

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ»

УДК 512.542

БЫЧКОВ
ПАВЕЛ ВЛАДИМИРОВИЧ

**КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЗАДАННЫМИ
ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ ПОДГРУППАМИ**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Гомель, 2010

Работа выполнена в учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Научный руководитель: **Тютянов Валентин Николаевич**,
доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры, учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени
Франциска Скорины», кафедра алгебры и
геометрии

Официальные оппоненты: **Воробьев Николай Тимофеевич**,
доктор физико-математических наук, профес-
сор, заведующий кафедрой, учреждение образо-
вания «Витебский государственный университет
имени П. М. Машерова», кафедра алгебры и ме-
тодики преподавания математики
Бородич Руслан Викторович,
кандидат физико-математических наук, доцент,
начальник НИСа учреждения образования «Го-
мельский государственный университет имени
Франциска Скорины»

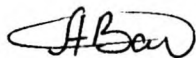
Оппонирующая организация — учреждение образования «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина».

Защита состоится «17» марта 2010 года в 16⁰⁰ часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» по адресу: 246019, г. Гомель, ул. Советская, 104, ауд. 1-20. Телефон ученого секретаря: +375 232 573 791, e-mail: formation56@mail.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Автореферат разослан « 16 » февраля 2010 года.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций



Васильев А.Ф.

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Все рассматриваемые группы в данной диссертации предполагаются конечными.

Подгруппы X и Y группы G называются перестановочными, если $XY = YX$. Вопросы, связанные с перестановочностью подгрупп, играют важную роль в теории конечных групп. При этом естественной является проблема описания строения конечной группы, в которой имеется та или иная система перестановочных подгрупп. В данной проблеме можно выделить два следующих направления.

1) Описание строения конечной группы с большим числом перестановочных подгрупп.

2) Описание строения конечной группы, представимой в виде произведения двух подгрупп с заданными свойствами.

Возникновение первого направления связано с работой Б. Хуперта [1], появившейся в 1961 году. Эта работа послужила толчком к дальнейшим исследованиям в данном направлении, что нашло отражение в следующих работах [2–6].

Одним из частных случаев перестановочности подгрупп является дополняемость подгрупп.

Подгруппа L называется *дополняемой* в группе G , если существует подгруппа K такая, что $L \cap K = 1$ и $G = LK$.

Строение группы во многом определяется наличием в ней той или иной системы дополняемых подгрупп. Систематическое изучение групп с заданными системами дополняемых подгрупп было начато в работе С.Н. Черникова [7]. К настоящему времени в данном направлении получено достаточно много результатов. Отметим работы [8–11]. В работе Г.А. Маланиной [12] был рассмотрен класс групп с единственной недополняемой подгруппой. При этом было установлено, что группы с таким условием конечны и являются p -группами. Поэтому естественно рассмотреть вопрос о строении конечной группы с малым (двумя, тремя и т.д.) числом недополняемых подгрупп.

В Коуровской тетради [13, вопрос 8.31] В.М. Левчук записал вопрос об описании конечных групп, у которых всякая собственная подгруппа дополняема в некоторой большей подгруппе. В частности, важен вопрос описания простых неабелевых групп с данным свойством. Ряд частных случаев был рассмотрен А.Г. Лихаревым в [14–16]. Полное решение проблемы было получено В.М. Левчуком, А.Г. Лихаре-

вым [17] и независимо В.Н. Тютяновым [18]. А именно, было установлено, что только группа $L_2(7)$ обладает заданным свойством.

В настоящее время интерес к тематике наличия перестановочных подгрупп в группе постоянно растет. Среди работ зарубежных авторов отметим следующие: Карокка [19], Майер [20], Болистер–Болинчес, Перец–Рамос, Педра–Агуэла [21].

Большое количество результатов было получено А.Н. Скибой и его учениками. В своей обзорной статье А.Н. Скиба [22] приводит систематическое изложение материала по данной тематике, а также ставит ряд важных открытых проблем. Перестановочность подгруппы A и B группы G позволяет ввести следующие важные понятия:

Пусть G — конечная группа и $L \leq G$. Подгруппа L называется G -перестановочной, если для всякой подгруппы $H \leq G$ найдется элемент $g \in G$ такой, что $LH^g = H^g L$.

