

(ознакомительный фрагмент)

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.9

БУДЬКО

Дмитрий Александрович

**РАВНОВЕСНЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ДВИЖЕНИЯ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ЧЕТЫРЁХ ТЕЛ И ИХ
УСТОЙЧИВОСТЬ**

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Минск, 2012

Работа выполнена в учреждении образования
«Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина».

Научный руководитель – ПРОКОПЕНЯ Александр Николаевич,
кандидат физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры физики учреждения
образования «Брестский государственный
технический университет».

Официальные оппоненты: ЛАПТИНСКИЙ Валерий Николаевич,
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник лаборатории
модифицирования сплавов государственного
научного учреждения «Институт технологии
металлов НАН Беларуси»;

СОБОЛЕВСКИЙ Станислав Леонидович,
доктор физико-математических наук, доцент,
директор государственного учреждения
образования «Институт непрерывного
образования Белорусского государственного
университета».

Оппонирующая организация – учреждение образования
«Гродненский государственный университет
имени Янки Купалы».

Защита состоится 27 апреля 2012 г. в 10.00 часов на заседании совета по
защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном
университете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (юридический
факультет), ауд. 407, тел. (017) 209-57-09.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке
Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан 23 марта 2012 г.

Учёный секретарь
совета по защите диссертаций
доктор физико-математических наук,
профессор



Н.В. Лазакевич

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Задача многих тел была сформулирована И. Ньютоном для изучения строения и эволюции Солнечной системы и описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, записанной на основе принципа Гамильтона и закона всемирного тяготения. Известно, что общее решение этой системы до сих пор найти не удалось и, по-видимому, уравнения движения в задаче многих тел не могут быть проинтегрированы в конечном виде. В этой связи представляет интерес поиск точных частных решений уравнений движения и исследование их устойчивости.

Как известно, ещё в XVIII в. Эйлером и Лагранжем были найдены точные частные решения задачи трёх тел, определяющие движение тел по круговым орбитам вокруг центра масс системы. При этом в случае Лагранжа три тела в любой момент времени образуют равносторонний треугольник, известный в литературе как треугольник Лагранжа, и при некоторых значениях масс тел такая конфигурация является устойчивой. Заметим, что конфигурации, близкие к треугольнику Лагранжа, реализуются даже в Солнечной системе. Например, группа астероидов, называемых Троянцами, образует равносторонний треугольник вместе с Солнцем и Юпитером. К настоящему времени исследователи обнаружили «тройянцеv» не только вблизи треугольных точек либрации Солнца и Юпитера, но и в соответствующих окрестностях Марса и Нептуна. Поскольку массы астероидов различны, можно выделить наиболее массивный астероид и считать, что именно он, например, вместе с Солнцем и Юпитером образует треугольную конфигурацию. Пренебрегая массами остальных астероидов, можно считать, что они не влияют на движение трёх массивных тел и движутся в гравитационном поле, генерируемым этими тремя телами. Тогда проблема состоит в том, чтобы исследовать движение одного из «безмассовых» астероидов. Такая ограниченная задача четырёх тел является обобщением знаменитой ограниченной круговой задачи трёх тел и может использоваться в качестве простейшей модели, позволяющей исследовать устойчивость Троянской группы астероидов, что представляет большой интерес для приложений в небесной механике. При этом проводимый в диссертации анализ устойчивости по Ляпунову равновесных решений дифференциальных уравнений движения ограниченной задачи четырёх тел способствует построению теории движения астероидов в окрестности треугольных точек Лагранжа, что также обуславливает практическую значимость работы.

Исследование устойчивости по Ляпунову решений систем дифференциальных уравнений небесной механики является одной из сложнейших проблем качественной теории дифференциальных уравнений по

той причине, что эти уравнения могут быть записаны в гамильтоновой форме. Устойчивость решений гамильтоновых систем относится к критическому случаю по Ляпунову и никогда не может быть асимптотической. Более того, первый и второй методы Ляпунова не могут быть применены, и проблему устойчивости следует решать в строгой нелинейной постановке на основании теорем КАМ-теории (теория условно-периодических решений на многомерных торах).

