



ISSN 2074-8566

ВЕСНІК

**ВІЦЕБСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА
ЎНІВЕРСІТЭТА**

2023 № 1(118)

ВЕСНІК

ВІЦЕБСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА ЎНІВЕРСІТЭТА

НАВУКОВА-ПРАКТЫЧНЫ ЧАСОПІС

Выдаецца з верасня 1996 года

Выходзіць чатыры разы ў год

2023

№ 1 (118)

ЗАСНАВАЛЬНІК:

установа адукацыі «Віцебскі дзяржаўны
ўніверсітэт імя П.М. Машэрава»

РЭДАКЦЫЙНАЯ КАЛЕГІЯ:

В.В. Багатырова (*галоўны рэдактар*),
Я.Я. Аршанскі (*нам. галоўнага рэдактара*)

В.М. Балаева-Ціхамірава, А.А. Белавостаў, М.М. Вараб'ёў,
М.Ц. Вараб'ёў (*адказны за раздзел «Матэматыка»*),
Д.А. Венсковіч, А.М. Галкін, С.А. Ермачэнка, А.М. Залеская, У.В. Іваноўскі,
З.С. Кунцэвіч, С.У. Нікалаенка, Н.А. Ракава (*адказны за раздзел «Педагогіка»*),
Г.Г. Сушко, Т.А. Талкачова (*адказны за раздзел «Біялогія»*),
Ю.В. Трубнікаў, А.А. Чыркін

РЭДАКЦЫЙНЫ САВЕТ:

Т.А. Бараўскіх (*Расія*), **Ю.Ю. Гаўронская** (*Расія*),
Го Вэньбінь (*Кітай*), **В.І. Казарэнкаў** (*Расія*), **Ю.С. Харын** (*Беларусь*)

*Часопіс «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» ўключаны ў Пералік
навуковых выданняў Рэспублікі Беларусь для апублікавання вынікаў
дысертацыйных даследаванняў па біялагічных, педагогічных,
фізіка-матэматычных навуках*

Адрас рэдакцыі:

210038, г. Віцебск, Маскоўскі пр-т, 33, кабінет 115,
тэл. +375(33)398-50-51.
E-mail: nauka@vsu.by
<http://www.vsu.by>

Рэгістрацыйны № 750 ад 27.10.2009.

Падпісана ў друк 20.03.2023. Фармат 60×84 1/8. Папера друкарская.
Ум. друк. арк. 11,16. Ул.-выд. арк. 7,75. Тыраж 184 экз. Заказ 21.

© Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта, 2023

З М Е С Т

МАТЭМАТЫКА

- Козлов А.А., Александрович Т.А.** Факторизация квадратных матриц с ненулевыми главными угловыми минорами и положительным определителем строго положительно регулярыными матрицами 5
- Бородич С.М.** О поведении при $t \rightarrow +\infty$ решений одной системы типа «реакция-диффузия» 21
- Вислобоков Н.Ю.** Численное исследование влияния параметров лазерного излучения на процесс формирования «световых пульс» в прозрачных диэлектриках 31

БІАЛОГІЯ

- Гаевский Е.Е., Куликов Я.К.** Агроэкологические и микробиологические особенности окультуривания дерново-подзолистой песчаной почвы Беларуси 38
- Николайчук А.М., Яковлев А.П., Вашкевич М.Н., Жданец С.Ф.** Агрехимическая характеристика почвы лесных экосистем вокруг цементных производств Республики Беларусь 46
- Литвенкова И.А., Галкин П.А., Галкин А.Н., Буко А.С.** Оценка экологического состояния древесной растительности в условиях городской среды (на примере г. Витебска) 52

ПЕДАГОГІКА

- Макрицкий М.В., Долгая М.В., Кунцевич З.С.** Творчество как важнейшее условие формирования педагогической культуры будущих учителей 60
- Шаматульская Е.В.** Теоретико-методологические аспекты оценки сельских территорий (сельской местности) 65
- Станский Н.Т., Венскович Д.А.** Методика педагогического тестирования лыжников-гонщиков на этапе непосредственной подготовки к соревнованиям 70
- Семенова Н.С.** Особенности социально-педагогической деятельности на территории Беларуси (с древнейших времен до конца XIX в.) 74
- Быстряков В.П.** Опыт дистанционного обучения в зарубежных университетах во время пандемии COVID-19 80

CONTENTS

M A T H E M A T I C S

| | |
|---|----|
| Kozlov A.A., Aleksandrovich T.A. Factorization of Square Matrices with Nonzero Principal Angular Minors and a Positive Determinant into Strictly Regular Positive Matrices | 5 |
| Borodich S.M. On the Behavior as $t \rightarrow +\infty$ of Solutions of a Reaction-Diffusion Type System | 21 |
| Vislobokov N.Yu. Numerical Study of the Impact of Laser Radiation Parameters on the Process Of "Light Bullet" Production in Transparent Dielectrics | 31 |

B I O L O G Y

| | |
|---|----|
| Gayevski E.E., Kulikov Ya.K. Agroecological and Microbiological Specificities of Sandy Soddy-Podzolic Soil Cultivation in Belarus | 38 |
| Nikolaychuk A.M., Yakovlev A.P., Vashkevich M.N., Zhdanets S.F. Agrochemical Characteristics of the Soil of Forest Ecosystems Around Cement Production of the Republic of Belarus | 46 |
| Litvenkova I.A., Galkin P.A., Galkin A.N., Buko A.S. Assessment of the Ecological State of Woody Vegetation in the Conditions of the Urban Environment (on the Example of the City of Vitebsk) | 52 |

P E D A G O G Y

| | |
|---|----|
| Makritsky M.V., Dolgaya M.V., Kuntsevich Z.S. Creativity as the Most Important Condition for Shaping Pedagogical Culture of Would-Be Teachers | 60 |
| Shamatulskaya E.V. Theoretical and Methodological Aspects of the Evaluation of Rural Territories (Rural Areas) | 65 |
| Stansky N.T., Venskovich D.A. Methods of Pedagogical Testing of Cross-Country Skiers at the Stage of Pre-Competition Training | 70 |
| Semenova N.S. Features of Social and Pedagogical Activity on the Territory of Belarus (From Ancient Times to the Early 20 th Century) | 74 |
| Bystryakov V.P. Experience of Distance Learning at Foreign Universities During COVID-19 Pandemic | 80 |



МАТЭМАТЫКА

УДК 512.643+517.977

ФАКТОРИЗАЦІЯ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ С НЕНУЛЕВЫМИ ГЛАВНЫМИ УГЛОВЫМИ МИНОРАМИ И ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕМ СТРОГО ПОЛОЖИТЕЛЬНО РЕГУЛЯРНЫМИ МАТРИЦАМИ

А.А. Козлов*, Т.А. Александрович**

*Учреждение образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

**Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

В настоящее время существуют различные факторизации квадратной матрицы (см., например, [1]): LU-разложение, QR-разложение, полярное разложение и др. В работе [2] были введены так называемые «почти единичные» матрицы, а также строго положительно регулярные матрицы. Первые отличаются от единичной матрицы наличием элементов -1 , стоящих на главной диагонали; у вторых же все главные угловые миноры являются положительными числами. В статье [2] также было получено разложение «почти единичной» матрицы в произведение строго регулярно положительных матриц. Доказательство этого факта обусловило постановку вопроса о возможности представления любой квадратной матрицы в виде произведения строго регулярно положительных матриц.

Цель статьи – разложение квадратной матрицы с ненулевыми главными угловыми минорами и положительным определителем в произведение строго регулярно положительных матриц.

Материал и методы. Материалом исследования являются невырожденные квадратные матрицы. В работе использованы методы линейной алгебры и теории матриц.

Результаты и их обсуждение. Получено разложение «почти единичной» матрицы в произведение двух строго регулярно положительных матриц, на основании которого установлено представление произвольной квадратной матрицы n -го порядка с ненулевыми главными (ведущими) угловыми минорами и отделенным от нуля положительным определителем в виде произведения трех строго регулярно положительных матриц.

Заключение. На основании результатов данной работы планируется установить факторизацию любой квадратной матрицы n -го порядка с положительным определителем на строго положительно регулярные квадратные $(n \times n)$ -матрицы. Это разложение будет использовано в теории линейных управляемых нестационарных систем для решения задач управляемости асимптотических характеристик линейных динамических систем [3].

Ключевые слова: главные угловые (ведущие) миноры матрицы, «почти единичная» матрица, строго положительно регулярная матрица.

FACTORIZATION OF SQUARE MATRICES WITH NONZERO PRINCIPAL ANGULAR MINORS AND A POSITIVE DETERMINANT INTO STRICTLY REGULAR POSITIVE MATRICES

A.A. Kozlov*, T.A. Aleksandrovich**

*Education Establishment "Polotsk State E. Polotskaya University"

**Education Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"

To date, there are various factorizations of a square matrix (see, for example, [1]): LU-decomposition, QR-decomposition, polar decomposition, etc. The so-called "almost identity" matrices were introduced in the paper [2], as well as positively regular matrices. The former differ from the identity matrix by the presence of -1 elements on the main diagonal; in the latter, all principal angular minors are positive numbers. The paper [2] also obtained a decomposition of an "almost identity" matrix into a product of strictly regular positive matrices. The proof of this fact led to the formulation of the question of the possibility of representing any square matrix as a product of strictly regular positive matrices.

The research purpose is the decomposition of a square matrix with nonzero principal angular minors and a positive determinant into a product of strictly regular positive matrices.

Material and methods. The research material is nondegenerate square matrices. The work uses methods of linear algebra and matrix theory.

Findings and their discussion. A decomposition of an "almost identity" matrix into a product of two strictly regularly positive matrices is obtained, on the basis of which a representation of an arbitrary square matrix of the n^{th} order with nonzero principal (leading) angular minors and a positive determinant separated from zero in the form of a product of three strictly regularly positive matrices is established.