Пусть G — конечная группа и $L \leq G$. Подгруппа L называется наследственно G -перестановочной, если для всякой подгруппы $T \leq G$ такой, что $L \leq T$, подгруппа L является T -перестановочной.

Эти понятия были введены А.Н. Скибой [23]. В Коуровской тетради [13, проблема 17.112] А.Н. Скибой и В.Н. Тютяновым были поставлены следующие два вопроса:

Какие конечные простые неабелевы группы G обладают

- (а) нетривиальной G -перестановочной подгруппой?
- (б) нетривиальной наследственно G -перестановочной подгруппой?

Ко второму направлению относятся вопросы, связанные с факторизациями конечных групп. Теоремы о группах, обладающих той или иной факторизацией, являются важным инструментом в изучении конечных групп. Вопросы, связанные с факторизацией, привлекали в разное время внимание многих алгебраистов (Ф. Холл, В. Бернсайд, С.А. Чунихин, Н. Ито, Х. Виланд, О. Кегель, Л.С. Казарин, Н.С. Черников, С.А. Сыскин, Э. Фисман, В.С. Монахов и другие).

Задачи о группах с факторизациями возникли в связи с теоремой Бернсайда о простоте конечной группы, имеющей элемент с примарным индексом его централизатора [24]. В 1955 году в работе [25] Н. Ито показал, что группа, представляемая в виде произведения двух абелевых подгрупп, не более чем двухступенно разрешима. Важнейшим результатом этого периода является теорема Кегеля–Виландта о разрешимости конечной группы, факторизуемой двумя вильнютентными подгруппами [26, 27].

Важные результаты о группах с факторизациями были получены Ф. Холлом [28] и С.А. Чунихиным [29]. Ф. Холл [30] открыл существование силовских баз у разрешимых групп, а С.А. Чунихин исследовал ряд арифметических свойств конечных групп.

Особый интерес к задачам, связанным с факторизациями конечных групп, обусловлен завершением классификации простых неабелевых групп. Были решены хорошо известные проблемы, долгое время не поддававшиеся решению. Отметим прежде всего работы Казарина [31, 32], где были решены проблемы Сепы, Скотта-Шеметкова. В своей работе [33] Л.С. Казарин и Б. Амберг рассмотрели строение конечной группы, представимой в виде произведения нильпотентной подгруппы и подгруппы с нетривиальным центром. Этот результат обобщает теорему Кегеля-Виландта. Отметим также следующие важные результаты в данном направлении [34-41].

Из приведенного обзора можно сделать вывод о том, что задача изучения конечных групп с системами перестановочных подгрупп актуальна. Ее дальнейшей реализации посвящена данная диссертация.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами и темами

Представленная работа выполнялась на кафедре алгебры и геометрии учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» с 2005 по 2008 гг. в соответствии со следующими госбюджетными научными темами:

«Структурная теория классов групп и других алгебр» Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины. Тема входила в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утвержденный решением Президиума НАН Беларуси № 94 от 5 июля 2001 г. Государственная программа фундаментальных исследований «Математические структуры» (номер госрегистрации в БелИСА — 20011225), тема выполнялась в 2001-2005 гг.;

«Развитие концепции факторной центральности и ее применение к анализу классов групп и других систем» Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины. Тема входит в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утвержденный решением Президиума НАН Беларуси № 907 от 12 мая 2006 г. Государственная программа фундаментальных исследований «Математические модели» (номер госрегистрации в БелИСА — 20061155), выполнение темы запланировано на 2006-2010 гг.

Цель и задачи исследования

Целью данной диссертации является описание строения конечных групп в зависимости от наличия в них тех или иных систем перестановочных подгрупп. Для достижения поставленной цели в диссертации необходимо было решить следующие задачи:

- установить спорадические группы с собственной наследственно G -перестановочной подгруппой;
- изучить строение группы с двумя недополняемыми подгруппами;
- изучить строение конечных групп, факторизуемых подгруппами Фробениуса, с заданными свойствами;
- установить простые неабелевы группы, представимые в виде

произведения двух подгрупп пересечение которых группа Шмидта четного порядка, максимальная в каждом сомножителе.

Объектом исследования являются конечные группы с заданными перестановочными подгруппами.

Предмет исследования — изучение влияния систем перестановочных подгрупп на строение конечной группы.

Положения, выносимые на защиту

1. Нахождение простых спорадических групп с собственной наследственно G перестановочной подгруппой, теорема 3.1.3 [2-А].

