

При составлении комплексов учитывать их назначение, а также возраст, пол и физическую подготовленность занимающихся. В зависимости от назначения, количество подобранных упражнений должно составлять в среднем: 8–10 упражнений.

При подборе упражнений руководствоваться следующими методологическими принципами: 1. Подобранные упражнения должны отвечать назначению комплекса. 2. Упражнения необходимо подбирать так, чтобы они оказывали всестороннее воздействие на занимающихся и обеспечивали развитие основных физических качеств. 3. Упражнения должны быть доступными, то есть соответствующими возрасту, полу и физической подготовленности занимающихся.

Из этого следует, что комплексы гимнастических упражнений прикладного характера можно давать как в подготовительной части занятия, так и в основной 10-15 минут. Принимая во внимание вышеуказанные рекомендации целенаправленное использование гимнастических упражнений прикладного характера будет способствовать не только развитию физических, психологических, моральных и т.д. качеств, но успешному усвоению программного материала по учебной дисциплине «Гимнастика и методика преподавания».

#### Литература

1. Баршай, В.М. Гимнастика: учеб. для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по спец. 050720.65 (033100) "Физическая культура" / В.М. Баршай, В.Н. Курьсь, И.Б. Павлов; Приоритетный нац. проект «Образование»; Южный фед. ун-т. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. – 315 с.
2. Габриелян, К. Г. Профессионально-прикладная физическая подготовка студентов. Смена парадигмы / К. Г. Габриелян, Б. В. Ермолаев // Теория и практика физ. культуры. – 2006. – № 12. – С. 24–26, 39–41.
3. Кудрицкий, В. Н. Профессионально-прикладная физическая подготовка / В. Н. Кудрицкий. – Брест, БГТУ, 2005 – С. 11–18
4. Крючек, Е.С. Теория и методика обучения базовым видам спорта. Гимнастика: учеб. для образоват. учреждений высш. проф. образования, осуществляющих образоват. деятельность по напр. "Физическая культура" / Е.С. Крючек [и др.]; под ред. Е.С. Крючек, Р.Н. Терехиной. - 2-е изд., стер. – Москва: Академия, 2013. – 288 с.
5. Миронов, В.М. Гимнастика. Методика преподавания: учебник для студентов учреждений высшего образования по специальностям физической культуры, спорта и туризма / В.М. Миронов [и др.]; под общ. ред. В.М. Миронова. – Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2021. – 334 с.

УДК 796.012.1

## ОБОБЩЕННЫЕ СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ БИОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В СПОРТЕ

**М.А. Киркор\*, В.Н. Попов\*, Ю.В. Воронович\*\***

*\* Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий,  
Республика Беларусь*

*\*\* Государственное учреждение образования «Средняя школа № 22 г. Могилева»,  
Республика Беларусь*

e-mail: voronovichyura@mail.ru

**Аннотация.** Показан этап подготовки исходных данных для проведения кинематического анализа рывка штанги. Предложен алгоритм биомеханического анализа с учетом численных методов дифференцирования в программе Маткад 15.0. Представлены результаты вычислительного эксперимента на ПЭВМ при расчете угловых характеристик движения звеньев биомеханической системы. С помощью годографов скоростей и ускорений проанализировано движение опорной точки спортсмена (стопы) при рывке штанги разных весов.

**Ключевые слова:** годограф, обобщенные скорости, обобщенные ускорения, тяжелая атлетика.

## GENERALIZED SPEEDS AND ACCELERATIONS OF LINKS BIOMECHANICAL SYSTEM IN SPORTS

M.A. Kirkor\*, V.N. Popov\*, Yu.V. Voronovich\*\*

\* *Belarusian State University of Food and Chemical Technologies, Republic of Belarus*

\*\* *State educational Institution "Secondary School No. 22 of Mogilev", Republic of Belarus*

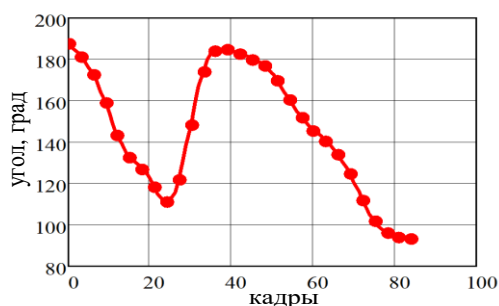
**Abstract.** The stage of preparation of the initial data for the kinematic analysis of the rod jerk is shown. An algorithm of biomechanical analysis is proposed taking into account numerical differentiation methods in the Matkad 15.0 program. The results of a computational experiment on a PC for calculating the angular characteristics of the movement of the links of a biomechanical system are presented. With the help of speed and acceleration hodographs, the movement of the athlete's reference point (foot) when pulling a barbell of different weights is analyzed.

