(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ"

УДК 512.542

ГО Вэньбинь

СИЛОВСКИЕ ОБЪЕКТЫ В КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ И ФОРМАЦИЯХ

01.01.06 – математическая логика,
алгебра и теория чисел

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Гомель – 2002

Работа выполнена в Учреждении образования "Сюйчжоуский нормальный университет", КНР

Научный консультант — член-корреспондент НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор
Шеметков Леонид Александрович,
Учреждение образования "Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины", кафедра алгебры и геометрии

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Воробьев Николай Тимофеевич
Учреждение образования "Витебский государственный
университет им. П.М.Машерова", кафедра алгебры и методики
преподавания математики

доктор физико-математических наук, профессор
Мазуров Виктор Данилович

Оппонирующая организация Институт математики и механики УНЦ РАН (Екатеринбург)

Защита состоится 2 ноября 2002 года в 12.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при Учреждении образования "Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины" по адресу: 246019, г.Гомель, ул.Советская, 104. Телефон ученого секретаря: (10 375232) 57 37-91.

С диссертацией можно ознакомится в читальном зале N 1 Учреждения образования "Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины"

Автореферат разослан 25 сентября 2002 года

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций
кандидат физико-математических наук,
доцент А.Ф.Васильев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Классическая теорема Силова является важнейшим результатом алгебры и имеет многочисленные приложения. Ее значение определяется тем, что в каждой конечной группе G для любого простого $p-$ существуют p-подгруппы любого возможного порядка, делящего порядок $|G|$ группы G. Свойства этих подгрупп и, в частности, способ их вложения в группу во многом определяют ее строение. Подчеркивая важность теоремы Силова, профессор С.А.Чунихин отмечал [1], как мало бы осталось от теории конечных групп при условии отсутствия в ней этой теоремы.

Уже в книге Бернсайда [2] теореме Силова и ее приложениям была посвящена целая глава. Затем в работах Ф.Холла, Г.Виландта, С.А.Чунихина, Р.Бэра, С.А.Русакова и Л.А.Шеметкова была развита теория силовских свойств. В последние годы новые существенные результаты по силовским свойствам были получены профессором В.Д.Мазуровым и его учениками (см. [3-6]). Особо отметим, что такие силовские объекты, как p-подгруппы и их нормализаторы, сыграли решающую роль в вопросах классификации конечных простых групп (см. [7]).

В рамках теории формаций, заложенной В.Гашюцом в 1963 г. [8], силовские объекты также сыграли значительную роль. Напомним, что формация -- это класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. Весьма обширный класс формаций составляют насыщенные формации (формация $\mathfrak{F}$ называется насыщенной, если $G/\Phi(G) \in \mathfrak{F}$ всегда влечет $G \in \mathfrak{F}$). Таковыми, например, оказались формации всех нильпотентных, сверхразрешимых, φ-дисперсивных конечных групп и многие другие. Насыщенные формации замечательны тем, что если конечная группа G принадлежит насыщенной формации $\mathfrak{F}$, то для любого простого делителя p порядка $|G|$ в $\mathfrak{F}$ попадает класс $\mathfrak{N}_p$ всех конечных p-групп. Здесь усматривается аналогия с силовскими подгруппами, поэтому формации типа $\mathfrak{N}_p$ с полным правом можно назвать силовскими объектами в теории формаций.

Наряду с насыщенными формациями весьма важный и обширный класс составляют разрешимо насыщенные формации. Они были введены и исследовались независимо Р.Бэром и Л.А.Шеметковым. Формацию $\mathfrak{F}$ называют разрешимо насыщенной, если из $G/\Phi(G_\mathfrak{S}) \in \mathfrak{F}$, где $G_\mathfrak{S}$ — разрешимый радикал группы G, всегда следует $G \in \mathfrak{F}$.

В таких формациях формации типа $\mathfrak{N}_p$ также играют существенную роль, поскольку для них оказывается справедливым следующее утверждение: если $G \in \mathfrak{F}$ и G обладает композиционным фактором порядка p, то $\mathfrak{N}_p$ целиком содержится в $\mathfrak{F}$.

Предлагаемая диссертация посвящена силовским объектам в конечных группах и их формациях. Полученная информация применяется для решения ряда открытых проблем теории групп.

