

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А.М.ГОРЬКОГО

На правах рукописи

А.П.ВОЙЦЕХОВСКИЙ

СИСТЕМА ИЗУЧЕНИЯ

УЗЛОВЫХ ВОПРОСОВ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОГО КУРСА АНАЛИЗА

В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

/по специальности №732-методика преподавания математики/

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени кандидата
педагогических наук

Киев-1968

Работа выполнена на кафедре математики Винницкого государственного педагогического института им.Н.Островского.

Научный руководитель- профессор Н.А.ЧАЙКОВСКИЙ.

О ф и ц и а л ь н ы е о п п о н е н т ы :

Доктор физико-математических наук,

профессор В.Я.СКОРОБОГАТЬКО

Кандидат педагогических наук, доцент Э.И.СЛЕПКАНЬ

Высшее учебное заведение, дающее отзыв о диссертации-
Ивано-Франковский государственный педагогический институт,
кафедра математики.

Автореферат разослан

1969г.

Защита диссертации состоится

196 г.

на заседании Ученого Совета Киевского государственного педагогического института им.А.М.Горького/Киев-30, Бульвар Шевченко 22,24/.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь совета

Повышение качества преподавания математики является одной из наиболее важных задач советской школы. Эта задача приобретает особое значение в свете последнего постановления Центрального Комитета КПСС и Совета Министров СССР "О мерах дальнейшего улучшения работы средней общеобразовательной школы" /ноябрь 1966г./, обязывающего повысить уровень учебной и воспитательной работы общеобразовательной школы, привести их в соответствие с возросшими требованиями жизни.

Известно, что повышение качества преподавания математики в школе в значительной степени должно осуществляться при помощи недавно введенных в программу начальных сведений из математического анализа. Однако, как показал опыт, преподавание начал анализа в рамках действующей программы и при помощи существующих пособий еще не обеспечивает надлежащего понимания учащимися основных идей и методов анализа, поэтому актуальными вопросами современной методики являются вопросы дальнейшего усовершенствования методики преподавания этого важного раздела.

Вопросам, которые связаны с преподаванием элементов математического анализа в средней школе, посвящено уже несколько диссертаций. Подробно освещены вопросы истории введения элементов высшей математики в курс средней школы и дан обзор учебно-методической литературы по этим вопросам. Обоснована необходимость введения элементов математического анализа в курс современной средней школы. Сделаны первые попытки разработки методических приемов преподавания начал анализа в школе. В частности, обстоятельно разработаны некоторые вопросы о функции, вопросы методики преподавания пределов/для переменной с непрерывным изменением/, методика введения производной, методика доказательства некоторых теорем о производных, методика геометрической трактовки применений производной к исследованию функций, методика введения интеграла как предела интегральных сумм и некоторые частные вопросы.

Однако немало еще важных вопросов методики преподавания начал анализа, касающихся, главным образом, усовершенствования содержания и разработки наиболее целесообразной системы изложения, остаются нерешенными, тем более в свете новой программы

/1968г/, явно ориентирующей на разработку именно этих методических проблем. Еще слабо разработана методика использования приобретенных учащимися знаний по анализу при изучении смежных дисциплин и во внеклассной работе. Не разработана методика использования простейших понятий и обозначений математической логики и теории множеств при изложении начал анализа, предусмотренных новой программой.

Данная диссертация посвящена разработке системы изучения узловых вопросов пропедевтического курса математического анализа в общеобразовательной школе.

В ней делается попытка разрешить такие задачи:

1. Уточнить объем и усовершенствовать содержание пропедевтического курса математического анализа для современной советской общеобразовательной средней школы.

2. Разработать целесообразную систему изучения его узловых вопросов: функции, предела, производной и интеграла.

3. Предложить систему упражнений, необходимую для основательного усвоения учащимися основных идей и методов анализа.

4. На основе экспериментальной проверки дать научно обоснованные рекомендации к изложению наиболее важных его вопросов.

В основу работы положено изучение литературы по методике преподавания математического анализа в школе и вузе, изучение опыта преподавания элементов анализа в школах, а также многолетний опыт автора в преподавании математического анализа в высшей и средней школе.

Диссертация состоит из введения и пяти глав.