Conclusion. Based on the obtained findings, it is planned to establish a factorization of any square matrix of the n^{th} order with a positive determinant into strictly positively regular square matrices. This expansion will be used in the theory of linear controllable nonstationary systems to solve controllability problems for the asymptotic characteristics of linear dynamical systems [3].

Key words: principal angular (leading) matrix minors, "almost identity" matrices, strictly positively regular matrix.

В настоящее время существуют различные факторизации квадратной матрицы (см., напр., [1]): LU-разложение, QR-разложение, полярное разложение и др. В работе [2] авторами данной статьи были введены так называемые «почти единичные» матрицы, т.е. такие матрицы, которые получены из единичной заменой некоторого четного количества 1, стоящих на главной диагонали на -1; а также строго ρ -положительно регулярные матрицы, у которых все главные угловые миноры отделены от нуля некоторым числом $\rho > 0$ (более точным является определение 2, приведенное ниже). В статье [2] авторами также была установлена теорема о представлении «почти единичной» матрицы в виде произведения трех строго $1/2$ -положительно регулярных матриц (последними являются матрицы плоских вращений в n -мерном евклидовом векторном пространстве \mathbb{R}^n). При этом была показана (см. пример 2 работы [2]) невозможность разложения «почти единичной» матрицы в произведение двух строго положительно регулярных матриц, являющихся матрицами плоских вращений. Установленные факты обусловили постановку вопросов как о возможности представления «почти единичной» матрицы в виде произведения двух строго ρ -положительно регулярных матриц (очевидно, не являющихся матрицами плоских вращений), так и о возможности факторизации любой квадратной матрицы с положительным определителем в произведение строго положительно регулярных матриц.

В данной работе получен положительный ответ на первый поставленный вопрос (см. п. 1 данной статьи), а также изучен частный случай второго вопроса: установлено разложение квадратной матрицы с ненулевыми главными угловыми минорами и положительным определителем в произведение строго положительно регулярных матриц.

Цель статьи – разложение квадратной матрицы с ненулевыми главными угловыми минорами и положительным определителем в произведение строго регулярно положительных матриц.

Материал и методы. Материалом исследования являются невырожденные квадратные матрицы n -го порядка. В работе использованы методы линейной алгебры и теории матриц.

Также, в силу определений (2), (3) и соотношений (1), получим равенства

$$\begin{aligned} S^{(1)}(k,l) \cdot S^{(2)}(k,l) &= (5\varepsilon_{kk} + 2\varepsilon_{kl} - 8\varepsilon_{lk} - 3\varepsilon_{ll}) \cdot (3\varepsilon_{kk} + 2\varepsilon_{kl} - 8\varepsilon_{lk} - 5\varepsilon_{ll}) = \\ &= 15\varepsilon_{kk} + 10\varepsilon_{kl} - 0 - 0 + 0 + 0 - 16\varepsilon_{kk} - 10\varepsilon_{kl} - 24\varepsilon_{lk} - 16\varepsilon_{ll} + 0 + 0 - \\ &\quad - 0 - 0 + 24\varepsilon_{lk} + 15\varepsilon_{ll} = -(\varepsilon_{kk} + \varepsilon_{ll}), \end{aligned}$$

означающие справедливость второго из равенств в рассматриваемой лемме. Лемма 1 доказана.

Лемма 2. При любых числах $k, l, q \in \{1, \dots, n\}$ ($k < l$) для матриц $S^{(1)}(k, l) \in M_n$ и $\varepsilon_{qq} \in M_n$ имеет место равенство

$$S^{(1)}(k, l) \cdot \varepsilon_{qq} = \begin{cases} 0, & \text{если } k \neq q, l \neq q, \\ 5\varepsilon_{kk} - 8\varepsilon_{lk}, & \text{если } k = q, \\ 2\varepsilon_{kl} - 3\varepsilon_{ll}, & \text{если } l = q. \end{cases} \quad (4)$$

Доказательство. Возьмем любые числа $k, l, q \in \{1, \dots, n\}$, причем $k < l$, и рассмотрим произведение $(n \times n)$ -матрицы $S^{(1)}(k, l)$ на матрицу $\varepsilon_{qq} \in M_n$. При $k \neq q, l \neq q$ на основании определения $S^{(1)}(k, l)$ и формул (1) легко установить соотношение $S^{(1)}(k, l) \cdot \varepsilon_{qq} = (5\varepsilon_{kk} + 2\varepsilon_{kl} - 8\varepsilon_{lk} - 3\varepsilon_{ll}) \cdot \varepsilon_{qq} = 0$. При $q = k$ в силу определения (2) и формулы (1) имеем равенства $S^{(1)}(k, l) \cdot \varepsilon_{qq} = (5\varepsilon_{kk} + 2\varepsilon_{kl} - 8\varepsilon_{lk} - 3\varepsilon_{ll}) \cdot \varepsilon_{kk} = 5\varepsilon_{kk} + 0 - 8\varepsilon_{lk} - 0 = 5\varepsilon_{kk} - 8\varepsilon_{lk}$, а при $q = l$ соотношения $S^{(1)}(k, l) \cdot \varepsilon_{qq} = (5\varepsilon_{kk} + 2\varepsilon_{kl} - 8\varepsilon_{lk} - 3\varepsilon_{ll}) \cdot \varepsilon_{ll} = 0 + 2\varepsilon_{kl} - 0 - 3\varepsilon_{ll} = 2\varepsilon_{kl} - 3\varepsilon_{ll}$. Лемма 2 доказана.

Лемма 3. При любых числах $k, l, q \in \{1, \dots, n\}$ ($k < l$) для матриц $S^{(2)}(k, l) \in M_n$ и $\varepsilon_{qq} \in M_n$ имеет место равенство

$$\varepsilon_{qq} \cdot S^{(2)}(k, l) = \begin{cases} 0, & \text{если } q \neq l, q \neq k, \\ 3\varepsilon_{kk} + 2\varepsilon_{kl}, & \text{если } q = k, \\ -8\varepsilon_{lk} - 5\varepsilon_{ll}, & \text{если } q = l. \end{cases}$$

Доказательство данного утверждения проводится аналогичным доказательству леммы 2 образом.

Лемма 4. При всяких натуральных числах $s, 1 \leq s \leq [n/2]$ (здесь и далее скобки $[\cdot]$ означают целую часть числа), и $\overline{i=1, s}$ для произвольных s пар $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ чисел, таких, что $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$, и матриц $S^{(1)}(k_i, l_i), S^{(2)}(k_i, l_i) \in M_n, i \in \overline{1, s}$, определяемых формулами (2) и (3), справедливы равенства

$$\sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) = \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) = \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \cdot \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i). \quad (5)$$

Доказательство. Установим справедливость второго равенства (доказательство первого равенства производится аналогичным образом). При всяком $i \in \overline{1, s}$ по определению (3) матрица $S^{(2)}(k_i, l_i)$ получена из нулевой заменой только лишь элементов, стоящих в позициях $(k_i, k_i), (k_i, l_i), (l_i, k_i), (l_i, l_i)$, на соответственно числа 3, 2, -8 и -5. Поэтому она в силу леммы 3 представляется в виде:

$$S^{(2)}(k_i, l_i) = \varepsilon_{k_i k_i} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \varepsilon_{l_i l_i} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i). \quad (6)$$

Поскольку при любом $i \in \overline{1, s}$, ввиду определения матрицы $S^{(2)}(k_i, l_i)$, для всех $j \in \{1, \dots, s\} \setminus \{k_i, l_i\}$ ее j -я строка является нулевой, то для каждого $p \in \{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, s\}$ имеют место равенства

$\varepsilon_{k_p k_p} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) = 0$ и $\varepsilon_{l_p l_p} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) = 0$. Тогда из представления (6) и последних равенств следуют соотношения

$$\begin{aligned} S^{(2)}(k_i, l_i) &= 0 + \dots + 0 + \varepsilon_{k_i k_i} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \varepsilon_{l_i l_i} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + 0 + \dots + 0 = \\ &= \varepsilon_{k_1 k_1} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \varepsilon_{l_1 l_1} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \varepsilon_{k_2 k_2} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \dots + \varepsilon_{l_{i-1} l_{i-1}} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \\ &+ \varepsilon_{k_i k_i} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \varepsilon_{l_i l_i} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \varepsilon_{k_{i+1} k_{i+1}} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) + \dots + \varepsilon_{l_s l_s} \cdot S^{(2)}(k_i, l_i), \end{aligned}$$

т.е. $S^{(2)}(k_i, l_i) = \sum_{j=1}^s (\varepsilon_{k_j k_j} + \varepsilon_{l_j l_j}) \cdot S^{(2)}(k_i, l_i)$ при каждом $i = \overline{1, s}$.

Просуммировав последнее соотношение по всем $i = \overline{1, s}$, получим равенство $\sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) = \sum_{i=1}^s (\sum_{j=1}^s (\varepsilon_{k_j k_j} + \varepsilon_{l_j l_j})) \cdot S^{(2)}(k_i, l_i)$. Меняя порядок суммирования в правой части найденного равенства, имеем соотношение $\sum_{i=1}^s (\sum_{j=1}^s (\varepsilon_{k_j k_j} + \varepsilon_{l_j l_j})) \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) = \sum_{j=1}^s (\varepsilon_{k_j k_j} + \varepsilon_{l_j l_j}) \cdot \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i)$. Тогда, переобозначив индекс суммирования j на i , на основании двух последних равенств установим требуемую формулу $\sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) = \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \cdot \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i)$. Лемма 4 доказана.