2. Описание строения группы, обладающей в точности двумя недополняемыми подгруппами, теорема 3.2.1 [4-А].

3. Описание строения конечной группы, представимой в виде произведения группы Фробениуса с заданными ограничениями, теорема 4.2.1 [5-А], теорема 4.2.2 [5-А], теорема 4.2.4 [5-А], теорема 4.2.5 [3-А].

В диссертации используется аппарат абстрактной теории конечных групп, структурные теоремы о группах Лиевского типа и методы изучения конечных групп с факторизациями.

Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми.

Личный вклад соискателя

Диссертационная работа выполнена соискателем лично под руководством доктора физико-математических наук Тютянова Валентина Николаевича. Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика их исследования. В 2-х совместных работах [2-А, 4-А] основные идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализованы соискателем. Остальные работы выполнены самостоятельно и опубликованы без соавторов.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты диссертации докладывались и апробировались на научных семинарах кафедры алгебры и геометрии учреждения образования Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, на IX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Беларусь, Гомель 13 - 15 марта 2006г.), на X Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и

научных исследованиях» (Беларусь, Гомель 12 - 14 марта 2007г.), на XI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Беларусь, Гомель 17 - 19 марта 2008г.), на международной алгебраической конференции «Классы групп, алгебр и их приложения», посвященной 70-летию со дня рождения Л.А. Шеметкова (Беларусь, Гомель, 9-11 июля 2007 г.); Международная конференция «X Белорусская математическая конференция» (Минск, 2008г.);

Опубликованность результатов диссертации

По теме диссертационного исследования опубликовано 12 работ, в том числе: 5 статей в научных журналах, 1 препринт, 6 тезисов докладов. Общий объём опубликованных материалов составляет 2,922 авторских листа, в том числе: статьи в научных журналах — 2,077 авторских листа, тезисы — 0,27 авторских листа, препринт — 0,575 авторских листа.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, четырех глав, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке в количестве 68 наименований. Полный объем диссертации — 75 страниц, из них 7 страниц занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю — доктору физико-математических наук Валентину Николаевичу Тютянову за внимание, оказанное им при написании данной диссертации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Рассматриваются только конечные группы. Все используемые обозначения и определения стандартны и соответствуют принятым в [42-44].

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке.

Глава 1 содержит аналитический обзор литературы по тематике диссертации. На основе проведенного анализа литературы формулируются основные задачи диссертационной работы.

В главе 2 собраны некоторые известные результаты, используемые в основном тексте диссертации.

Основное содержание диссертации представлено в главах 3, 4.

Глава 3 «Конечные группы с заданными классами перестановочных подгрупп» посвящена изучению конечных групп, которые имеют заданную систему перестановочных подгрупп. Она включает в себя два раздела.

В разделе 3.1 рассматривается вопрос о существовании в простых спорадических группах собственных наследственно G -перестановочных подгрупп и собственных G -перестановочных подгрупп. Установлено, что не существует простой спорадической группы G с собственной наследственно G -перестановочной подгруппой. Тем самым получено решение проблемы А.Н. Скибы и В.Н. Тютянова [13, проблема 17.112] в классе спорадических групп.

3.1.3 Теорема [2-A, 12-A]. Пусть G — простая спорадическая группа. Тогда группа G не имеет нетривиальной собственной наследственно G -перестановочной подгруппы.

Теорема 3.1.3 подтверждает гипотезу о том, что не существует простых неабелевых групп с собственными наследственно G -перестановочными подгруппами.

Из теоремы 3.1.3 получаем информацию о существовании у ряда спорадических групп собственной G -перестановочной подгруппы.

3.1.4 Теорема [2-A]. Пусть G изоморфна одной из следующих групп: M_{11} , M_{12} , M_{22} , M_{23} , M_{24} , Co_3 , Co_2 , Co_1 , J_3 , HS , McL , $O'N$, Ru , HN , B , M . Тогда группа G не имеет нетривиальной собственной G -перестановочной подгруппы. Группа J_1 имеет собственную G -перестановочную подгруппу порядка 2.

Из этой теоремы вытекает, что существуют спорадические группы с собственной G -перестановочной подгруппой.

В разделе 3.2 рассматриваются конечные группы, содержащие в точности две недополняемые подгруппы и приведено их полное описание. Данные результаты являются продолжением исследований Г.А. Маланьинной [12], которая описала группы с одной недополняемой подгруппой.