Во введении дано обоснование необходимости изучения данной темы, изложены задачи и методика исследования.

В первой главе сделан обзор и анализ отечественной и некоторой зарубежной учебно-методической литературы по математическому анализу. Этот анализ показал, что содержание пропедевтического курса анализа для современной общеобразовательной школы и методика изложения его узловых вопросов еще надлежащим образом не разработаны.

Тот факт, что действующая программа вернулась к изучению пределов на базе последовательности, мы считаем положительным, ибо в IX классе геометрические и алгебраические приложения пределов требуют именно такого подхода. Кроме того, понятие предела последовательности допускает уже на этом этапе обучения строгое аналитическое оформление, в то время как этого нельзя

сказать о понятии предела переменной с непрерывным изменением.

Но, как показал опыт, непосредственное изучение предела последовательности учениками IX класса вызывает у них большие трудности и мало эффективно.

Опыт отечественной средней школы/М.Г.Попруженко, К.Ф.Лебединцев, А.П.Киселев и др./ и высшей школы/М.П.Кравчук, Е.Я.Ремез, А.Я.Хинчин, Г.М.Фихтенгольц, И.Е.Шиманский и др./ показывает, что понятие бесконечно малой позволяет легче сделать первые шаги лицам, начинающим изучать математический анализ, и поэтому это понятие наиболее целесообразно положить в основу школьного учения о пределах.

Проф. Д.Д.Мордухай-Болтовской считал изучение бесконечно малых в школе абсолютно необходимым, если мы хотим, чтобы в элементарную математику вошли не формальные операции, а идеи высшей математики.

Мы также считаем, что пренебрегать понятием бесконечно малой не целесообразно, так как это понятие ценно в историческом аспекте, облегчает усвоение самого понятия предела последовательности, заметно упрощает доказательства основных теорем о пределах и технику отыскания пределов, наконец, такие важные понятия анализа как непрерывность, производная, дифференциал, интеграл также связаны с понятием бесконечно малой и в школе не стоит оставлять это совершенно без внимания.

Известно, что изучение уже производной требует ознакомления учащихся с понятием предела функции непрерывного аргумента, которое с методической точки зрения представляет собой одно из наиболее трудных для усвоения математических понятий.

Цель изучения темы "Предел функции" - рассмотреть такое определение предела, которое кратчайшим и сравнительно доступным для учащихся путем позволило бы распространить на пределы функций все предложения, доказанные ранее для пределов последовательностей, и этим подготовить необходимую почву для введения производной.

Как известно, понятие предела функции можно определить по Коши и по Гейне. Какое из этих определений наиболее целесообразно приспособить к школьному преподаванию еще окончательно не решено. Мы склонны думать, что для этой цели более подходит второе из этих определений.

Опыт отечественной школы и школ ряда зарубежных стран свидетельствует о целесообразности изучения в школе, с чувством меры, понятия непрерывности функции, которое, не будучи труднее понятия предела функции, содействует более глубокому пониманию

самого предела и заметно облегчает доказательства многих теорем, делая их наиболее естественными, краткими и общими. На это неоднократно указывал в своих методических статьях академик А.Н.Колмогоров.

Опыт русской дореволюционной школы и современный опыт школ некоторых зарубежных стран/в частности, Румынской Социалистической Республики и Франции/ подтверждают целесообразность того, чтобы в основу применений производной положить теорему Лагранжа, общепобразовательное и практическое значение которой чрезвычайно велико. В некоторой степени подобную мысль высказывали и некоторые наши современные математики и методисты, как например, профессора Я.С.Дубнов и Д.А.Райков.

Мы склонны думать, что задача методистов должна состоять не в стремлении обойти теорему Лагранжа, а в поисках приемлемой методики ее изложения.

Опыт отечественной школы показал, что при первоначальном ознакомлении учащихся с интегралом целесообразно ограничиться освещением его только с одной точки зрения. Но, по нашему мнению, проф. Д.А.Райков правильно считает, что рассматривать в школе определенный интеграл как предел интегральных сумм педагогически нецелесообразно, так как при таком подходе, во-первых, используется более сложное понятие предела, чем то, которым пользовались до этого, а, во-вторых, такой подход фактически необходим только для доказательства интегрируемости того или другого класса функций, что, естественно, выходит за рамки школьной программы. Поэтому мы также склонны думать, что в школе достаточно ограничиться рассмотрением интеграла через первообразную. Именно такая точка зрения отражена в новой программе.

