

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

Факультет педагогический

Кафедра дошкольного и начального образования

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

 Н.В. Щепеткова

25.09.2023

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета

 И.А. Шарапова

25.09.2023

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

для специальностей:

1-01 02 01 Начальное образование

6-05-0112-02 Начальное образование

Составители: И.В. Шаурко, З.К. Левчук

Рассмотрено и утверждено

на заседании научно-методического совета 30.10.2023, протокол № 1

УДК 373.3:37.091.32:51(075.8)
ББК 74.262.21я73+74.480.2я73
М54

Печатается по решению научно-методического совета учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Протокол № 7 от 26.04.2023.

Составители: старший преподаватель кафедры дошкольного и начального образования ВГУ имени П.М. Машерова **И.В. Шаурко**;
доцент кафедры дошкольного и начального образования ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат педагогических наук, доцент **З.К. Левчук**

Р е ц е н з е н т ы :

кафедра теории и методики начального образования
МГУ имени А.А. Кулешова;
доцент кафедры инклюзивного образования ВГУ имени П.М. Машерова,
кандидат педагогических наук, доцент *Н.В. Амасович*

Методика преподавания математики для специальностей:
М54 1-01 02 01 Начальное образование, 6-05-0112-02 Начальное образование : учебно-методический комплекс по учебной дисциплине / сост.: И.В. Шаурко, З.К. Левчук. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2023. – 104 с.
ISBN 978-985-30-0064-1.

Учебно-методический комплекс по учебной дисциплине «Методика преподавания математики» рекомендуется студентам дневной и заочной форм получения образования специальности «Начальное образование», а также может быть использован учителями, обеспечивающими преподавание учебного предмета «Математика» на I ступени общего среднего образования. В данном издании содержатся краткий курс лекций, задания для практических занятий и по организации управляемой самостоятельной работы студентов, примерные вопросы к экзамену по учебной дисциплине, список рекомендованной литературы.

УДК 373.3:37.091.32:51(075.8)
ББК 74.262.21я73+74.480.2я73

ISBN 978-985-30-0064-1

© ВГУ имени П.М. Машерова, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	5
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	7
МОДУЛЬ 1	7
Тема 1. Методика начального обучения математике как наука и учебный предмет	7
Тема 2. Методика изучения темы «Подготовительный период к изучению чисел и арифметических действий»	12
Тема 3. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Десяток»	14
Тема 4. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Сотня»	20
Тема 5. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентриках «Тысяча» и «Многозначные числа»	36
МОДУЛЬ 2	47
Тема 6. Обучение учащихся решению простых арифметических задач	47
Темы 7–8. Обучение учащихся решению составных арифметических задач	59
Тема 9. Методика знакомства с величинами в начальном курсе математики	70
Тема 10. Методика знакомства с элементами алгебры в начальном курсе математики	72
Тема 11. Методика изучения геометрического материала	74
ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	77
МОДУЛЬ 1	77
Тема 1–3. Цели, содержание и методы начального обучения математике. Организация и средства начального обучения математике. Классификация форм организации и средств начального обучения математике	77
Тема 4. Методика изучения темы «Подготовительный период к изучению чисел и арифметических действий»	77
Тема 5. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Десяток»	78
Тема 6. Методика изучения чисел и арифметических действий в пределах 20	79
Тема 7. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Сотня»	80
Темы 8–9. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентриках «Тысяча» и «Многозначные числа»	81

Тема 10. История становления начального курса математики как учебного предмета	81
МОДУЛЬ 2	83
Темы 11–18. Обучение учащихся решению простых арифметических задач	83
Темы 19–33. Обучение учащихся решению составных арифметических задач. Методика знакомства учащихся с функциональной зависимостью и решением задач с пропорциональными величинами	84
Тема 34. Методика знакомства учащихся с долями и дробями	86
Тема 35. Оценка результатов учебной деятельности учащихся на 1-й ступени общего среднего образования	86
Темы 36–37. Методика знакомства с величинами в начальном курсе математики	86
Темы 38–39. Методика знакомства с элементами алгебры в начальном курсе математики	87
Темы 40–41. Методика изучения элементов геометрии в начальном курсе математики	87
РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ	89
Модульно-рейтинговая система обучения по учебной дисциплине ...	89
Критерии оценок результатов учебной деятельности	89
Примерный список вопросов к экзамену по учебной дисциплине	93
ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ	96
Содержание и научно-методическое обеспечение управляемой самостоятельной работы	96
Организация управляемой самостоятельной работы	98
Критерии оценки управляемой самостоятельной работы	100
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	102

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель преподавания учебной дисциплины – дать студентам необходимую теоретическую, практическую и методическую подготовку к преподаванию математики в начальных классах. Обеспечить освоение студентами современных методов обучения математике учащихся на I ступени общего среднего образования.

Задачи:

- обеспечить освоение студентами основных теоретических сведений по общим и частным вопросам методики начального обучения математике;
- научить применять приобретенные знания и умения в практике преподавания на I ступени общего среднего образования;
- научить самостоятельно работать с методической литературой.

Учебная дисциплина «Методика преподавания математики» относится к государственному компоненту учебного плана и предназначена для подготовки специалистов с высшим образованием; связана с учебными дисциплинами «Математика», «Теория и методика формирования элементарных математических представлений», «Общая педагогика», «Дидактика».

Изучение «Методики преподавания математики» предполагает формирование следующих универсальных и базовых профессиональных компетенций:

УК – осуществлять отбор содержания, форм, методов и средств обучения и воспитания, применять их в образовательном процессе с учетом возрастных и психологических особенностей обучающихся;

БПК – проектировать процесс обучения, ставить образовательные цели, отбирать содержание учебного материала, методы и технологии на основе системы знаний в области теории и методики педагогической деятельности;

БПК – проявлять инициативу и адаптироваться к изменениям в профессиональной деятельности.

Выпускник должен *знать*:

- цели и задачи, содержание и особенности построения начального курса математики;
- основные требования к математической подготовке младших школьников по годам обучения;
- методы и приемы обучения математике;
- основные формы организации учебного процесса;
- понятие текстовой задачи;
- различные методы, способы решения и проверки решения задач;
- основные методические приемы обучения решению задач;

уметь:

- проводить анализ новых образовательных программ, действующих учебников, учебных пособий по математике для начальной школы, научно-методической литературы;
- планировать процесс обучения (отбирать учебный материал, соответствующие методы, средства и формы обучения) и осуществлять его;
- самостоятельно конструировать и выполнять различные типы математических заданий;
- проводить внеклассные занятия с математическим содержанием;
- решать любую задачу по курсу математики начальных классов различными способами;
- обосновывать выполненное решение, отыскивать наиболее рациональный способ решения;
- проводить фронтальный разбор задачи и использовать различные методические приемы;

владеть:

- содержанием начального курса математики;
- современными подходами в методике преподавания математики в 1–4 классах;
- основными методическими приемами обучения решению задач.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МОДУЛЬ 1

Тема 1. Методика начального обучения математике как наука и учебный предмет

1. Компоненты методической системы обучения математике, их характеристика

Методика преподавания математики – педагогическая наука, включающая теоретическую и практическую деятельность по получению знаний и сами знания о том, как общие закономерности процесса развития, воспитания и обучения детей проявляются при обучении математике, а также, какие особенности присущи специально обучению математике в связи со спецификой этого учебного предмета.

Объект исследования – часть объективной реальности, которая на данном этапе является предметом деятельности человека.

Предмет исследования – стороны, свойства и отношения объекта, исследуемые с определенной целью и в определенных условиях.

Методическая система обучения математике включает следующие компоненты и взаимосвязи между ними:

- 1) цель и задачи обучения;
- 2) содержание обучения;
- 3) методы обучения;
- 4) средства обучения;
- 5) формы организации обучения.

Задачи обучения математике:

- 1) образовательные;
- 2) развивающие;
- 3) воспитательные;

Содержание начального курса математики:

- 1) нумерация целых неотрицательных чисел;
- 2) арифметические действия над числами;
- 3) текстовые задачи;
- 4) величины;
- 5) алгебраический материал;
- 6) геометрический материал;
- 7) доли, дроби;

Методы обучения математике – способы взаимосвязанной деятельности учителя и учащихся, направленные на достижение целей образования, развития и воспитания учащихся.

Специфические методы обучения математике:

- 1) методы математизации эмпирического материала;
- 2) методы логической организации математического материала;
- 3) методы применения математической теории.

Средства обучения математике – совокупность объектов любой природы, для которых характерно, что каждый из них:

- представляет полностью или частично заменяет изучаемое понятие;
- дает новую информацию об изучаемом понятии.

Классификация средств обучения математике:

- по способу использования: демонстрационные, индивидуальные средства обучения;
- по способу воспроизведения изучаемого материала: идеальные, материально-предметные средства обучения.

Форма организации обучения математике – специально организованная деятельность учителя и учащихся, которая проходит в установленном порядке и в определенном режиме.

Классификация форм организации обучения:

- по количеству учащихся: индивидуальная, групповая, фронтальная работа;
- по месту проведения: урок, внеурочная работа, внеклассная работа.

Типы уроков математики:

- а. урок изучения нового материала;
- б. урок закрепления знаний, умений и навыков;
- в. урок повторения изученного материала;
- г. урок обобщения изученного материала;
- д. комбинированные уроки;
- е. уроки контроля и учета уровней учебных достижений младших школьников по математике.

Виды внеклассной работы по математике: внеклассные занятия; математические уголки; математические утренники; математические кружки; математические олимпиады; математические конкурсы, викторины; математические экскурсии; математические клубы.

2. История становления начального курса математики как учебного предмета

Учебник Л.Ф. Магницкого «Арифметика, сиречь наука числительная» (1703г.). Основные идеи учебника:

- изложение различных систем счисления, в том числе и арабской;
- арифметика дробных чисел;

- элементы алгебры, геометрии, тригонометрии, мореходной астрономии, навигации;

- теоретический и практический материал.

П.С. Гурьев в середине XIX века выделил три центра чисел для изучения. Так же он предложил выстроить процесс обучения так, чтобы одновременно с изучением чисел знакомить учащихся с арифметическими действиями над ними, а не последовательно, как это было ранее.

А.В. Грубе в своей книге «Руководство к счислению в элементарной школе» предложил монографический метод, суть которого заключалась в первоочередном изучении состава чисел, а уж потом в усвоении действий над ними.

К.Д. Ушинский в своём труде «Руководство к преподаванию «Родному слову» выделил главу «О первичном обучении счёту», в которой выдвинул следующие идеи:

- дидактические принципы;
- концентризм изучения нумерации чисел;
- необходимость наглядности;
- значение текстовых задач;
- развитие математической речи учащихся;
- практическая направленность изучения величин;
- осознанное усвоение теории.

В.А. Евтушевский, переняв идеи А.В. Грубе, в книгах «Методика арифметики» и «Сборник арифметических задач» уделял большее внимание подготовительному изучению свойств чисел и арифметическим действиям над ними. Основные идеи:

- детальное изучение чисел от 1-го до 20-ти;
- связь между устными и письменными вычислениями;
- методика применения наглядности.

Среди русских педагогов были и противники монографического метода. Один из них – А.В. Латышев. Он выдвинул следующие идеи:

- изучение арифметики основано на изучении арифметических действий;

- теория должна быть выводом из практических упражнений, т.е. обосновал индуктивный метод преподавания;

- для выбора метода обучения необходимо четко представлять цель обучения, т.е. указывается на связи компонентов методической системы обучения;

- важность активной самостоятельной работы учащихся;

- образовательное, развивающее, воспитательное и практическое значение работы над текстовыми задачами.

Перенял его идеи А.И. Гондельберг, который считал, что основа изучения арифметики – изучение арифметических действий, а ознакомление с

элементарными свойствами чисел необходимо лишь для освоения приёмов вычисления.

С.И. Шорохов-Троцкий был первым методистом, который предложил начинать изучение арифметических понятий с простых текстовых задач. Помимо этого, он:

- разработал специальные задания для самостоятельного приобретения знаний учениками;
- обосновал принципа наглядности в обучении;
- рекомендовал изучать геометрический материал через методику целесообразно подобранных задач;
- доказал необходимость изготовления учениками наглядных пособий и выполнения ими лабораторных работ.

С 1917 года в методике начинает преобладать коллективный характер исследований.

Примечательные даты советского периода:

○ 1918 – 1932 гг. – комплексная система обучения, использование метода проектов, применение математики в жизни.

○ 1932г. – восстановление учебного предмета «математика».

○ 1934 -1949 гг. – всеобщее обязательное начальное образование. Изучение арифметики характеризуется практической направленностью, строится на наглядной основе.

○ 1968 г. – создание новой программы обучения, обогащенной элементами арифметической теории, алгебраическим и геометрическим материалом.

○ 1986 г. – перевод начального образования с шестилетнего возраста учащихся на четырёхлетний срок обучения.

Ключевые моменты постсоветского периода:

• 1992 / 93 учебный год – создание национальной концепции начального математического образования учащихся Республики Беларусь.

• 2002–2003 учебный год – переход на десятибалльную систему оценки результатов учебной деятельности учащихся.

Коллектив разработчиков новых программ в XX – XXI веках, исследователей проблем развития современной методики начального обучения математике включают ученых педагогов, психологов, методистов: Андронов И.К., Бантова М.А., Бельтюкова Г.В., Колягин Ю.М., Моро М.И., Пчелко А.С., Пышкало А.М., Скаткин Л.Н., Эрдниев П.М., Дрозд В.Л., Катасонова А.Т., Столяр А.А., Чеботаревская Т.М. и др.

3. Современные технологии начального обучения математике

Педагогическая технология – алгоритм применения методов, приемов, операций педагогического воздействия, которые создают условия для развития участников педагогического процесса и предусматривают определенный результат этого процесса.

Технология начального обучения математике – совокупность способов, методов, приемов, операций педагогического воздействия, обеспечивающих требуемый стандартный уровень математической подготовки выпускников начальной школы.

Классификация и характеристика современных технологий обучения математике:

1) *личностно-ориентированные технологии* ставят в центр обучения личность ученика и включают:

- гуманно-личностные технологии (Ш.А. Амонашвили);
- технологии сотрудничества (С.Н. Лысенкова, В.Ф. Шаталов).

2) *развивающие технологии*, цель которых – развитие личности школьника с помощью знаний. Они включают:

- технологии обучения, ориентированного на психическое развитие учащихся (Л.В. Занков);
- технологии обучения, ориентированного на личностное развитие ученика (В.В. Давыдов, Д.Б. Эльконин);
- технологии, направленные на развитие творческих качеств личности (Г.С. Альтжуллер, И.П. Волков, И.П. Иванов).

3) *педагогические технологии* на основе активизации и оптимизации познавательной деятельности учащихся. Цель – обеспечить высокий уровень мотивации учения. Они включают:

- игровые технологии (И.П. Иванов, Б.П. Никитин);
- технологии проблемного обучения (И.Я. Лернер, М.И. Махмутов)
- технологии использования схемных и знаковых моделей учебного материала (С.Н. Лысенкова, В.Ф. Шаталов).

4) *технологии эффективной организации и управления процессом обучения* включают:

- технологии дифференциации обучения (Г.К. Селевко);
- технология индивидуализации обучения (А.С. Границкая, А.А. Кирсанов);
- технология проектного обучения (В.В. Гузеев, Е.С. Полат);
- технология программированного обучения (В.П. Беспалько, Н.Ф. Талызина);
- компьютерные технологии обучения (Б.С. Гершунский);
- технология модульного обучения (М.А. Чошанов);
- групповая технология обучения (Е.С. Полат);
- технология коллективного способа обучения (В.К. Дьяченко);
- технология полного усвоения знаний (Дж. Кэрролл);
- технология дистанционного обучения;
- технология мониторинга;
- технология выполнения тестовых заданий.

5) технологии усовершенствования и дидактического реконструирования учебного материала:

- технология укрупнения дидактических единиц (П.М. Эрдниев);
- технология опережающего обучения (С.Н. Ласенкова).

б) альтернативные и авторские технологии:

- технология французских педагогических мастерских;
- Дальтон – технология (Хелен Паркхерст);
- технология «Шаг за шагом» (Памела А. Кафлин);
- технология Зайцева Н.А.

Тема 2. Методика изучения темы «Подготовительный период в изучению чисел и арифметических действий»

1. Цель, задачи и содержание подготовительного периода

Цель подготовительного периода – подготовка учащихся к изучению математики.

Задачи подготовительного периода:

- выявить уровень подготовки каждого ученика к обучению математике;
- систематизировать, пополнить и сформировать знания, умения и навыки, необходимые для изучения математики;
- развивать логические структуры мышления учащихся;
- формировать общие учебные умения, связанные с использованием учебников, тетрадей, счетного материала;

Содержание работы в подготовительном периоде включает:

1. отождествление и различение предметов по одному, двум, трем свойствам: цвету, форме, размеру;
2. сравнение и классификация предметов;
3. упорядочение предметов во множестве заданным отношением;
4. сравнение множеств предметов по численности;
5. пространственные представления;
6. временные отношения;
7. счет объектов любой природы в пределах 20;
8. знакомство с клеткой в тетради, подготовка к письму цифр.

2. Методы, приёмы и средства обучения

Основные методы и приёмы подготовки учащихся к изучению математики:

- выполнение заданий практического характера сначала с предметами окружающей обстановки, затем – с дидактическим материалом, с предметными картинками, с символическим изображением объектов;

- применение серий обучающих игр;
- предметная деятельность: лепка, обводка, рисование, раскрашивание, штриховка, вырезание;
- наблюдения во время экскурсий и выделение признаков предметов, соответствующих их существенным математическим свойствам;
- организация постепенного перехода от действий с предметами к умственным действиям над свойствами предметов как механизму рассуждений.

Средства обучения, применяемые в подготовительный период:

1) Предметные пособия:

- предметы окружающей действительности: классная мебель, учебные принадлежности, природные материалы, фрукты, овощи, игрушки и др.;
- счетный материал – палочки, арифметический ящик, счеты;
- геометрические фигуры;
- трафареты фруктов, овощей, грибов, зверей, птиц и т.д.;

2) Иллюстративные пособия:

- предметные картинки с изображением различных объектов;
- картины с изображением однородных и разнородных объектов, объединенных каким-нибудь сюжетом;
- таблицы;
- экранные пособия.

Для применения пособий используются: классные доски, песочные ящики, наборные полотна, фланелеграфы, красочные изображения с прорезами для объектов счета;

3. Особенности организации уроков математики в подготовительном периоде

Основные особенности:

- продолжительность урока математики в 1-м классе – 35 минут;
- рекомендуется проводить 2 физминутки по 2 минуты, в том числе и для глаз, через 10 минут и на 20-й минуте каждого урока;
- домашние задания не задаются;
- оценки в 1-м – 2-м классах не выставляются;
- учебная работа комментируется учителем – отмечаются успехи учеников в сравнении с предыдущими достижениями;
- для формирования интереса к математике применяются разнообразные формы проведения занятий: уроки-экскурсии, уроки-игры, путешествия;
- чередование методов обучения. Объяснение нового материала в I-м полугодии занимает 1 – 2 минуты, во II-м – 5 – 8 минут;
- смена видов учебной деятельности. Непрерывное письмо может занимать до 3-х минут в начале урока и до 2-х минут к концу урока;
- сочетание фронтальной, групповой, индивидуальной работы учащихся.

Тема 3. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Десяток»

1. Основные понятия темы. Причины выделения чисел в пределах десяти в отдельный концентр

Нумерация чисел – способ названия и записи чисел.

Цель изучения нумерации чисел – формирование понятия натурального числа и нуля;

Устная нумерация чисел – правила называния чисел с помощью десяти символов цифр.

Письменная нумерация чисел – правила написания чисел с помощью 10-ти цифр.

Счёт – процесс упорядочивания множества путем присвоения каждому элементу определенного номера;

Цифра – знак для записи числа

Причины выделения чисел в пределах десяти в отдельный концентр:

- 1) десять – основание десятичной системы счисления;
- 2) числа от 1-го до 10-ти образуются в результате счета простых единиц;
- 3) для обозначения каждого числа от 1-го до 10-ти применяется в устной речи особое слово, а на письме – особый знак;
- 4) названия и обозначения чисел первого десятка служат исходными для называния и обозначения любых многозначных чисел;

Задачи изучения нумерации чисел в пределах десяти:

- научить учащихся считать объекты любой природы в пределах десяти;
- обеспечить усвоение учениками принципа образования чисел в натуральном ряду: числа 1, а каждое следующее число на единицу больше предыдущего;
- научить узнавать, называть, читать и записывать числа;
- сформировать знание состава чисел;
- обеспечить усвоение места числа в натуральном ряду;
- научить сравнивать числа на основе:
 - установления взаимно однозначного соответствия между количественными моделями чисел;
 - порядка называния чисел при счете;
 - процесса присчитывания;
 - состава чисел.
- научить устанавливать соотношение между числом и цифрой;

Характеристики натурального числа в начальном курсе математики:

1) количественное число, которое является результатом счета элементов множества (один, два, три...);

2) порядковое число, которое представляет порядковый номер некоторого элемента множества (первый, второй, третий...);

- 3) число, как характеристика класса эквивалентных множеств (три гриба и три листа на них);
- 4) число, как результат измерения величин (3 см, 5 кг, 8 л);
- 5) число, как результат выполнения арифметических действий над другими числами ($3+2=5$).

2. Методика изучения устной и письменной нумерации чисел в пределах десяти

Процесс счета подчиняется правилам:

1. первому отмеченному предмету ставится в соответствие наименьшее натуральное число 1;
2. на каждом следующем шаге отмечается (нумеруется) предмет, еще не отмеченный ранее, т.е. нельзя считать один и тот же предмет дважды;
3. каждому следующему предмету ставится в соответствие число, следующее за последним из уже названных.

Принцип образования чисел в натуральном ряду: каждое следующее число на единицу больше предыдущего;

Умение считать включает:

- 1) знание слов – числительных;
- 2) знание порядка их названия при счете;
- 3) понимание смысла процесса нумерации элементов множества;
- 4) понимание того, что последний названный номер является характеристикой количественного состава множества;
- 5) умение соблюдать правила счета;

Последовательность изучения письменной нумерации чисел в пределах десяти:

- 1) демонстрация количественной модели числа;
- 2) название соответствующего числа;
- 3) показ печатной цифры;
- 4) показ письменной цифры;
- 5) анализ письменной цифры с использованием занимательного материала;
- 6) объяснение написания цифры в демонстрационной клетке;
- 7) «прописывание» цифры в воздухе;
- 8) письмо цифры в тетради по образцу;

Характеристика и последовательность написания цифр:

Цифра 1 состоит из двух элементов – палочек, одна из которых короче другой. Сначала пишется маленькая палочка. Начинают писать ее немного выше центра клетки и ведут к верхнему правому углу клетки. Затем пишут основную наклонную палочку от верхнего правого угла к середине нижней стороны клетки.