Связь работы с крупными научными программами, темами. Диссертация выполнялась в рамках Международного научного проекта "Теория классов и локальные методы исследования конечных непростых групп" (номер госрегистрации в БелИСА 20001013, проект выполнялся в 2000-2001 гг. и финансировался Министерством образования Республики Беларусь и Янчжоуским государственным университетом, КНР); в рамках Государственных Фондов Естественных Наук КНР "Изучение теории классов групп" (№ 19671070, проект выполнялся в 1997–1999 гг.) и "Развитие и использование локального метода в изучении строения групп и решение некоторых открытых проблем в теории конечных групп и формаций" (№ 10171086, проект выполнялся в 2002 г.) и фонда Краучера (Гонконг, 2000 г.).

Цель и задачи исследования. Целью исследования является изучение силовских объектов в конечных группах и формациях и применение полученных результатов к решению некоторых проблем теории групп. Решаются следующие задачи:

— установление строения конечных групп в зависимости от свойств нормализаторов силовских подгрупп и примарных подгрупп;

— установление свойств насыщенных и частично насыщенных формаций и их произведений в связи с формациями типа $\mathfrak{N}_p$.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются конечные группы с заданными свойствами нормализаторов p-подгрупп, насыщенные и частично насыщенные формации конечных групп и их произведения. Предмет исследования — структурные свойства конечных групп и формаций, составленных из конечных групп.

Методология и методы проведенного исследования. В работе применяются методы локального теоретико-группового анализа, линейные и решеточные методы, а также методы исследования факторизаций формаций.

Научная новизна и значимость полученных результатов. Все полученные результаты в диссертации являются новыми и могут быть использованы в теоретических исследованиях. В диссертации изучено строение конечной группы с заданными нормализаторами примарных подгрупп, а также формаций с заданной системой подформаций и факторизации формаций. Разработанная техника применена к решению некоторых открытых вопросов теории групп.

Работа имеет теоретический характер. Вошедшие в нее результаты и методы могут быть применены в теории конечных групп и в теории формаций.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Результаты, связанные с исследованием конечных групп с заданными нормализаторами силовских подгрупп. В частности,

— решение проблемы Л.А.Шеметкова (1992 г.) о нахождении в $\mathfrak{S}$ всех насыщенных $\check{S}$-формаций с условием $N^{\mathfrak{F}} \subseteq \mathfrak{F}$ (теорема 1.2.1);

— описание строения конечной группы, у которой индексы нормализаторов силовских подгрупп либо нечетны, либо являются степенями простых чисел (теорема 2.3.1);

— описание связи между производной длиной и индексами нормализаторов силовских подгрупп в конечной разрешимой группе (теоремы 2.4.1, 2.5.1).

2. Результаты, связанные с исследованием насыщенных и частично насыщенных формаций и их произведений. В частности,

— решение проблемы В.А.Ведерникова (1990 г.) о строении насыщенных формаций с дополняемыми подформациями типа $\mathfrak{N}_p$ (теорема 5.1.1);

— решение двух проблем А.Н.Скибы (1997 г.) об описании τ-замкнутых n-кратно локальных и разрешимых тотально локальных формаций $\mathfrak{F}$ с булевой решеткой промежуточных подформаций между $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$(теоремы 5.3.1, 5.4.1);

— решение проблемы 12.74 из сборника "Коуровская тетрадь (нерешенные проблемы теории групп", Новосибирск, 1990) о разрешимой насыщенности формации $\mathfrak{M}$ в произведении $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ (теорема 6.1.1);

— решение проблемы А.Н.Скибы (1989 г.) об описании несократимых факторизаций однопорожденных разрешимо насыщенных формаций (теорема 6.3.1);

— решение проблемы Л.А.Шеметкова (1998 г.) о замкнутости корадикалов относительно подпрямых произведений (теорема 7.1.1).

Личный вклад соискателя. Основные результаты диссертации получены автором самостоятельно и опубликованы без соавторов. В работах соискателя, выполненных в соавторстве, результаты получены каждым автором самостоятельно.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертации докладывались на ряде международных математических конференций, на Международном математическом конгрессе (Пекин и Hong Kong, 2002), на научном семинаре кафедры высшей алгебры МГУ, на семинаре "Алгебра и логика" (Новосибирск) и на Гомельском алгебраическом семинаре.

