

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Белорусский государственный университет

УДК 517.977

ВО  
Тхи Тань Ха

**ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ  
ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ  
В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ**

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление

Минск, 2015

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Научная работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный руководитель –

**Габасов Рафаил Фёдорович,**  
доктор физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры методов  
оптимального управления Белорусского  
государственного университета.

Официальные оппоненты:

**Марченко Владимир Матвеевич,**  
доктор физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры высшей  
математики УО “Белорусский  
государственный технологический  
университет”,

**Цехан Ольга Борисовна,**  
кандидат физико-математических наук,  
доцент, доцент кафедры математического и  
информационного обеспечения  
экономических систем УО “Гродненский  
государственный университет имени  
Янки Купалы”.

Оппонирующая организация – Учреждение образования «Гомельский  
государственный университет имени  
Франциска Скорины».

Защита состоится **«18» сентября 2015** года в **12.00** на заседании со-  
вета по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном  
университете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (корпус юри-  
дического факультета), ауд. 407, тел. ученого секретаря: (017) 209-57-09.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке Бе-  
лорусского государственного университета.

Автореферат разослан «17» июля 2015 г.

Ученый секретарь совета  
по защите диссертаций  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Н.В. Лазакович

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## ВВЕДЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию актуальных проблем математической теории оптимального управления динамическим объектом, поведение которого описывается линейными обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Под *управлением* понимается процесс, в котором в каждый текущий момент времени формируется целенаправленное (управляющее) воздействие на объект управления в соответствии с доступной априорной информацией о поведении объекта и действующего на него возмущения. *Программное управление* (*управление по разомкнутому контуру*) формируется по априорной информации, *позиционное управление* (*управление по замкнутому контуру*) использует априорную и текущую информации. В классической теории программные и позиционные управления реализуются с помощью систем двух типов: 1) с разомкнутым контуром, 2) с замкнутым контуром, которые получаются после замыкания объектов связями (обратной, прямой, комбинированной). При решении практических задач особую важность имеет управление по принципу обратной связи.

Построение оптимальной связи – синтез оптимальной системы. Проблема синтеза оптимальных систем – центральная проблема теории управления.

Первые фундаментальные результаты по математической теории оптимального управления получены в работах Л.С. Понtryгина и Р. Беллмана. Принцип максимума Л.С. Понtryгина содержит необходимые условия оптимальности для программных управляющих воздействий. Методы динамического программирования Р. Беллмана нацелены на построение позиционных решений задач оптимального управления. С помощью этих классических результатов были синтезированы оптимальные обратные связи для линейных стационарных объектов второго порядка. Обобщение этих результатов на системы более высокого порядка натолкнулось на трудности, названные “проклятием размерности”.

Развитие математической теории оптимальных процессов и прогресс вычислительной техники привели к появлению нового принципа управления – принципа управления в реальном времени.

Классическая теория оптимального управления до 40-ых годов прошлого столетия строилась по детерминированным моделям. Недетерминированные модели с множественной неопределенностью стали исследоваться только после создания основ теории оптимального управления.

С появлением теории случайных процессов исследователи стали использовать недетерминированные модели со стохастической (Дж.Х. Леннинг, В.С.

## (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Пугачёв и другие) и множественной неопределённостью. Математические модели с множественной неопределённостью позволяют исследовать задачи оптимального управления с получением гарантированного результата по ограничениям и критерию качества.

Теория оптимального *наблюдения* является важным разделом современной теории управления. Первые задачи оптимального наблюдения были поставлены и исследованы Н.Н. Красовским. Дальнейшее развитие теория оптимального наблюдения для задач оптимального управления при множественной неопределённости получила в работах F.C. Schweppe, H.S. Withsenshausen, А.Б. Куржанского, Ф.Л. Черноусько и других исследователей.

В процессе управления с множественной неопределённостью в каждый момент времени из выбранного множества моментов на основе измерений входных и выходных сигналов вычисляются оценки неопределённостей для формирования текущих значений управляющих воздействий.

Методы решения задач оптимального управления в условиях (множественной) неопределённости разрабатываются в Минске на базе конструктивной теории экстремальных задач (Р.Ф. Габасов, Ф.М. Кириллова, О.И. Костюкова, Н.В. Балашевич, Н.М. Дмитрук, Н.С. Павленок, Е.И. Поясок и другие).

При решении задач оптимального управления в реальном времени минскими учёными используются два подхода: 1) подход, применяющий доводку, 2) подход, основанный на коррекции решений с помощью двойственного метода линейного программирования.

Несмотря на имеющиеся результаты в рассматриваемой области, можно выделить ряд новых нерешённых проблем, актуальность которых обусловлена практическим применением алгоритмов, а также усложнением математических моделей объектов управления.