Цифра 2 состоит из верхнего малого полуовала, наклонной и волнистой линий. Начинают писать цифру немного выше центра клетки, ведут

линию вверх, закругляют ее в правом верхнем углу, ведут наклонную линию к середине нижней стороны клетки. Затем вдоль нижней стороны клетки пишут волнистую линию (вверх, вниз, вверх).

Цифра 3 состоит из верхнего и нижнего малых полуovalов. Начинают писать цифру немного выше центра клетки (примерно в той же части клетки, что и цифру 2). Начало написания первого элемента цифры 3 очень похоже на первый элемент цифры 2, верхний полуoval доводят почти до центра клетки и, не отрывая ручки от бумаги, пишут нижний полуoval. Нижний полуoval немного больше верхнего.

Цифра 4 состоит из трех палочек. Начинают писать первую палочку немного правее середины верхней стороны клетки и ведут ее ниже центра клетки. Затем пишут горизонтальную линию вправо и чуть не доводят ее до правой стороны клетки. Оторвав ручку от бумаги, пишут третью палочку, которая начинается чуть выше середины правой стороны клетки, и ведут наклонную линию к нижней стороне клетки.

Цифра 5 состоит из маленькой прямой палочки, правого полуovalа и горизонтальной волнистой линии. Сначала пишется маленькая прямая палочка. Начинают ее писать немного правее середины верхней стороны клетки (как и цифру 4) и ведут наклонно до центра клетки. Из этой точки пишут малый правый полуoval такой же, как второй элемент цифры 3. Затем вверху слева направо пишется последний элемент (слегка прогнутая вниз палочка). Начало его совпадает с началом первого элемента цифры, а заканчивается элемент в верхнем правом углу клетки.

Цифра 6 состоит из большого левого и малого правого полуovalов. Начинают писать цифру немного ниже верхнего правого угла клетки. В правом верхнем углу клетки делают закругление, пишут большой левый полуoval, касаются середины нижней стороны клетки, ведут линию вверх, закругляя ее влево немного выше середины клетки.

Цифра 7 состоит из волнистой линии, большой и маленькой палочек. Начинают писать волнистую линию чуть ниже середины верхней стороны клетки, доводят ее до верхнего правого угла клетки. Написание первого элемента цифры 7 совпадает с написанием последнего элемента цифры 2 (движение ручки вверх, вниз, вверх) с той разницей, что у двойки этот элемент расположен на нижней линии клетки, а у семерки – под верхней линией клетки. Из верхнего правого угла проводят наклонную палочку к середине нижней стороны клетки как у цифры 1. Маленькая горизонтальная палочка должна перечеркивать длинную палочку примерно посередине.

Цифра 8 состоит из верхнего и нижнего малых ovalов. Верхний oval немного меньше нижнего. Начинают писать ее немного ниже и правее середины верхней стороны. Ведут линию вправо и вверх, закругляют в правом верхнем углу клетки, затем справа налево к середине нижней стороны клетки, закругляют и поднимаются вверх к начальной точке.

Цифра 9 состоит из малого левого овала и большого правого полуовала. Начинают писать цифру немного ниже правого верхнего угла клетки (примерно там, где и начало цифры 6), ведут линию вверх налево, закругляя ее к центру клетки, затем направо вверх к исходной точке. От начальной точки пишут большой правый полуовал, касаясь середины нижней стороны клетки.

Цифра 0 представляет собой овал. Начинают писать цифру немного ниже верхнего правого угла клетки (примерно там же, где начинается написание цифр 6 и 9). Первая половина цифры пишется так же, как и у цифры 6. В правом верхнем углу клетки делают закругление, пишут большой левый полуовал, касаются середины нижней стороны клетки, дальше линия плавно ведется вверх к исходной точке.

3. Методика изучения сложения и вычитания чисел в пределах десяти

Вычислительный прием – ряд последовательных операций, выполнение которых приводит к нахождению результата арифметического действия.

Теоретическая основа вычислительного приема – правила, свойства чисел и действий, на основе которых выполняются операции вычислительного приема

Случай вычислений – выбор конкретных чисел для выполнения действий над ними.

Конкретный смысл действия сложения чисел – установление связей между операцией объединения конечных непересекающихся множеств и действием сложения чисел, являющихся числовыми характеристиками этих множеств.

Конкретный смысл действия вычитания чисел – установление связей между операцией удаления подмножества данного множества и действием вычитания чисел, являющихся числовыми характеристиками множества и его подмножества.

Теоретическая основа вычислительных приемов сложения и вычитания чисел в пределах десяти:

- 1) принцип образования чисел в натуральном ряду;
- 2) знание последовательности чисел в прямом и обратном порядке;
- 3) состав однозначных чисел;
- 4) переместительное свойство сложения;
- 5) взаимосвязь между суммой и слагаемыми.

Вычислительные приемы сложения и вычитания чисел в пределах десяти:

- присчитывание и отсчитывание;
- перестановка слагаемых;
- вычитание на основе состава однозначных чисел и взаимосвязи между суммой и слагаемыми.

Типичные случаи сложения и вычитания чисел в пределах десяти представлено в таблице 1.

Таблица 1

№ п/п	Случай вычислений	Вычислительный прием	Теоретическая основа вычислительного приема
1.	$3+1$	Присчитывание $3+1 = 4$	1) принцип образования чисел в натуральном ряду; 2) знание последовательности чисел
2.	$3 - 1$	Отсчитывание $3 - 1 = 2$	1) принцип образования чисел в натуральном ряду; 2) знание последовательности чисел в обратном порядке.
3.	$3+2$	Прибавление по частям $3+2 = 3+1+1 = 5$	1) состав числа 2; 2) принцип образования чисел в натуральном ряду; 3) знание последовательности чисел.
4.	$3 - 2$	Вычитание по частям $3 - 2 = 3 - 1 - 1 = 1$	1) состав числа 2; 2) принцип образования чисел в натуральном ряду; 3) знание последовательности чисел в обратном порядке.
5.	$5+3$ $5+4$	Прибавление по частям $5+3 = 5+2+1 = 8$	1) состав второго слагаемого; 2) приемы прибавления чисел 1; 2; 3) принцип образования чисел в натуральном ряду; 4) знание последовательности чисел.
6.	$5 - 3$ $5 - 4$	Вычитание по частям $5 - 3 = 5 - 2 - 1 = 2$	1) состав вычитаемого; 2) приемы вычитания чисел 1; 2; 3) принцип образования чисел в натуральном ряду; 4) знание последовательности чисел в обратном порядке.
7.	$2+7$ $1+9$ $4+5$ $2+8$ $3+6$ $3+7$	Перестановка слагаемых $2+7 = 7+2 = 9$	1) переместительное свойство сложения; 2) изученные ранее вычислительные приемы прибавления чисел 1; 2; 3; 4.
8.	$9 - 5$ $9 - 7$ $10 - 8$ $8 - 6$ $10 - 9$	1) вычитание по частям $9 - 7 = 9 - 4 - 3 = 2$	1) состав вычитаемого; 2) изученные ранее вычислительные приемы вычитания чисел 1; 2; 3; 4.

	<p>2) вычитание на основе состава однозначных чисел и взаимосвязи между суммой и слагаемыми</p> $9 = 7 + 2$ $9 - 7 = 2$	<p>1) состав уменьшаемого; 2) взаимосвязь между суммой и слагаемым.</p>
--	---	---

Основное средство обучения – отрезок натурального ряда чисел. Для учеников с ведущим кинестезическим восприятием и кинестезическим типом памяти, т.е. требующим обязательной поддержки словесной информации мышечным усилием, двигательным действием, следует поощрять использование пальцевого счета при изучении всех вычислительных приемов первого десятка.

Вычислительное умение – сознательное выполнение арифметических действий, требующее развернутого самоконтроля.

Вычислительный навык – автоматизированное выполнение арифметических действий, в котором сознательный контроль настолько свернут, что возникает иллюзия его полного отсутствия.

Вычислительный навык характеризуется: правильностью, осознанностью, прочностью, обобщенностью, автоматизмом, рациональностью вычислений.

В процессе формирования вычислительных навыков выделяются 3 этапа:

1) аналитический – ознакомление учащихся с отдельными операциями вычислительного приема, формирование умений их выполнять;

2) синтетический – ознакомление учащихся с вычислительным приемом, формирование умений его объяснять и выполнять;

3) практический – выполнение вычислительных упражнений с подробным пояснением; с сокращенным пояснением; без пояснений. Составление и заучивание таблиц сложения и вычитания однозначных чисел.

Таким образом, методика изучения сложения и вычитания чисел в пределах десяти включает 3 этапа:

1) подготовку учащихся – изучение и повторение теоретической основы вычислительных приемов;

2) ознакомление с вычислительными приемами с применением числового ряда, схем различной формы, графов и других моделей учебного материала;

3) закрепление изученного – практический этап формирования вычислительных навыков.

Тема 4. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Сотня»

1. Методика изучения устной и письменной нумерации чисел в пределах сотни

Причины выделения сотни в особый концентр:

- 1) в концентре «Сотня» учащиеся знакомятся с новой составной счетной единицей – десятком;
- 2) изучается важнейшее понятие десятичной системы счисления – понятие «разряд»;
- 3) усваивается принцип образования, называния и записи двузначных чисел, что является основой для усвоения нумерации чисел за пределами сотни.

Разряд – определенное место в записи числа в позиционной системе счисления, т.е. разряд – позиция цифры в записи числа.

Особенности устной нумерации двузначных чисел:

- устная нумерация двузначных чисел строится на использовании названий первых 9-ти чисел натурального ряда и особого названия для числа 10 (-дцать; -десять);
- название каждого двузначного числа (кроме 40 и 90) включает указание на количество и качество (единицы или десятки) счетных единиц;
- для названий чисел от 11-ти до 19-ти употребляются сложные имена числительные, первая часть которых указывает число единиц, вторая – число десятков. Структура этих названий отражает образование чисел на основе сложения: например, 15 – пять-на-десять;
- для названий круглых десятков (кроме 40 и 90) применяются числительные, обозначающие количество десятков. Эти названия отражают образование круглых десятков на основе умножения: например $50 = 5$ десятков или 5 раз по десять;
- для названий остальных двузначных чисел употребляются сложные имена числительные, состоящие их двух слов. Первое слово обозначает число десятков, второе – число единиц.

Данные названия отражают образование этих чисел на основе умножения и последующего сложения.

Например: $38 = 30$ (3 раза по 10) и еще 8.

Особенности письменной нумерации двузначных чисел:

- 1) письменная нумерация двузначных чисел строится на принципе поместного значения цифр. Каждая цифра имеет два значения: первое – связанное с начертанием; второе – связанное с занимаемым местом в записи числа.

2) по системе записи и системе называния двузначные числа подразделяются на две группы:

а) в числах от 11-ти до 19-ти порядок называния составляющих их разрядных единиц и порядок записи не совпадают: называются сначала единицы, потом – десяток; записываются сначала десяток, потом – единицы.

б) в числах от 20-ти до ста порядок чтения и записи совпадает.

Сначала изучается нумерация чисел от 10-ти до 20-ти; затем – нумерация чисел от 21-го до ста.

Содержание изучаемого материала:

- 1) образование чисел;
- 2) принцип образования натурального ряда чисел;
- 3) запись чисел;
- 4) поместное значение цифры в записи числа;
- 5) место числа в натуральном ряду;
- 6) разрядный состав чисел;
- 7) сравнение чисел;
- 8) соотнесение количественной модели, названия и записи числа;
- 9) однозначные и двузначные числа.

Характеристика двузначного числа (для примера взяли число 47):

- 1) 47 – число двузначное, записанное с помощью двух цифр;
- 2) в числе 47 – 4 десятка и 7 единиц;
- 3) в числе 47 – 7 единиц I-го разряда и 4 единицы II-го разряда;
- 4) для числа 47 предыдущее число 46, последующее – 48;
- 5) число 47 больше, чем число 40 и меньше, чем число 50;
- 6) число 47 можно представить в виде суммы 40 и 7.

2. Методика изучения сложения однозначных чисел с переходом через десяток и соответствующих случаев вычитания

Сложение однозначных чисел с переходом через десяток и соответствующие случаи вычитания представлены в таблице 2.

Таблица 2

№ п/п	Случай вычислений	Вычислительный прием	Теоретическая основа вычислительного приема
1.	9+3 8+5	прием прибавления по частям 1) $9 + 3 = (9 + 1) + 2 = 10 + 2 = 12$ 2) $8 + 5 = (8 + 2) + 3 = 10 + 3 = 13$	1) состав второго слагаемого; 2) дополнение чисел до 10-ти; 3) нумерационные (разрядные) случаи сложения
2.	12 – 5	1) прием вычитания по частям:	1) состав вычитаемого; 2) нумерационные (разрядные)

		$12 - 5 = 12 - 2 - 3 =$ $10 - 3 = 7$	случаи вычитания; 3) табличное вычитание чисел в пределах десяти
		2) вычитание на основе состава двузначных чисел и взаимосвязи между суммой и слагаемыми $12 = 7 + 5$ $12 - 5 = 7$	1) состав двузначных чисел в пределах 20-ти; 2) связь между суммой и слагаемым; 3) табличное сложение однозначных чисел с переходом через десяток
3.	8+9	Частный прием сложения $8 + 9 = 8 + 10 - 1 = 18$ $-1 = 17$	1) зависимость результата действий от изменения компонентов

3. Методика изучения устных вычислительных приемов сложения и вычитания чисел в пределах ста

Устные вычисления имеют большое значение:

1) развивают внутренний план действий, гибкость и рациональность мышления учащихся;

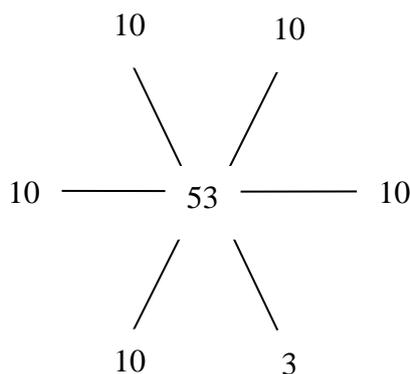
2) готовят к практической жизни: в быту часто приходится выполнять вычисления в уме, а также оценивать возможные границы результатов вычислений.

Поэтому необходимо развивать собственную вычислительную деятельность учащихся.

Трудности с устными вычислениями часто испытывают ученики:

- с замедленным темпом мышления;
- с ведущим синтетическим типом мышления, которые предрасположены к работе с наглядными моделями изучаемых понятий;
- ведущие кинестетики, требующие поддержки словесной информации двигательным действием.

Для преодоления этих трудностей рекомендуется использовать десятичную модель числа, называемую «солнышко». Например:



Такие модели помогают ученикам:

- а) представлять суть вычислительного приема на наглядном уровне;
- б) действовать руками, закрывая на модели соответствующие числа;
- в) проверять правильность вычислений.

Например:

$53 - 23 = 30$ (закрываются на «солнышке» 2 луча: 10; 10; 3, остаются 3 луча: 10, 10 и 10)

После применения десятичной схемы вычислений, учитывая индивидуально-типологические характеристики учеников, можно переходить к аналитической записи приемов вычислений, представленных в таблицах 2 и 3.

Основные устные случаи сложения и вычитания чисел концентре «Сотня» представлены в таблице 3.

Таблица 3

№ п/п	Случай вычислений	Вычислительный прием		Теоретическая основа вычислительного приема
1.	$\begin{array}{r} \underline{50} + \underline{30} \\ \underline{50} - \underline{30} \end{array}$	$\begin{array}{l} \underline{50} + \underline{30} = \underline{80} \\ 5 \text{ дес.} + 3 \text{ дес.} = 8 \text{ дес.} \\ 8 \text{ дес.} = 80 \end{array}$		Разрядный состав чисел; табличное сложение и вычитание.
2.	$\underline{24} + \underline{3}$	$\begin{array}{l} \underline{24} + \underline{3} = 27 \\ 4 + 3 = 7 \\ 20 + 7 = 27 \end{array}$	Единицы прибавляю к единицам и прибавляю к десяткам	Разрядный состав чисел; сочетательное свойство сложения; табличное сложение однозначных чисел.
3.	$6\underline{8} + \underline{2}$	$\begin{array}{l} 6\underline{8} + \underline{2} = 70 \\ 8 + 2 = 10 \\ 60 + 10 = 70 \end{array}$		Разрядный состав чисел; сочетательное свойство сложения; табличное сложение однозначных чисел.
4.	$4\underline{8} - \underline{3}$	$\begin{array}{l} 48 - 3 = 45 \\ 8 - 3 = 5 \\ 40 + 5 = 45 \end{array}$	Единицы вычитаю из единиц и прибавляю к десяткам	Разрядный состав чисел; вычитание числа из суммы; табличное вычитание.
5.	$50 - 8$	$\begin{array}{l} 50 - 8 = 42 \\ 50 = 40 + 10 \\ 10 - 8 = 2 \\ 40 + 2 = 42 \end{array}$	Единицы вычитаю из единиц и прибавляю к десяткам	Разрядный состав чисел; вычитание числа из суммы; табличное вычитание.
6.	$\begin{array}{r} \underline{30} + \underline{15} \\ \underline{43} + \underline{20} \end{array}$	$\begin{array}{l} \underline{30} + \underline{15} = 45 \\ 15 = 10 + 5 \\ 30 + 10 = 40 \\ 40 + 5 = 45 \end{array}$	Десятки прибавляю к десяткам и прибавляю единицы	Разрядный состав чисел; сочетательное свойство сложения.

7.	$\underline{54} - \underline{20}$	$\underline{54} - \underline{20} = 34$ $50 - 20 = 30$ $30 + 4 = 34$	Десятки вычитаю из десятков и прибавляю к единицам	Разрядный состав чисел; вычитание числа из суммы.
8.	$58 + 3$	прибавление частями $58 + 3 = 61$ $58 + 2 = 60$ $60 + 1 = 61$		Состав однозначных чисел; сочетательное свойство сложения; табличное сложение; нумерационные случаи сложения чисел.
9.	$56 - 7$	$56 - 7 = 49$ $56 - 6 = 50$ $50 - 1 = 49$		Состав однозначных чисел; вычитание суммы из числа.
10.	$\underline{34} + \underline{13}$ $\underline{46} + \underline{24}$	$\underline{34} + \underline{13} = 47$ $30 + 10 = 40$ $4 + 3 = 7$ $40 + 7 = 47$	Десятки прибавляю к десяткам, единицы прибавляю к единицам, полученные суммы складываем	Разрядный состав чисел; сочетательное и переместительное свойства сложения; табличное сложение.
11.	$98 - 42$	$\underline{98} - \underline{42} = 56$ $90 - 40 = 50$ $8 - 2 = 6$ $50 + 6 = 56$	Десятки вычитаю из десятков, единицы вычитаю из единиц, полученные разности складываем	Разрядный состав чисел; вычитание суммы из суммы; табличное вычитание.
12.	$60 - 23$	$\underline{60} - \underline{23} = 37$ $60 - 20 = 40$ $40 - 3 = 37$	Десятки вычитаю из десятков, затем вычитаю единицы	Разрядный состав чисел; вычитание суммы из числа; табличное вычитание.
13.	$\underline{47} + \underline{35}$	$47 + 35 = 82$ $40 + 30 = 70$ $7 + 5 = 12$ $70 + 12 = 82$ $47 + 30 = 77$ $77 + 5 = 82$ $47 + 3 = 50$ $35 = 3 + 32$ $50 + 32 = 82$	Десятки складываю с десятками, единицы с единицами, полученные суммы складываем	Разрядный состав чисел; табличное сложение; сочетательное свойство сложения.

14.	52 - 27	52 – 27 = 25	Разрядный состав чисел; вычитание суммы из числа.
		52 – 20 = 32 32 – 7 = 25	
		52 – 27 = 25 27 = 22 + 5 52 – 22 = 30 30 – 5 = 25	

4. Методика изучения письменных приемов сложения и вычитания чисел в пределах ста

Главное отличие письменных вычислений от устных – порядок складывания или вычитания разрядных единиц. При устных вычислениях начинают со старших разрядов, двигаясь слева направо. При письменных вычислениях – начинают с разряда единиц и выполняют действие, двигаясь справа налево.

Практический этап формирования вычислительных навыков в центре «100»:

- 1) выполнение арифметических действий с соответствующими числами;
- 2) решение примеров с «окошками»;
- 3) сравнение выражений;
- 4) вычисление удобным способом;
- 5) заполнение схем вычислений;
- 6) определение закономерности расположения чисел;
- 7) составление и решение круговых примеров;
- 8) применение письменных вычислений, когда сложно вычислять устно.

Основные письменные случаи сложения и вычитания чисел в центре «Сотня» представлены в таблице 4.

Таблица 4

№ п/п	Случай вычислений	Вычислительный прием	Теоретическая основа вычислительного приема
1.	$\begin{array}{r} 23 \\ + 14 \\ \hline 37 \end{array}$ $\begin{array}{r} 11 \\ + 23 \\ \hline 12 \\ \hline 46 \end{array}$	<p>Алгоритм сложения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Пишу десятки под десятками, единицы под единицами. 2. Складываю единицы, пишу под единицами. 3. Складываю десятки, пишу под десятками. 4. Читаю ответ. 	Разрядный состав чисел; сочетательное свойство сложения; табличное сложение однозначных чисел.

2.	$\begin{array}{r} 33 \\ + 15 \\ \hline 12 \\ \hline 60 \end{array}$	Вычислительный прием сложения двузначных чисел, когда сумма единиц равна десяткам	Разрядный состав чисел; сочетательное свойство сложения; табличное сложение однозначных чисел.
3.	$\begin{array}{r} 31 \\ + 29 \\ \hline 60 \end{array}$ $\begin{array}{r} 35 \quad 24 \\ +16 \quad +19 \\ \hline 28 \end{array}$	Вычислительный прием сложения двузначных чисел с переходом через разряд	Разрядный состав чисел; сочетательное свойство сложения; табличное сложение однозначных чисел.
4.	$\begin{array}{r} 38 \\ +36 \\ +\underline{26} \end{array}$	Вычислительный прием сложения двузначных чисел, когда сумма равна сотне.	Разрядный состав чисел; сочетательное свойство сложения; табличное сложение однозначных чисел.
5.	$\begin{array}{r} 86 \\ - \underline{24} \end{array}$	Алгоритм вычитания: 1. Пишу десятки под десятками, единицы под единицами. 2. Вычитаю единицы, пишу под единицами. 3. Вычитаю десятки, пишу под десятками. 4. Читаю ответ.	Разрядный состав чисел; вычитание суммы из суммы; табличные приемы вычитания однозначных чисел.
6.	$\begin{array}{r} 50 \\ - \underline{28} \end{array}$	Вычислительный прием вычитания двузначных чисел из круглых десятков	Разрядный состав чисел; вычитание суммы из суммы; табличные приемы вычитания однозначных чисел.