При этом проблема устойчивости решений представляется особенно важной, поскольку в окрестности устойчивых положений равновесия могут существовать периодические решения уравнений движения, нахождение которых способствует решению общей задачи многих тел. По этой причине задачи, рассматриваемые в диссертации, являются весьма актуальными.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь с крупными научными программами (проектами) и темами

Исследования проводились на кафедре математического анализа и дифференциальных уравнений математического факультета учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина» в соответствии с заданиями научных программ, выполнявшихся в рамках:

- кафедральной научной темы «Дифференциальные уравнения и космическая динамика»;
- научной темы «Компьютерное моделирование нелинейных динамических систем», зарегистрированной в Государственном реестре НИОКР (№ госрегистрации 20100498, дата регистрации 06.04.2010).

Тема диссертации соответствует приоритетному направлению фундаментальных научных исследований Республики Беларусь на 2006 – 2010 годы «Математическое и физическое моделирование систем, структур и процессов в природе и обществе, информационные технологии, создание современной информационной структуры», раздел 6.1 «Математические модели и их применение к анализу систем и процессов в природе и обществе».

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является поиск равновесных решений круговой ограниченной задачи четырёх тел, сформулированной на основе треугольных решений Лагранжа, и анализ их устойчивости в смысле Ляпунова. Цель исследования обусловила постановку следующих *задач исследования*:

- получить дифференциальные уравнения движения ограниченной задачи четырёх тел; вывести функциональные уравнения, определяющие равновесные конфигурации; разработать и реализовать алгоритмы поиска точных частных

решений ограниченной задачи четырёх тел; найти области существования равновесных решений и определить их количество в ограниченной задаче четырёх тел;

- выделить области линейной устойчивости равновесных решений на плоскости параметров системы; построить границы таких областей и доказать теоремы об устойчивости в первом приближении и неустойчивости в смысле Ляпунова равновесных решений плоской круговой ограниченной задачи четырёх тел;

- построить цепочку канонических преобразований Биркгофа, нормализующую функцию Гамильтона системы в окрестности положения равновесия плоской круговой ограниченной задачи четырёх тел с точностью до шестого порядка включительно по возмущениям; сформулировать и доказать теоремы об устойчивости в смысле Ляпунова или неустойчивости равновесных решений;

- построить нормализующее преобразование членов гамильтониана в пространственной ограниченной задаче четырёх тел; получить необходимые и достаточные условия устойчивости для большинства начальных условий равновесных решений пространственной ограниченной задачи четырёх тел.

Объект исследования – системы многих тел, динамика которых определяется законами и постулатами классической механики.

Предмет исследования – системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику естественных и искусственных космических объектов.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие результаты:

1. Найдены области существования равновесных решений на орбитальной плоскости и определено их количество в ограниченной задаче четырёх тел.

2. Выделены области линейной устойчивости равновесных решений на плоскости параметров системы; построены границы таких областей и доказаны теоремы об устойчивости в первом приближении и неустойчивости в смысле Ляпунова равновесных решений плоской круговой ограниченной задачи четырёх тел.

3. Получено выражение для нормальной формы функции Гамильтона системы в окрестности положения равновесия плоской круговой ограниченной задачи четырёх тел с точностью до шестого порядка включительно по возмущениям. Доказаны теоремы об устойчивости в смысле Ляпунова или неустойчивости равновесных решений.

4. Получены необходимые и достаточные условия устойчивости для большинства начальных условий равновесных решений пространственной ограниченной круговой задачи четырёх тел.

