

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ"

УДК 512.542

БОРОБЕЙ Людмила Александровна

ТРАНЗИТИВНЫЕ ПОДГРУППОВЫЕ ФУНКТОРЫ И КЛАССЫ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Гомель — 2003

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

работа выполнена в Учреждении образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины"

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор

КАМОРНИКОВ Сергей Федорович,

Учреждение образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины", кафедра алгебры и геометрии

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,

профессор ТАВГЕНЬ Олег Игнатьевич,

Учреждение образования "Академия последипломного образования", ректор

кандидат физико-математических наук, доцент

ВАСИЛЬЕВА Татьяна Ивановна,

Учреждение образования "Белорусский государственный университет транспорта", кафедра высшей математики

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Подгрупповые функторы, то есть согласованные с изоморфизмами групп функции, выделяющие некоторые системы подгрупп, первоначально рассматривались в контексте общей теории групп и идейно восходят к работам А.Г.Куроша [8] и Б.И.Плюткина [9]. В теории конечных групп подгрупповые функторы активно начали применяться с 60-х годов прошлого века. Отметим только несколько результатов. Так, Виландт [22] в 1957 году для изучения перестановочных свойств субнормальных подгрупп разработал и применил теорию дистрибутивных функторов, то есть таких подгрупповых функторов, которые согласованы с изоморфизмами групп и индуцируют верхний эндоморфизм на решетке субнормальных подгрупп каждой группы. В монографии К.Дёрка и Т.Хоукса [18], так называемые, характеристические подгрупповые функции использовались для изучения обобщенно прекурсивных и префраттиниевых подгрупп. В 1966 году в работе Барнса и Кегеля [15] на языке подгрупповых функторов получила развитие идея силовских подгрупп и \mathcal{X} -просекторов.

Позже исследования показали, что метод подгрупповых функторов является удобным средством изучения специфических классов групп (формаций, классов Фиттинга и классов Шунка). В частности, в монографии [10] идея подгруппового функтора дала возможность М.В.Селькину открыть новые свойства классов Шунка и развить функциональный подход, обосновывающий необходимость рассмотрения с позиции классов Шунка задачи о пересечениях максимальных подгрупп конечных групп. Внедрение функциональных подходов в исследование свойств субнормальных подгрупп позволило С.Ф.Каморникову и Л.А.Шеметкову [3, 7] по-новому взглянуть на проблему перестановочности корадикалов субнормальных подгрупп и решить соответствующие задачи Виландта и Кегеля.

Развитие прикладных аспектов теории подгрупповых функторов потребовало глубокой проработки самого понятия подгруппового функтора, установления тесной связи подгрупповых функторов с различными классами групп, построения методик исследования свойств систем подгрупп по выделяющим их подгрупповым функторам и индуцированным классам групп. Существенное продвижение в решении отмеченных задач сделано в работе С.Ф.Каморникова и М.В.Селькина "Подгрупповые функторы в теории классов конечных групп"[6].

В дальнейшем пристальное внимание было обращено на конкретные

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

4

– решен вопрос 1.5.26 С.Ф.Каморникова, М.В.Селькина из [6] о существовании дополняемых элементов в решетке $Reg_{tr}(\mathfrak{G})$ всех регулярных транзитивных подгрупповых функторов;

– описаны все нильпотентные регулярные транзитивные подгрупповые функторы;

– установлено строение группы G , для которой решетка всех регулярных транзитивных подгрупповых ($formG$)-функторов является цепью ([11], вопрос 2.18).

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются регулярные транзитивные подгрупповые функторы и решетки таких функторов.

Предмет исследования — свойства транзитивных регулярных подгрупповых функторов и их решеток в связи с формациями и другими классами групп.

Методология и методы проведенного исследования. В диссертации используются методы доказательства абстрактной теории конечных групп, а также методы теории множеств, теории решеток и теории классов групп, в частности, методы теории формаций.

Научная новизна и значимость полученных результатов. Все полученные результаты в диссертации являются новыми и могут использоваться в теоретических исследованиях. В диссертации впервые системно изучены регулярные транзитивные подгрупповые функторы и их решетки. Получено описание всех нильпотентных регулярных транзитивных подгрупповых функторов. Установлено строение группы в зависимости от ширины индуцированной ей решетки всех регулярных транзитивных подгрупповых функторов. Охарактеризованы дополняемые элементы решеток $Reg(\mathfrak{G})$ и $Reg_{tr}(\mathfrak{G})$. Получены ответы на ряд вопросов А.Н.Скибы, С.Ф.Каморникова, М.В.Селькина из [6, 11, 12].