7.	97 - <u>28</u>	Вычислительный прием вычитания с переходом через десяток.	Разрядный состав чисел; вычитание суммы из суммы; табличные приемы вычитания однозначных чисел.
8.	100 - <u>52</u>	Вычислительный прием вычитания двузначного числа из сотни.	Разрядный состав чисел; вычитание суммы из суммы; табличные приемы вычитания однозначных чисел.

5. Методика ознакомления учащихся с конкретным смыслом умножения и деления чисел

Конкретный смысл действия умножения – это двухступенчатая связь:

1) между операцией объединения равночисленных конечных непересекающихся множеств и действием сложения чисел, являющихся их числовыми характеристиками;

2) между сложением одинаковых слагаемых и действием умножения чисел, первое из которых является слагаемым, а второе – количеством слагаемых.

Подготовка к введению конкретного смысла действия умножения включает:

- 1) счет двойками, тройками и т.д.;
- 2) предметная деятельность на объединение конечных равночисленных непересекающихся множеств;
- 3) показ руками процесса и результата предметного действия;
- 4) словесная характеристика предметного действия;
- 5) выполнение рисунков, отражающих различные жизненные ситуации на объединение равночисленных множеств;
- 6) решение текстовых задач на сложение одинаковых слагаемых и ответы на вопросы:

- какие слагаемые в решении?
- сколько их?

- 7) выполнение записей по рисункам и ответы на вопросы из пункта 6;

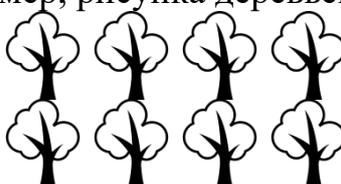
$$\begin{array}{ccc} \Delta\Delta & \Delta\Delta & \Delta\Delta \\ 2+2+2 \end{array}$$

- 8) сравнение записей и нахождение лишних записей:

$$3+3; 3+3+2; 3+3+3.$$

Введение конкретного смысла действия умножения может включать:

- 1) наблюдение, например, рисунка деревьев, растущих в парке:



- 2) словесное описание наблюдаемого: «посажено по 4 дерева в 2 ряда»;
- 3) ответ на вопрос: «Каким действием можно записать, сколько деревьев растёт?»

$4+4=8$ (д.) Какие слагаемые? (равные, 4...)

Сколько их? (2)

- 4) объяснение: «В математике сложение одинаковых слагаемых заменяют действием умножения: $4 \cdot 2 = 8$. Знак умножения (\cdot). Читается это действие так: «По 4 взять 2 раза, или 4 умножить на 2, или 4 увеличить в 2 раза получится 8».

Закрепление включает упражнения:

- 1) на соотношение рисунка и математической записи; на выбор рисунка, соответствующего записи; на выбор записи соответствующей рисунку; на преобразование рисунка в соответствии с записью;
- 2) на замену сложения умножением;
- 3) на замену умножения сложением;
- 4) на объяснения смысла множителей;
- 5) на вычисление произведений с помощью конкретного смысла умножения;
- 6) на сравнение выражений вида: $3+3+3$ и $3+2+3$; $5 \cdot 2$ и $5+5+5$, их схематическую или предметную иллюстрацию
- 7) на заполнение окошек: $3+3+3+3 = 3 \cdot \square$;
- 8) на решение текстовых задач.

Конкретный смысл действия *деления по содержанию* (нахождение второго множителя по произведению и первому множителю) – связь между операцией разбиения конечного множества на ряд равночисленных непересекающихся подмножеств с заданной численностью элементов и действием деления чисел, первое из которых является числовой характеристикой множества, а второе – числовой характеристикой подмножеств.

Конкретный смысл действия *деления на равные части* (нахождение первого множителя по произведению и второму множителю) – связь между операцией разбиения конечного множества на заданное число равночисленных непересекающихся подмножеств и действием деления чисел, первое из которых является числовой характеристикой множества, а второе – количеством подмножеств.

Подготовка к введению конкретного смысла действия деления включает:

- 1) выполнение практических заданий на разбиение множеств на равночисленные непересекающиеся подмножества (например, множество игрушек состоит из кукол, машинок и кубиков);
- 2) замена чисел суммой одинаковых слагаемых;
- 3) последовательное вычитание из числа одинаковых чисел:
 $12 - 4 - 4 - 4 = 0$
- 4) Ответы на вопросы типа: сколько раз по 3 содержится в 6?

Изучение конкретного смысла действия деления может включать:

- 1) Предметную деятельность учащихся на разбиение множеств на равночисленные подмножества;
- 2) Объяснение учителя того, что в математике решение этой задачи записывается действием деления.

Например:

$$8 : 4 = 2$$

Две точки (:) – знак деления. Читается запись: «8 разделить на 4 – получится 2».

Закрепление включает упражнения:

- 1) на разбиение множеств;
- 2) на запись соответствующих действий;
- 3) на сравнение зарисовок и математических записей, на выбор или рисунка по данной записи или выбор записи по данному рисунку;
- 4) на построение или преобразование схематической иллюстрации в соответствии с записью деления;
- 5) на решение текстовых задач, раскрывающих конкретный смысл действия деления.

К табличному умножению относятся случаи умножения однозначных натуральных чисел на однозначные натуральные числа, результаты которых находят на основе конкретного смысла действия умножения.

Умножение с числами 0 и 1 относят к особым случаям умножения, так как нет суммы из 0 или 1-го слагаемого.

Приемы составления таблиц умножения:

- 1) замена произведения суммой одинаковых слагаемых (при значениях второго множителя не больше 5);
- 2) при значении второго множителя больше 5 – прием прибавления к предыдущему результату: $2 \cdot 6 = 2 \cdot 5 + 2$;
- 3) прием группировки: $2 \cdot 7 = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 2$;
- 4) прием вычитания из следующего результата: $2 \cdot 4 = 2 \cdot 5 - 2$;
- 5) прием перестановки множителей.

Приемы запоминания таблицы умножения:

- 1) прием счета двойками, тройками, пятерками;
- 2) прием повторения таблицы по порядку, вразбивку;
- 3) прием последовательного сложения;
- 4) прием взаимосвязанной пары: $2 \cdot 9 = 9 \cdot 2$;
- 5) прием запоминания последовательности случаев по сериям с возрастанием 2-го множителя: $4 \cdot 5$; $4 \cdot 6$; $4 \cdot 7$;

б) прием «порции», когда заучивание троек случаев вычислений идет от среднего к предыдущему и следующему на основе прибавления или вычитания соответствующего слагаемого. Например: $7 \cdot 7$; $7 \cdot 8$; $7 \cdot 9$. опорный случай: $7 \cdot 8 = 56$, а от него ученик переходит к $7 \cdot 7$ и к $7 \cdot 9 = 56 + 7 = 63$;

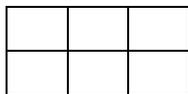
- 7) прием запоминающегося случая в качестве опорного:

$$6 \cdot 6 = 36 \Rightarrow 6 \cdot 7 = 36 + 6 = 42; 6 \cdot 8 = 48 \Rightarrow 6 \cdot 9 = 48 + 6 = 54;$$

$$5 \cdot 5 = 25 \Rightarrow 5 \cdot 6 = 25 + 5 = 30.$$

8) прием внешней опоры – обведение на клетчатом фоне прямоугольника с заданным количеством клеток в строках и количеством строк:

$$3 \cdot 2$$



9) прием запоминания таблицы, начиная с самых сложных случаев: $9 \cdot 9$, $9 \cdot 8$, $9 \cdot 7$;

10) пальцевой счет – вспомогательный прием для детей с преобладающим кинестезическим восприятием и кинестезической памятью.

Условия применения приема пальцевого счета:

1) усвоить таблицу умножения в пределах числа 5;

2) например, надо умножить 8 на 7 – зажимаем пальцы на обеих руках в кулак, а затем на каждой руке отгибаем столько пальцев, на сколько каждый множитель больше пяти. На двух руках отогнуто $3 + 2 = 5$ пальцев – это число десятков в искомом числе;

3) на одной руке остались прижатыми 2 пальца, на другой – 3 пальца. Эти числа перемножаем, получаем число единиц: $2 \cdot 3 = 6$ и прибавляем к числу десятков: 5 дес. и 6 ед., получится 56. таким образом, $8 \cdot 7 = 56$.

К табличному делению относятся случаи деления чисел, в пределах 100 на однозначные натуральные числа, когда в результате получаются однозначные числа.

Составляется таблица деления на основе взаимосвязи компонентов и результатов действия умножения: по примеру на умножение можно составить 2 примера на деление. Это правило выводится на основе предметной модели действия на фланелеграфе:

$\Delta \Delta \Delta$

$\Delta \Delta \Delta$

$$3 \cdot 2 = 6, 6 : 3 = 2, 6 : 2 = 3$$

Приемы запоминания таблицы деления:

1) прием, связанный со смыслом действия деления:

- а) выполнение предметных действий для получения результата;
- б) использование пальцевой модели;
- в) мысленное выполнение действия;

2) прием, связанный с правилом взаимосвязи компонентов умножения и деления.

$$7 \cdot 4 = 28 \Rightarrow 28 : 7 = 4; 28 : 4 = 7.$$

Применение дидактических и обучающих игр служит формированию вычислительных навыков.

Таким образом, организованная работа обеспечивает усвоение таблицы умножения однозначных чисел и соответствующих случаев деления.

6. Методика изучения особых и внетабличных случаев умножения и деления чисел

Особые случаи умножения и деления – это случаи умножения и деления с 0 и 1, так как они не могут быть объяснены с общих позиций конкретного смысла действий (нет суммы из одного или нуля слагаемых). Поэтому случаи вида $a \cdot 1 = a$, $a \cdot 0 = 0$ вводятся как правила.

Аналогичным образом вводится правило: «На нуль делить нельзя»

Приемы умножения числа 1 на любое число и умножения числа 0 на любое число вводятся на основе конкретного смысла действия умножения как суммирование одинаковых слагаемых.

В записях $1 \cdot 5$; $0 \cdot 3$ первый множитель показывает, какое число суммируем, а второй множитель – сколько раз берем слагаемым первый множитель:

$$1 \cdot 5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \Rightarrow 1 \cdot a = a$$

$$0 \cdot 3 = 0 + 0 + 0 = 0 \Rightarrow 0 \cdot b = 0$$

Для деления чисел на число и само на себя теоретической основой является правило взаимосвязи компонентов умножения и деления: $a \cdot b = c \Rightarrow c : b = a$;

поэтому $1 \cdot a = a \Rightarrow a : 1 = a$; $a : a = 1$, если $a \neq 0$;

$0 \cdot b = 0 \Rightarrow 0 : b = 0$, $b \neq 0$.

К внетабличным случаям умножения и деления чисел в пределах 100 относятся случаи:

а) умножения двузначного числа на однозначное и однозначного числа на двузначное;

б) деление двузначного числа на однозначное, когда в частном получается двузначное число;

в) деление двузначного числа на двузначное.

Теоретическая основа внетабличного умножения чисел включает:

а) правило умножения суммы на число;

б) переместительное свойство умножения;

в) сочетательное свойство умножения.

В основе разъяснения правила умножения суммы на число лежит опора на знание конкретного смысла действия умножения:

а) схематическая иллюстрация:

○○○ Δ

○○○ Δ

б) математические записи для подсчета геометрических фигур:

$$(3 + 1) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$$

$$3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 6 + 2 = 8$$

в) сравнение записей и формулировка правила:

«Чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить».

Переместительное свойство умножения изучалось перед составлением таблицы умножения однозначных чисел на постоянный второй множитель. Для разъяснения переместительного свойства применялся метод подсчета фигур по столбцам и по строкам:

$$\text{ООО } 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{ООО } 3 \cdot 2 = 6$$

Сравнение записей позволяет сформулировать правило: «От перестановки множителей произведение не меняется».

Применение конкретного смысла действия умножения для вычислений в случаях вида: $2 \cdot 9$ и $9 \cdot 2$ приводит учащихся к выводу о том, что удобнее большее число умножать на меньшее.

В основе разъяснения сочетательного свойства умножения лежит конкретный смысл действия умножения и правило перестановки множителей:

а) схематическая иллюстрация с помощью числовых фигур;

б) математические задания для подсчета числовых фигур:

$$(4 \cdot 3) \cdot 2 = 24$$

$$4 \cdot (3 \cdot 2) = 24$$

$$(4 \cdot 2) \cdot 3 = 24$$

в) рассматривая три способа вычисления результатов с опорой на анализ рисунка, ученики формулируют правило: «Перемножать числа можно в любом порядке. Результат умножения не зависит от порядка выполнения умножения».

Вычислительные приемы внетабличного умножения чисел:

1) Умножение чисел, оканчивающихся нулем:

а) $20 \cdot 3 = 2 \text{ дес.} \cdot 3 = 6 \text{ дес.} = 60$

б) $2 \cdot 30 = 30 \cdot 2 = 3 \text{ дес.} \cdot 2 = 6 \text{ дес.} = 60$

Вычислительный прием сводится к табличному умножению чисел, одно из которых – число десятков в заданных множителях.

2) Прием умножения двузначного числа на однозначное:

а)
$$23 \cdot 4 = 20 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 80 + 12 = 92$$

При умножении двузначного числа на однозначное актуализируются следующие знания, являющиеся теоретической основой операций вычислительного приема: разрядный состав числа; правило умножения суммы на число; умножение целых десятков; таблица умножения; сложение двузначных чисел.

б) $4 \cdot 23 = 23 \cdot 4$ – прием перестановки множителей, основанный на знании переместительного свойства умножения.

Теоретическая основа внетабличного деления чисел включает:

а) правило деления суммы на число;

б) связь деления и умножения.

Методика разъяснения правила деления суммы на число:

а) схематические иллюстрации и соответствующие записи:

$$(4 + 2) : 2 = 6 : 2 = 3$$

$$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc + // \Rightarrow \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc // \Rightarrow \bigcirc \bigcirc /$$

$$(4 + 2) : 2 = 4 : 2 + 2 : 2 = 2 + 1 = 3$$

$$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc // \Rightarrow \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc : 2 + // : 2 = \bigcirc \bigcirc /$$

б) сравнение записей и формулировка правила: «Чтобы разделить сумму на число, можно каждое слагаемое разделить на это число и полученные частные сложить».

Методика изучения связи деления и умножения может включать следующую последовательность учебных действий:

1) предметная или схематическая иллюстрация и соответствующая запись действия умножения:

$$\begin{array}{ccc} \Delta \Delta \Delta & \Rightarrow & 3 \cdot 2 = 6 \\ \Delta \Delta \Delta & & (1) \end{array}$$

2) разбиение множества из 6-ти предметов в группы по 2 предмета:

$$\Delta \Delta \quad \Delta \Delta \quad \Delta \Delta \Rightarrow 6 : 3 = 2 \quad (2)$$

3) разбиение множества из 6-ти предметов поровну в 2 группы

$$\Delta \Delta \Delta \quad \Delta \Delta \Delta \Rightarrow 6 : 2 = 3 \quad (3)$$

4) повторение названий компонентов в 1-й записи: первый множитель – 3; 2-й множитель – 2; произведение – 6.

5) какое действие мы с ними выполнили и что получили во 2-м и 3-м действиях? Ученики отвечают: «Произведение разделили на 1-й множитель, получили 2-й множитель», «Произведение разделили на 2-й множитель, получили 1-й множитель»

б) Формулируется правило:

Если произведение разделить на один из множителей, то получится второй множитель. Значит, по примеру на умножение можно составить 2 примера на деление:

$$\mathbf{a \cdot b = c \Rightarrow c : a = b; c : b = a.}$$

Поэтому, чтобы разделить одно число на другое, надо найти такое число, умножив которое на делитель, получим делимое:

$$\mathbf{c : a = b \Rightarrow b \cdot a = c.}$$

Вычислительные приемы внетабличного деления чисел:

1) деление чисел, оканчивающихся нулем:

а) $80 : 4 = 8 \text{ дес.} : 4 = 2 \text{ дес.} = 20$ – прием представления круглых двузначных чисел, в виде разрядных единиц и табличное деление

б) $80 : 20 = \dots$

$20 \cdot 4 = 80$

$80 : 20 = 4$ – прием подбора частного, основанный на связи деления и умножения.

2) прием деления двузначного числа на однозначное:

а) $36 : 3 = (30 + 6) : 3 = 30 : 3 + 6 : 3 = 10 + 2 = 12$

б) $36 : 2 = (20 + 6) : 2 = 20 : 2 + 16 : 2 = 10 + 8 = 18$

Прием, основанный на свойстве деления суммы разрядных слагаемых или удобных слагаемых на число.

3) прием деления двузначного числа на двузначное:

$56 : 14 = \dots$

$14 \cdot 4 = 56$

$56 : 14 = 4$

Прием подбора частного, основанный на связи деления и умножения.

7. Методика изучения деления с остатком

Особенности действия деления с остатком:

а) деление с остатком – более общий случай, чем деление без остатка, так как деление без остатка получается в случае равенства остатка нулю. В начальной школе ученики сначала знакомятся с делением без остатка, так как действие деления чисел рассматривается как действие, обратное умножению;

б) при делении с остатком по 2-м данным числам (делимое и делитель) находятся 2 числа (неполное частное и остаток);

в) в практической деятельности деление с остатком встречается чаще, чем деление без остатка.

Ознакомление учащихся с конкретным смыслом действия деления с остатком включает:

а) предметные действия на разбиение множества на равночисленные подмножества:

«7 апельсинов разложить по 3 апельсина на тарелки. Сколько тарелок занято и сколько апельсинов осталось?»

б) Запись решения этой задачи:

$7 : 3 = 2 \text{ (ост. 1)}$

в) Чтение записи:

7 разделить на 3 – получится 2 и в остатке 1;

Число 7 – делимое, число 3 – делитель, число 2 – частное, число 1 – остаток

г) практическое решение задач на деление с остатком, записи деления по рисункам, по предметной деятельности, предметное выполнение действий деления с остатком с небольшими числами.

Изучение соотношения между остатком и делителем:

1-й способ:

а) разбиение множества счетных палочек

Например:

13-ти палочек по 4: $13 : 4 = 3$ (ост. 1)

14-ти палочек по 4: $14 : 4 = 3$ (ост. 2)

15-ти палочек по 4: $15 : 4 = 3$ (ост. 3)

16-ти палочек по 4: $16 : 4 = 4$ (ост. 0)

17-ти палочек по 4: $17 : 4 = 4$ (ост. 1)

б) сравнение полученных остатков с делителем:

$1 < 4$; $2 < 4$; $3 < 4$; $0 < 4$.

в) вывод: *При делении с остатком остаток всегда меньше делителя*

2-й способ:

а) запись на доске ряда чисел. Например:

5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

б) с помощью предметной деятельности последовательное выполнение деления чисел на 5, 4, 3, 2 и запись остатков под числами:

5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	остатки от деления на 5
1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	остатки от деления на 4
2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	остатки от деления на 3
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	остатки от деления на 2

в) сравнение остатков с соответствующими делителями приводит учащихся к выводу «*При делении остаток всегда меньше делителя*».

Приемы деления с остатком:

а) прием на основе таблицы деления

Например, для случая: $23:4$ алгоритм деления следующий:

Найду наибольшее из чисел от 1-го до 23, которое делится на 4 без остатка это число 20;

$20:4 = 5$ – это частное

Найду остаток: $23-20=3$

Сравню остаток с делителем: $3 < 4$.

Значит, $23:4=5$ (ост. 3).

б) прием подбора частного с проверкой:

$62:12$ – подбор числа, умножение которого на делитель даст в результате число, близкое к делимому.

$62 : 12 = \dots$

$12 \cdot 5 = 60$

$$62 - 60 = 2$$

$$2 < 12$$

$$62 : 12 = 5 \text{ (ост.2)}$$

Прием проверки правильности выполнения действия деления с остатком включает следующие операции:

- 1) сравнить остаток с делителем;
- 2) если остаток меньше делителя, умножить частное на делитель;
- 3) к полученному произведению прибавить остаток;
- 4) если получилось делимое, то деление выполнено правильно.

Тема 5. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентрерах «Тысяча» и «Многозначные числа»

1. Методика изучения устной и письменной нумерации чисел в концентрерах «Тысяча» и «Многозначные числа»

Причины выделения тысячи в особый концентр:

- 1) в концентре «Тысяча» заканчивается изучение нумерации чисел первого класса – класса единиц;
- 2) усвоение нумерации чисел класса единиц – основа для усвоения нумерации многозначных чисел.

Задачи изучения нумерации чисел в пределах тысячи:

- 1) научить считать объекты в пределах тысячи по одному и группами – по 10; 100;
- 3) показать принцип образования чисел;
- 4) обеспечить усвоение названий счётных единиц и их соотношений;
- 5) сформировать умение представлять числа в виде суммы разрядных слагаемых;
- 6) научить называть, читать, записывать числа в пределах тысячи;
- 7) научить сравнивать числа;
- 8) научить находить общее число единиц любого разряда в данном числе;
- 9) сформировать знание последовательности чисел;
- 10) научить соотносить количественную модель, название и запись числа;
- 11) сформировать знания поместного значения цифры в записи числа.

Характеристика трехзначного числа имеет следующий вид (на примере числа 538):

- 1) число 538 – трехзначное;
- 2) записано с помощью трех цифр;
- 3) в этом числе 5 сотен, 3 десятка, 8 единиц;

- 4) в этом числе 8 единиц I-го разряда, 3 единицы II-го разряда, 5 единиц III-го разряда;
- 5) предыдущее число 537, последующее число 539;
- 6) 538 больше, чем числа от 1-го до 537 и меньше, чем числа от 539 и дальше;
- 7) 538 можно представить в виде суммы 500, 30 и 8;
- 8) в числе 538 всего 538 единиц; всего 53 десятка.

