

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

МИНСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО  
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени А. М. ГОРЬКОГО

На правах рукописи

ГАВРИЛЮК Александр Владимирович

УДК 371.3:51(077)

**МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ  
НЕПРЕРЫВНОСТИ И ПРЕДЕЛА ФУНКЦИИ  
НА ОСНОВЕ ЕСТЕСТВЕННЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ  
В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ.**

(13.00.02 — методика преподавания математики)

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

Минск 1983

Работа выполнена в Гомельском государственном университете.

Научный руководитель - кандидат педагогических наук, старший научный сотрудник В.В.Барсов.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Б.К.Ландо; кандидат педагогических наук, профессор Г.Н.Слободяв.

Ведущая организация - Ульяновский государственный педагогический институт имени И.Н.Ульянова.

Защита состоялась "12" июня 1983 года в 14 часов на заседании специализированного совета К ПЗ.16.03 по присуждению ученой степени кандидата наук при Минском ордена Трудового Красного Знамени государственном педагогическом институте имени А.М.Горького по адресу: 220809, Минск, ул. Советская, 18, главный корпус, ауд. 330.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан "12" июня 1983 года.

Ученый секретарь  
специализированного совета

профессор Т.М.Кураченко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В решениях XXVI съезда КПСС, в постановлении ЦК КПСС и Совета Министров СССР "О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду" (декабрь 1977 г.) отмечалась излишняя усложненность школьных программ и учебников, затрудняющая обучение и ведущая к неоправданной перегрузке ребят. Важнейшей задачей, стоящей перед советской школой, является улучшение качества программ и учебников, обеспечение доступности, внутренней преемственности и логической последовательности изучаемых предметов на всех ступенях обучения.

Необходимость и возможность изучения начал математического анализа в средней школе в настоящее время не вызывает сомнений. Более пятнадцати лет этот раздел математики является важной частью школьного математического образования. В программе по математике, принятой в 1982 году, значительное место занимают начала математического анализа.

Большой опыт обучения началам анализа, накопленный советской школой, свидетельствует, что наибольшие трудности у учащихся вызывает усвоение понятия предела — одного из ведущих понятий школьного курса алгебры и начал анализа. Анализ практики обучения, многолетнего массового опыта показывает, что качество знаний учащихся по теме "Предел и непрерывность функции" очень часто оказывается неудовлетворительным. Академик А.Н. Колмогоров отмечал: "Хорошо известно, что строгие определения различных вариантов понятия предела (предел последовательности, предел функции в точке, предел функции при  $x \rightarrow +\infty$  и т.п.) плохо усваиваются школьниками. Попытки применения заученных формулировок типа "для каждого  $\varepsilon$  существует такое  $\delta$ "

слишком часто приводит лишь к путанице".<sup>1</sup> Следует признать, что практика обучения полностью подтвердила категорическое утверждение А.Н. Хинчина о нецелесообразности использования определения предела по Коши в школьном курсе математики: "... если даже допустить, что в отдельных случаях опытному педагогу при значительной затрате времени и сил удастся заставить своих учеников справиться с заложенными в этом определении формальным-

<sup>1</sup> Колмогоров А.Н. О понятии предела в общеобразовательной школе. — Математика в школе, 1982, № 5, с. 56

ми трудностям, то уже во всяком случае связать эту формальную схему с реальным предельным переходом в наиболее действительности — дело совершенно непосильное сознанию школьника ...”

В активе методической науки имеется много исследований, учебников и учебных пособий, в которых всесторонне рассматриваются вопросы методики изучения предела и непрерывности функций на основе традиционных определений, используются различные методические приемы, позволяющие, по возможности, облегчить усвоение учащимися этих определений (А.Н.Колмогоров, А.Я.Хинчин, Я.С.Дубнов, Н.Я.Виленкин, А.Г.Мордкович, В.К.Смышляев, Г.Н.Яковлев, Б.Е.Вейц, И.Т.Демидов, А.А.Дадаян, И.А.Новик, И.А.Марьянский, М.С.Мацкин, Р.Ю.Мацкина, А.Б.Василевский, А.П.Войничковский, Н.Г.Ованесов, К.Ф.Топольницкая, М.Д.Чернявский и др.). Многие исследователи рассматривали возможности использования, главным образом, при углубленном изучении математики различных “чисто топологических” форм определения предела, предела в порядочной переменной, предела по фильтру и базису фильтра (Е.В.Галкин, В.П.Пирютко, В.В.Рыжков, Г.М.Сарагин, Л.И.Федорова и др.).

Важно отметить, что трудности изучения понятия предела возникают у учащихся, несмотря на довольно высокий уровень развития представлений о пределе и непрерывности. Представления учащихся о пределе (представления о стремлении и неограниченном приближении, представления о непрерывности процесса, непрерывности объекта и представления о непрерывной зависимости величин) неизбежно формируются и развиваются в результате жизненного опыта и в процессе изучения основных разделов школьных курсов математики и физики 6–8 классов. Эти представления мы в дальнейшем будем называть естественными (в отличие от представлений, которые могли бы быть специально сформированы с той или иной целью). Возникает предположение, что одной из основных причин трудностей изучения предела и непрерывности функции является противоречие между используемыми определениями этих понятий и естественными представлениями учащихся.

Возможность успешного формирования научных представлений о непрерывности и пределе функции при использовании естественных представлений учащихся о непрерывности объекта и непрерывной за-

<sup>1</sup> Хинчин А.Я. Педагогические статьи. — М.: Изд. АПН РСФСР, 1963, с.60

зависимости величина обосновывается и реализуется в работах С.И.Шварцбурда, О.С.Ивашева-Мусатова, Е.Г.Глаголевой, Л.О.Денишевой, Б.В.Сорокина и др. Однако, переход от представлений о непрерывности функции к понятию "непрерывная функция", вводимому с помощью  $\epsilon - \delta$  определения, оказывается и в этом случае очень непростым делом.