3.2.1 Теорема [4-A, 11-A]. Конечная группа G имеет в точности две недополняемые подгруппы тогда и только тогда, когда:

1. G — абелева группа и $G \in \{Z_{p^2}; Z_{p^2} \times Z_p; Z_{p^2} \times Z_t\}$.
2. G — неабелева группа одного из следующих типов:

Решенные в диссертации задачи и разработанные методы их решения позволяют подойти к еще нерешенным проблемам: задаче нахождения простых неабелевых групп, обладающих собственными G -перестановочными и наследственно G -перестановочными подгруппами; задаче об описании простых неабелевых композиционных факторов конечной группы, представимой в виде произведения двух своих подгрупп Фробениуса.

Результаты диссертации могут быть использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов для студентов математического факультета высших учебных заведений, написании курсовых и дипломных проектов, а также кандидатских диссертаций.

Работа имеет теоретический характер. Разработанные в диссертации методы могут быть использованы для изучения конечных групп с системами перестановочных подгрупп, а также при чтении спецкурсов в университетах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Список использованной литературы

1. Huppert, B. Zur Sylowstruktur auflösbarer Gruppen / B. Huppert // Arch. Math. — 1961. — Vol. 12. — P. 161–169.
2. Пальчик, Э.М. О группах, все i -максимальные подгруппы которых перестановочны с силовской подгруппой / Э.М. Пальчик // ИАН БССР. Сер. физ.-матем. наук. — 1968. — № 1. — С. 45–48.
3. Конторович, Н.П. О группах, все i -максимальные подгруппы которых перестановочны с силовской подгруппой. / Н.П. Конторович, Э.М. Пальчик // ИАН БССР. Сер. физ.-матем. наук. — 1969. — № 3. — С. 51–57.
4. Asaad, M. On permutable subgroups of finite groups / M. Asaad, A.A. Heliel // Arch. Math. — 2003. — Vol. 80. — P. 113–118.
5. Srinivasan, S. Two sufficient conditions for supersolvability of finite groups / S. Srinivasan // Israel J. Math. — 1980. — Vol. 35. — P. 210–214.
6. Wang, Y. Finite groups with some subgroups of Sylow subgroups c -supplemented / Y. Wang // J. Algebra. — 2000. — Vol. 224. — P. 467–478.
7. Черников, С.Н. Группы с системами дополняемых подгрупп / С.Н. Черников // Мат. сб. — 1954. — Т. 35, № 1 — С. 93–128.
8. Баева, Н.В. Вполне факторизуемые группы / Н.В. Баева // Докл. АН СССР. — 1953. — Т. 92, №5. — С. 877–880.
9. Горчаков, Ю.М. Примитивно факторизуемые группы. / Ю.М. Горчаков // Учен. зап. Пермского ун-та. — 1960. — Т. 17. — С. 15–31.
10. Сысак, Я.П. Группы с дополняемыми абелевыми подгруппами типа (p, p) . / Я.П. Сысак // В кн.: Строение групп и свойства их подгрупп. — Киев, 1978. — С. 63–79.
11. Черникова, Н.В. Группы с дополняемыми подгруппами / Н.В. Черникова // Матем. сб. — 1956. — Т. 39(81), №3. — С. 273–292.
12. Маланьина, Г.А. Группы с одной недополняемой подгруппой. / Г.А. Маланьина // В кн. Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры. — Киев, 1993. — С. 188–194.
13. Коуровская тетрадь (Нерешенные вопросы теории групп). — 17-е изд. — Новосибирск: Ин-т математики, 2010.