Многочисленные числа – это числа класса тысяч и класса миллионов.

Многочисленные числа образуются, называются и записываются с опорой на понятие разряда и класса.

Класс объединяет 3 разряда.

Класс единиц – первый класс, включает единицы, десятки, сотни.

Класс тысяч – второй класс, включает единицы тысяч, десятки тысяч, сотни тысяч. Счетная единица этого класса – тысяча.

Класс миллионов – третий класс, включает единицы миллионов, десятки миллионов, сотни миллионов. Счетная единица этого класса – миллион.

Номера, названия классов	III Класс миллионов			II Класс тысяч			I Класс единиц		
	III сотни	II десятки	I единицы	III сотни	II десятки	I единицы	III сотни	II десятки	I единицы
Номера, названия разрядов	III сотни	II десятки	I единицы	III сотни	II десятки	I единицы	III сотни	II десятки	I единицы

Задачи изучения нумерации многочисленных чисел:

- 1) обеспечить усвоение образования, названия, записи, чтения многочисленных чисел;
- 2) сформировать знание разрядного и классового состава чисел;
- 3) научить представлять любое многочисленное число в виде суммы разрядных слагаемых и классовых составляющих;
- 4) научить сравнивать числа;
- 5) научить находить общее число единиц любого разряда в данном числе;
- 6) сформировать знание последовательности чисел;
- 7) научить соотносить количественную модель, название и запись числа;
- 8) сформировать знания поместного значения цифры в записи числа.

Алгоритм чтения многочисленных чисел:

- 1) многочисленные числа читаются слева направо;
- 2) сначала разбивают числа на классы, отсчитывая справа по 3 цифры;

- 3) чтение начинают с единиц старшего класса;
- 4) единицы старших классов читают как трехзначное число, добавляя затем название класса;
- 5) единицы I-го класса читают без названия класса.

Алгоритм записи многозначных чисел:

- 1) многозначные числа записывают по классам, начиная с высших;
- 2) записывают группами единиц каждого названного класса, отделяя один класс от другого небольшим промежутком.

Характеристика многозначного числа на примере числа 839 428:

- 1) запись числа;
- 2) это число 6-тизначное;
- 3) записано с помощью 6-ти цифр;
- 4) в этом числе 8 сотен тысяч, 3 десятка тысяч, 9 единиц тысяч, 4 сотни, 2 десятка, 8 единиц;
- 5) в этом числе 8 единиц I-го разряда, 2 единицы II-го разряда, 4 единицы III-го разряда, 9 единиц IV-го разряда, 3 единицы V-го разряда, 8 единиц VI-го разряда;
- 6) предыдущее число 839 427, последующее число 839 429;
- 7) в этом числе 839 единиц II-го класса или класса тысяч, 428 единиц I-го класса или класса единиц;
- 8) 839 428 можно представить в виде суммы:
 - а) 800 000, 30 000, 9 000, 400, 20 и 8;
 - б) 839 000 и 428.
- 9) в числе 839 428 всего 839 428 единиц; всего 83 942 десятка; всего 8394 сотни; всего 839 тысяч; всего 83 десятка тысяч.

2. Методика изучения сложения и вычитания чисел в пределах тысячи

Устные приемы сложения и вычитания трехзначных и многозначных чисел основываются на знании нумерации чисел и умении выполнять устные вычисления в пределах 10, 20 и 100.

Например:

- 1) $374 + 1$; $374 - 70$; $374 - 300$; $300 + 74$; $304 + 70$; $370 + 4$ и др. нумерационные случаи сложения и вычитания;
- 2) $370 + 20 = 37\text{дес.} + 2\text{дес.} = 39\text{дес.} = 390$,
 $370 + 20 = (300 + 70) + 20 = 300 + (70 + 20) = 300 + 90 = 390$;
 $30\ 200 + 500 = 302\text{с.} + 5\text{с.} = 307\text{с.} = 30\ 700$,
 $30\ 200 + 500 = (30\ 000 + 200) + 500 = 30\ 000 + (200 + 500) = 30\ 000 + 700 = 30\ 700$.

Применение письменных приемов сложения и вычитания трехзначных и многозначных чисел является психологически и методически оправдан-

ным, так как вычисления в уме с этими числами представляют собой сложную проблему для учащихся.

В центре «Тысяча» вычислительные приемы письменного сложения и вычитания вводятся по линии постепенного усложнения:

- 9) Случаи сложения без перехода через разряд;
- 10) Случаи сложения с одним переходом через один разряд (разряд десятков или разряд единиц): $467+128$; $286+193$;
- 11) Случаи сложения с двумя переходами через разряд: $538+197$; $538+167$;
- 12) Случаи вычитания без перехода через разряд;
- 13) Случаи вычитания с одним переходом через разряд: $488 - 159$; $844 - 653$;
- 14) Случаи вычитания с двумя переходами через разряд: $754 - 687$;
- 15) Случаи вычитания с переходами через разряд при наличии нулей в разрядах уменьшаемого: $300 - 124$.

3. Методика изучения умножения трехзначных и многозначных чисел

Приемы устных вычислений с трехзначными и многозначными числами основаны на приемах умножения чисел в пределах 100.

Для осознания учащимися смысла этих приемов используются примеры-помощники:

$$\begin{array}{lll} 200 \cdot 3 = 600 & 800 : 4 = 200 & 800 : 400 = 2 \\ 2 \text{ с.} \cdot 3 = 6 \text{ с.} & 8 \text{ с.} : 4 = 2 \text{ с.} & 8 \text{ с.} : 4 \text{ с.} = 2 \end{array}$$

$$840 : 2 = 420$$

$$84 \text{ дес.} : 2 = 42 \text{ дес.}$$

$$840 : 2 = (800 + 40) : 2 = 8 \text{ с.} : 2 + 4 \text{ дес.} : 2 = 4 \text{ с.} + 2 \text{ дес.} = 420$$

Умножение на разрядную единицу переводит число в следующие разряды. Такое умножение добавляет нули справа в запись числа, что увеличивает количество содержащихся в нем разрядов на количество добавленных нулей.

$$75 \cdot 100 = 7500; 370 \cdot 1000 = 370000.$$

Для осознанного усвоения этого приема можно применить прием последовательного умножения и сравнения первого множителя с произведением. Например:

$$15 \cdot 10 = 15 \cdot (2 \cdot 5) = (15 \cdot 2) \cdot 5 = 30 \cdot 5 = 150$$

-Можно применить прием перестановки множителей и сравнение первого множителя с полученным результатом. Например:

$8 \cdot 100 = 100 \cdot 8$ (по 1 с. взять 8 раз) получится 8с. или 800

значит:

$$8 \cdot 100 = 800$$

Алгоритм умножения многозначного числа на однозначное основан на знании правила умножения суммы на число. В качестве суммы рассматривается первый множитель, представляемый в виде суммы разрядных слагаемых. Например:

$$125 \cdot 3 = (100 + 20 + 5) \cdot 3 = 100 \cdot 3 + 20 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 300 + 60 + 15 = 375$$

Переводя данный способ умножения в запись «столбиком», получаем письменный прием умножения на однозначное число.

Алгоритм письменного умножения пошагово оговаривает каждое умственное действие по выполнению умножения и сложения получаемых отдельных сумм.

Например, для случая:

$$\begin{array}{r} \text{х} 125 \\ \quad 3 \\ \hline 375 \end{array}$$

1) Умножаю единицы:

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ ед.}, 15 \text{ ед.} - \text{ это } 5 \text{ ед. и } 1 \text{ дес.}$$

2) 5 ед. пишу под единицами, а 1 дес. запоминаю и прибавляю к десяткам после умножения десятков.

3) Умножаю десятки: $2 \text{ дес.} \cdot 3 = 6 \text{ дес.}$ к 6 дес. прибавляю 1 дес., который был получен при умножении единиц:

$$6 \text{ дес.} + 1 \text{ дес.} = 7 \text{ дес.} - \text{ пишу под десятками.}$$

4) Умножаю сотни: $1 \text{ с.} \cdot 3 = 3 \text{ с.}$ Пишу под сотнями.

5) Читаю ответ: 375

Для прочного усвоения письменных приемов умножения ученик должен:

1) запомнить правильную запись: разряд записывается под соответствующим разрядом.

2) запомнить правильный порядок выполнения действия: умножение начинаем с младших разрядов (справа налево).

3) овладеть технологией запоминания и добавления в следующий по старшинству разряд излишних разрядных единиц, получаемых при умножении однозначных чисел.

Для помощи ученикам на первых уроках изучения письменного приема умножения можно:

1) производить подробную запись приема

$$\begin{array}{r}
 \times 125 \\
 \hline
 3 \\
 + 15 \text{ ед.} \\
 + 6 \text{ дес.} \\
 3 \text{ с.} \\
 \hline
 375
 \end{array}$$

В этом случае выполнять сложение можно по записям неполных произведений, а не в уме, запоминая излишние разрядные единицы (использование этого приема рекомендуется для учеников, плохо считающих устно);

2) производить запись промежуточных вычислений рядом с примером или на черновике – в этом случае все необходимые для запоминания и добавочного прибавления разрядные единицы будут зафиксированы. Например:

$\times 125$	$5 \text{ ед.} \cdot 3 = 15 \text{ ед.}; 15 \text{ ед.} = 1 \text{ дес.} + 5 \text{ ед.}$
3	$2 \text{ дес.} \cdot 3 = 6 \text{ дес.}; 6 \text{ дес.} + 1 \text{ дес.} = 7 \text{ дес.}$
$\hline 375$	$1 \text{ с.} \cdot 3 = 3 \text{ с.}$

Умножение чисел, оканчивающихся нулями, относится к сложным случаям умножения, т.к. для краткости вычислений происходит либо нарушение способа записи, либо нарушение порядка выполнения алгоритма.

Случаи умножения чисел, оканчивающихся нулями:

- 1) Первый множитель оканчивается нулями.
- 2) Второй множитель оканчивается нулями.
- 3) Оба множителя оканчиваются нулями.

В основе вычислительного приема умножения в первом случае лежит разрядный состав чисел. Например:

$\times 300$	$300 \cdot 8 = 3 \text{ с.} \cdot 8 = 24 \text{ с.} = 2400$
8	
$\hline 2400$	

Поэтому:

$\times 1730$	$\text{умножаем } 173 \text{ дес. на } 4, \text{ получаем } 692 \text{ десятка или } 6920 \text{ единиц}$
4	
$\hline 6920$	

В основе вычислительного приема умножения на числа, оканчивающиеся нулями, лежит правило умножения числа на произведение или сочетательное свойство умножения.

Например:

$$28 \cdot 30 = 28 \cdot (3 \cdot 10) = (28 \cdot 3) \cdot 10 = 84 \cdot 10 = 840$$

Поэтому

$$\begin{array}{r} \times 2973 \\ 40 \\ \hline 118920 \end{array}$$

2973 умножаем на 4, получаем 11892, затем умножаем на 10, получаем

Прием умножения в 3-ем случае обобщает два предыдущих приема.

К этому времени учащиеся осознанно формулируют правило: «При умножении чисел, оканчивающихся нулями, можно умножить числа, записав нули вне столбика и не обращая внимания на нули, а в результате приписать столько нулей, сколько их в конце обоих множителей вместе».

Приёмы умножение чисел на двузначные и трехзначные числа опираются на правило умножения числа на сумму:

$$4 \cdot (3 + 2)$$

Количество числовых фигур можно подсчитать различными способами:

а) $4 \cdot (3 + 2) = 4 \cdot 5 = 20$

б) $4 \cdot (3 + 2) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 12 + 8 = 20$

Сравнение записей приводит учеников к выводу о том, что число можно умножить на сумму двумя способами: можно найти сумму и число умножить на сумму; можно число умножить на каждое слагаемое и результаты сложить.

Прием письменного умножения на двузначное число можно записать подробно:

$$329 \cdot 24 = 329 \cdot (20 + 4) = 329 \cdot 20 + 329 \cdot 4 = 6580 + 1316 = 7896$$

или кратко (в столбик):

$$\begin{array}{r} \times 329 \\ 24 \\ \hline + 1316 \\ 658 \\ \hline 7896 \end{array}$$

Число 1316 называют первым неполным произведением

Число 6580 называют вторым неполным произведением, которое получается при умножении чисел 329 и 20

Последний нуль в разряде единиц в записи числа 6580 при вычислениях в столбик опускают, лишь подразумевая его, так как при сложении он не меняет результата.

При этом цифру 8 (количество десятков) записывают в разряде десятков (таким образом, второе неполное произведение записывается со сдвигом влево на одну позицию).

Аналогично получается и записывается третье неполное произведение при умножении на трехзначное число.

Результатом умножения является сумма неполных произведений.

Таким образом процесс умножения трехзначных и многозначных чисел – процесс сложный и трудоемкий, требующий не только знания способов записи и порядка выполнения действий при письменных вычислениях, но и знания таблиц сложения и умножения чисел, разрядного состава чисел, правила умножения числа на сумму, приемов умножения чисел, оканчивающихся нулями.

4. Методика изучения деления трехзначных и многозначных чисел

Устные приемы деления трехзначных и многозначных чисел основаны на знании табличных, особых и внетабличных случаев деления чисел в пределах сотни.

Например:

$$180 : 9 = 18 \text{ дес.} : 9 = 2 \text{ дес.} = 20$$

$$460 : 2 = 46 \text{ дес.} : 2 = 23 \text{ дес.} = 230, \text{ или :}$$

$$460 : 2 = (400 + 60) : 2 = 400 : 2 + 60 : 2 = 4 \text{ с.} : 2 + 6 \text{ дес.} : 2 = 2 \text{ с.} + 3 \text{ дес.} = 230$$

Приём письменного деления на однозначное число включает следующие операции: замену делимого суммой удобных слагаемых – выделение неполных делимых, деление каждого неполного делимого на число и сложение полученных частных.

Начинается письменное деление с единиц высших разрядов делимого.

Поэтапный подход к формированию письменного алгоритма деления:

1-й этап – единицы каждого разряда делимого без остатка делятся на однозначное число;

2-й этап – первое неполное делимое - однозначное число, которое делится с остатком на делитель;

3-й этап – первое неполное делимое – двузначное число;

4-й этап – случаи с нулями в середине или на конце частного;

5-й этап – деление чисел, оканчивающихся нулями.

Теоретической основой письменного деления является правило деления суммы на число, табличное деление, деление с остатком.

Выделение первого неполного делимого и определение его десятичного состава является приёмом, позволяющим определить количество цифр частного, а это является важным способом формирования осознанной вычислительной деятельности.

Деление на числа, оканчивающиеся нулями.

Теоретической основой приёма деления на числа, оканчивающиеся нулями, является, правило деления числа на произведение:

$$16 : (2 \cdot 4) = 16 : 8 = 2 \quad | \text{---} |$$

$$16 : (2 \cdot 4) = (16 : 2) : 4 = 8 : 4 = 2 \quad | \text{---} |$$

$$16 : (2 \cdot 4) = (16 : 4) : 2 = 4 : 2 = 2 \quad | \text{---} |$$

Вывод: Разделить число на произведение можно следующими способами:

- 1) вычислить произведение и число разделить на полученный результат;
- 2) разделить число на первый множитель и полученный результат разделить на второй множитель;
- 3) разделить число на второй множитель и полученный результат разделить на первый множитель.

Закреплению знаний служит выполнение заданий на объяснение по учебнику деления числа на произведение; вычисление различными способами; определение рационального способа и вычисление удобным способом; решение соответствующих примеров с «окошками», сравнение выражений вида:

$$8 \cdot (4 \cdot 2) \quad \text{и} \quad 8 : (4 \cdot 2)$$

Деление на числа, оканчивающиеся нулями, опирается на вычислительный приём деления чисел на 10, 100, 1000.

1) Этот приём можно объяснить с помощью деления по содержанию. Например:

$$270 : 10 = 27 \text{ дес.} : 1 \text{ дес.} = 27 \quad (27 \text{ дес. разделить по } 1 \text{ дес., получится } 27)$$

$$2700 : 100 = 27 \text{ с.} : 1 \text{ с.} = 27$$

$$27000 : 1000 = 27 \text{ тыс.} : 1 \text{ тыс.} = 27$$

сравнение делимого и частного приводит учащихся к выводу: чтобы число разделить на 10, 100, 1000 достаточно в делимом отбросить столько нулей, сколько их в делителе.

2) При делении с остатком на 10, 100, 1000 ученики определяют, что без остатка на 10, 100, 1000 делятся числа, оканчивающиеся соответству-

ющим количеством нулей. Пользуясь приёмом деления с остатком, например:

$59 : 10 = 5(\text{ост. } 9)$, $7589 : 100 = 75(\text{ост. } 89)$, сравнивают деление и полученный результат, приходят к выводу: при делении с остатком на 10, 100, 1000 достаточно в делимом отделить справа столько цифр, сколько нулей в делителе и прочесть число, обозначенное этими цифрами, как остаток, а число, обозначенное цифрами слева как частное.

Для закрепления полученных знаний решаются соответствующие примеры с использованием приёма подчеркивания: в каждом делимом одной чертой подчеркивается частное, двумя – остаток.

Ученики подводятся к выводу – при делении на 10 частное равно количеству всех десятков в числе, на 100 – всех сотен в числе, на 1000 – всех тысяч в числе, а числа, записанные в низших разрядах являются остатками.

После проведенной подготовительной работы вводится приём деления на числа, оканчивающиеся нулями.

Например:

$$\begin{array}{r|l} & 40 \\ \hline 2160 & 54 \\ \underline{200} & \\ \hline & 160 \\ \underline{160} & \\ \hline & 0 \end{array}$$

216 дес. – первое неполное делимое, значит, в частном будут две цифры. $216 : 10$, получаем 21 и делим $21 : 4$, получаем 5 – первая цифра в частном. Умножаем 5 на 40, получаем 200, вычитаем 200 из 216, получаем остаток 16. $16 < 40$, значит цифра 5 подобрана верно. Второе неполное делимое 160ед. $160 : 40$, для этого $160 : 10$, получаем 16, $16 : 4$, получаем 4 – число единиц в частном. Дальше объяснение аналогичное делению первого неполного делимого. Читаем результат: 54

Деление чисел на двузначные и трёхзначные числа основано на изучении приёма деления на числа, оканчивающиеся нулями.

Сначала округляем делитель, затем делимое делим на полученное круглое число, получаем пробную цифру частного, которую проверяем устно, если она подходит, пишем в частном.

Трудоемкими являются случаи, требующие нескольких проверок цифры частного.

Особенности устных и письменных вычислений.

Устные вычисления характеризуются следующими признаками: выполняются мысленно; выполняются без записи промежуточных результатов или с записью в строчку; вычисления могут выполняться разными способами, опираться на различную теоретическую основу; обычно начинаются вычисления с единиц высших разрядов.

Письменные вычисления характеризуются следующими признаками: записи выполняются в процессе вычисления, при этом записываются не только данные числа и окончательный результат, но и промежуточные результаты; записи выполняются «в столбик» или «углом»; вычисления кроме деления начинаются с единиц низших разрядов; вычисления выполняются не разными способами, а по установленным правилам.

Общие черты устных и письменных вычислений следующие: они имеют общую задачу – по данным числам и действиям найти результат; способы вычислений обосновываются свойствами арифметических действий; выполняются вычисления путем приведения данного случая вычислений к случаям, изученным ранее.

МОДУЛЬ 2

Тема 6. Обучение учащихся решению простых арифметических задач

1. Характеристика текстовой задачи, особенности усвоения её содержания и виды интерпретации

Текстовая задача – описание некоторой ситуации (явления, процесса) на естественном или математическом языке с требованием: либо дать количественную характеристику какого-то компонента этой ситуации; либо установить наличие или отсутствие некоторого отношения между её компонентами; или определить вид этого отношения; либо найти последовательность требуемых действий.

Т.е. это словесная модель ситуации, явления, события, процесса, в которой описываются их количественные и функциональные характеристики.

Структура текстовой задачи включает в себя:

1) *условие*, в котором задаются: а) ситуация, б) предметная область задачи с множествами и их числовыми характеристиками, или с величинами и их значениями, или просто с числами; в) числовые данные; г) взаимосвязи между данными, а также между данными и искомыми;

2) *требование* найти неизвестный компонент (может быть выражено в форме вопроса);

3) *решение задачи* – раскрытие заданных в задаче связей между данными и искомыми, выбор и выполнение соответствующих арифметических действий;

4) *ответ задачи*, как ответ на поставленный в задаче вопрос.

Значение текстовых задач следующее: образовательное – большинство математических понятий раскрывается через текстовые задачи; развивающее – процесс обучения решению задач служит математическому развитию учащихся; воспитательное - задачи служат нравственному, эстетическому, экологическому, экономическому и др. видов воспитания учащихся; практическое – работа над текстовыми задачами служит формированию практических приемов и навыков, необходимых в жизни.

Усвоение содержания задачи включает в себя:

- чтение задачи вслух, про себя;
- семантический анализ задачи, представление того, о чем говорится в задаче, объяснение новых слов, словесное рисование ситуаций;
- первое повторение задачи: от объектов – к числовым данным с одновременной интерпретацией или моделированием задачи;
- по модели задачи второе повторение задачи: от числовых данных – к объектам и выделение требования задачи.

Виды интерпретации задач:

- текстовая краткая запись, которая содержит основные слова, характеризующие предметную область задачи, числовые данные и вопрос или требование задачи;

- предметная иллюстрация задачи, в которой множества из предметной области задачи иллюстрируются предметами, рисунками, предметными картинками;

- схематическая иллюстрация задачи, когда каждый объект, о котором говорится в задаче, иллюстрируется с помощью отдельных геометрических фигур;

- схематическая краткая запись, когда множества объектов из предметной области задачи иллюстрируются с помощью геометрических фигур, соответствующих всему множеству;

- графическая иллюстрация задачи, когда множество объектов представляются отрезками;

- табличная краткая запись, в которой величины из предметной области располагаются в графах таблицы;

- круговые и столбчатые диаграммы.

Интерпретация и моделирование задачи должны выполнять свою главную функцию – облегчение работы над задачей.

2. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих смысл арифметических действий

2.1 Классификации текстовых задач

По количеству арифметических действий, необходимых для их решения, текстовые задачи подразделяются на *простые* и *составные*. Для решения простой задачи необходимо выполнить одно арифметическое действие, для решения составной задачи – более одного действия.

