

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ БССР
МИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМ. А. М. ГОРЬКОГО

На правах рукописи

А. Б. ВАСИЛЕВСКИЙ

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

732. Методика преподавания математики

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Минск, 1968.

Работа выполнена на кафедре элементарной математики
Минского государственного педагогического института имени
А.М.Горького.

Научный руководитель - кандидат педагогических наук,
доцент А.И.ПОСПЕЛОВ

Официальные оппоненты :

Доктор физико-математических наук, профессор З.А.СЮПЕЦ.
Кандидат педагогических наук, доцент В.Д.ЧИСТЯКОВ.

Ведущее высшее учебное заведение:

Белорусский ордена Трудового Красного Знамени государствен-
ный университет имени В.И.Ленина, кафедра геометрии.

Защита диссертации состоится на заседании объединен-
ного Совета по присуждению ученых степеней по педагогичес-
ким наукам при Минском государственном педагогическом ин-
ституте им.А.М.Горького (Минск, Советская, 18).

" " 1968 года.

Автореферат разослан " " 1968 г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь Совета,
кандидат педагогических наук, доцент Т.М.КУРИЛЕНКО

Глава I. ЦЕЛЬ И ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Повышение уровня математической подготовки учащихся невозможно без развития у них умений применять знания в жизни и практике. Большинство учеников не умеет рационально в комплексе применять к решению задач знания, приобретенные ими при изучении различных разделов школьной математики. Мы объясняем этот недостаток в подготовке учащихся по геометрии следующими причинами.

Методика преподавания математики делит все задачи по геометрии на задачи на вычисление, доказательство и построение. Такая классификация задач облегчает рассмотрение особенностей каждого их вида. Но при этом до сознания учеников не доводится то важное положение, что в действительности существуют не задачи на вычисление и построение, а есть вычислительные и конструктивные методы их решения.

Все геометрические задачи, рассматриваемые в школе, могут быть решены вычислением, построением и измерением или совместным применением этих способов. Например, задачи на построение, решаемые только линейкой и циркулем, сводятся к вычислению корней алгебраических уравнений не выше второй степени. С другой стороны, при выполнении лабораторных работ по геометрии ученики занимаются не только вычислениями, но и измерениями и построениями.

Если для решения одной и той же задачи используются вычисления, геометрические построения и измерения, то такой метод решения будем называть **р а с ч е т н о - г р а ф и ч е с к и м**.

Решение задач на вычисление иллюстрируется чертежами, которые в большинстве случаев лишь в малой степени характеризуют форму рассматриваемой фигуры. Поэтому такой чертеж не содействует образованию у учащихся правильных геометрических представлений.

Разработке методов и методики обучения решению конструктивных задач посвящены работы А. Адлера, И. И. Александрова, Н. Ф. Четверухина, Б. Б. Романовского, Е. И. Аргунова, Г. Г. Мас-

ловой, А.А.Мазаника и др. Но в этих работах геометрические построения рассматриваются только в теоретическом плане. Не исследованы вопросы эффективности конструктивных методов при определении величины элементов геометрических фигур, заданных конкретными числами. Задачи на построение на проекционном чертеже своим содержанием и методами решения направлены прежде всего на развитие пространственного воображения и логического мышления учащихся.

Главный недостаток сложившейся практики решения конструктивных задач в том, что ученик не видит их практической значимости – одного из основных достоинств изучаемой им теории. Для него геометрические построения в большинстве случаев остаются только логическими операциями.

Жесткое деление задач на вычислительные и конструктивные противоречит требованию наиболее рационального их решения с использованием всех доступных для учащихся данного класса средств и методов.

Существующие сборники задач по стереометрии не содержат материала, который давал бы учителю возможность проверять усвоение учениками общих положений на задачах конструктивного характера, решаемых на моделях или их развертках.

Традиционные стереометрические задачи недостаточно развивают пространственное воображение учащихся.

Для устранения указанных недостатков в подготовке учащихся мы предлагаем решать в школе не только традиционные задачи на вычисление и построение, но и такие, в которых в неразрывном единстве выступали бы измерения, инструментальные построения и вычисления, выполняемые с помощью таблиц и счетной линейки.

Развертки трехгранных углов и многогранников следует использовать не только для развития пространственного воображения учащихся, но и как средство анализа и расчета при решении стереометрических задач.

Построения на чертеже целесообразно рассматривать не только как конструирование фигур, но и как метод, с помощью которого в сочетании с измерениями и вычислениями опре-

деляются величины элементов геометрических фигур.

Использование в комплексе вычислений, геометрических построений и целесообразных измерений значительно упрощает решение задач, позволяет рассматривать в средней школе более широкий круг сложных задач по сравнению с тем, когда вычисления и построения применяются обособленно.

Предлагаемые нами задачи лабораторного типа¹⁾ и расчетно-графический метод их решения позволяют значительно улучшить обучение учащихся рациональному решению математических вопросов. Объединяя в одной задаче вычисления, построения и измерения, мы показываем ученикам связь, существующую между различными методами школьной геометрии и алгебры.

Цель работы состоит в том, чтобы показать необходимость и практическую ценность задач лабораторного типа, решаемых расчетно-графическим методом, как эффективного средства обучения учащихся рациональному применению математической теории.

Предметом исследования являются:

1. Роль и место задач лабораторного типа, решаемых расчетно-графическим методом, в общей системе геометрических задач, рассматриваемых в средней школе.
2. Методы рационального решения задач лабораторного типа, которые обеспечивают необходимую точность результата.
3. Содержание задач лабораторного типа и методика обучения учащихся их решению.
4. Система задач лабораторного типа в курсе стереометрии 9-10 классов средней школы.

1) К геометрическим задачам лабораторного типа мы относим задачи на определение величины элементов фигуры, заданной приближенными числами; на построение моделей и разверток геометрических фигур, а также построения на готовых моделях и развертках (приближенные числа могут быть указаны в самой задаче или получены самим учеником в результате непосредственного измерения элементов моделей геометрических фигур и разверток пространственных фигур)

Для решения поставленных проблем автором изучалась научная, учебная и методическая литература по методам решения геометрических задач в средней школе, анализировался опыт работы учителей Белоруссии, личный десятилетний опыт работы. Автором была разработана система задач лабораторного типа и методика обучения учащихся их рациональному решению. Проведен педагогический эксперимент.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы и трех приложений. В приложениях приведены решения задач экспериментируемой системы, полученные автором приближенные геометрические формулы и задачи лабораторного типа для внеклассной работы по математике в 9-10 классах.

Глава 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ЛАБОРАТОРНОГО ТИПА

Сложность математической задачи определяется не только ее содержанием, но и теми методами, которыми она решается. Методы рационального решения задач лабораторного типа в средней школе разработаны недостаточно. Правда, в ряде методических работ имеются рекомендации по рационализации геометрических построений. Но в этих работах не исследуется, как то или другое упрощение построений влияет на точность получаемых результатов. Очевидно, что не всякую задачу можно решить с необходимой точностью с помощью одних построений и измерений, как бы они ни были рациональны.

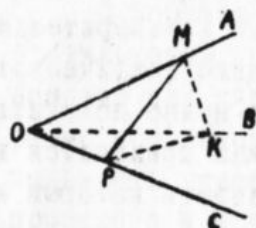
Э ф ф е к т и в н ы м решением задачи назовем такое, которое обеспечивает получение ответа с необходимой точностью и является рациональным.

Если графически определяются размеры нескольких элементов фигуры, то каждый из них нужно находить с точностью более высокой, чем величина искомого элемента. Это затрудняет определение масштаба чертежа и в конечном итоге значительно усложняет решение всей задачи. Поэтому анализ ре-

шения задач лабораторного типа расчетно-графическим методом должен начинаться с выяснения того, размеры какого элемента (только одного!) можно определить графически с той точностью, или более высокой, с какой необходимо получить ответ. Причем, определение размеров этого элемента построением должно значительно упростить дальнейшее решение задачи вычислением. Поясним сказанное примером.

Плоские углы $\angle AOC$, $\angle BOC$ и $\angle AOB$ трехгранного угла $OABC$ приближенно равны 14° , 48° и 41° . Найти угол φ наклона его ребра OA к плоскости грани BOC .

Решение. Задача решается в девятом классе. Обозначим $\angle AOB = \gamma$, $\angle BOC = \alpha$, $\angle AOC = \beta$.



Пусть $OM = l$ (M - произвольная точка ребра OA). На ребрах OB и OC существуют точки K и P такие, что $MK = MP = OM$. Вычисляем длину отрезков OK и OP по формулам $OK = 2 \cos \gamma \approx 2 \cos 41^\circ \approx 2 \cdot 0,7547 \approx 1,51$ и $OP = 2 \cos \beta \approx 1,94$

При помощи миллиметровой линейки, циркуля и циркуля-измерителя строим (считая $OM = 100$ мм) треугольник POK по двум сторонам OK и OP и углу α между ними (на стр. 36-39 диссертации показано, как можно строить углы с помощью циркуля и миллиметровой линейки с точностью до $10'$). Измеряем этими инструментами длину его стороны PK . Получаем $PK \approx 145$ мм. Радиус окружности, описанной около треугольника POK , вычисляем по формуле $R = 0,5PK : \sin \alpha = 0,5 \cdot 145 : \sin 48^\circ \approx 97,5$ (мм). Очевидно, $\cos \varphi = R : OM \approx 0,975$ и $\varphi \approx 12^\circ 50' \approx 13^\circ$.

Нами исследованы способы повышения точности графического решения задач. Показано, как с помощью миллиметровой

1) В статье "Некоторые вопросы культуры тригонометрических вычислений" ("Математика в школе", 1962, № 3) З.И. Слепкань приходит к следующим выводам: "Если значение тригонометрической функции известно с двумя значащими цифрами, то угол следует округлять до градусов; если значение функции известно с тремя значащими цифрами, то угол следует округлять до целого десятка минут; наконец, если значение функции имеет четыре значащие цифры, то угол следует находить приближенно до одной минуты... Важно, чтобы ученики знали об исключениях из этих правил для малых углов и углов, близких к 90° " (стр. 60).

линейки, циркуля и циркуля-измерителя можно решать графические треугольники ¹⁾ с точностью до 0,5–1,0 мм (для линейных элементов) и до 15'–20' (для углов).

Чтобы результат, полученный в процессе графического решения задачи, удовлетворял требуемой точности, необходимо предварительно определить масштаб чертежа. В диссертации показывается, как практически решается этот вопрос в различных классах средней школы.

Преобладание в расчетно-графическом методе вычислений построений или измерений зависит от сложности задачи, требуемой точности ответа, уровня развития учащихся и их теоретической подготовки, точности чертежных и измерительных инструментов и т.п. Применение одного только графического метода нецелесообразно в том случае, если нужно получить ответ с довольно высокой точностью, так как приходится выбирать такой масштаб, практически использовать который не всегда возможно из-за отсутствия инструментов соответствующих размеров и нужного формата бумаги.

Решение задач лабораторного типа связано с измерением или построением одних геометрических элементов по другим (данным) элементам. Поэтому обучение решению этих задач включает в себя четыре основных этапа: обучение фактическому и аккуратному выполнению основных построений; привитие навыков применения правил приближенных вычислений, таблиц и счетной линейки; обучение решению задач с применением вычислений и основных построений; ознакомление с различными специальными методами решения задач лабораторного типа и с приближенными геометрическими формулами.

По содержанию все задачи лабораторного типа, решаемые расчетно-графическим методом, можно разделить на шесть групп:

I. Задачи, в содержании которых используется единственное новое понятие. Для их решения применяется изученная теорема непосредственно, без дополнительных построений

¹⁾ Имеются ввиду треугольники, углы которых не меньше 15°.

на данных моделях или развертках, без каких-либо инструментальных преобразований разверток. (Воображаемое перемещение отдельных частей развертки присуще всем задачам лабораторного типа. Непосредственное измерение линейных элементов или углов фигуры является единственным источником и единственной операцией для получения ответа на вопрос задачи).

2. Задачи, которые кроме указанных для задач первой группы операций, требуют вычислений по известным учащимся формулам (без каких-либо дополнительных построений и преобразований).

С помощью задач первой и второй групп можно проверить правильность усвоения существенных признаков какого-либо понятия или свойства фигуры. Поэтому эти задачи целесообразно использовать на всех этапах изучения геометрии. Правильность усвоения понятий и связей между ними может быть проверена и при помощи задач на вычисление и традиционных задач на построение. Но в ряде случаев эта проверка при помощи задач лабораторного типа более эффективна, так как, выясняя, какие построения и измерения производили ученики на модели (развертке), учитель имеет возможность установить, различают ли они существенные и несущественные признаки геометрических понятий.

3. Задачи, для решения которых необходимо применить комплекс теорем. Источниками заключения являются простейшие построения и непосредственные измерения элементов развертки и воображаемые перемещения ее частей. С логической стороны процесс решения таких задач состоит из двух этапов: отыскания теорем, на основании которых может быть решен поставленный вопрос, и доказательства, что для решения этого вопроса применимы именно эти теоремы.

Решение задач третьей группы требует от учеников большего напряжения пространственного воображения, чем задачи предыдущих групп. В этом их главная трудность, но вместе с тем и ценность, так как они способствуют достижению одной из главных целей изучения геометрии в школе. При их помощи можно развивать пространственное воображение учащихся при

изучении всего курса геометрии. Сочетая конструктивные задачи на проекционном чертеже с задачами лабораторного типа на развертке, можно добиться не только лучшего развития пространственного воображения учащихся, но и углубить понимание зависимостей, существующих между элементами стереометрических фигур.

4. Задачи на определение таких элементов геометрических фигур, заданных моделями или развертками, которые (искомые элементы) нельзя измерить непосредственно. Задачи этой группы позволяют учащимся подумать не только над тем, какие элементы модели целесообразнее всего измерить, но и над тем, каким методом проще решать задачу — построением, вычислением или их сочетанием. Выбор решения таких задач зависит, в первую очередь, от размеров и формы данных модели. Рациональное решение многих из них связано с выполнением дополнительных построений на данных моделях или развертках.

5. Задачи, условия которых заданы приближенными численными значениями величин линейных и угловых элементов геометрических фигур.

Задачи первых четырех групп решаются на основе непосредственного измерения искомого или вспомогательных элементов данных моделей (разверток). Рациональное решение этих задач зависит, в основном, от выбора элементов, подлежащих измерению на модели или развертке. Задачи пятой группы более сложные по сравнению с рассмотренными в группах I-4, так как зависимости между данными и искомыми величинами не могут быть упрощены в результате измерений на моделях (развертках). Рациональное решение таких задач зависит от того, каким методом находим ответ — вычислением, построением или их сочетанием. В этом их несомненное преимущество перед задачами, рассмотренными в I-4 группах.

Для обучения рациональному решению задач лабораторного типа пятой группы нами разработана следующая схема их анализа и решения:

а) Уяснение формы данной геометрической фигуры. Это необходимо делать потому, что выбор рационального решения

с необходимой точностью ответа зависит от отношения между численными значениями величин данных элементов.

б) Уяснение, можно ли практически построить данную плоскую фигуру в таком масштабе, который позволит непосредственным измерением получить ответ с необходимой точностью.

в) Если можно определить величину искомого элемента рационально и с необходимой точностью измерением, то строится данная фигура в масштабе, практически возможном и удобном для последующих расчетов. Строится искомый элемент. Измеряется его величина (для определения масштаба чертежа, который обеспечивает получение ответа с необходимой точностью). Строится данная фигура в новом масштабе. Строится искомый элемент и измеряется его величина.

г) Если величину искомого элемента нельзя определить измерением с необходимой точностью по чертежу данной фигуры, то пытаемся найти те части данной фигуры, которые можно построить. Из последних выбираем такие, из которых можно непосредственным измерением с необходимой точностью получить ответ или один такой промежуточный результат, который позволит рационально вычислить искомую величину.

Если указанные в п. г) фигуры нами не обнаружены, то пытаемся это сделать путем дополнительных построений.

д) Далее задача решается по плану пункта в).

е) Исследуется полученное решение.

Поясним сказанное примером.

Катеты a и b прямоугольного треугольника ABC приближенно равны $8,1$ мм и 73 мм. Найти длину биссектрисы CL его прямого угла.

Решение. Задача решается в восьмом классе в конце учебного года. Длина данных катетов дана с точностью до двух значащих цифр. С такой же точностью должна быть определена и длина биссектрисы. Чтобы получить ответ с такой точностью графически, необходимо построить данный треугольник в масштабе $10:1$ (или более крупном). Практически сделать это не всегда возможно. Поэтому вычислением находим величину угла B (по его тангенсу). С помощью миллиметровой

линейки, циркуля и циркуля-измерителя строим треугольник BSL ($BS \approx 8,1$ мм, $\angle BSL = 45^\circ$, $\angle SBL = B:2 \approx 83^\circ 40' : 2 = 42^\circ$) в масштабе $10:1$. При помощи этих же инструментов определяем длину отрезка SL .

Расчетно-графическое решение задач лабораторного типа четвертой и пятой групп позволяет обобщить методы, которые используются при решении аналогичных по содержанию задач на вычисление и построение. Поэтому решением задач этих групп должно завершаться изучение отдельных тем (разделов) геометрии. Особенно они полезны при повторении материала. Задачи четвертой и пятой групп могут и предшествовать аналогичным задачам на вычисление с точными данными, построение и доказательство, если последние являются частным случаем первых.

6. Задачи на построение разверток пространственных фигур. Их решение требует применения комплекса геометрических знаний. Источниками для получения развертки являются непосредственные измерения элементов моделей, воображаемые перемещения, дополнительные построения и вычисления как по готовым формулам, так и по формулам, полученным в результате тождественных преобразований. По степени трудности эти задачи можно разделить на следующие подгруппы: построение в натуральную величину или в некотором масштабе развертки данной модели; построение развертки полной поверхности фигуры по данной части этой развертки; построение развертки по числовой характеристике фигуры.

Развертка является связующим звеном между моделью геометрической фигуры и ее проекционным чертежом. Она позволяет судить о действительной форме и размерах поверхности фигуры. На развертке можно непосредственно измерять ее элементы, расположенные в пределах одной грани. В то же время на проекционном чертеже проще, чем на развертке, наблюдать взаимное положение отдельных элементов. Поэтому задачи, решаемые на развертках, лучше развивают пространственное воображение, чем аналогичные задачи на проекционном чертеже.

При решении задач с применением разверток ученики занимаются не только вычислениями, но и измерениями, построениями и воображаемыми перемещениями отдельных частей чертежа. Развертка пространственной фигуры позволяет рационально решать стереометрические задачи самой различной трудности. Модель применяется чаще всего в классе в качестве иллюстрации при доказательстве теорем или решении задач. Регулярная работа с разверткой желательна для каждого ученика не только в классе, но и при выполнении домашних заданий. Если стереометрическая задача задана разверткой или решается с ее помощью, то проекционный чертеж или модель могут быть использованы учеником в том случае, если у него недостаточно развито пространственное воображение.

В работе на конкретных примерах раскрывается сущность расчетно-графического метода построения сечений многогранников плоскостью и определения величины элементов этих сечений.

Задачи лабораторного типа решаются на конкретных моделях (развертках) или по приближенным данным, характеризующим размеры отдельных элементов фигуры. Поэтому они не могут заменить задачи, в которых требуется получить ответ в общем виде.

Глава 3. СИСТЕМА ЗАДАЧ ЛАБОРАТОРНОГО ТИПА В КУРСЕ СТЕРЕОМЕТРИИ 9-10 КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Система задач лабораторного типа, решаемых с использованием моделей и разверток пространственных фигур, имеет цели: развитие измерительных навыков, обогащение пространственных представлений и развитие пространственного воображения учащихся, более глубокое осмысливание ими геометрических понятий, формирование умений рационально и с необходимой точностью решать стереометрические задачи. В решении каждой задачи системы измерения, построения и приближенные вычисления составляют единое целое. Конструктивный элемент в этих задачах направлен на активное формирование представлений и понятий. При их решении предполагается

ся фактическое выполнение геометрических построений. Поэтому все используемые в готовом виде и конструируемые модели и развертки пространственных фигур должны обладать необходимой точностью. Основу системы составляют задачи на решение трехгранных углов расчетно-графическим методом с помощью их разверток. Задачи системы используются на всех этапах изучения стереометрии.

Эксперимент осуществлялся в обычных условиях работы массовых школ со всеми учениками класса. Задачи лабораторного типа использовались при изучении всех тем курса стереометрии 9-10 классов. Для опытной проверки системы задач лабораторного типа были выбраны классы с различным уровнем математической подготовки и различным уровнем общего развития учащихся. В 1963/64 учебном году опыт ставился в Столбцовской, Аталезской и Погорельцевской средних школах Минской области. В 1964/66 годах этот опыт был повторен в этих школах с другим составом учащихся. Методика обучения учащихся расчетно-графическим методам решения геометрических задач отработывалась также автором на занятиях школы юных математиков при Минском пединституте имени А.М.Горького (1963-1967 гг.). Для выявления эффективности системы задач проводились контрольные и самостоятельные работы в опытных и контрольных классах. Изучались успехи в развитии умений ученика рационально решать стереометрические задачи с помощью разверток пространственных фигур.

Все 96 задач системы составлены автором исследования.

Решение большинства стереометрических задач так или иначе связано с определением элементов трехгранных углов: величины их плоских и двугранных углов, угла наклона ребра к плоскости противоположной ему грани. Поэтому решению задач с помощью моделей и разверток трехгранных углов и их проекционных чертежей уделяется большое внимание.

В экспериментальных классах систематическое изучение стереометрии мы начинали со знакомства учеников с моделями и развертками куба, прямого параллелепипеда, прямой

призмы, правильных треугольной и четырехугольной пирамид. На первом же уроке показывались модели и развертки различных трехгранных углов. Каждый ученик по указанию учителя заготавливал развертки трехгранных углов из плотной бумаги по заданным величинам его плоских углов. Это позволило ученикам с первых же уроков выполнять фактически геометрические построения на развертках стереометрических фигур.

Результаты проведенного эксперимента показывают, что с помощью предлагаемой системы задач лабораторного типа можно успешно обучать учащихся старших классов средней школы рациональному решению геометрических вопросов. Положительные результаты эксперимента мы объясняем следующим. Задачи лабораторного типа обеспечивают большую доступность и прочность усвоения каждым учеником существенных признаков геометрических понятий и связей между ними, чем при помощи только традиционных задач. Изучение материала со своевременным использованием разверток и моделей сопровождается повышенным интересом к обоснованию конструктивных операций. Решение задач расчетно-графическим методом с применением разверток обусловило большую самостоятельность учащихся в применении теории. Расчетно-графический метод прививает навыки в отыскании рациональных способов решения задач и дает возможность, не расширяя объема теоретических знаний, решать с учениками более сложные задачи по сравнению с теми, которые обычно используются в старших классах средней школы.

ВЫВОДЫ

I. Комплексное использование измерений, вычислений и построений с применением чертежных инструментов обеспечивает рациональное решение геометрических задач лабораторного типа с необходимой точностью. Расчетно-графический метод позволяет рассматривать вычисления, построения и измерения как единое целое, как составные части одного математического аппарата.

2. С помощью задач лабораторного типа можно не только достигнуть тех учебных целей, которые достигаются решением задач на вычисление и традиционных задач на построение, но и серьезно улучшить обучение учащихся рациональному применению математической теории. Естественное соединение в решении одной задачи приближенных вычислений, построений и измерений позволяет **с и с т е м а т и ч е с к и** обучать учащихся рациональному решению задач.

3. Расчетно-графический метод позволяет рассматривать одну и ту же задачу как задачу на вычисление и как задачу на построение. Он дает возможность обучать учащихся более широкому применению умений и навыков, полученных ими при решении в отдельности вычислительных и конструктивных задач. Эта возможность особенно ценна при решении треугольников и трехгранных углов, составляющих основу системы геометрических задач.

4. Методика обучения решению задач лабораторного типа расчетно-графическим методом основывается на их систематическом решении при изучении всего курса геометрии; на классификации этих задач по их содержанию; на систематическом использовании правил приближенных вычислений, таблиц и счетной линейки; на применении подготовительных упражнений при ознакомлении учащихся со специальными методами решения конструктивных задач.

5. Проведенный эксперимент показал, что разработанная в диссертации система задач по стереометрии для 9-10 классов, решаемых расчетно-графическим методом, доступна учащимся; вырабатывает у них прочные знания по курсу стереометрии и приближенных вычислений; развивает умения комплексно использовать инструментальные и табличные вычисления, построения и измерения для решения геометрических задач; позволяет развивать умения рационально решать геометрические вопросы; обеспечивает самостоятельность и активность их мыслительной деятельности; содействует связи изучения геометрии с другими разделами математики; позволяет на конкретном материале успешно формировать функциональные и графические представления.

6. Включение задач лабораторного типа, решаемых расчетно-графическим методом, в общую систему геометрических задач необходимо для улучшения развития пространственного воображения учащихся, для улучшения обучения их рациональному применению знаний, умений и навыков, полученных ими при изучении различных разделов школьной математики.

Результаты проведенного исследования получили одобрение учителей математики и преподавателей пединституты, перед которыми автор выступал с докладами. Были сделаны доклады на районных семинарах учителей Несвижского района БССР (1964-67 гг.); для учителей математики, заочно обучающихся в Минском пединституте (1965-67 гг.); на конференциях Института педагогики Министерства Просвещения БССР (1964, 1966 гг.); на научных конференциях Минского пединститута (1964-67 гг.); на научно-методическом семинаре математических кафедр Ярославского пединститута (1967 г.); на кафедре элементарной математики Ленинградского пединститута им. А. И. Герцена (1967 г.); на Второй конференции математиков Белоруссии (1967 г.). Кроме того, в 1963-66 годах в республиканской "Настаўніцкай газеце" было опубликовано четыре статьи по теме диссертации.

Основные положения диссертации нашли свое отражение в следующих работах автора:

1. Решение задач на вычисление построением. Журнал "Народная асвета", 1963, № 10 (на белорусском языке).
2. Лабораторные работы по геометрии в 9 классе. "Народная асвета", 1964, № 3.
3. О простоте и точности решения геометрических задач. "Народная асвета", 1964, № 10.
4. Роль развертки в изучении основных понятий стереометрии. "Материалы научной конференции Минского пединститута им. А. М. Горького", Минск, 1965.
5. Роль развертки в изучении пространственных фигур. "Народная асвета", 1965, № 9.
6. О расчетно-графическом методе решения задач лабораторного типа по геометрии. Минский государственный пединститут. Материалы научно-теоретической конференции. Секция

Физико-математические науки. Минск, 1966.

7. Комплексное использование построений и вычислений при решении геометрических задач. "Народная асвета" (принята к печати).

8. Некоторые вопросы методики обучения учащихся рациональному решению геометрических задач. Материалы научно-теоретической конференции Минского пединститута им. А.М. Горького. Минск, 1967.

9. О комплексном использовании вычислений, построений и измерений при решении геометрических задач в средней школе. Вторая Республиканская конференция математиков Белоруссии. Тезисы докладов. Минск, 1967.

АТ 07612. Подписано к печати 28.11.1968 г. Зак.20.
Объем 1 п.л. Тираж 200 экз.

Отпечатано на ротационной машине МПИ им. А.М. Горького,
г. Минск, ул. Советская, 18.