

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.444 + 517.589

**ВАСИЛЬЕВ**  
Юрий Валерьевич

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
С ФУНКЦИЯМИ ТРИКОМИ И УИТТЕКЕРА  
В ЯДРЕ**

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и  
функциональный анализ

Минск, 2017

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в Белорусском государственном университете.

Научный руководитель — **Килбас Анатолий Александрович**,  
доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты: **Ровба Евгений Алексеевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой фундаментальной и  
прикладной математики  
УО "Гродненский государственный университет  
им. Я. Купалы";

**Гринько Александр Петрович**,  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
доцент кафедры прикладной математики и  
информатики  
УО "Брестский государственный университет  
им. А.С. Пушкина".

Оппонирующая организация — УО "Гомельский государственный  
университет им. Ф. Скорины".

Защита состоится 12 мая 2017 г. в 12.00 часов на заседании совета по  
защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном универси-  
тете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (корпус юридического  
факультета), ауд. 407, телефон ученого секретаря (017) 209-57-09.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке Бе-  
лорусского государственного университета.

Автореферат разослан "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2017 г.

Учёный секретарь  
совета по защите диссертаций  
доктор физико-математических наук,  
профессор

В.А. Еровенко

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## ВВЕДЕНИЕ

Теория специальных функций и интегральных преобразований в последние годы развивается достаточно интенсивно. Во многом это вызвано тем, что они часто возникают при решении как математических проблем, так и прикладных задач физики, механики и иных наук естествознания. Использование специальных функций и интегральных преобразований в теории дифференциальных и интегральных уравнений, операционном исчислении, теории краевых задач позволяет находить их решения в замкнутой форме и изучать их структурные свойства.

К настоящему моменту наиболее изучены специальные функции гипергеометрического и бесселева типа, классические ортогональные многочлены, классические преобразования Фурье, Меллина и Ханкеля, которые широко используются при решении различных проблем математической физики, квантовой механики, химии и прикладной математики. Также эти функции и порождаемые ими интегральные преобразования находят применение при решении различных модельных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Начиная со второй половины XX века при рассмотрении различных прикладных немодельных задач их решения зачастую также представлялись в виде интегральных преобразований со специальными функциями в ядрах. Интерес к таким преобразованиям также вызван изучением соответствующих интегральных уравнений первого рода и так называемых парных и тройных интегральных уравнений, часто встречающихся в приложениях.

Интегральные преобразования с различными специальными функциями в ядре исследовались многими авторами. В основном они рассматривались в пространствах Лебега  $\mathcal{L}_1$  и  $\mathcal{L}_2$ , в пространствах обобщенных и в некоторых пространствах специально определенных функций. Например, такие результаты были представлены в виде примеров в книгах Э.Ч. Титчмарша, И.Н. Снеддона, В.А. Диткина и А.П. Прудникова вместе с теорией классических преобразований. В этих публикациях рассматривались одномерные интегральные преобразования.

Многомерный случай исследовался в работах Ю.А. Брычкова, Х.Ю. Глеске, А.П. Прудникова, Ву Ким Туана и других математиков.

Результаты для интегральных преобразований в пространствах специально определенных и обобщенных функций приводились в книгах Р.С. Патака, Ю.А. Брычкова и А.П. Прудникова.

Важное место в этих исследованиях занимают интегральные преобразования с функциями Трикоми и Уиттекера в ядрах. Через эти функции

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

выражаются решения двух известных дифференциальных уравнений, возникших при исследовании значимых задач физики, и результаты, так или иначе связанные с ними, постепенно заняли значительное место в теории специальных функций.

Кроме Ф. Трикоми и Э. Уиттекера, в честь которых эти функции и были названы, существенный вклад в их теорию внесли Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Я. Люк, Дж. Уимп, Л. Слейтер и др.

Из исследователей последнего времени следует отметить Г. Сриваставу, С.Б. Якубовича, А.А. Килбаса, Р.С. Патака.