Во второй главе мы пытаемся усовершенствовать систему изучения первооснов анализа в соответствии с данным этапом развития советской общеобразовательной средней школы.

В первом параграфе мы несколько углубляем и приводим в систему пройденный материал о функциях и этим самым готовим базу для исследования функций с помощью производной. Учитывая важность графических навыков при изучении начал анализа, рассматриваем применение простейших преобразований графиков известных функций к построению графиков функций.

Во втором параграфе мы разрабатываем систему изучения пределов в IX классе по следующей методической схеме: бесконечно малая последовательность—предел последовательности—основные теоремы о пределах последовательностей.

Такой подход к изучению пределов в школе мы предпочитаем по следующим соображениям.

Бесконечно малая последовательность является простейшим типом сходящейся последовательности и поэтому учащиеся усваивают это понятие легче, нежели непосредственно понятие предела последовательности. Кроме того, новая школьная программа явно указывает на необходимость рассмотрения этого понятия в школе.

При формировании понятия бесконечно малой существенную роль у нас играет простейшая бесконечно малая $\frac{1}{n}$, призванная служить в сознании учащихся определенным эталоном этого понятия. Рассматривая более сложные бесконечно малые, как например $\frac{1}{2n}$, $\frac{1}{n^2}$, $\frac{1}{3n+2}$, мы простым сравнением их/в общем случае их модулей/ с эталоном убеждаем учеников в том, что и эти последовательности бесконечно малы. Наконец, рассмотрение основных свойств бесконечно малых и их связи с бесконечно большими позволит учащимся свободно обращаться со всеми необходимыми для школьного преподавания бесконечно малыми.

Понятие предела последовательности определяется при помощи бесконечно малой последовательности. Такое определение привлекает своей простотой и имеет ряд преимуществ. Во-первых, оперировать с равенствами легче, чем с неравенствами, да еще с абсолютными величинами/это важно, в частности, при доказательстве основных теорем о пределах, которые издавна входят в программу средней школы/. Во-вторых, свободное владение необходимыми бесконечно малыми позволяет избежать нелегкой на данном этапе отвлекающей работы по данному положительному числу ϵ отыскивать соответствующий номер N . В-третьих, такое определение понятия предела последовательности превращает его в эффективный рабочий инструмент для учащихся при решении ряда важных вопросов геометрии и алгебры.

Как показал опыт, такой подход к изучению пределов обеспечивает более основательное понимание учащимися учения о пределах последовательностей в целом и этим самым они будут лучше подготовлены к восприятию в дальнейшем более сложного понятия предела функции.

Так как действующая программа по математике не предусматривает изучения теоремы о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности, то мы показываем, как в доступной для учащихся форме целесообразно излагать важные геометрические вопросы о длине окружности и площади круга при

помощи леммы Гурьева.

Учитывая интересы учеников математических классов, мы, пользуясь десятичной записью действительного числа и понятием бесконечно малой, в доступной форме рассматриваем доказательство теоремы о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности, которую обычно используют для доказательства существования длины окружности и площади круга. Отметим, что в этом не будет нужды, если воспользоваться понятием иррационального числа по Е.А.Ремезу. Методика такого изложения подробно разработана проф. И.Е.Шиманским.

В третьем параграфе мы делаем попытку разработать систему, изучения предела функции на основании предела последовательности:

А называют пределом функции $f(x)$ при $x \rightarrow a$, если для любой последовательности значений аргумента $x_n \rightarrow a$ и $x_n \neq a$ соответствующая последовательность значений функции $f(x_n) \rightarrow A$.

