

Рисунок 6 – Годографы ускорений опорной точки БМС

Отметим, что на рисунке 6 в) годограф ускорений наиболее сложный, при этом четко видны положения БМС в начале и в конце упражнения, когда спортсмен неподвижен, и ускорения его опорной точки равно нулю.

**Заключение.** Использование программы Маткад 15.0 позволяет путем численного дифференцирования получить обобщенные скорости и ускорения звеньев биомеханической системы. Эти угловые характеристики движения являются исходными данными для проведения кинематического и динамического анализов спортивного упражнения. Анализ показывает, что дифференцирование по трем точкам наиболее подходящий метод по точности и трудоемкости. Вычислительный эксперимент показал различие в кинематике опорной точки спортсмена (стопы), зависящее от веса штанги.

#### Литература

1. Шалманов, А. А. Оперативный и текущий биомеханический контроль в спорте (проблемы и пути решения) / А. А. Шалманов, В. Скотников, Я. Ланка // Наука в олимпийском спорте. – 2013. – № 4. – С. 40-45.
2. Воронович, Ю. В. Сравнительный биомеханический анализ пространственных показателей движения штанги в рывке у спортсменов высокой и средней спортивной квалификации / Ю. В. Воронович // Ученые записки университета имени П.Ф. Лесгафта. – 2018. – № 5 (159). – С. 44-46.
3. Покатилов, А. Е. Проблемы исследования механики движения опорно-двигательного аппарата человека / А. Е. Покатилов, М. А. Киркор // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – №1 (30). – С. 59-67.
4. Жеков, И. П. Биомеханика тяжелоатлетических упражнений / И. П. Жеков. – М. : Физкультура и спорт, 2016. – 192 с.

УДК 796.012

## БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СПОРТИВНОГО УПРАЖНЕНИЯ НА КИНЕМАТИЧЕСКОМ УРОВНЕ

**М.А. Киркор\*, Т.Д. Симанкова\*, Ю.В. Воронович\*\***

\* *Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий,  
Республика Беларусь*

\*\* *Государственное учреждение образования «Средняя школа № 22 г. Могилева»,  
Республика Беларусь*

e-mail: voronovichyura@mail.ru

**Аннотация.** В работе показаны результаты вычислительного эксперимента. Здесь же предложены механико-математические модели на кинематическом уровне для координат характерных точек биомеханической системы. К последним относятся координаты центров масс звеньев и кинематических пар (суставов) опорно-двигательного аппарата спортсмена. Модели для этих точек записаны в виде рекуррентных уравнений, что позволяет привести их к компактному виду, независимому от степени свободы биомеханической системы.

**Ключевые слова:** биомеханическая система, координаты, моделирование, тяжелая атлетика, центр масс

## BIOMECHANICAL ANALYSIS OF A SPORTS EXERCISE AT THE KINEMATIC LEVEL

M.A. Kirkor\*, T.D. Simankova\*, Yu.V. Voronovich\*\*

\* *Belarusian State University of Food and Chemical Technologies, Republic of Belarus*

\*\* *State educational Institution "Secondary School No. 22 of Mogilev", Republic of Belarus*

**Abstract.** The paper shows the results of a computational experiment. Here, mechanical and mathematical models are proposed at the kinematic level for the coordinates of characteristic points of a biomechanical system. The latter include the coordinates of the centers of mass of the links and kinematic pairs (joints) of the athlete's musculoskeletal system. The models for these points are written in the form of recurrent equations, which allows them to be reduced to a compact form, regardless of the degree of freedom of the biomechanical system.

**Keywords:** biomechanical system, coordinates, modeling, heavy athletics, center of mass.

Биомеханический анализ спортивного упражнения приводит к огромному массиву данных по кинематике и динамике движения спортсмена [1]. Получить столько данных в короткое время можно только с помощью вычислений на компьютере, что, в свою очередь, предъявляет особые требования к механико-математическим моделям, по которым выполняются вычисления: они должны быть по возможности простыми, ясными и компактными [2]. Целью данного исследования является предложить такие модели на кинематическом уровне на основе рекуррентных отношений и показать их применимость для анализа техники спортивного упражнения в тяжелой атлетике по результатам вычислительного эксперимента.