**Keywords:** hodograph, generalized speeds, generalized accelerations, weightlifting.

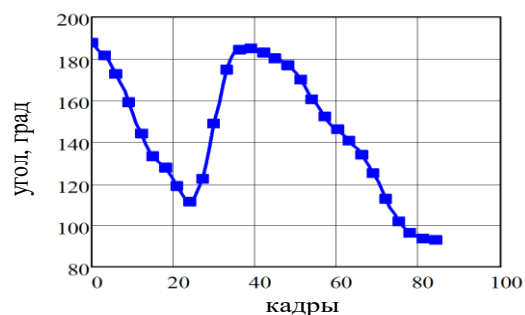
Разрабатывая модели кинематики, мы сталкиваемся со следующей проблемой: методика биомеханического анализа спортивных упражнений предполагает наличие исходных данных для исследований, полученных по результатам видеосъемки в виде табличной функции для каждого звена [1, 2]. Последняя представляет собой таблицу с обобщенными координатами (угловые положения звеньев) для каждого кадра видеосъемки. И для дальнейшего проведения биомеханического анализа на кинематическом уровне кроме обобщенных координат мы должны предварительно получить обобщенные скорости и обобщенные ускорения [3]. Целью данной работы является предложить алгоритм и методику получения кинематических угловых параметров движения звеньев биомеханической системы. И на примере вычислительного эксперимента по биомеханическому анализу рывка штанги разного веса показать возможность анализа техники спортивного упражнения.

**Материал и методы.** Исходными материалами для данного исследования являются результаты расшифровки видеозаписи выполнения рывка м/с РБ штанги весом 70, 100 и 140 кг. Эти результаты представляют собой таблицу угловых положений всех звеньев биомеханической системы по кадрам. Для получения обобщенных скоростей и обобщенных ускорений применялось численное дифференцирование данных по трем точкам [3]. Вычислительный эксперимент на ПЭВМ проводился в программе Маткад 15.0.

**Результаты и их обсуждение.** На рисунках 1 а) и б) в качестве исходных данных показаны графики изменения обобщенных координат бедра по кадрам видеосъемки при рывке штанги в 140 кг.



а) – измеренные по фото данные



б) – сглаженные данные

Рисунок 1 – Обобщенные координаты бедра. Вес штанги 140 кг

В листинге 1 представлено сглаживание обобщенных координат.

Листинг 1 Сглаживание обобщенных координат БМС (шестизвенная БМС)

Подготовка массивов данных

$i\_Qi := 1..6$   $j\_Qj := 0..5$

$Q\_zv1_k := Q\_zv_{k,0}$   $Q\_zv2_k := Q\_zv_{k,1}$   $Q\_zv3_k := Q\_zv_{k,2}$   $Q\_zv4_k := Q\_zv_{k,3}$

$Q\_zv5_k := Q\_zv_{k,4}$   $Q\_zv6_k := Q\_zv_{k,5}$   $Q\_OpX_k := OP\_XiYi_{k,0}$   $Q\_OpY_k := OP\_XiYi_{k,1}$

Сглаживание

$Q\_zv1S := \text{supsmooth}(Nk, Q\_zv1)$   $Q\_zv2S := \text{supsmooth}(Nk, Q\_zv2)$

$Q\_zv3S := \text{supsmooth}(Nk, Q\_zv3)$   $Q\_zv4S := \text{supsmooth}(Nk, Q\_zv4)$

$Q\_zv5S := \text{supsmooth}(Nk, Q\_zv5)$   $Q\_zv6S := \text{supsmooth}(Nk, Q\_zv6)$

$Q\_OpXS := \text{supsmooth}(Nk, Q\_OpX)$   $Q\_OpYS := \text{supsmooth}(Nk, Q\_OpY)$

Изменение исходных данных на сглаженные

Звенья БМС

$Q\_zv_{k,0} := Q\_zv1S_k$   $Q\_zv_{k,1} := Q\_zv2S_k$   $Q\_zv_{k,2} := Q\_zv3S_k$

$Q\_zv_{k,3} := Q\_zv4S_k$   $Q\_zv_{k,4} := Q\_zv5S_k$   $Q\_zv_{k,5} := Q\_zv6S_k$

Опора БМС

$OP\_XiYi_{k,0} := Q\_OpXS_k$   $OP\_XiYi_{k,1} := Q\_OpYS_k$

Здесь использована функция сглаживания  $\text{supsmooth}(Nk, Q\_zv1)$ .

В листинге 1 выполнено сглаживание обобщенных координат всех звеньев, и отдельно выполнено сглаживание линейных координат носка стопы (носок кроссовка), так как при выполнении рывка штанги спортсмен смещается на помосте.

При этом, чтобы не множить сущности, исходные данные в начале перегружаются в буферные таблицы в виде векторов  $Q\_zv1_k = Q\_zv_{k,0}$ , потом выполняется сглаживание и заполнение таблиц  $Q\_zv1S$ , и после этого переписываются исходные массивы данных  $Q\_zv_{k,0} = Q\_zv1S_k$ .

Аналогично поступаем и с координатами опорной точки БМС.

Анализ рисунков 1 а) и 1 б) показывает малый разброс измеренных данных, поэтому исходный график и график со сглаженными обобщенными координатами фактически не отличаются друг от друга.

По результатам видеосъемки мы получаем определенный массив кадров, и каждому номеру здесь соответствует определенное значение времени и обобщенных координат. Таким образом, обобщенные координаты звеньев БМС оказываются заданными в табличном виде, и рассчитать зависимость, по которой изменяются обобщенные координаты аналитически нельзя. В этом случае для определения средней скорости изменения функции на некотором интервале времени можно воспользоваться любым из методов численного дифференцирования.

Отметим, что в одной из работ авторов выполнено исследование точности методов численного дифференцирования методом конечных разностей по трем ординатам, по пяти и по семи ординатам. Увеличение количество ординат не показало ощутимого увеличения точности, а вот трудоемкость вычислений и громоздкость формул повысилась однозначно. Поэтому остановимся на методе конечных разностей по трем ординатам. Этот метод привлекает своей простотой и доступностью для программирования на ПЭВМ, например, в среде Mathcad 15.0.

Порядок проведения биомеханического анализа спортивных упражнений на кинематическом уровне заключается в следующем:

- в результате выполнения промера исследуемого упражнения и считывания обобщенных координат составляется таблица значений углов наклона звеньев тела к оси абсцисс;

- после этого выполняется процедура сглаживания исходных данных одной из функций программы Mathcad 15.0;
- рассчитывается временной интервал между кадрами видеосъемки, исходя из параметров видео- или кино- аппаратуры;
- рассчитываются первые и вторые производные по времени от обобщенных координат звеньев БМС;
- полученные данные используют в вычислительном эксперименте как на кинематическом, так и динамическом уровнях.

Положим, что видеосъемка проводилась с частотой  $K$  кадров в секунду. Временной интервал при этом между двумя ближайшими видеокдрами ( $\Delta t$ ) составит

$$\Delta t = \frac{1}{K}. \quad (1)$$

Значения аргумента в таблице образуют арифметическую прогрессию. Получим, разность  $h$ , которая называется шагом таблицы:

$$h = \Delta t = t_{i+1} - t_i, \quad (2)$$

$$i=0, 1, \dots, n-1.$$

Первая и вторая производная обобщенных координат по времени, заданных в табличном виде, определяются из симметричных конечно-разностных отношений:

$$\dot{Q}_k = \frac{Q_{k+1} - Q_{k-1}}{2h}, \quad (3)$$

$$\ddot{Q}_k = \frac{Q_{k+1} - 2Q_k + Q_{k-1}}{h^2}, \quad (4)$$

где  $\dot{Q}_k, \ddot{Q}_k$  – приближенные значения первой и второй производной обобщенных координат по времени в момент времени  $t = t_i$ .

Пояснения к формулам (1)-(4) видны из рисунка 2.