Лемма 5. При всяких натуральных s , $1 \leq s \leq [n/2]$, и $i = \overline{1, s}$ для любых пар $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ чисел, удовлетворяющих оценкам $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$, и матриц $S^{(1)}(k_i, l_i), S^{(2)}(k_i, l_i) \in M_n$, $i = \overline{1, s}$, определяемых равенствами (2) и (3), справедливо соотношение $\sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) = -\sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i})$.

Доказательство. Возьмем произвольное число $s \in \mathbb{N}$ такое, что $1 \leq s \leq [n/2]$. Зафиксируем любые пары чисел $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, для которых верны неравенства $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$. В силу леммы 1 выполняются равенства $S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot S^{(2)}(k_j, l_j) = 0$ при всех $i \neq j$, $i, j = \overline{1, s}$. Тогда отсюда, ввиду определения индексов k_i, l_i , $i = \overline{1, s}$, вытекают соотношения

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) &= \\ &= (S^{(1)}(k_1, l_1) + S^{(1)}(k_2, l_2) + \dots + S^{(1)}(k_s, l_s)) \cdot (S^{(2)}(k_1, l_1) + S^{(2)}(k_2, l_2) + \dots + S^{(2)}(k_s, l_s)) = \\ &= S^{(1)}(k_1, l_1) \cdot S^{(2)}(k_1, l_1) + S^{(1)}(k_1, l_1) \cdot S^{(2)}(k_2, l_2) + \dots + S^{(1)}(k_1, l_1) \cdot S^{(2)}(k_s, l_s) + \dots + \\ &+ S^{(1)}(k_s, l_s) \cdot S^{(2)}(k_s, l_s) = S^{(1)}(k_1, l_1) \cdot S^{(2)}(k_1, l_1) + 0 + \dots + 0 + S^{(1)}(k_2, l_2) \cdot S^{(2)}(k_2, l_2) + \\ &+ 0 + \dots + 0 + S^{(1)}(k_s, l_s) \cdot S^{(2)}(k_s, l_s) = \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot S^{(2)}(k_i, l_i). \end{aligned} \tag{7}$$

На основании второй формулы леммы 1 для всякого $i = \overline{1, s}$ и ранее определенных $k_i < l_i$ выполняется равенство $S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) = -(\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i})$. Поэтому справедливо соотношение $\sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot S^{(2)}(k_i, l_i) = -\sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i})$. Отсюда и из формулы (7) следует требуемое равенство. Лемма 5 доказана.

Лемма 6. При всяком числе $s \in \mathbb{N}$, $1 \leq s \leq [n/2]$, для любых пар $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, чисел, удовлетворяющих неравенствам $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$, имеет место соотношение $\left(\sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \right)^2 = \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i})$.

Доказательство. Для всякого $s \in \mathbb{N}$, $1 \leq s \leq [n/2]$, рассмотрим любые пары чисел $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, удовлетворяющие условиям леммы 6. В силу определения матриц ε_{ij} , $i, j = \overline{1, n}$, выполняется соотношение $\sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) = \text{diag}(0, \dots, 0, \underset{k_1}{1}, 0, \dots, 0, \underset{l_1}{1}, 0, \dots, 0, \underset{k_2}{1}, 0, \dots, 0, \underset{l_2}{1}, 0, \dots, 0, \dots, 0, \underset{k_s}{1}, 0, \dots, 0, \underset{l_s}{1}, 0, \dots, 0)$, из которого, ввиду свойства произведения диагональных матриц [1, с. 37], вытекают необходимые равенства

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \right)^2 = (\text{diag}(0, \dots, \underset{k_1}{1}, 0, \dots, 0, \underset{l_1}{1}, 0, \dots, 0, \underset{k_2}{1}, 0, \dots, 0, \underset{l_2}{1}, 0, \dots, 0, \dots, 0, \underset{k_s}{1}, 0, \dots, 0, \underset{l_s}{1}, 0, \dots, 0))^2 = \\ & = \text{diag}(0 \cdot 0, \dots, \underset{k_1}{1 \cdot 1}, 0 \cdot 0, \dots, 0 \cdot 0, \underset{l_1}{1 \cdot 1}, 0 \cdot 0, \dots, 0 \cdot 0, \underset{k_2}{1 \cdot 1}, 0 \cdot 0, \dots, 0 \cdot 0, \underset{l_2}{1 \cdot 1}, \dots, 0 \cdot 0) = \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}). \end{aligned}$$

Лемма 6 доказана.

Возьмем произвольное число $s \in \mathbb{N}$, такое, что $1 \leq s \leq [n/2]$. Зафиксируем любые пары чисел $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, для которых выполняются оценки $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$. Обозначим через $S^{(1)} := S^{(1)}(k_1, l_1, k_2, l_2, \dots, k_s, l_s)$ и $S^{(2)} := S^{(2)}(k_1, l_1, k_2, l_2, \dots, k_s, l_s)$ квадратные матрицы n -го порядка

$$S^{(1)} := E + \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \text{ и } S^{(2)} := E + \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}), \quad (8)$$

в которых слагаемые $S^{(1)}(k_i, l_i)$, $S^{(2)}(k_i, l_i) \in M_n$, $i = \overline{1, s}$, определяются равенствами соответственно (2) и (3).

Замечание 1. Матрица $S^{(1)} \in M_n$ ($S^{(2)} \in M_n$) получена из единичной заменой элементов, стоящих в позициях (k_i, k_i) , (k_i, l_i) , (l_i, k_i) , (l_i, l_i) , $i = \overline{1, s}$, соответственно на числа 5, 2, -8 и -3 (на числа 3, 2, -8 и -5).

Обозначим также $\bar{E}(k_1, l_1, \dots, k_s, l_s) := E - 2 \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \in M_n$ матрицу, полученную из единичной заменой единиц, стоящих в строках под номерами $k_1, l_1, \dots, k_s, l_s$, на -1.

Замечание 2. Пользуясь терминологией статьи [2], такие матрицы далее будем называть «почти единичными».

Теорема 1. Для ранее определенных числе $s \in \mathbb{N}$ и парах $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, матрицы $S^{(1)}, S^{(2)} \in M_n$, описываемые формулами (8), обеспечивают равенство

$$S^{(1)} \cdot S^{(2)} = \bar{E}(k_1, l_1, \dots, k_s, l_s). \quad (9)$$

Доказательство. Возьмем всякое число $s \in \mathbb{N}$ такое, что $1 \leq s \leq [n/2]$. Зафиксируем любые пары чисел $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, для которых выполняются неравенства $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$, и рассмотрим произведение матриц $S^{(1)} \in M_n$ и $S^{(2)} \in M_n$, определяемых равенствами (8).

На основании этих равенств для матриц $S^{(1)}$ и $S^{(2)}$ получим соотношения

$$\begin{aligned} S^{(1)} \cdot S^{(2)} &= \left(E + \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \right) \cdot \left(E + \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \right) = \\ &= E + \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) + \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) + \\ &+ \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^s S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) - \\ &- \sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \cdot \sum_{i=1}^s S^{(2)}(k_i, l_i) + \left(\sum_{i=1}^s (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) \right)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

В силу леммы 5 имеем равенство $\sum_{i=1}^S S^{(1)}(k_i, l_i) \cdot \sum_{i=1}^S S^{(2)}(k_i, l_i) = -\sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i})$. Отсюда и из формулы (10) с учетом соотношений (5), а также равенства $\left(\sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i})\right)^2 = \sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i})$, вытекающего из леммы 6, ввиду определения матрицы $\bar{E}(k_1, l_1, \dots, k_s, l_s)$ установим требуемые равенства

$$\begin{aligned} S^{(1)} \cdot S^{(2)} &= E + \sum_{i=1}^S S^{(2)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) + \sum_{i=1}^S S^{(1)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) - \\ &\quad - \sum_{i=1}^S S^{(1)}(k_i, l_i) - \sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) - \sum_{i=1}^S S^{(2)}(k_i, l_i) + \sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) = \\ &= E - 2 \sum_{i=1}^S (\varepsilon_{k_i k_i} + \varepsilon_{l_i l_i}) = \bar{E}(k_1, l_1, \dots, k_s, l_s). \end{aligned}$$

Теорема 1 доказана.

Определение 1 [1, с. 30]. Для любого числа $k \in \{1, \dots, n\}$ и всякой матрицы $H = (h_{ij})_{i,j=1}^n \in M_n$ через $H\{k\} \in M_k$ обозначим ее главную ведущую подматрицу порядка k , т.е.

$$H\{1\} := h_{11} \in M_1, \quad H\{2\} := \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \in M_2, \quad \dots, \quad H\{n\} := H \in M_n.$$

Главным ведущим (угловым) минором k -го порядка квадратной матрицы $H \in M_n$ будем называть [1, с. 30] определитель ее главной ведущей подматрицы k -го порядка, т.е. $\det H\{k\}$.

При любых $r \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ и $k, l \in \{1, \dots, r\}$, где $k < l$, через $G^{(p)}(k, l) \in M_r$, $p = 1, 2$, обозначим квадратную $(r \times r)$ -матрицу

$$G^{(p)}(k, l) := E + S^{(p)}(k, l) - \varepsilon_{kk} - \varepsilon_{ll}, \quad p = 1, 2, \quad (11)$$

где матрицы $S^{(p)}(k, l) \in M_r$ определяются равенствами, аналогичными (2) и (3).

Замечание 3. Отметим, что матрица $G^{(1)}(k, l) \in M_r$ ($G^{(2)}(k, l) \in M_r$) получена из единичной заменой элементов, стоящих в позициях (k, k) , (k, l) , (l, k) , (l, l) , соответственно на числа 5, 2, -8 и -3 (на числа 3, 2, -8 и -5).