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы при изучении классов конечных групп с помощью подгрупповых функторов. Отдельные результаты могут быть использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов на математических специальностях в высших учебных заведениях.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Построение новых серий регулярных транзитивных подгрупповых функторов и решение задачи А.Н.Скибы (1997г.) о мощности решеток

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

5

$Reg(\mathfrak{F})$ (\mathfrak{F} – непустая формация) и $Reg_{tr}(\mathfrak{F})$ (теоремы 3.1.5, 3.1.10, 3.1.13, 3.2.7, следствие 3.2.8).

2. Решение вопроса А.Н.Скибы (1997г.) о существовании дополняемых элементов в решетке $Reg(\mathfrak{F})$ всех регулярных подгрупповых \mathfrak{F} -функторов (теорема 3.3.2).

3. Решение вопроса С.Ф.Каморникова, М.В.Селькина (2001г.) о существовании дополняемых элементов в решетке $Reg_{tr}(\mathfrak{G})$ всех регулярных транзитивных подгрупповых функторов (теорема 3.3.8).

4. Решение вопроса А.Н.Скибы (1997г.) о строгости группы G , для которой решетка всех регулярных транзитивных подгрупповых ($formG$)-функторов является цепью (теорема 4.1.1).

5. Теорема о строгости группы G в зависимости от ширины решетки регулярных транзитивных подгрупповых ($formG$)-функторов (теорема 4.1.5).

6. Описание всех нильпотентных регулярных транзитивных подгрупповых функторов (теорема 4.2.6).

Личный вклад соискателя. Все основные результаты диссертации получены автором самостоятельно. В опубликованных совместно с научным руководителем работах идеи и методы принадлежат научному руководителю, а доказательства соискателю.

Аннотация результатов диссертации. Основные результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины; на Республиканской научно-технической конференциях студентов и аспирантов: "Новые компьютерные технологии в науке, технике, производстве и индустрии развлечений"(Гомель, 9 - 13 марта 1998 г.); на I Международной научной конференции: "Вычислительные методы и производство: реальность, проблемы, перспективы"(Гомель, 12 - 13 ноября 1998 г.); на II Международной алгебраической конференции в Украине, посвященной памяти профессора Л.А.Калужнина (1914 - 1990) (Киев Вишница, 9 - 16 мая 1999 г.); на II Республиканской научно-технической конференции студентов и аспирантов: "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях"(Гомель, 15 - 20 марта 1999 г.); на III Международной алгебраической конференции в Украине (Суммы, 2 - 8 июля 2001 г.); на Украинском математическом конгрессе (Киев, 2001 г.); на Международной научно - практической конференции: "Актуальные проблемы разви-

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

6

тия транспортных систем и строительного комплекса" (Гомель, 2001 г.).

Опубликованность результатов. Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях, 2 препринтах и 6 тезисах докладов. Общее количество страниц, опубликованных материалов — 35. Ряд результатов работы вошли в монографию С.Ф.Каморникова, М.В.Селькина [6].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы в алфавитном порядке (46 наименований). Работа иллюстрирована 3 рисунками. Объем диссертации — 67 страниц.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю — доктору физико-математических наук, профессору Сергею Федоровичу Каморникову за внимание, оказанное им при написании данной диссертации.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Ниже охарактеризовано содержание диссертации по главам.

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав основной части, заключения и списка цитируемой литературы.

В главе 1 приводится обзор полученных результатов.

В главе 2 собраны известные определения и результаты, используемые в основном тексте диссертации.

Глава 3 "Решетка регулярных транзитивных подгрупповых функторов" включает в себя три раздела.

Глава 4 "Подрешетки решетки регулярных транзитивных подгрупповых функторов и строение группы" состоит из двух разделов.

Перейдем к изложению основного материала работы.

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения стандартны и соответствуют принятым в [6, 10, 12, 13, 18].

