

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
совет по защите диссертаций Д 02.12.01

УДК 512.548

ВОРОБЬЁВ Геннадий Николаевич

КЛАССЫ СОПРЯЖЕННЫХ ПОДГРУПП В n -АРНЫХ ГРУППАХ

01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Автореферат диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук

Гомель – 1998 г.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

Работа выполнена в Могилёвском технологическом институте

Научный руководитель – доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент НАН Беларуси
ШЕМЕТКОВ Леонид Александрович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
ВОРОБЬЁВ Николай Тимофеевич
кандидат физико-математических наук, доцент
НОВИКОВ Сергей Петрович

Оппонирующая организация – Сумский государственный
педагогический институт имени А.С. Макаренко

Защита состоится " 17 " мая 1998 года в 14 часов
на заседании совета по защите диссертаций при Гомельском
государственном университете им. Ф. Скорины по адресу: 246699,
г. Гомель, ул. Советская, 104,
телефон ученого секретаря (0232) 573791.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины

Автореферат разослан " 14 " мая 1998 года.

Ученый секретарь совета по защите диссертаций,
доктор физико-математических наук,
профессор

 В.С. Моноков

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Естественным обобщением понятия группы является следующее введенное Дёрнте в 1928 г. [1] по инициативе Эмми Нётер определение n -арной группы.

Универсальная алгебра $\langle A, (\) \rangle$ с одной n -арной ($n \geq 2$) операцией $(\) : A^n \rightarrow A$ называется n -арной группой, если выполняются следующие условия:

1) n -арная операция $(\)$ на множестве A ассоциативна, т. е.

$$((a_1 \dots a_n) a_{n+1} \dots a_{2n-1}) = (a_1 \dots a_i (a_{i+1} \dots a_{i+n}) a_{i+n+1} \dots a_{2n-1})$$

для всех $i = 1, 2, \dots, n$ и всех $a_1, a_2, \dots, a_{2n-1} \in A$;

2) каждое из уравнений

$$(a_1 \dots a_{i-1} x_i a_{i+1} \dots a_n) = b, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

однозначно разрешимо в A относительно x_i для всех $a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n, b \in A$.

Работа Дёрнте привлекла внимание А.К. Сушкевича, который посвятил n -арным группам отдельную главу своей монографии ([2], 1937 г.). Уже в этих двух публикациях выявилось своеобразие теории n -арных групп. Впоследствии это ярко проявилось в фундаментальной работе Поста ([3], 1940 г.), которая по важности полученных результатов и содержательности обсуждаемых идей и в настоящее время занимает особое место в общей теории универсальных алгебр, в частности, в теории n -арных групп. По существу, эта работа положила начало систематическому исследованию n -арных алгебраических систем. К числу работ, оказавших заметное влияние на развитие теории n -арных групп, относятся также и оригинальная работа С.А. Чунихина ([4], 1945 г.).

Дальнейшее развитие теории n -арных групп было связано со значительно возросшим в 50 – 60 годы интересом к исследованию универсальных алгебр произвольных типов, что нашло свое отражение в книге А.Г. Куроша ([5], 1974 г.), где среди конкретных типов универсальных алгебр выделены n -арные группы, которым посвящен отдельный параграф. Там же обоснована естественность их введения наряду с понятиями группы, полугруппы, квазигруппы, решетки и т. д.

В докладах на IV Всесоюзном математическом съезде и на международном конгрессе математиков в Москве в 1966 году А.И. Мальцев обратил внимание на важность изучения алгебраических систем с перестановочными конгруэнциями. В дальнейшем, многообразия с перестановочными конгруэнциями стали называть мальцевскими, к которым,

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

как установлено в работе Монка и Сиосона ([6], 1972 г.), принадлежит и многообразие n -арных групп. Это же самое вытекает непосредственно из работы А.И. Мальцева ([7], 1954). Выход в свет книги Л.А. Шеметкова и А.Н. Скибы "Формации алгебраических систем" ([8], 1989 г.) показал, что n -арные группы, как универсальные алгебры с перестановочными конгруэнциями, представляют собой достаточно содержательный объект, требующий дальнейшего изучения, а n -арные группы, наряду с кольцами, группами, линейными алгебрами, могут служить платформой для развития общей теории и построения примеров мальцевских многообразий.

Отмеченные выше результаты оказали мощное стимулирующее влияние на развитие теории n -арных групп и во многом предопределили тематику современных исследований как в n -арных группах, так и в других алгебраических n -арных системах.

Современное состояние теории n -арных групп отражено в обзорах В.А. Артамонова ([9], 1976 г.), А.Е. Залесского и В.С. Конюха ([10], 1979 г.), Глазека ([11], 1982 г.) и монографиях С.А. Русакова ([12], 1992 г., [13], 1997 г.), В.Д. Белоусова ([14], 1972 г.), Брака ([15], 1966 г.), а также в ряде статей, среди которых отметим работы Л.М. Глускина, Хоссу, Монка и Сиосона, В.И. Тютинина, А.М. Гальмака, Дудека, Михальского, Чупона, Громбеца, А.Н. Никитина.

Актуальность изучения n -арных групп в настоящее время обосновывается тесной связью этой теории с аффинной геометрией [13], теорией автоматов [16-17]. Вместе с тем, n -арные группы, являясь промежуточным объектом между теорией групп и общей теорией универсальных алгебр, интересны и с точки зрения их самостоятельного изучения.

По мере развития теории n -арных групп выделились и стали интенсивно развиваться два направления, первое из которых было связано с поиском n -арных аналогов понятий и свойств бинарных групп, второе – с анализом свойств, присущих только n -арным группам при $n > 2$. Начало этих направлений восходит к классическим работам Дёрнте и Поста, заложивших основы структурной теории n -арных групп. Следует отметить, что при исследовании внутреннего строения n -арных групп и в случае $n > 2$ понятие сопряженности n -арных подгрупп и связанные с этим понятием конструкции явились одним из основных инструментов исследования как конечных, так и бесконечных n -арных групп. В настоящее время наиболее глубокие результаты получены в теории конечных n -арных групп. В частности, для таких n -арных групп разработана силовская теория и доказано, что при определенных ограничениях на n

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

и р любые две силовские n -арные p -подгруппы сопряжены. Результаты о подгруппах силового типа нашли много приложений в теории n -арных групп, и поэтому задача их дальнейшего изучения является вполне актуальной и перспективной.

Связь работы с крупными научными программами, темами. Диссертация выполнена в рамках госбюджетной темы Гомельского госуниверситета имени Ф. Скорины "Структурная теория формаций и других классов алгебр" (утверждена решением Президиума АН Беларуси №88 от 23.11.1995 г. на 1996-2000 гг., номер госрегистрации в БелИСА 19963987), а также госбюджетных тем Могилевского технологического института (МТИ): "Исследование некоторых алгебраических систем с одной n -арной операцией" (утверждена советом МТИ на 1995 г., номер госрегистрации 1995446); "Алгебраические системы специального вида" (утверждена советом МТИ на 1996 г., номер госрегистрации 1996828); "Создание с помощью ЭВМ атласа тернарных групп" (утверждена советом МТИ на 1997 г., номер госрегистрации 19972101).

Цель и задачи исследования – получение новых результатов о сопряженности и веррах n -арных подгрупп и использование их для развития методов исследования структурной теории n -арных групп. Для этого решаются следующие задачи:

- получение новой информации о существовании и свойствах веррных n -арных подгрупп;
- анализ понятия сопряженности и получение новых свойств классов сопряженных n -арных подгрупп;
- доказательство n -арного аналога теоремы С.А. Чунихина о сопряженности π -холловских подгрупп в π -отделимой группе.

Объект и предмет исследования – n -арные группы, их веррные n -арные подгруппы и сопряженность и полусопряженность n -арных подгрупп.

Научная новизна и значимость полученных результатов. Все результаты диссертации являются новыми. Здесь впервые:

- получен n -арный аналог веррной подгруппы и исследованы его свойства;
- введено новое понятие полусопряженности n -арных подгрупп в n -арной группе и исследовано строение класса полусопряженных n -арных подгрупп;
- введено новое понятие m -полусопряженности n -арных подгрупп и установлены критерии m -полусопряженности n -арных подгрупп;

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

– получен новый n -арный аналог теоремы С.А. Чупихина о сопряженности π -холловских подгрупп в π -отделимой группе и установлена полусопряженность и верность силовских n -арных p -подгрупп.

Диссертация имеет теоретическое значение. Вошедшие в нее результаты могут быть использованы в исследованиях по теории n -арных групп и других n -арных систем, в частности, при описании структурных свойств различных классов n -арных групп, а также при чтении спецкурсов, преподаваемых в университетах и пединститутах.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Теория верных n -арных подгрупп и ее приложение к установлению новых свойств силовских n -арных подгрупп.

2. Описание структуры классов полусопряженных n -арных подгрупп.

3. Критерии m -полусопряженности n -арных подгрупп в n -арной группе.

4. n -Арный аналог теоремы С.А. Чупихина о сопряженности π -холловских подгрупп в π -отделимой группе, полусопряженность силовских n -арных подгрупп в классе конечных n -арных групп.

Личный вклад соискателя. Все основные результаты диссертации опубликованы автором в 1994 – 1997 гг. Из указанных одна работа является совместной; основные идеи и методы этой работы принадлежат автору, а реализовывались в нераздельном сотрудничестве.

Апробация результатов диссертации. Результаты исследований автора, включенные в диссертацию, докладывались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины и кафедры высшей математики БелГУТ, на Международных математических конференциях (Гомель, 1994 г.; Гомель, 1995 г.; Славянск, 1997 г.; Пермь, 1997 г.), на научно-методической конференции (Минск, 1995), на VII Белорусской математической конференции (Минск, 1996).

Опубликованность результатов. Все основные результаты диссертации опубликованы автором в четырех статьях и семи тезисах конференций. Общее количество страниц – 36.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения и четырех глав. Она содержит также перечень определений и условных обозначений, общую характеристику работы, выводы и расположенный в алфавитном порядке список использованных источников (76 наименований). Полный объем диссертации – 117 страниц.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В диссертации используются обозначения и определения, зафиксированные в монографии [12].

Глава 1 содержит обзор основных результатов диссертации.

В главе 2 собраны известные результаты, используемые в основном тексте диссертации.

Глава 3 включает в себя три раздела и посвящена изучению всерных n -арных подгрупп, впервые введенных для группы З.И. Боревичем [18].

Пусть C – фиксированная подгруппа группы A . Подгруппа H называется промежуточной между C и A , если $C \leq H \leq A$. Для изучения структуры промежуточных подгрупп в работе [18] выделяются подгруппы C , для которых существует множество пар $\{(\Lambda_\alpha, N_\alpha) \mid C \leq \Lambda_\alpha, N_\alpha = N_A(\Lambda_\alpha), \alpha \in I\}$, где I – некоторое множество индексов, такое, что для каждой промежуточной между C и A подгруппы H существует единственный индекс α такой, что $\Lambda_\alpha \leq H \leq N_\alpha$. В этом случае для фиксированной подгруппы C система $\{(\Lambda_\alpha, N_\alpha)\}$, $\alpha \in I$ названа ее веером, а сама C – всерной подгруппой в A . Веерная подгруппа C обладает тем замечательным свойством, что все промежуточные подгруппы H находятся в естественном биективном соответствии с теоретико-множественным объединением всех подгрупп всех факторгрупп N_α/Λ_α , $\alpha \in I$. Это показывает, что теорема о соответствии подгрупп при гомоморфизме допускает обобщение на веерные подгруппы.

Автором было замечено (см. пример 3.1.6 диссертации), что существуют n -арные группы, в которых число всех промежуточных n -арных подгрупп между n -арной группой $\langle A, () \rangle$ и инвариантной n -арной подгруппой $\langle C, () \rangle$ не равно числу всех n -арных подгрупп в соответствующей n -арной факторгруппе $\langle A/C, | \rangle$. Этот пример указывает, что n -арный аналог всерной подгруппы обладает отличительными свойствами, изучению которых посвящены разделы 3.1 и 3.2 диссертации.

В разделе 3.1 найдены условия, при которых имеет место n -арный аналог теоремы о соответствии подгрупп при гомоморфизме для полуинвариантных n -арных подгрупп и любого $n \geq 2$. Напомним, что n -арная подгруппа $\langle H, () \rangle$ n -арной группы $\langle A, () \rangle$ называется полуинвариантной в $\langle A, () \rangle$, если для любого $x \in A$ верно

$$[x \overset{n-1}{H}] = [\overset{n-1}{H} x].$$

Согласно теореме 3.1.7, если $\langle H, () \rangle$ – полуинвариантная n -арная подгруппа n -арной группы $\langle A, () \rangle$, то все промежуточные n -арные под-

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

4.4.1. Определение. n -Арные подгруппы $\langle H, () \rangle$ и $\langle K, () \rangle$ n -арной группы $\langle A, () \rangle$ назовем t -полусопряженными в ней ($n = k(m - 1) + 1$, $k \geq 1$), если

$$[x K] = [H x K] = [H x]$$

для некоторого $x \in A$.

Следующая теорема дает критерий t -полусопряженности n -арных подгрупп.

4.4.3. Теорема. Если конечные n -арные подгруппы $\langle H, () \rangle$ и $\langle K, () \rangle$ n -арной группы $\langle A, () \rangle$, где $n = k(m - 1) + 1$, $k \geq 1$, имеют один и тот же порядок и

$$[x K] = [H x K]$$

для некоторого $x \in A$, то они t -полусопряжены в $\langle A, () \rangle$.

Имеется место

4.4.5. Теорема. Если n -арные подгруппы $\langle H, () \rangle$ и $\langle K, () \rangle$ n -арной группы $\langle A, () \rangle$ t -полусопряжены и k -полусопряжены посредством одного и того же элемента, то посредством этого же элемента они и r -полусопряжены, где

$$r - 1 = (m - 1, k - 1).$$

Из теоремы 4.4.5 следует, что если n -арные подгруппы $\langle H, () \rangle$ и $\langle K, () \rangle$ n -арной группы $\langle A, () \rangle$ t -полусопряжены и k -полусопряжены посредством одного и того же элемента и $(m - 1, k - 1) = 1$; то они сопряжены в $\langle A, () \rangle$ посредством того же элемента.

Раздел 4.5 посвящен исследованию полусопряженности и всерности силовских n -арных подгрупп в n -арной группе. Начало развития силовской теории n -арных групп восходит к следующей теореме Поста – аналогу теоремы Силова о существовании и сопряженности p -силовских подгрупп.

Теорема [3, с. 308-309]. Если $\langle A, () \rangle$ – конечная n -арная группа порядка $g = rp^a$, где p – простое число, $(r, p) = 1$ и $(r, n-1) = 1$, то A обладает свойством C_p .

Силовская теория n -арных групп получила свое дальнейшее развитие в монографии С.А. Русакова [12]. В частности, результат Поста следует из теоремы С.А. Русакова [12, с. 194] для π -полуотделимых n -арных групп, которая сама является n -арным аналогом известной C -теоремы С.А. Чунихина для π -отделимых групп ([22], теорема 1.15.1). Напомним [12, с. 193], что n -арная группа $\langle A, () \rangle$ называется π -полуотделимой, если она обладает субнормализованным рядом

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

$$A = A_0 \supseteq A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots \supseteq A_{k-1} \supseteq A_k \quad (k \geq 0),$$

в котором каждый индекс ряда $\rho_i = |A_{i-1}| / |A_i|$ ($i = 1, \dots, k$) и $|A_k|$ делятся не более чем на одно простое число из π .

Теорема [12, с. 194]. *Если конечная n -арная группа A – π -полуотделима и $(|A|_\pi, (n-1)) = 1$, то A обладает свойством C_π .*

В приведенных выше теоремах сопряженность p -силовских n -арных подгрупп и π -холловских n -арных подгрупп в π -полуотделимой n -арной группе доказана при очень сильном ограничении: $(|A|_\pi, (n-1)) = 1$, которое, как показывают примеры (см. пример 4.5.1 диссертации), нельзя отбросить. Снять это ограничение оказалось возможным, если заменить в формулировках теорем сопряженность на полусопряженность. В диссертации получен следующий n -арный аналог теоремы С.А. Чунихина ([22], теорема 1.15.1).

4.5.10. Теорема. *В конечной π -полуотделимой n -арной группе $\langle A, () \rangle$ полусопряжены любые две π -холловские n -арные подгруппы (если они существуют).*

Полагая в теореме 4.5.10 $\pi = \{p\}$, получим n -арный аналог теоремы Силова.

4.5.11. Следствие. *Если в конечной n -арной группе существуют p -силовские n -арные подгруппы, то все они полусопряжены в ней.*

Всерность силовских n -арных подгрупп устанавливает следующая

4.5.13. Теорема. *Если $\langle A, () \rangle$ – конечная n -арная группа порядка $g = rp^a$, где p – простое число, $(r, p) = 1$ и $(r, n-1) = 1$, то любая p -силовская n -арная подгруппа – строго всерная.*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Dörnte W. Untersuchungen über einen verallgemeinerten Gruppenbegriff // Math. Z.– 1928.– Bd. 29. – S. 1-19.
2. Сушкевич А.К. Теория обобщенных групп. – Харьков; Киев, 1937.
3. Post Polyadic groups //Trans. Amer. Math. Soc.– 1940.– Vol. 48, № 2.– P. 208-350.
4. Чунихин С.А. К теории неассоциативных n -групп с постулатом К. // ДАН СССР.– 1945, 48, №1.– С.7 - 10.
5. Курош А.Г. Общая алгебра: Лекции 1969/70 учебного года.– М., 1974.– 160 с.
6. Monk J.D., Sioson F.M. On the general theory of n -groups. //Fund. mathem., LXXII. - 1972. - С. 233-244.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

7. Мальцев А.И. К общей теории алгебраических систем. // *Мат. сб.* 1954.- 35, №1.- С.3-20.
8. Шеметков Л.А., Скиба А.П. Формации алгебраических систем. М.: Наука, 1989.- 256 с.
9. Артамонов В.А. Универсальные алгебры //Итоги науки и техники. Сер. Алгебра. Топология. Геометрия.- 1976.- С. 191-248.
10. Залесский А.Е., Конюх В.С. Алгебра и алгебраическая геометрия в работах математиков Белоруссии.- Мн.: Навука і тэхніка, 1979.- 80 с.
11. Glazek K. Bibliographi of n-groups (poliadic groups) and same group like n-ary sistems// Proc. of the sympos. n-ary structures.- Skopje, 1982.- P. 259-289.
12. Русаков С.А. Алгебраические n-арные системы: Силовская теория n-арных групп.- Мн: Навука і тэхніка, 1992.- 264 с.
13. Русаков С.А. О некоторых приложениях теории n-арных групп. Гомель: Белорус. гос. ун-т трансп., 1997. - 167 с.
14. Белоусов В.Д. n-Арные квазигруппы.- Кишинев, 1972.- 227 с.
15. Bruck R.H. A survey of binary systems.- Berlin, 1966.- 185 p.
16. Grzymala-Busse J.W. On the Periodic Representations Reducibility of Periodic Automata // *J.Assoc. Computing Machinery.*- 1969.- Vol. 16, №3.- P. 432-441.
17. Grzymala-Busse J.W.On the Automorphism of Automata Extensions //*Bull. de L'Academie Polonaise des.sci. Ser. math.,astr.,phys.,* 1974.- Vol. 22, №3.- P. 325-331.
18. Борович З.И. О расположении подгрупп //Зап. науч. семинаров Ленингр. отд. Мат. ин-та АН СССР, 1979. №94.- С. 5-12.
19. Гальмак А.М. Тернарные группы отражений. // Проблемы математики и информатики: В двух частях: Материалы междунар. матем. конф., посвященной 25-летию Гомельского госуниверситета им. Ф. Скорины: Часть 1: Фундаментальные проблемы математики.- Гомель, 1994.- С. 33.
20. Воробьев Г.Н. О полусопряженности n-арных подгрупп. // Вопросы алгебры. - Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, 1996.- Вып. 10. - С. 157 - 163.
21. Гальмак А.М. Инвариантные подгруппы n-арных групп и их обобщения //Вопросы алгебры.- Мн: Университетское, 1990. -Вып. 5. - С. 91-94.
22. Чунихин С.А. Подгруппы конечных групп.- Мн: Навука і тэхніка, 1964.- 158 с.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации получены следующие основные результаты:

1) решена задача построения n -арного аналога всерной подгруппы и исследованы всеры некоторых n -арных подгрупп [1, 5, 6, 8];

2) решена задача получения новых определений сопряженности n -арных подгрупп в n -арной группе, эквивалентных определению Поста [3];

3) решена задача обобщения понятия сопряженности. Введено новое понятие полусопряженности n -арных подгрупп в n -арной группе и исследовано строение класса полусопряженных n -арных подгрупп. Исследована сопряженность n -арных подгрупп с применением нового понятия m -полусопряженности n -арных подгрупп [2, 4, 7, 9, 11];

4) решена задача построения n -арного аналога теоремы С.А. Чунихина о сопряженности π -холловских подгрупп в π -отделимой группе без ограничений на порядок n -арной группы и значение n [10]. В частности, установлена полусопряженность всех p -силовских n -арных подгрупп в произвольной конечной n -арной группе.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Воробьев Г.Н. О соответствии подгрупп при гомоморфизме для n -арных групп. // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, 1995. – Вып. 8. – С. 40 - 54.

2. Воробьев Г.Н. О полусопряженности n -арных подгрупп. // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, 1996. – Вып. 10. – С. 157 - 163.

3. Воробьев Г.Н. О сопряженности n -арных подгрупп // Весці Акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1996. – №1. – С. 121.

4. Воробьев Г.Н. Сопряженные n -арные подгруппы и их обобщения. // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ун-та. – 1997. – № 2(4). – С.59-64.

5. Воробьев Г.Н. О Гамильтоновой n -арной группе // Проблемы математики и информатики: В двух частях: Материалы междунар. матем. конф., посвященной 25-летию Гомельского госуниверситета им. Ф. Скорины: Часть 1: Фундаментальные проблемы математики. – Гомель, 1994. – С. 29.

6. Воробьев Г.Н. Об n -арном аналоге всерной подгруппы Боревича // Междунар. матем. конф., посвященная памяти С.А. Чунихина: Тез. докл.: Часть 1. – Гомель, 1995. – С. 40.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

7. Воробьев Г.Н. К вопросу о сопряженности n -арных подгрупп в n -арной группе. // Материалы науч.-метод. конф., посвященной 25-летию факультета прикладной математики и информатики: 10–14 апреля 1995 г.: Часть II. – Минск, 1995. – С. 121.

8. Воробьев Г.Н. О тернарной группе отражений. // VII Белорусская матем. конф.: Тез. докл., 18–22 ноября 1996 г.: Часть I: ... Алгебра, теория чисел и математическая логика ... – Минск, Беларусь. – С. 60.

9. Воробьев Г.Н. m -Полусопряженные подгруппы n -арных групп. // Междунар. алгебраическая конф., посвященная памяти профессора Л.М. Глушкина (1922-1985): Славянск, Донецкая область, Украина, 25–29 августа 1997. Киев, 1997. – С. 4.

10. Воробьев Г.Н., Гальмак А.М. n -Арный аналог теоремы Чунинина. // Междунар. алгебраическая конф., посвященная памяти профессора Л.М. Глушкина (1922-1985): Славянск, Донецкая область, Украина, 25–29 августа 1997. Киев, 1997. С. 5.

11. Воробьев Г.Н. К вопросу о полусопряженности в n -арных группах. // Междунар. конф. по теории групп, посвященная памяти С.Н. Черникова: Тез. докл., Пермь, 25–27 сент. 1997 г. – Пермь, 1997. С. 17.

РЭЗЮМЕ

Вараб'ёў Генадзій Мікаласвіч

Класы спалучаных падгруп у n -арных групах

Ключавыя словы: n -арная група, спалучанасць, паўспалучанасць, веерная n -арная падгрупа, гамамарфізм, π -холаўская n -арная падгрупа, сілаўская n -арная падгрупа, тэрнарная група адбіткаў.

У дысертацыі даследуюцца вееры і спалучанасць n -арных падгруп у n -арнай групе. Мэта работы – атрыманне новых вынікаў аб спалучанасці і веерах n -арных падгруп і выкарыстанне іх для развіцця метадаў даследавання структурнай тэорыі n -арных груп. Атрыманы n -арны аналаг тэарэмы аб адпаведнасці падгруп пры гамамарфізме. Ліісаны веерныя n -арныя падгрупы і атрыманні вееры некаторых тэрнарных падгруп. Атрыманы новыя крытэрыі спалучанасці n -арных падгруп у n -арнай групе, у прыватнасці, канечных n -арных падгруп. Уведзена новае паняцце паўспалучанасці n -арных падгруп у n -арнай групе і даследавана будова класа паўспалучаных n -арных падгруп. Вызначаны і вывучаны m -паўспалучаныя n -арныя падгрупы, абагульняючыя паняцці спалучанасці і паўспалучанасці n -арных падгруп. Вывучана

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

паўспалучанасць π -холаўскіх n -арных падгруп у π -паўаддзельнай n -арнай групе, у прыватнасці, паўспалучальнасць p -сілаўскіх n -арных падгруп у n -арнай групе. Выяўлена веернасць сілаўскіх n -арных падгруп.

Усе вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі і маюць тэарэтычны характар. Яны могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі n -арных груп, а таксама пры чыгванні спецкурсаў на матэматычных факультэтах універсітэтаў і педагагічных ВНУ.

РЕЗЮМЕ

Воробъёв Геннадий Николаевич

Классы сопряженных подгрупп в n -арных группах

Ключевые слова: n -арная группа, сопряженность, полусопряженность, веерная n -арная подгруппа, гомоморфизм, π -холловская n -арная подгруппа, силовая n -арная подгруппа, тернарная группа отражений.

В диссертации исследуются вееры и сопряженность n -арных подгрупп в n -арной группе. Цель работы – получение новых результатов о сопряженности и веерах n -арных подгрупп и использование их для развития методов исследования структурной теории n -арных групп. Получен n -арный аналог теоремы о соответствии подгруппы при гомоморфизме. Описаны веерные n -арные подгруппы и получены вееры некоторых n -арных подгрупп. Получены новые критерии сопряженности n -арных подгрупп в n -арной группе, в частности, конечных n -арных подгрупп. Введено новое понятие полусопряженности n -арных подгруппы в n -арной группе и исследовано строение класса полусопряженных n -арных подгрупп. Определены и изучены m -полусопряженные n -арные подгруппы, обобщающие понятия сопряженности и полусопряженности n -арных подгрупп. Изучена полусопряженность π -холловских n -арных подгрупп в π -полуотделимой n -арной группе, в частности, полусопряженность p -силовских n -арных подгруппы в n -арной группе. Установлена веерность силовских n -арных подгруппы.

Все результаты диссертации являются новыми и имеют теоретический характер. Они могут быть использованы в исследованиях по теории n -арных групп, а также при чтении спецкурсов на математических факультетах университетов и педвузов.

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

SUMMARY

Vorobiev Genady Nikolaevich

Classes of congate subgroups in n -ary groups.

Key words: n -ary group, conjugation, semiconjugation, fibered n -ary group, homomorphism, Hall n -ary π -subgroup, Sylow n -ary subgroup, 3-ary group of reflections.

In this thesis the fans and the conjugation of n -ary subgroups in n -ary group are investigated. The aim of the work is to get new results about conjugation and n -ary subgroups fans and to use them for the developing of n -ary groups structure theory methods of investigations. The n -ary analogue of theorem about correspondence of subgroups under homomorphism has been received. The fibered n -ary subgroups have been described and the fans of some n -ary subgroups have been received. The new test of conjugation of n -ary subgroups in n -ary group, in particularly, the finite n -ary subgroups have been received. The new notion of semiconjugation of n -ary subgroups in n -ary group has been introduced and the structure of the class of semicongate n -ary subgroups has been investigated. m -Semicongate n -ary subgroups which generalize the notions of conjugation and semiconjugation n -ary subgroups have been defined and investigated. The semiconjugation of Hall n -ary π -subgroups in π -semisegregated n -ary group, in particularly, the semiconjugation of Sylow n -ary p -subgroups in n -ary group has been investigated. Fiberness of Sylow n -ary subgroups has been determined.

All the main results of this thesis are new and have a theoretic character. They may be used in investigation in the theory of n -ary groups and also while teaching special courses in mathematics faculties of universities and pedagogical institutes.

