

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ”

УДК 512.542

ВЕЛЕСНИЦКИЙ
Василий Фёдорович

**КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ,
ФАКТОРИЗУЕМЫЕ ФОРМАЦИОННЫМИ ПОДГРУППАМИ
С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ**

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Гомель, 2014

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в учреждении образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”

Научный руководитель: **Семенчук Владимир Николаевич**,
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, учреждение образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”, кафедра высшей математики.

Официальные оппоненты: **Беняш-Кривец Валерий Вацлавович**,
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Белорусский государственный университет, кафедра высшей алгебры и защиты информации;

Трофимук Александр Александрович,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры, учреждение образования “Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина”, кафедра алгебры, геометрии и математического моделирования.

Оппонирующая организация — учреждение образования “Витебский государственный университет имени П.М. Машерова”.

Защита состоится 12 декабря 2014 года в 14⁰⁰ на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины” по адресу: 246019, г. Гомель, ул. Советская, 104, ауд. 1-20. Телефон ученого секретаря: +375 232 57 37 91. E-mail: SovetD021201@tut.by.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале №1 библиотеки учреждения образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”.

Автореферат разослан 11 ноября 2014 года.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций

Д.А. Ходанович

ВВЕДЕНИЕ

Центральной задачей любой содержательной математической теории является задача классификации и конструктивного описания тех исследуемых в ней объектов, которые наиболее полезны в различных приложениях.

Одной из важнейших задач теории конечных групп является задача изучения строения групп, представимых в виде произведения своих собственных подгрупп. Такие произведения называют факторизациями групп. К наиболее часто встречающимся факторизациям можно отнести случай, когда группа G представляется в виде произведения своих двух подгрупп $G = AB$.

Так, О. Кегель¹ и Х. Виландт² установили, что конечная группа, представимая в виде произведения двух своих нильпотентных подгрупп, будет разрешимой. В дальнейшем большинство исследований было направлено на ослабление условий в теореме Кегеля-Виландта. В результате сформировалось целое направление, целью которого является описание строения групп, факторизуемых своими двумя подгруппами, близкими к нильпотентным.

Развивая данное направление, В.Н. Тютянов³ показал, что конечная группа G , факторизуемая двумя π -нильпотентными подгруппами, индексы которых в G взаимно просты со всеми элементами множества π , будет π -нильпотентной. В связи с этим возникает задача о классификации наследственных формаций \mathfrak{F} , содержащих любую группу $G = AB$, где A и B принадлежат \mathfrak{F} и индексы $|G : A|$ и $|G : B|$ не делятся ни на одно простое число из π , где $\pi \subseteq \pi(G)$.

Одной из целей диссертационной работы является анализ такой задачи в классе произвольных конечных групп. В частности, доказано, что класс всех π -разрешимых групп с π -длиной не превосходящей единицы принадлежит такому классу формаций.

Важную роль при изучении строения конечных групп сыграла теория субнормальных подгрупп, построенная известным немецким математиком Х. Виландтом. Им, в частности, было доказано, что в любой конечной группе множество всех её субнормальных подгрупп образует решетку. Данная теория оказала огромное влияние на развитие теории конечных групп в целом.

В теории классов конечных групп обобщением понятия субнормальности является понятие обобщенной субнормальности. В 1978 году О. Кегель⁴

¹Kegel, O.H. Produkte nilpotenter Gruppen / O.H. Kegel // Arch. Math. — 1961. — Vol. 12, № 2. — P. 90–93.

²Wielandt, H. Uber das Produkt von nilpotenten Gruppen / H. Wielandt // Illinois Journ. — 1958. — Vol. 2, № 4B. — P. 611–618.

³Тютянов, В.Н. Факторизации π -нильпотентными сомножителями / В.Н. Тютянов // Математический сборник. — 1996. — Т. 187, № 9. — С. 97–102.

⁴Kegel, O.H. Untergruppenverbände endlicher Gruppen, die Subnormalteilverband echt enthalten / O.H. Kegel // Arch. Math. — 1978. — Bd. 30, № 3. — S. 225–228.

и Л.А. Шеметков⁵ поставили задачу о построении теории обобщенно субнормальных подгрупп аналогичной теории субнормальных подгрупп. Данная задача привлекла пристальное внимание многих известных математиков. Благодаря им в настоящее время сформировался ряд интересных вопросов, посвященных развитию теории обобщенно субнормальных подгрупп.