Личный вклад соискателя

Все основные результаты, приведенные в диссертации и выносимые на защиту, получены автором лично. Роль научного руководителя А.Н. Прокопени состояла в постановке задач, рассматриваемых в работе, и анализе полученных соискателем результатов. В совместных работах научный руководитель формулировал цели и задачи исследования, а также принял участие в выборе методов и обсуждении полученных результатов.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на:

- международной математической конференции «Еругинские чтения – XI» (Гомель, 2006);
- международной конференции «Conference of young scientists Computer algebra in scientific computing» (CYS CASC'2006) (Кишинёв, Молдова, 2006);
- международной конференции «Computer algebra systems in teaching and research», CASTR (Седльце, РП) (2007, 2009, 2011);
- международной конференции «Mathematical Modelling and Analysis» (ММА, 2007) (Тракай, Литва, 2007);
- международной конференции «Актуальные проблемы математики и компьютерного моделирования» (АРМСМ 2007) (Гродно, 2007);
- республиканской конференции «Современные проблемы математики и вычислительной техники» (Брест, 2007, 2009);
- республиканской научно-методической конференции молодых учёных (Брест, 2008, 2009, 2010, 2011);
- международной математической конференции «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения» (Минск, 2009);
- международной конференции «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений» (АМАДЕ 2011) (Минск, 2011);
- международной конференции «Computer Algebra in Scientific Computing» (CASC 2011) (Кассель, Германия, 2011);
- международной конференции «7th International Symposium on Classical and Celestial Mechanics» (СМЕСН'2011) (Сельце, РП, 2011);
- научном семинаре «Функциональный анализ и его приложения» (научные руководители – профессор, доктор физ.-мат. наук А.Б. Антоневиц, профессор, доктор физ.-мат. наук П.П. Забрэйко и член-корреспондент НАН РБ, профессор, доктор физ.-мат. наук Я.В. Радыно) (Минск, 2010, 2011).

Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 26 научных работах, из которых 6 – статьи, соответствующие пункту 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (общим объёмом 5,1 авторского листа), 1 статья в журнале «Вестник БрГТУ» Серия «Физика, математика, информатика», 2 статьи сборниках научных трудов, 8 статей в сборниках материалов научных конференций, 9 тезисов докладов научных конференций.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, трёх глав, заключения, библиографического списка и двух приложений. Первая глава содержит аналитический обзор литературы по теме диссертации и описание объекта и методов исследования. Основные результаты приводятся во второй и третьей главах. Полный объём диссертации составляет 124 страницы, в том числе 20 рисунков занимают 8 страниц, 2 приложения – 31 страницу. Библиографический список состоит из 99 наименований, включая публикации соискателя.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава содержит аналитический обзор литературы по теме исследования, в котором на основе проведённого анализа литературных источников формулируются цель и основные задачи диссертационной работы. Также в этой главе описаны объект и методы исследования.

В диссертации рассмотрена математическая модель – круговая ограниченная задача четырёх тел, сформулированная на основе треугольных решений Лагранжа задачи трёх тел. В рамках этой модели три тела P_0, P_1, P_2 , обладающие массами m_0, m_1, m_2 , движутся по круговым орбитам вокруг общего центра масс системы, образуя равносторонний треугольник в любой момент времени. Треугольник вращается равномерно вокруг своей оси, проходящей через центр масс системы перпендикулярно к его плоскости. Во второй и третьей главах исследуется движение четвёртого тела P_3 пренебрежимо малой массы в гравитационном поле, создаваемом тремя телами P_0, P_1, P_2 в предположении, что все тела движутся в одной плоскости. Этот случай соответствует постановке *плоской* круговой ограниченной задачи четырёх тел. В последнем параграфе третьей главы предполагается, что на четвёртое тело P_3 в начальный момент времени действуют не только плоские возмущения, но и возмущения, выводящие его из орбитальной плоскости тел P_0, P_1, P_2 . Этой

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в соответствии с п. 18 Положения о присуждении учёных степеней и присвоении учёных званий в Республике Беларусь

1. Будько, Д.А. Анализ устойчивости равновесных решений ограниченной задачи четырёх тел в случае резонанса третьего порядка / Д.А. Будько // Вестник Брестского университета. Серия естеств. наук. – 2009. – №1. – С. 9–16.