Актуальность темы диссертационной работы определяется недостаточной разработанностью проблемы синтеза линейных систем в условиях множественной неопределённости и нацеленностью исследований в этой области на решение современных прикладных задач управления.

Работа выполнена в рамках минской школы по математическим методам оптимального управления.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Связь работы с научными программами (проектами), темами**

Работа выполнена на кафедре методов оптимального управления Белорусского государственного университета. Тема диссертации утверждена Ученым советом факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета (протокол №4 от 2 февраля 2012 г.) и соответствует приоритетному направлению „Междисциплинарные научные исследования, новые зарождающиеся технологии как основа устойчивого инновационного развития“. Исследования проводились в рамках научной программы ГПНИ „Конвергенция“ (2011-2015). Задание 1.3.02 „Численные и асимптотические методы решения задач управления и наблюдения в условиях неопределенности“.

### **Цель и задачи исследования**

Целью диссертационной работы является обоснование быстрых алгоритмов коррекции решений линейных задач оптимального управления, наблюдения и идентификации в реальном времени. Для выполнения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. разработать методы увеличения скорости коррекции оптимальных программ в задачах оптимальной идентификации, наблюдения и управления в реальном времени;
2. обосновать методы оптимального наблюдения в реальном времени с использованием дискретных измерительных устройств;
3. исследовать комплексную задачу оптимального управления в реальном времени в классе дискретных управляемых воздействий.

Объектом исследования является проблема синтеза оптимальных линейных систем управления в условиях множественной неопределенности.

Предмет исследования – программные и позиционные решения линейных задач оптимального управления в реальном времени.

### **Научная новизна**

Результаты, включённые в диссертационную работу, являются новыми. Они представляют дальнейшее развитие теории оптимального управления динамическими системами в условиях множественной неопределенности.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Разработанные диссертантом методы построения оптимальных позиционных решений проиллюстрированы на содержательных примерах задач оптимального управления динамическими объектами 4-го и 8-го порядков.

## **Положения, выносимые на защиту**

На защиту выносятся следующие результаты:

- методы построения в реальном времени в классе дискретных управляющих воздействий позиционных решений задач оптимального управления линейными нестационарными и стационарными многомерными динамическими объектами;
- ускоренные методы коррекции текущих программ для задач оптимального наблюдения и идентификации по импульсным и дискретным сигналам несовершенных измерительных устройств;
- принцип разделимости в задачах оптимального управления в реальном времени динамическими системами с неопределенностью в математических моделях, в начальных условиях и сигналах измерительных устройств.

## **Личный вклад соискателя**

Результаты, представленные в диссертации, получены лично соискателем под руководством научного руководителя, профессора Р.Ф. Габасова. Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика их исследования.

## **Апробация диссертации и информации об использовании её результатов**

Результаты, полученные в диссертационной работе докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

- Международной конференции „Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация“, посвященной 95-летию со дня рождения академика Е.А. Барбашина (Минск, 1-5 октября 2013);
- Международной конференции „XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения – 2014)“ (Новополоцк, 20-22 мая 2014);
- Конференции „79-я научно-техническая конференция профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов (с международным участием)“ (Минск, 3-12 февраля 2015).

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## Опубликование результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 6 научных работах, из которых 3 – статьи в научных журналах в соответствии п. 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (общим объемом 2.9 авторского листа), 3 – тезисы докладов на научных конференциях.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, основной части из 4-х глав, заключения, библиографического списка и приложения. Полный объем диссертации составляет 95 страниц, 26 рисунков занимают 21 страницу, 4 таблицы занимают 4 страницы, 3 приложения занимают 14 страниц. Библиографический список содержит 96 наименований, включая 6 собственных публикаций автора.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первой главе** приведён аналитический обзор литературы по теме диссертационной работы, дано обоснование выбора направлений исследований, определены нерешённые проблемы, описываются объекты исследования и методы при проведении исследований.

Во **второй главе** описывается метод построения программного и позиционного решений задачи оптимального управления линейным многомерным динамическим объектом в классе дискретных управляемых воздействий.