Одним из них является *задача Кегеля–Шеметкова о нахождении классов групп \mathfrak{F} , обладающих тем свойством, что в любой конечной группе множество всех обобщенно субнормальных подгрупп образует решетку.*

Исчерпывающий ответ на вопрос О. Кегеля и Л.А. Шеметкова о нахождении наследственных насыщенных формаций \mathfrak{F} , обладающих решеточным свойством для обобщенно субнормальных подгрупп в классе разрешимых групп, дали А. Баллестер-Болинше, К. Дерк и М. Перец-Рамош⁶ и в произвольном случае — А.Ф. Васильев, С.Ф. Каморников, В.Н. Семенчук⁷.

Если условия порождения \mathfrak{F} -субнормальных подгрупп заменить более слабым условием — произведением перестановочных \mathfrak{F} -субнормальных подгрупп, то приведённая выше *задача Кегеля–Шеметкова сводится к нахождению классов групп \mathfrak{F} таких, что для любой группы G и для любых ее перестановочных обобщенно субнормальных подгрупп H и K подгруппа HK обобщенно субнормальна в G .*

Полное решение данной задачи для насыщенных наследственных формаций, в классе конечных разрешимых групп, было получено В.Н. Семенчуком⁸. В диссертационной работе найдены новые широкие серии наследственных формаций конечных групп, удовлетворяющие задаче Кегеля–Шеметкова, в классе произвольных групп.

В 1970 году Т. Хоукс поставил задачу об описании разрешимых наследственных формаций Фиттинга. Он⁹ дал описание метанильпотентных наследственных формаций Фиттинга. Развивая подход Т. Хоукса, Л.А. Шеметков поставил *задачу о классификации наследственных формаций \mathfrak{F} с тем свойством, что любая группа $G = AB$, где A и B — \mathfrak{F} -субнормальные \mathfrak{F} -подгруппы, принадлежит \mathfrak{F} .*

Позднее такие формации стали называть *сверхрадикальными формациями*. Полное решение данной задачи, в классе конечных разрешимых групп,

⁵Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. — М.: Наука, 1978. — 272 с.

⁶Ballester-Bolinches, A. On the lattice of \mathfrak{F} -subnormal subgroups / A. Ballester-Bolinches, K. Dörk, M.D. Perez-Ramos // J. Algebra. — 1992. — Vol. 148, № 2. — P. 42–52.

⁷Васильев, А.Ф. О решетках подгрупп конечных групп / А.Ф. Васильев, С.Ф. Каморников, В.Н. Семенчук // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические системы / Ин-т математики Акад. Украины; редкол.: Н.С. Черников [и др.]. — Киев, 1993. — С. 27–54.

⁸Семенчук, В.Н. Разрешимые \mathfrak{F} -радикальные формации / В.Н. Семенчук // Матем. заметки. — 1996. — Т. 59, № 2. — С. 261–266.

⁹Hawkes, T. On Fitting formations / T. Hawkes // Math. Z. — 1970. — Vol. 117. — P. 177–182.

было получено В.Н. Семенчуком⁸. В.Н. Семенчуком и Л.А. Шеметковым¹⁰ были найдены новые серии сверхрадикальных формаций.

В настоящее время активно развивают данное направление С.Ф. Каморников¹¹, В.Н. Тютянов, А. Баллестер-Болинше¹². С.Ф. Каморниковым и В.Н. Тютяновым¹³ были приведены новые примеры сверхрадикальных формаций. В диссертационной работе впервые изучаются произвольные сверхрадикальные формации.

Напомним, что формация всех сверхразрешимых групп не является формацией Фиттинга, но группы факторизуемые нормальными сверхразрешимыми подгруппами, индексы которых взаимно просты, являются сверхразрешимыми. В связи с этим возникает *задача о классификации наследственных формаций \mathfrak{F} , замкнутых относительно произведения обобщенно субнормальных \mathfrak{F} -подгрупп, индексы которых взаимно просты.*

В.Н. Семенчуком и О.А. Мокеевой¹⁴ было получено решение данной задачи для насыщенных наследственных формаций в классе конечных разрешимых групп. В диссертационной работе получено полное решение этой задачи в классе конечных разрешимых групп.

