

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.9

ГЛАЗ  
Анна Николаевна

НЕКОТОРЫЕ ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДАЛГЕБРЫ В  
ПРОСТРАНСТВАХ ОГРАНИЧЕННЫХ ФУНКЦИЙ  
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.01 — вещественный,  
комплексный и функциональный анализ

Минск, 2015

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в Белорусском государственном университете.

Научный руководитель — **Антоневич Анатолий Борисович**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры функционального анализа  
механико-математического факультета  
Белорусского государственного университета.

Официальные оппоненты: **Миротин Адольф Рувимович**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой математического анализа  
математического факультета УО “Гомельский  
государственный университет имени Ф. Скорины”;

**Прохорович Михаил Александрович**,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры теории функций  
механико-математического факультета  
Белорусского государственного университета.

Оппонирующая организация — Учреждение образования  
“Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова”.

Защита состоится 29 мая 2015 г. в 10:00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном университете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (корпус юридического факультета), ауд. 407, тел. ученого секретаря (017) 209-57-09.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан “ 23 ” апреля 2015 г.

Ученый секретарь  
совета по защите диссертаций  
доктор физико-математических наук  
профессор



Н.В. Лазакович

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение функциональных пространств и функциональных алгебр является одним из актуальных и активно развивающихся направлений анализа. основополагающие результаты были получены еще в работах Н. Винера, А. Берлинга, Л. Карлссона. Современные исследования базируются на общей теории коммутативных банаховых алгебр, построенной в работах И.М. Гельфанда, М.А. Наймарка, С. Мазура, М. Стоуна и многих других. Теории функциональных алгебр, состоящих из аналитических функций, посвящены, например, известные монографии К. Гофмана и Дж. Гарнета, а в монографии Т. Гамелина приведены результаты исследования равномерных алгебр (подалгебр алгебры всех непрерывных функций на компакте).

В различных вопросах анализа естественно возникают банаховы алгебры, состоящие из ограниченных функций. Целью работы является детальное исследование таких алгебр, включая описание их пространств максимальных идеалов и сопряженных пространств.

Рассматриваемые в диссертации вопросы в первую очередь связаны с теорией операторов взвешенного сдвига. Исследование таких операторов требует выявления инвариантных подалгебр ограниченных функций, пространство максимальных идеалов которых может быть представлено в виде, доступном для исследования.

Рассматриваемые вопросы связаны с рядом других направлений. Например, сложность исследования сингулярных интегральных уравнений зависит от сложности пространства максимальных идеалов алгебры коэффициентов. Такие уравнения исследовались для непрерывных коэффициентов (Ф.Д. Гахов, Н.И. Мусхелишвили, В.Г. Кравченко, Г.С. Литвинчук, Э.И. Зверович), кусочно-непрерывных коэффициентов (И.Ц. Гохберг, Н.Я. Крупник, И.Б. Сиомоненко), коэффициентов с разрывами осциллирующего типа (Ю.И. Карлович, А.В. Лебедев, Е.В. Королева).

Среди других направлений, в которых возникают вопросы, связанные с исследованием конкретных функциональных алгебр, отметим теорию квазикристаллов. Структура этих физических объектов описывается с помощью алгебр квазипериодических функций. При этом линейные отображения, сохраняющие такую алгебру, образуют группу симметрии квазикристаллической структуры (С.П. Новиков, И.А. Дышников, М.А. Шубин, А.Ф. Франк). Это приводит к вопросу об условиях квазипериодичности минимальной алгебры, инвариантной относительно заданного линейного отображения.

Рассматриваемые в диссертации вопросы также связаны с изучением дифференциальных уравнений, содержащих в качестве коэффициента  $\delta$ -

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

функцию Дирака. Использование сопряженных пространств к алгебрам разрывных функций позволяет корректно определить понятие решения для рассматриваемых уравнений (В.Я. Дерр, Д.С. Пешков, В.И. Родионов, К.С. Хониг).

Из вышесказанного следует, что рассматриваемые в диссертации задачи являются актуальными и могут быть использованы для развития ряда направлений современного анализа.