Это определение мы предпочитаем по следующим соображениям:

а/оно корректно в научном отношении;

б/сравнительно легче как для запоминания, так и для усвоения/так как не требует введения нового понятия окрестности точки, установления связи между окрестностью и неравенствами, свободного владения неравенствами с модулями/;

в/сравнительно легче для восприятия и с точки зрения анализа мышления учащегося, так как строится на основании закрепления и дальнейшего развития теории пределов для последовательностей, которая уже изучалась учениками;

г/легко иллюстрируется графически/ученики наглядно представляют выделенные последовательности значений аргумента и соответствующие последовательности значений функции, а поэтому нетрудно воспринимается сам факт стремления функции к пределу;

д/объединяет в себе как случаи, когда a и A - числа, так и случаи, когда a и A есть одним из символов $+\infty, -\infty, \infty$;

е/более подходит в школьном преподавании не только для доказательства отсутствия предела, а и для фактического вычисления предела/так как для этой цели подключает всю теорию пределов для последовательностей/;

ж/позволяет корректно, кратко и сравнительно доходчивым для учащихся путем распространить изученные ранее предложения о пределах последовательностей на пределы функций и

этим самым подготовить фундамент для введения производной.

Правда, в этом определении трудным для понимания местом является идея "любой последовательности $x_n \rightarrow a$ ", но и в определении предела функции через $\varepsilon - \delta$ фактически фигурирует одна произвольная окрестность, а другая "найдется некоторая", что с логической стороны является более сложным.

Проведенный нами сравнительный метод экспериментально-го исследования также подтвердил наше мнение.

Предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу устанавливается с использованием геометрического принципа: хорда короче дуги, а дуга короче объемлющей ломаной. Это подводит учащихся к пониманию геометрического смысла результата: отношение длины хорды к длине дуги стремится к единице при стягивании дуги в точку. Само доказательство упрощается и за счет того, что предел $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$ устанавливается с использованием неравенства $x - 1 < \sin x < \cos x$, равносильного геометрическому утверждению: сторона треугольника больше разности двух других его сторон. Наконец, использование теоремы о пределе промежуточной функции избавляет нас от формальных длинных рассуждений, делая доказательство кратким и доходчивым.

Хотя современная программа не предусматривает ознакомления с понятием асимптоты кривой, мы все же считаем целесообразным, с чувством меры, познакомить учащихся с понятием горизонтальной и вертикальной асимптоты. Эти понятия при корректном изложении обойти нельзя /ведь упомянутые асимптоты имеют графики функций x^{-n} , a^x , $\log_a x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$, $\operatorname{arctg} x$, $\operatorname{arccot} x$ /. Рассмотрение их иллюстрирует еще одно существенное применение предела к изучению поведения функции вблизи тех точек, где она неопределена, и при достаточно больших по модулю значениях аргумента. Наконец, доступность этих понятий, как показывает наш эксперимент, не вызывает сомнений.

Понятие непрерывности функции рассматривается как через бесконечно малые приращения, так и в предельной форме. Для более осмысленного понимания этого важного понятия мы частично касаемся его противоположности, т.е. разрыва непрерывности, и простейшим путем показываем, что при известном ограничении рациональные операции над непрерывными функциями приводят снова к непрерывным функциям.

Наконец, пытаемся доходчиво рассмотреть понятие сложной функции и выяснить ее непрерывность, касаемся понятия элементарной функции и обращаем внимание на то, что каждая элементар-

ная функция непрерывна в своей области определения.

В третьей главе делается попытка усовершенствовать методику изучения учения о производной и доступным для учащихся путем обосновать применения производной. В этом же разделе рассматривается ряд вопросов для внеклассной работы по математике, которые заметно обогащают ее содержание.

В первом параграфе сначала рассматривается ряд понятий из смежных наук, точный смысл которых раскрывается при помощи производной. Это помогает учащимся основательнее понять само понятие производной и представить его широкое практическое применение.

Чтобы помочь учащимся до конца понять суть задачи о касательной и упростить решение многих задач на касательную, имеющихся в школьном учебнике, в доступной форме выводится уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0 по значению производной в этой точке $f'(x_0)$.

Так как к этому времени ученики еще не знакомы с принципом математической индукции, то для обоснования формулы производной от степенной функции/с натуральным показателем/ используется формула суммы членов геометрической прогрессии.

Далее пытаемся в доходчивой для учащихся форме рассмотреть правило дифференцирования сложной функции и иллюстрировать его важность не только с точки зрения знакомства с общим методом дифференцирования функций, но из точки зрения упрощения выводов ряда формул.

Во втором параграфе мы, чтобы свести к минимуму число недоказываемых предложений, лежащих в основе применений производной, в доступной для учащихся форме рассматриваем теорему Лагранжа.