Классификация простых задач по теоретической основе выбора действия для их решения:

1-я группа задач, для решения которых выбор действий основан на связях между операциями над множествами и действиями над числами. Это задачи, раскрывающие конкретный смысл арифметических действий. К ним относятся задачи следующих видов:

- задачи на нахождение суммы;
- задачи на нахождение остатка;
- задачи на нахождение произведения;
- задачи на деление по содержанию;
- задачи на деление на равные части.

2-я группа задач, для решения которых выбор действий основан на связях между компонентами и результатами арифметических действий. Это задачи, раскрывающие связи между компонентами и результатами арифметических действий. К ним относятся задачи следующих видов:

- на нахождение неизвестного первого слагаемого по известным сумме и второму слагаемому;
- задачи на нахождение неизвестного второго слагаемого по известным сумме и первому слагаемому;
- задачи на нахождение неизвестного уменьшаемого по известным разности и вычитаемому;
- на нахождение неизвестного вычитаемого по известным разности и уменьшаемому;
- задачи на нахождение неизвестного первого множителя по известным произведению и второму множителю;
- задачи на нахождение неизвестного второго множителя по известным произведению и первому множителю;
- задачи на нахождение неизвестного делимого по известным частному и делителю;
- задачи на нахождение неизвестного делителя по известным частному и делимому.

Предметной областью задач на нахождение неизвестных компонентов умножения и деления являются числовые данные или длина, ширина и площадь прямоугольника. Объясняется это тем, что если включить в предметную область этих задач множества с их числовыми характеристиками или величины с их числовыми значениями, то одна и та же задача может быть включена в задачи 1-й и 2-й групп, а это нарушает условия классификации.

3-я группа задач включает задачи, выбор действий для решения которых основан на связи между отношениями «больше»/«меньше» и арифметическими действиями. Это задачи, раскрывающие связи между отношениями «больше на несколько единиц», «меньше на несколько единиц», «больше в несколько раз», «меньше в несколько раз» и арифметическими действиями. К ним относятся задачи следующих видов:

- задачи на увеличение числа на несколько единиц в прямой форме;
- задачи на уменьшение числа на несколько единиц в прямой форме;
- задачи на разностное сравнение чисел (2 вида);
- задачи на увеличение числа на несколько единиц в косвенной форме;
- задачи на уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме;
- задачи на увеличение числа в несколько раз в прямой форме;
- задачи на уменьшение числа в несколько раз в прямой форме;
- задачи на кратное сравнение чисел (2 вида);
- задачи на увеличение числа в несколько раз в косвенной форме;
- задачи на уменьшение числа в несколько раз в косвенной форме.

2.2 Подготовка учащихся к введению простых задач

Особенность этих задач в том, что при их введении ученики знакомятся со структурой текстовой задачи, с новыми для них понятиями: «условие задачи» - то, о чём говорится в задаче; то, что известно в задаче; «вопрос» или «требование задачи» - то, что необходимо найти или, о чём спрашивается в задаче; «решение задачи» - действие, которым решается задача; «ответ» - ответ на вопрос задачи.

Поэтому при введении первых задач учитель составляет задачу вместе с учениками, чтобы выделить условие и вопрос задачи; с помощью наглядных средств обучения предметно иллюстрирует задачу, но так, чтобы ответ на вопрос задачи нельзя было найти пересчитыванием, а необходимо выполнить решение задачи, при этом сюжетом вводимых задач должно быть скрыто действие.

Для усвоения структуры текста задачи применяются приёмы чтения или повторения задачи по ролям; игра «задача – не задача»; семантический анализ текстов задач с постепенным усложнением их конструкции:

1) условие выражено в повествовательной форме, за ним следует вопрос, выраженный вопросительным предложением;

2) часть условия выражена в повествовательной форме в начале текста, затем идет вопросительное предложение, включающее вопрос и часть условия;

3) часть условия выражена в повествовательной форме в начале текста, затем идет повествовательное предложение, включающее требование найти искомое и часть условия;

4) текст задачи представляет одно сложное вопросительное предложение, в котором сначала стоит вопрос, а затем – условие;

5) текст задачи представляет одно сложное повествовательное предложение, в котором сначала стоит требование найти искомое, а затем – условие задачи.

Анализу текста задач служит и схематическое моделирование задач с помощью карточек вида: первая часть условия, вопрос, вторая часть условия.

Научить детей решать задачи – значит научить их устанавливать связи между данными и искомыми и в соответствии с этими связями выбирать, а затем и выполнять арифметические действия. Для решения простых задач эффективно использовать памятку: условие, вопрос; объяснение; ответ; ответ.

В объяснении раскрываются связи между операциями над множествами и действиями над числами. Этому помогает перевод текста задачи в один из видов интерпретации задачи (см. т. 11), а затем – после объяснения взаимосвязей между данными и искомыми, переход к символической модели задачи, т.е. записи ее решения.

2.3 Методика ознакомления учащихся с простыми задачами на нахождение суммы и разности (остатка)

Подготовительная работа включает:

- выполнение операций объединения конечных равночисленных непересекающихся множеств, операций разбиения множества на равночисленные непересекающиеся подмножества, когда заданы числовые характеристики этих подмножеств или их количество. При этом операции выполняются по прямому указанию учителя, а затем – по представлению ситуации, заданной в тексте подготовительного задания.

- выбор и выполнение соответствующего арифметического действия.

При введении простых задач нового вида целесообразно применять алгоритм: условие, вопрос, объяснение, решение, ответ (**У => В => Об. => Р => О**).

Для закрепления знаний структурных элементов задачи, а также формирования умений решать задачи, раскрывающие конкретный смысл арифметических действий, можно выполнять задания вида: выбор и объяснение действия, в соответствии с ситуацией, заданной текстом задачи; составление и решение задачи по картинкам, по моделям; постановка вопросов к данному условию; выбор к данному условию вопросов из ряда предложенных вопросов; определение лишних вопросов, т.е. тех, на которые нельзя ответить с помощью данных; постановка к данному условию вопросов так, чтобы задача решалась с помощью определенных выражений; выбор условия к данному вопросу; объяснение выражений, составленных по данному условию; работа над задачами с недостающими и лишними данными.

Таким образом, методика работы над задачами, раскрывающими конкретный смысл арифметических действий, включает в себя:

- 1) подготовку, цель которой – научить решать задачи путем выполнения операций над множествами ;

- 2) введение задач нового вида, организованного таким образом, что ученики знакомятся со связями между операциями над множествами и соответствующими арифметическими действиями;

- 3) формирование умений решать задачи, раскрывающие конкретный смысл арифметических действий.

2.4 Методика работы над простыми задачами, раскрывающими конкретный смысл умножения и деления чисел

Подготовительная работа включает:

- выполнение операций объединения конечных равночисленных непересекающихся множеств, операций разбиения множества на равночисленные непересекающиеся подмножества, когда заданы числовые характеристики этих подмножеств или их количество. При этом операции выполняются по прямому указанию учителя, а затем – по представлению ситуации, заданной в тексте подготовительного задания.

- выбор и выполнение соответствующего арифметического действия.

При введении простых задач нового вида целесообразно применять алгоритм: условие, вопрос, объяснение, решение, ответ.

Для закрепления знаний структурных элементов задачи, а также формирования умений решать задачи, раскрывающие конкретный смысл арифметических действий, можно выполнять задания вида: выбор и объяснение действия, в соответствии с ситуацией, заданной текстом задачи; составление и решение задачи по картинкам, по моделям; постановка вопросов к данному условию; выбор к данному условию вопросов из ряда предложенных вопросов; определение лишних вопросов, т.е. тех, на которые нельзя ответить с помощью данных; постановка к данному условию вопросов так, чтобы задача решалась с помощью определенных выражений; выбор условия к данному вопросу; объяснение выражений, составленных по данному условию; работа над задачами с недостающими и лишними данными.

Таким образом, методика работы над задачами, раскрывающими конкретный смысл арифметических действий, включает в себя:

- 1) подготовку, цель которой – научить решать задачи путем выполнения операций над множествами ;
- 2) введение задач нового вида, организованного таким образом, что ученики знакомятся со связями между операциями над множествами и соответствующими арифметическими действиями;
- 3) формирование умений решать задачи, раскрывающие конкретный смысл арифметических действий.

3. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий

3.1 Методика работы над задачами на нахождение неизвестных компонентов действий сложения и вычитания

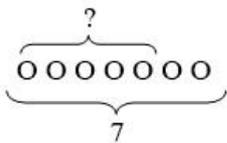
Подготовка к введению задач этих видов включает в себя усвоение конкретного смысла действий сложения и вычитания, т.е. представление и выполнение операций над непересекающимися множествами, установление связей между операциями и арифметическими действиями, выбор и выполнение соответствующих действий.

Введение задач на нахождение неизвестных компонентов действий сложения и вычитания включает в себя предметную деятельность учащихся по объединению непересекающихся множеств, записи соответствующих арифметических действий, нахождению числовой характеристики одного из объединяемого множества по известным числовым характеристикам другого множества и объединения множеств.

При работе над простыми задачами применяем памятку по их решению.

Пример:

На тарелки лежало 7 яблок. 2 яблока съела Саша. Сколько яблок осталось на тарелке?



Неизвестное количество – это 7 без 2-х объектов, о которых говорится в задаче. Следовательно, запись решения будет иметь следующий вид:
 $7 - 2 = 5$

Для закрепления знаний решаются задачи по представлению, при затруднениях используется предметная иллюстрация.

Аналогично проводится работа над задачами на нахождение неизвестных уменьшаемого и вычитаемого. Главное – научить детей видеть в содержании задачи указание на арифметическое действие и на его компоненты. Этой цели служит словесное объяснение учениками предметной области задачи и способа нахождения неизвестной числовой характеристики одного из искомых множеств.

1.2 Методика работы над задачами на нахождение неизвестных компонентов действий умножения и деления

Предметной областью задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами действий умножения и деления являются параметры прямоугольника и отвлеченные числа.

Объясняется это тем, что если предметной областью задач этих видов взять множества с их числовыми характеристиками, то такие задачи автоматически перейдут в задачи, раскрывающие конкретный смысл арифметических действий, что противоречит условиям классификации простых текстовых задач.

Подготовка к задачам, раскрывающим связи между компонентами и результатами действий умножения и деления включает в себя: усвоение учениками конкретного смысла действий умножения и деления; повторение названий компонентов действий умножения и деления; знание правил нахождения неизвестных одних компонентов действий по известным результатам и другим компонентам действий.

Введение задач этих видов предполагает на этапе объяснения связей между данными и искомым проговаривать правила нахождения неизвестных множителей, делимого и делителя.

Формирование умений решать задачи включает работу, аналогичную задачам предыдущих видов.

3.3 Алгебраический способ решения задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий

Рассмотренные предыдущие способы решения задач являются арифметическими. После изучения уравнений вводится алгебраический способ решения этих задач.

Подготовка к решению задач алгебраическим способом включает в себя: повторение названий компонентов действий; повторение правил

нахождения неизвестных одних компонентов по известным результатам и другим компонентам; решение простых уравнений.

Введение алгебраического способа решения задач включает выполнение заданий памятки с указанием названий данных как известных компонентов действий. Например, для задачи:

Девочка задумала число, умножила его на 2 и получила 18. Какое число задумала девочка?

применение памятки следующее:

Известны второй множитель 2 и произведение 18. Надо найти первый множитель.

Объясняю: обозначу неизвестный первый множитель буквой X, составляю уравнение: $X \cdot 2 = 18$.

Решаю уравнение:

$$X = 18 : 2$$

$$X = 9$$

Проверяю решение: $9 \cdot 2 = 18$

Ответ: девочка задумала число 9.

При составлении уравнений определяющим является вопрос: из каких данных можно составить уравнение.

Для формирования умений решать задачи наряду с указанными ранее приёмами используется применение сравнений задач и их решений для двоек, четвёрок, шестёрок и восьмёрок задач данной группы; решение задач арифметическим и алгебраическим способами.

4. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих смысл разностных отношений между числами

4.1. Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в прямой форме

Задачи на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в прямой форме – это задачи, предметные области которых включают одно числовое данное, а второе указывает на сколько единиц искомое больше или меньше данного. Т.е. отношение «больше на несколько единиц», или «меньше на несколько единиц» входит в условие задачи. Теоретической основой решения задач рассматриваемых видов являются связи между отношениями «больше на несколько единиц», «меньше на несколько единиц» и арифметическими действиями.

Подготовка к введению задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц включает раскрытие смысла отношений «больше на несколько единиц», «меньше на несколько единиц» и показ связей между этими отношениями и арифметическими действиями.

Смысл отношений «больше на несколько единиц», «меньше на несколько единиц» раскрывается через понятие «столько же и ещё несколько» или «столько же без нескольких». Эти понятия вводятся в подготовительном периоде 1-го класса при сравнении множеств предметов. Например, ученикам предлагается в верхний ряд положить 3 кружка, в нижний – столько же треугольников. Затем в верхний ряд положить ещё 2 кружка. Учитель сообщает ученикам, что кружков на 2 больше, чем треугольников, а треугольников на 2 меньше, чем кружков.

Далее перед введением задач продолжается предметная деятельность учащихся в следующем порядке:

- Положите 4 квадрата, а под ними столько же треугольников. Приложите ещё 3 треугольника. Что можно сказать о треугольниках? (их на 3 больше, чем квадратов). Что можно сказать о квадратах? (Их на 3 меньше, чем треугольников).

- Положите в верхний ряд 3 прямоугольника, а в нижний – на 2 прямоугольника больше.

- Как вы это выполнили? (Положили в нижний ряд столько же прямоугольников, это значит 3, и к ним приложили ещё 2 прямоугольника)

- Каким действием можно записать, сколько прямоугольников в нижнем ряду? ($3 + 2 = 5$)

Ааналогично происходит усвоение понятия «меньше на несколько единиц».

Введение задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в прямой форме может быть организовано с помощью схематической иллюстрации вида:

I – ○○○○

II – ? , б. на 2

и объяснения поиска искомого числа через «столько же и ещё несколько»

Для формирования умений решать задачи такого вида практикуется решение задач со словами: «старше – моложе», «выше – ниже» и др., а также решать и сравнивать задачи и их решения на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц.

4.2 Методика работы над задачами на разностное сравнение

Задачи на разностное сравнение – это задачи, в которых известны два числовые данные, а отношения «больше на...», «меньше на.....» входят в требование или вопрос задачи.

Подготовка к введению задач такого вида включает объяснение двойного смысла отношения «больше на несколько единиц»: «Если треугольников на 2 больше, чем кругов, то кругов на 2 меньше, чем треугольников».

Кроме этого подготовительная работа предусматривает сравнение множеств предметов и его связь с действием вычитания числовых характе-

ристик сравниваемых множеств. С этой целью можно визуально сравнить длины двух палочек и подвести учеников к выводу: чтобы узнать, на сколько одно число больше или меньше другого, надо от большего числа отнять меньшее.

При введении задач на разностное сравнение этот вывод является основной объяснения выбора действия для решения задачи. Например, для задачи: «Ученики посадили 3 клёна и 5 лип. На сколько больше посадили лип, чем клёнов?» используется алгоритм:

- Известно, что посадили 3 клёна и 5 лип.
- Проиллюстрируем задачу:

III
IIII

- Надо узнать на сколько больше посадили лип, чем клёнов.
- Объяснение: чтобы узнать, на сколько 5 больше 3-х, надо от 5-ти отнять 3.

- Решение: $5 - 3 = 2$ (л).
- Ответ: на 2 липы посадили больше, чем клёнов.

Для формирования умений решать задачи на разностное сравнение используются задачи на сравнение длин, времени, массы; задачи, предметной областью которых являются отвлеченные числа, величины, множества с их числовыми характеристиками.

4.3 Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме

Для задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме характерно следующее: в условие задачи входит отношение «больше на несколько единиц», но задача решается вычитанием; в условие задачи входит отношение «меньше на несколько единиц», задача решается сложением; все числовые данные характеризуют одно множество из предметной области, а числовая характеристика другого множества является искомой. Например: *Школьники заготовили для птиц 6 кг ягод рябины, это на 1 кг больше, чем семян подсолнуха. Сколько килограммов семян подсолнуха заготовили школьники?*

Подготовка к введению задач такого вида предусматривает повторение двойного смысла разности – при помощи нахождения разности чисел отвечаем на 2 вопроса: «На сколько одно из чисел больше другого?», «На сколько одно из чисел меньше другого?». Кроме того подготовке служит решение задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в прямой форме.

Целесообразно провести логическую и практическую подготовительную работу. Логическая подготовка – игра «В концовки». Учитель или ведущий начинает предложение, а ученики его заканчивают. Например: «Если ель ниже сосны, то ... (сосна выше ели)», «Если сосна выше ели на 20м, то ... (ель ниже сосны на 20 м)». Аналогично проводится работа с использованием от-

ношений больше – меньше, дороже – дешевле, длиннее – короче, старше – моложе и т.д.

Практическая подготовка – выполнение учениками операций над множествами. Например, учащимся предлагается положить в верхний ряд 6 треугольников, а в нижний ряд положить кружки так, чтобы треугольников было на 2 меньше, чем кружков. На основе логической подготовки ученики рассуждают: если треугольников на 2 меньше, чем кружков, то кружков на 2 больше, чем треугольников. Значит надо положить кружков столько же, сколько треугольников (6) и положить ещё 2 кружка. Это можно записать действием сложения: $6 + 2 = 8$.

Введение задач на этапе объяснения поиска решения сводится к переводу задач из косвенной формы в прямую.

Например, для вначале темы задаче в ходе выделения условия и вопроса задачи строится текстовая краткая запись:

Р. – 6 кг, на 1 кг больше

П. - ?

Объяснение: Если рябины на 1кг больше, чем подсолнуха, то подсолнуха на 1 кг меньше, чем рябины. Это значит подсолнуха столько же, сколько рябины, без 1-го килограмма.

Решение: $6 - 1 = 5$ (кг)

Ответ: 5 кг семян подсолнуха заготовили школьники.

Для формирования умений решать задачи данного вида осуществляется постепенный переход к решению задач по представлению; решение и сравнение всех шести видов задач, в которых один сюжет и числа, но разные связи между данными и искомыми; составление пар, четверок, шестерок задач рассмотренных видов; преобразование задач.

5. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих смысл кратных отношений между числами

5.1 Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в прямой форме

Задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в прямой форме – это задачи, предметные области которых включают одно числовое данное, а второе указывает, во сколько раз искомое больше или меньше данного. Т.е. отношение «больше в несколько раз» или «меньше в несколько раз» входит в условие задачи.

Подготовка к введению задач на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в прямой форме включает в себя усвоения понятия «больше в несколько раз» через понятие «несколько раз по столько же». Можно организовать предметную деятельность учащихся:

- положить в верхний ряд 3 кружка, в нижний – 2 раза по 3;
- учитель сообщает, что в нижнем ряду кружков в 2 раза больше, чем в верхнем, а в верхнем - в 2 раза меньше, чем в нижнем;

- положить 2 квадратика, а кружков 3 раза по 2 и ответить на вопрос: «Что можно сказать о кружках, о квадратах (кружков в 3 раза больше, чем квадратов, а квадратов в 3 раза меньше, чем кружков);

- положить в верхний ряд 5 треугольников, а в нижний ряд в 2 раза больше прямоугольников и объяснить, как это выполнить. (Надо в нижний ряд положить 2 раза по 5 прямоугольников);

- каким действием можно записать, сколько прямоугольников в нижнем ряду? ($5 \cdot 2 = 10$).

Такая подготовительная работа приводит учащихся к выбору действия умножения при увеличении числа в несколько раз. Формулируется вывод: чтобы увеличить число в несколько раз, надо его умножить на количество раз.

В процессе подготовки к введению задач на уменьшение числа в несколько раз в прямой форме учащиеся повторяют решение задачи на деление на равные части, а также усваивают двоякий смысл отношения «больше в несколько раз»: если первое число больше второго в несколько раз, то второе меньше первого во столько же раз. Это усваивается в процессе работы над задачами на увеличение числа в несколько раз.

Подготовительная предметная деятельность учащихся может быть организована по следующему плану:

- положить в верхний ряд 8 кружков, а в нижний – в 2 раза меньше кружков;

- что можно сказать о кружках верхнего ряда по отношению к кружкам нижнего ряда? (В верхнем ряду кружков в 2 раза больше, чем в нижнем, т.е. их 2 раза по столько, сколько их должно быть в нижнем ряду);

- как узнать, сколько кружков должно быть в нижнем ряду? (Надо 8 разделить на 2 равные части, получится 4);

- выполняется операция разбиения 8 кружков на 2 равные части и записывается действие: $8 : 2 = 4$. Выполнение аналогичных упражнений приводит учащихся к выводу: чтобы уменьшить число в несколько раз, надо его разделить на количество раз.

Таким образом подготовительный этап к введению задач на увеличение и уменьшение числа в несколько раз имеет практический характер, включающий выкладывание фигур, выполнение зарисовок, выбор арифметических действий.

Введение этих видов задач организуется с помощью предметной или схематической иллюстрации. При объяснении выбора действия для решения задачи применяются выводы, полученные на подготовительном этапе.

Формирование умений решать задачи выполняются аналогично соответствующему этапу работы над задачами, раскрывающими смысл разностных отношений.

5.2 Методика работы над задачами на кратное сравнение

Подготовка к задачам на кратное сравнение включает повторение решения задач на деление по содержанию и повторение двоякого смысла отношений «больше в несколько раз», «меньше в несколько раз».

Введение задач можно начать с предметной деятельности по следующему плану:

- положить в верхний ряд 6 треугольников, в нижний – 2 треугольника;
- во сколько раз больше треугольников в верхнем ряду, чем в нижнем;
- надо узнать сколько раз по 2 треугольника содержится в верхнем ряду, для этого 6 треугольников разложим по 2 треугольника, получим 3 раза;
 - значит в верхнем ряду в 3 раза больше треугольников, чем в нижнем, а в нижнем – в 3 раза меньше, чем в верхнем;
 - это можно записать действием деления: $6 : 2 = 3$;
 - вывод: чтобы узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого, надо большее число разделить на меньшее.

Затем решаются задачи с различным текстовым содержанием, используются отношения: больше – меньше, выше – ниже, старше – моложе и др.

5.3 Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в косвенной форме

Подготовка к введению задач данных видов включает решение задач на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в прямой форме, логическую и практическую подготовительную работу по аналогии с подготовительной работой к задачам на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме – игра «В концовки» без числовых данных и с числовыми данными, а также предметная деятельность учащихся.

Введение задач на этапе объяснения выбора действия сводится к переводу задач из косвенной формы в прямую и к применению объяснения, характерного для задач на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в прямой форме.