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

#### Связь работы с крупными научными программами, темами

Диссертационная работа выполнена в рамках НИР по теме "Методы некоммутативного гармонического анализа в теории динамических систем с приложениями к задачам математической физики и экологии", входящей в государственную программу "Конвергенция" и при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф13М-036 "Разработка приближенных методов решения нелинейных операторных уравнений и исследование отображений на обобщенных пространствах с мерой").

#### Цель и задачи исследования

*Целью диссертационной работы* является изучение некоторых банаховых алгебр ограниченных функций и приложение их свойств к исследованию смежных задач. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Построить пространства максимальных идеалов конкретных алгебр функций с разрывами первого рода и экспоненциального типа, описать сопряженные пространства к этим алгебрам.

2. Сконструировать инвариантную подалгебру разрывных функций, на которой действие иррационального поворота не является строго эргодическим, и тем самым построить пример разрывного коэффициента, для которого спектр оператора взвешенного сдвига, порожденного иррациональным поворотом окружности, является кольцом.

3. Получить условия на линейное отображение, при которых наименьшая инвариантная банахова алгебра, порожденная заданной квазипериодической алгеброй, также является квазипериодической.

*Объектом исследования* являются подалгебры функций, содержащие разрывные функции, или состоящие из функций, определенных на некомпактных пространствах. *Предметом исследования* являются: пространства максимальных идеалов рассматриваемых подалгебр; пространства, сопряженные

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

к этим подалгебрам; минимальные расширения, инвариантные относительно заданных отображений.

Выбор объекта исследования обусловлен как его богатым математическим содержанием, так и разнообразными приложениями.

### **Научная новизна**

Полученные в диссертации результаты являются новыми. Новизна и основное содержание этих результатов заключаются в следующем.

1. Пространства максимальных идеалов алгебр функций с разрывами первого рода на прямой и на плоскости и алгебры функций с разрывами экспоненциального типа построены явно, что позволило провести систематическое исследование таких алгебр и их приложений к другим задачам.

2. Впервые построена в явном виде инвариантная подалгебра разрывных функций, на пространстве максимальных идеалов которой действие иррационального поворота не является строго эргодическим. Ранее пример оператора иррационального поворота, спектр которого является кольцом, не был известен.

3. Новизна результатов о минимальном инвариантном расширении квазипериодической алгебры состоит в том, что в известных ранее примерах связи существования квазипериодического расширения с алгебраичностью матрицы линейного отображения не была выявлена.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Явное построение пространств максимальных идеалов и сопряженных пространств для ряда конкретных подалгебр, содержащих разрывные функции.

2. Конструкция подалгебр в алгебре ограниченных функций на окружности, инвариантных относительно иррационального поворота, на которых действие этого поворота не является строго эргодическим.

3. Доказательство того, что минимальное расширение заданной квазипериодической алгебры, инвариантное относительно линейного отображения, является квазипериодическим тогда и только тогда, когда соответствующая матрица является целой алгебраической.

### **Личный вклад соискателя**

Все основные результаты, выносимые на защиту, получены автором лично. Роль научного руководителя А.Б. Антоневиича состояла в постановке рассмотренных в диссертации задач и анализе полученных результатов. Результаты, опубликованные в соавторстве, принадлежат авторам на паритетных началах.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## Апробация результатов диссертации

Результаты диссертационной работы докладывались на ряде международных конференций:

- международная научная конференция "Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений"(Минск, 2009 г.);
- международная научная конференция "Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений"(Минск, 2011 г.);
- международная научная конференция "XI Белорусская математическая конференция"(Минск, 2012 г.);
- VIII международная научно-практическая конференция молодых исследователей "Содружество наук. Барановичи-2012"(Барановичи, 2012 г.);
- "Четвертая международная конференция, посвященная 90-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д.Кудрявцева"(Москва, 2013);
- XV международная научная конференция по дифференциальным уравнениям "Еругинские чтения - 2013"(Гродно, 2013 г.);
- Крымская международная математическая конференция "КММК-2013"(Судак, 2013 г.);
- IV международная научная конференция "Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения (Ростов-на-Дону, 2014);
- XV международная научная конференция по дифференциальным уравнениям "Еругинские чтения - 2014"(Новополоцк, 2014 г.).

Результаты работы неоднократно докладывались на научных семинарах кафедры функционального анализа БГУ (Минск, 2011, 2012, 2013, 2014 г.).

## Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 14 научных работах, из них 4 статьи в научных изданиях в соответствии с пунктом 18 Положения о присуждении учёных степеней и присвоении учёных званий в Республике Беларусь (общим объёмом 1,7 авторского листа), 2 статьи в сборниках материалов научных конференций и 8 тезисов научных конференций.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, 4 глав, заключения и библиографического списка. Первая глава содержит обзор литературы и основных методов исследования по теме диссертации. Основные результаты диссертации приводятся во второй, третьей и четвертой главах. Полный объем диссертации составляет 144 страницы, в том числе 3 рисунка занимают 1 страницу. Библиографический список содержит 80 наименований, включая собственные публикации автора по теме диссертации.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В **первой главе** приводятся необходимые определения и обозначения, обосновывается целесообразность исследования конкретных инвариантных подалгебр в алгебре ограниченных функций, приведен краткий обзор литературы по теме.

Собственный идеал коммутативной банаховой алгебры  $A$  называется *максимальным идеалом*, если он не содержится ни в каком другом собственном идеале. Множество всех максимальных идеалов алгебры  $A$  обозначается  $Sp(A)$ .

Линейный функционал  $f : A \rightarrow \mathbb{C}$  называется *мультипликативным*, если  $f_m(x_1 x_2) = f_m(x_1) f_m(x_2)$ . Идеал является максимальным тогда и только тогда, когда он является ядром мультипликативного функционала.

Обозначим через  $f_m$  мультипликативный функционал, соответствующий максимальному идеалу  $m \in Sp(A)$ . Отображение, ставящее в соответствие элементу  $x \in A$  функцию  $\hat{x}$  на  $Sp(A)$ , заданную формулой  $\hat{x}(m) = f_m(x)$ , называется *преобразованием Гельфанда*. есть гомоморфное отображение алгебры  $A$  на  $\hat{A}$ , которое называется *преобразованием Гельфанда*. Функция  $\hat{x}$  называется *преобразованием Гельфанда функции  $x$* .

На множестве  $Sp(A)$  всех максимальных идеалов коммутативной банаховой алгебры  $A$  задается т.н. *\*-слабая топология*, в которой базу окрестностей максимального идеала  $m_0$  образуют множества вида

$$V_{m_0, \{x_1, \dots, x_p\}, \varepsilon} = \{m \in Sp(A) : |\hat{x}_i(m) - \hat{x}_i(m_0)| < \varepsilon, i = \overline{1, p}\},$$

где  $x_1, \dots, x_p$  -- заданное конечное множество элементов алгебры  $A$ ,  $\varepsilon > 0$ .

Пространство  $Sp(A)$  максимальных идеалов алгебры  $A$  с определенной выше топологией является компактным, а все функции  $\hat{x}(m)$  являются непрерывными.

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

**Теорема 4.8.** [4] *Подалгебра  $A^+$  является квазипериодической тогда и только тогда, когда сужение отображения  $\alpha$  на подпространство  $\text{Inv}(H_{A_0}; \alpha)$  задается целой алгебраической матрицей.*

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

1. Построены пространства максимальных идеалов алгебр функций с разрывами первого рода на прямой и на плоскости и алгебры функций с разрывами экспоненциального типа; описаны сопряженные пространства к этим алгебрам. Даны приложения: 1) к задаче об определении решения дифференциального уравнения с  $\delta$ -коэффициентом; 2) к задаче о пополнении пространства относительно не  $\sigma$ -аддитивных мер. Показано, что пространства максимальных идеалов рассматриваемых подалгебр обладают топологическими свойствами, представляющими интерес в общей топологии [1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14].

2. Сконструирована инвариантная подалгебра разрывных функций, на пространстве максимальных идеалов которой действие иррационального поворота не является строго эргодическим. Дано приложение к исследованию спектральных свойств оператора иррационального поворота [2, 12].

3. Получены необходимые и достаточные условия на линейное отображение  $\alpha$ , при котором минимальное инвариантное и минимальное двусторонне инвариантное расширения заданной квазипериодической алгебры относительно отображения  $\alpha$  являются квазипериодическими [4, 10, 11].