2. Будько, Д.А. Символьно-численный анализ равновесных решений в ограниченной задаче четырёх тел / Д.А. Будько, А.Н. Прокопеня // Программирование. – 2010. – №2 (36). – С. 68–75.

3. Будько, Д.А. Анализ устойчивости равновесных решений ограниченной задачи четырёх тел в случае резонанса четвёртого порядка / Д.А. Будько, А.Н. Прокопеня // Вестник БГУ. Серия 1. – 2010. – №2. – С. 99–103.

4. Будько, Д.А. Равновесные решения и их линейная устойчивость в ограниченной задаче четырёх тел / Д.А. Будько // Вести БГПУ. Серия 3 – 2011. – №2. – С. 11–15.

5. Budzko, D.A. On the stability of equilibrium positions in the circular restricted four-body problem / D.A. Budzko, A.N. Prokopenya // Lecture Notes in Computer Science. –Berlin, Heidelberg, 2011. – Vol. 6885 : Computer Algebra in Scientific Computing 2011. – P. 88–100.

6. Будько, Д.А. Исследование устойчивости равновесных решений ограниченной задачи четырёх тел / Д.А. Будько // Вести НАН Беларуси. Серия физ.-мат. наук. – 2011. – №4. – С. 55–59.

Статьи в других рецензируемых научных изданиях

7. Будько, Д.А. Построение резонансных кривых для линейной гамильтоновой системы с периодическими коэффициентами / Д.А. Будько // Актуальные проблемы математики и компьютерного моделирования : сб. науч. тр. / ГрГУ им. Я. Купалы ; редкол.: Ю.М. Вувуникян [и др.]. – Гродно : ГрГУ, 2007. – С. 172–175.

8. Будько, Д.А. Квадратичная нормализация гамильтониана в ограниченной задаче четырёх тел / Д.А. Будько, Ж.А. Вейль, А.Н. Прокопеня // Вестник БрГТУ: Физика, математика, информатика. – 2009. – Т. 59, №5. – С. 82–85.

9. Budzko, D.A. Stability analysis of equilibrium solutions in planar circular restricted four-body problem/ D.A. Budzko, A.N. Prokopenya // Computer Algebra Systems in Teaching and Research. Differential Equations, Dynamical Systems and Celestial Mechanics; Eds.: L. Gadomski [and others]. – Siedlce, 2011. – P. 141–159.