**Материал и методы.** Исходными материалами для проведения вычислительного эксперимента являются материалы видеосъемки рывка штанги весом 70, 100 и 140 кг. Для разработки механико-математических моделей для определения координат характерных точек биомеханической системы использовались соответствующие разделы теоретической механики из статики и кинематики [3, 4]. Для проведения вычислительного эксперимента на ПЭВМ применялась программа Маткад 15.0.

**Результаты и их обсуждение.** Рассмотрим модели, построенные на основании рекуррентных отношений. Такой подход позволяет разработать механико-математические модели кинематики БМС в форме, независимой от числа степеней свободы. В свою очередь это дает возможность создавать компьютерные программы для проведения вычислительного эксперимента в области биомеханики спорта, имеющие универсальный характер [5].

В моделях, принятых для биомеханического анализа, важными точками являются центры масс звеньев, в общем виде обозначенные как  $S_j$ . Тогда для  $N$ -звенной системы модели для расчета координат центров масс звеньев биомеханической системы  $X_{C_i}$  и  $Y_{C_i}$  покажем в общем виде как

$$\begin{aligned} X_{C_i} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \cos Q_j + S_i \cos Q_i, \\ Y_{C_i} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \sin Q_j + S_i \sin Q_i, \end{aligned} \quad (1)$$
$$i=1, 2, \dots, N,$$

где  $X_{C_i}$ ,  $Y_{C_i}$  – координаты центров масс  $C_i$  звеньев биомеханической системы по осям ОХ и ОУ соответственно.

Расчет по формулам (1) представлен в листинге 1.

Листинг 1. Координаты центров масс звеньев биомеханической системы

Настройка таблиц с 0 элемента  $\text{ORIGIN} := 0$

Звеньев всего –  $N_{zv} := 6$  Кадров  $N_{Kdr} := 85$

Ранжированные переменные: звенья –  $i_{zv} := 0..5$

кадры –  $k := 0..(N_{Kdr} - 1)$

Координаты ЦМ звеньев:

$$XC_{k,i} := \begin{cases} \left( S_{zv_i} \cos\left( Qi_{k,i} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right) & \text{if } i = 0 \\ \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \left( L_{zv_j} \cos\left( Qi_{k,j} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right) + S_{zv_i} \cos\left( Qi_{k,i} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

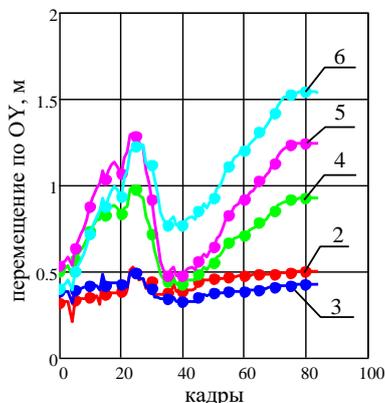
$$YC_{k,i} := \begin{cases} \left( S_{zv_i} \sin\left( Qi_{k,i} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right) & \text{if } i = 0 \\ \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \left( L_{zv_j} \sin\left( Qi_{k,j} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right) + S_{zv_i} \sin\left( Qi_{k,i} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

В листинге 1 в качестве примера использования Mathcad 15.0 показан расчет координат центров масс (ЦМ) звеньев биомеханической системы по уравнениям (1). Отметим, что вычислительный эксперимент проводился для рывка штанги следующих весов: 70, 100 и 140 кг. При этом видеосъемка выполнялась камерой с частотой кадров 25 кадров в секунду, и их число составило: для штанги весом 70 кг – 69 кадров; для веса 100 кг – 69 кадров; и для веса 140 кг – 85 кадров.

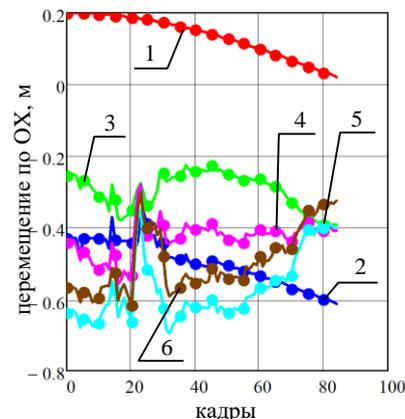
При расчетах в математическом редакторе Mathcad 15.0 использованы векторы, представляющие собой одномерные массивы и матрицы, являющиеся массивами двумерными. Для работы с каждым из элементов вектора или матрицы удобно применять ранжированные переменные, автоматически задающие необходимые индексы во время расчета.

Здесь и далее использованы следующие исходные векторы и матрицы данных: векторы  $S_{zv_i}$  – расстояния до центров масс звеньев;  $L_{zv_i}$  – длины звеньев; матрица  $Qi_{k,i}$  – обобщенные координаты звеньев (костей опорно-двигательного аппарата) биомеханической системы.

На рисунке 1 а) представлены графики изменения координат ЦМ звеньев по оси  $OY$ , т.е. по высоте. А на рисунке 1 б) – тоже изменение координат ЦМ звеньев, но уже в горизонтальной плоскости, т.е. по оси  $OX$ .



а) – по высоте (ось  $OY$ )



б) – по горизонтали (ось  $OX$ )

Рисунок 1 – Координаты ЦМ звеньев при рывке штанги в 140 кг

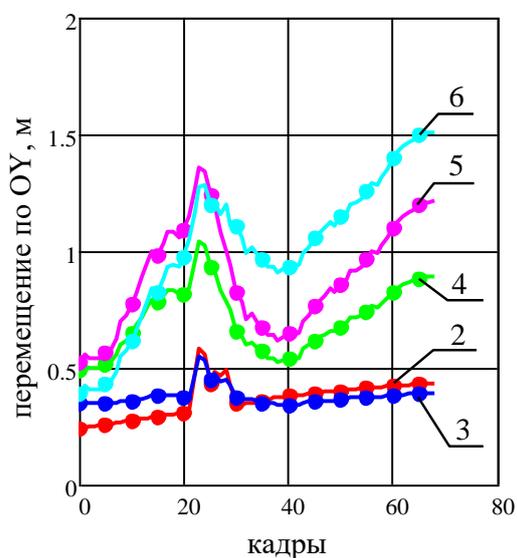
На рисунке 1 а) представлено только пять звеньев, стопа здесь не указана. С учетом рисунка 1 б) расшифровка нумерации звеньев следующая:

- 1 – стопа;
- 2 – голень;
- 3 – бедро;
- 4 – туловище с головой;
- 5 – плечо;
- 6 – предплечье.

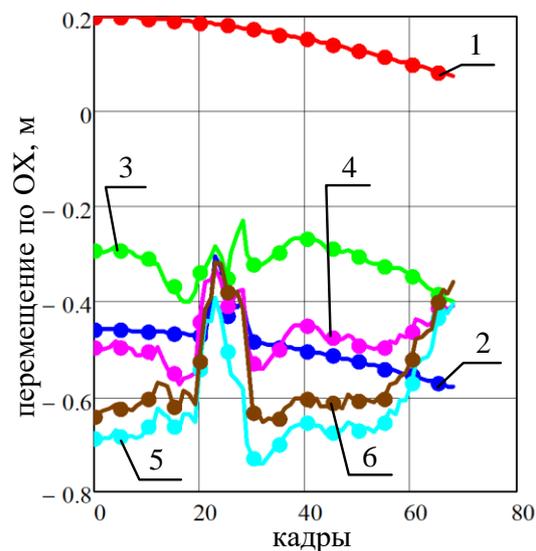
Далее на всех рисунках будем придерживаться данной нумерации звеньев.

Аналогичные графики изменения положений ЦМ звеньев при рывке штанги в 70 кг показаны на рисунке 2 а) и б). На рисунке 2 а) показаны изменения координат ЦМ звеньев по высоте. Как и ранее стопа не показана. А на рисунке 2 б) представлено изменения координат ЦМ всех звеньев в горизонтальной плоскости.

Сравним рисунки 1 а)-б) и 2 а) и б). Отметим подобный характер графиков, и при этом есть отличия. При движении звеньев БМС в вертикальной плоскости ЦМ звеньев поднимаются на одинаковую высоту, при этом изменение координат соответствует фазам упражнения.



а) – по высоте (ось OY)



б) – по горизонтали (ось OX)

Рисунок 2 – Координаты ЦМ звеньев при рывке штанги в 70 кг

На рисунке 3 представлен годограф перемещений ЦМ туловища при рывке штанги весом 140 кг. А на рисунке 4 – тоже самое, но уже для предплечья.

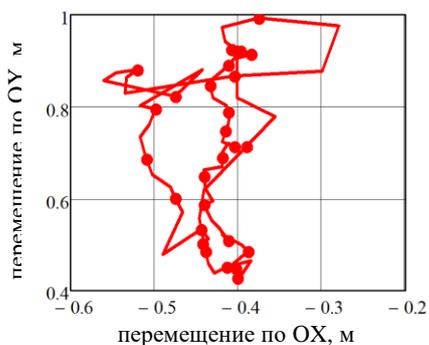


Рисунок 3 – Годограф ЦМ 4-го звена (туловище). Вес 140 кг

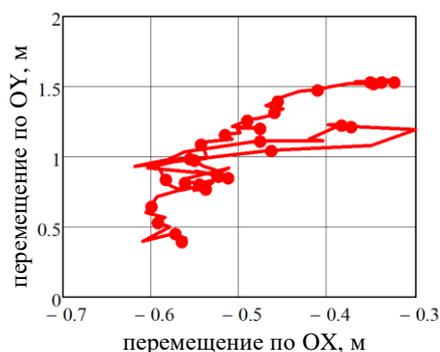


Рисунок 4 – Годограф ЦМ 6-го звена (предплечье). Вес 140 кг

На рисунке 5 показан годограф координат ЦМ туловища при рывке штанги весом в 100 кг. На рисунке 6 – тоже годограф ЦМ предплечья при весе штанги 100 кг.

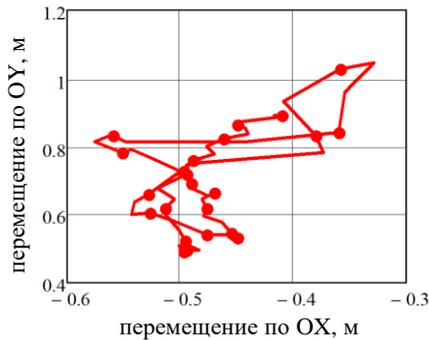


Рисунок 5 – Годограф ЦМ 4-го звена (туловище). Вес 100 кг

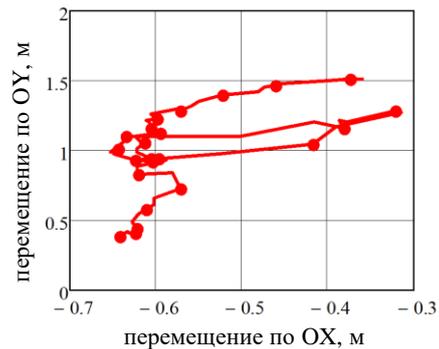


Рисунок 6 – Годограф ЦМ 6-го звена (предплечье). Вес 100 кг

Шарнир  $O_{01}$  является кинематической парой, связывающей БМС с опорой. При этом необходимо учесть, что в тяжелой атлетике это носок кроссовка спортсмена и эта точка во время выполнения упражнения перемещается. Все остальные шарниры – это суставы человеческого тела, за исключением последнего, так это хват кистью грифа штанги.

В общем виде координаты  $Y_{O_{i-1,i}}$ ,  $X_{O_{i-1,i}}$  шарниров  $O_{i-1,i}$   $N$ -звенной биомеханической системы имеют вид:

$$\begin{aligned} X_{O_{i-1,i}} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \cos Q_j, \\ Y_{O_{i-1,i}} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \sin Q_j, \end{aligned} \quad (2)$$

$i=1, 2, \dots, N+1,$

где  $X_{O_{i-1,i}}$  – координаты проксимального шарнира для  $i$ -го звена по оси абсцисс OX;

$Y_{O_{i-1,i}}$  – координаты проксимального шарнира для  $i$ -го звена по оси ординат OY.

Если ограничиться верхним значением индекса  $i=N+1$ , то при расчетах получим координаты крайней точки последнего звена БМС, т.е. хвата кистью грифа штанги.

Листинг 2 показывает расчет координат шарниров биомеханической системы.

Листинг 2 Координаты шарниров биомеханической системы	
Настройка таблиц с 0 элемента <code>ORIGIN:=0</code>	
Звеньев всего – <code>N_zv := 6</code> Кадров <code>N_Kdr := 85</code>	
Ранжированные переменные: звенья – <code>i_zv := 0..5</code> кадры – <code>k := 0..(N_Kdr - 1)</code>	
Координаты шарниров (кинематических пар) БМС:	
$XO_{k,i}$	$:= \sum_{j=1}^{N_{zv}-1} \left( L_{zv,j} \cos \left( Qi_{k,j} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right)$
$YO_{k,i}$	$:= \sum_{j=1}^{N_{zv}-1} \left( L_{zv,j} \sin \left( Qi_{k,i} \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right)$

Отметим, что, программируя в среде Mathcad 15.0, для получения более компактных и лучше написанных программ иногда приходится отступать от формы записи используемых уравнений. На конечном результате это не сказывается.

Вычисления в программе по формулам (2) начинаются с  $i = 0$ , что позволяет рассчитать координаты опорной точки БМС, которой является носок кроссовка спортсмена. Шарниры при  $1 \leq i \leq N$ , являются суставами человеческого тела. Шарнир при  $i=N+1$  определяет координаты кисти и штанги одновременно.

Полученные математические модели для координат центров масс биомеханической системы, пар (суставов), а также для опорной точки, и для самой дальней точки от опорной носят универсальный характер и подходят для биомеханического анализа во многих видах спорта. Различие заключается лишь в пределах. Так опорная точка обычно имеет нумерацию 0, но при расчете кинематических параметров суставов ее использовать не надо, и пр. [1, 2, 5].

На рисунке 7 представлен годограф перемещений плечевого сустава спортсмена при рывке штанги 140 кг. А на рисунке 8 – подобный годограф, но уже для хвата руки и штанги.

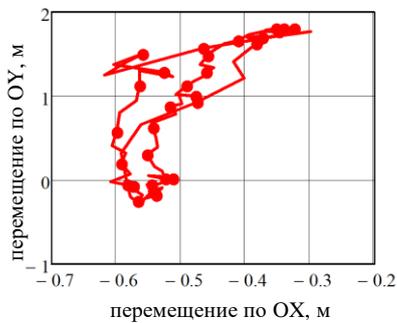


Рисунок 7 – Годограф плечевого сустава.  
Вес 140 кг

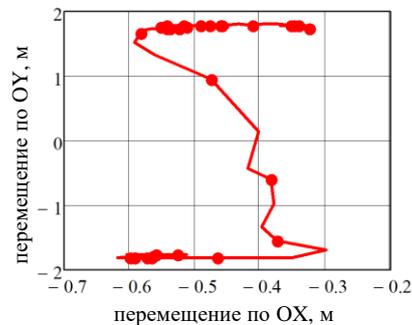


Рисунок 8 – Годограф грифа штанги. Вес 140 кг

Рисунки 7 и 8 показывают разный характер движения плечевого сустава и кисти руки спортсмена.

**Заключение.** Предложенные модели координат центров масс звеньев и координат суставов биомеханической системы позволили провести вычислительный эксперимент на ПЭВМ при биомеханическом анализе рывка штанги весом 70, 100 и 140 кг. Получена количественная картина изменения положения характерных точек тела спортсмена во времени по фазам упражнения. Показано перемещение звеньев в сагитальной плоскости в виде соответствующих годографов, отражающих технику рывка штанги разного веса.

#### Литература

1. Воронович, Ю. В. Биомеханика тяжелоатлетических упражнений : монография / Ю. В. Воронович, Д. А. Лавшук, В. И. Загrevский. – М-во внутр. дел Респ. Беларусь, учреждение образования «Могилевский институт Министерства внутренних дел Республики Беларусь». – Могилев : Могилев. институт МВД, 2015. – 196 с.
2. Киркор, М. А. Моделирование сложно-координированного целенаправленного движения спортсмена: проблемы и пути решения / М. А. Киркор, А. Е. Покатилов, А. М. Гальмак, Ю. В. Воронович // Проблемы физики, математики и техники. – 2020. – № 4 (45). – С. 68–75.
3. Вильке, В. Г. Теоретическая механика: Учебник и практикум / В. Г. Вильке. – Люберцы : Юрайт, 2016. – 311 с.
4. Поляхов, Н. Н. Теоретическая механика: Учебник для бакалавров / Н. Н. Поляхов, С. А. Зегжда, М. П. Юшков; под ред. П. Е. Товстика. – М. : Юрайт, 2012. – 593 с.
5. Воронович, Ю. В. Биомеханический анализ пространственного движения на кинематическом уровне / Ю. В. Воронович, А. Е. Покатилов, Ю. В. Лисейчикова, Д. А. Лавшук // Актуальные проблемы огневой, тактико-специальной и профессионально-прикладной физической подготовки [Электронный ресурс] : сборник статей Могилев. институт МВД. – 2022. – С. 320–327.