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию свойств функции Трикоми и связанной с ней определенным соотношением функции Уиттекера, которые являются решениями соответствующих дифференциальных уравнений. Для этих функций приведены представления через вырожденную гипергеометрическую функцию Куммера, а также различные интегральные представления. Сделан краткий обзор результатов других исследователей этих функций.

В диссертации изучены интегральные преобразования с функциями Трикоми и Уиттекера в ядрах в пространствах  $r$ -суммируемых функций  $\mathcal{L}_{\nu,r}$  на действительной полуоси со степенным весом. При этом получены условия ограниченности операторов таких преобразований из одних пространств в другие, и дано описание их образов через образы действия композиций дробных интегралов Эрдейи–Кобера и обобщенного преобразования Лапласа.

Также рассмотрены некоторые модифицированные и обобщенные формы интегральных преобразований с указанными функциями в ядрах, для которых получены аналогичные результаты.

Отдельная глава посвящена нахождению асимптотических разложений для этих интегральных преобразований в нуле и на бесконечности. Построение таких разложений имеет значительный практический смысл, так как применение математических методов к исследованию явлений в природе и социальной среде чаще всего заканчивается вычислением или более или менее точной оценкой значений некоторых функций, часто представимых в виде интегральных преобразований других функций. При этом точные вычисления возможны далеко не всегда. Одним из наиболее простых математических инструментов для приближения функции является разложение ее в функциональный ряд, в частности, в асимптотический ряд.

В работе также изучено интегральное преобразование, включающее в качестве ядра функцию Уиттекера, в котором интегрирование ведется по одному из индексов этой функции. Свойства такого интегрального преобра-

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

зования, область значений и формула обращения установлены на пространстве  $\mathcal{L}_p(\mathbb{R})$  для  $p \geq 1$ .

В случае пространства суммируемых функций со специальным весом для данного интегрального преобразования доказан аналог теоремы Планшереля и равенство Парсеваля.

Данная работа посвящается светлой памяти профессора Анатолия Александровича Килбаса, оказавшего всемерную помощь и поддержку автору, но волею судьбы не дожившему до ее завершения.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Связь работы с крупными научными программами и темами**

Исследования проводились на кафедре теории функций Белорусского государственного университета в рамках ряда научно-исследовательских тем, входящих в республиканскую программу «Математические структуры»:

1. «Функции гипергеометрического типа и их приложения в математике и механике» (2006–2010 гг., НИР БГУ 602/25, номер госрегистрации 20062060);
2. «Специальные функции, интегральные преобразования и их приложения» (2001–2005 гг., БГУ 901/25, номер госрегистрации 20011679);
3. «Исследование качественных и количественных свойств отображений абстрактных пространств» (2011–2015 гг., НИР БГУ 463/25, номер госрегистрации 20113526).

### **Цель и задачи исследования**

Целью диссертационной работы является изучение свойств новых специальных функций, обобщающих функции Трикоми и Уиттекера, и изучение функциональных свойств интегральных преобразований с такими функциями в ядрах в весовых пространствах суммируемых функций.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Получить условия ограниченности интегральных преобразований с функциями Трикоми и Уиттекера в ядре, формулы представления их образов через образы композиций преобразований дробного интегрирования и

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

обобщенного преобразования Лапласа в весовых пространствах суммируемых функций, формулы асимптотических разложений для этих интегральных преобразований в нуле и в бесконечности.

2. Доказать ограниченность интегрального преобразования, включающего в качестве ядра функцию Уиттекера, в котором интегрирование ведется по одному из индексов этой функции, в пространстве  $p$ -суммируемых функций, получить формулу обращения такого преобразования.

3. Доказать аналог теоремы Планшереля и равенство Парсеваля для интегрального преобразования по индексу с функцией Уиттекера в ядре для пространства суммируемых функций со специальным весом.

Объектом исследования являются интегральные преобразования с функциями Трикоми и Уиттекера в ядрах. Предметом исследования являются альтернативные интегральные представления таких преобразований, их области значений, асимптотические разложения, формулы обращения.

### **Научная новизна**

В диссертации получены новые результаты, характеризующие действие интегральных преобразований типа свертки с функциями Трикоми и Уиттекера в ядре. Также для таких преобразований в работе получены новые асимптотические формулы в нуле и в бесконечности.

В работе получен ряд новых результатов, описывающих действие интегрального преобразования по индексу с функцией Уиттекера в ядре, в котором интегрирование ведется по одному из индексов этой функции, в пространстве  $p$ -суммируемых функций. Также для такого преобразования в работе доказаны аналог теоремы Планшереля и равенство Парсеваля для пространства суммируемых функций со специальным весом.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Условия ограниченности интегральных преобразований с функциями Трикоми и Уиттекера в ядре, формулы представления их образов через образы композиций преобразований дробного интегрирования и обобщенного преобразования Лапласа, формулы асимптотических разложений для этих интегральных преобразований в нуле и в бесконечности.

2. Теорема об ограниченности интегрального преобразования, включающего в качестве ядра функцию Уиттекера, в котором интегрирование ведется по одному из индексов этой функции, в пространстве  $p$ -суммируемых функций, формула обращения такого преобразования.

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

3. Аналог теоремы Планшереля и равенство Парсеваля для интегрального преобразования по индексу с функцией Уиттекера в ядре для пространства суммируемых функций со специальным весом.

### **Личный вклад соискателя**

Диссертация представляет собой самостоятельное исследование соискателя. Основные результаты, приведенные в диссертации, получены автором лично. Роль соавторов в совместных публикациях заключалась в постановке научных задач и обсуждении результатов.

### **Апробация диссертации и информация об использовании ее результатов**

Результаты, вошедшие в диссертационную работу, докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и семинарах:

1. Международная конференция «Краевые задачи, специальные функции и дробное исчисление», посвященная 90-летию со дня рождения академика Ф.Д. Гахова (Минск, 16–20 февраля 1996 г.);
2. 3-я Международная конференция AMADE (Минск, 4–9 сентября 2003 г.);
3. 5-я Международная конференция AMADE (Минск, 14–19 сентября 2009 г.);
4. 8-й Международный семинар AMADE (Минск, 14–19 сентября 2015 г.).

Результаты неоднократно докладывались в 1995 — 2016 гг. на заседаниях Минского городского семинара по анализу и его приложениям им. акад. Ф.Д. Гахова. Руководителями семинара в эти годы являлись проф. Э.И. Зверович, проф. А.А. Килбас, проф. В.Г. Кротов.

### **Опубликованность результатов диссертации**

Основные результаты диссертации опубликованы в 11 научных работах, из которых 6 — статьи в соответствии с п.18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (общим объемом 3.52 авторского листа), 2 — статьи в сборниках материалов научных конференций, 3 — тезисы.

## Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики работы, трех глав, заключения и библиографического списка.

Первая глава содержит аналитический обзор литературы по теме исследования.

Во второй главе изучены интегральные преобразования типа свертки, включающие в качестве ядра функции Трикоми и Уиттекера, в весовых пространствах  $r$ -суммируемых функций. Приведены различные представления для рассмотренных преобразований, условия их действия и область значений. Также здесь рассмотрено интегральное преобразование, включающее в качестве ядра функцию Уиттекера, в котором интегрирование ведется по одному из индексов этой функции. Свойства такого интегрального преобразования, область значений и формула обращения установлены на пространстве  $\mathcal{L}_p(\mathbb{R})$  для  $p \geq 1$ . В случае гильбертова пространства со специальным весом для данного интегрального преобразования доказан аналог теоремы Планшереля и равенство Парсеваля.

В третьей главе получены представления с помощью сверток Меллина для интегрального преобразования  $(\Psi f)(\lambda)$  с функцией Трикоми в ядре, обобщенного интегрального преобразования Уиттекера  $(\mathbf{W}_{\rho,\gamma}^k f)(\lambda)$ , а также их модифицированных форм  $(\Psi_{\sigma,\kappa;\alpha,\beta,h} f)(\lambda)$  и  $(\mathbf{W}_{\rho,\gamma;\sigma,\kappa;\alpha,\beta,h} f)(\lambda)$ . Для этих преобразований получены формулы асимптотических разложений при  $\lambda \rightarrow +0$  и  $\lambda \rightarrow +\infty$ .

Полный объем диссертации составляет 97 страниц. Библиографический список содержит 61 наименование, включая собственные публикации автора.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

**Глава 1** содержит краткий обзор исторических сведений по вопросам, связанным с функциями Трикоми и Уиттекера. Приведены дифференциальные уравнения, решениями которых эти функции являются, и их интегральные представления. Указана связь таких функций с другими специальными и элементарными функциями.

Также в первой главе уделено внимание теории интегральных преобразований со специальными функциями. В том числе, приведены результаты, связанные с обобщенным интегральным преобразованием с функцией Уиттекера в ядре.

Здесь же дано описание используемых в диссертации методов исследований и приведено краткое содержание работы.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

1. Получены условия ограниченности интегральных преобразований с функциями Трикоми и Уиттекера в ядре, формулы представления их образов через образы композиций преобразований дробного интегрирования и обобщенного преобразования Лапласа, формулы асимптотических разложений для этих интегральных преобразований в нуле и в бесконечности. [2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11]

2. Доказана ограниченность интегрального преобразования, включающего в качестве ядра функцию Уиттекера, в котором интегрирование ведется по одному из индексов этой функции, в пространстве  $p$ -суммируемых функций, получена формула обращения такого преобразования. [1, 9]

3. Доказаны аналог теоремы Планшереля и равенство Парсеваля для интегрального преобразования по индексу с функцией Уиттекера в ядре для пространства суммируемых функций со специальным весом. [1, 7, 9]

### Рекомендации по практическому использованию результатов

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях функций Трикоми и Уиттекера, интегральных преобразований с этими функциями в ядрах и их приложений к решению интегральных и дифференциальных уравнений. Можно предполагать возможность использования асимптотических формул при моделировании некоторых процессов в области биологии (преобразования с функцией Трикоми) и электромагнетизма (преобразования с функцией Уиттекера).

Результаты могут быть также использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов в Белорусском государственном университете, УО «Гродненский государственный университет им. Я. Купалы», УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины».

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

# СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ

### Статьи в научных журналах

1. Srivastava, H. M. A class of index transforms with Whittaker's function as the kernel / H. M. Srivastava, S. B. Yakubovich, Yu. V. Vasil'ev // *Quart.J.Math.Oxford(2)*. — 1998. — Vol. 49. — P. 375–394.
2. Vasil'ev, Yu. V. Modified Whittaker Transform on  $\mathcal{L}_{\nu,r}$ -space / Yu. V. Vasil'ev // *Fractional Calculus and Applied Analysis*. — 2003. — Vol. 6, № 1. — P. 97–108.
3. Vasil'ev, Yu. V. On asymptotic expansion of generalized Whittaker Transform / Yu. V. Vasil'ev // *Integral Transforms and Special Functions*. — 2005. — Vol. 16, № 5–6. — P. 499–503.
4. Васильев, Ю. В. Интегральные преобразования с функцией Трикоми в ядре в пространстве  $\mathcal{L}_{\nu,r}$  / Ю. В. Васильев // *Вести НАН Беларуси. Сер. Физ.–Мат. наук*. — 2007. — № 1. — С. 10–15.
5. Vasil'ev, Yu. V. On asymptotic expansion of a generalization of integral transform with the Tricomi function as the kernel / Yu. V. Vasil'ev // *Siauliai Mathematical Seminar* — 2015. — Vol. 10, № 18. — P. 113–120.
6. Васильев, Ю. В. Асимптотические разложения для модифицированного интегрального преобразования с функцией Уиттекера в ядре / Ю. В. Васильев // *Вестник БГУ, серия 1. Математика и информатика*. — 2016. — № 2. — С. 103–109.

### Статьи в сборниках материалов научных конференций

7. Vasil'ev, Yu. V. On Plancherel's Theorem for the Index Transform with Whittaker's Function as the Kernel / Yu. V. Vasil'ev // *Boundary Value Problems, Special Functions and Fractional Calculus, Proc. Conf., Minsk, february 16–20, 1996 — Minsk, 1996*. — P. 38–43.
8. Васильев, Ю. В. Об асимптотическом разложении интегрального преобразования с функцией Трикоми в ядре / Ю. В. Васильев // *Труды 5-й международной конференции AMADE, Минск, 14–19 сентября 2009. В 2 т.* — Минск, 2010. — Т. 1: Математический анализ. — С. 36–40.

### Тезисы

9. Васильев, Ю. В. О преобразовании по индексу с функцией Уиттекера

/ Ю. В. Васильев, С. Б. Якубович // Тезисы докладов Международной конференции «Краевые задачи, специальные функции и дробное исчисление», Минск, Беларусь, 16–20 февраля 1996. — Минск, 1996. — С. 24.

10. Vasil'ev, Yu. V. On asymptotic expansion of generalized Whittaker Transform /Yu. V. Vasil'ev // Abstracts of Reports of the 3-rd International Conference AMADE, September 4–9, 2003, Minsk, Belarus — Minsk, 2003. — P. 48–49.

11. Васильев, Ю. В. Асимптотические разложения для обобщенной формы интегрального преобразования с функцией Трикоми в ядре / Ю. В. Васильев // Тезисы докладов 8-го Международного семинара АМАДЕ, Минск, Беларусь, 14–19 сентября 2015. — Минск, 2015. — С. 22–23.

## РЕЗЮМЕ

Васильев Юрий Валерьевич

### ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ФУНКЦИЯМИ ТРИКОМИ И УИТТЕКЕРА В ЯДРЕ

*Ключевые слова:* интегральное преобразование, функция Трикоми, функция Уиттекера, преобразование Меллина, асимптотическое разложение, метрическое пространство.

Целью диссертационной работы является изучение свойств новых специальных функций, обобщающих функции Трикоми и Уиттекера, и изучение функциональных свойств интегральных преобразований с такими функциями в ядрах в весовых пространствах суммируемых функций.

В диссертации используются современные методы теории функций, связанные с интегральными преобразованиями со специальными функциями в ядрах в весовых метрических пространствах, а также метод построения асимптотических разложений для интегралов типа Меллина – Барнса.

В диссертации получены следующие новые результаты:

— условия ограниченности интегральных преобразований с функциями Трикоми и Уиттекера в ядре, формулы представления их образов через образы композиций преобразований дробного интегрирования и обобщенного преобразования Лапласа, формулы асимптотических разложений для этих интегральных преобразований в нуле и в бесконечности;

— теорема об ограниченности интегрального преобразования, включающего в качестве ядра функцию Уиттекера, в котором интегрирование ведется по одному из индексов этой функции, в пространстве  $p$ -суммируемых функций, формула обращения такого преобразования;

— аналог теоремы Планшереля и равенство Парсеваля для интегрального преобразования по индексу с функцией Уиттекера в ядре для пространства суммируемых функций со специальным весом.

Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях функций Трикоми и Уиттекера, интегральных преобразований с этими функциями в ядрах и их приложений к решению интегральных и дифференциальных уравнений. Можно предполагать возможность использования асимптотических формул при моделировании некоторых процессов в области биологии (преобразования с функцией Трикоми) и электромагнетизма (преобразования с функцией Уиттекера). Результаты могут быть также использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов по соответствующим разделам математики.

## РЭЗЮМЭ

Васільеў Юрый Валер’евіч

### ІНТЭГРАЛЬНЫЯ ПЕРАЎТВАРЭННІ З ФУНКЦЫЯМІ ТРЫКОМІ І УІТЭКЕРА Ў ЯДРЫ

*Ключавыя словы:* інтэгральнае пераўтварэнне, функцыя Трыкомі, функцыя Уітэкера, пераўтварэнне Меліна, асімптатычнае раскладанне, метрычная прастора.