14. Лихарев, А.Г. О слабо факторизуемых группах левша типа малых рангов и спорадических группах / А.Г. Лихарев // Algebra and model Theory 4. Новосибирск. НГТУ. — 2003. — С. 56–61.
15. Лихарев А.Г. О конечных слабо факторизуемых группах // Международная алгебраическая конференция, посвященная 250-летию Московского университета. Тезисы докладов. Москва: Мех.–мат. МГУ. — 2004. — С. 88–89.
16. Лихарев, А.Г. О слабо факторизуемых группах левша типа малых рангов / А.Г. Лихарев // Алгебра, логика и кибернетика: Материалы международной конференции, посвященной 75-летию со дня рождения профессора А.И. Кокорина. Иркутск, Издательство ГОУ ВПО ИГПУ. — 2004. — С. 243–244.
17. Левчук, В.М. Конечные простые группы с дополняемыми максимальными подгруппами / В.М. Левчук, А.Г. Лихарев // Сиб. мат. журнал. — 2006. — Т. 47, № 4. — С. 798–810.
18. Тютянов, В.Н. Конечные простые слабо факторизуемые группы / В.Н. Тютянов // Известия Гомельского государственного университета им.Ф.Скорины. — 2006. — № 3(36). — С. 178–182.
19. Carocca, A. p -supersolvability of factorized finite groups / A. Carocca // Hokkaido Math. J. — 1992. — Vol. 21. — P. 395–403.
20. Maier, R. A completeness property of certain formations / R. Maier // Bull. London Math. Soc. — 1992. — Vol. 24. — P. 540–544.
21. Ballester-Bolinchas, A. Mutually permutable products of finite groups / A. Ballester-Bolinchas, M.C. Pedraza-Agülera, M.D. Perez-Ramos // J. Algebra. — 1999. — Vol. 213. — P. 369–377.
22. Skiba, A.N. Finite groups with given systems of generalized permutable subgroups / A.N. Skiba // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. — 2006. — № 3(36). — С. 12–31.
23. Скиба, А.Н. Π -перестановочные подгруппы / А.Н. Скиба // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. — 2003. — № 4(19). — С. 37–39.
24. Burnside, W. On groups of order $p^a q^b$ / W. Burnside // Proc. London Math. Society. — 1904. — Vol. 2, № 2. — P. 432–437.
25. Ito, N. Über das Produkt von zwei abelschen Gruppen / N. Ito // Math. Z. — 1955. — Vol. 62. — P. 400–401.
26. Kegel, O. H. Produkte nilpotenter Gruppen / O. H. Kegel // Arch. Math. — 1961. — Vol. 12. — P. 90–93.

27. Wielandt, H. Uber Produkte von nilpotenten Gruppen / H. Wielandt // Illinois J. Math. — 1958. — Vol. 2. — P. 611–618.
28. Hall, P. A characteristic property of soluble groups / P. Hall // J. London Math. Soc. — 1937. — Vol. 12. — P. 198–200.
29. Чунихин, С.А. О существовании подгрупп у конечной группы / С.А. Чунихин // Труды семинара по теории групп, ГОНТИ, М.–Л., 1938 — С. 106–125
30. Hall, P. On the Sylow systems of a soluble group / P. Hall // Proc. London Math. Society. — 1937. — Vol. 43, № 2. — P. 316–323.
31. Казарин, Л.С. О проблеме Сера / Л.С. Казарин // Известия АН СССР. — 1986. — Т. 50. — № 3. — С. 479–507.
32. Казарин, Л.С. О произведении двух групп близких к нильпотентным / Л.С. Казарин // Математический сборник. — 1979. — Т. 110. — № 1. — С. 51–66.
33. Amberg, B. On the product of a nilpotent group and a group with non-trivial center / B. Amberg, L. S. Kazarin // Preprint-Reihe des Instituts für Mathematik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz. — 2005. — № 19. — P. 29.
34. Васильев, А.Ф. О факторизаторах подгрупп конечных разрешимых ди \mathfrak{F} -групп. / А.Ф. Васильев // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. — 2006. — № 4. — С. 55–60.
35. Васильев, А.Ф. О пересечении факторов конечных разрешимых произведений групп / А.Ф. Васильев // Труды Ин-та математики Нац. акад. наук Беларуси. — 2006. — С. 1–9.
36. Монахов, В.С. О произведении двух разрешимых групп с максимальным пересечением факторов / В.С. Монахов // Вопросы алгебры. — Выпуск 1(1985). — С. 54–57.
37. Сыскин, С.А. Об одном вопросе Бэра / С.А. Сыскин // Сиб. мат. журн. — 1979. — Т. 40, № 1. — С. 679–681.
38. Тютянов, В.Н. О произведении двух разрешимых групп примарных индексов / В.Н. Тютянов // Вопросы теории групп и гомологической алгебры. Ярославль: Изд-во Ярославского ун-та. — 1987. — С. 27–29.
39. Тютянов, В.Н. Произведения разрешимых групп / В.Н. Тютянов // Известия Гомельского государственного университета им.Ф.Скорины. — 2002. — № 5(14). — С. 3–27.
40. Kazarin, L.S. Product of two finite solvable groups / L.S. Kazarin // Commun. Algebra. — 1986. — 14, N 6. — P. 1001–1066.