Известно, что любая группа, не принадлежащая некоторому классу групп \mathfrak{F} , содержит минимальную не \mathfrak{F} -группу (критическую группу), т.е. группу не принадлежащую \mathfrak{F} , все собственные подгруппы которой принадлежат \mathfrak{F} . Отсюда следует, что критические подгруппы играют важную роль при изучении строения самой группы. Об этом свидетельствует и тот факт, что изучением строения критических групп для различных классов конечных групп занимались такие известные математики как Хупперт, Дерк, Томпсон, Ито, Картер, Фишер, Хоукс, Чунихин и др.

Особую роль при изучении строения конечных групп сыграли группы Шмидта (минимальные ненильпотентные группы). Так, В.Н. Семенчуком¹⁵

⁸Семенчук, В.Н. Разрешимые \mathfrak{F} -радикальные формации / В.Н. Семенчук // Матем. заметки. — 1996. — Т. 59, № 2. — С. 261–266.

¹⁰Семенчук, В.Н. Сверхрадикальные формации / В.Н. Семенчук, Л.А. Шеметков // Доклады Национальной академии наук Беларуси. — 2000. — Т. 44, № 5. — С. 24–26.

¹¹Каморников С.Ф. Об одном классе наследственных насыщенных сверхрадикальных формаций / С.Ф. Каморников, В.Н. Тютянов // Сибирский математический журнал. — 2014. Т. 55, № 1. — С. 97–108.

¹²Ballester-Bolinches, A. On a problem of L.A. Shemetkov on superradical formations of finite groups / A. Ballester-Bolinches, S.F. Kamornikov, V.N. Tyutyaynov // J. Algebra. — 2014. — Vol. 403. — P. 69–76.

¹³Каморников, С.Ф. Критические группы наследственной локальной сверхрадикальной формации / С.Ф. Каморников, В.Н. Тютянов // Проблемы физики, математики и техники. — 2013. — № 2(15) — С. 66–75.

¹⁴Семенчук, В.Н. Классы конечных групп, замкнутые относительно произведения обобщенно субнормальных подгрупп / В.Н. Семенчук, О.А. Мокеева. — Гомель, 2008. — 15 с.(Препринт / Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины; № 22)

¹⁵Семенчук, В.Н. Конечные группы с системой минимальных не \mathfrak{F} -подгрупп / В.Н. Семенчук // Подгрупповое строение конечных групп: Тр. / Ин-т математики АН БССР. — Минск: Наука и техника, 1981. — С. 138–149.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

изучались конечные группы, у которых подгруппы Шмидта обладают некоторыми заданными свойствами. В частности, он показал, что группы, у которых все подгруппы Шмидта субнормальны, метанильпотентны. Дальнейшие исследования в данном направлении были продолжены в работах В.С. Монахова¹⁶, В.Н. Княгиной¹⁷, В.А. Ведерникова¹⁸. В диссертационной работе были получены результаты, представляющие собой существенный вклад в дальнейшее развитие данного направления. В частности, были изучены конечные группы, у которых подгруппы Шмидта обобщенно субнормальны.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами, темами

Диссертационное исследование выполнялось в рамках:

– составной части задания “Разработка и применение методов локального анализа в вопросах классификации конечных групп по характеру вложения подгрупп” (Конвергенция 1.1.03), входящего в государственную программу научных исследований на 2011–2015 годы, регистрационный номер БелИСА — 20112850;

– гранта Министерства образования Республики Беларусь для аспирантов на 2013 год “Классификация конечных групп и их классов по свойствам субнормальных и обобщенно субнормальных подгрупп”, регистрационный номер БелИСА — 20130214.

Цель и задачи исследования

Целью диссертации является изучение конечных групп и их классов по заданным свойствам обобщенно субнормальных и критических подгрупп.

Для достижения поставленной цели необходимо было выполнить следующие задачи:

1. Изучить строение конечных групп, факторизуемых формационными подгруппами заданного индекса.
2. Изучить строение классов групп, замкнутых относительно произведения подгрупп взаимно простых индексов.
3. Изучить строение и свойства сверхрадикальных формаций.
4. Исследовать строение конечных групп, у которых критические подгруппы обобщенно субнормальны.