Принципиально новым в работе является пример оператора иррационального поворота, спектр которого является кольцом. Ранее такие примеры не встречались. Также новым является то, что необходимые и достаточные условия квазипериодичности минимального инвариантного расширения записываются терминах алгебраичности матрицы линейного отображения.

### Рекомендации по практическому использованию результатов

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты непосредственно связаны с исследованием спектральных свойств операторов; они имеют также приложения в теории обобщенных функций, теории динамических систем, теории меры и общей топологии. Результаты диссертации могут быть использованы в учебном процессе на спецкурсах по функциональному анализу и смежным дисциплинам.



# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Статьи в научных журналах

1. Глаз, А.И. Общий вид линейного непрерывного функционала на пространстве кусочно-непрерывных функций / А.И. Глаз // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2012. – № 2. – С. 29-34.

2. Глаз, А.И. Оператор иррационального поворота, спектр которого является кольцом / А.И. Глаз // Известия Гом. госуд. ун-та. Сер. Естественные науки. – 2014. – № 3(84). – С. 40-45.

3. Глаз, А.И. Пространство максимальных идеалов алгебры функций с разрывами экспоненциального типа и меры на нем / А.И. Глаз // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2014. – № 5. – С. 13-20.

4. Антоневиц, А.Б. Квазипериодические алгебры, инвариантные относительно линейного отображения / А.Б. Антоневиц, А.И. Глаз // Доклады НАН Беларусі. – 2014. – № 5. – С. 30-35.

### Статьи в сборниках материалов научных конференций

5. Глаз, А.И. Алгебры, порожденные кусочно-непрерывными функциями / А.И. Глаз // AMADE - 2009: труды 5-й междунар. конф. AMADE, Минск, 17-19 сентября 2009 г.: в 2 т. / Институт математики НАН Беларусі; ред. А.А. Килбас [и др.]. Минск, 2010. – Т. 2. Дифференц.урав. и соврем. проблемы механики. – С. 48-52.

6. Глаз, А.И. Пространство характеристических функций полупрямоугольников на плоскости и некоторые его свойства / А.И. Глаз // Содружество наук. Барановичи - 2012: материалы VIII Междунар. науч.-практ. конф. молодых исследователей, Барановичи, 23–24 мая 2012 г.: в 3 ч. / М-во образования Респ. Беларусі, учреждение образования "Барановичский госуд. университет"; редкол.: А.В. Никишова [и др.]. – Барановичи: РИО БарГУ, 2012. – Ч. 2. – С. 112-115.

### Тезисы

7. Глаз, А.И. Алгебра, порожденная кусочно-постоянными функциями / А.И. Глаз // Аналитические методы анализа и дифф.ур.: тезисы докл. междунар. конф., Минск, 17-19 сентября 2009 г. / НАН Беларусі, Институт математики; ред. А.А. Килбас, С.В. Рогозин. – Минск, 2009. – С. 45.

8. Глаз, А.И. Сопряженное пространство к алгебре, порожденной кусочно-непрерывными функциями на полуинтервале / А.И. Глаз // Анали-

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

тические методы анализа и дифф.ур.: тезисы докл. междунар. конф., Минск, 12-17 сент. 2011 г. / ПАН Беларуси, Институт математики; ред. С.В. Рогозин. – Минск, 2011. – С. 45-46.

9. Глаз, А.Н. Пространство максимальных идеалов алгебры, порожденной характеристическими функциями произведений полуинтервалов в  $\mathbb{R}^n$  / А.Н. Глаз // XI БМК: тез. докл. междунар. науч. конф., Минск, 5–9 ноября 2012 г.: в 2 ч. / НАН Беларуси, Институт математики; ред. С.Г. Красовский, В.В. Ленин. – Минск, 2012. – Ч.1. – С. 35-36.

10. Антоневиц, А.Б. Алгебры почти-периодических функций, инвариантные относительно линейного отображения / А.Б. Антоневиц, А.Н. Глаз // Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования: тезисы докл. 4й междунар. науч. конф., посвященной 90-летию со дня рождения члена-корр. РАН, академика Европейской академии наук Л.Д.Кудрявцева, Москва, 25-26 марта 2013 г. / РУДН; ред. Н.А. Ясько. – М., 2013. – С. 72-73.

