МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ К ВЫПУСКНОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ

Ализарчик Лилия Львовна,
доцент кафедры математики ВГУ имени П.М. Машерова,
кандидат педагогических наук, доцент
Зайцева Инна Романовна,
учитель математики высшей квалификационной категории
ГУО «Гимназия № 1 г. Витебска имени Ж.И. Алферова»,
филиала кафедры математики ВГУ имени П.М. Машерова

Готовимся к выпускному экзамену на протяжении всего процесса обучения

В статье представлен опыт подготовки учащихся гимназии к успешной сдаче централизованного экзамена и централизованного тестирования по математике.

Введение. С 2017 года на базе ГУО «Гимназия № 1 г. Витебска имени Ж.И. Алферова» функционирует филиал кафедры математики ВГУ имени П.М. Машерова. Главная задача филиала – научно-исследовательское и учебно-методическое сотрудничество кафедры и гимназии, направленное на совершенствование качества практической подготовки специалистов, максимально адаптированных к будущей деятельности, развитие академических, социально-личностных и профессиональных компетенций студентов путем объединения сил профессорско-преподавательского состава кафедры математики университета и специалистов гимназии.

Основными направлениями совместной работы являются:

1. Координация учебной работы студентов при подготовке курсовых и дипломных работ (проектов), магистерских диссертаций, основанных на практическом опыте.
2. Закрепление на практике знаний, умений, навыков, полученных студентами в ходе образовательного процесса в университете, вовлечение их в совместные исследования и научную деятельность.
3. Организация учебной и производственной практик студентов.
4. Проведение совместных конференций, семинаров, круглых столов, консультаций с привлечением преподавателей и студентов университета, учителей гимназии.
5. Подготовка публикаций научного и практического характера по результатам совместной научно-исследовательской работы.
6. Совершенствование профессионализма и личностный рост профессорско-преподавательского состава кафедры университета и педагогического коллектива гимназии.

Основная часть. Важнейшая форма сотрудничества кафедры и гимназии – изучение опыта ведущих педагогов. С этой целью студенты педагогических специальностей на занятиях по методике преподавания математики, а также в период учебной и производственной практик непосредственно погружаются в атмосферу уроков математики в различных классах, затем проводят содержательный анализ уроков, чтобы в своей будущей профессиональной деятельности использовать авторские методические приемы.

Своим педагогическим опытом учителя гимназии делятся на страницах научно-практических журналов, а также выступая на областных семинарах преподавателей математики Витебской области [1, с. 42–45].

Будущие учителя математики погружаются в атмосферу гимназической жизни уже с первого курса в период учебной ознакомительной практики.

Особый интерес для будущих педагогов представляет подготовка к выпускным экзаменам по математике, так как итоговая отметка на централизованном экзамене (ЦЭ) или количество баллов в сертификате централизованного тестирования (ЦТ) существенно влияют на общий балл абитуриента при поступлении в университет.

Среди выпускников гимназии есть учащиеся, получившие на ЦТ по математике 100 баллов. Как они добиваются таких результатов?

Открытый урок для студентов
проводит И.Р. Зайцева

Открытый урок для студентов
проводит Н.Ю. Плют

Открытый урок для студентов
проводит С.В. Константинова

Студенты 4 курса
на открытом уроке по математике

На семинаре учителей математики
Витебской области (апрель 2023г.)

Первокурсники знакомятся
с особенностями обучения в гимназии

По мнению педагогов гимназии, подготовка к успешной сдаче экзамена начинается не за неделю, не за месяц и даже не за год до экзамена, а длится на протяжении всего периода обучения. Заветные 100 баллов закономерно поддаются тем, у кого загораются глаза при виде интересной, нестандартной задачи, кто в случае необходимости задержится после урока и не отпустит преподавателя до тех пор, пока не разберется с интересующей его проблемой. Учащиеся, которые получают удовольствие от процесса решения задачи и ее результата, достигают высоких баллов и на экзаменах.

Такой интерес редко зарождается в 11-м классе, чаще он появляется в 5–7-х классах, или даже раньше. И задача педагога – не пропустить таких ребят, поддержать их увлеченность и развить их талант. Делать это нужно постоянно, на уроке, факультативе, во внеурочной деятельности.