Пусть \mathfrak{X} — класс групп, θ — отображение, которое ставит в соответствие каждой группе $G \in \mathfrak{X}$ некоторую непустую систему $\theta(G)$ ее подгрупп. Говорят, что θ — подгрупповой \mathfrak{X} -функтор (или, иначе, θ — подгрупповой функтор на \mathfrak{X}), если выполняется следующее условие абстрактности:

$$(\theta(G))^{\varphi} = \theta(G^{\varphi})$$

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

7

для любого изоморфизма φ каждой группы G из \mathfrak{X} .

Подгрупповой функтор θ называется регулярным, если для любого эпиморфизма $\varphi : A \rightarrow B$, справедливо:

$$(\theta(A))^\varphi = \theta(B) \text{ и } (\theta(B))^\varphi^{-1} \subseteq \theta(A),$$

и кроме того, $G \in \theta(G)$ для любой группы G .

Подгрупповой функтор θ называется транзитивным, если для любой группы G всегда из $S \in \theta(H)$ и $H \in \theta(G) \cap \mathfrak{X}$ следует $S \in \theta(G)$.

Исследования третьей главы группируются возле следующего вопроса, поставленного А.Н.Скибой в 1997 году: "Можно ли классифицировать все регулярные транзитивные подгрупповые функторы" (вопрос 1.2.12 из [12]). В разделе 3.1 изучение этого вопроса начинается с построения серий регулярных транзитивных подгрупповых функторов.

3.1.5. Теорема [27]. Пусть \mathfrak{X} — непустой гомоморф. Тогда \mathfrak{X} -субнормальный подгрупповой функтор $\text{sub}_{\mathfrak{X}}$ является регулярным и транзитивным.

3.1.10. Теорема [27]. Пусть \mathfrak{X} — непустой гомоморф. Тогда \mathfrak{X} -достижимый подгрупповой функтор $\overline{\text{sub}_{\mathfrak{X}}}$ является регулярным и транзитивным.

3.1.13. Теорема [27]. Пусть \mathfrak{X} — непустой гомоморф. Тогда \mathfrak{X} -субабнормальный подгрупповой функтор является регулярным и транзитивным.

Все три серии регулярных транзитивных подгрупповых функторов, описанные в теоремах 3.1.5, 3.1.10 и 3.1.13, связаны с выделением в группах таких подгрупп, которые соединяются с группой цепью подгрупп с определенными свойствами. Это приводит к гипотезе о том, что и любой регулярный транзитивный подгрупповой \mathfrak{X} -функтор может быть описан аналогичной процедурой. В достаточно широком диапазоне (\mathfrak{X} — наследственный гомоморф) такая гипотеза находит подтверждение в следующих двух теоремах.

3.1.18 Теорема. Пусть \mathfrak{X} — непустой наследственный гомоморф и τ — регулярный подгрупповой \mathfrak{X} -функтор, а τ' — наименьший транзитивный регулярный подгрупповой \mathfrak{X} -функтор, содержащий τ . Тогда в том и только том случае $T \in \tau'(G)$, когда в группе $G \in \mathfrak{X}$ имеется такая цепь подгрупп

$$T = G_0 \subseteq G_1 \subseteq \dots \subseteq G_n = G,$$

4.2.13. Следствие [25]. Пусть \mathfrak{F} — нильпотентная формация. Тогда решетка $Reg_{tr}(\mathfrak{F})$ либо конечна, либо континуальна.

4.2.14. Следствие [25]. Пусть \mathfrak{F} — нильпотентная формация. Решетка $Reg_{tr}(\mathfrak{F})$ конечна тогда и только тогда, когда конечно множество $\pi(\mathfrak{F})$.

4.2.15. Следствие [25]. Если группа G нильпотентна, то решетка $Reg_{tr}(formG)$ содержит $2^{|\pi(G)|}$ элементов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации исследуются регулярные транзитивные подгрупповые функторы. Получены следующие результаты:

— построены новые серии регулярных транзитивных подгрупповых функторов и решена задача А.Н.Скибы 1.4.3 из [12] о мощности решетки $Reg(\mathfrak{F})$ (\mathfrak{F} — пустая формация конечных групп) всех регулярных подгрупповых \mathfrak{F} -функторов и мощности решетки $Reg_{tr}(\mathfrak{F})$ всех регулярных транзитивных подгрупповых \mathfrak{F} -функторов [27];