¹⁶Монахов, В.С. Произведение двух групп Шмидта / В.С. Монахов // Докл. АН БССР — 1975. — Т. 19, № 1. — С. 8–11.

¹⁷Княгина, В.Н. О конечных группах с некоторыми субнормальными подгруппами Шмидта / В.Н. Княгина, В.С. Монахов // Сибирский матем. журн. — 2004. — Т. 45, № 6. — С. 1316–1322.

¹⁸Ведерников, В.А. Конечные группы с субнормальными подгруппами Шмидта / В.А. Ведерников // Алгебра и логика. — 2007. — Т. 46, № 6. — С. 669–687.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Объектом исследования являются конечные группы с заданной системой обобщенно субнормальных и критических подгрупп.

Предмет исследования — влияние системы обобщенно субнормальных и критических подгрупп на строение конечной группы.

Научная новизна

Все полученные результаты в диссертации являются новыми и носят теоретический характер. Впервые были проведены исследования произвольных наследственных сверхрадикальных формаций. Найдены новые классы конечных групп, которые замкнуты относительно произведения своих подгрупп заданного индекса. В классе конечных разрешимых групп получено полное описание наследственных формаций, замкнутых относительно произведения обобщенно субнормальных формационных подгрупп взаимно простых индексов. Проведены исследования строения конечных групп, у которых критические группы обобщенно субнормальны.

Положения, выносимые на защиту

1. Описание строения конечных групп, факторизуемых формационными подгруппами заданного индекса (теоремы 3.2.1, 3.2.3, 3.2.4 и следствия 3.2.1, 3.2.2 [1–А, 8–А]).

2. Описание наследственных \mathfrak{S} -сверхрадикальных формаций, критические группы которых разрешимы (теоремы 4.3.1, 4.3.2, 4.3.3, лемма 4.2.4 и следствие 4.3.1 [3–А, 4–А, 10–А]).

3. Характеризация классов конечных групп, замкнутых относительно произведения обобщенно субнормальных подгрупп взаимно простых индексов (теорема 4.4.1 и следствия 4.4.1–4.4.3 [2–А, 9–А]).

4. Описание строения конечных групп, у которых подгруппы Шмидта и минимальные не \mathfrak{F} -подгруппы \mathfrak{F} -достижимы (\mathfrak{F} — насыщенная наследственная формация с решеточным свойством; теоремы 5.2.1, 5.2.2 и следствия 5.2.1–5.2.6 [5–А, 7–А, 11–А]).

Все результаты диссертации являются новыми, впервые получены автором.

Личный вклад соискателя

Диссертационная работа выполнена соискателем под руководством доктора физико-математических наук, профессора Семенчука Владимира Николаевича. Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика их исследования. В совместных работах идеи и методы принадлежат научному руководителю, а доказательства реализованы непосредственно соискателем. Остальные работы выполнены самостоятельно и опубликованы без соавторов.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Апробация результатов диссертации

Основные результаты диссертации докладывались соискателем и обсуждались на семинарах кафедры алгебры и геометрии УО “Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины”, а также результаты исследований были представлены на следующих конференциях:

- XIV Республиканская научная конференция студентов и аспирантов “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях” (Гомель, 21–23 марта 2011 г.);
- XL студенческая науч.-практическая конференция “Дни студенческой науки” (Гомель, 4–5 мая 2011 г.);
- Международная науч.-практ. интернет-конференция “Инновационные технологии обучения физ.-мат. дисциплинам” (Витебск, 21–22 июня 2011 г.);
- Международная алгебраическая конференция “The 8th International Algebraic Conference in Ukraine” (Луганск, 5–12 июля 2011 г.);
- XV Республиканская научная конференция студентов и аспирантов “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях” (Гомель, 26–27 марта 2012 г.);
- Международная научная конференция “Алгебра и линейная оптимизация”, посвященная 100-летию со дня рождения проф. С.Н. Черникова (Екатеринбург, 14–19 мая 2012 г.);
- IX Международная школа-конференция по теории групп “Теория групп и её приложения”, посвященная 90-летию со дня рождения профессора З.И. Боревица (Владикавказ, 9–15 июля 2012 г.);
- Международная научная конференция “XI Белорусская математическая конференция” (Минск, 4–9 ноября 2012 г.);
- XVI Республиканская научная конференция студентов и аспирантов “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях” (Гомель, 25–27 марта 2013 г.);
- Международная научная конференция “Алгебра и математическая логика: теория и приложения” (Казань, 2–6 июня 2014 г.).

Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 7 статьях, 4 препринтах и 10 тезисах докладов. Общий объем опубликованных материалов — 7,458 авторских листа, в том числе: статьи в научных журналах — 3,519 авторских листа, препринты и тезисы — 3,909 авторских листа.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, краткого обзора литературы по теме диссертации, предварительных сведений, трех глав основной части, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке, включающего 70 наименований использованных источников и 21 наименование публикаций соискателя. Полный объем диссертации — 74 страниц, из них 7 страниц занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую благодарность и признательность своему научному руководителю — доктору физико-математических наук, профессору Владимиру Николаевичу Семенчуку за внимание, оказанное им при написании данной диссертации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Все рассматриваемые в диссертации группы предполагаются конечными. Используются стандартные обозначения и определения^{5,19}.

Глава 1 “Краткий обзор литературы по теме диссертации” содержит аналитический обзор по теме диссертации. В данной главе приводятся основные этапы развития изучения строения конечных групп по заданным свойствам подгрупп. На основе проведенного анализа литературы формулируются основные задачи диссертационной работы.

Ключевым понятием диссертационного исследования является понятие обобщенно субнормальной подгруппы, которое служит естественным обобщением понятия субнормальности. Приведем ниже определение Л.А. Шеметкова⁵.

Пусть \mathfrak{F} — непустая формация. Подгруппу H группы G называют \mathfrak{F} -субнормальной, если либо $H = G$, либо существует максимальная цепь

$$G = H_0 \supset H_1 \supset \dots \supset H_n = H$$

такая, что $(H_{i-1})^{\mathfrak{F}} \subseteq H_i$ для всех $i = 1, 2, \dots, n$.

Несколько другое понятие \mathfrak{F} -субнормальности введено Кегелем⁴ в том же 1978 году. Фактически оно объединяет понятие субнормальности и \mathfrak{F} -субнормальности.

⁵Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. — М.: Наука, 1978. — 272 с.

¹⁹Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. — М.: Наука, 1989. — 256 с.

⁴Kegel, O.H. Untergruppenverbände endlicher Gruppen, die Subnormalteilverband echt enthalten / O.H. Kegel // Arch. Math. — 1978. — Bd. 30, № 3. — S. 225–228.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ

Статьи в научных журналах

1–А. Семенчук, В.Н. О конечных группах, факторизуемых формационными подгруппами / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий // Проблемы физики, математики и техники. — 2011. — № 2(7). — С. 69–74.

2–А. Семенчук, В.Н. О конечных группах, факторизуемых обобщенно субнормальными подгруппами / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий // Проблемы физики, математики и техники. — 2012. — № 4(13). — С. 58–60.

3–А. Семенчук, В.Н. Об одной проблеме Л.А. Шеметкова / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий // Укр. мат. журн. — 2012. — Т. 64. — № 9. — С. 1282–1288.

4–А. Велесницкий, В.Ф. О конечных группах с перестановочными обобщенно субнормальными подгруппами / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // Укр. мат. журн. — 2013. — Т. 65. — № 11. — С. 1555–1559.

5–А. Семенчук, В.Н. О конечных группах с обобщенно субнормальными критическими подгруппами / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий // Труды Института математики НАН Беларуси. — 2013. — Т. 21. — № 1. — С. 98–101.

6–А. Велесницкий, В.Ф. О сверхразрешимых группах / В.Ф. Велесницкий // Проблемы физики, математики и техники. — 2014 — № 2(19). — С. 42–45.

7–А. Семенчук, В.Н. Конечные группы с заданными свойствами критических подгрупп / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий // Сибирский математический журнал. — 2014. — Т. 55. — № 2. — С. 427–435.

Препринты

8–А. Семенчук, В.Н. Конечные группы, факторизуемые конечными подгруппами заданного индекса / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий. — Гомель, 2010. — 14 с. — (Препринт / Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины; № 6).

9–А. Семенчук, В.Н. Конечные группы, факторизуемые обобщенно субнормальными подгруппами взаимно простых индексов / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий. — Гомель, 2011. — 12 с. — (Препринт / Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины; № 4).