Одна из составляющих интереса к математике – ситуация успеха. Детям нужна похвала, признание их заслуг, сравнение с другими. Поэтому педагоги стараются привлечь гимназистов к участию во всех предлагаемых олимпиадах и конкурсах. Одно из последних событий – участие в турнире юных математиков (ТЮМ) для младших школьников. ТЮМ – это такой вид соревнований, когда ребята получают на месяц около 10 исследовательских задач, работают над ними и в случае успешного решения принимают участие в турнире. Там они представляют свою задачу, а также оппонируют и рецензируют задачи соперников. Это уникальный опыт не только исследования, решения задач, но и взаимодействия, четкой работы команды, быстрого реагирования на изменение ситуации как для детей, так и для руководителей.

Задачи турнира очень интересные, сложные, требуют знаний, выходящих за рамки учебника, но учащиеся справляются с заданиями, что только подтверждает следующее: многие в юном возрасте способны воспринимать гораздо больший объем информации, чем требует обязательная школьная программа. Более того, усвоенное ими в 5–7-х классах, прочно «оседает» в их памяти и легко извлекается оттуда при необходимости.

Поэтому, начиная с 5-го класса, целесообразно вводить максимально возможный объем материала по рассматриваемым темам. Например, при изучении темы «Делимость» обязательно в рамках урока или факультатива (в зависимости от уровня класса) знакомить учащихся с основной теоремой арифметики, теоремой о количестве делителей натурального числа, понятием факториала. При изучении темы «Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное» обязательно показывать, как использовать алгоритм Евклида. При решении задач на остатки разумно предлагать материал о сравнениях. Здесь же детей ненавязчиво можно познакомить с линейными диофантовыми уравнениями. После изучения рациональных чисел обязательно рассматривать примеры на целую и дробную части числа. На уроках по темам «Разложение на множители», «Выделение полного квадрата» можно решать уравнения в целых числах. При изучении темы «Линейная функция» вместе с параллельностью важно говорить о перпендикулярности прямых, вместе с графиками функций – о графиках линий, их пересечении и объединении.

Приведем примеры заданий, которые предлагаются гимназистам.

Пример 1. Сколькими нулями заканчивается число

$100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100$?

Пример 2. Сколькими нулями заканчивается число

$2023! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2021 \cdot 2022 \cdot 2023$?

Учащиеся 5–6-х классов такие задачи решают достаточно легко. Они могут правильно подсчитать количество нулей «вручную». И пару-тройку раз даже должны это сделать. Ошибаясь, пропуская нули, получаемые благодаря 25, 125, … Но затем педагог с учениками обязательно выводят формулу, которая позволяет подсчитать, в какой степени то или иное простое число входит в разложение факториала:

Каждое простое число p входит в разложение числа n! следующее число раз:

$$\left[\frac{n}{p}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + \left[\frac{n}{p^3}\right] + \ldots$$

Если речь идет об учащихся 5-го класса, то необязательно сразу формулу записывать с обозначением целой части, достаточно просто проговорить, что берется неполное частное.

Очень много интересных задач на делимость и остатки, которые легко решаются с помощью сравнений. Это та тема, начальные понятия которой также в состоянии усвоить дети в 6–7-х классах.

Можно предложить ученикам основные, легко воспринимаемые сведения о сравнениях.

1. Если числа n и m имеют одинаковый остаток от деления на k, то их называют сравнимыми по модулю k. Записывается это так: $n \equiv m \pmod{k}$.

Например, $7 \equiv 2 \pmod{5}$;

$8 \equiv 1 \pmod{7}$;

$17 \equiv -1 \pmod{9}$.

2. Чтобы узнать, сравнимы ли два числа по модулю k, достаточно проверить, делится ли их разность на k.

Изучив дополнительно основные свойства сравнений, учащиеся весьма легко справляются с заданиями следующего типа:

Пример 3. Найдите остаток от деления 7^{2023} на 8.

Решение.

$7 \equiv -1 \pmod 8$;

$7^{2023} \equiv (-1)^{2023} \pmod 8$;

$7^{2023} \equiv -1 \pmod 8$, это обозначает, что остаток от деления 7^{2023} на 8 равен 7.

Ответ: 7.

Пример 4. Докажите, что $30^{2021} + 63^{2025}$ делится на 31.

Решение.