Опубликованность результатов. Основные результаты диссертации опубликованы в 2 монографиях (в том числе в монографии "The theory of classes of groups", изд-во Kluwer, Пекин—Нью Йорк—Лондон, 2000), в 27 статьях, а также в ряде препринтов и тезисах конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 8 глав и списка цитированной литературы. Объем диссертации — 216 страниц.

ОБЗОР ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ниже охарактеризовано содержание диссертации.

Диссертация состоит из 8 глав, разбитых на две части. Отметим, что все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Используются стандартные определения и обозначения [9–11].

В первой части диссертации рассматриваются группы с данными нормализаторами силовских подгрупп. В главе 1 исследуются группы с нормализаторами силовских подгрупп, принадлежащими данной формации.

Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Через $N^{\mathfrak{X}}$ обозначим класс всех групп, у которых нормализаторы всех силовских подгрупп принадлежат $\mathfrak{X}$.

В 1986 г. Бианки, Маури и Гаук [12] доказали, что $N^{\mathfrak{N}} \subseteq \mathfrak{N}$, где $\mathfrak{N}$ является формацией всех нильпотентных групп, т.е. если нормализаторы силовских подгрупп нильпотентны, то группа нильпотентна. Несложно показать, что группа является вполне факторизуемой тогда и только тогда, когда нормализатор любой силовской подгруппы вполне факторизуем. Симметрическая группа S_4 несверхразрешима, но в ней нормализаторы силовских подгрупп сверхразрешимы. Поэтому $\mathfrak{S} \cap N^{\mathfrak{U}} \not\subseteq \mathfrak{U}$, где $\mathfrak{U}$ является формацией всех сверхразрешимых групп, $\mathfrak{S}$ является формацией всех разрешимых групп. В 1988 г. Федри и Серена [13] исследовали некоторые свойства групп из $\mathfrak{S} \cap N^{\mathfrak{U}}$.

В связи с этим Шеметков предложил следующую проблему на Гомельском семинаре в 1992 году.

Проблема 1(Л.А.Шеметков). 1) В классе $\mathfrak{S}$ найти все локальные S-замкнутые формации $\mathfrak{F}$ такие, что $N^{\mathfrak{F}} \subseteq \mathfrak{F}$.

2) В классе $\mathfrak{S}$ описать все локальные формации Шеметкова $\mathfrak{F}$ с условием $N^{\mathfrak{F}} \subseteq \mathfrak{F}$.

Напомним, что S-замкнутая формация $\mathfrak{F}$ называется формацией Шеметкова, если любая минимальная не $\mathfrak{F}$-группа (в рассматриваемом универсуме) является либо группой Шмидта, либо имеет простой порядок.

Первая часть проблемы весьма обширна и очень сложна. Нам удалось получить следующий результат.

Теорема 1.1.1([40]). 1) *Пусть* $\mathfrak{F} = \mathfrak{S} \cap E_{\pi}^{\mathfrak{N}}$. *Тогда разрешимая группа* $G \in \mathfrak{F}$ *тогда и только тогда, когда* $N_G(G_p) \in \mathfrak{F}$ *для каждого простого числа* $p \in \pi(G)$.

2) *Пусть* f *является максимальным внутренним локальным экраном формации* $\mathfrak{F}$. *Если* $N^{\mathfrak{F}} \subseteq \mathfrak{F}$, *то* $\mathfrak{S} \cap N^{f(p)} \subseteq f(p)$ для всех $p \in \pi(\mathfrak{F})$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Чунихин С. А. Подгруппы конечных групп. — Минск: Наука и техника, 1964. — 158 с.

2. Burnside W. Theory of groups of finite order. Second edition. — Cambridge: University Press, 1911. — 512 p.

3. Мазуров В.Д., Ревин Д.О. О холловом D_π-свойстве для конечных групп // Сиб.мат.ж. — 1997. — Т. 38, N 1. — С. 125–134.

4. Мазуров В. Д. Об одном вопросе Л.А. Шеметкова // Алгебра и логика. — 1992. — Т. 31, N 6. — С. 624–636.