Формирование умений решать задачи данных видов включает решение и сравнение двоек, четвёрок, шестёрок задач с одинаковым сюжетом и числовыми данными, но различными отношениями – разностными и кратными, сравнение задач, их интерпретаций и решений, выполнение заданий на заполнение пропусков в текстах задач и др. методические приёмы.

Темы 7–8. Обучение учащихся решению составных арифметических задач

1. Общие вопросы методики обучения решению составных задач

1.1 Характеристика и классификация составных задач

Составная задача – задача, для решения которой необходимо выполнить более одного арифметического действия.

Составная задача отличается от простой:

- количественно – количеством арифметических действий для решения;

- качественно: на вопрос задачи нельзя ответить сразу, так как надо найти недостающие числовые данные, т.е. решить простые задачи, входящие в составную;

- надо уметь сформулировать промежуточные вопросы.

Классификация составных задач:

- составные задачи, составленные из нескольких простых I-й, II-й, III-й групп простых задач;

- составные задачи с пропорциональными величинами: нахождение 4-го пропорционального; на пропорциональное деление; нахождение неизвестных по 2-м разностям;

- составные задачи на одновременное движение: встречное из 2-х разных точек; движение в противоположных направлениях из одной точки;

- составные задачи на совместную работу.

1.2 Методика подготовительной работы к введению первых составных задач

Она включает в себя: решение простых задач; решение простых задач с недостающими и лишними данными; постановка вопросов к данному условию; составление условия к данному вопросу; постановка вопросов к данному условию и решению; решение простых задач с несколькими вопросами не связанными между собой, а также сформулированными в различной последовательности и ученики определяют, на какой вопрос можно ответить сначала, потом, далее и т.д.; решение пар простых задач, взаимосвязанных сюжетом и числами, в которых искомое первой задачи является данным второй, а также 2-я задача с недостающими числовыми данными; постановка к различным числовым данным и неизвестным вопросам вида: «Зная ... и ..., что можно узнать? Что надо знать, чтобы ответить на ... вопрос?»

1.3 Методика введения составных задач

Введение составных задач можно организовать следующим образом: составить вместе с учениками новую задачу из двух простых задач, взаимосвязанных сюжетом и числами.

Например, «В корзине лежали 3 красных и 2 желтых яблока. Сколько всего яблок было в корзине?»; «В корзине было 5 яблок, взяли 4 яблока. Сколько яблок осталось в корзине?»

На доске последовательно записываются текстовые краткие записи задачи и их решения:

Кр. – 3 яб.

Ж. – 2 яб.

Всего - ?

$$3 + 2 = 5(\text{яб.})$$

Было – 5 яб.
Взяли – 4 яб. $5 - 4 = 1(\text{яб.})$
Осталось - ?

Учитель планшетом закрывает 3-ю и 4-ю строки в кратких записях и предлагает ученикам по оставшимся строкам составить новую задачу: «В корзине было 3 красных яблока и 2 желтых яблока. Взяли 4 яблока. Сколько яблок осталось в корзине?»

Учитель сообщает, что из 2-х задач ученики составили одну задачу, которая решается в 2 действия – получилась составная задача.

Объясняется, что решение составной задачи можно записать выражением: $(3 + 2) - 4 = 1(\text{ябл.})$

Скобки использовали для того, чтобы показать, что сначала находится сумма чисел, а затем выполняется вычитание.

Значение записи решения составных задач с помощью выражения заключается в следующем: у учащихся формируются умения не угадывать действия, а предвидеть решение задачи на несколько шагов вперед; закрепляются умения применять скобки для составления выражений; формируются умения решать составные задачи; закрепляются знания о порядке выполнения действий в выражениях со скобками.

1.4 Этапы работы над составными задачами

1-й этап – усвоение содержания задачи: чтение задачи вслух, затем – про себя; пересказ задачи и представление сюжета с помощью словесного рисования, описания, иллюстрации; воспитательная беседа учителя по сюжету задачи; первое повторение задачи, которое с помощью чисел характеризует объекты предметной области задачи, т.е. повторение от объектов к числам; одновременное моделирование задачи с помощью одного из видов интерпретации; второе повторение задачи по модели, ученики объясняют значение данных чисел и выполняют, что требуется найти в задаче.

Работа по усвоению содержания задачи зависит от навыка чтения, анализа текста, от того, какая эта задача – нового или известного вида.

2-й этап – поиск решения задачи. Это беседа учителя с учениками или рассуждения учащихся, которые подводят их к выбору решения задачи.

Виды поиска решения задач:

аналитический, синтетический, аналитико-синтетический.

Аналитический поиск – способ рассуждений от вопроса к числовым данным состоит из многократного использования анализа и позволяет расчленить задачу на ряд простых задач.

План беседы или рассуждения ученика следующий:

- что надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи;
- что из этого нам известно?;

○ что неизвестно? (в модели задачи появляется промежуточный вопрос)?

○ что надо знать, чтобы найти неизвестное?

И т.д. до того момента, когда для нахождения очередного неизвестного есть все необходимые данные задачи. Ученики отвечают, что для ответа на очередной вопрос всё известно.

Далее учитель продолжает беседу:

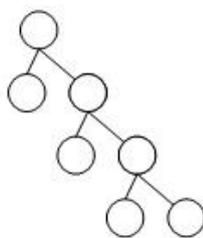
что находим сначала?;

что находим потом?;

ответим на вопрос задачи? (Да)

Утвердительный ответ ученика свидетельствует о том, что поиск решения задачи завершён.

Одновременно с беседой на доске строится граф аналитического поиска:



Окошки графа заполняются данными задачи, а знаки «?» обозначают основные и промежуточные вопросы.

После полного аналитического поиска применяется сокращенный поиск решения задачи.

План беседы при сокращенном поиске:

- можем ли сразу ответить на вопрос задачи;
- почему; (в краткой записи появляется промежуточный вопрос). Беседа по такому плану продолжается до возможности ответа на промежуточный вопрос. Заканчивается беседа аналитического поиска: что находим сначала? Потом?;

- ответим на вопрос задачи? (Да).

Синтетический поиск – метод рассуждений от числовых данных к вопросу задачи.

Структура беседы может быть следующей:

- зная ... и ..., что можно узнать? (Многоточия обозначают данные задачи);

- узнав ... и зная..., что можно узнать? И так далее до получения ответа на вопрос задачи.

- ответим на вопрос задачи? (Да).

Граф синтетического поиска решения задачи может иметь вид:

- подумай, какое число получится в ответе – больше или меньше данных чисел;

- подумай, что надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи;
- что можем найти сначала, что потом?
- составь план решения задачи;
- выполни решение;
- ответь на вопрос задачи;
- проверь правильность решения задачи.

2. Выполнение заданий творческого характера:

- составление и решение задач по их интерпретациям, по сюжетам, по числовым данным, по вопросам, по решениям, по ответам, по графам;
- составление и решение обратных задач;
- решение задач другим способом;
- расширение задач – дополнение их новыми условиями, вопросами;
- объяснение смысла выражений, составленных по задаче;
- выполнение всех этапов работы над уже решенной задачей;
- изменение задачи, условия или вопроса так, чтобы она решалась иначе, или другими действиями, или другим их количеством;
- составление аналогичных задач;
- выполнение заданий на выбор условий, вопросов, решений, моделей из предложенных вариантов.

2. Методика обучения решению составных задач с пропорциональными величинами

2.1 Характеристика и классификация составных задач с пропорциональными величинами.

Составные задачи с тройками пропорциональных величин таких как: цена; количество; стоимость; масса одного предмета, количество предметов, общая масса; скорость, время, расстояние и др. подразделяются на следующие виды:

- составные задачи на нахождение 4-го пропорционального;
- составные задачи на пропорциональное деление;
- составные задачи на нахождение неизвестных по двум разностям.

Общие признаки задач этих видов следующие: все задачи включают тройки пропорциональных величин; из трёх величин одна величина постоянная, но её значение неизвестно; даны 2 или более значений одной из двух других величин.

Отличительные признаки задач указанных видов следующие:

- если для одной из оставшихся величин дано одно значение, а второе является искомым, то эта задача на нахождение 4-го пропорционального;

- если для одной из оставшихся величин известна сумма её значений, а сами эти значения являются искомыми, то эта задача на пропорциональное деление;

- если для одной из оставшихся величин известна разность её значений, а сами эти значения являются искомыми, то эта задача на нахождение неизвестных по двум разностям.

Подготовкой к введению задач этих видов является ознакомление учащихся с пропорциональными величинами; раскрытие связей между ними; формирование умений находить значение одной величины по значениям двух других пропорциональных величин; решение простых задач с пропорциональными величинами. Кроме того каждый новый вид задачи предполагает повторение решения задач предыдущих видов.

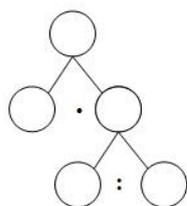
2.2 Методика работы над составными задачами на нахождение 4-го пропорционального

В задачах этого вида возможны варианты, когда постоянными являются или первая или вторая величина, тогда две другие величины связаны прямо пропорциональной зависимостью; когда третья величина постоянная, тогда первые две величины связаны обратно пропорциональной зависимостью.

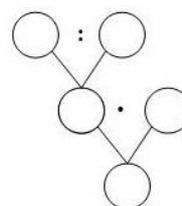
Введение задач на нахождение 4-го пропорционального включает работу по всем шести этапам. При усвоении содержания задач с пропорциональными величинами целесообразно строить табличную краткую запись. Например, для задачи: «На 6 одинаковых костюмов израсходовали 18м ткани. Сколько метров ткани надо на 9 таких костюмов?» строится следующая краткая запись:

Расход ткани на один костюм	Количество костюмов	Общий расход ткани
одинаковый	6	18 м
	9	?

Граф анализа:



Граф синтеза:



В данном примере поиск привел к решению задачи способом нахождения постоянной величины или способом прямого приведения к единице.

Задачи на нахождение 4-го пропорционального решаются и вторым способом – методом отношений.

Например, для задачи: «В 6-ти ящиках 30 кг ягод. Сколько ягод в 2-х таких же ящиках?» - предлагается решить её двумя способами.

Табличная краткая запись задачи:

Масса одного ящика	Количество ящиков	Общая масса
Одинаковый	6	30кг
	2	?

Анализ краткой записи помогает ученикам увидеть, что количество ящиков уменьшилось в 3 раза, значит и общая масса будет меньше в 3 раза. Это второй способ решения задачи методом отношений.

Способ отношений используется и для обратно пропорциональной зависимости между величинами. Задача «Скорость автомобиля 48 км/ч. Одно и то же расстояние автомобиль проехал за 2 ч, а велосипедист за 8 ч. Найти скорость велосипедиста»

	Скорость	Время	Расстояние
Автомобиль	48км/ч	2ч	одинаковое
Велосипедист	?	8ч	

Решение способом нахождения постоянной величины:

1) $48 \cdot 2 = 96$ (км) – расстояние

2) $96 : 8 = 12$ (км/ч) – скорость велосипедиста.

Решение способом отношений:

1) $8 : 2 = 4$ (р) – во столько раз время движения велосипедиста больше времени движения автомобиля.

2) $48 : 4 = 12$ (км/ч) – скорость велосипедиста.

Для формирования умений решать задачи на нахождение 4-го пропорционального рекомендуется решать задачи с различными группами пропорциональных величин, решать задачи с одинаковыми величинами, но различной постоянной величиной, сравнивать задачи и их решения.

2.3 Методика работы над составными задачами на пропорциональное деление.

При введении задач нового вида можно использовать преобразование задачи на нахождение 4-го пропорционального в задачи на пропорциональное деление.

Задача: «За 3 ч станок-автомат изготавливает 300 шестерёнок для часов. Сколько шестерёнок может изготовить этот станок за 5ч?»

За один час	Количество часов	Изготовлено шестерёнок
Одинаково	3	300
	5	?

Устное решение этой задачи приводит к ответу: 500 шестерёнок. Затем учитель предлагает составить задачу по новой краткой записи:

За один час	Количество часов	Всего изготовлено шестерёнок
Одинаково	3	?
	5	?
		} 800

Получается задача на пропорциональное деление: «Станок-автомат, работая 3 часа в первый день и 5 часов – во второй день, за 2 дня изготовил 800 шестерёнок для часов. Сколько шестерёнок изготавливалось каждый день?»

После повторения задачи и объяснения слова «каждый» вопрос задачи разделяется на 2 подвопроса. Выясняется, какое из искомых чисел будет больше и почему, затем проводится работа по всем шести этапам.

Проверку правильности решения задачи можно выполнить установлением соответствия между полученными результатами и данными задачи.

2.4 Методика работы над составными задачами на нахождение неизвестных по двум разностям

Кроме подготовительной работы, указанной выше, для задач нового вида необходима и специальная подготовительная работа, которая включает в себя:

- ответы на задачи-вопросы типа: «В одном куске 6м ткани, а во втором – 4м такой же ткани. Какой кусок ткани дороже? Почему? Сколько метров ткани первого куска стоят столько, сколько и второй кусок?»;
- решение простых задач повышенной трудности. Например, «У Тани на 2 коробки карандашей больше, чем у Миши. Сколько карандашей в одной коробке, если известно, что у Тани на 12 карандашей больше, чем у Миши? Сколько карандашей в одной коробке, если известно, что у Миши на 12 карандашей меньше, чем у Тани?»

Ввести задачи нового вида можно путём преобразования задачи на нахождение 4-го пропорционального в задачи на нахождение неизвестных по двум разностям.

Работа над задачей проводится по всем 6-ти этапам. Рекомендуется использовать табличную краткую запись и графическую иллюстрацию. Задача: «В одну столовую привезли 15 одинаковых коробок с фруктами, во

вторую – 10 таких же коробок. Сколько килограммов фруктов привезли в каждую столовую, если известно, что в первую столовую привезли на 60кг фруктов больше, чем во вторую?»

После повторения задачи, объяснения слова «каждую» и разбиения вопроса задачи на 2 подвопроса составляется табличная краткая запись.

Масса одной коробки	Количество коробок	Общая масса
Одинаковая	15	?, на 60кг больше
	5	?

Поиск решения задачи может быть аналитико-синтетическим:

- можем сразу ответить на вопрос задачи? (Нет);
- почему? (так как неизвестна масса одной коробки);
- почему масса фруктов в первой столовой больше на 60 кг, чем во второй столовой? (потому что в первую столовую привезли больше коробок);
- можем ли мы узнать, сколько коробок с фруктами приходится на 60кг? (Да, для этого 15 - 10);
- что узнаем сначала? (На сколько больше коробок с фруктами привезли в первую столовую);
- что узнаем потом? (Массу одной коробки);
- что узнаем далее? (Массу фруктов, привезённых в первую столовую);
- что узнаем затем? (Массу фруктов, привезённых во вторую столовую);
- ответим на вопрос задачи? (Да).

Формированию умений решать задачи служит выполнение заданий, указанных в предыдущей теме.

3. Методика обучения решению составных задач на одновременное движение и на совместную работу

3.1 Характеристика составных задач на одновременное движение

Специфика задач на движение обусловлена введением такой величины как скорость движения, а также использованием при их решении моделей, которые отражают не только отношения между величинами, но и процесс движения объектов.

Предметная область составных задач на одновременное движение включает в себя 2 движущихся объекта: из 2-х точек навстречу друг другу – для встречного движения; из одной точки - в противоположных направлениях.

Кроме того, предметная область задач включает в себя скорости объектов, время их движения и расстояние между объектами.

По искомой величине задачи на одновременное движение подразделяются на 3 вида: 1-й вид – искомым является расстояние между объектами;

2-й вид – искомым является время движения; 3-й вид - искомой является скорость движения одного их объектов.

3.2 Методика работы над задачами на одновременное встречное движение и движение в противоположных направлениях

Подготовка к введению задач данных видов включает в себя: ознакомление учащихся с величинами скорость, время, расстояние; решение простых задач на функциональную зависимость между этими величинами; знакомство со значениями скорости движения различных объектов; формирование понятий об одновременности движения объектов; знакомство со скоростью сближения и удаления движущихся объектов; ознакомление с графической краткой записью задач на одновременное движение.

Введение задач на одновременное движение осуществляется на различных уроках, начиная с задач 1-го вида, затем 2-го и 3-го.

Для каждого вида задачи организуется учебная деятельность по всем 6-ти этапам работы над составной задачей.

На уроке обобщения решаются задачи всех 3-х видов, затем сравниваются сами задачи и их решения.

В результате сравнения подчеркивается, что эти тройки задач на одновременное встречное движение или движение в противоположных направлениях имеют общие черты: каждая задача включает 3 величины: скорость, время, расстояние. В каждой задаче различная искомая величина. Каждая задача решается в 2 действия при использовании скорости сближения или удаления.

Первым действием находится скорость сближения или скорость удаления. Но в задачах 1-го и 2-го вида она находится действием сложения, а в задаче 3-го вида – делением.

Для формирования умений решать задачи можно составлять задачи с различными движущимися объектами, составлять и решать задачи по чертежам, составлять и решать обратные задачи, выполнять др. виды творческих заданий.

3.3 Особенности методики обучения решению задач на совместную работу

Задачи на совместную работу включают такие тройки пропорциональных величин как выработка в единицу времени, время работы, объём работы, или общая выработка, или план. Но эти пропорциональные величины находятся в более сложных взаимосвязях.

Например: «В столярной мастерской надо изготовить 150 рам. Один столяр может это сделать за 15 дней, второй – за 10 дней. За сколько дней могут выполнить эту работу оба столяра, работая вместе?»

Подготовка к введению этих задач включает:

1) ответ учеников на задачи – вопросы вида: «Мастер может выполнить работу за 7 дней, а его ученик может выполнить эту же работу за 10 дней. Если они будут работать вместе, то для выполнения работы им понадобится времени больше или меньше 10 дней? 7 дней?»;

2) повторение связей между пропорциональными величинами, характерными для работы представителей различных профессий;

3) использование различных единиц измерения величин.

Задачу на совместную работу (см. пример) можно ввести, применяя 6 этапов работы над составной задачей.

Краткой записью задачи может быть:

I ст. – 150 рам за 15 дн.

II ст. – 150 рам за 10 дн.

Вместе – 150 рам за?

Затем ученики по графу составляют план решения задачи, оформляют решение задачи, записывают ответ и выполняют проверку.

Тема 9. Методика знакомства с величинами в начальном курсе математики

1. Общая характеристика методики изучения величин

Величина – неопределяемое понятие, характеризующее такие свойства предметов, которые поддаются количественной оценке. Количественная оценка величины называется измерением. Процесс измерения предполагает сравнение данной величины с некоторой мерой, принятой за единицу при измерении величин этого рода.

Результатом процесса измерения величины является определенное численное значение, показывающее – сколько раз выбранная мера «уложилась» в измеряемую величину.

Общие этапы методики изучения величин: выявление и уточнение представлений учеников о данной величине; сравнение однородных величин; введение понятия и соответствующего термина; знакомство с единицей измерения величины и с измерительным прибором; формирование измерительных умений и навыков, арифметические действия и текстовые задачи с числовыми значениями величин, выраженных в единицах одного наименования; знакомство с новыми единицами измерения величин; перевод значений величин, выраженных в единицах одного наименования, в значения величин, выраженные в единицах нескольких наименований, и наоборот, арифметические действия и текстовые задачи с числовыми значениями величин, выраженных в единицах нескольких наименований.

2. Методика изучения длины и площади

Длина – это характеристика линейных размеров предмета (протяжённости).

Площадь геометрической фигуры – это свойство фигуры занимать измеряемое место на плоскости.

Начинается изучение величин с выполнения сравнения предметов по длине, геометрических фигур по площади. Применяются приёмы наложения, приложения, на глаз, с помощью различных мерок.

Обосновывается необходимость единой мерки. Вводится первая единица длины – сантиметр, для площади – квадратный сантиметр. Демонстрируются модели единиц измерения длины и площади.

Организуется измерение длины предметов с помощью моделей сантиметра, ученики выполняют оцифрование шкалы линейки, измеряют длину полосок, отрезков с помощью линейки.

Площадь геометрических фигур определяют с помощью палетки – прозрачной пластинки, разделённой на квадратные сантиметры. Разбиение прямоугольника на квадратные сантиметры позволяет сформулировать правило: «Чтобы вычислить площадь прямоугольника, измеряют его длину и ширину (в одинаковых единицах) и находят произведение полученных чисел».

Далее вводятся другие единицы измерения длины и площади.

3. Методика изучения массы и ёмкости

Масса – это физическое свойство предмета, поддающееся измерению. Процесс измерения массы – взвешивание.

Ёмкость – это объём мер жидкости. Мера ёмкости – литр. (1 л).

В начальном курсе математики изучаются следующие метрические меры массы: килограмм, грамм, центнер, тонна.

Методика изучения массы аналогична методике работы над длиной.

4. Методика изучения времени

Время – это длительность протекания процессов. Время – сложная величина для изучения, так как само понятие времени не имеет материальной основы; восприятие промежутков времени субъективно; единицы измерения времени не основаны на десятичной системе счисления.

Цели и задачи изучения темы «Время»: познакомить учащихся с единицами измерения времени и их соотношениями; научить определять время по часам; научить пользоваться календарём; обеспечить усвоение последовательности дней недели, месяцев года; научить определять продолжительность событий практически и с помощью арифметических действий; сформировать умения выполнять арифметические действия и решать текстовые задачи, включающие числовые значения величин.

Содержание изучаемого материала определяется задачами изучения темы.

Временные представления формируются в практической деятельности, связанной с учетом длительности процессов: выполнение режимных моментов дня, ведение календаря погоды; знакомство с часами, календарём, лентой времени, секундомером, песочными и электронными часами; ознакомление с единицами измерения времени; переход от двенадцатичасового к двадцатичетырёхчасовому учету времени и наоборот.

Закреплению знаний при изучении величин служат упражнения на запись числовых значений величин в порядке возрастания и убывания; на определение закономерности, по которой построен ряд числовых значений величин и продолжение ряда; на определение «лишнего» значения; на расстановку единиц измерения различных величин возле чисел; на сравнение и выполнение арифметических действий над числовыми значениями величин.