Содержание этой теоремы доступно для учащихся, так как она допускает простое геометрическое и механическое истолкование. Общеобразовательное и практическое значение этой теоремы чрезвычайно велико, ибо она наиболее полно раскрывает мощь средств дифференциального исчисления при решении разнообразных математических задач и позволяет избежать ряда искусственных громоздких доказательств.

Суть предлагаемого доказательства теоремы Лагранжа состоит в следующем. Рассматривается простейшая вспомогательная функция

$$F(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} (x - a),$$

очевидно, имеющая экстремум во внутренней точке отрезка $[a, b]$ /существование наибольшего и наименьшего значений у непрерывной на отрезке функции ранее постулируется/, и к ней применяется необходимый признак существования экстремума.

Далее теорема Лагранжа используется для нахождения интервалов постоянства, возрастания и убывания функции, направления выпуклости кривой, доказательства теоремы о производной сложной функции, оценки точности приближенных вычислений, доказательства неравенств и существования нулей производной.

Исследование функции на экстремум проводится с помощью первой и второй производной.

Рассматривается вопрос об использовании производной в приближенных вычислениях. При этом из определения производной получаем приближенное равенство $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$ и рассматриваем наиболее употребительные его частные случаи.

В третьем параграфе выводятся формулы для объемов и поверхностей геометрических тел, устанавливается закон движения по заданному закону скорости, находится закон скорости по заданному закону ускорения и на конкретном прямолинейном движении отыскивается закон движения по заданному закону ускорения. Рассмотрение этих вопросов на нужном уровне стало возможным благодаря изучению непрерывности функции и теоремы Лагранжа.

Ценность учебных материалов этого параграфа состоит в том, что ими может воспользоваться учитель уже теперь, когда в школе еще не изучают сведений об интеграле.

Четвертый параграф посвящен вопросам внеклассной работы. Сначала мы рассматриваем применение производной к вычислению конечных сумм одинаковых степеней натуральных чисел, образующих арифметическую прогрессию.

Идея метода, предложенного нами для вычисления сумм вида

$$a^2 + (a+d)^2 + \dots + [a+(n-1)d]^2, \quad (1)$$

состоит в следующем. Рассматривается функция

$$F_n(x) = e^{ax} + e^{(a+d)x} + \dots + e^{[a+(n-1)d]x}$$

Отсюда

$$e^{(a+nd)x} - e^{ax} = F_n(x)(e^{dx} - 1).$$

Дифференцируя это тождество k раз и полагая $x=0$, получаем

$$(a+nd)^k - a^k = \sum_{z=0}^{k-1} C_k^z F_n^{(z)}(0) d^{k-z}, \quad (2)$$

где $F_n^{(z)}(0)$ равно сумме (1).

Конечно, существуют другие способы/и в том числе элементарные/ установления рекуррентных формул типа (2). Однако этот метод, как нам кажется, представляет для школы несомненный интерес.

Наряду с интуитивным подходом к числу e , рассмотрим кратчайшее, доступное и строгое обоснование существования этого числа. С этой целью рассматривается последовательность

$$x_n = \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+1}.$$

Учитывая, что

$$\frac{x_{n-1}}{x_n} = \left(1 + \frac{1}{n^2-1}\right)^n \frac{n}{n+1} > \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \frac{n}{n+1}, \quad n > 1$$

и неравенство

$$\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n > 1 + \frac{1}{n} \quad *)$$

закключаем, что

$$\frac{x_{n-1}}{x_n} > 1,$$

т.е. последовательность $\{x_n\}$ убывает. Ее ограниченность снизу очевидна.

Корректно вычисляются первые и вторые производные для логарифмической и показательной функций, тангенса, котангенса, обратных тригонометрических функций и общей степенной функции /что важно для исследования на монотонность этих функций и установления выпуклости их графиков/.

Ряд важных неравенств, позволяющих с наперед заданной точностью вычислять значения синуса, косинуса и любых радикалов, доказываются совершенно элементарно использованием монотонности разностей функции и соответствующих многочленов, пред-

*) Неравенство $(1+d)^n > 1+nd$, $d>0, n>1$ непосредственно следует

из формулы суммы геометрической прогрессии $\frac{q^n-1}{q-1} = 1+q+q^2+\dots+q^{n-1}$ при $q>1$, если в правой части q заменить на 1.