41. Liebeck, M.W. The maximal factorizations of the finite simple groups and their automorphism groups / M.W. Liebeck, C.E. Praeger, J. Saxl // A.M.S. — 1990. — v.86, №432. — P. 1–151.

42. Gorenstein, D. Finite groups, 2nd edn. / D. Gorenstein — Chelsea, New York, 1980. — P. 527.

43. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert — Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1967. — P. 793.

44. Huppert, B., Blackburn N. Finite Groups III. / B. Huppert — Berlin-New York: Springer-Verlag. — 1982. — P. 583.

45. Гаврилин В.А. Оценка мощности группы по мощности множества недополняемых подгрупп. / В.А. Гаврилин, Ю.М. Горчаков // Математические заметки. — 1984. — Т. 36, №4 — С. 27–33.

46. Монахов, В.С. Разрешимость фактоизируемой группы с заданным пересечением факторов / В.С. Монахов // 17 Всесоюз. алгебро-ич. конф.: Тез. сообщ. — Минск, 1983. — 4.1. — С. 131.

47. Тютянов В.Н. О произведении двух конечных групп с максимальным нильпотентным пересечением / В.Н. Тютянов // Изв. вузов. Математика. — 1988. — №10. — С. 82–83.

Список публикаций соискателя

Статьи в научных журналах

1-А. Бычков, П.В. О произведении двух конечных групп, пересечение которых является подгруппой Шмидта четного порядка / П.В. Бычков // Известия Гомельского государственного университета им.Ф.Скорины. — 2006. — № 5(38). — С. 7–10.

2-А. Бычков, П.В. О наследственно G перестановочных подгруппах спорадических групп / П.В. Бычков, В.Н. Тютянов // Вестник полоцкого университета. — 2008. — № 3. — С. 23–29.

3-А. Бычков, П.В. О произведении неразрешимых групп Фробениуса / П.В. Бычков // Известия Гомельского государственного университета им.Ф.Скорины. — 2008. — № 2(47). — С. 40–43.

4-А. Бычков, П.В. Конечные группы с двумя недополняемыми подгруппами / П.В. Бычков, В.Н. Тютянов // Математические заметки. — 2009. — Т. 85, № 4. — С. 630–636.

5-А. Бычков, П.В. О факторизации конечных групп подгруппами Фробениуса / П.В. Бычков // Вестник полоцкого университета. — 2009. — № 3. — С. 41–47.

Препринты

6-А. Бычков, П.В. О факторизации конечных групп подгруппами Фробениуса взаимно простых порядков / П.В. Бычков — Гомель, 2006. — 14 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 10).

Материалы и тезисы докладов конференций

7-А. Бычков, П.В. О произведении двух конечных групп, пересечение которых подгруппа Шмидта четного порядка / П.В. Бычков // материалы IX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях". Гомель 13 – 15 марта 2006г. / Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины; редкол.: Ю.С. Харин [и др.]. — Гомель, 2006. — Ч. 2. — С. 52.

8-А. Бычков, П.В. О факторизации конечных групп подгруппами Фробениуса взаимно простых порядков / П.В. Бычков // материалы X Республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях". Гомель 12 – 14 марта 2007г. / Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины; редкол.: Ю.С. Харин [и др.]. — Гомель, 2007. — Ч. 2. — С. 224.

9-А. Бычков, П.В. Произведение неразрешимых групп Фробениуса / П.В. Бычков // материалы XI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях". Гомель 17 – 19 марта 2008г. / Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины; редкол.: Ю.С. Харин [и др.]. — Гомель, 2008. — Ч. 2. — С. 224.

10-А. Бычков, П.В. О факторизации простых конечных групп разрешимыми подгруппами Фробениуса / П.В. Бычков // Классы групп, алгебр и их приложения: материалы Междунар. алгебраической конф., посвящ. 70-летию со дня рождения Л.А. Шеметкова, Гомель, 9–11 июля 2007 г./ Гомельский гос. ун-т им.Ф.Скорины; редкол.: Л.А. Шеметков (отв. ред.) [и др.]. — Гомель, 2007. — С. 53–54.

