
Постоянная Вина в первом законе (смещения)	$C' = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Вина во втором законе	$C'' = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Постоянная Планка	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 6,582 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	$R' = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}; R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Фарадея	$F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл}/\text{моль}$
Радиус первой боровской орбиты	$a_1 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл}/\text{кг}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}/\text{м} (\text{Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м})$
Элементарный заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Энергия ионизации атома водорода	$E_i = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}$
Энергия, соответствующая 1 а.е.м.	$931,50 \text{ МэВ}$
Ядерный магнетон	$\mu_\gamma = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж}/\text{Тл} (\text{Ф}/\text{м})$

Таблица 5

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,381 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м ³
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,961 \cdot 10^8$ м
Средняя плотность Солнца	$1,410 \cdot 10^3$ кг/м ³
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,351 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27,3 сут = $2,36 \cdot 10^6$ с
Период обращения Земли вокруг оси (сутки)	24 ч 3 мин 56,6 с или $8,664 \cdot 10^3$ с
Большая полуось орбиты Земли	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Средняя орбитальная скорость Земли	29,765 км/с
Период обращения Земли вокруг Солнца (год)	$3,156 \cdot 10^7$ с
Светимость Солнца	$3,826 \cdot 10^{26}$ Дж/с

Таблица 6

Плотность ρ некоторых твердых веществ

Вещество	$\rho, 10^3$ кг/м ³	Вещество	$\rho, 10^3$ кг/м ³	Вещество	$\rho, 10^3$ кг/м ³
Алмаз	3,50	Железо (сталь)	7,87	Олово	7,30
Алюминий	2,70	Золото	19,3	Опал	2,20
Барий	3,50	Инвар	7,90	Платина	21,5
Бериллий	1,85	Иридий	22,4	Плутоний	19,8
Бетон	2,20	Калий	0,86	Пробка	0,24
Бор	2,34	Каменная соль	2,18	Рубидий	1,53
Бронза	8,30	Кирпич	1,80	Свинец	11,3
Ванадий	6,02	Кобальт	8,90	Серебро	10,5
Висмут	9,78	Латунь	8,50	Стекло	2,60
Вольфрам	19,35	Лед	0,95	Тантал	16,6
Германий	5,32	Литий	0,53	Титан	4,50
Гранит	2,60	Магний	1,74	Топаз	3,60
Графит	1,60	Марганец	7,30	Уголь (антрацит)	1,60
Дерево		Медь	8,96	Уран	19,1
дуб	0,80	Мрамор	2,70	Хром	7,19
береза	0,60	Молибден	10,2	Цезий	1,87
сосна	0,50	Натрий	0,97	Цинк	7,13
Дюралюминий	2,80	Никель	8,91	Фарфор	2,30

Учебное издание

**ОБЩАЯ ХИМИЯ. ОБЩАЯ ФИЗИКА.
МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ.
ТЕРМОДИНАМИКА ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ: 6-05-0113-03 ПРИРОДОВЕДЧЕСКОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ (БИОЛОГИЯ И ХИМИЯ), 6-05-0533-01 ФИЗИКА**

Сборник учебно-методических комплексов

Составители:

АРШАНСКИЙ Евгений Яковлевич
АНТОНОВИЧ Дмитрий Анатольевич
БЕЛОХВОСТОВ Алексей Александрович
БОРИСЕВИЧ Ирина Станиславовна

Технический редактор

Г.В. Разбоева

Компьютерный дизайн

Е.А. Барышева

Подписано в печать 04.03.2024. Формат 60x84^{1/16}. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 12,03. Уч.-изд. л. 6,13. Тираж 9 экз. Заказ 31.

Издатель и полиграфическое исполнение – учреждение образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Свидетельство о государственной регистрации в качестве издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/255 от 31.03.2014.

Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».
210038, г. Витебск, Московский проспект, 33.