10. Будько, Д.А. Об одном эффективном алгоритме вычисления границ областей неустойчивости уравнения Матье / Д.А. Будько // Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры: мат. межд. конференции "DE&CAS'2005", Брест, Беларусь, Окт. 5–8, 2005 г.: в 2ч. / Брест. гос. ун-т. – Минск, 2005. – Ч. 2. – С. 184–186.
11. Budzko, D.A. Computing the stability boundaries for the Hill's equation / D.A. Budzko // Computer algebra in scientific computing: proc. of the international conference of young scientists CYS CASC'2006, Chisinau, Moldova, Sept. 11–15 2006 / Technical university of Moldova ; Eds.: E.A. Grebenikov [and others]. – Chisinau, 2006. – P. 15–20.
12. Budzko, D.A. Determination of the stability boundaries for the fourth order Hamiltonian system / D.A. Budzko // Computer Algebra Systems in Teaching and Research: proc. of the 4th International Workshop CASTR'2007, Siedlce, Poland, Jan. 31–Feb. 3, 2007 / University of Podlasie ; Eds.: L. Gadomski [and others]. – Siedlce, 2007. – P. 30–33.
13. Будько, Д.А. Об одном методе определения резонансных кривых для дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами / Д.А. Будько // Современные проблемы математики и вычислит. техники : мат. респ. науч. конф. мол. учёных и студентов, Брест, 28–30 ноября 2007 г. / БрГТУ. – Брест, 2007. – С. 147–150.
14. Budzko, D.A. Linear stability analysis of equilibrium solutions of restricted planar four-body problem / D.A. Budzko // Computer Algebra Systems in Teaching and Research: proc. of the 5th International Workshop CASTR'2009, Siedlce, Poland, 28–31 Jan. 2009 / University of Podlasie ; Eds.: L. Gadomski [and others]. – Siedlce, 2009. – P. 28–36.
15. Будько, Д.А. Нормализация систем линейных гамильтоновых уравнений / Д.А. Будько // Современные проблемы математики и вычислительной техники : мат. VI респ. науч. конф. молодых учёных и студентов, Брест, 26–28 ноября 2009 г.: в 2 ч. / БрГТУ. – Брест, 2009. – Ч. 2. – С. 116–119.
16. Будько, Д.А. Об одной ограниченной задаче четырёх тел / Д.А. Будько // XII респ. научно-метод. конф. мол. учёных : сб. мат., Брест, 14 мая 2010 г.: в 2 ч. / М-во образования респ. Беларусь, Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; редкол.: С.А. Марзан [и др.]. – Брест, 2010. – Ч. 2 – С. 103–105.
17. Будько, Д.А. О нормализации функции Гамильтона в ограниченных задачах многих тел / Д.А. Будько // XIII респ. научно-метод. конф. молодых учёных : сб. мат., Брест, 13 мая 2011 г.: в 2 ч. / М-во образования Респ.

Беларусь, Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; редкол.: В.В. Зданович [и др.]. – Брест, 2011. – Ч. 1. – С. 159–162.

Тезисы докладов научных конференций

18. Будько, Д.А. Исследование устойчивости уравнения Хилла численными методами / Д.А. Будько // Еругинские чтения – 2006: тез. докладов межд. матем. конф. по диф. уравнениям, Гомель, 24–26 мая 2006 г. / НАН Беларуси, Ин-т математики. – Минск, 2006. – С. 67–68.

19. Budzko, D.A. Stability analysis of linear Hamiltonian systems with periodic coefficients/ D.A. Budzko, A.N. Prokopenya // Mathematical Modelling and Analysis: abstracts of the 12th International conference MMA'2007, Trakai, Lithuania, May 30 – June 2 2007 / VGTU Press “Technika” ; Eds.: R. Chiegis [and others]. – Vilnius, 2007. – P. 21.

20. Будько, Д.А. Об уравнениях возмущённого движения в ограниченной задаче четырёх тел / Д.А. Будько // X респ. научно-метод. конф. мол. учёных : сб. тез. докл., Брест, 15–16 мая 2008 г. / БрГУ им. А.С. Пушкина. – Брест, 2008. – С. 7.

21. Будько, Д.А. Численные исследования устойчивости решений линейных гамильтоновых систем дифференциальных уравнений / Д.А. Будько, Е.А. Гребеников // «НИРС 2007»: сб. науч. работ студентов высших учебных заведений Респ. Беларусь / Белор. гос. ун-т; редкол.: А.И. Жук (пред.) [и др.]. – Минск, 2008. – С. 30.

22. Будько, Д.А. Об устойчивости равновесных решений плоской ограниченной задачи четырёх тел в случае резонанса третьего порядка / Д.А. Будько // Современные проблемы матем. моделирования и новые образовательные технологии в математике : мат. респ. науч.-практ. конф., Брест, 22–23 апр. 2009 г. : в 2 т. / БрГУ им. А.С. Пушкина; редкол.: И.Г. Кожух [и др.]. – Брест, 2009. – Т. 1. – С. 74.

23. Будько, Д.А. Об устойчивости равновесных решений плоской ограниченной задачи четырёх тел в случае резонанса четвёртого порядка / Д.А. Будько // XI респ. научно-методическая конф. молодых учёных : сб. мат., Брест, 15 мая 2009 г. : в 2 ч. / М-во образования Респ. Беларусь, Брест. гос. ун-т имени А.С. Пушкина ; редкол.: К.К. Красовский [и др.]. – Брест, 2009. – Ч. 1. – С. 6–7.