10–А. Велесницкий, В.Ф. Об одной проблеме Л.А. Шеметкова / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук. — Гомель, 2012. — 16 с. — (Препринт / Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины; № 1).

11–А. Велесницкий, В.Ф. Конечные группы с заданными свойствами критических подгрупп / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук. — Гомель,

2013. — 16 с. — (Препринт / Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины; № 2).

Тезисы докладов конференций

12–А. Велесницкий, В.Ф. Классы конечных групп, замкнутые относительно произведений обобщенно субнормальных формационных подгрупп / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: тез. докл. XIV Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 21–23 марта 2011 г.: в 2 ч. / Гомельский гос. университет им. Ф. Скорины. — Гомель, 2011. — Ч. 2. — С. 5.

13–А. Велесницкий, В.Ф. О конечных группах, факторизуемых обобщенно субнормальными подгруппами взаимно простых индексов / В.Ф. Велесницкий // Дни студенческой науки: тез докл. XI студенческой науч.-практической конференции, Гомель, 4–5 мая 2011 г.: в 2 ч. / Гомельский гос. университет им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко (гл. ред.), Р. В. Бородич (зам. гл. ред.) [и др.]. — Гомель, 2011. — Ч. 1. — С. 43–44.

14–А. Велесницкий, В.Ф. О факторизуемых группах / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // Инновационные технологии обучения физ.-мат. дисциплинам: тез. докл. Международной науч.-практ. интернет-конференции, посвященной 60-летию докт. физ.-мат. наук Н.Т. Воробьева, Витебск, 21–22 июня 2011 г. / Витебский гос. университет им. П.М. Машерова; редкол.: Л.А. Шеметков (гл. ред.) [и др.]. — Витебск, 2011. — С. 18–19.

15–А. Семенчук, В.Н. Конечные группы, факторизуемые обобщенно субнормальными подгруппами взаимно простых индексов / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий // The 8th International Algebraic Conference in Ukraine: тез. докл. Международной алгебраической конференции, Луганск, 5–12 июля 2011 г. / Луганский нац. университет им. Т. Шевченко. — Луганск, 2011. — С. 127–128.

16–А. Велесницкий, В.Ф. О конечных группах, факторизуемых обобщенно субнормальными подгруппами взаимно простых индексов / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: тез. докл. XV Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 26–27 марта 2012 г.: в 2 ч. / Гомельский гос. университет им. Ф. Скорины. — Гомель, 2012. — Ч. 1. — С. 29–30.

17–А. Семенчук, В.Н. Об одной проблеме Л.А. Шеметкова / В.Н. Семенчук, В.Ф. Велесницкий // Алгебра и линейная оптимизация: тез докл. Международной научной конференции, посвященной 100-летию юбилею

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

со дня рождения проф. С.Н. Черникова, Екатеринбург, 14–19 мая 2012 г. / Институт математики и механики УрО РАН и Уральский федеральный университет. — Екатеринбург, 2012. — С. 144–146.

18–А. Велесницкий, В.Ф. О факторизациях обобщенно субнормальными подгруппами взаимно простых индексов / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // Теория групп и её приложения: тез. докл. IX Международной школы-конференции по теории групп, посвященной 90-летию со дня рождения профессора З.И. Боревица, Владикавказ, 9–15 июля 2012 г. / Сев.-Осет. гос. университет им. К.Л. Хетагурова; Изд-во СОГУ. — Владикавказ, 2012. — С. 34.

19–А. Велесницкий, В.Ф. О перестановочных подгруппах конечных групп / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // XI Белорусская математическая конференция: тез. докл. Международной научной конференции, Минск, 4–9 ноября 2012 г. / БГУ и Институт математики Национальной Академии наук Беларуси. — Минск, 2012. — С. 15–16.

20–А. Велесницкий, В.Ф. О конечных группах с обобщенно субнормальными критическими подгруппами / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: тез. докл. XVI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 25–27 марта 2013 г. / Гомельский гос. университет им. Ф. Скорины. — Гомель, 2013. — С. 56–57.

21–А. Велесницкий, В.Ф. Новая характеристика сверхразрешимых групп / В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук // Алгебра и математическая логика: теория и приложения: тез. докл. Международной научной конференции, Казань, 2–6 июня 2014 г. / Казанский федеральный университет. — Казань, 2014. — С. 160.