Лемма 7. Зафиксируем произвольное число $r \in \mathbb{N}$. Тогда при любых $k, l \in \mathbb{N}$, $1 \leq k < l \leq r$ для матриц $G^{(p)}(k, l) \in M_r$ справедливы соотношения

$$\det G^{(p)}(k, l)\{j\} \geq 1, \quad j = \overline{1, r}, \quad \text{и} \quad \det G^{(p)}(k, l) = 1, \quad p = 1, 2.$$

Доказательство. Зафиксируем произвольные числа $r \in \mathbb{N}$ и $1 \leq k < l \leq r$ и рассмотрим матрицы $G^{(p)} := G^{(p)}(k, l) \in M_r$, $p = 1, 2$. Из замечания 3 следует, что при всяком $j = \overline{1, k-1}$ главная угловая подматрица j -го порядка матрицы $G^{(p)}$, $p = 1, 2$, совпадает с единичной матрицей того же порядка, поэтому $\det G^{(p)}\{j\} = 1 \geq 1$ для всех $j = \overline{1, k-1}$ и $p = 1, 2$. При $j = \overline{k, l-1}$ главная ведущая подматрица j -го порядка матрицы $G^{(p)}$, $p = 1, 2$, совпадает с верхнетреугольной матрицей, на главной диагонали которой находятся единицы, за исключением k -й строки (здесь диагональным элементом для матрицы $G^{(1)}$ является число 5, а для матрицы $G^{(2)}$ – число 3). Отсюда, поскольку определитель верхнетреугольной матрицы равен произведению элементов, стоящих на ее главной диагонали, следует, что при всех $j = \overline{k, l-1}$ для главных угловых миноров j -го порядка матриц $G^{(p)}$, $p = 1, 2$, верны соотношения $\det G^{(1)}\{j\} = 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 = 5 \geq 1$ и $\det G^{(2)}\{j\} = 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 = 3 \geq 1$. Теперь рассмотрим определитель

подматрицы $G^{(p)}\{j\}$ при любом $i \in \{1, \dots, r\}$. Последовательно используя формулу разложения Лапласа [1, с. 19] по элементам каждого из столбцов матрицы $G^{(p)}\{j\}$, начиная с первого, за исключением k -го и l -го столбцов, в результате придем к равенствам

$$\det G^{(1)}\{j\} = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -8 & -3 \end{vmatrix} = 1, \quad \left(\det G^{(2)}\{j\} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -8 & -5 \end{vmatrix} = 1 \right), \quad j \in \{1, \dots, r\}, \quad (12)$$

очевидно, обеспечивающим при всяком $j \in \{1, \dots, r\}$ оценку $\det G^{(p)}\{i\} \geq 1$, $p = 1, 2$. Таким образом, для любых $i = \overline{1, r}$ и $p = 1, 2$ выполняется требуемое неравенство $\det G^{(p)}(k, l)\{i\} \geq 1$.

Поскольку же главный угловой минор r -го порядка матрицы $G^{(p)}(k, l) \in M_r$ совпадает с ее определителем, то, ввиду формулы (12), справедливо и равенство $\det G^{(p)}(k, l) = \det G^{(p)}(k, l)\{r\} = 1$, $p = 1, 2$. Лемма 7 доказана.

Замечание 4. Возьмем произвольное число $s \in \mathbb{N}$ такое, что $1 \leq s \leq [n/2]$. Зафиксируем любые пары чисел $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, для которых выполняются неравенства $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$. Введем также ряд обозначений

$$l'_j := l_j - \sum_{i=1}^{j-1} l'_i, \quad k'_j := k_j - \sum_{i=1}^{j-1} l'_i, \quad j = \overline{1, s+1}, \quad (13)$$

и рассмотрим квадратные матрицы $G_1^{(p)}(k'_1, l'_1), G_2^{(p)}(k'_2, l'_2), \dots, G_s^{(p)}(k'_s, l'_s)$, $p = 1, 2$, порядки которых равны соответственно l'_1, l'_2, \dots, l'_s и которые определяются равенствами (11). Обозначим через E_{s+1} единичную матрицу размерности $l'_{s+1} = n - \sum_{i=1}^s l'_i$ (если $l'_{s+1} = 0$, то рассматриваемая матрица отсутствует). Тогда в силу определения (8) матриц $S^{(1)}, S^{(2)} \in M_n$ и равенств (13) имеем для $p = 1, 2$ верные соотношения

$$S^{(p)} = S^{(p)}(k_1, l_1, k_2, l_2, \dots, k_s, l_s) := \text{diag} \left(G_1^{(p)}(k'_1, l'_1), G_2^{(p)}(k'_2, l'_2), \dots, G_s^{(p)}(k'_s, l'_s), E_{s+1} \right) \in M_n. \quad (14)$$

Теорема 2. Для зафиксированных в замечании 4 числа $s \in \mathbb{N}$ и пар $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, при $p = 1, 2$ матрицы $S^{(p)} \in M_n$, удовлетворяют оценкам

$$\det S^{(p)}\{j\} \geq 1, \quad j = 1, \dots, n. \quad (15)$$

Доказательство. Возьмем всякое число $s \in \mathbb{N}$ такое, что $1 \leq s \leq [n/2]$. Зафиксируем любые пары чисел $(k_i, l_i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, для которых выполняются неравенства $1 \leq k_1 < l_1 < k_2 < l_2 < \dots < k_s < l_s \leq n$, и покажем, что для матриц $S^{(1)}, S^{(2)} \in M_n$, определяемых формулами (8), имеют место оценки (15).

Замечание 5. Из структуры произвольной матрицы блочно-диагонального вида $A = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_s)$, где $A_i \in M_{r_i}$, $r_i \in \mathbb{N}$, $i = \overline{1, s}$, следует, что все ее главные угловые подматрицы суть матрицы блочно-диагонального вида, при этом для главных угловых миноров i -го порядка такой матрицы, очевидно, выполняются равенства

$$\det A\{i\} = \begin{cases} \det A_1 \cdot \det A_2 \cdot \dots \cdot \det A_t & \text{для } i = r_1 + \dots + r_t, \\ \det A_1 \cdot \det A_2 \cdot \dots \cdot \det A_{t-1} \cdot \det A_t\{j\}, & j = i - \sum_{k=1}^{t-1} r_k, \text{ для } r_1 + \dots + r_{t-1} < i < r_1 + \dots + r_t. \end{cases}$$

Из леммы 7 следует, что при каждом $i = \overline{1, s}$ и любом $j = \overline{1, l'_i}$ для матрицы $G_i^{(p)}(k'_i, l'_i)$ имеют место соотношения

$$\det G_i^{(p)}(k'_i, l'_i)\{j\} \geq 1, \quad (16)$$

$$\det G_i^{(p)}(k'_i, l'_i) = 1. \quad (17)$$

Возьмем произвольный индекс $i \in \{1, \dots, n\}$. Тогда из равенства (14) для матрицы $S^{(p)}$, замечания 5 и равенств (17) следует, что при $i = l'_1 + l'_2 + \dots + l'_t$, где $t \in \{1, \dots, S\}$, выполняются соотношения

$$\det S^{(p)}\{i\} = \det G_1^{(p)}(k'_1, l'_1) \cdot \dots \cdot \det G_t^{(p)}(k'_t, l'_t) = 1 \cdot \dots \cdot 1 = 1 \geq 1. \quad (18)$$

Если же $l'_1 + \dots + l'_{t-1} < i < l'_1 + \dots + l'_t$, где $t \in \{1, \dots, S\}$, то в силу равенств (14), замечания 5, формул (17) и (16) справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \det S^{(p)}\{i\} &= \det G_1^{(p)}(k'_1, l'_1) \cdot \dots \cdot \det G_{t-1}^{(p)}(k'_{t-1}, l'_{t-1}) \cdot \det G_t^{(p)}(k'_t, l'_t)\{j\} = \\ &= 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot \det G_t^{(p)}(k'_t, l'_t)\{j\} = \det G_t^{(p)}(k'_t, l'_t)\{j\} \geq 1, \quad \text{где } j = i - \sum_{k=1}^{t-1} l'_k < \sum_{k=1}^t l'_k. \end{aligned} \quad (19)$$

Поскольку главный угловой (ведущий) минор единичной матрицы – единичная матрица, то для случая $l_1 + l_2 + \dots + l_s < i \leq n$, пользуясь равенством (14) для матрицы $S^{(p)}$, замечанием 5, формулой (17), установим соотношения

$$\begin{aligned} \det S^{(p)}\{i\} &= \det S_1^{(p)}(k_1, l_1) \cdot \dots \cdot \det S_s^{(p)}(k_s, l_s) \cdot \det E_{s+1}\{j\} = \\ &= 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot \det E_{s+1}\{j\} = \det E_{s+1}\{j\} \geq 1, \quad \text{где } j = i - \sum_{k=1}^s l'_k. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, из соотношений (18)–(20) вытекает, что для всех $p = 1, 2$ и $j = \overline{1, n}$ матрица $S^{(p)} \in M_n$ удовлетворяет оценкам (15). Теорема 2 доказана.

Зафиксируем произвольное $\rho > 0$. Следуя работе [2], введем

Определение 2 [2]. Матрицу $H \in M_n$ назовем строго ρ -положительно регулярной, если при всяком $i = \overline{1, n}$ имеют место неравенства $\det H\{i\} \geq \rho$.

Замечание 6. Из теоремы 2 следует, что $S^{(p)} \in M_n$, $p = 1, 2$, являются строго 1-положительно регулярными матрицами. На основании этого можно сделать вывод, что теорема 2 устанавливает разложение «почти единичной» матрицы в произведение **двух** строго 1-положительно регулярных матриц. Здесь отметим, что в теореме 4 статьи [2] было также получено аналогичное разложение, только с помощью **трех** матриц плоских вращений (строго 1/2-положительно регулярных матриц), и показано (см. пример 2 данной статьи), что вышеуказанное представление «почти единичной» матрицы в виде произведения двух сомножителей – строго регулярных положительных матриц плоских вращений невозможно.