11-А. Тютянов, В.П. Конечные группы с двумя недополняемыми подгруппами / В.Н. Тютянов, П.В. Бычков // X Белорусская матема-

тическая конференция: тез. докл. междунар. алгебр. конф., Минск 3–7 ноября 2008 г.: в 2 ч. / Белорусский гос. ун-т, Ин-т математики Нац. Акад. наук Беларуси; редкол.: С.Г. Красовский, А.А. Лепин. – Минск, 2008. —Ч. 1. — С. 57.

12-А. Тютянов, В.Н. О наследственно G -перестановочных подгруппах спорадических групп /В.Н. Тютянов, П.В. Бычков // X Белорусская математическая конференция: тез. докл. междунар. алгебр. конф., Минск 3–7 ноября 2008 г.: в 2 ч. / Белорусский гос. ун-т, Ин-т математики Нац. Акад. наук Беларуси; редкол.: С.Г. Красовский, А.А. Лепин. — Минск, 2008. —Ч. 1. — С. 58.

РЭЗЮМЭ

Бычкоў Павел Уладзіміравіч

Канечныя групы з заданымі
перастаноўчымі падгрупамі

Ключавыя словы: канечная група, прастая неабмялява група, фактарызуемая група, перастаноўчыя падгрупы, спадчынна перастаноўчая падгрупа, дапаўняльная падгрупа, група Фрабеніуса, група Шмідта.

У дысертацыі даследуюцца канечныя групы з заданымі сістэмамі перастаноўчых падгруп.

Устаноўлена, што спарадычная група не мае уласнай спадчынна G -перастаноўчай падгрупы. Апісана будова групы, маючай дакладна дзве недапаўняльныя падгрупы. Вызначаны кампазіцыйныя фактары групы, фактарызуемай падгрупамі Фрабеніуса узаімна простых парадкаў. Пералічаны простыя групы фактарызуемыя падгрупамі Фрабеніуса. Апісана простыя няабмялевыя групы, фактарызуемыя уласнымі падгрупамі, перасячэнне якіх падгрупа Шмідта цотнага парадка максімальная у кожным множніке.

Усе атрыманыя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарытычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі канечных груп, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

РЕЗЮМЕ

Бычков Павел Владимирович

Конечные группы с заданными перестановочными подгруппами

Ключевые слова: конечная группа, конечная простая неабелева группа, факторизуемая группа, перестановочные подгруппы, наследственно перестановочная подгруппа, дополняемая подгруппа, группа Фробениуса, группа Шмидта.

В диссертации исследуются конечные группы с заданными системами перестановочных подгрупп.

Установлено, что любая спорадическая группа не имеет собственной наследственно G -перестановочной подгруппы. Описано строение группы, имеющей в точности две недополняемые подгруппы. Указаны композиционные факторы группы, факторизуемой подгруппами Фробениуса взаимно простых порядков. Перечислены простые группы, факторизуемые подгруппами Фробениуса без условия взаимной простоты порядков сомножителей. Найдены простые неабелевы группы, факторизуемые собственными подгруппами, пересечение которых подгруппа Шмидта четного порядка, максимальная в каждом сомножителе.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории конечных групп, а также при чтении спецкурсов в университетах.

SUMMARY

Bychkov Pavel Vladimirovich

Finite groups with the given permutation subgroups

Key words: finite group, finite simple nonabelian group, factorized group, permutation subgroups, inherited permutation subgroup, complemented subgroup, Frobenius group, Schmidt group.

In the dissertation finite groups with given system permutable subgroups are investigated.

It has been established that any sporadic group doesn't have inherited G -permutation subgroup. The structure of group with only two uncomplemented subgroups has been described. It has been described composition factors of groups, which have factorisation by Frobenius subgroups which orders is mutual simple. Furthermore, simple groups which have factorisations by Frobenius subgroups have been listed. .

Научное издание

Бычков Павел Владимирович

**КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЗАДААННЫМИ
ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ ПОДГРУППАМИ**

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Лицензия № 02330/0549481 от 14.05.09.

Подписано в печать 11.02.10. Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$. Бумага офсетная.

Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 1,28. Уч.-изд. 1,4. Тираж 60 экз.

Заказ № 165.

Отпечатано с оригинала-макета на ризографе учреждения
образования «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Лицензия № 02330/0150450 от 03.02.09.

246019, г. Гомель, ул. Советская, 104.