5. Вдовин Е. П., Ревин Д.О. Холловы подгруппы нечетного порядка в конечных группах // Алгебра и логика. — 2002. — Т. 41, N 1. — С. 15–56.

6. Ревин Д.О. Свойство D_π в одном классе конечных групп // Алгебра и логика. — 2002. — Т. 41, N 3. — С. 335–370.

7. Д.Горенстейн. Конечные простые группы. — Москва: Мир, 1985. — 352 с.

8. Gaschütz, W., Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen, Math. Z., 1963, **80**, 300-305.

9. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups // Walter de Gruyter. Berlin, New York, 1992. — 889 p.

10. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. — М.: Наука, 1978. — 272 с.

11. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. — М.: Наука, 1989. — 253 с.

12. Bianchi M., Mauri A.G.B., Hauck P. On finite groups with nilpotent Sylow normalizers // Arch. Math. — 1986. — V. 47. — P. 193–197.

13. Fedri V., Serens L. Finite soluble groups with supersoluble Sylow normalizers // Arch. Math. — 1988. — V. 50. — P. 11–18.

14. Bryce R.A., Fedri V., Serena L. Bound on the Fitting length of finite soluble groups with supersoluble Sylow normalizers // Bull. Austral Math. Soc. — 1991. — V. 44. — P. 19–31.

15. Докторов И. П. Конечные группы с дополняемыми нормализаторами силовских подгрупп // Мат. заметки. — 1978. — Т. 24, № 2. — С. 149–158.

16. Кондратьев А.С. Критерий 2-нильпотентности конечных групп: Подгрупповые структуры групп // УРО Акад. наук СССР. — 1988. — С. 82–84.

17. Chigira N. Number of Sylow subgroups and p–nilpotence of finite groups // J. Algebra. — 1998. — V. 201. — P. 71–85.

18. Zhang J. Sylow numbers of finite groups // J. Algebra. — 1995. — V. 176. — P. 111–123.

19. Zassenhaus H. Beweis eines Zatzes über diskrete Gruppen // Abhandl Math. Seminar Hamburg Univ. — 1938. — Bd. 12. — S. 289–312.

20. Скиба А.Н. О формациях, порожденных классами групп // Весці Акад. наук БССР. Сер. фiз.-мат. навук. — 1981. — № 3. — С. 33–39.

21. Ведерников В.А. Вполне факторизуемые формации конечных групп // Вопросы алгебры. — Минск: Университетское, 1990. — Вып. 5. — С. 28–34.

22. Скиба А.Н. Алгебра формаций. // Мн.:Беларуская навука, — 1997. — 240 с.

23. Шеметков Л.А. О произведении формаций // Докл. Акад. наук БССР. — 1984. — Т. 28, № 2. — С. 101–103.

24. Коуровская тетрадь (нерешенные вопросы теории групп). — Новосибирск, 1999. — — 134 с.

25. Коуровская тетрадь (нерешенные вопросы теории групп). — Новосибирск, 1990. — 126 с.

26. Ведерников В.А. О некоторых классах конечных групп // Докл. Акад. наук БССР — 1998. — Т. 32, № 10. — С. 872–875.

27. Воробьев Н.Т. О факторизациях нелокальных формаций конечных групп // Вопросы алгебры. — Минск: Университетское, 1990. — Вып 5. — С. 21–24.

28. Ballester-Bolinches A., Perez-Ramos M.D. Some questions of the Kourovka Notebook concerning formation products // Comm. Algebra. — 1998. — V. 26, № 5. — С. 1581–1587.

29. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические труды. — 1999. — Т. 2, № 1. — С. 114–147.

30. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. О частично локальных формациях // Докл. Акад. наук Беларуси. — 1995. — Т. 39, № 3. — С. 123–143.

31. Нейман Х. Многообразия групп. — М., 1969. — 264 с.

32. Шмелькин Л. А. Сплетения и многообразия групп // Изв. акад. наук СССР. Математика. — 1965. — Т. 29. — С. 149–170.

33. Doerk K., Hawkes T. On the residual of a direct product // Arch. Math. — 1978. — V. 30. — P. 458–468.

34. Шеметков Л.А. Гашюцовы произведения классов групп // Докл. Акад. наук Беларуси. — 1998. — Т. 42. — С. 22–26.