Таким образом, в настоящей работе нам удалось установить, что для разложения «почти единичной» матрицы в произведение строго регулярно положительных матриц **достаточно двух** сомножителей (хотя и не являющихся матрицами плоских вращений).

Пример 1. Рассмотрим «почти единичную» (5×5) -матрицу

$$\bar{E}(1, 3, 4, 5) := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно установить, что справедливы следующие соотношения

$$S^{(1)} \cdot S^{(2)} := S^{(1)}(1,3,4,5) \cdot S^{(2)}(1,3,4,5) := \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \bar{E}(1,3,4,5),$$

$$\begin{aligned} \det S^{(1)}\{1\} &= 5 \geq 1, \quad \det S^{(2)}\{1\} = 3 \geq 1, \quad \det S^{(1)}\{2\} = 5 \geq 1, \quad \det S^{(2)}\{2\} = 3 \geq 1, \\ \det S^{(1)}\{3\} &= (-1)^{2+2} \cdot 1 \cdot (5 \cdot (-3) - (-8) \cdot 2) = 1 \geq 1, \\ \det S^{(2)}\{3\} &= (-1)^{2+2} \cdot 1 \cdot (3 \cdot (-5) - (-8) \cdot 2) = 1 \geq 1, \\ \det S^{(1)}\{4\} &= \det S^{(1)}\{3\} \cdot (-1)^{4+4} \cdot 5 = 5 \geq 1, \\ \det S^{(2)}\{4\} &= \det S^{(1)}\{3\} \cdot (-1)^{4+4} \cdot 3 = 3 \geq 1, \\ \det S^{(1)}\{5\} &= \det S^{(1)}\{3\} (5 \cdot (-3) - (-8) \cdot 2) = 1 \geq 1, \\ \det S^{(2)}\{5\} &= \det S^{(2)}\{3\} (3 \cdot (-5) - (-8) \cdot 2) = 1 \geq 1, \end{aligned}$$

которые устанавливают представление «почти единичной» матрицы $\bar{E}(1,3,4,5)$ в виде произведения двух строго 1-положительно регулярных матриц $S^{(1)}$ и $S^{(2)}$.

2. Факторизация квадратной матрицы с ненулевыми главными угловыми минорами и положительным определителем с помощью строго положительно регулярных матриц. Установленное в предыдущем пункте разложение «почти единичной» матрицы в произведение двух строго положительно регулярных матриц (см. теоремы 1 и 2) позволяет получить факторизацию любой квадратной матрицы с ненулевыми главными угловыми минорами и положительным определителем на строго положительно регулярные матрицы.

Прежде чем перейти к доказательству такого результата (см. ниже теорему 3 и ее следствие 1), сделаем одно, необходимое нам в дальнейшем,

Замечание 7. При любых матрице $A \in M_n$ и числе $i \in \{1, \dots, n\}$ для матрицы $A_1 := A \cdot (E - 2e_i e_i^T) \in M_n$ имеют место соотношения

$$\det A_1\{j\} = \det A\{j\}, \quad j = \overline{1, i-1}, \quad (21)$$

$$\det A_1\{j\} = -\det A\{j\}, \quad j = \overline{i, n}. \quad (22)$$

Действительно, поскольку верны равенства $A_1 = A \cdot (E - 2e_i e_i^T) = A - 2Ae_i e_i^T$, то умножение справа матрицы $A \in M_n$ на матрицу $(E - 2e_i e_i^T) \in M_n$, $i \in \{1, \dots, n\}$, полученную из единичной матрицы заменой столбца $e_i \in \mathbb{R}^n$ на столбец, ему противоположный, приводит к матрице $A_1 = A - 2Ae_i e_i^T \in M_n$, совпадающей с матрицей A , за исключением i -го столбца, элементы которого равны элементам матрицы A , взятым с противоположным знаком.

Тогда для всех $j = \overline{1, i-1}$ первые j строк и столбцов матрицы A_1 совпадают с соответствующими строками и столбцами матрицы A , и поэтому справедливы равенства $\det A_1\{j\} = \det A\{j\}$, $j = \overline{1, i-1}$. Кроме того, в силу определения матрицы $A_1 \in M_n$ имеют место соотношения $A_1 e_i = -Ae_i$ и $A_1 e_j = Ae_j$, $j = \overline{i+1, n}$, из которых, ввиду того, что при замене всех элементов одного столбца матрицы на им противоположные ее определитель также меняет знак, следуют верные для всех $j = \overline{i, n}$ равенства $\det A_1\{j\} = -\det A\{j\}$.

Введение понятия «почти единичная матрица» и получение ее разложения (как в этой статье, так и в работе [2]) обусловлены теоремой 3.

Теорема 3. При любом числе $\rho > 0$ и всякой матрице $H \in M_n$, для которой справедливы оценки $|\det H\{i\}| \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$, причем $\det H \geq \rho > 0$, найдутся такие матрица $H_1 \in M_n$, удовлетворяющая соотношениям $\det H_1\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$, и диагональная матрица $\bar{E} := \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1) \in M_n$, с четным количеством -1 на диагонали, которые обеспечивают равенство $H = H_1 \cdot \bar{E}$.

Доказательство. Зафиксируем произвольные число $\rho > 0$ и матрицу $H := K_1 \in M_n$, удовлетворяющую условию теоремы 3, и построим такие квадратную матрицу $H_1 \in M_n$, для которой выполняются оценки $\det H_1\{i\} \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$, и диагональную матрицу $\bar{E} := \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1) \in M_n$, с четным количеством -1 на диагонали, обеспечивающие выполнение равенства $H = H_1 \cdot \bar{E}$. Указанное построение будем производить индуктивным образом.

Рассмотрим вначале главный угловой минор первого порядка $\det H\{1\}$. Из определения матрицы $H \in M_n$ (равной K_1) следует истинность неравенства $|\det K_1\{1\}| \geq \rho > 0$. Если выполняется оценка $\det K_1\{1\} \geq \rho$, то, полагая $E_1 := E$ и $K_2 := K_1 \cdot E_1$, получим соотношения $|\det K_2\{j\}| = |\det(K_1 \cdot E_1)\{j\}| = |\det(K_1 \cdot E)\{j\}| = |\det K_1\{j\}| \geq \rho$, $j = \overline{2, n}$. Если же имеет место неравенство $\det K_1\{1\} \leq -\rho < 0$, то, обозначив $E_1 := E - 2e_1e_1^T$ и $K_2 := K_1 \cdot E_1$, на основании формулы (22) замечания 7 установим соотношения $|\det K_2\{j\}| = |\det(K_1 \cdot E_1)\{j\}| = |\det(K_1 \cdot (E - 2e_1e_1^T))\{j\}| = |-\det K_1\{j\}| \geq \rho > 0$, $j = \overline{2, n}$, при этом $\det K_2\{1\} = -\det K_1\{1\} \geq \rho$. Таким образом, в каждом из возможных случаев выполняются оценки

$$\det K_2\{1\} \geq \rho \text{ и } |\det K_2\{j\}| \geq \rho, \quad j = \overline{2, n}. \quad (23)$$

Рассмотрим главный угловой минор второго порядка матрицы $K_2 \in M_n$. Из второго неравенства в (23) при $j=2$ следует оценка $|\det K_2\{2\}| \geq \rho$. Тогда, если $\det K_2\{2\} \geq \rho$, то, полагая $E_2 := E$ и $K_3 := K_2 \cdot E_2$, с учетом формул (23) получим соотношения $\det K_3\{j\} = \det(K_2 \cdot E_2)\{j\} = \det(K_2 \cdot E)\{j\} = \det K_2\{j\} \geq \rho$ для $j=1, 2$ и, аналогично, $|\det K_3\{j\}| = |\det K_2\{j\}|$ при $j = \overline{3, n}$. Из последних равенств, ввиду формулы (23), установим оценки $|\det K_3\{j\}| \geq \rho$, $j = \overline{3, n}$. Если же выполняется неравенство $\det K_2\{2\} \leq -\rho < 0$, тогда отсюда, обозначив $E_2 := E - 2e_2e_2^T$ и $K_3 := K_2 \cdot E_2$, ввиду формул (21), первого из неравенств (23), а также равенств (22) получим соотношения

$$\begin{aligned} \det K_3\{1\} &= \det(K_2 \cdot (E - 2e_2e_2^T))\{1\} = \det K_2\{1\} \geq \rho, \\ \det K_3\{2\} &= \det(K_2 \cdot (E - 2e_2e_2^T))\{2\} = -\det K_2\{2\} \geq \rho \text{ и } \det K_3\{j\} = -\det K_2\{j\}, \quad j = \overline{3, n}. \end{aligned}$$

В силу последних равенств и формулы (23) имеем оценки $|\det K_3\{j\}| \geq \rho$, $j = \overline{3, n}$.