Рассматривается линейная задача оптимального управления многомерным динамическим объектом

$$\begin{aligned} c'x(t^*) &\rightarrow \max; \\ \dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(t_*) &= x_0^*; \quad x(t^*) \in X^*; \\ u(t) &\in U, \quad t \in T. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $T = [t_*, t^*]$  – конечный промежуток времени;  $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$  – состояние объекта в момент времени  $t$ ;  $x_0^* \in \mathbb{R}^n$  – известное начальное состояние объекта;  $u = u(t) \in \mathbb{R}^r$  – значение управляющего воздействия в момент времени  $t$ ;  $U = \{u \in \mathbb{R}^r : u_* \leq u \leq u^*\}$ ;  $X^* = \{x \in \mathbb{R}^n : g_* \leq Hx \leq g^*\}$ ;  $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ ,  $t \in T$ , – кусочно–непрерывные функции;  $c \in \mathbb{R}^n$ ;  $g_*, g^* \in \mathbb{R}^m$ ;  $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

1. Методы построения в реальном времени в классе дискретных управляющих воздействий позиционных решений задач оптимального управления линейными нестационарными и стационарными многомерными динамическими объектами [1, 3, 5];
2. Ускоренные методы коррекции текущих программ для задач оптимального наблюдения и идентификации по импульсным и дискретным сигналам несовершенных измерительных устройств [2, 4, 6];
3. Принцип разделимости в задачах оптимального управления в реальном времени динамическими системами с неопределенностью в математических моделях, в начальных условиях и сигналах измерительных устройств [2, 3, 6].

Приведенные результаты численных экспериментов на содержательных примерах показывают работоспособность алгоритмов.

### Рекомендации по практическому использованию результатов

Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы при построении оптимальных управлений в реальном времени системами аэрокосмического назначения, управлении мобильными системами, управлении технологическими, экономическими, биологическими и другими процессами, поведение которых описывается линейными дифференциальными уравнениями с неопределенностями в начальном состоянии и при неизвестных возмущениях.

Приведённые результаты по построению позиционных решений допускают обобщение на нелинейные системы управления и системы с распределёнными параметрами. Разработанные в работе методы и алгоритмы позволяют решать новые проблемы прикладной направленности, связанные с построением обратных, прямых и комбинированных связей.

**(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)**

**СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ**

**ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**Статьи в научных журналах**

1. Во Тхи Тань Ха. Метод управления в реальном времени линейной нестационарной системой с помощью импульсных управляющих воздействий / Во Тхи Тань Ха // Вестник БГУ. Серия 1, Физика. Математика. Информатика. – 2014. – № 3. – С. 84-89.
2. Габасов, Р. Наблюдение линейных систем по принципу размыкаемого контура / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Во Тхи Тань Ха // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 4(21). – С. 60-69.
3. Габасов, Р. Оптимальное управление в реальном времени многомерным динамическим объектом / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Во Тхи Тань Ха // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 1. – С. 121-135.

**Материалы научных конференций**

4. Во Тхи Тань Ха. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейной системы по многомерным сигналам измерительного устройства / Во Тхи Тань Ха // Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация: тезисы докладов Международной конференции, посвященной 95-летию со дня рождения академика Е.А. Барбашина, Минск, 1-5 октября, 2013 г. – Минск: БГУ, 2013. – С. 91-93.
5. Во Тхи Тань Ха. Оптимальное управление в реальном времени в классе импульсных управляющих воздействий / Во Тхи Тань Ха // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения – 2014): тезисы докладов Международной научной конференции, Новополоцк, 20-22 мая 2014 г. – Минск: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. – С. 86-87.
6. Во Тхи Тань Ха. Управление в реальном времени линейными динамическими объектами по недетерминированным моделям и несовершенным измерениям [Электронный ресурс] / Во Тхи Тань Ха // 79-я науч.-техн. конференция профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов (с международным участием): тезисы докладов конференции, Минск, 3-12 февраля 2015 г. – Минск: БГТУ, 2015. – С. 41-42. – Режим доступа: <https://www.belstu.by/Portals/0/userfiles/37/6-Fiz-mat-nauki.pdf>. – Дата доступа: 01.04.2015.

# (ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

## РЭЗЮМЭ

Во Тхі Тань Ха  
АПТЫМАЛЬНАЕ КІРАВАННЕ  
ДЫНАМІЧНЫМ СІСТЭМАМІ  
Ў РЭАЛЬНЫМ ЧАСЕ

**Ключавыя слова:** аптымальнае кіраванне, рэальны час, назіранне, ідэнтыфікацыя, пазіцыйнае рашэнне, мнагамерны нестациянарны аб'ект, недэтэрмінаваная сістэма, бягуче размеркаванне, прынцып падзяляльнасці, стацыянарны аб'ект, паскарэнне вылічэнняў, паралельныя вылічэнні, рэкурэнтнае ўраўненне, метад “разнавагаў”.

*Мэта дысертацыі* – аргументаванне хуткіх алгарытмаў карэкцыі рашэнняў лінейных задач аптымальнага кіравання, назірання і ідэнтыфікацыі ў рэальным часе.