24. Будько, Д.А. Об устойчивости равновесных решений плоской ограниченной задачи четырёх тел в случае резонанса третьего порядка / Д.А. Будько, А.Н. Прокопеня // Вторая международная конференция «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения» : тез. докладов второй межд. науч. конф., Минск, 24–28 августа 2009 г.: в 2 ч. / Институт математики НАН Беларуси. – Минск, 2009. – Ч. 2. – С. 133–134.

25. Будько, Д.А. Об устойчивости равновесных решений в ограниченной задаче четырёх тел / Д.А. Будько, А.Н. Прокопеня // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. междунар. конф. AMADE-2011, Минск, 12-17 сент. 2011 г. / НАН Беларуси, Ин-т математики ; редкол.: С.В. Рогозин [и др.]. – Минск, 2011. – С. 32–33.

26. Budzko, D.A. Equilibrium Positions and Stability in the Circular Restricted Four-Body Problem / D.A. Budzko, A.N. Prokopenya // 7th International Symposium on Classical and Celestial Mechanics : book of abstracts of int. conf. CCMECH'2011, Siedlce, 23-28 Oct. 2011 / Rus. Ac. of Sciences, Dorodnitsyn Computing Centre of RAS, Lomonosov Moscow State University, Moscow State Aviation Institution, Collegium Mazovia in Siedlce ; Eds.: V.V. Rumiantsev [and others]. – Siedlce, 2011. – P. 18–19.

РЭЗЬЮМЭ

Будзько Дзмітрый Аляксандравіч

Раўнаважныя рашэнні дыферэнцыяльных раўнанняў руху
абмежаванай задачы чатырох целаў і іх устойлівасць

Ключавыя словы: абмежаваная задача чатырох целаў, устойлівасць, раўнаважныя рашэнні, цэнтральныя канфігурацыі, КАМ-тэорыя, аўтаномная гамільтонава сістэма дыферэнцыяльных раўнанняў, сістэма камп'ютарнай алгебры.

Мэтай дысертацыйнай працы з'яўляецца пошук раўнаважных рашэнняў кругавой абмежаванай задачы чатырох целаў, сфармуляванай на аснове трохвугольных рашэнняў Лагранжа, і аналіз іх устойлівасці ў сэнсе Ляпунова. У дысертацыі выкарыстоўваюцца метады якаснай тэорыі дыферэнцыяльных раўнанняў, фундаментальныя вынікі тэорыі ўстойлівасці Ляпунова і тэорыі ўмоўна-перыядычных рашэнняў на шматмерных торах (КАМ-тэорыі).

Распрацаваны і рэалізаваны новыя сімвальна-лікавыя алгарытмы пошуку рашэнняў функцыянальных раўнанняў, якія вызначаюць раўнаважныя канфігурацыі. Вылучаны вобласці лінейнай устойлівасці раўнаважных рашэнняў на плоскасці параметраў сістэмы; пабудаваны межы такіх абласцей і даказаны тэарэмы аб устойлівасці ў першым набліжэнні і няўстойлівасці у сэнсе Ляпунова раўнаважных рашэнняў. Даказаны тэарэмы аб устойлівасці ў сэнсе Ляпунова або няўстойлівасці раўнаважных рашэнняў на падставе тэарэм КАМ-тэорыі. Атрыманы неабходныя і дастатковыя ўмовы ўстойлівасці для большасці пачатковых умоў раўнаважных рашэнняў прасторавай абмежаванай кругавой задачы чатырох целаў.