Следовательно, в каждом из возможных случаев верны неравенства

$$\det K_3\{1\} \geq \rho, \quad \det K_3\{2\} \geq \rho, \quad |\det K_3\{j\}| \geq \rho, \quad j = \overline{3, n}.$$

Пусть теперь на $(l-1)$ -м шаге имеем последовательности диагональных матриц $E_j = [e_1, e_2, \dots, \pm e_j, e_{j+1}, \dots, e_n] \in M_n$, $i = \overline{1, l-1}$, и таких квадратных матриц $K_j \in M_n$, $i = \overline{1, l}$, которые удовлетворяют соотношениям $K_{j+1} := K_j \cdot E_j$, $j = \overline{1, l-1}$,

$$\det K_l\{j\} \geq \rho > 0, \quad j = \overline{1, l-1}, \text{ и } |\det K_l\{s\}| \geq \rho, \quad s = \overline{l, n}. \quad (24)$$

Покажем, что на l -м шаге ($2 < l \leq n$) всегда найдется такая матрица $E_l = [e_1, e_2, \dots, e_{l-1}, \pm e_l, e_{l+1}, \dots, e_n] \in M_n$, что для матрицы $K_{l+1} := K_l \cdot E_l \in M_n$ будут выполняться неравенства

$$\det K_{l+1}\{j\} \geq \rho > 0, \quad j = \overline{1, l}, \quad |\det K_{l+1}\{s\}| \geq \rho, \quad s = \overline{l+1, n}. \quad (25)$$

Рассмотрим главный угловой минор l -го порядка $\det K_l\{l\}$. Из второго соотношения формулы (24) при $j=l$ следует оценка $|\det K_l\{l\}| \geq \rho$. Если справедливо неравенство $\det K_l\{l\} \geq \rho$, тогда отсюда, полагая $E_l := E$, ввиду (24), получим соотношения $\det K_{l+1}\{j\} = \det(K_l \cdot E_l)\{j\} = \det(K_l \cdot E)\{j\} = \det K_l\{j\} \geq \rho, \quad j = \overline{1, l}$, и, аналогично, $|\det K_{l+1}\{s\}| = |\det K_l\{s\}|, \quad s = \overline{l+1, n}$. Из последних равенств, ввиду второй формулы в (24), следуют оценки $|\det K_{l+1}\{s\}| \geq \rho, \quad s = \overline{l+1, n}$. Если же выполняется неравенство $\det K_l\{l\} \leq -\rho < 0$, то, обозначая $E_l := (E - 2e_l e_l^T) \in M_n$, в силу формул (21), (24) и (22) получим соотношения

$$\begin{aligned} \det K_{l+1}\{j\} &= \det(K_l \cdot E_l)\{j\} = \det(K_l \cdot (E - 2e_l e_l^T))\{j\} = \det K_l\{j\} \geq \rho, \quad j = \overline{1, l-1}, \\ \det K_{l+1}\{l\} &= \det(K_l \cdot (E - 2e_l e_l^T))\{l\} = -\det K_l\{l\} \geq \rho, \\ |\det K_{l+1}\{s\}| &= |\det(K_l \cdot (E - 2e_l e_l^T))\{s\}| = |-\det K_l\{s\}|, \quad s = \overline{l+1, n}. \end{aligned} \quad (26)$$

Ввиду равенств (26) и формулы (24) имеем оценки $|\det K_{l+1}\{s\}| \geq \rho, \quad s = \overline{l+1, n}$.

Таким образом, для каждого из возможных случаев получили такую матрицу $E_l \in M_n$, что для матрицы $K_{l+1} := K_l \cdot E_l \in M_n$, выполняются оценки (25).

Продолжая этот процесс, на n -м шаге получим последовательности диагональных матриц $E_i = [e_1, e_2, \dots, \pm e_i, e_{i+1}, \dots, e_n] \in M_n, \quad i = \overline{1, n}$, и квадратных матриц $K_j \in M_n, \quad j = \overline{1, n+1}$, которые удовлетворяют равенствам $K_{i+1} = K_i \cdot E_i, \quad i = \overline{1, n}$, причем для матрицы $K_{n+1} \in M_n$ будут справедливы оценки

$$\det K_{n+1}\{i\} \geq \rho > 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (27)$$

Из соотношений $K_{i+1} = K_i \cdot E_i, \quad i = \overline{1, n}$, и $K_1 = H$ следует цепочка равенств

$$K_{n+1} = K_n \cdot E_n = K_{n-1} \cdot E_{n-1} \cdot E_n = \dots = K_1 \cdot E_1 \cdot \dots \cdot E_{n-1} \cdot E_n = H \cdot E_1 \cdot \dots \cdot E_{n-1} \cdot E_n. \quad (28)$$

Поскольку произведение диагональных матриц с числами ± 1 на главной диагонали есть диагональная матрица с ± 1 на главной диагонали, то матрица $E_1 \cdot \dots \cdot E_{n-1} \cdot E_n$ обратима, причем, как легко показать, обратная к ней матрица также является диагональной с ± 1 на диагонали. Обозначим эту матрицу \bar{E} , т.е. $\bar{E} := (E_1 \cdot \dots \cdot E_{n-1} \cdot E_n)^{-1}$. Отсюда и из формулы (28) следует

$$H = K_{n+1} \bar{E}. \quad (29)$$

Положим $H_1 := K_{n+1}$, тогда для $H_1 \in M_n$ в силу неравенств (27) имеем оценки

$$\det H_1\{i\} \geq \rho > 0 \quad \text{для любого } i = \overline{1, n}. \quad (30)$$

Из свойств матрицы $H \in M_n$, формулы (29), а также $\det K_{n+1} = \det K_{n+1}\{n\}$ вытекают соотношения $0 < \rho \leq \det H = \det(K_{n+1} \bar{E}) = \det K_{n+1} \cdot \det \bar{E} = \det K_{n+1}\{n\} \cdot \det \bar{E}$.

В силу неравенства (27) при $i = n$ и последнего соотношения выполняется оценка $\det \bar{E} > 0$. Определитель диагональной матрицы $\bar{E} \in M_n$ есть произведение элементов, стоящих на главной диагонали, т.е. чисел ± 1 . Тогда, ввиду последней оценки, на главной диагонали матрицы \bar{E} расположено четное количество -1 . Отсюда и из формулы (30), верной для матрицы $H_1 \in M_n$, следует, что теорема 3 доказана.

Замечание 8. Из доказательства теоремы 3 вытекает, что для любого числа $\rho > 0$ и всякой матрицы $H \in M_n$, удовлетворяющей **только оценкам** $|\det H\{i\}| \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$, найдутся такие квадратная матрица $H_1 \in M_n$, для которой справедливы неравенства $\det H_1\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$, и диагональная матрица $\bar{E} := \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1) \in M_n$ (имеющая **не всегда** четное количество -1), которые обеспечивают равенство $H = H_1 \cdot \bar{E}$.

Замечание 9. Заметим также, что при всяком числе $\rho > 0$ и любой матрице $H \in M_n$, для которой имеют место неравенства $|\det H\{i\}| \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$, существуют такие квадратная матрица $H_2 \in M_n$, удовлетворяющая оценкам $\det H_2\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$, и диагональная матрица $\bar{E} := \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1) \in M_n$, при которых справедливо равенство $H = \bar{E} \cdot H_2$.

Действительно, взяв любое число $\rho > 0$ и матрицу $H \in M_n$, такую, что $|\det H\{i\}| \geq \rho > 0$, рассмотрим матрицу $H^T \in M_n$. Поскольку транспонирование матрицы не меняет ее главные угловые миноры (см., напр., доказательство теоремы 2 работы [2]), то для матрицы $H^T \in M_n$ имеют место оценки $|\det H^T\{i\}| \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$, т.е. она удовлетворяет замечанию 7. Поэтому найдутся такие матрица $H_1 \in M_n$, для которой верны неравенства $\det H_1\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$, и матрица $\bar{E} := \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1) \in M_n$, что справедливо равенство $H^T = H_1 \cdot \bar{E}$. Поэтому для $H \in M_n$ верны соотношения $H = (H^T)^T = (H_1 \cdot \bar{E})^T = \bar{E}^T \cdot H_1^T$. Положим $H_2 := H_1^T \in M_n$. Так как транспонирование матрицы не меняет ее главных угловых миноров, то с учетом оценок $\det H_1\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$, имеем соотношения $\det H_2\{i\} = \det H_1^T\{i\} = \det H_1\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$. Из определения \bar{E} вытекает очевидное равенство $\bar{E}^T = \bar{E} \in M_n$, из которого, ввиду $H = \bar{E}^T \cdot H_1^T$ и $H_1^T = H_2 \in M_n$ следует требуемое разложение $H = \bar{E} \cdot H_2$, в котором $\bar{E} = \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1)$ и $\det H_2\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$.

Из теоремы 3 вытекает нижеприведенное

Следствие 1. Для любого числа $\rho > 0$ и всякой матрицы $H \in M_n$, удовлетворяющей оценкам $|\det H\{i\}| \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$ и $\det H \geq \rho > 0$, существуют такие величина $\rho_1 = \rho_1(\rho) > 0$ и строго ρ_1 -положительно регулярные матрицы $H_i \in M_n$, $i = \overline{1, 3}$, что имеет место представление $H = \prod_{i=1}^3 H_i$.

Доказательство. Возьмем любое число $\rho > 0$ и матрицу $H \in M_n$, при которой выполняются условия следствия 1. Тогда матрица H удовлетворяет теореме 3, на основании которой найдем такие квадратную матрицу $H_1 \in M_n$, для которой справедливы оценки $\det H_1\{i\} \geq \rho$, $i = \overline{1, n}$, и диагональную матрицу $\bar{E} := \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1) \in M_n$, с четным количеством -1 на диагонали, которые обеспечивают равенство $H = H_1 \cdot \bar{E}$. В силу теорем 2 и 1 для матрицы $\bar{E} \in M_n$ найдутся такие квадратные матрицы $S^{(1)}, S^{(2)} \in M_n$, при которых выполняются оценки $\det S^{(k)}\{j\} \geq 1$, $j = \overline{1, n}$, $k = 1, 2$, и равенство $\bar{E} = S^{(1)} \cdot S^{(2)}$. Поэтому для матрицы $H \in M_n$ имеет место представление

$$H = H_1 \cdot S^{(1)} \cdot S^{(2)}. \tag{31}$$

Положим $\rho_1 := \min\{1, \rho\} > 0$, $H_2 := S^{(1)} \in M_n$ и $H_3 := S^{(2)} \in M_n$. Тогда отсюда и из определения матриц $H_1, S^{(1)}, S^{(2)} \in M_n$ получим верные при всех $j = \overline{1, n}$, оценки $\det H_1\{j\} \geq \rho \geq \rho_1$, $\det H_2\{j\} = \det S^{(1)}\{j\} \geq 1 \geq \rho_1$, $\det H_3\{j\} = \det S^{(2)}\{j\} \geq 1 \geq \rho_1$ и, ввиду формулы (31), требуемое разложение $H = \prod_{i=1}^3 H_i$. Следствие 1 доказано.

