ОСОБЕННОСТИ ПРОТЕКАНИЯ ТОКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ БАРЬЕРЕ

Ю.И. Бохан
Витебск, Витебский филиал УО «Белорусская Государственная академия связи»

Для детектирования слабых полей требуется система усиления сигнала, которая, часто, представляет собой сложную систему полупроводниковых элементов с низким уровнем шума. В этой связи особый интерес представляет регулярная структура резонансно-туннельных диодов, позволяющая за счет резонансного переноса резко усилить сигнал без искажения формы. Основной путь решения проблемы состоит в создании многобарьерного наноструктурного материала, работающего по принципу резонансного переноса заряда и имеющего внешнее управление электромагнитным полем.

Применение углеродных нанотрубок для целей генерации/приема электромагнитного излучения терагерцевого диапазона привлекает все большее внимание ввиду высокой степени миниатюризации и возможности создания высокочувствительных приемных устройств [1-3]. Резонансное туннелирование и эффект отрицательной дифференциальной проводимости в наноструктурах вызваны чисто квантовыми явлениями пространственного квантования, приводящего к возникновению резонансных энергетических уровней. Как известно, отрицательная дифференциальная проводимость обеспечивает возможность генерации электромагнитного поля [4].

С точки зрения резонансного туннелирования, система с осевым расположением ионов обладает гораздо более богатой структурой состояний, что способствует появлению близких уровней при резонансном переходе. Кроме того, такая структура обладает большей чувствительностью к внешнему воздействию электромагнитным полем. В такой структуре всегда найдётся пара состояний, обеспечивающее поглощение/испускание кванта электромагнитного излучения.

Для нахождения спектра внутри потенциального барьера требуется решить уравнение Шредингера в цилиндрической системе координат. Как будет показано ниже, решение в цилиндрической системе координат обладает более богатым спектром состояний. Так же отметим, что решение уравнения Шредингера в цилиндрической системе координат известно давно [6-7], причем в самом общем виде [8]. Для целей анализа условий резонансного туннелирования изложим, в кратком варианте, решение первой краевой задачи в методе разделения переменных.

Запишем уравнение Шредингера в цилиндрической системе координат:

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right]+U_0\,\psi=E\psi \qquad (1)$$

Здесь на величину потенциала наложено условие (U_0 – высота барьера):

$$\boldsymbol{U}=\begin{cases}U_0 & 0\le r\le R;\ 0\le z\le L\\ 0 & r>R,\ \ z>L\end{cases} \qquad (2)$$

Решение первой краевой задачи, в методе разделения переменных, запишем в виде:

$$\psi(r,\phi,z)=CJ_n(\mu r)e^{i(m\phi+\frac{kz}{L})}. \qquad (3)$$

где $\mu^2 = [2M(E - U_0)/h^2] - \frac{k^2}{L^2}$, $J_n(x)$ – функция Бесселя целого индекса. Спектр состояний внутри барьера:

$$\mathrm{E}_{ik} = U_0 + \frac{\hbar^2}{2\mathrm{M}}\left(\frac{\mu_i^2}{R^2} + \frac{k^2}{L^2}\right) \tag{4}$$

где μ_i – действительные корни уравнения $\mathrm{J}_n(\mu_i \mathrm{R}) = 0$, n, m, k =0, 1, 2, 3.

Для определения нормировочной константы воспользуемся условной ортогональностью функций Бесселя [7]:

$$\int_0^1 J_m(\mu_i x) J_m(\mu_k x) x dx = \begin{Bmatrix} 0, & i \neq k \\ \frac{1}{2}[J_{m+1}(\mu_i x)]^2, & i = k \end{Bmatrix}$$

После несложных преобразований получаем:

$$C = \sqrt{2}/J_{m+1}(\mu_i x)$$

Следует отметить, что нормировочная константа определяется корнями функции Бесселя m-го порядка. Является ли такая система полной для ортонормированного базиса в гильбертовом пространстве требует дополнительного исследования.

Исходя из вида волновых функций, следует отметить, что появляется несколько дополнительных слагаемых в выражении для тока через барьер. Рассматривая активную и реактивные составляющие тока [4], получим (ρ = kr):

$$I^a_{\nu\mu} = -ie\left(\psi^*_\nu \nabla\psi_\mu + \psi^*_\mu \nabla\psi_\nu\right) \tag{5}$$