Атрыманыя вынікі маюць прыкладанні ў нябеснай механіцы пры апісанні руху астэроідаў, а таксама пры планаванні траекторый штучных спадарожнікаў у касмічнай прасторы. Вынікі даследаванняў могуць быць скарыстаны ў гамільтонавай дынаміцы, тэорыі ўстойлівасці, раздзелах матэматычнай і тэарэтычнай фізікі, звязаных з нелінейнымі эвалюцыйнымі раўнаннямі. Таксама вынікі дысертацыі могуць выкарыстоўвацца ў навучальным працэсе пры чытанні курсаў дыферэнцыяльных раўнанняў, нябеснай механікі, тэорыі ўстойлівасці і якаснай тэорыі дынамічных сістэм.

РЕЗЮМЕ

Будько Дмитрий Александрович

Равновесные решения дифференциальных уравнений движения
ограниченной задачи четырёх тел и их устойчивость

Ключевые слова: ограниченная задача четырёх тел, устойчивость, равновесные решения, центральные конфигурации, КАМ-теория, автономная гамильтонова система дифференциальных уравнений, система компьютерной алгебры.

Целью диссертационной работы является поиск равновесных решений круговой ограниченной задачи четырёх тел, сформулированной на основе треугольных решений Лагранжа, и анализ их устойчивости в смысле Ляпунова. В диссертации используются методы качественной теории дифференциальных уравнений, фундаментальные результаты теории устойчивости Ляпунова и теории условно-периодических решений на многомерных торах (КАМ-теории).

Разработаны и реализованы новые символьно-численные алгоритмы поиска решений функциональных уравнений, определяющих равновесные конфигурации. Выделены области линейной устойчивости равновесных решений на плоскости параметров системы; построены границы таких областей и доказаны теоремы об устойчивости в первом приближении и неустойчивости в смысле Ляпунова равновесных решений. Доказаны теоремы об устойчивости в смысле Ляпунова или неустойчивости равновесных решений на основании теорем КАМ-теории. Получены необходимые и достаточные условия устойчивости для большинства начальных условий равновесных решений пространственной ограниченной круговой задачи четырёх тел.

Полученные результаты имеют приложения в небесной механике при описании движения астероидов, а также при планировании траекторий искусственных спутников в космическом пространстве. Результаты исследований могут быть применены в гамильтоновой динамике, теории устойчивости, разделах математической и теоретической физики, связанных с нелинейными эволюционными уравнениями. Также результаты диссертации могут использоваться в учебном процессе при чтении курсов дифференциальных уравнений, небесной механики, теории устойчивости и качественной теории динамических систем.

SUMMARY

Budzko Dzmitry Alexandrovich

Equilibrium solutions of motion's differential equations
of restricted four-body problem and their stability

Key words: restricted four-body problem, stability, equilibrium solutions, central configurations, KAM-theory, autonomous Hamiltonian system of differential equations, computer algebra system.

The purpose of the thesis is a search of equilibrium solutions of the restricted circular four-body problem, formulated on the basis of Lagrange's triangular solutions, and analysis of their stability in Liapunov's sense. Classical methods of qualitative theory of differential equations, fundamental results of Liapunov's stability theory and theory of conditionally periodic solutions on multidimensional tori (KAM-theory) are used.

New symbolic-numerical algorithms for searching solutions of functional equations determining equilibrium configurations are developed and implemented. The domains of linear stability of equilibrium solutions on the parameter plane are found; the stability boundaries of such domains are constructed; the theorems on linear stability and instability in Liapunov's sense of equilibrium solutions are proved. The theorems on stability in Liapunov's sense or instability of equilibrium solutions are proved on the basis of KAM-theory. Necessary and sufficient conditions of the equilibrium solutions stability for a majority of initial conditions in the case of spatial circular restricted four-body problem are obtained.

The obtained results can be applied in celestial mechanics for describing asteroids's motion and for planning the trajectories of artificial satellites in cosmic space. The results of research can be used in the Hamiltonian dynamics, stability theory and areas of mathematical and theoretical physics, connected with nonlinear evolution equations. The results of the thesis can also be used in such university courses as differential equations, celestial mechanics, stability theory and qualitative theory of dynamical systems.