35. Семенчук В.Н, Васильев А.Ф. Характеризация локальных форма-

ций $\mathfrak{F}$ по заданным свойствам минимальных не $\mathfrak{F}$-групп // Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп. — Минск: Наука и техника, 1984. — С. 175-181.

36. Ballester-Bolinches A., Perez-Ramos M.D. Two questions of L.A. Shemetkov on critical groups // J.Algebra. — 1996. — V. 179. — P. 905–917.

37. Скиба А.Н. Класс локальных формаций конечных групп // Докл. Акад. наук БССР. — 1990. — Т. 34. — С. 982–984.

38. Каморников С.Ф. О двух проблемах Л.А. Шеметкова // Сиб. мат. журн. — 1994. — Т. 35, № 2. — С. 801–812.

39. Шеметков Л. А. Ступенчатые формации групп // Мат. сб. — 1974. — Т. 94, № 4. — С. 628–648.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

40. Guo W. Finite groups with given normalizers of Sylow subgroups II // Chin. Ann. Math. – 1994. – V. 15(A). – P. 627–631.

41. Guo W. On normalizers of Sylow subgroups I // Dakl. Akad. Nauk Belarus. — 1993. — V. 37, № 4. — C. 22–24.

42. Guo W. Finite groups with given normalizers of Sylow subgroups // Chinese Science Bulletin. – 1994. – V. 39, № 23. – C. 1952–1953.

43. Guo W. On the nilpotent length of finite soluble groups with given normalizers of Sylow subgroups // Algebras and Combinatorics, An International Congress, ICAC'97, Hong Kong, Springer, 1999. – P. 247–254.

44. Guo W. The Theory of Classes of Groups // Science Press-Kluwer Academic Publishers, Beijing-New York-Dordrecht-Boston-London, 2000. – 258 p.

45. Guo W. Finite groups with given indices of normalizers of Sylow subgroups // Siberian Math. J. – 1996. – V. 37 – P. 253–257.

46. Guo W. Indices of Sylow normalizers and derived length of soluble groups. – Gomel, 2002. – 8 c. – (Preprint / Gomel University; № 26.)

47. Guo W., Shemetkov L. A. On finite groups with hypercentral condition // Rep. Akad. nauk Belarus. – 1992. – V. 36. – P. 485–486.

48. Guo W. Finite groups with nilpotent local subgroups. – Gomel, 2000. – 14 c. – (Preprint / Gomel University; № 94.)

49. Miao L. and Guo W., On influence of indices of normalizers of Sylow subgroups on the structure of finite groups // Siberian Math. J. – 2002. – V. 41, № 1. – P. 120–125.

50. Miao L., Guo W. The influence of c-normality of subgroups on the structure of finite groups // Problems in Algebra. – 2000. – V. 3, № 16. – P. 101–106.

51. Guo W. The influence of minimal subgroups on the struture of finite groups // Southeast Asian Bulletin of Mathematics. – 1998. – V. 22. – P. 287–290.

52. Chen X., Guo W., K. P. Shum. Bounds of the nilpotent length of finite groups with given Sylow normalizers // Intern. Math. Journal. – 2002. – V. 2. – P. 289–295.

53. Guo W. Local formations in which every subformation of type Np has a complements // Chinese Science Bulletin. – 1997. – V. 42, № 5. – P. 364–367.

54. Guo W. One problem of the theorem of multiply local formations, –

Gomel, 2000. — 11 c. — (Preprint / Gomel University; № 95)

55. Guo W., K. P. Shum. On totally local formations of groups // Comm. Algebra. — 2002. — V. 30, № 5. — P. 2117–2131.

56. Guo W. On one question of Kourovka Noteboot // Comm. Algebra. — 2000. — V. 28, № 10. — P. 4767–4782.

57. Guo W. and Skiba A. N. Factorizations of one-generated composition formations // Algebra i Logica. — 2001. — V. 40, № 5. — P. 545–560.

58. Guo W., Uncanallative factorizationa of Bear-local formations. — Gomel, 2000. — 26 c. — (Preprint / Gomel University; № 96.)

59. Guo W., K. P. Shum. Problems on product of formations // Manuscripta Math. — 2002. — V. 108. — P. 205–215.

60. Го Вэньбинь. Об одной проблеме теории ступенчатых формаций // Изв. вузов. Математика. — 2001. — Т. 9, № 472. — С. 33–37.

61. Го Вэньбинь. Конечные группы с f-гиперцентральным условием для простых групп // Вопросы алгебры. — Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. Гомель, 1996. — Т. 9. — С. 90–106.

62. Guo W. On finite groups with given properties of normalizers of Sylow subgroups // Conference of Mathematics in Belarus: Thesis of Reports, P. 1. — Grodno, 1992. — P. 62.

63. Guo W. On finite groups in which the Sylow normalizers are in some formations // IV conference of Algebra in China: Thesis of Reports. — Guilin, 1992. — P. 23-24.

64. Guo W. On finite groups generated by $\mathfrak{F}$-subnormal subgroups // Problems in Algebras and Kibernetiki: Thesis of Reports. — Gomel, 1995. — P. 53.

65. Guo W. Theory of formations, Rings, Groups and Algebras // Lecture Notes in Pure and Appl. Math. — 1996. — V. 181. — P. 133–143.

66. Guo W. On finite groups with given properties of subgroups // 96'Beijing Intern. Symposium on group theory: Thesis of Reports. — Beijing, 1996. — P. 4–6.

67. Guo W. Finite groups with given normalizers of Sylow subgroups II // Acta Math. Sinica. — 1996. — V. 39, № 4. — P. 509–513.

68. Guo W. Injectors of finite groups // Chinese Ann. Math. Ser. A. — 1997. — V. 18, № 2. — P. 145–148.

69. Guo W. On the nilpotent length of finite soluble groups // Collection of Abstracte ICAC 97: Thesis of Reports. — Hong Kong, 1997. — P.31-33.

70. Guo W. The groups generated by subnormal subgroups // Algebra Colloquium. — 1998. — V. 5, № 1. — P. 41–48.

71. Guo W. On ranks of classes of groups, Proceedings of the '96 Beijing International Conference on Groups Theorem, Springer, 1998, 1-5.

72. Guo W. The influence of minimal subgroups on the structure of finite groups // Southeast Asian Bulletin of Mathematics. – 1998. – V. 22. – P. 287–290.

73. Guo W., Miao L., Chen J. Local formations with given Sylow normalizers // J. Math. Res. Exposition. – 2002. – V. 20, № 3. – P. 425–428.

74. Го Вэньбинь. Разрешимость групп, у которых нормализаторы силовских 2,3-подгрупп имеют своими индексами степени простых чисел // VIII Белорусская матем. конф.: Тез. докл., Р. 2. – Минск, 2002. – Р. 29.

75. Guo W. Finite groups with primary indices of Sylow normalizers // IV International Algebraic Conference: Thesis of Roports. – Novosibirsk, 2000. – P. 59.

76. Guo W., K. P. Shum. Formation operators on classes of algebras // Comm. Algebra. – 2002. – V. 30, № 7. – P. 3457–3472.

77. Miao L., Chen X., Guo W. Finite groups with c-normal subgroups // Southeast Asian Bulletin of Mathematics. – 2001. – V. 25. – P. 479–483.

78. Guo W. and Zhu L., On formations with Shemetkov conditions // Algebra Colloquium. – 2002. – V. 9, № 1. – P. 89–98.

79. Guo W. Finite groups with given Sylow normalizers // Intern. Conf. on Alg. and its Appl.: Thesis of Roports. – Bangkok, 2002. – P. 68–70.

80. Guo W. The Theory of Classes of Groups // Beijing: Science Press, 1997. – 255 p.

81. Guo W. S-Normal subgroups of finite groups. – Gomel, 2001. – 11 c. – (Preprint / Gomel University; № 124/18.)

82. Zhu L., Guo W., K. P. Shum. Weakly c-normal subgroups of finite groups and their properties // Communications in Algebra. – 2002. – V. 30, № 11. – P. 5503–5510.

83. Guo W. Prodųcts of w-saturated formations. – Gomel, 2001. – 8 c. – (Preprint / Gomel University; № 123/17.)

84. Guo W., K. P. Shum, A.N.Skiba. On $\mathfrak{F}$-residuals of finite groups // Bull. Austral Math. Soc. – 2002. – V. 65. – P. 271–275.

85. Го Вэньбинь, Шам К.П. Теория Фраттини классов конечных универсальных алгебр в мальцевских многообразиях, // Siberian Math. J. – 2002.

86. Го Вэньбинь, Скиба А.Н. Два замечания о тождествах решеток ω-локальных и ω-композиционных формаций конечных групп // Изв.

вузов. Математика. — 2002. — V. 480, № 5. — P. 14–22.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации исследованы силовские объекты в конечных группах и формациях конечных групп. Все рассматриваемые в диссертации группы конечны. Получены следующие результаты:

— решена проблема Л.А.Шеметкова 1992 г. о нахождении в классе разрешимых групп всех насыщенных $\check{S}$-формаций с условием $N^{\mathfrak{F}} \subseteq \mathfrak{F}$ [42];

— установлено строение конечной группы, у которой индексы нормализаторов силовских подгрупп либо нечетны, либо являются степенями простых чисел [45];

— решена проблема В.А.Ведерникова о строении насыщенных формаций с дополняемыми примарными подформациями [53];

— решены две проблемы А.Н.Скибы об описании формаций $\mathfrak{F}$ с булевой решеткой промежуточных подформаций между $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ [55];

— решена проблема 12.74 из "Коуровской тетради (нерешенные проблемы теории групп)" о разрешимой насыщенности формации $\mathfrak{M}$ в произведении $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ [56];

— решена проблема А.Н.Скибы (1989 г.) об описании несократимых факторизаций однопорожденных разрешимо насыщенных формаций [58].

РЭЗЮМЭ

Го Вэньбінь

Сілаўскія аб'екты ў канечных групах і фармацыях

Ключавыя словы: канечная група, фармацыя, насычанасць, вырашальная насычанасць.

У дысертацыі распрацаваны метады даследавання канечных груп з дадзенымі нармалізатарамі сілаўскіх падгруп. Вырашан рад вядомых праблем: апісаны канечныя групы з дадзенымі нармалізатарамі сілаўскіх падгруп, вырашана праблема В.А.Вядзернікава аб насычаных фармацыях з дапаўняемымі прымарнымі падфармацыямі, праблема А.Н.Скібы аб нескарачальных фактарызацыях фармацый, праблема 12.74 з "Каураўскага сшытка" аб насычанасці фактараў у памнажэнні фармацый.

Усе асноўныя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Работа мае тэарэтычны характар, яе вынікі могуць быць выкарастаны ў даследаваннях па тэорыі канечных груп, па тэорыі фармацый, а таксама пры чытанні спецкурсаў у універсітэтах.

РЕЗЮМЕ

Го Вэньбинь

Силовские объекты в конечных группах и формациях

Ключевые слова: конечная группа, формация, насыщенность, разрешимая насыщенность.

В диссертации разработаны методы исследования конечных групп с данными нормализаторами силовских подгрупп и частично насыщенных формаций. Решен ряд известных проблем: описаны конечные группы с данными нормализаторами силовских подгрупп, решена проблема В.А.Ведерникова о насыщенных формациях с дополняемыми примарными подформациями, проблема А.Н.Скибы о несократимых факторизациях формаций, проблема 12.74 из "Коуровской тетради" о насыщенности факторов в произведении формаций.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Работа имеет теоретический характер, ее результаты могут быть использованы в исследованиях по теории конечных групп, по теории формаций, а также при чтении спецкурсов в университетах.

SUMMARY

Guo Wenbin

Sylow objects in finite groups and formations

Key words: finite group, formation, saturation, soluble saturation.

In the dissertation the methods of research of finite groups with given normalizers of Sylow subgroups and partially saturated formations are developed. A series of well-known problems was solved: finite groups with given normalizers of Sylow subgroups were described, V.A.Vedernikov's problem on saturated formations with complemented primary subformations was solved, A.N.Skiba's problem on uncancelled factorizations of formations was solved, problem 12.74 from "Kourovka Notebook" on saturation of factors in a product of formations was soved.

All main results of the dissertation are new. It has a theoretical character, its results can be used in research on the theory of finite groups, on the theory of formations, and also in special courses at universities.

郭文彬