Мэтай дысертацыйнай працы з’яўляецца вывучэнне ўласцівасцяў новых спецыяльных функцый, якія абагульняюць функцыі Трыкомі і Уітэкера, і вывучэнне функцыянальных уласцівасцяў інтэгральных пераўтварэнняў з такімі функцыямі ў ядрах у вагавых прасторах падсумоўваемых функцый.

У дысертацыі выкарыстоўваюцца сучасныя метады тэорыі функцый, звязаныя з інтэгральнымі пераўтварэннямі са спецыяльнымі функцыямі ў ядрах у вагавых метрычных прасторах, а таксама метады пабудовы асімптатычных раскладанняў для інтэгралаў тыпу Меліна – Барнса.

У дысертацыі атрыманы наступныя новыя вынікі:

— умовы абмежаванасці інтэгральных пераўтварэнняў з функцыямі Трыкомі і Уітэкера ў ядрах, формулы прадстаўлення іх вобразаў праз вобразы кампазіцый пераўтварэнняў дробавага інтэгравання і абагульненага пераўтварэння Лапласа, формулы асімптатычных раскладанняў для гэтых інтэгральных пераўтварэнняў у нулі і ў бясконцасці;

— тэарэма аб абмежаванасці інтэгральнага пераўтварэння, што ўключае ў якасці ядра функцыю Уітэкера, у якім інтэграванне вядзецца па адным з індэксаў гэтай функцыі, у прасторы  $r$ -падсумоўваемых функцый, формула абарачэння такога пераўтварэння;

— аналаг тэарэмы Планшэрэля і роўнасць Парсэваля для інтэгральнага пераўтварэння па індэксе з функцыяй Уітэкера ў ядрах для прасторы падсумоўваемых функцый з адмысловай вагай.

Атрыманыя вынікі могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях функцый Трыкомі і Уітэкера, інтэгральных пераўтварэнняў з гэтымі функцыямі ў ядрах і іх прыкладанняў да вырашэння інтэгральных і дыферэнцыяльных раўнанняў. Можна меркаваць аб магчымасці выкарыстання асімптатычных формул пры мадэляванні некаторых працэсаў у галіне біялогіі (пераўтварэння з функцыяй Трыкомі) і электрамагнетызму (пераўтварэння з функцыяй Уітэкера). Вынікі могуць быць таксама выкарыстаны ў навучальным працэсе пры чытанні спецкурсаў па адпаведных раздзелах матэматыкі.

## SUMMARY

Yuri V. Vasil'ev

### INTEGRAL TRANSFORMATIONS WITH THE TRICOMI AND WHITTAKER FUNCTIONS IN THE KERNEL

*Key words:* integral transform, Tricomi function, Whittaker function, Mellin transform, asymptotic expansion, metric space.

The study of properties of new special functions, generalizing Tricomi functions and Whittaker and the study of the functional properties integral transformations with such functions in the kernel in weight spaces of integrable functions are the aim of the dissertation.

The dissertation uses modern methods of the theory of functions related to the integral transformation with special functions in the kernel in the weighted metric spaces, as well as a method for constructing asymptotic expansions for the integrals of Mellin – Barnes.

The following new results were obtained in the dissertation:

– the conditions of the limited integral transformations with Tricomi and Whittaker functions in kernel, formula of representation of their images through the images compositions fractional integration and transformation of the generalized Laplace transform, formula of asymptotic expansions for these integral transforms at zero and infinity;

– the theorem on boundedness of integral transformation, including the Whittaker function as kernel in which the integration is by one of the indices of this function in the space of  $p$ -integrable functions, the inversion formula of this transformation;

– analogue of Plancherel theorem and Parseval's equality for integral transformation on the index with the Whittaker function in kernel for the space of integrable functions with a special weight.

The results can be used in studies of the Tricomi and Whittaker functions, integral transformations with these functions in the kernel and applications to the solution of integral and differential equations. We can assume the use of asymptotic formulas for the simulation of some processes in biology (with Tricomi function in kernel) and electromagnetism (with Whittaker function in kernel). The results can also be used in the learning process when reading special courses on the relevant sections of mathematics.