Проведя несложные, но громоздкие преобразования с использованием представления градиента в цилиндрических координатах и соотношения между функциями Бесселя получим для компонент вектора тока следующие выражения (константу с опускаем):

$$\frac{d\,\mathrm{J}_n(\rho)}{d\rho} = \frac{n}{\rho}\,\mathrm{J}_n(\rho) - \mathrm{J}_{n+1}(\rho) \tag{6}$$

$$I_\rho = -ie\left(\frac{\mu+\nu}{\rho}[\mathrm{J}_\nu(\rho)\mathrm{J}_\mu(\rho) - \mathrm{J}_\nu(\rho)\mathrm{J}_{\mu+1}(\rho) - \mathrm{J}_\mu(\rho)\mathrm{J}_{\nu+1}(\rho)]\right) \tag{7}$$

$$I_\varphi = e[\frac{m}{\rho}\mathrm{J}_\nu(\rho)\mathrm{J}_\mu(\rho)] \tag{8}$$

$$I_z = e[\frac{j}{l}\mathrm{J}_\nu(\rho)\mathrm{J}_\mu(\rho)] \tag{9}$$

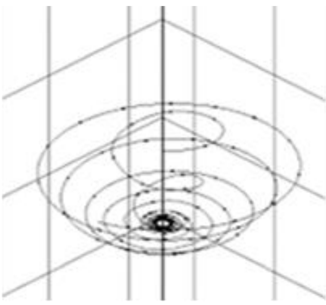

Рисунок 1 – Спиральное движение зарядов в барьере. Цилиндрические координаты

Следует отметить, что радиальная составляющая тока входит только в реактивную часть, а угловая и продольная в активную часть.

В потенциальном барьере, имеющем цилиндрическую симметрию, возникает система не эквидистантных состояний. Поэтому, включение внешнего поля величиной

E позволяет снять вырождение по продольному квантовому числу **j** и расширить количество резонансных состояний в туннельном барьере. Такое расширение приводит к появлению дополнительных пиков на зависимости амплитуды переменного тока от частоты внешнего поля.

Появление дополнительных пиков протекающего тока служит указанием на возбуждение туннельной системы внешним полем. Поэтому, изменяя величину поля можно осуществлять резонансную настройку системы нанотрубок на определённую частоту внешнего поля. При этом следует отметить, что зависимости активных составляющих тока имеют почти одинаковый вид. Это приводит к движению тока в виде спирали, т.е. наиболее вероятное движение может осуществляться через состояния с большими значениями **μ** и **ν** (рисунок 1). Отсюда следует, что реактивная составляющая тока может менять знак (7), что приведет к усилению сигнала.

Наличие пути движения тока через состояния с большими значениями n и **m** из-за свойства перемежаемости корней уравнения $J_n(kR) = 0$, дает возможность управления частотной зависимостью тока от внешнего поля. Действительно, разность величин $\mathbf{E_{nm}}$ для различных значений n и m может быть сделана близкой к терагерцовому диапазону частот. Дополнительная настройка в резонанс может быть осуществлена подстройкой «продольной» составляющей тока, зависящей от длины нанотрубки, за счет поляризации внешнего поля.

Заключение. В реальной ситуации появляется потребность учета влияния всегда присутствующего взаимодействия между электронами на процессы квантовой интерференции и резонансного туннелирования. Последнее следует из того, что сдвиг резонансного уровня за счет взаимодействия на величину малую по сравнению с энергией электрона ε_R, но сопоставимую с шириной резонансного уровня δ, резко изменяет резонансный ток. Такой сдвиг может быть обусловлен приложением внешнего поля, причём низкой частоты.

1. Дьячков П.Н. Электронные свойства и применение нанотрубок / П.Н. Дьячков. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 488с.
2. Семененко В.Л., Лейман В.Г., Арсенин А.В., Стебунов Ю.В., Рыжий В.И. Система из двух углеродных нанотрубок как антенна и детектор терагерцевого излучения // Журнал радиоэлектроники. – 2012. – № 6. – с. 2–15.
3. Запороцкова И.В., Борознина Н.П., Пархоменко Ю.Н., Кожитов Л.В. Сенсорные свойства углеродных нанотрубок // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. – 2017. – т. 20, № 1. с.5 – 21.DOI: 10.17073/1609-3577-2017-1-5-21
4. Елесин. В.Ф. К теории когерентной генерации резонансно-туннельного диода // ЖЭТФ. – 1999. – т.116. – вып. 2(8). – с.704–716.
5. Monsen Razavy Quantum theory of tunnrling/ 2nd Edition. World Scientific Publishing Co. – 2014. – 792 p.
6. Бохан Ю.И. Туннелирование через цилиндрический барьер // Проблемы инфокоммуникаций. – 2023. – № 2(8). – с. 61–65.
7. Watson G. A treatise on the theory of Bessel functions. Published by University Press in Cambridge (1966). 816 p.
8. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнения математической физики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, – 2001. – 576 с.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ НЕЙТРАЛЬНО-ДЕТЕРГЕНТНОЙ КЛЕТЧАТКИ В КОРМАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ АМИЛАЗЫ С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

А.Э. Буевич, Т.В. Буевич
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

При измерении любой физической величины неизбежно приходится сталкиваться с понятием погрешности измерений, так как никакое измерение не дает истинного значения определяемой величины. Всякое измерение сопровождается той или иной погрешностью, которая возникает при отклонении результата измерений от истинного значения измеряемой величины по различным причинам. При том, что истинное значение измеряемой физической величины неизвестно, невозможно точно вычислить и погрешность измерения физической величины [1].