Замечание 10. Используя разложение «почти единичной» матрицы $\bar{E} \in M_n$ в произведение трех матриц плоских вращений (см. теорему 4 работы [2]), а также теорему 3, можно получить представление любой матрицы $H \in M_n$, удовлетворяющей оценкам $|\det H\{i\}| \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$, причем $\det H \geq \rho > 0$, в виде произведения **четырех** строго ρ_1 -положительно регулярных матриц с величиной $\rho_1 = \min\{\rho, 1/2\}$, т.е. справедливо

Следствие 2. Для любого числа $\rho > 0$ и всякой матрицы $H \in M_n$, для которой имеют место оценки $|\det H\{i\}| \geq \rho > 0$, $i = \overline{1, n}$, причем $\det H \geq \rho > 0$, найдутся строго ρ_1 -положительно регулярные матрицы $H_i \in M_n$, $i = \overline{1, 4}$, (с $\rho_1 = \min\{\rho, 1/2\}$), обеспечивающие выполнение равенства $H = \prod_{i=1}^4 H_i$.

Замечание 11. Отметим, что представление квадратной матрицы в виде произведения строго регулярно положительных матриц на основании следствия 1 (следствие 2) может быть получено не для всякой квадратной матрицы с отделенным от нуля положительным определителем, а только лишь для такой, которая имеет не равные нулю все главные угловые миноры и отделенный от нуля положительный определитель.

Пример 2. Рассмотрим матрицу

$$H = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & -2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix} \in M_5.$$

Легко показать, что для нее выполняются соотношения $|\det H\{1\}| = |-2| \geq 2$, $|\det H\{2\}| = |-2| \geq 2$, $|\det H\{3\}| = |19| \geq 2$, $|\det H\{4\}| = |-46| \geq 2$, $|\det H\{5\}| = |\det H| = |372| \geq 2$.

Поэтому матрица $H \in M_5$ удовлетворяет теореме 3 (а также ее следствию 1).

Представим H в виде произведения строго положительно регулярной матрицы и «почти единичной» матрицы, воспользовавшись доказательством теоремы 3. Имеем цепочку равенств

$$\begin{aligned} H &= \begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & -2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix} \stackrel{\det K_1\{1\}=-2}{=} \begin{pmatrix} \boxed{2} & -3 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & -2 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \stackrel{\det K_2\{1\}=2}{=} \\ &= \begin{pmatrix} \boxed{2} & \boxed{-3} & 3 & -2 & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} & -2 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \stackrel{\det K_3\{2\}=2}{=} \cdot E_1 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{pmatrix} \bar{2} & \bar{-3} & \bar{-3} & \bar{-2} & \bar{1} \\ |4 & -5 & 2| & -3 & 2 \\ \bar{-1} & \bar{0} & \bar{-1} & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & -4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot E_2 \cdot E_1 \stackrel{\det K_4\{3\}=19}{=} \\
 &= \begin{pmatrix} \bar{2} & \bar{-3} & \bar{-3} & \bar{2} & \bar{1} \\ |4 & -5 & 2 & 3| & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ \bar{0} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{1} & 4 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot E_3 \cdot E_2 \cdot E_1 \stackrel{\det K_5\{4\}=46}{=} \\
 &= \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 & 2 & -1 \\ 4 & -5 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot E_4 \cdot E_3 \cdot E_2 \cdot E_1 \stackrel{\det K_6\{5\}=372}{=} \\
 &= \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 & 2 & -1 \\ 4 & -5 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} =: H_1 \cdot \bar{E}, \tag{32}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 K_1 = H &= \begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & -2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}, K_2 = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & -2 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}, K_3 = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & -2 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}, \\
 K_4 &= \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & 2 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & -4 & 5 \end{pmatrix}, K_5 = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 2 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, K_6 = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 & 2 & -1 \\ 4 & -5 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \end{pmatrix} =: H_1, \\
 E_1 &:= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E_3 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E_4 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Легко показать, что $\det H_1\{1\} = 2 \geq 2$, $\det H_1\{2\} = 2 \geq 2$, $\det H_1\{3\} = 19 \geq 2$, $\det H_1\{4\} = 46 \geq 2$, $\det H_1\{5\} = \det H_1 = 372 \geq 2$, т.е. $H_1 \in M_5$ – строго 2-положительно регулярная матрица.

На основании примера 1 для матрицы $\bar{E} \in M_5$ имеем соотношения

$$\bar{E} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = S^{(1)} \cdot S^{(2)} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -5 \end{pmatrix}, \quad (33)$$

$$\det S^{(k)}_{\{j\}} \geq 1, \quad j = \overline{1,5}, \quad k = 1, 2.$$

Таким образом, в силу формул (32) и (33), а также оценок на главные угловые миноры матриц H_1 , $S^{(1)}, S^{(2)} \in M_5$ для матрицы $H \in M_5$ имеем следующее разложение, в котором матрицы-сомножители, очевидно, являются строго 1- положительно регулярными матрицами:

$$H = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & -2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 & 2 & -1 \\ 4 & -5 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -5 \end{pmatrix}.$$

Заключение. Настоящее исследование посвящено разложению квадратной матрицы с ненулевыми главными угловыми минорами и отделенным от нуля положительным определителем в произведение трех строго положительно регулярных матриц. В дальнейшем на основании полученных результатов планируется установить факторизацию произвольной квадратной матрицы n -го порядка с отделенным от нуля определителем на строго положительно регулярные квадратные $(n \times n)$ -матрицы. Впоследствии такое разложение будет использовано в теории линейных управляемых нестационарных систем при построении управляющих воздействий, обеспечивающих решение различных задач управляемости асимптотических характеристик линейных динамических систем [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Конвергенция-2025» (подпрограмма «Методы математического моделирования сложных систем», задание 1.2.01 «Управление асимптотическими характеристиками дискретных и непрерывных динамических систем; разработка аппарата дробного интегро-дифференцирования для изучения задач разрешимости дифференциальных уравнений дробного порядка и асимптотики их решений» (№ ГР 20211316)).

ЛИТЕРАТУРА

1. Хорн, Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 656 с.
2. Козлов, А.А. О свойствах строго положительно регулярных матриц / А.А. Козлов, Т.А. Александрович // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2022. – № 4(117). – С. 20–27.
3. Макаров, Е.К. Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем / Е.К. Макаров, С.Н. Попова. – Минск: Беларус. навука, 2012. – 407 с.

REFERENCES

1. Chorn R., Johnson Ch. *Matrichni analiz* [Matrix Analysis], Moscow: Mir, 1989, 656 p.
2. Kozlov A.A., Aleksandrovich T.A. *Vesn. Vitseb. dziarzh. un-ta* [Bulletin of Vitebsk State University], 2022, 4(117), pp. 20–27.
3. Makarov E.K., Popova S.N. *Upravliyemost asimptoticheskikh invariantov nestatsionarnykh lineinykh system* [Controllability of Asymptotic Invariants of Non-Stationary Linear Systems], Minsk: Belarus. navuka, 2012, 407 p.

Поступила в редакцию 05.08.2022

Адрес для корреспонденции: e-mail: tatyanka.aleksandrovich@mail.ru – Александрович Т.А.

УДК 517.94

О ПОВЕДЕНИИ ПРИ $t \rightarrow +\infty$ РЕШЕНИЙ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ТИПА «РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ»

С.М. Бородич

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

В настоящей работе рассматривается система двух нелинейных параболических уравнений типа «реакция-диффузия», для которой соответствующая начально-краевая задача имеет единственное решение, определенное при всех $t \geq 0$.

Цель работы – исследовать поведение при $t \rightarrow +\infty$ семейств решений, начальные значения которых образуют произвольное ограниченное множество в банаховом пространстве начальных данных системы.

Материал и методы. *Материалом исследования является система двух уравнений типа «реакция-диффузия». Используются методы теории нелинейных уравнений математической физики, а также теории бесконечномерных динамических систем.*

Результаты и их обсуждение. *При предположении о выполнении определенных условий стабилизации функций, входящих в правые части уравнений, доказано, что проекции траекторий ограниченных множеств на некоторое подпространство фазового пространства системы притягиваются к аттрактору некоторой вспомогательной системы уравнений.*

Заключение. *Изложенный подход к изучению поведения решений рассматриваемой системы уравнений применим к исследованию достаточно широкого класса систем химической кинетики, правые части которых содержат функции, обладающие аналогичным свойством стабилизации.*

Ключевые слова: *система типа «реакция-диффузия», полугруппа операторов, предельное множество, максимальный аттрактор.*

ON THE BEHAVIOR AS $t \rightarrow +\infty$ OF SOLUTIONS OF A REACTION-DIFFUSION TYPE SYSTEM

S.M. Borodich

Education Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"

In this paper, we consider a system of two nonlinear parabolic equations of reaction-diffusion type for which the corresponding initial-boundary value problem has a unique solution defined for all $t \geq 0$.

The research purpose is to investigate the behavior as $t \rightarrow +\infty$ of families of solutions whose initial values form arbitrary bounded sets in the Banach space of the initial data of the system.