Новый этап решения проблемы обучения школьников началам анализа в условиях всеобщего среднего образования связан с появлением книги академика Л.С.Понтрягина "Математический анализ для школьников". В этой книге понятие предела не определяется, а разъясняется при введении касательной и производной. Свойства предела поясняются, опираясь на представления учащихся о стремлении и неограниченном приближении, и вводятся при изучении соответствующих свойств производной. Такой подход повышает доступность для учащихся курса алгебры и начал анализа, позволяет высвободить значительное время, затрачиваемое на изучение темы "Предел и непрерывность функции", и, следовательно, уделить больше внимания изучению производной и интеграла. Кроме того, обучение математическому анализу, начинающееся с производной и ее приложений, должно способствовать формированию и поддержанию на высоком уровне интереса учащихся к изучаемому материалу, что является необходимым условием успешности обучения.

Отсутствие формального определения предела и большая роль метода предельного перехода делают совершенно недопустимым появление расплывчатости и двусмысленности в процессе преподавания, обуславливают необходимость тщательного методического анализа естественных представлений учащихся о пределе и разработки методики формирования научных представлений о пределе функции. Несомненно, что учитель должен знать формальное определение предела, и а о с н о в е которого проводится обучение. Это определение, хотя и не сообщается учащимся, должно быть согласовано с теми представлениями о предельном переходе, которые используются и развиваются при изучении начал математического анализа. Только на такой основе учитель может избежать ошибок в процессе преподавания, выделять существенные и постепенно дифференцировать несущественные признаки понятий стремления и предела. Большое значение имеет также уверенность учителя в корректности изложения материала, научности обучения.

Понятие предела не включено в раздел "Содержание обучения" принятой программы по математике. Это является, прежде всего, подтверждением того факта, что традиционный подход к изучению предела (и теории пределов) не соответствует принципу доступности обучения. С другой стороны, общепризнано, что изучение производной и интеграла – центральных понятий математического анализа – невозможно без использования идеи предельного перехода в том или ином виде. Таким образом, понятие предела должно оставаться в центре внимания учителей, авторов учебников и исследований по методике преподавания начал анализа, не являясь при этом объектом специального изучения школьниками.

Проблема разрешения противоречия между естественными представлениями учащихся о пределе и непрерывности и традиционными определениями этих понятий имеет еще один аспект, связанный с обучением математическому анализу на факультативах и в классах с углубленным изучением математики. Исходя из положения, что в общеобразовательной школе обучение математическому анализу будет проводиться в соответствии с методической установкой Л.С.Понтригина, опираясь только на представления учащихся о предельном переходе, необходимо исследовать возможности уточнения именно этих представлений таким образом, чтобы углубленное изучение математического анализа являлось действительно углублением знаний учащихся, получаемых в обычных классах общеобразовательной школы.

Предметом нашего исследования является противоречие между естественными представлениями учащихся о пределе и непрерывности, формирующимися в результате жизненного опыта и в процессе изучения важнейших разделов курсов математики и физики 6-8 классов, и определениями этих понятий, традиционно используемыми в практике обучения.

Объект исследования: процесс обучения учащихся 6-9 классов средней школы ведущим понятиям математического анализа.

Целью исследования была избрана разработка методики изучения предела и непрерывности функции на факультативах и в классах с углубленным изучением математики, а также методики формирования научных представлений о пределе функции у учащихся обычных классов общеобразовательной школы, обеспечивающих доступность обучения и увеличение возможностей дифференциации обучения.

Основные результаты исследования опубликованы в следующих работах автора:

1. О введении понятия непрерывности на базе интуитивных представлений о непрерывных процессах. - В кн.: Углубленное изучение математики и ее приложений: Сб. науч. тр. НИИ СяМО АПН СССР, М., 1977, с. 62-66 (в соавторстве с В.В.Фирсовым).
2. Об одной схеме введения понятий предела и непрерывности. - Математика в школе, 1979, № 4, с. 76-78.
3. Отображения, порождающие непрерывность. - В кн.: 5 Республиканская конференция математиков Белоруссия: Тез. докл. Респуб. конф. Гродно, 1980, ч.2, с. 105.
4. Непрерывность и предел функции на основе естественных определений: Учеб. задания для учащихся. - М.: НИИ СяМО АПН СССР, 1980. - 16 с.
5. Методика изучения непрерывности и предела функции на основе естественных определений. - В кн.: Совершенствование содержания и методов обучения естественно-математическим дисциплинам в средней школе: Сб. науч. тр. НИИ СяМО АПН СССР, М., 1981, с. 72-74.
6. Возможности дифференцированного подхода к учащимся при обучении непрерывности и пределу на основе естественных определений. - В кн.: Пути повышения качества обучения и вос-

питания учащихся в процессе изучения естественно-математических дисциплин в средней школе: Сб. науч. тр. НИИ СибМО АПН СССР, М., 1982, с. 14-16.

7. *Limite et continuité.* - Annaba : Ed. d'université, 1978. - 50 p.
8. *Recueil des problèmes de mathématique.* - Annaba : Ed. d'université, 1978. - 11 p.
9. *L'identification de la continuité.* - *Revue mathématique.* - Annaba, 1978, p. 11-16.
10. *Couples des applications définissant la continuité sur les espaces topologiques.* - *Revue mathématique.* - Annaba, 1978, p. 71-74.

*Takp*