ставляющих на самом деле отрезки ряда Тейлора этих функций.

Рассматриваем простейшие дифференциальные уравнения/в том числе уравнения, предусмотренные новой программой/:

$$y' = ax, \quad yy' = ax, \quad y' = ay, \quad y/x = ay, \quad y'' + k^2y = 0.$$

Решение их проводится лишь на основании полученных знаний о производной. Это позволит познакомить учащихся с интересными и важными приложениями анализа к геометрии, физике и технике.

Наконец, рассматриваются некоторые простые, но важные алгебраические применения анализа/доказательство существования действительного корня некоторых типов уравнений и приближенное вычисление его, выделение кратных корней алгебраического уравнения и установление числа действительных корней любого уравнения/.

Все это убедит учащихся в том, что они располагают весьма эффективным общим методом решения разнообразных математических задач.

В четвертой главе мы ограничиваемся рассмотрением понятия интеграла как приращения первообразной на отрезке интегрирования и только с этой единственной точки зрения разрабатываем методику преподавания его важнейших приложений.

В первом параграфе на конкретном примере параболического сегмента мы знакомим учащихся с различными подходами к задаче о площади криволинейной трапеции. Рассматриваем понятие первообразной функции и неопределенного интеграла, некоторые простейшие формулы и свойства интегралов, интуитивно доказываем существование первообразной для непрерывной функции. Вводим вышеупомянутое определение интеграла и рассматриваем простейшие его свойства.

Во втором параграфе мы рассматриваем вычисление площадей плоских фигур, объемов геометрических тел, работы переменной силы, давления жидкости и массы стержня. При этом применения интеграла базируются на том, что площадь криволинейной трапеции, которая рассматривается как функция абсциссы крайней ординаты, есть первообразная этой ординаты. Объем тела-первообразная площади его поперечного сечения. Работа-первообразная силы, которая ее выполняет. Давление жидкости-первообразная произведения ширины вертикальной пластины на глубину ее погружения. Масса стержня-первообразная его плотности.

В пятой главе рассматривается организация и постановка эксперимента, а также выводы, к которым пришел автор в результа-

те эксперимента.

В первом параграфе выясняется цель и задача эксперимента, его содержание, методика проведения и результаты.

Во втором параграфе описывается личный опыт программированной проверки знаний учащихся по школьным темам анализа.

В третьем параграфе анализируются типичные ошибки и затруднения, которые естественно возникают при изучении начал анализа в общеобразовательной школе.

Спыт преподавания начал анализа в школе изучался нами в течение последних тринадцати лет.

По составленному автором плану в 1956-57 уч. году был проведен предварительный эксперимент в школе №25 г. Винницы. Автор лично проводил внеклассную работу по математике с целью обучения учащихся элементам дифференциального исчисления.

Следующий эксперимент проводился в 1959-60 уч. году, как автором, так и по его поручению многими учителями школ г. Винницы и области, с целью апробации написанного автором пособия по преподаванию элементов математического анализа.

Основной эксперимент проводился в 1965-66 учебном году, когда впервые начала анализа изучались во всех общеобразовательных школах нашей страны. Автор проводил уроки в X-XI классах Винницкой школы №8, а учителя математики этой школы систематически посещали эти уроки и затем обсуждали на заседаниях предметной комиссии.

Параллельно с автором, по его плану и под его руководством, аналогичные уроки проводили учителя той же школы и других школ.

В течение 1965-66 уч. года автор руководил постоянно действующим семинаром учителей математики школ г. Винницы, который был организован областным Институтом усовершенствования квалификации учителей. На этом семинаре, в частности, обсуждались различные методические пути изложения наиболее важных вопросов анализа, которые затем апробировались учителями в своих школах и результаты этих апробаций обсуждались на очередном заседании семинара. Это позволяло отобрать наиболее совершенные методические схемы и побуждало нас к дальнейшей их разработке.

Мы стремились не столько обучить дифференцированию и интегрированию функций, сколько показать математический анализ в обучении, чтобы такие предметы как геометрия, алгебра, физика получили от него весомую пользу. Такой подход побуждает учащихся лучше прочувствовать необходимость мобилизации своих уси-

лий на усвоение его основных идей и методов.