— решен вопрос 2.18 А.Н.Скибы из [11] о строении группы G , для которой решетка всех регулярных транзитивных подгрупповых $(formG)$ -функторов является цепью [28];

— получены ответы на вопросы 2.12 и 2.13 А.Н.Скибы из [11] о существовании в $Reg(\mathfrak{F})$ дополняемых элементов, отличных от $1_{\mathfrak{F}}$ и $0_{\mathfrak{F}}$ [23];

— решен вопрос 1.5.26 С.Ф.Каморникова, М.В.Селькина из [6] о существовании дополняемых элементов в решетке $Reg_{tr}(\mathfrak{G})$ [24];

— описаны все нильпотентные регулярные транзитивные подгрупповые функторы [25];

установлено строение группы G в зависимости от ширины решетки регулярных транзитивных подгрупповых $(formG)$ -функторов [26].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Васильев А.Ф., Каморников С.Ф., Семенчук В.И. О решетках подгрупп конечных групп // В кн.: Бесконечные группы и примыкающие алгебраические системы. Киев: Ин-т математики АН Украины, 1993. — С. 27–54.

[2] Васильев А.Ф., Каморников С.Ф. О функторном методе изучения решеток подгрупп конечных групп // Сибир. мат. журн. — 2001. — Т. 42, №1. — С. 30–40.

[3] Каморников С.Ф. Субнормальные подгруппы в теории функций конечных групп // Дис. ... д-ра физ.-мат. н.: 01.01.06. – Гомель, 1995. – 183 с.

[4] Каморников С.Ф. Перестановочность подгрупп и \mathfrak{F} -субнормальность // Сибир. мат. журн. – 1996. – Т. 37, №5. – С. 1065–1080.

[5] Каморников С.Ф., Кузменкова И.А. О функторной характеристике наследственных идемпотентов полугруппы формаций конечных групп // Международная математическая конференция, посвященная 100-летию начала работы Д.А. Граве (1863–1939) в Киевском университете: Тез. докл. науч. конф., Киев, 17–22 июня 2002г. / Киевский университет им. Тараса Шевченко. – Киев, 2002. – С. 95.

[6] Каморников С.Ф., Селькин М.В. Подгрупповые функторы в теории классов конечных групп. – Гомель, 2001. – 236 с. – (Препринт/ ГГУ им. Ф.Скорины; №2(107)).

[7] Каморников С.Ф., Шеметков Л.А. О корадикалах субнормальных подгрупп // Алгебра и логика. – 1995. – Т. 34, №5. – С. 493–513.

[8] Курош А.Г. Радикалы колец и алгебр // Мат. сб. – 1953. – Т. 33. – С. 13–26.

[9] Плоткин Б.И. Радикалы в группах, операции на классах групп и радикальные классы // Избранные вопросы алгебры и логики: Сборник, посвященный памяти А.И. Мальцева. Новосибирск: Наука, 1973. – С. 205–244.

[10] Селькин М.В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. Мн.: Беларуская навука, 1997. – 144 с.

[11] Скиба А.П. Алгебра формаций. Гомель, 1997. – 261 с. – (Препринт/ ГГУ им. Ф.Скорины; №64).

[12] Скиба А.Н. Алгебра формаций. – Мн.: Беларуская навука, 1997. – 240 с.

[13] Шеметков Л.А. Формации конечных групп. – М.: Наука. 1978. – 272 с.

[14] Шеметков Л.А. Ступенчатые формации групп // Мат. сб. – 1974. – Т. 94, №4. – С. 628–648.

[15] Barnes D.W., Kegel O.H. Gaschutz functors on finite soluble groups // *Math.Z.* - 1966. - V. 94, №2. - P. 134-142.

[16] Ballester - Bolinches A., Doerk K., Perez - Ramos M.D. On the lattice on \mathfrak{F} -subnormal subgroups // *J. Algebra.* - 1992. - V. 148. - P. 42-52.

[17] Carter R., Hawkes T. The \mathfrak{F} normalisers of a finite soluble groups // *J. Algebra.* - 1967. - V. 5, №2. - P. 175-202.

[18] Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. - Berlin - New York: Walter de Gruyter, 1992. - 892 p.

[19] Kegel O.H. Untergruppenverbände endlicher Gruppen, die den Subnormalteilerverband echt enthalten // *Arch. Math.* - 1978. - Bd. 30, №3. - S. 225-228.