11. Антоневич, А.Б. Алгебры почти-периодических функций, инвариантные относительно линейного отображения / А.Б. Антоневиц, А.Н. Глаз // Еругинские чтения - 2013: тез. доклад. XV Междунар. научн. конфер. по диф. уравн., Гродно, 13–16 мая 2013 г.: в 2 ч. / НАН Беларуси, Институт математики; редкол.: А.К. Деменчук [и др.]. – Минск, 2013. – Ч. 2. – С. 30.

12. Глаз, А.Н. Об одном примере оператора взвешенного сдвига на окружности со спектром, лежащем в кольце / А.Н. Глаз // Крымская Международная Математическая Конференция: тез. доклад. КММК - 2013, Украина, Крым, Судак, 22 сентября - 4 октября 2013 г. / НАН Украины, Крымский научный центр; редкол.: Н.Д. Копачевский [и др.]. - Симферополь, 2013. – Т. 1. – С. 53-54.

13. Глаз, А.Н. Пространство максимальных идеалов алгебры функций с разрывами экспоненциального типа / А.Н. Глаз // Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения: тез. доклад. IV Междунар. научн. конфер., Ростов-на-Дону, 27 апреля–1 мая 2014 г. / Южный федеральный университет, Учебный центр "Знание"; редкол.: А.К. Деменчук [и др.]. – Ростов н/Дону, 2014. – С. 17.

14. Глаз, А.Н. Сопряженное пространство алгебры функций с разрывами экспоненциального типа / А.Н. Глаз // Еругинские чтения - 2014: тез. доклад. XVI Междунар. научн. конфер. по диф. уравн., Новополюцк, 20–22 мая 2014 г. / НАН Беларуси, Институт математики; редкол.: А.К. Деменчук [и др.]. – Минск, 2014. – Ч. 2. – С. 35-36.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ) РЕЗЮМЕ

Глаз Анна Николаевна

## Некоторые инвариантные подалгебры в пространствах ограниченных функций и их приложения

*Ключевые слова:* пространство максимальных идеалов, сопряженное пространство, оператор взвешенного сдвига, квазипериодические функции, минимальное инвариантное расширение.

Целью диссертационной работы является изучение некоторых банаховых алгебр ограниченных функций и приложения их свойств к исследованию смежных задач. Для достижения поставленной цели использовался метод сведения заданных алгебр к алгебрам непрерывных функций на пространстве максимальных идеалов.

В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

1. Построены пространства максимальных идеалов и сопряженные пространства к алгебрам функций с разрывами первого рода на прямой и на плоскости и алгебры функций с разрывами экспоненциального типа. Даны приложения к задаче об определении решения дифференциального уравнения с  $\delta$ -коэффициентом. Новизна этих результатов состоит в том, что пространства максимальных идеалов построены явно, а сопряженные пространства ранее не применялись к исследованию обобщенных функций.

2. Сконструирована инвариантная подалгебра разрывных функций, на пространстве максимальных идеалов которой действие иррационального поворота не является строго эргодическим. Дано приложение к исследованию спектральных свойств оператора иррационального поворота. Новизна этих результатов состоит в том, что ранее не встречался пример оператора иррационального поворота, спектр которого является кольцом.

3. Получены необходимые и достаточные условия на лишнее отображение  $\alpha$ , при котором минимальное инвариантное и минимальное двусторонне инвариантное расширения заданной квазипериодической алгебры относительно отображения  $\alpha$  являются квазипериодическими. Ранее связь квазипериодичности расширений с алгебраичностью матрицы линейного отображения не была выявлена.

Настоящие результаты являются новыми и согласуются с полученными ранее. Диссертация носит теоретический характер. Полученные результаты непосредственно связаны с исследованием спектральных свойств операторов. Они имеют также приложения в теории обобщенных функций, теории динамических систем, теории меры. Результаты диссертации могут быть использованы в учебном процессе при чтении специальных курсов.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## РЭЗЮМЭ

Глаз Ганна Мікалаеўна

### Некаторыя інварыянтныя подалгебры ў прасторах абмежаваных функцый і іх дадаткі

*Ключавыя словы:* прастора максімальных ідэалаў, спалучаная прастора, апэратар узважананага зруху, квазіперыядычныя функцыі, мінімальнае інварыянтныя пашырэнне.