Тема 10. Методика знакомства с элементами алгебры в начальном курсе математики

1. Общие вопросы методики работы над алгебраическим материалом

Особенности изучения алгебраического материала в начальной школе: 1) при введении алгебраических понятий в качестве наглядности используются разного вида математические записи, а не реальные объекты или их модели; 2) алгебраические понятия не доводятся до уровня их формального определения; 3) формирование представлений младших школьников об алгебраических понятиях, как правило, включает в себя следующее: а) практическое оперирование учащимися конкретными примерами данного понятия без использования соответствующих терминов; б) классификация этих объектов по указанному учителем признаку; в) сообщение учителем термина, обозначающего понятие; г) использование учащимися нового термина в дальнейшей практической деятельности.

Значение изучения алгебраического материала в начальных классах заключается в следующем: служит подготовке учащихся к изучению алгебры в старших классах; помогает формированию вычислительных навыков; служит обобщению арифметических знаний.

К алгебраическому материалу в начальном курсе математики относятся: математические выражения числовые и с переменными; равенства и неравенства числовые и с переменными; функциональная зависимость между пропорциональными величинами; тождественные преобразования выражений; решение текстовых задач алгебраическим способом.

2. Методика изучения математических выражений

Математическое выражение – последовательность букв и чисел, соединенных знаками действий.

Математические выражения, содержащие только числа и знаки действий, называют числовыми выражениями.

Математические выражения, содержащие наряду с числами и переменные, обозначенные буквами, называют буквенными выражениями или выражениями с переменными.

Значение изучения выражений: помогает учащимся овладеть вычислительными навыками; служит формированию таких математических по-

нятий как: равенство, неравенство, уравнение; способствует решению текстовых задач арифметическим и алгебраическим способом.

Задачи изучения выражений: научить читать, записывать, находить значения выражений; научить выполнять тождественные преобразования выражений без введения терминов.

Сначала ученики знакомятся с простыми выражениями, которые имеют собственные названия: $4+3$ – сумма чисел 4 и 3; $4-3$ – разность чисел 4 и 3; $4\cdot 3$ – произведение чисел 4 и 3; $8:2$ – частное чисел 8 и 2.

Вводятся эти выражения после ознакомления учащихся с конкретным смыслом соответствующих действий.

Следующий вид числовых выражений – сложные выражения, содержащие несколько действий первой ступени (сложение и вычитание). Выполняя действия последовательно ученики усваивают и соответствующее правило порядка выполнения действий в таких выражениях.

Порядок выполнения действий в сложных выражениях, содержащих действия и первой и второй ступеней, а также скобки, сообщается ученикам: действия в скобках выполняются первыми, затем выполняются действия умножения и деления, затем действия сложения и вычитания в порядке их записи.

В начальном курсе математики все преобразования, выполняемые над выражениями, тождественные. Они опираются на свойства арифметических действий; на знание конкретного смысла действий; на знание правил порядка выполнения действий; на знание нумерации чисел.

Алгоритмы чтения сложных выражений:

№1

1. Посмотри на знак действия в скобках и скажи, что записано в скобках.
2. Посмотри на другой знак действия и скажи, что надо выполнить.

№2

1. Определи, какое действие выполняется последним.
2. Назови выражение с этим действием.
3. Назови компоненты этого выражения.

Подготовка к введению выражений с переменными включает в себя: решение примеров с «окошками»; решение задач с пропущенными числовыми данными; заполнение таблиц на нахождение результатов действий, когда значения компонентов изменяются; знакомство с буквами латинского алфавита.

Введение выражений с переменными: выражение с «окошком»; подстановка в «окошко» заданных чисел; получение выражений с изменяющимися компонентами; замена изменяющегося компонента буквой латинского алфавита; чтение полученного выражения с переменной; нахождение значений выражений при заданных значениях переменных.

3. Методика работы над равенствами и неравенствами

Включает в себя:

1. Сравнение чисел, как количественных характеристик конечных множеств, сравниваемых установлением взаимнооднозначного соответствия между их элементами.
2. Сравнение чисел по их месту в натуральном ряду.
3. Сравнение чисел по их разрядному составу.
4. Сравнение чисел и выражений.
5. Сравнение выражений с помощью сравнения их числовых значений, а также с использованием свойств действий.
6. Введение понятий «равенства», «неравенства».
7. Решение неравенств с переменными: подбором; с помощью применения свойств действий; двойных неравенств – с помощью числовой прямой.

4. Методика обучения решению уравнений

Подготовка к введению уравнений включает в себя: решение примеров (равенств) с «окошками» способом подбора; проверка истинности равенств, сравнение чисел и выражений; определение границ значений переменных в буквенных выражениях; замена неравенств равенствами; практические работы по уравниванию весов; повторение названий компонентов и результатов действий; повторение правил нахождения неизвестных компонентов действий.

Введение уравнений: равенство с «окошками», подстановка в «окошко» буквы x ; введение понятия «уравнение»; чтение уравнения различными способами; решение уравнения способом подбора; решение уравнения на основе взаимосвязи компонентов и результатов действий.

Закрепление изученного материала включает в себя: решение уравнений и выполнение проверки; анализ уравнений и определение искомого компонента; нахождение и объяснение ошибок в решенных уравнениях; выполнение проверки решенных уравнений; определение действий, которыми решаются уравнения; решение и сравнение уравнений с одинаковыми числами, но разными знаками действий; решение текстовых задач с помощью составления и решения уравнений.

Тема 11. Методика изучения геометрического материала

1. Общая характеристика методики изучения геометрического материала в начальных классах

Геометрический материал не выделяется в особый раздел, а изучается вместе с арифметическим материалом.

Цели и задачи изучения геометрического материала: развитие пространственного воображения учащихся; умение наблюдать, сравнивать, обобщать, анализировать и абстрагировать; формирование у учащихся

практических умений измерения и построения геометрических фигур; подготовка младших школьников к изучению геометрии в средних и старших классах; формирование измерительных, графических, конструктивных умений и навыков.

Особенности изучения геометрического материала следующие: изучение геометрического материала организуется с опорой на наглядность, на практическую работу; геометрический материал усваивается в процессе выполнения системы целесообразно подобранных заданий.

Практический характер изучения геометрического материала требует применения на уроках наборов геометрических фигур; для моделирования – палочек, полосок, кусочков пластилина; чертёжно-измерительных инструментов.

Система геометрических заданий включает в себя следующие виды:

5. Задания, в которых геометрические фигуры используются как объекты для счёта. Выполнение таких заданий формирует геометрическую лексику учащихся, умения отличать геометрические фигуры по форме, размеру, цвету.

6. Задания на классификацию фигур развивают мышление учащихся, умения сравнивать, анализировать, обобщать и классифицировать множества.

7. Задания на построение геометрических фигур:

- из палочек, кусочков пластилина, шнурков и т.д.;
- по образцу;
- по точкам;
- по размерам;
- по свойствам фигур;
- по координатам вершин;
- по площади фигур;
- по периметру фигур;
- по градусной величине угла.

8. Задания на определение геометрической формы предметов.

9. Задания на конструирование:

- деление фигур на части перегибанием, проведением отрезков, разрезанием;
- составление фигур из частей или других фигур.

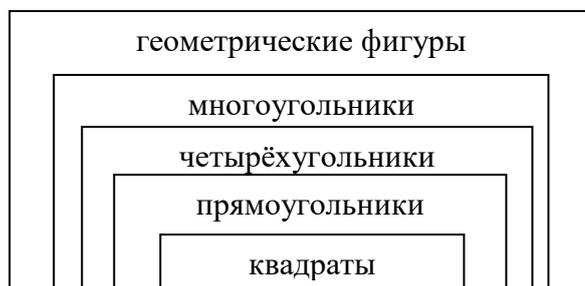
6. Задания с геометрическими величинами: площадь, периметр, длина, величина угла, формирующие вычислительные, измерительные, графические навыки.

7. Задания на геометрические преобразования: параллельный перенос точек.

2. Методика ознакомления учащихся с геометрическими фигурами и их свойствами

Изучение геометрических фигур, определенных программой, организуется с помощью выполнения практических работ, анализа фигур, анализа соответствующих терминов, выполнения упражнений с применением новых понятий в высказываниях, в объяснениях, в комментировании.

При изучении геометрических фигур необходимо сосредоточить внимание на выделении тех элементов, из которых состоят геометрические фигуры, и на их существенных признаках. Например, для квадрата этими признаками будут:



3. Геометрические построения в начальном курсе математики

Геометрические построения служат формированию геометрических представлений; знакомят учащихся со свойствами геометрических фигур; формируют измерительные, графические и конструктивные навыки.

Процесс решения задач на построение включает в себя 4 этапа: анализ, построение, доказательство и исследование. Эти этапы входят в задачи в неявном виде.

Таким образом, может быть организовано изучение геометрического материала, определенного программой по математике.

ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

МОДУЛЬ 1

Тема 1–3. Цели, содержание и методы начального обучения математике. Организация и средства начального обучения математике. Классификация форм организации и средств начального обучения математике

Вопросы для обсуждения:

1. Проблемы совершенствования начального обучения математике
2. Объект, предмет, цели и задачи методики преподавания математики как науки
3. Методы исследования, используемые методической наукой
4. Связь методики преподавания математики с другими науками
5. Компоненты методической системы обучения математике
6. Цели и задачи изучения начального курса математики
7. Содержание и особенности построения начального курса математики
8. Классификация методов обучения
9. Специфические методы обучения математике
10. Классификация форм организации обучения математике
11. Урок как основная форма организации обучения математике
12. Классификация средств обучения математике в начальных классах

Задания:

1. Проанализируйте содержание нормативных документов: Образовательный стандарт начального образования, Концепция учебного предмета «Математика», учебные программы по учебному предмету «Математика».
2. Проанализируйте содержание учебного предмета «Математика» на I ступени общего среднего образования

Тема 4. Методика изучения темы «Подготовительный период к изучению чисел и арифметических действий»

Вопросы для обсуждения:

1. Цель, задачи и содержание подготовительного периода
2. Методы, приёмы и средства обучения
3. Особенности организации уроков математики в подготовительном периоде

Задания:

1. Дайте характеристику компонентам методической системы подготовки учащихся к изучению математики

2. Перечислите основные приемы установления взаимно однозначного соответствия между элементами различных множеств. Перечислите понятия, которые формируются у учащихся в процессе выполнения упражнений подобного рода.

3. Приведите примеры упражнений в счете, отличительными признаками которых являются:

- а) состав элементов множеств (однородные, неоднородные);
- б) характеристическое свойство (форма, размер, цвет, назначение и др.);
- в) пространственное расположение элементов множеств (линейное, по замкнутому контуру, по иным конфигурациям);
- г) опора на различные анализаторы (органы чувств), выполняющие ведущую роль при счете;
- д) единицы счета (счет парами, тройками и др.);
- е) опора на представление множества, элементы которого пересчитываются.

4. Перечислите и дайте определение основным терминам, которые учащиеся учатся правильно понимать и применять в играх с блоками Дьенеша

Тема 5. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Десяток»

Вопросы для обсуждения:

1. Основные понятия темы. Причины выделения чисел в пределах десяти в отдельный концентр
2. Методика изучения устной и письменной нумерации чисел в пределах десяти
3. Методика изучения сложения и вычитания чисел в пределах десяти

Задания:

1. Запишите в демонстрационных клетках цифры от 0 до 9, указав звездочкой начало записи и стрелками направление движения руки ученика. Объясните написание каждой цифры
2. Составьте нумерационные случаи сложения и вычитания чисел в пределах десяти и опишите алгоритм объяснения учащимся их выполнения
3. Составьте обобщающие характеристики чисел в концентре «Десяток»
4. Приведите примеры шести случаев вычислений в пределах десяти, теоретической основой которых является принцип образования чисел в натуральном ряду
5. Приведите примеры шести случаев вычислений в пределах десяти, теоретической основой которых является состав однозначных чисел.

6. Приведите примеры шести случаев вычислений в пределах десяти, теоретической основой которых является переместительное свойство сложения

7. Приведите примеры шести случаев вычислений в пределах десяти, теоретической основой которых является знание последовательности чисел в прямом и обратном порядке

8. Приведите примеры шести случаев вычислений в пределах десяти, теоретической основой которых является взаимосвязь между суммой и слагаемыми

9. Составьте задания и упражнения, соответствующие требованиям методики ознакомления учащихся с конкретным смыслом действий сложения и вычитания чисел

10. Приведите примеры ситуаций при введении вычислительного приема прибавления частями

11. Объясните приемы сложения и вычитания вида: $2+7$, $10-9$. Приведите примеры подготовительных заданий для введения каждого приема

12. Подберите и запишите дидактические игры для усвоения таблиц сложения и вычитания чисел в пределах десяти

Тема 6. Методика изучения чисел и арифметических действий в пределах 20

Вопросы для обсуждения:

1. Подходы к формированию понятия числа в начальном обучении математике (теоретико-множественный подход; подход, в основе которого лежит измерение величин).

2. Особенности знакомства учащихся с числами до 20.

3. Изучение отношений «равно», «больше», «меньше».

4. Переместительное свойство сложения. Связь между сложением и вычитанием.

5. Методика изучения внетабличного сложения и вычитания в пределах 20

Задания:

1. Проанализируйте содержание учебных пособий для 1 и 2 класса и приведите примеры заданий по составлению учащимися таблицы сложения и соответствующих случаев вычитания, укажите, какой методический приём применяется.

2. Разработайте фрагмент урока по ознакомлению с табличным случаем сложения с переходом через десяток (этапы актуализации знаний, целеполагания и изучения нового материала).

Тема 7. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентре «Сотня»

Вопросы для обсуждения:

1. Методика изучения устной и письменной нумерации чисел в пределах сотни
2. Методика изучения сложения однозначных чисел с переходом через десяток и соответствующих случаев вычитания
3. Методика изучения устных вычислительных приемов сложения и вычитания чисел в пределах ста
4. Методика изучения письменных приемов сложения и вычитания чисел в пределах ста
5. Методика ознакомления учащихся с конкретным смыслом умножения и деления чисел
6. Методика изучения особых и внетабличных случаев умножения и деления чисел
7. Методика изучения деления с остатком

Задания:

1. Подберите упражнения, направленные на усвоение понятия о новой составной единице счета – десятке
2. Охарактеризуйте методику изучения принципа образования чисел натурального ряда в пределах ста
3. Выпишите из учебников по математике нумерационные случаи сложения и вычитания чисел в пределах ста и приведите примеры объяснения учащихся их выполнении
4. Составьте обобщающие характеристики чисел в концентре «Сотня»
5. Приведите примеры пяти случаев вычислений на сложение и вычитание чисел, теоретической основой вычислительных приемов для которых являются принципы десятичной системы счисления
6. Приведите примеры десяти заданий, теоретической основой которых является сочетательное свойство сложения
7. Выполните задание и определите его цель: *«По данным ниже выражениям выполните рисунки»*

$$4 + 2$$

$$4 \cdot 2$$

$$3 + 4$$

$$3 \cdot 4$$

8. Выполните задание и определите его цель: *«Сравните выражения, изобразив каждое из них рисунком»*

$$6 : 2 \quad \text{и} \quad 6 \cdot 2$$

$$5 \cdot 2 \quad \text{и} \quad 5 + 2$$

9. Записать дидактические игры, способствующие усвоению таблицы умножения и деления чисел

Темы 8–9. Методика изучения чисел и арифметических действий в концентрерах «Тысяча» и «Многозначные числа»

Вопросы для обсуждения:

1. Методика изучения устной и письменной нумерации чисел в концентрерах «Тысяча» и «Многозначные числа»
2. Методика изучения сложения и вычитания чисел в пределах тысячи
3. Методика изучения умножения трехзначных и многозначных чисел
4. Методика изучения деления трехзначных и многозначных чисел

Задания:

1. Подберите упражнения, направленные на усвоение понятия о новой составной единице счета – тысяче
2. Охарактеризуйте методику изучения принципа образования чисел натурального ряда в пределах миллиона
3. Выпишите нумерационные случаи сложения и вычитания чисел в пределах миллиона и приведите объяснения учащихся при их выполнении
4. Составьте обобщающие характеристики чисел в концентре «Многозначные числа»
5. Приведите примеры применения алгоритмов записи, чтения и сравнения многозначных чисел
6. Охарактеризуйте, в чем заключается преемственность тем «Нумерация» и «Сложение и вычитание чисел в пределах 1000»
7. Приведите примеры устных приемов сложения и вычитания трехзначных и многозначных чисел. Объясните их выполнение.
8. Приведите примеры письменных приемов сложения и вычитания трехзначных и многозначных чисел. Объяснить их выполнение.
9. Выполните вычисление с подробным пояснением вычислительного приема для случая вида $1\ 000\ 000 - 987\ 654$
10. Запишите и выполните упражнения, которые должны предшествовать решению следующих примеров: $304 \cdot 2$; $70\ 408 \cdot 6$
11. Объясните, почему целесообразно сопоставить умножение на двузначное и трехзначное число
12. Какие знания и умения являются основой вычислительных приемов для случаев вычислений: $46 \cdot 30$; $54 \cdot 20$; $12 \cdot 50$; $27 \cdot 12$?

Тема 10. История становления начального курса математики как учебного предмета

Вопросы для обсуждения:

1. Первый учебник арифметики Л.Ф. Магницкого. Методические идеи П.С. Гурьева, А.В. Грубе, А.И. Гольденберга, С.И. Шохор-Троцкого и др.
2. Достижения методики начального обучения математике советского периода (Н.С. Попова, А.С. Пчёлко, А.М. Пышкало, М.И. Моро и др.).

3. Современные взгляды российских и белорусских ученых-методистов на содержание начального курса математики и методы его изучения.

Задания:

1. Ознакомьтесь с содержанием лекции «История становления начального курса математики как учебного предмета» и на её основе заполните таблицу:

№ п/п	Автор	Основной труд	Идеи

2. Подготовьте доклады по следующим темам:

- Учебник Л.Ф. Магницкого «Арифметика, сиречь наука числительная». Основные идеи и значение пособия
- Взгляды П. С. Гурьева на процесс обучения математике
- Монографический и вычислительный методы в изучении чисел
- Достижения методики начального обучения математике советского периода. Наследие Н. С. Попова, А. С. Пчёлко, А. М. Пышкало, М. И. Моро и др.
- Современные взгляды российских и белорусских ученых-методистов на содержание начального курса математики

МОДУЛЬ 2

Темы 11-18. Обучение учащихся решению простых арифметических задач

Вопросы для обсуждения:

1. Характеристика текстовой задачи, особенности усвоения её содержания и виды интерпретации
2. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих смысл арифметических действий
 - 2.1 Классификации текстовых задач
 - 2.2 Подготовка учащихся к введению простых задач
 - 2.3 Методика ознакомления учащихся с простыми задачами на нахождение суммы и разности (остатка)
 - 2.4 Методика работы над простыми задачами, раскрывающими конкретный смысл умножения и деления чисел
3. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий
 - 3.1 Методика работы над задачами на нахождение неизвестных компонентов действий сложения и вычитания
 - 3.2 Методика работы над задачами на нахождение неизвестных компонентов действий умножения и деления
 - 3.3 Алгебраический способ решения задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий
4. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих смысл разностных отношений между числами
 - 4.1 Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в прямой форме
 - 4.2 Методика работы над задачами на разностное сравнение
 - 4.3 Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме
5. Методика обучения решению простых задач, раскрывающих смысл кратных отношений между числами
 - 5.1 Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в прямой форме
 - 5.2 Методика работы над задачами на кратное сравнение
 - 5.3 Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа в несколько раз в косвенной форме

Задания:

1. Приведите примеры текстовых задач с различными предметными областями
2. Приведите примеры текстовых задач с различными структурами требований в задаче

3. Приведите пример простой задачи и раскрыть методику усвоения её содержания

3. Приведите пример составной задачи и раскрыть методику усвоения её содержания

4. Для каждого вида интерпретации текстовых задач подберите соответствующую текстовую задачу из начального курса математики

5. Приведите примеры всех видов простых задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий

6. Приведите различные виды интерпретации простых задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий

7. Продемонстрируйте применение словесно-пошагового алгоритма для решения простых задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий

8. Приведите пример решения задач, раскрывающих связи между компонентами и результатами арифметических действий алгебраическим способом

9. Приведите примеры всех видов простых задач, раскрывающих связи между отношениями «больше на несколько единиц», «меньше на несколько единиц» и арифметическими действиями

10. Примените различные виды интерпретации простых задач, раскрывающих связи между отношениями «больше на несколько единиц», «меньше на несколько единиц» и арифметическими действиями

11. Покажите применение словесно-пошагового алгоритма для решения простых задач, раскрывающих связи между отношениями «больше на несколько единиц», «меньше на несколько единиц» и арифметическими действиями

12. Приведите примеры всех видов простых задач, раскрывающих связи между отношениями «больше в несколько раз», «меньше в несколько раз» и арифметическими действиями

13. Примените различные виды интерпретации простых задач, раскрывающих связи между отношениями «больше в несколько раз», «меньше в несколько раз» и арифметическими действиями

14. Продемонстрируйте применение словесно-пошагового алгоритма для решения простых задач, раскрывающих связи между отношениями «больше в несколько раз», «меньше в несколько раз» и арифметическими действиями

Темы 19–33. Обучение учащихся решению составных арифметических задач. Методика знакомства учащихся с функциональной зависимостью и решением задач с пропорциональными величинами

Вопросы для обсуждения:

1. Общие вопросы методики обучения решению составных задач
 - 1.1 Характеристика и классификация составных задач
 - 1.2 Методика подготовительной работы к введению первых составных задач

- 1.3 Методика введения составных задач
- 1.4 Этапы работы над составными задачами
- 1.5 Формирование умений решать текстовые задачи
2. Методика обучения решению составных задач с пропорциональными величинами
 - 2.1 Характеристика и классификация составных задач с пропорциональными величинами
 - 2.2 Методика работы над составными задачами на нахождение 4-го пропорционального
 - 2.3 Методика работы над составными задачами на пропорциональное деление
 - 2.4 Методика работы над составными задачами на нахождение неизвестных по двум разностям
3. Методика обучения решению составных задач на одновременное движение и на совместную работу
 - 3.1 Характеристика составных задач на одновременное движение
 - 3.2 Методика работы над задачами на одновременное встречное движение и движение в противоположных направлениях
 - 3.3 Особенности методики обучения решению задач на совместную работу

Задания:

1. На примере конкретной задачи проиллюстрируйте все этапы работы над составной задачей
2. Приведите примеры всех видов интерпретации составных задач
3. Для одной из составных задач запишите применение всех приемов формирования умений решать составные задачи
4. Приведите пример задачи на нахождение четвертого пропорционального и разработайте для неё виды творческих заданий
5. На примере задачи на пропорциональное деление проиллюстрируйте все этапы работы над составной задачей
6. Для одной из задач на нахождение неизвестных по двум разностям запишите применение всех приемов формирования умений решать составные задачи
7. Приведите примеры всех трех видов задач на одновременное встречное движение и покажите применение графов для аналитического поиска решения задач
8. Приведите примеры всех трех видов задач на одновременное движение в противоположных направлениях и покажите применение графов для синтетического поиска решения задач
9. Приведите примеры задач на совместную работу и запишите решение по действиям с пояснениями и с вопросами