[20] Neumann P.M. A note on formations of finite nilpotent groups // *Bull. London Math. Soc.* - 1970. - V. 2, №1 - P. 91.

[21] Wielandt H. Eine Verallgemeinerung der invarianten Untergruppen // *Math. Z.* - 1939. - Bd. 45. - S. 209-244.

[22] Wielandt H. Vertauschbare nachinvariante Untergruppen // *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg.* - 1957. - Bd. 21, №1-2. - S. 55-62.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

[23] Воробей Л.А., Каморников С.Ф. О дополняемых элементах решетки подгрупповых функторов гомоморфа // *Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та.* - 1998. - Вып. 12. - С. 74-77.

[24] Воробей Л.А. Об одном свойстве решетки транзитивных подгрупповых функторов гомоморфа // *Актуальные проблемы развития транспортных систем и строительного комплекса: Труды Международной науч.-практ. конф. / Белорусский государственный университет транспорта.* - Гомель, 2001. - С. 287-288.

[25] Воробей Л.А. О нильпотентных транзитивных регулярных подгрупповых функторах // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 2002. — №3. — С. 21–25.

[26] Воробей Л.А. О свойствах решетки транзитивных регулярных подгрупповых функторов // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2003. - №2. С. 22–24.

[27] Воробей Л.А. О регулярных транзитивных подгрупповых функторах. - Гомель, 1999. — 11 с. — (Препринт / ГГУ им. Ф.Скорины; №80).

[28] Воробей Л.А., Каморников С.Ф., Карпеш А.В. Об одной характеристике примарных групп. — Гомель, 2000. - 6 с. — (Препринт / ГГУ им. Ф.Скорины).

[29] Воробей Л.А. Дополняемые элементы решетки подгрупповых функторов гомоморфа // Новые компьютерные технологии в науке, технике, производстве и индустрии развлечений: Материалы республиканской науч.-техн. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 9–13 марта 1998г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. — Гомель, 1998. — С. 126–127.

[30] Воробей Л.А., Каморников С.Ф. О связи подгрупповых функторов и классов Шунка // Вычислительные методы и производство: реальность, проблемы, перспективы: Материалы I Международной науч. конф., Гомель, 12–13 ноября 1998г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. - Гомель, 1998. С. 186.

[31] Воробей Л.А. Транзитивные подгрупповые функторы // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы II республиканской науч.-техн. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 15–20 марта 1999г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. - Гомель, 1999. С. 100–101.

[32] Воробей Л.А., Каморников С.Ф. О мощности решетки подгрупповых \mathfrak{F} -функторов // Вторая международная алгебраическая конференция в Украине, посвященная памяти профессора Л.А.Калужнина (1914–1990) : Тез. докл. науч. конф., Киев–Винница, 9–16 мая 1999г. / Винницкий государственный педагогический университет. - Винница, 1999. — С. 64–65.

[33] Воробей Л.А. О дополняемых элементах решетки регулярных транзитивных подгрупповых функторов гомоморфа // Третья международная алгебраическая конференция в Украине: Тез. докл. науч. конф., Суммы, 2-8 июля 2001г. / СумГПУ им. А.С.Макаренко. – Суммы, 2001. – С. 144-145.

[34] Воробей Л.А. О нильпотентных транзитивных регулярных подгрупповых функторах // Украинский математический конгресс, посвященный 200-летию М.В.Остроградского: Тез. докл. науч. конф. / Институт математики НАН Украины. – Киев, 2001. – С. 17-18.

Р Э З Ю М Э

Варабей Людміла Аляксандраўна

Транзітыўныя падгрупавыя функтары і класы канечных груп

Ключавыя словы: канечная група, фармацыя, падгрупавы функтар, рэгулярны транзітыўны падгрупавы функтар, рашотка, дапаўняльныя элементы, магутнасць рашоткі.

У дысертацыі пабудаваны новыя серыі рэгулярных транзітыўных падгрупавых функтараў; вырашаны задачы А.Н.Скібы пра магутнасць рашотак $Reg(\mathfrak{F})$ (\mathfrak{F} — непустая фармацыя канечных груп) усіх рэгулярных падгрупавых \mathfrak{F} -функтараў і $Reg_{tr}(\mathfrak{F})$ ўсіх рэгулярных транзітыўных падгрупавых \mathfrak{F} -функтараў ([12], пытанне 1.4.3), пра будову групы G , для якой рашотка ўсіх рэгулярных транзітыўных падгрупавых ($formG$)-функтараў з'яўляецца ланцюгом ([11], пытанне 2.18), пра існаванне ў $Reg(\mathfrak{F})$ дапаўняльных элементаў, якія адрозніваюцца ад $1_{\mathfrak{F}}$ і $0_{\mathfrak{F}}$ ([11], пытанні 2.12 і 2.13); вырашана задача С.Ф.Каморнікава і М.В.Селькіна ([6], пытанне 1.5.26) пра існаванне дапаўняльных элементаў у рашотцы $Reg_{tr}(\mathfrak{G})$ ўсіх рэгулярных транзітыўных падгрупавых функтараў; апісаны ўсе нільпатэнтныя рэгулярныя транзітыўныя падгрупавыя функтары; вызначана будова групы G ў залежнасці ад шырыні рашоткі рэгулярных транзітыўных падгрупавых ($formG$)-функтараў.

Усе асноўныя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі канечных груп, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах і педагагічных ВНУ.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

РЕЗЮМЕ

Воробей Людмила Александровна

Транзитивные подгрупповые функторы и классы конечных групп

Ключевые слова: конечная группа, формация, подгрупповой функтор, регулярные транзитивные подгрупповые функторы, решетка, дополняемые элементы, мощность решетки.

В диссертации построены новые серии регулярных транзитивных подгрупповых функторов; решены задачи А.И.Скибы о мощности решеток $Reg(\mathfrak{F})$ (\mathfrak{F} — непустая формация конечных групп) всех регулярных подгрупповых \mathfrak{F} -функторов и $Reg_{tr}(\mathfrak{F})$ всех регулярных транзитивных подгрупповых \mathfrak{F} -функторов ([12], вопрос 1.4.3), о строении группы G , для которой решетка всех регулярных транзитивных подгрупповых ($formG$)-функторов является цепью ([11], вопрос 2.18), о существовании в $Reg(\mathfrak{F})$ дополняемых элементов, отличных от $1_{\mathfrak{F}}$ и $0_{\mathfrak{F}}$ ([11] вопросы 2.12 и 2.13); решена задача С.Ф.Каморникова и М.В.Селькина ([6], вопрос 1.5.26) о существовании дополняемых элементов в решетке $Reg_{tr}(\mathfrak{G})$ всех регулярных транзитивных подгрупповых функторов; описаны все нильпотентные регулярные транзитивные подгрупповые функторы; установлено строение группы G в зависимости от ширины решетки регулярных транзитивных подгрупповых ($formG$)-функторов.

Все полученные результаты работы являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории конечных групп (с помощью подгрупповых функторов), а также при чтении спецкурсов, преподаваемых в университетах и педагогических вузах.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

S U M M A R Y

Vorobey Lyudmila Aleksandrovna

Transitive subgroup functors and classes of finite groups

Key words: finite group, formation, subgroup functor, regular transitive subgroup functor, lattice, complemented elements, cardinality of lattice.

In the dissertation the new sets of regular transitive subgroup functors are constructed. The author decides the problems of A. N. Skiba ([12], question 1.4.3) about cardinality of lattices $Reg(\mathfrak{F})$ of all regular subgroup \mathfrak{F} -functors and $Reg_{tr}(\mathfrak{F})$ of all regular transitive subgroup \mathfrak{F} -functors (\mathfrak{F} — nonempty formation of finite groups), ([11], question 2.18) about structure of group G , for which the lattice of all regular transitive subgroup ($formG$)-functors is chain, ([11], questions 2.12, 2.13) about existence complemented elements distinguished from $1_{\mathfrak{F}}$ and $0_{\mathfrak{F}}$ in the lattice $Reg(\mathfrak{F})$, the problem of S. F. Kamornikov and M. V. Selkin ([6], question 1.5.26) about existence complemented elements in the lattice $Reg_{tr}(\mathfrak{G})$ (\mathfrak{G} — class of all groups). All nilpotent regular transitive subgroup functors are described; the structure of group G depending on width of lattice of regular transitive subgroup ($formG$)-functors is established.

All results of the dissertation are new. They have a theoretical significance and may be used in the investigations in the theory of finite groups, and also while teaching special courses in universities and pedagogical institutions.