РЭЗЮМЭ

Велясніцкі Васіль Фёдаравіч

**Канечныя групы,
фактарызуемыя фармацыйнымі падгрупамі
з зададзенымі ўласцівасцямі**

Ключавыя словы: канечная група, вырашальная група, звышвырашальная група, карадыкал, падгрупа Фраціні, падгрупа Шміта, крытычная падгрупа, абагульнена субнармальная падгрупа, спадчынная фармацыя, фармацыя з рэшотачнай уласцівасцю.

У дысертацыйнай рабоце праведзена даследаванне будынка канечных груп, фактарызуемых фармацыйнымі і абагульнена субнармальнымі падгрупамі з зададзенымі ўласцівасцямі. Былі знойдзены і апісаны новыя класы груп, замкнёныя адносна памнажэння фармацыйных падгруп з зададзенымі індэксамі. У класе канечных вырашальных груп атрымана апісанне непустых спадчынных фармацый, замкнёных адносна памнажэння абагульнена субнармальных фармацыйных падгруп ўзаемна простых індэксаў.

Атрымана поўнае апісанне спадчынных \mathfrak{S} -звышрадыкальных фармацый з вырашальнымі крытычнымі групамі. Знойдзены новыя ўласцівасці адвольных спадчынных звышрадыкальных фармацый.

Вывучана будова канечных груп, у якіх падгрупы Шміта і крытычныя падгрупы абагульнена субнармальныя.

Усе асноўныя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях тэорыі канчатковых груп і іх класаў, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

РЕЗЮМЕ

Велесницкий Василий Фёдорович

**Конечные группы,
факторизуемые формационными подгруппами
с заданными свойствами**

Ключевые слова: конечная группа, разрешимая группа, сверхразрешимая группа, корадикал, подгруппа Фраттини, подгруппа Шмидта, критическая подгруппа, обобщенно субнормальная подгруппа, наследственная формация, формация с решеточным свойством.

В диссертационной работе проведено исследование строения конечных групп, факторизуемых формационными и обобщенно субнормальными подгруппами с заданными свойствами. Найдены и описаны новые классы групп, замкнутые относительно произведений формационных подгрупп с заданными индексами. В классе конечных разрешимых групп получено описание непустых наследственных формаций, замкнутых относительно произведений обобщенно субнормальных формационных подгрупп взаимно простых индексов.

Получено полное описание наследственных \mathfrak{S} -сверхрадикальных формаций с разрешимыми критическими группами. Найдены новые свойства произвольных наследственных сверхрадикальных формаций.

Изучено строение конечных групп, у которых подгруппы Шмидта и критические подгруппы обобщенно субнормальны.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследовании по теории конечных групп и их классов, а также при чтении спецкурсов в университетах.

SUMMARY

Veliasnitski Vasil Fedorovich

**Finite groups
factorized formational subgroups
with given properties**

Keywords: finite group, solvable group, supersolvable group, coradical, Frattini subgroup, Schmidt subgroup, critical subgroup, generalized subnormal subgroup, hereditary formation, formation with the lattice property.

In this thesis a study of the structure of finite groups which are factorized by using the formational and generalized subnormal subgroups, with the given properties, was carried out. New classes of groups closed with respect to the products of formational subgroups with the given indices have been found and described. In the class of finite solvable groups a description of non-empty hereditary formations closed with respect to the products of generalized subnormal formational subgroups of coprime indices was obtained.

The full description of hereditary \mathfrak{S} -superradical formations with soluble critical groups was obtained. Some new properties of the arbitrary superradical hereditary formations were found.

The structure of finite groups, whose Schmidt subgroups and critical subgroups are generalized subnormal, have been studied.

All the main results of the thesis are new. They are theoretical and can be used in research on the theory of finite groups and their classes, as well as in reading specialized courses at universities.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Научное издание

ВЕЛЕСНИЦКИЙ Василий Фёдорович

**КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ,
ФАКТОРИЗУЕМЫЕ ФОРМАЦИОННЫМИ ПОДГРУППАМИ
С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ**

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Подписано в печать 10.11.2014. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 1,4.

Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 60 экз. Заказ №579.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования
„Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины”.

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий №1/87 от 18.11.2013.

Специальное разрешение (лицензия) №02330/450 от 18.12.2013.

Ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель