

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «ИНСТИТУТ
МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

УДК 512.547 + 512.76

ГОВОРУШКО
Игорь Олегович

**МНОГООБРАЗИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ
ГРУПП БАУМСЛАГА – СОЛИТЕРА**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория
чисел

Минск, 2017

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный
руководитель:

**Беняш-Кривец Валерий
Вацлавович,**
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой высшей
алгебры и защиты информации Белорусского
государственного университета

Официальные
оппоненты:

Воробьев Николай Тимофеевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой алгебры и
методики преподавания математики
Витебского государственного университета
имени П. М. Машерова
Супруненко Ирина Дмитриевна,
доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник отдела алгебры
Института математики Национальной
академии наук Беларуси

Оппонирующая организация – Гомельский государственный университет
имени Ф. Скорины.

Защита состоится 24 ноября 2017 г. в 17:00 на заседании совета по защите
диссертаций Д 01.02.01 при государственном научном учреждении
«Институт математики Национальной академии наук Беларуси» по адресу:
220072, Республика Беларусь, г. Минск, ул. Сурганова, 11, конференц-зал.
Тел. ученого секретаря: (017) 284-19-61, email: kalosha@im.bas-net.by.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики
Национальной академии наук Беларуси.

Автореферат разослан 20 октября 2017 г.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций,
кандидат физ.-мат. наук

Калоша Н.И.

ВВЕДЕНИЕ

Пусть $G = \langle g_1, \dots, g_m \rangle$ – конечно порождённая группа, а алгебраическая группа $H \subset GL_n(K)$ связна и линейно-редуктивна (поле K алгебраически замкнуто и имеет нулевую характеристику). Для всякого гомоморфизма $\rho: G \rightarrow H$ набор элементов $(\rho(g_1), \dots, \rho(g_m)) \in H^m$ удовлетворяет всем определяющим соотношениям группы G , и поэтому $\rho \mapsto (\rho(g_1), \dots, \rho(g_m))$ задаёт биекцию между множеством гомоморфизмов из G в H и K -точками некоторого аффинного K -многообразия $R(G, H) \in H^m$. Это многообразие определяется группами G и H однозначно с точностью до бирегулярного изоморфизма.

Многообразие $R(G, H)$ называется многообразием представлений группы G в алгебраическую группу H . Если $H = GL_n(K)$, многообразие $R(G, GL_n(K))$ называется многообразием n -мерных представлений группы G и обозначается $R_n(G)$.

Группа H действует на $R(G, H)$ естественным образом (одновременным сопряжением компонент), и орбиты находятся во взаимно-однозначном соответствии с классами эквивалентных представлений группы G . В общем случае орбиты относительно этого действия не являются замкнутыми, и, следовательно, многообразие орбит (геометрический фактор) не является алгебраическим многообразием. Но, так как группа H линейно-редуктивна, K -алгебра H -инвариантных регулярных функций конечно порождена и мы можем поставить в соответствие этой K -алгебре категорный фактор $R(G, H) // H^1$, обозначаемый $X(G, H)$ и называемый многообразием характеров представлений G в H . Точки этого многообразия параметризуют замкнутые H -орбиты. Если $H = GL_n(K)$, орбита представления замкнута в том и только том случае, когда это представление вполне приводимо, поэтому точки $X_n(G) = X(G, GL_n(K))$ находятся во взаимно-однозначном соответствии с классами эквивалентных вполне приводимых n -мерных представлений группы G . Известно также, что два вполне приводимых представления из $R_n(G)$ эквивалентны тогда и только тогда, когда их характеры равны². Следовательно, точки $X_n(G)$ находятся во взаимно-однозначном соответствии с характерами n -мерных вполне приводимых представлений группы G , чем и объясняется название многообразия $X_n(G)$.

¹ Крафт, Х. Геометрические методы в теории инвариантов / Х. Крафт. – М. : Мир, 1987. – 308 с.

² Lubotzky, A. Varieties of representations of finitely generated groups / A. Lubotzky, A.R. Magid // Memoirs AMS. – 1985. – Vol. 58, № 336. – P. 1–116.

Для конечных групп G многообразия $R(G, H)$ и $X(G, H)$ изучены в деталях. В этом случае все представления вполне приводимы и существует лишь конечное (с точностью до эквивалентности) число неприводимых представлений.

Любоцкий и Магид³ описали многообразия $X_n^s(G)$ для бесконечных нильпотентных групп G . Рудник⁴ обобщил этот результат на случай разрешимых групп.

Для топологии интерес представляют многообразия представлений групп G , являющихся фундаментальными группами некоторых классов многообразий. Голдман и Миллсон⁵ изучают локальные свойства многообразий $R(G, H)$, где H – линейная алгебраическая группа Ли, а G – фундаментальная группа компактного кэлерова многообразия. В работах Симпсона^{6,7} на многообразиях представлений фундаментальных групп гладких проективных многообразий X вводятся дополнительные конструкции, отражающие структуру X .

Геометрические свойства многообразий представлений и характеров групп изучаются в большом числе работ, в частности, в работах Апанасова⁸, Арбарелло⁹, Бенедетто¹⁰, Голдмана^{11,12,13}, Харви¹⁴, Хьюсмана¹⁵, Любоцкого¹⁶, Ли¹⁷, Лириано^{18,19}, Магида^{20,21,22,23}, Нанли²⁴.

³ Lubotzky, A. Varieties of representations of finitely generated groups / A. Lubotzky, A.R. Magid // *Memoirs AMS*. – 1985. – Vol. 58, № 336. – P. 1–116.

⁴ Rudnick, Z. Representation varieties of solvable groups / Z. Rudnick // *J. Pure Appl. Algebra*. – 1987. – Vol. 45. – P. 261–272.

⁵ Goldman, W.M. The deformation theory of representations of fundamental groups of compact Kähler manifolds / W.M. Goldman, J.J. Millson // *Bull. Amer. Math. Soc.* – 1988. – Vol. 18, № 2. – P. 153–158.

⁶ Simpson, C.T. Moduli of representations of the fundamental group of a smooth projective variety, I / C.T. Simpson // *Publ. Math. I. H. E. S.* – 1994. – Vol. 79. – P. 47–129.

⁷ Simpson, C.T. Moduli of representations of the fundamental group of a smooth projective variety, II / C.T. Simpson // *Publ. Math. I. H. E. S.* – 1994. – Vol. 80. – P. 5–79.

⁸ Apanasov, B. Varieties of discrete representations of hyperbolic 3-lattices / B. Apanasov // *Algebra (Krasnoyarsk, 1993)*. – Berlin, 1996. – P. 7–19.

⁹ Arbarello, E. Moduli spaces of curves and representation theory / E. Arbarello, C. De Concini, V.G. Kac, C. Procesi // *Comm. Math. Phys.* – 1988. – Vol. 117, № 1. – P. 1–36.

¹⁰ Benedetto, R.L. The topology of the relative character varieties of a quadruply-punctured sphere / R.L. Benedetto, W.M. Goldman // *Experiment. Math.* – 1999. – Vol. 8, № 1. – P. 85–103.

¹¹ Goldman, W.M. Geometric structures on manifolds and varieties of representations / W.M. Goldman // *Geometry of group representations (Boulder, CO, 1987)*. – Providence, RI, 1988. – P. 169–198.

¹² Goldman, W.M. Representations of fundamental groups of surfaces / W.M. Goldman // *Geometry and topology (College Park, Md., 1983/84)*. – Berlin, 1985. – P. 95–117.

¹³ Goldman, W. Topological components of spaces of representations / W. Goldman // *Invent. Math.* – 1988. – Vol. 93. – P. 557–607.

¹⁴ Harvey, W.J. Modular groups and representation spaces / W.J. Harvey // *Geometry of group representations (Boulder, CO, 1987)*. – Providence, RI, 1988. – P. 205–214.

¹⁵ Huisman, J. On components of spaces of $\mathrm{psl}_2(\mathbb{C})$ -representations of extended quasifuchsian groups / J. Huisman // *In the tradition of Ahlfors and Bers (Stony Brook, NY, 1998)*. – Providence, RI, 2000. – P. 203–210.

¹⁶ Lubotzky, A. Local structure of representation varieties: examples / A. Lubotzky, A.R. Magid // *Geometry of group representations (Boulder, CO, 1987)*. – Providence, RI, 1988. – P. 215–235.

¹⁷ Li, J. The space of surface group representations / J. Li // *Manuscripta Math.* – 1993. – Vol. 78, № 3. – P. 223–243.

¹⁸ Liriano, S. Algebraic geometric invariants for a class of one-relator groups / S. Liriano // *J. Pure Appl. Algebra*. – 1998. – Vol. 132, № 1. – P. 105–118.

Получено описание многообразий представлений фундаментальных групп компактных ориентируемых²⁵ и неориентируемых²⁶ поверхностей.

Начиная с работы Куллера и Шалена²⁷ многообразия характеров фундаментальных групп трёхмерных многообразий применяются в трёхмерной топологии и теории узлов (см. работы Купера^{28,29,30,31}, Куллера³², Даскалопулоса³³, Хиронаки³⁴, Лонга³⁵, Нибло³⁶, Тханга³⁷).

В данной диссертации мы рассматриваем группы Баумслэга – Солитера, то есть группы $BS(p, q)$, имеющие копредставление $BS(p, q) = \langle a, b \mid ba^p b^{-1} = a^q \rangle$. Эти группы предложены Баумслэгом и Солитером³⁸ в качестве примеров нехопфовых групп, то есть групп, изоморфных своей собственной факторгруппе. Легко видеть, что $BS(p, q) \cong BS(-p, -q)$ и $BS(p, q) \cong BS(q, p)$. В данной работе мы будем

¹⁹ Liriano, S. Irreducible components in an algebraic variety of representations of a class of one-relator groups / S. Liriano // *Internat. J. Algebra Comput.* – 1999. – Vol. 9, № 1. – P. 129–133.

²⁰ Magid, A.R. Deformations of representations / A.R. Magid // *Algebra, K-theory, groups, and education* (New York, 1997). – Providence, RI, 1999. – P. 129–143.

²¹ Magid, A.R. Deformations of representations of discrete groups / A.R. Magid // *Classical groups and related topics* (Beijing, 1987). – Providence, RI, 1989. – P. 79–87.

²² Magid, A.R. Local structure of representation varieties / A.R. Magid // *Israel J. Math.* – 1988. – Vol. 62, № 3. – P. 326–340.

²³ Magid, A.R. Lower bounds for dimensions of representation varieties / A.R. Magid // *Trans. Amer. Math. Soc.* – 1998. – Vol. 350, № 11. – P. 4609–4621.

²⁴ Nunley, C. Simple representations of the integral Heisenberg group / C. Nunley, A. Magid // *Classical groups and related topics* (Beijing, 1987). – Providence, RI, 1989. – P. 89–96.

²⁵ Rapinchuk, A.S. Representation varieties of the fundamental groups of compact orientable surfaces / A.S. Rapinchuk, V.V. Benyash-Krivetz, V.I. Chernousov // *Isr. J. Math.* – 1996. – Vol. 93. – P. 29–71.

²⁶ Беньаш-Кривец, В.В. Многообразия представлений фундаментальных групп компактных неориентируемых поверхностей / В.В. Беньаш-Кривец, В.И. Черноусов // *Матем. сб.* – 1997. – Т. 188, № 7. – С. 47–92.

²⁷ Culler, M. Varieties of group representations and splittings of 3 manifolds / M. Culler, P. Shalen // *Ann. of Math.* – 1983. – Vol. 117. – P. 109–147.

²⁸ Cooper, D. Plane curves associated to character varieties of 3-manifolds / D. Cooper, M. Culler, H. Gillet, D.D. Long, P.B. Shalen // *Invent. Math.* – 1994. – Vol. 118, № 1. – P. 47–84.

²⁹ Cooper, D. Representation theory and the A-polynomial of a knot / D. Cooper, D.D. Long // *Chaos Solitons Fractals.* – 1998. – Vol. 9, № 4–5. – P. 749–763.

³⁰ Cooper, D. Representing knot groups into $sl(2, \mathbb{C})$ / D. Cooper, D.D. Long // *Proc. Amer. Math. Soc.* – 1992. – Vol. 116, № 2. – P. 547–549.

³¹ Cooper, D. Roots of unity and the character variety of a knot complement / D. Cooper, D.D. Long // *J. Austral. Math. Soc. Ser. A.* – 1993. – Vol. 55, № 1. – P. 90–99.

³² Culler, M. Dehn surgery on knots / M. Culler, C.McA. Gordon, J. Luecke, P.B. Shalen // *Bull. Amer. Math. Soc.* – 1985. – Vol. 13, № 1. – P. 43–45.

³³ Daskalopoulos, G. On the Morgan-Shalen compactification of the $sl(2, \mathbb{C})$ character varieties of surface groups / G. Daskalopoulos, S. Dostoglou, R. Wentworth // *Duke Math. J.* – 2000. – Vol. 101, № 2. – P. 189–207.

³⁴ Hironaka, E. Alexander stratifications of character varieties / E. Hironaka // *Ann. Inst. Fourier (Grenoble).* – 1997. – Vol. 47, № 2. – P. 555–583.

³⁵ Long, D.D. Commensurability and the character variety / D.D. Long, A.W. Reid // *Math. Res. Lett.* – 1999. – Vol. 6, № 5–6. – P. 581–591.

³⁶ Niblo, G.A. Finding splittings of groups and 3-manifolds / G.A. Niblo // *Bull. London Math. Soc.* – 1995. – Vol. 27, № 6. – P. 567–574.

³⁷ Tkhang, L.T.K. Varieties of representations and their subvarieties of cohomology jumps for knot groups / L.T.K. Tkhang // *Mat. Sb.* – 1993. – Vol. 184, № 2. – P. 57–82.

³⁸ Baumslag, G. Some two-generator one-relator non-Hopfian groups / G. Baumslag, D. Solitar // *Bull. Amer. Math. Soc.* – 1962. – Vol. 68, № 3. – P. 199–201.

рассматривать такие группы $BS(p, q)$, что $p > |q| \geq 1$. Всюду в диссертации, за исключением главы 5, показатели p и q предполагаются взаимно простыми.

Маклори³⁹ описал все неприводимые представления группы $BS(p, q)$ над полем комплексных чисел. Дудкин⁴⁰ нашёл все неприводимые представления подгрупп конечного индекса групп Баумслэга – Солитера над полем комплексных чисел.

В выполненных ранее работах структура многообразий $R_n(BS(p, q))$, $X_n(BS(p, q))$ или многообразий представлений подгрупп конечного индекса групп $BS(p, q)$ не рассматривалась. В связи с этим исследование структуры этих многообразий является актуальным. Этому исследованию и посвящена данная диссертация.

³⁹ McLauri, D. Irreducible representations of Baumslag-Solitar groups / D. McLauri // J. Group Theory. – 2012. – Vol. 15, № 4. – P. 543–552.

⁴⁰ Дудкин, Ф.А. Неприводимые представления подгрупп конечного индекса групп Баумслэга – Солитера / Ф.А. Дудкин // Сиб. матем. журн. – 2013. – Т. 54, № 6. – С. 1273–1279.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь с крупными научными программами и темами

Диссертация выполнена на кафедре высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета в рамках заданий «Классификация тотально частично насыщенных формаций конечных групп по свойствам решеток и полугрупп их подформаций» (Конвергенция 1.1.03.2) (номер госрегистрации в БелИСА – 20113522) и «Развитие геометрических и комбинаторных методов исследования групп и квадратичных форм и их приложения» (Конвергенция 1.1.01.1) (номер госрегистрации в БелИСА – 20114353), выполняемых по государственной программе научных исследований на 2011-2015 годы «Междисциплинарные научные исследования, новые зарождающиеся технологии как основа устойчивого инновационного развития» (ГПНИ «Конвергенция»), подпрограмма «Разработка и исследование математических методов и их применение для решения актуальных проблем естествознания, техники, экономики и социальных наук» («Математические методы»).

Цель и задачи исследования

Целью диссертации является описание структуры многообразий $R_n(\text{BS}(p,q))$, $X_n(\text{BS}(p,q))$ и многообразий представлений подгрупп конечного индекса групп $\text{BS}(p,q)$. Для достижения этой цели необходимо было решить следующие задачи: найти неприводимые компоненты данных многообразий; вычислить размерности неприводимых компонент; исследовать неприводимые компоненты на рациональность и гладкость.

Объект исследования – многообразия $R_n(\text{BS}(p,q))$, $X_n(\text{BS}(p,q))$ и многообразия представлений подгрупп конечного индекса групп $\text{BS}(p,q)$.

Предмет исследования – свойства и структура данных многообразий.

Положения, выносимые на защиту

1. Получено описание неприводимых компонент $R_n(\text{BS}(p,q))$ для взаимно простых p и q , найдено их количество, вычислена их размерность, доказана их рациональность ([5-A]).

2. Доказана гладкость неприводимых компонент многообразия $R_n^s(\text{BS}(p,q))$ для взаимно простых p и q ([5-A]).

3. Получено описание неприводимых компонент $X_n(\text{BS}(p,q))$, вычислены их размерности, доказана их рациональность ([5-A]).

4. Доказано, что все неприводимые компоненты многообразия $X_n^s(\text{BS}(p, q))$ изоморфны $\mathbb{A}^1 \setminus \{0\}$.

5. Доказано, что все неприводимые компоненты многообразия представлений произвольной подгруппы конечного индекса группы $\text{BS}(p, q)$ бирационально изоморфны неприводимым компонентам некоторой другой группы Баумслэга – Солитера ([4-А]).

6. Получено описание неприводимых компонент многообразия $R_n(\text{BS}(p, q))$ для не взаимно простых показателей p и q , вычислены их размерности ([6-А]).

Все результаты являются новыми, впервые получены автором.

Личный вклад соискателя

Диссертационная работа выполнена соискателем лично под руководством доктора физико-математических наук, профессора Беньш-Кривца Валерия Вацлавовича. Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика исследования.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты диссертации прошли апробацию на следующих конференциях:

- на 70-й научной конференции студентов и аспирантов БГУ (май 2013 г., Минск);
- на 9-й Международной алгебраической конференции в Украине (The 9-th International Algebraic Conference in Ukraine, 8-13 июля 2013 г., Львов);
- на Международной научной конференции «Алгебра и логика: теория и приложения», посвящённой 80-летию В.П. Шункова (21-27 июля 2013 г., Красноярск);
- на 71-й научной конференции студентов и аспирантов БГУ (15 мая 2014 г., Минск);
- на 72-й научной конференции студентов и аспирантов БГУ (20 мая 2015 г., Минск);
- на конференции «Дискретная математика, алгебра и их приложения (DIMA-2015)» (14-18 сентября 2015 г., Минск).

Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 6 статьях в научных журналах и в 2 тезисах докладов. Общий объём опубликованных

материалов – 2,38 авторских листа, в том числе: статьи в журналах – 2,24 авторских листа, тезисы конференций – 0,14 авторских листа.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, пяти глав основной части, заключения и библиографического списка, включающего 51 наименование использованных источников и 8 наименований публикаций соискателя. Объём диссертации – 54 страницы, из них 4 страницы занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю – доктору физико-математических наук, профессору Валерию Вацлавовичу Беньш-Кривцу за внимание и помощь, оказанные им при написании данной диссертации.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах

1-А. Беньяш-Кривец, В. В. О многообразиях представлений групп Баум-слага – Солитера / В. В. Беньяш-Кривец, И. О. Говорушко // Вестн. БГУ. Сер. 1. – 2014. – № 2. – С. 68–70.

2-А. Беньяш-Кривец, В. В. О рациональности неприводимых компонент многообразий представлений групп Баумслага – Солитера / В. В. Беньяш-Кривец, И. О. Говорушко // Вестн. БГУ. Сер. 1. – 2015. – № 2. – С. 88–91.

3-А. Беньяш-Кривец, В. В. Многообразия характеров групп Баумслага – Солитера / В. В. Беньяш-Кривец, И. О. Говорушко // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2015. – № 2. – С. 41–47.

4-А. Беньяш-Кривец, В. В. Многообразия представлений подгрупп конечного индекса групп Баумслага – Солитера / В. В. Беньяш-Кривец, И. О. Говорушко // Труды Института математики. – 2015. – Т. 23, № 2. – С. 24–28.

5-А. Беньяш-Кривец, В. В. Многообразия представлений и характеров групп Баумслага – Солитера / В. В. Беньяш-Кривец, И. О. Говорушко // Труды МИАН имени В. А. Стеклова. – 2016. – Т. 292. – С. 26–42.

6-А. Беньяш-Кривец, В. В. Многообразия представлений групп Баумслага – Солитера в случае не взаимно простых показателей / В. В. Беньяш-Кривец, И. О. Говорушко // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2016. – № 1. – С. 52–56.

Тезисы докладов конференций

7-А. Beniash-Kryvets, V. On representation and character varieties of Baumslag-Solitar groups / V. Beniash-Kryvets, I. Govorushko // The 9-th International Algebraic Conference in Ukraine : Abstracts of Reports, L'viv, July 8–13, 2013 / Ivan Franko National University of L'viv ; Progr. Com.: Yu. Drozd (chairman) [and others]. – L'viv, 2013. – P. 26.

8-А. Беньяш-Кривец, В. В. О многообразиях представлений групп Баумслага – Солитера / В. В. Беньяш-Кривец, И. О. Говорушко // Международная научная конференция «Алгебра и логика: теория и приложения», посвящённая 80-летию В. П. Шункова : тез. докл., Красноярск, 21–27 июля 2013 г. / Сибирский федеральный университет ; редкол.: В. М. Левчук [и др.]. – Красноярск, 2013. – С. 24.

Р Э З Ю М Э

Гаварушка Ігар Алегавіч

Мнагастайнасці прадстаўленняў груп Баўмслага – Солітара

Ключавыя словы: група Баўмслага – Солітара, мнагастайнасць прадстаўленняў, мнагастайнасць характараў, непрыводная кампанента мнагастайнасці, размернасць мнагастайнасці.

У дысертацыі даследуюцца мнагастайнасці прадстаўленняў і мнагастайнасці характараў груп Баўмслага – Солітара і іх падгруп канечнага індэксу. Знойдзеныя непрыводныя кампаненты $R_n(\text{BS}(p, q))$ для ўзаемна простых p і q , вылічана іх размернасць, даказана іх рацыянальнасць. Даказана гладкасць непрыводных кампанент $R_n^s(\text{BS}(p, q))$ для ўзаемна простых p і q . Знойдзеныя непрыводныя кампаненты $X_n(\text{BS}(p, q))$ для ўзаемна простых p і q , вылічаныя іх размернасці, даказана іх рацыянальнасць. Даказана, што ўсе непрыводныя кампаненты мнагастайнасці $X_n^s(\text{BS}(p, q))$ ізаморфныя $\mathbb{A}^1 \setminus \{0\}$. Знойдзеныя непрыводныя кампаненты $R_n(H_m)$, вылічана іх размернасць, даказана іх рацыянальнасць. Апісаныя непрыводныя кампаненты $R_n(\text{BS}(p, q))$ для не ўзаемна простых p і q , вылічаныя іх размернасці.

Усе асноўныя рэзультаты дысертацыі з’яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаныя ў даследаваннях мнагастайнасцей прадстаўленняў і характараў канечна пароджаных груп і пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

РЕЗЮМЕ

Говорушко Игорь Олегович

Многообразия представлений групп Баумслага – Солитера

Ключевые слова: группа Баумслага – Солитера, многообразие представлений, многообразие характеров, неприводимая компонента многообразия, размерность многообразия.

В диссертации исследуются многообразия представлений и многообразия характеров групп Баумслага – Солитера и их подгрупп конечного индекса. Найдены неприводимые компоненты $R_n(\text{BS}(p, q))$ для взаимно простых p и q , вычислена их размерность, доказана их рациональность. Доказана гладкость неприводимых компонент $R_n^s(\text{BS}(p, q))$ для взаимно простых p и q . Найдены неприводимые компоненты $X_n(\text{BS}(p, q))$ для взаимно простых p и q , вычислены их размерности, доказана их рациональность. Доказано, что все неприводимые компоненты многообразия $X_n^s(\text{BS}(p, q))$ изоморфны $A^1 \setminus \{0\}$. Найдены неприводимые компоненты $R_n(H_m)$, вычислена их размерность, доказана их рациональность. Описаны неприводимые компоненты $R_n(\text{BS}(p, q))$ для не взаимно простых p и q , вычислены их размерности.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях многообразий представлений и характеров конечно порождённых групп и при чтении спецкурсов в университетах.

S U M M A R Y**Govorushko Igor Olegovich****Representation varieties of Baumslag – Solitar groups**

Key words: Baumslag – Solitar group, representation variety, character variety, irreducible component of a variety, dimension of a variety.

In the dissertation representation varieties and character varieties of the Baumslag – Solitar groups and of their subgroups of finite index are investigated. Irreducible components of $R_n(\text{BS}(p,q))$ for coprime p and q are found, their dimension is calculated, their rationality is proved. The smoothness of irreducible components of $R_n^s(\text{BS}(p,q))$ for coprime p and q is proved. Irreducible components of $X_n(\text{BS}(p,q))$ for coprime p and q are found, their dimensions are calculated, their rationality is proved. It is proved that all irreducible components of $X_n^s(\text{BS}(p,q))$ are isomorphic to $\mathbb{A}^1 \setminus \{0\}$. Irreducible components of $R_n(H_m)$ are found, their dimension is calculated, their rationality is proved. Irreducible components of $R_n(\text{BS}(p,q))$ for non-coprime p and q are described, their dimensions are calculated.

All main results of the dissertation are new. They have theoretical character and may be used in the investigations of representation and character varieties of finitely generated groups and while teaching special courses in universities.

ГОВОРУШКО
Игорь Олегович

МНОГООБРАЗИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ
ГРУПП БАУМСЛАГА – СОЛИТЕРА

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория
чисел

Подписано в печать 12.10.2017.

Формат 60 × 84/16.

Усл. печ. л. 1,39. Уч.-изд. л. 1,26.

Тираж 60 экз. Заказ № 6.

Отпечатано на ризографе Института математики НАН Беларуси.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Институт математики НАН Беларуси.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изделий №1/257 от 2 апреля 2014 г.

220072, Минск, ул. Сурганова, 11.