Тема 34. Методика знакомства учащихся с долями и дробями

Вопросы для обсуждения:

1. Цели и задачи изучения долей и дробей в начальных классах
2. Образование долей и дробей, их сравнение
3. Методика обучения решению текстовых задач с долями и дробями

Задания:

1. Из учебников математики выпишите задания по теме «Доли. Дроби». Определите их методический смысл
2. Приведите примеры текстовых задач на нахождение доли и дроби числа, их интерпретацию и решение
3. Приведите примеры текстовых задач на нахождение числа по его доле и дроби, их интерпретацию и решение

Тема 35. Оценка результатов учебной деятельности учащихся на 1-й ступени общего среднего образования

Вопросы для обсуждения:

1. Определение основных терминов темы: контроль, оценка, отметка, учебные достижения.
2. Цель и задачи контроля как дидактического средства управления обучением и воспитанием учащихся
3. Основные функции контроля
4. Виды контроля для проведения текущей аттестации учащихся
5. Оценка результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам

Задание:

Изучите методические указания по организации контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам при освоении содержания образовательных программ общего среднего образования, применению норм оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам. Законспектируйте все требования, которые касаются предмета «Математика»

Темы 36–37. Методика знакомства с величинами в начальном курсе математики

Вопросы для обсуждения:

1. Общая характеристика методики изучения величин
2. Методика изучения длины и площади

3. Методика изучения массы и емкости
4. Методика изучения времени

Задания:

1. Составьте задания, которые служат подготовке учащихся к введению основных величин, изучаемых в начальных классах
2. Охарактеризуйте практические работы, которые можно организовать при изучении величин
3. Раскройте связи методики изучения величин с методикой изучения нумерации целых неотрицательных чисел
4. Приведите примеры оформления вычислений над числовыми значениями величин
5. Составьте задания и игровые упражнения, для усвоения таблиц мер величин

Темы 38–39. Методика знакомства с элементами алгебры в начальном курсе математики

Вопросы для обсуждения:

1. Общие вопросы методики работы над алгебраическим материалом
2. Методика изучения математических выражений
3. Методика работы над равенствами и неравенствами
4. Методика обучения решению уравнений

Задания:

1. Приведите примеры применения словесно-пошаговых алгоритмов при изучении сложных выражений и уравнений
2. Приведите примеры сравнения сложных выражений без выполнения вычислений их значений
3. Запишите простые и сложные уравнения и образцы оформления их решения

Темы 40–41. Методика изучения элементов геометрии в начальном курсе математики

Вопросы для обсуждения:

1. Общая характеристика методики изучения геометрического материала в начальных классах
2. Методика ознакомления учащихся с геометрическими фигурами и их свойствами
3. Геометрические построения в начальном курсе математики

Задания:

1. Охарактеризовать универсальное множество «Блоки Дьенеша» и выписать названия развивающих игр с геометрическими фигурами
2. Привести пример задачи на построение, в которой выделяются 4 этапа: анализ, построение, доказательство, исследование. Для каждого этапа сформулировать вопросы, с которыми учитель обращается к учащимся
3. Проанализировать взаимосвязь применения геометрического материала при изучении арифметического материала и арифметического материала при изучении геометрического

РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Модульно-рейтинговая система обучения по учебной дисциплине

Общая характеристика модулей

Модули 1–2 охватывают все содержание учебной программы.

Требования к результатам работы по модулям. В течение семестра к промежуточной форме контроля студент должен получить положительный результат по каждому из представленных модулей. Отметка на экзамене формируется как среднее арифметическое: отметки по модулям в семестре и ответе на экзамене. Отчет студентов по данным модулям осуществляется в течение всего семестра по мере освоения теоретического и практического материала. При оценке учебных достижений по каждому модулю учитывается активность студента на занятиях, степень самостоятельности при выполнении заданий.

Положительным результатом считается усвоение содержания каждого из модулей (или его составных компонентов) на 70 процентов и выше. Промежуточными формами контроля знаний и умений студентов по учебной дисциплине являются зачет и экзамен. И зачёт, и экзамен предполагают устный ответ на теоретический вопрос и выполнение тестовых заданий (общая база экзаменационных вопросов 400, вопросов к зачёту – 100). Студент должен показать уровень усвоения знаний не менее 70 процентов.

КРИТЕРИИ ОЦЕНОК РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ (экзамен, зачёт)

10 (десять) баллов, зачтено:

– систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики», а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы;

– точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы;

– безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;

– выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации;

– полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы по изучаемой учебной дисциплине;

– умение свободно ориентироваться в педагогических и психологических теориях, концепциях и направлениях и давать им аналитическую оценку, использовать научные достижения других дисциплин;

– творческая самостоятельная работа на семинарских (практических) занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

9 (девять) баллов, зачтено:

– систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;

– точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы;

– владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;

– способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине;

– полное усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине

– умение ориентироваться в педагогических теориях, концепциях и направлениях и давать им аналитическую оценку;

– систематическая, активная самостоятельная работа на семинарских (практических) занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

8 (восемь) баллов, зачтено:

– систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;

– использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы и обобщения;

– владение инструментарием учебной дисциплины (методами комплексного анализа, техникой информационных технологий), умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;

– способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине;

– усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине;

– умение ориентироваться в педагогических теориях, концепциях и направлениях и давать им аналитическую оценку;

– активная самостоятельная работа на семинарских (практических) занятиях, систематическое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

7 (семь) баллов, зачтено:

– систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;

– использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы и обобщения;

– владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;

– свободное владение типовыми решениями в рамках учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине;

– усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине;

– умение ориентироваться в основных педагогических теориях, концепциях и направлениях и давать им аналитическую оценку;

– самостоятельная работа на семинарских (практических) занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

6 (шесть) баллов, зачтено:

– достаточно полные и систематизированные знания в объеме учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;

– использование необходимой научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обобщения и обоснованные выводы;

– владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;

– способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине;

– усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине;

- умение ориентироваться в базовых педагогических теориях, концепциях и направлениях и давать им сравнительную оценку;
- активная самостоятельная работа на семинарских (практических) занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточно высокий уровень культуры исполнения заданий.

5 (пять) баллов, зачтено:

- достаточные знания в объеме учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;
- использование научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине;
- умение ориентироваться в базовых педагогических теориях, концепциях и направлениях и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на лабораторных занятиях, фрагментарное участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

4 (четыре) балла, зачтено:

- достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта высшего образования;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;
- использование научной терминологии, логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) задачи;
- умение ориентироваться в основных педагогических теориях, концепциях и направлениях и давать им оценку;
- работа под руководством преподавателя на лабораторных занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.

3 (три) балла, не зачтено:

- недостаточно полный объем знаний в рамках образовательного стандарта высшего образования;
- знание части основной литературы, рекомендованной учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;
- использование научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными фактическими и логическими ошибками;
- слабое владение инструментарием учебной дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач;
- неумение ориентироваться в основных педагогических теориях, концепциях и направлениях;
- пассивность на лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.

2 (два) балла, не зачтено:

- фрагментарные знания в рамках образовательного стандарта высшего образования;
- знание отдельных литературных источников, рекомендованных учебной программой учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Методика преподавания математики»;
- неумение использовать научную терминологию учебной дисциплины, наличие в ответе грубых фактических и логических ошибок;
- пассивность на лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.

1(один) балл, не зачтено:

- отсутствие приращения знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта высшего образования, отказ от ответа, неявка на аттестацию без уважительной причины.

Примерный список вопросов к экзамену по учебной дисциплине

1. Методика начального обучения математике как педагогическая наука
2. Компоненты методической системы обучения математике
3. Методы начального обучения математике
4. Формы организации обучения математике детей на I ступени общего среднего образования
5. Обзор развития методики преподавания математики и перспективы ее совершенствования
6. Методика работы на уроках математики в подготовительном периоде
7. Методика изучения нумерации чисел в пределах десяти
8. Методика изучения нумерации чисел в пределах ста
9. Методика изучения нумерации трехзначных и многозначных чисел

10. Методика изучения сложения однозначных чисел и соответствующих случаев вычитания
11. Методика изучения сложения и вычитания чисел в пределах ста
12. Методика изучения сложения и вычитания трехзначных и многозначных чисел
13. Методика изучения конкретного смысла умножения и деления чисел
14. Методика изучения табличного умножения и деления чисел
15. Методика изучения внетабличного умножения и деления чисел, особых случаев умножения и деления чисел
16. Методика изучения умножения трехзначных и многозначных чисел
17. Методика изучения деления трехзначных и многозначных чисел
18. Методика изучения длины и площади фигур
19. Методика изучения массы и емкости
20. Методика изучения времени
21. Классификация текстовых задач в начальном курсе математики
22. Методика работы над задачами на нахождение суммы и разности (остатка)
23. Методика работы над задачами, которые раскрывают конкретный смысл действий умножения и деления чисел
24. Методика работы над задачами, раскрывающими связи между компонентами и результатами действий сложения и вычитания
25. Методика работы над задачами, раскрывающими связи между компонентами и результатами действий умножения и деления
26. Методика работы над задачами на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в прямой и косвенной формах
27. Методика работы над задачами на разностное сравнение
28. Методика работы над задачами на увеличение числа в несколько раз в прямой и косвенной формах
29. Методика работы над задачами на уменьшение числа в несколько раз в прямой и косвенной формах
30. Методика работы над задачами на кратное сравнение
31. Методика ознакомления учащихся с составными задачами
32. Этапы работы над составными задачами
33. Методика работы над составными задачами на нахождение четвертого пропорционального
34. Методика работы над составными задачами на пропорциональное деление
35. Методика работы над составными задачами на нахождение неизвестных по двум разностям
36. Методика работы над составными задачами на одновременное встречное движение

37. Методика работы над составными задачами на одновременное движение в противоположных направлениях
38. Методика работы над задачами на совместную работу
39. Методика формирования умений решать составные задачи
40. Методика обучения решению текстовых задач на нахождение доли числа и числа по его доле, дроби числа и числа по его дроби
41. Методика изучения долей и дробей
42. Методика изучения числовых выражений и выражений с переменными.
43. Методика изучения равенств и неравенств (числовых с переменными)
44. Изучение уравнений
45. Решение текстовых задач с помощью составления уравнений
46. Методика ознакомления учащихся с геометрическими фигурами и их свойствами
47. Геометрические построения в начальном курсе математики
48. Изучение геометрического материала через систему целесообразно подобранных заданий

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ

Содержание и научно-методическое обеспечение управляемой самостоятельной работы

Управляемая самостоятельная работа по учебной дисциплине «Методика преподавания математики» выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя. Её *цель*:

- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного решения актуальных учебных, научных и инновационных задач;
- создание условий для реализации творческих способностей студентов;
- активное включение в учебную, научную, общественную и инновационную деятельность;
- развитие академических, профессиональных, социально-личностных компетенций;
- овладение студентами в процессе обучения научными методами познания, умениями и навыками выполнения самостоятельной работы, углубленное и творческое освоение учебного материала;
- стимулирование личностного развития студентов в качестве субъектов образовательной и профессиональной деятельности.

Управляемая самостоятельная работа как важная составная часть образовательного процесса должна опираться на мотивацию студентов, доступность и качество научно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса, сопровождаться эффективной системой контроля и способствовать усилению практической направленности обучения. При выполнении управляемой самостоятельной работы создаются условия, при которых обеспечивается активная позиция студентов в самостоятельном получении знаний и систематическом применении их на практике.

Формы управляемой самостоятельной работы по учебной дисциплине:

- работа с теоретическими материалами
- подготовка к практическим занятиям;
- выполнение контрольных работ;
- прохождение тестирования
- работа с основной и дополнительной литературой

В качестве контроля управляемой самостоятельной работы по учебной дисциплине «Методика преподавания математики» используются следующие формы:

- проведение групповых письменных, контрольных работ и тестирование;

- оценка устного ответа на вопрос, сообщения, доклада;
- проверка рефератов, письменных докладов;
- проверка индивидуальных творческих заданий;
- УСР выполняется студентом самостоятельно во внеаудиторное время в рамках обязательных часов, выделенных на самостоятельную работу по дисциплине.

В процессе подготовки студент на кафедре и на сайте newsdo.vsu.by знакомится с содержанием предстоящей работы.

Организация УСР

Формой выполнения УСР являются разноуровневые задания:

- задания, формирующие достаточные знания по изучаемому материалу на уровне узнавания;
- задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения;
- задания на уровне применения полученных знаний.

Преподаватель проверяет выполнение работы и выставляет полученные отметки в журнал.

Защита СР представляет собой ответы на вопросы преподавателя по содержанию выполненной работы и по итогам ее предварительной проверки. В процессе защиты студент должен продемонстрировать следующие качества знаний: осознанность, прочность, полноту и глубину. Студент должен понимать содержание выполненных работ (знать определения понятий, уметь разъяснить значение и смысл терминов, используемых в работе).

Работа, оцененная менее, чем 4 баллами, не может быть зачтена, требует исправлений и повторной проверки.

При оценивании работ будут учитываться следующие показатели:

- использование различных источников информации;
- умение выбирать основное;
- наличие собственных оценочных аргументированных, развернутых суждений;
- владение теоретическим материалом по рассматриваемому вопросу;
- умение применять теоретических знания при решении предложенных практических задач;
- умение ответить на дополнительные вопросы по теме.

ОРГАНИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

86

№ п/п	Тема	Вопросы для рассмотрения	Задания по теме, формирующие компетенции на уровне		
			узнавания (4–6 баллов)	воспроизведения (7–8 баллов)	применения полученных знаний (9–10 баллов)
1.	Методическая система начального обучения математике	<p>1. Познакомить с компонентами методической системы начального обучения математике.</p> <p>2. Рассмотреть методические подходы к разработке и совершенствованию компонентов методической системы формирования математических знаний учащихся.</p>	<p>1. Студент определяет компоненты методической системы начального образования</p>	<p>Студент отвечает на перечень вопросов:</p> <p>1. Каковы основные компоненты методической системы обучения математике? 2. Какие пути их применения при изучении программы?.</p>	<p>Студент отвечает на перечень вопросов:</p> <p>1. Как обеспечить реализацию целей и задач начального обучения математике? 2. Педагогическое мастерство учителя при организации нравственного воспитания учащихся на уроках математики.</p> <p>3. Студент готовит индивидуальное творческое задание (подготовка методической копилки для уроков математики).</p>

<i>Форма контроля</i>			собеседование	собеседование, реферат	собеседование, проверка творческого задания
2.	Организация и средства начального обучения математике	Типы уроков математики. Методы организации, стимулирования и контроля результатов учебно-познавательной деятельности учащихся на уроках математики.	Подготовить конспект по вопросам темы.	1. Подготовить реферат на тему: «Совершенствование компонентов методической системы изучения основных разделов программы»	1. Разработка и применения методических находок на уроках математики.
<i>Форма контроля</i>			собеседование	собеседование, реферат	собеседование, проверка творческого задания
3.	Современные методические подходы к формированию у учащихся математических знаний и умений их применения.	Совершенствование методики изучения разделов программы начального курса математики, развития и воспитания учащихся 1 – 4 классов.	Составление конспекта - схемы по данной теме	1. Подготовка к тестовым заданиям по теме: «Методика изучения разделов программы»	1. Выполнение задания по теме: «Совершенствование методики обучения математике» (подготовка мультимедийной презентации)
<i>Форма контроля</i>			проверка письменного задания	выполнение и проверка тестовых заданий	собеседование, проверка презентации

Критерии оценки УСР

- 10**
(десять)
баллов – систематизированные, глубокие и полные знания по всем вопросам, вынесенным для изучения в рамках УСР, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы; – точное использование научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; – выраженная способность самостоятельно и творчески решать задачи; – умение свободно ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях по изучаемой учебной дисциплине и давать им аналитическую оценку, использовать научные достижения других дисциплин; – высокий уровень культуры исполнения заданий.
- 9**
(девять)
баллов – систематизированные, глубокие и полные знания по всем вопросам, вынесенным для изучения в рамках УСР; – точное использование научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; – способность самостоятельно и творчески решать задачи; – умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях по изучаемой учебной дисциплине и давать им аналитическую оценку; – высокий уровень культуры исполнения заданий.
- 8**
(восемь)
баллов – систематизированные, глубокие и полные знания по всем вопросам, вынесенным для изучения в рамках УСР; – использование научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы и обобщения; – способность самостоятельно решать задачи; – умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях по изучаемой учебной дисциплине и давать им аналитическую оценку; – высокий уровень культуры исполнения заданий.
- 7 (семь)**
баллов – глубокие и полные знания по всем вопросам, вынесенным для изучения в рамках УСР; – использование научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы и обобщения; – свободное владение типовыми решениями в рамках учебной программы по учебной дисциплине; – умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой учебной дисциплине и давать им аналитическую оценку; – высокий уровень культуры исполнения заданий.
- 6**
(шесть)
баллов – полные знания по всем вопросам, вынесенным для изучения в рамках УСР; – использование научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы и обобщения; – свободное владение типовыми решениями в рамках учебной про-

граммы по учебной дисциплине; – умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой учебной дисциплине и давать им аналитическую оценку; – высокий уровень культуры исполнения заданий.

**5 (пять)
баллов**

– достаточно знания по всем вопросам, вынесенным для изучения в рамках УСР; – использование научной терминологии, грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы; – способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы по учебной дисциплине; – умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой учебной дисциплине и давать им сравнительную оценку; – достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**4
(четыре)
балла**

– достаточный объем по вопросам, вынесенным для изучения в рамках УСР; – использование научной терминологии, логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок; – умение под руководством преподавателя решать типовые задачи; – умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой учебной дисциплине и давать им оценку; – допустимый уровень культуры исполнения заданий.

Список использованных источников

1. Белошистая, А.В.. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учебное пособие для студентов ВУЗов/ А.В. Белошистая. – М.: ВЛАДОС, 2005. – 455 с.
2. Истомина, Н.Б. Методика обучения математике в начальной школе: Развивающее обучение / Н.Б. Истомина – Смоленск: Изд-во «Ассоциация XXI», 2005.
3. Ковалевская, Н.А. Методический комментарий к написанию цифр/ Н.А. Ковалевская// Пачатковае навучанне: Сям'я, дзіцячы сад, школа. – 2007. – №4. – С. 51-53.
4. Левчук З.К. Применение на уроках математики десятибалльной системы оценки знаний учащихся начальных классов: Методические рекомендации. – Витебск: ВГУ, 2003. - 29с.
5. Левчук, З. К. Теория и методика формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста: курс лекций. Модуль 1 / З. К. Левчук, И. В. Ермольчик. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2014. – 48 с. URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/3276>.
6. Методика начального обучения математике / Под общ. ред. А.А. Столяра, В.Л. Дрозда. – Мн.: Вышш шк., 1988. - 254с.
7. Методика начального обучения математике : [Учеб. пособие для пед. ин-тов по спец. 2121 "Педагогика и методика нач. обучения" / В. Л. Дрозд и др.]; Под общ. ред. А. А. Столяра, В. Л. Дрозда. - Минск : Вышэйш. шк., 1988. - 253,[1] с. : ил.;
8. Методика преподавания математики для студентов педагогического факультета очной и заочной форм обучения : учеб.-метод. комплекс / авт.-сост. З. К. Левчук. – Витебск : Изд-во УО «ВГУ им. П. М. Машерова», 2008. – 126 с.
9. Методические указания по организации контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам при освоении содержания образовательных программ общего среднего образования, применению норм оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам: утв. М-ством образования 15.09.2022. – Минск: М-ство образования Республики Беларусь, 2022. – 268 с.
10. Рабочая тетрадь по курсу учебной дисциплины «Методика преподавания математики и практикум по решению задач» : в 2 ч. Ч. 1 / сост. З. К. Левчук, И. В. Ермольчик. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2015. – 50 с.
11. Рабочая тетрадь по курсу учебной дисциплины «Методика преподавания математики и практикум по решению задач» : в 2 ч. Ч. 2 / сост. З. К. Левчук, И. В. Ермольчик. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2015. – 51 с

12. Рогановский, Н. М. Методика преподавания математики : учеб. пособие для студентов учреждений высш. образования по специальности "Математика и информатика" : в 2 ч. Ч. 2 : Частные методики / Н. М. Рогановский, Е. Н. Рогановская. - Минск : Народная асвета, 2019.- 230, [2] с. : ил., табл., черт., схемы. - Библиогр.: с. 224-228. - ISBN 978-985-03-3080-2.

13. Урбан, М. А. Учебное моделирование в процессе обучения математике на 1-й ступени общего среднего образования: методологический и исторический аспекты / М. А. Урбан – Минск: Белор. гос. пед. ун-т, 2018. – 198с.

14. Шадрина, И. В. Методика преподавания начального курса математики : учебник и практикум для прикладного бакалавриата : учебник для студентов высш. учеб. заведений, обучающихся по гуманитарным направлениям и специальностям / И. В. Шадрина ; МГПУ. - Москва : Юрайт, 2016.- 279 с. : ил. - (Бакалавр. Прикладной курс). - Библиогр.: с. 278-279, библиогр. в обл. ссылок : Книга доступна в электронной библиотечной системе biblio-online.ru. - ISBN 978-5-9916-6140-9.

Учебное издание

**МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ: 1-01 02 01 НАЧАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
6-05-0112-02 НАЧАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

Учебно-методический комплекс по учебной дисциплине

Составители:

ШАУРКО Ирина Валентиновна

ЛЕВЧУК Зоя Климентьевна

Технический редактор

Г.В. Разбоева

Компьютерный дизайн

А.В. Табанюхова

Подписано в печать 02.11.2023. Формат 60x84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 6,05. Уч.-изд. л. 4,65. Тираж 55 экз. Заказ 122.

Издатель и полиграфическое исполнение – учреждение образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Свидетельство о государственной регистрации в качестве издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий

№ 1/255 от 31.03.2014.

Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

210038, г. Витебск, Московский проспект, 33.