Мэта дысертацыйнай працы — вывучэнне некаторых банахавых алгебр абмежаваных функцый і дадатак іх уласцівасцяў да даследавання сумежных задач. Для дасягнення пастаўленай мэты выкарыстоўваўся метады звязвання дадзеных алгебр да алгебр непарыўных функцый на прасторы максімальных ідэалаў.

У дысертацыйнай працы атрыманы наступныя новыя вынікі:

1. Пабудаваны прасторы максімальных ідэалаў і спалучаныя прасторы да алгебр функцый з парывамі першага роду на прамой і на плоскасці і алгебры функцый з парывамі экспаненцыяльнага тыпу. Дадзены дадаткі да задачы аб вызначэнні рашэння дыферэнцыяльнага раўнання з  $\delta$ -каэфіцыентам. Навізна гэтых вынікаў складаецца ў тым, што прасторы максімальных ідэалаў пабудаваныя яўна, а спалучаныя прасторы раней не ўжываліся да даследавання абагульненых функцый.

2. Была пабудавана інварыянтная падалгебра парыўных функцый, на прасторы максімальных ідэалаў якой дзеянне ірацыянальнага павароту не з'яўляецца строга эргодычным. Дадзены дадатак да даследавання спектральных уласцівасцяў апэратара ірацыянальнага павароту. Навізна гэтых вынікаў складаецца ў тым, што раней не сустракаўся прыклад апэратара ірацыянальнага павароту, спектр якога з'яўляецца колцам.

3. Атрыманы неабходныя і дастатковыя ўмовы на лінейнае адлюстраванне  $\alpha$ , пры якім мінімальнае інварыянтнас і мінімальнае двухбакова інварыянтныя пашырэнне дадзенай квазіперыядычнай алгебры адносна адлюстравання  $\alpha$  з'яўляюцца квазіперыядычнымі. Раней сувязь квазіперыядычнасць пашырэння з алгебраічнасцю матрыцы лінейнага адлюстравання не была выяўлена.

Вынікі з'яўляюцца новымі і адпавядаюць атрыманым раней. Дысертацыя носіць тэарэтычны характар. Атрыманыя вынікі непасрэдна звязаны з даследаваннем спектральных уласцівасцяў апэратараў. Яны маюць таксама дададкі ў тэорыі абагульненых функцый, тэорыі дынамічных сістэм, тэорыі меры. Вынікі дысертацыі могуць быць выкарыстаны ў навучальным працэсе пры чытанні спецыяльных курсаў.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## SUMMARY

Hlaz Hanna Mikalaeuna

### Some invariant subalgebras in the spaces of bounded functions and their applications

*Keywords:* maximal ideal space, dual space, weighted shift operator, quasi-periodic functions, minimal invariant extension.

The goal of the thesis is to study some Banach algebras of bounded functions and their application to related problems. The method of reducing a given algebra to the algebra of continuous functions on the maximal ideals space is used to achieve this purpose.

The following new results have been obtained in the thesis:

1. The maximal ideals spaces and the dual space of the algebra of functions with discontinuities of the first kind on the line and on the plane and the algebra of functions with discontinuities of exponential type have been constructed. Applications to the problem of determining the solution of a differential equation with the  $\delta$ -coefficient were given. The novelty of the results is that the space of maximal ideals have been constructed explicitly and the dual spaces have not been previously applied to the study of generalized functions.

2. Invariant subalgebra of discontinuous functions on the maximal ideals space on which the action of the irrational rotation is not strictly ergodic has been constructed. An application to the study of the spectral properties of the irrational rotation has been given. The novelty of these results is that an example of the irrational rotation operator whose spectrum is a ring was not met previously.

3. The necessary and sufficient conditions on a linear mapping  $\alpha$ , under which the minimal invariant and minimal right invariant extension of the given quasi-periodic algebra with respect to the mapping  $\alpha$  are quasi-periodic, have been obtained. The relationship between quasi-periodicity extensions and algebraicity of linear mapping matrix has not been revealed earlier.

The present results are new and agreed with the obtained earlier. The results of the thesis are theoretical. The results are directly related to the operators spectral properties. They also have applications in the theory of generalized functions, dynamics systems theory, measure theory. The results of the thesis can be applied into the educational process when delivering special courses.