В процессе проведения эксперимента одни методические положения пришлось уточнить, другие совсем отбросить.

В целом результаты эксперимента показали, что изучение узловых вопросов анализа по разработанной автором системе и методике оправдывает себя и что такое изучение может быть успешно реализовано в общеобразовательной школе.

Автор пришел также к выводу, что некоторое расширение программы начал анализа за счет установления связи между отдельными ее вопросами не ведет к перегрузке программы, а лишь приводит ее в надлежащий порядок и делает более содержательными ее разделы. Важно, что эту расширенную программу можно изучать уже в рамках отведенного действующей программой времени, если геометрические приложения производной изучать за счет часов, предусмотренных на изучение в геометрии объемов, часть предложений рассматривать у виде задач, а часть — за счет сокращения времени, отведенного для проверки знаний учащихся/что вполне осуществимо с помощью программированной проверки знаний/.

Хотя объем, содержание, структура, глубина и методика изложения школьного пропедевтического курса анализа были предметом исследования автора еще задолго до появления новой программы по математике для общеобразовательной школы, однако разработанная в диссертации система изучения узловых вопросов анализа в основном соответствует духу этой программы и, как нам кажется, содержит ряд конструктивных рекомендаций как относительно фактической реализации новой программы, так и ее дальнейшего усовершенствования.

По нашему мнению, предлагаемая методика изложения ряда вопросов будет полезной и для математических классов, школ физико-математического направления и для проведения факультативных занятий, узаконенных последним постановлением Партии и Правительства о дальнейшем развитии общеобразовательной школы.

Автор надеется, что выполненная им работа окажет определенную помощь учителям математики в борьбе за прочные, осмысленные и действенные знания учащихся и этим самым поможет в осуществлении задач, поставленных перед школой историческими решениями XXIII съезда КПСС.

Материалы диссертации обсуждались на семинаре руководителей школьных методических объединений районов Зинницкой области, на августовских и январских конференциях учителей/1965-

-1968/, на отчетних научних сесіях кафедр Вінницького пединститута, на засіданнях математических кафедр цього же інститута, на Республіканській конференції по вопросам программованого навчання в школах і педагогіческих навчальних закладах/24-27 мая 1967г., г.Одесса/, на Республіканському науково-методическом семінарі/29 мая 1968г., г.Киев/.

Список опублікованих работ, имеющих отношение к содержанию диссертации

1. Елементи математичного аналізу в загальноосвітній школі, Наукові записки Вінницького пединститута, т.15, 1956, 1-188.
2. Вступ до математичного аналізу/збірник задач і вправ з розв'язуваннями/, Вінницький пединститут, 1960, 1-56.
3. Математичний аналіз і теорія функцій, Методичний посібник для підготовки до державних екзаменів студентів-заочників фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів, "Радянська школа", К., 1965, 1-88.
4. Посібник з математичного аналізу для педвузів, ж. "Радянська школа", К., 1967, №3, 107-108/совм.с Б.Н.Велим, И.Я.Винером и П.Н.Глушковым/.
5. До методики викладання вузлових питань аналізу в загальноосвітній школі, Республіканський науково-методичний збірник "Методика викладання математики", 4, "Радянська школа", К., 1968, 109-118.
6. Вступ до математичного аналізу, Посібник для студентів-заочників фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів, "Радянська школа", К., 1968, 1-92.
7. Об использовании дифференцирования к нахождению некоторых конечных сум, ж. "Математика в школе", М., 1968, №2, 84-87/совм.с И.Я.Винером/.

Находятся в печати:

1. До методики викладання границь в IX класі, Республіканський науково-методичний збірник "Методика викладання математики", 5, "Радянська школа", К., 1969.
2. Математичний аналіз, ч. I, Контрольні роботи та методичні вказівки до їх виконання для студентів-заочників I і II курсів фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів, "Радянська школа", К., 1969.
3. Математичний аналіз, ч. III, Контрольні роботи та методичні вказівки до їх виконання для студентів-заочників III-IV курсів фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів, "Радянська школа", К., 1969/совм.с П.Н.Глушковым/.