$30 \equiv -1 \pmod{31}$;

$30^{2021} \equiv (-1)^{2021} \pmod{31}$;

$30^{2021} \equiv -1 \pmod{31}$;

$63 \equiv 1 \pmod{31}$;

$63^{2025} \equiv 12025 \pmod{31}$;

$63^{2025} \equiv 1 \pmod{31}$;

Сложив сравнения по одному и тому же модулю, получаем:

$30^{2021} + 63^{2025} \equiv 0 \pmod{31}$,

т.е. сумма $30^{2021} + 63^{2025}$ делится на 31 без остатка, что и требовалось доказать.

Пример 5. Найдите две последние цифры числа 7^{2023}.

Решение.

Достаточно найти остаток от деления на 100.

Используя основные свойства сравнений, получаем цепочку верных утверждений:

$7 \equiv 7 \pmod{100}$;

$7^4 \equiv 1 \pmod{100}$;

$(7^4)^{505} \equiv 1^{505} \pmod{100}$;

$7^{2020} \equiv 1 \pmod{100}$.

Умножая обе части последнего сравнения на 7^3, получим:

$7^{2023} \equiv 343 \pmod{100}$.

Так как $343 \equiv 43 \pmod{100}$,

то $7^{2023} \equiv 43 \pmod{100}$.

Значит, две последние цифры данного числа равны 43.

Ответ: 43.

С помощью сравнений достаточно удобно решать некоторые уравнения в целых числах.

Пример 6. Решить в целых числах уравнение $x^2 + 1 = 3y$.

Решение.

Заметим, что $3y \equiv 0 \pmod 3$, таким образом, левая часть уравнения при любых значениях переменной x делится на 3. Посмотрим остатки от деления на 3 левой части уравнения $x^2 + 1$. По условию, число x целое, поэтому при делении на 3 может давать остатки 0; 1 или 2, т.е. при сравнении по модулю 3 сравнимо с 0; 1 или –1. Переберем возможные варианты x.

Пусть $x \equiv 0 \pmod 3$;

$x^2 \equiv 0 \pmod 3$;

$x^2 + 1 \equiv 1 \pmod 3$.

Пусть $x \equiv 1 \pmod 3$;

$x^2 \equiv 1 \pmod 3$;

$x^2 + 1 \equiv 2 \pmod 3$;

$x^2 + 1 \equiv -1 \pmod 3$.

Пусть $x \equiv -1 \pmod 3$;

$x^2 \equiv 1 \pmod 3$;

$x^2+1 \equiv 2 \pmod 3$;

$x^2+1 \equiv -1 \pmod 3$.

Видим, что при любом значении x остатки от деления на число 3 у левой и правой частей уравнения различные, значит, решений в целых числах для уравнения нет.

Ответ: решений нет.

При изучении темы «Разложение на множители» в 7 классе можно предложить уравнение следующего вида:

Пример 7. Найдите целые решения уравнения $x + y = xy$.

Решение.

Проведем цепочку равносильных преобразований.

$x + y - xy = 0$;

$x + y - xy - 1 = -1$;

$x \cdot (1 - y) - 1 \cdot (1 - y) = -1$;

$(1 - y) \cdot (x - 1) = -1$.

Так как –1 в виде произведения целых чисел можно представить с учетом порядка двумя способами: $-1 = 1 \cdot (-1)$ или $(-1) \cdot 1$, то

$x - 1 = 1$ и $1 - y = -1$ или $x - 1 = -1$ и $1 - y = 1$

Ответ: (2;2); (0;0).

Выполнение заданий приведенного типа – это, во-первых, подготовка к олимпиадам для младших школьников и их первые шаги к успеху. Во-вторых, в каждом из текстов ЦТ последних лет есть одно или несколько подобных задач, и, отметим, с которыми может справиться учащийся 5–7-х классов. А вот после 7-го они не решаются специально, только встречаются иногда. И, если учащийся разобрался с их решением в 5–7-х классах, то в 11-м никаких проблем они для него представлять не будут.

Приведем несколько примеров из заданий централизованного тестирования, предлагаемых в различные годы вступительных кампаний.

Пример 8. Задание В7 (2018 г.). О натуральных числах a и b известно, что $a > b$, $a + b = 85$, НОК(a, b) = 102. Найдите число b [2, с. 87].

Решение.

Зная определение и свойства НОК, разложив 102 на множители,

$102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$, учитывая значение суммы $a + b = 85$, учащийся быстро находит числа 51 и 34 и выбирает в ответ меньшее из них.

Ответ: 34.

Пример 9. Задание А15 (2019 г.). Найдите сумму всех натуральных чисел n, для которых выполняется равенство НОК(n, 63) = 63 [2, с. 126].

Решение.

Зная определение и свойства НОК, ученик понимает, что у него спрашивают сумму всех делителей числа 63. Для решения этого задания полезно знать теорему о количестве делителей числа, чтобы ничего не пропустить.

$63 = 3^2 \cdot 7$, количество делителей $(2+1)\cdot(1+1) = 6$, находим делители: 1, 3, 7, 9, 21, 63, складываем, получаем ответ 104.

Ответ: 104.

Пример 10. Задание В11 (2020 г.). Найдите все пары (m, n) целых чисел, которые связаны соотношением $m^2 + 4m = n^2 - 2n + 4$. Пусть k – количество таких пар, m_0 – наименьшее из значений m, тогда значение выражения $k \cdot m_0$ равно… [2, с. 188].

Решение.

Это уравнение в целых числах второй степени. Путем нехитрых преобразований получаем:

$m^2 + 4m + 4 = n^2 - 2n + 1 + 7;$

$(m+2)^2 = (n - 1)^2 + 7;$

$(m+2)^2 - (n - 1)^2 = 7;$

$((m + 2) + (n - 1))\cdot(m + 2) - (n - 1)) = 7;$

$(m + n + 1)\cdot(m - n + 3) = 7.$

Далее, перебрав возможные значения произведений целых чисел, получаем возможные значения пар чисел m и n.

m	–6	–6	2	2
n	–2	4	–2	4

Тогда произведение $k \cdot m_0 = 4\cdot(-6) = -24$.

Ответ: –24.

Пример 11. Задание В13 (2021 г.). Петя записал на доске два различных натуральных числа. Затем он их сложил, перемножил, вычел из большего записанного числа меньшее и разделил большее на меньшее. Сложив четыре полученных результата, Петя получил число 1089. Найдите все такие пары натуральных чисел. В ответ запишите их сумму [3, с. 12].

Решение.

Сразу заметим, что сумма, разность и произведение чисел были натуральными. Поскольку сумма всех четырех результатов оказалась натуральной, частное тоже было целым (и, следовательно, натуральным). Обозначим эти числа: y и xy (меньшее и большее соответственно).

По условию, $xy^2 + (y + xy) + (xy - y) + x = 1089$.

$xy^2 + 2xy + x = 1089,$

$x\cdot(y^2 + 2y + 1) = 1089,$

$x\cdot(y + 1)^2 = 33^2.$

Значит, 33 кратно y + 1, что дает варианты:

1) $y + 1 = 3$, $y = 2$, $x = 11^2 = 121$, $xy = 242$;

2) $y + 1 = 11$, $y = 10$, $x = 3^2 = 9$, $xy = 90$;

3) $y + 1 = 33$, $y = 32$, $x = 1^2 = 1$, $xy = 32 = y$, что не соответствует условию.

Значит, сумма всех чисел в найденных ответах равна

$2 + 242 + 10 + 90 = 344$.

Ответ: 344.

Пример 12. Задание В10 (2022 г.). При делении натурального числа b на 25 с остатком, отличным от 0, неполное частное равно 5. К числу b слева приписали некоторое натуральное число a. Полученное натуральное число разделили на 20 и получили 12 в остатке. Найдите число b [4, с. 12].

Решение.

Поскольку при делении на 25 получаются ненулевые остатки от 1 до 24, число b может быть от $25\cdot5 + 1$ до $25\cdot5 + 24$, то есть от 126 до 149 (для 125 не было бы остатка, а для 150 частное было бы равно 6).

Приписать к трехзначному числу слева десятичную запись числа a, это все равно что прибавить к числу 1000a. Итак, остаток от деления 1000a + b на 20 равен 12. Очевидно 1000a кратно 20 и не влияет на остаток, поэтому само число b должно давать остаток 12 при делении на 20. Таким свойством обладает число 132, а ближайшие его соседи с этим свойством это 112 и 152, что уже не вписывается в указанный промежуток.

Ответ: 132.

Пример 13. Задание В10 (2022 г.). О натуральных числах a и b известно, что a/b = 5/14, НОД (a; b) = 3. Найдите НОК (a + b; 6) [4, с. 32].

Решение.

Зная, как находится НОД двух чисел, учащийся понимает, что a и b могут принимать только значения 15 и 42 соответственно. Тогда

НОК (a + b; 6) = НОК (57; 6) = 114.

Ответ: 114.

Следующий важный момент математического развития учащихся и подготовки в выпускному экзамену – это решение задач с параметрами. Полагаем не совсем правильным, что из программы ЦТ они практически исключены. Вероятно, они вернутся в рамках олимпиад учреждений высшего образования. Эти задачи, на наш взгляд, развивают логическое мышление и умение анализировать.

Решение задач с параметром также считаем целесообразным начинать решать не в 11-м классе, а значительно ранее. Например, в 6-м классе можно решать последовательно уравнения с модулем: $|x| = 3$; $|x| = -3$; $|x| = a$. В 7-м классе при изучении линейных уравнений, изучении линейных неравенств, систем линейных неравенств смело можно и нужно добавлять параметр. В 8-м классе можно вводить параметры при изучении квадратных уравнений и квадратных неравенств. Приведем примеры таких заданий.

Пример 14. Решить линейные уравнения с параметром.

1. При каких значениях параметра a уравнение $6\cdot(ax - 1) - a = 2\cdot(a + x) - 7$ имеет бесконечно много решений?

2. При каких значениях параметра a уравнение $2\cdot(a - 2x) = ax + 3$ не имеет решений?

3. При каком значении параметра а прямые $2x + 2y = 4$ и $ax - 5y = 13$ пересекаются в точке, принадлежащей оси абсцисс?

4. При каком значении параметра а прямые $7x - 9y = 14$ и $6x - ay = 10$ пересекаются в точке, принадлежащей оси ординат?

5. При каком значении параметра а уравнение $3\cdot(x-2a) = 4\cdot(1-x)$ имеет отрицательное решение?

Пример 15. При каких значениях параметра b уравнение $x^2 + bx + 4= 0$:

а) имеет один из корней, равный 3;

б) имеет действительные различные корни;

в) имеет один корень;

г) не имеет действительных корней?

Пример 16. Решите относительно x уравнение: $a\cdot x2 - (6a - 3)\,x + (5a - 15) = 0$.

Пример 17. Найти значения параметра а, при которых корни x_1, x_2 уравнения $2x^2 - (2a + 1)\,x + +a\,(a - 1) = 0$ удовлетворяют условиям $x_1 < a < x_2$.

Следующее направление развития математического интеллекта учащихся – решение задач различными способами.

Например, при изучении квадратных уравнений можно предложить учащимся поискать материал о способах их решения. Обычно кто-то готовит (или находит) презентацию о десяти способах, которые анализируются всеми учениками на уроке. Способы решения с помощью циркуля и линейки или таблиц Брадиса, конечно, так и остаются в презентации. Формулы для уравнений с четным вторым коэффициентом учащиеся не всегда используют, предпочитая общий подход. А вот так называемый метод переброски коэффициента ребята достаточно быстро схватывают и активно используют при решении неприведенных квадратных уравнений.

Пример 18. Решите уравнение: $2x^2 - 11x +15 = 0$.

Решение.

Умножив левую и правую часть уравнения на коэффициент 2, получаем уравнение $(2x)^2 - 11(2x) +30 = 0$. Введя новую переменную $y = 2x$, получаем новое уравнение $y^2 - 11y + 30 = 0$ (говорим, что «перебросили коэффициент 2 к свободному члену»). Определяем, что дискриминант $D > 0$, и, используя теорему Виета и ей обратную, получаем корни: 5 и 6. Далее возвращаемся к корням исходного уравнения, разделив полученные корни на переброшенный коэффициент 2. Получаем: $x = 2{,}5$; $x = 3$.

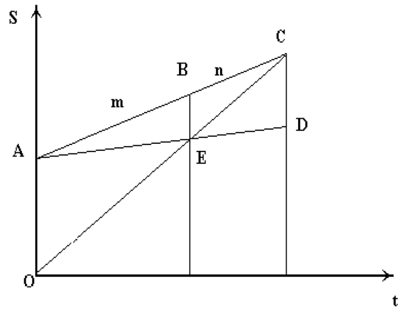
Ответ: 2,5; 3.

При решении текстовых задач следует знакомить учащихся с графическим способом.

Пример 19. Грибник и рыболов находятся на расстоянии 220 м от охотника. Когда охотник догнал грибника, рыболов отставал от них на 180 м. На каком расстоянии от рыболова был грибник, когда охотник догнал рыболова? [5, с. 4–6.]

Решение.

Построим графики движений. На чертеже точки пересечений графиков соответствуют встрече объектов в какой-то момент времени. За начальную возьмем точку, в которой находился охотник, когда был на расстоянии 220 м от рыболова и грибника.



На чертеже OA=220 м, CD=180 м, BE – искомый отрезок, обозначим его через x.

Рассмотрев две пары подобных треугольников (Δ OAC и Δ EBC, Δ BAE и Δ CAD), получаем уравнения:

$$\frac{x}{220} = \frac{n}{m+n} \text{ и } \frac{x}{180} = \frac{m}{m+n}.$$

Сложив эти уравнения, получим:

$$\frac{x}{220} + \frac{x}{180} = 1$$

$$x = \frac{220\cdot 180}{400} = 99.$$

Ответ: 99.

Учащиеся в одном классе имеют различный уровень математической подготовки и различные познавательные способности, поэтому не у каждого всегда получается при разложении на множители дойти до уравнения в целых числах или при решении квадратных уравнений правильно выполнять задания с параметром и ограничениями на корни. Поэтому целесообразно педагогу заранее готовить и раздавать в начале урока каждому ученику рабочие листы с заданиями различного уровня, рассчитанными на выполнение в течение школьного занятия. По ним учащиеся сами ставят себе цель на этот урок, выстраивают свою траекторию, могут выставлять условные баллы за каждое задание и самому оценить уровень сформированности умений.

Учителя гимназии заинтересованы в использовании современных средств обучения. Из различных облачных сервисов на практике активно применяются Google Forms (Google Формы) [6]. Данная платформа крайне удобна. Собственный опыт показывает, что ее помощью можно достаточно быстро создавать тесты, которые доступны всем учащимся. Google Формы адаптированы под мобильные устройства. Создавать, просма-

Использование Google Forms на уроке

тривать, редактировать и пересылать их можно с телефона и планшета с помощью облегченной мобильной версии с полной функциональностью. Кроме того, форму можно подключить к электронной таблице Google, и тогда ответы респондентов будут сохраняться в ней. При использовании выбора ответа тесты автоматически проверяются, и можно увидеть свои результаты. Если же ребята записывают в форму свои ответы, проверять их в таблице тоже достаточно быстро и удобно.

Используются Google Forms для проверки домашнего задания. Для этого ребятам дается ссылка на форму и оговаривается дедлайн для выполнения задания (например, вечером накануне урока). Таким образом, педагог видит, насколько хорошо учащиеся справились с домашним заданием, на какие моменты нужно обратить внимание на уроке. Возможности платформы позволяют либо разрешить отвечать на вопрос однократно, либо отвечать до тех пор, пока не получишь правильный ответ (это удобно, если цель – тренировка).

Можно применять Google Forms и для проведения вводного контроля. Это очень удобно, так как сразу видно статистику по классу, результаты очень зрелищны, понятны, так как представляются на доске в виде диаграмм. Иногда применяются Google Формы для проведения самостоятельных работ, а также при подготовке к экзаменам, ЦЭ, ЦТ.

Заключение. Представленный педагогический опыт подготовки учащихся к выпускным экзаменам по математике может быть использован учителями-предметниками в учреждениях общего среднего образования при обучении математике на различных уровнях, а также преподавателями университетов при подготовке будущих учителей к их успешной профессиональной деятельности.

Литература

1. Плют, Н.Ю. Интерактивный плакат как средство визуализации учебной информации по математике / Н.Ю. Плют // Современное образование Витебщины. – 2023. – № 2(40). – С. 42–45.

2. Централизованное тестирование. Математика: полный сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний М-ва образования Респ. Беларусь. – Минск: Аверсэв, 2021. – 229 с.

3. Централизованное тестирование. Математика: сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний М-ва образования Респ. Беларусь. – Минск: Аверсэв, 2021. – 45 с.

4. Централизованное тестирование. Математика: сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний М-ва образования Респ. Беларусь. – Минск: Новое знание, 2022. – 49 с.

5. Пирютко, О.Н. Графический материал в процессе решения текстовых задач [Электронный ресурс] / О.Н. Пирютко // Физико-математический факультет БГПУ. – Режим доступа: http://mif.bspu.by/matherials/Mathem/Pirutko/mt/pub4.pdf. – Дата доступа: 22.06.2023.

6. Google Формы – бесплатное создание форм онлайн [Электронный ресурс] // Google Forms. – Режим доступа: https://www.google.com/intl/ru/forms/about/. – Дата доступа: 22.06.2023.