*Метады даследавання* заснаваны на тэорыі аптымальнага кіравання, уласцівасцях лінейных дыферэнцыяльных ураўненняў, лінейным праграмаванні.

*Атрыманыя вынікі і іх навізна:*

- метады пабудовы ў рэальным часе пазіцыйных рашэнняў задач аптымальнага кіравання лінейнымі нестациянарнымі і стацыянарнымі мнагамернымі дынамічнымі аб'ектамі;
- паскораныя метады карэкцыі бягучых праграм для задач аптымальнага назірання і ідэнтыфікацыі па імпульсным і дыскрэтным сігналах недасканальных вымяральних прылад;
- прынцып падзяляльнасці працэсаў кіравання, назірання і ідэнтыфікацыі ў недэтэрмінаваных задачах аптымальнага кіравання ў рэальном часе дынамічнымі сістэмамі з множнай нязначанасцю.

Навізна атрыманых вынікаў заключаецца ў выкарыстанні прапанаваных метадаў паскарэння і вырашэнні комплекснай недэтэрмінаванай задачы аптымальнага кіравання.

*Эфектыўнасць* прапанаваных у дысертацыі метадаў пацверджана вылічальнымі эксперыментамі на змястоўных прыкладах.

*Рэкамендацыя па ўжыванні.* Распрацаваныя ў дысертацыі метады могуць прыменіцца для сінтэзу сістэм кіравання механічнымі, тэхналагічнымі і іншымі працэсамі, матэматычныя мадэлі якіх утрымліваюць множную нязначанасць. Яны дапускаюць абавульненні на складаныя сістэмы і могуць быць выкарыстаны пры пастановцы і вырашэнні актуальных прыкладных проблем.

## РЕЗЮМЕ

Во Тхи Тань Ха

### ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

**Ключевые слова:** оптимальное управление, реальное время, наблюдение, идентификация, позиционное решение, многомерный нестационарный объект, недетерминированная система, текущее распределение, принцип разделимости, стационарный объект, ускорение вычислений, параллельные вычисления, рекуррентные уравнения, метод “разновесов”.

*Цель диссертации* – обоснование быстрых алгоритмов коррекции решений линейных задач оптимального управления, наблюдения и идентификации в реальном времени.

*Методы исследования* основаны на теории оптимального управления, свойствах линейных дифференциальных уравнений, линейном программировании.

*Полученные результаты и их новизна:*

- методы построения в реальном времени позиционных решений задач оптимального управления линейными нестационарными и стационарными многомерными динамическими объектами;
- ускоренные методы коррекции текущих программ для задач оптимального наблюдения и идентификации по импульсным и дискретным сигналам несовершенных измерительных устройств;
- принцип разделимости процессов управления, наблюдения и идентификации в недетерминированных задачах оптимального управления в реальном времени динамическими системами с множественной неопределенностью.

Новизна полученных результатов состоит в использовании предлагаемых методов ускорения и решении комплексной недетерминированной задачи оптимального управления.

*Эффективность* предложенных в диссертации методов подтверждена вычислительным экспериментами на содержательных примерах.

*Рекомендация по применению.* Разработанные в диссертации методы могут применяться для синтеза систем управления механическими, технологическими и другими процессами, математические модели которых содержат множественную неопределенность. Они допускают обобщения на сложные системы и могут быть использованы при постановке и решении актуальных прикладных проблем.

## SUMMARY

Vo Thi Thanh Ha  
OPTIMAL ON-LINE CONTROL  
OF DYNAMICAL SYSTEMS

**Keywords:** optimal control, real time, observation, identification, positional solution, multidimensional nonstationary object, indeterminate system, current distribution, separation principle, stationary object, acceleration procedure, parallelizing procedures, recurrent equations, method “set of weight”.

*The goal of the thesis* is to base fast algorithms of correcting solutions for the linear optimal on-line control, observation and identification problems.

*The methods of research* are based on optimal control theory, properties of linear differential equations and linear programming.

*The obtained results and their novelty:*

- methods to create in real time the positional solutions of optimal control problems to linear nonstationary and stationary multidimensional objects;
- acceleration methods of correcting current programs for optimal observation and identification problems with impulse and discrete signals of imperfect measuring devices;
- separation principle of control, observation and identification processes for the optimal on-line control problems of dynamical systems under set-membership uncertainties.

Novelty of the results obtained is the acceleration method and solving complex indeterminate problems of optimal control.

*The effectiveness* of the methods proposed is confirmed by compute experiments on content examples.

*Recommendation for use.* All the results obtained in the thesis, are new. The developed methods can be applied to the synthesis of control systems of mechanical, technological and other processes, whose mathematical models contain set-membership uncertainty. They can be generalized to complex systems and can be used in formulating and solving actual applied problems.