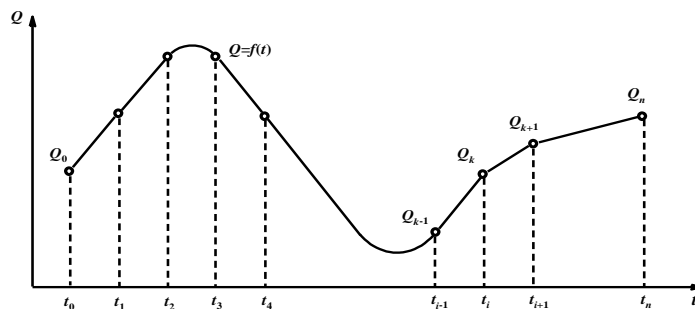


Рисунок 2 – Узлы и значения табулируемой функции

Угловая скорость измеряется в рад/с, а угловое ускорение в рад/с<sup>2</sup>. Тогда выражения для определения угловых скоростей и ускорений звеньев БМС на основании уравнений (3), (4) примут вид

$$\dot{Q}_i = \frac{\pi(Q_{i+1} - Q_{i-1})}{360h}, \quad (5)$$

$$\ddot{Q}_i = \frac{\pi(Q_{i+1} - 2Q_i + Q_{i-1}))}{180h^2}. \quad (6)$$

Таким образом, обобщенные координаты звеньев  $Q_i$  получим из натурального эксперимента, а обобщенные скорости и обобщенные ускорения – из расчетов по формулам (1)-(4) на основании численного дифференцирования методом конечных разностей по трем ординатам.

В случае линейных параметров, как, например, для опорной точки стопы, значения  $Q_i$  не определяются, но производные можно вычислить с помощью следующих разностей для линейных параметров:

- правые разности

$$\begin{aligned}\dot{Q}_0 &= \frac{-Q_2 + 4Q_1 - 3Q_0}{2h}; \\ \ddot{Q}_0 &= \frac{Q_2 - 2Q_1 + Q_0}{h^2};\end{aligned}\quad (7)$$

- левые разности

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{N_k} &= \frac{3Q_{N_k} - 4Q_{N_k-1} + Q_{N_k-2}}{2h}; \\ \ddot{Q}_{N_k} &= \frac{Q_{N_k} - 2Q_{N_k-1} + Q_{N_k-2}}{h^2}.\end{aligned}\quad (8)$$

В случае пересчета на угловые характеристики формулы (7), (8) умножаются на  $\frac{\pi}{180}$ , и тогда получим:

- правые разности

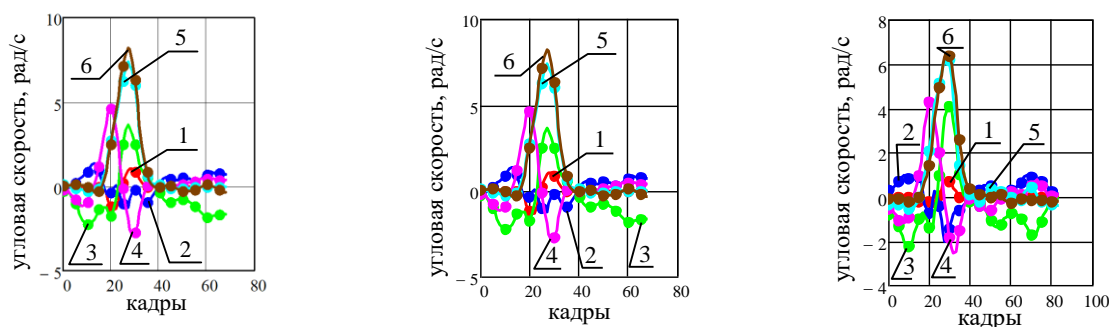
$$\begin{aligned}\dot{Q}_0 &= \pi \cdot \frac{-Q_2 + 4Q_1 - 3Q_0}{360h}; \\ \ddot{Q}_0 &= \pi \cdot \frac{Q_2 - 2Q_1 + Q_0}{180h^2};\end{aligned}\quad (9)$$

- левые разности

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{N_k} &= \pi \cdot \frac{3Q_{N_k} - 4Q_{N_k-1} + Q_{N_k-2}}{360h}; \\ \ddot{Q}_{N_k} &= \pi \cdot \frac{Q_{N_k} - 2Q_{N_k-1} + Q_{N_k-2}}{180h^2}.\end{aligned}\quad (10)$$

Это может понадобиться, например, при исследовании движения опоры в спортивной гимнастике при выполнении упражнения на деформируемой перекладине.

На рисунках 3 а)-б) представлены изменения угловых скоростей (обобщенные скорости) звеньев биомеханической системы при весе штанги в 70 кг (рис. 3 а), при весе в 100 кг (3 б), и при весе в 140 кг (рис. 3 в).



а) – вес 70 кг

б) – вес 100 кг

в) – вес 140 кг

Рисунок 3 – Изменение угловых скоростей звеньев БМС

Расшифровка нумерации графиков по рисункам 3 а)-в) следующая:

- |             |                         |
|-------------|-------------------------|
| 1 – стопа;  | 4 – туловище с головой; |
| 2 – голень; | 5 – плечо;              |
| 3 – бедро;  | 6 – предплечье.         |



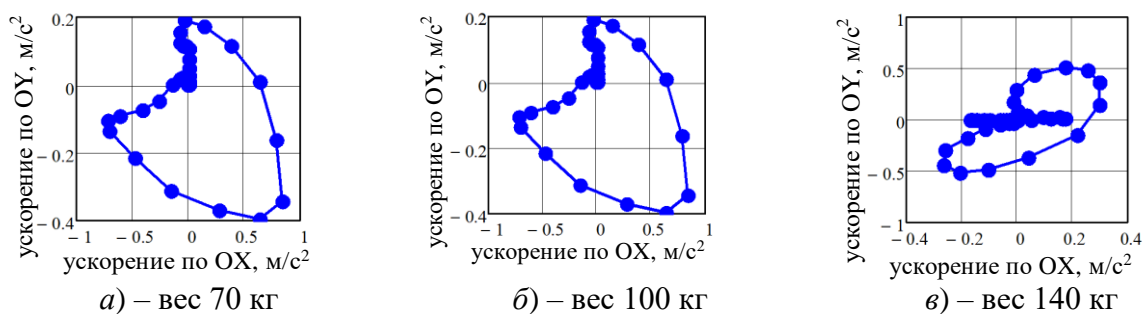


Рисунок 6 – Годографы ускорений опорной точки БМС

Отметим, что на рисунке 6 в) годограф ускорений наиболее сложный, при этом четко видны положения БМС в начале и в конце упражнения, когда спортсмен неподвижен, и ускорения его опорной точки равно нулю.

**Заключение.** Использование программы Маткад 15.0 позволяет путем численного дифференцирования получить обобщенные скорости и ускорения звеньев биомеханической системы. Эти угловые характеристики движения являются исходными данными для проведения кинематического и динамического анализов спортивного упражнения. Анализ показывает, что дифференцирование по трем точкам наиболее подходящий метод по точности и трудоемкости. Вычислительный эксперимент показал различие в кинематике опорной точки спортсмена (стопы), зависящее от веса штанги.

#### Литература

1. Шалманов, А. А. Оперативный и текущий биомеханический контроль в спорте (проблемы и пути решения) / А. А. Шалманов, В. Скотников, Я. Ланка // Наука в олимпийском спорте. – 2013. – № 4. – С. 40-45.
2. Воронович, Ю. В. Сравнительный биомеханический анализ пространственных показателей движения штанги в рывке у спортсменов высокой и средней спортивной квалификации / Ю. В. Воронович // Ученые записки университета имени П.Ф. Лесгафта. – 2018. – № 5 (159). – С. 44-46.
3. Покатилов, А. Е. Проблемы исследования механики движения опорно-двигательного аппарата человека / А. Е. Покатилов, М. А. Киркор // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – №1 (30). – С. 59-67.
4. Жеков, И. П. Биомеханика тяжелоатлетических упражнений / И. П. Жеков. – М. : Физкультура и спорт, 2016. – 192 с.

УДК 796.012

## БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СПОРТИВНОГО УПРАЖНЕНИЯ НА КИНЕМАТИЧЕСКОМ УРОВНЕ

**М.А. Киркор\*, Т.Д. Симанкова\*, Ю.В. Воронович\*\***

\* *Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий,  
Республика Беларусь*

\*\* *Государственное учреждение образования «Средняя школа № 22 г. Могилева»,  
Республика Беларусь*

e-mail: voronovichyura@mail.ru

**Аннотация.** В работе показаны результаты вычислительного эксперимента. Здесь же предложены механико-математические модели на кинематическом уровне для координат характерных точек биомеханической системы. К последним относятся координаты центров масс звеньев и кинематических пар (суставов) опорно-двигательного аппарата спортсмена. Модели для этих точек записаны в виде рекуррентных уравнений, что позволяет привести их к компактному виду, независимому от степени свободы биомеханической системы.

**Ключевые слова:** биомеханическая система, координаты, моделирование, тяжелая атлетика, центр масс