Material and methods. *The material of the research is a system of two reaction-diffusion equations. The methods of the theory of nonlinear equations of mathematical physics as well as the methods of the theory of infinite-dimensional dynamical systems are used.*

Findings and their discussion. *Under the assumption that certain conditions for the stabilization of the functions included in the right-hand sides of the equations are satisfied, it is proved that the projections of the trajectories of bounded sets onto some subspace of the phase space of the system are attracted to the attractor of some auxiliary system of equations.*

Conclusion. *The described approach to the study of the behavior of solutions of the system considered here is applicable to the study of a fairly wide class of systems of chemical kinetics whose right-hand sides contain functions with a similar stabilization property.*

Key words: *reaction-diffusion type system, semigroup of operators, limit set, maximal attractor.*

В статье рассматривается система двух нелинейных параболических уравнений типа «реакция-диффузия», для которой соответствующая начально-краевая задача имеет единственное решение, определенное при всех $t \geq 0$. Такого рода системы часто встречаются при математическом моделировании в задачах химической кинетики. Поэтому важной задачей является изучение вопроса о том, как ведут себя решения таких систем при больших временах или когда время стремится к бесконечности. Данной теме посвящено немало работ различных авторов (см., например, [1–5]).

В настоящей публикации исследуется поведение при $t \rightarrow +\infty$ семейств решений рассматриваемой системы, начальные значения которых образуют произвольное ограниченное множество в банаховом пространстве начальных данных системы. Предполагается, что функции, входящие в правые части уравнений, удовлетворяют определенным условиям стабилизации при стремлении одного из аргументов к $+\infty$. При выполнении этих условий удается обнаружить, что проекции траекторий ограниченных множеств на некоторое подпространство фазового пространства системы притягиваются к аттрактору некоторой вспомогательной системы уравнений.

Материал и методы. Материалом исследования является система двух уравнений типа «реакция-диффузия». Используются методы теории нелинейных уравнений математической физики, а также методы теории бесконечномерных динамических систем.

Результаты и их обсуждение. Пусть Ω – ограниченная область в \mathbf{R}^n с гладкой границей $\partial\Omega$. Рассматривается следующая система класса «реакция-диффузия»:

$$\partial_t u = \Delta u - f(u, T), \quad \partial_t T = \Delta T + g(u, T), \quad (x, t) \in \Omega \times (0, +\infty), \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\partial u / \partial \nu |_{x \in \partial\Omega} = 0, \quad \partial T / \partial \nu |_{x \in \partial\Omega} = 0. \quad (2)$$

В (1), (2) $u = u(x, t)$, $T = T(x, t)$, $\nu = \nu(x)$ – нормаль к $\partial\Omega$. Предполагается, что функции $f(u, T)$, $g(u, T) \in C^1(\mathbf{R}^2)$ и выполнены следующие условия:

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} f(u, T) = \tilde{f}(u), \quad \lim_{T \rightarrow +\infty} g(u, T) = \tilde{g}(u), \quad \tilde{f}(u), \tilde{g}(u) \in C^1(\mathbf{R}), \quad (3)$$

$$c_0 |u|^p - C \leq f(u, T)u \leq C(|u|^p + 1), \quad (4)$$

$$0 < \varepsilon \leq g(u, T) \leq C \left(\frac{|u|^q}{1 + |T|^\alpha} + |u|^r + 1 \right), \quad (5)$$

$$f'_u \xi_1^2 + (f'_T - g'_T) \xi_1 \xi_2 - g'_T \xi_2^2 \geq -C |\xi|^2 \quad \forall \xi = (\xi_1, \xi_2) \in \mathbf{R}^2, \quad (6)$$

$$\tilde{f}'(u) \geq c_0 |\tilde{g}'(u)|^2 - C, \quad |\tilde{g}'(u)| \leq C(|u|^{r-1} + 1), \quad (7)$$

$$|f(u, T) - \tilde{f}(u)| \leq h(T)(|u|^{p-1} + 1), \quad (8)$$

$$|g(u, T) - \tilde{g}(u)| \leq h(T)(|u|^q + 1), \quad (9)$$

где $C, c_0 > 0$, $p > 2$, $0 < \alpha < 1$, $1 \leq q \leq \frac{p(1+\alpha)}{2}$, $q < \frac{p}{2} + \frac{4}{n-2}$ при $n \geq 3$, $1 \leq r \leq \frac{p}{2}$, $h(T) \in C(\mathbf{R})$, $h(T)$ ограничена и монотонно убывает на \mathbf{R} , $h(T) \rightarrow 0$ при $T \rightarrow +\infty$.

Заметим, что в силу условий (3), (4) и (5) функции $\tilde{f}(u)$ и $\tilde{g}(u)$ удовлетворяют также условиям

$$c_0 |u|^p - C \leq \tilde{f}(u)u \leq C(|u|^p + 1), \quad 0 < \varepsilon \leq \tilde{g}(u) \leq C(|u|^r + 1). \quad (10)$$

В качестве пространства начальных данных задачи (1), (2) рассматривается пространство $E = L_2(\Omega) \times L_2(\Omega)$. Пусть $(u_0, T_0) \in E$, $\tau > 0$. Стандартными методами (см. [6], [7]) устанавливается, что задача (1), (2) с начальными условиями

$$u|_{t=0} = u_0, \quad T|_{t=0} = T_0 \quad (11)$$

имеет единственное решение (u, T) такое, что

$$u \in L_\infty([0, \tau]; L_2(\Omega)) \cap L_2([0, \tau]; H^1(\Omega)) \cap L_p([0, \tau]; L_p(\Omega)), \quad T \in L_\infty([0, \tau]; L_2(\Omega)) \cap L_2([0, \tau]; H^1(\Omega)).$$

Следовательно, задача (1), (2) порождает в пространстве E полугруппу операторов $\{S_t, t \geq 0\}$:

$$S_t : (u_0, T_0) \rightarrow (u(t), T(t)).$$

В дальнейшем для произвольной интегрируемой по Лебегу на Ω функции ϕ через $\langle \phi \rangle$ будем обозначать ее среднее значение в этой области:

$$\langle \phi \rangle = |\Omega|^{-1} \int_{\Omega} \phi(x) dx \quad (|\Omega| = \int_{\Omega} dx).$$

Через V обозначим подпространство пространства $L_2(\Omega)$, состоящее из функций ϕ , для которых $\langle \phi \rangle = 0$.

Пусть (u, T) – решение задачи (1), (2) с начальными условиями (11), определенное при $t \geq 0$. Представим компоненту T в виде суммы $T = T_1 + T_2$, где $T_2 = \langle T \rangle$ (очевидно, что $T_1(t) \in V \quad \forall t \geq 0$). Из (1), (2) получаем

$$\partial_t u = \Delta u - f(u, T_1 + T_2), \quad \partial u / \partial \nu|_{x \in \partial \Omega} = 0, \quad (12)$$

$$\partial_t T_1 = \Delta T_1 + G_1(u, T_1 + T_2), \quad \partial T_1 / \partial \nu|_{x \in \partial \Omega} = 0, \quad (13)$$

$$\partial_t T_2 = G_2(u, T_1 + T_2), \quad (14)$$

где $G_1(u, T_1 + T_2) = g(u, T_1 + T_2) - \langle g(u, T_1 + T_2) \rangle$, $G_2(u, T_1 + T_2) = \langle g(u, T_1 + T_2) \rangle$. Начальные условия (11) при рассматриваемом представлении T переписуются в следующем виде:

$$u|_{t=0} = u_0, \quad T_1|_{t=0} = T_{10}, \quad T_2|_{t=0} = T_{20},$$

где $T_{10} = T_0 - \langle T_0 \rangle$, $T_{20} = \langle T_0 \rangle$.

Через $\|\cdot\|$, $\|\cdot\|_{L_s}$ и $\|\cdot\|_E$ ниже обозначаем нормы в пространствах $L_2(\Omega)$, $L_s(\Omega)$ ($s \geq 1$) и E соответственно.

Лемма 1. Пусть $(u_0, T_0) \in E$, $\|(u_0, T_{10})\|_E \leq R$, $T_{20} \geq -R$ для некоторого $R > 0$. Пусть (u, T) – решение задачи (1), (2) с начальными условиями (11), определенное при $t \geq 0$. Тогда при $t \geq 0$ справедливы оценки

$$\|(u(t), T_1(t))\|_E \leq C_1(R), \quad (15)$$

$$T_2(t) \geq \varepsilon t - R, \quad (16)$$

$$\int_0^t (|\nabla u(t)|^2 + \|u(t)\|_{L_p}^p) dt \leq C_2 t + C_3(R), \quad (17)$$

$$\int_0^t |\nabla T_1(t)|^2 dt \leq C_4(R)t + C_5(R) \quad (18)$$

(константы $C_1(R)$, $C_3(R)$, $C_4(R)$ и $C_5(R)$ зависят от R , но не зависят от (u_0, T_0)).

Доказательство. Из уравнения (14) с учетом условия (5) получаем

$$T_2(t) \geq \varepsilon t + T_{20} \quad \forall t \geq 0.$$

Отсюда и из условия леммы вытекает оценка (16).

Умножим (12) скалярно в $L_2(\Omega)$ на u . После несложных преобразований с использованием оценки (4) получаем

$$\frac{1}{2} \partial_t \|u\|^2 + \|\nabla u\|^2 + c_0 \int_{\Omega} |u|^p dx \leq C |\Omega|. \quad (19)$$

Интегрируя это неравенство по t от 0 до t , выводим оценку (17).

Умножив (13) скалярно в $L_2(\Omega)$ на T_1 , получаем

$$\frac{1}{2} \partial_t \|T_1\|^2 + \|\nabla T_1\|^2 = \int_{\Omega} G_1(u, T_1 + T_2) T_1 dx = \int_{\Omega} g(u, T) T_1 dx. \quad (20)$$

Для каждого $t \geq 0$ определим множество

$$\Omega_t = \{x \in \Omega : T_1(x, t) \geq 0\}.$$

Ввиду условия (5) из (20) имеем

$$\frac{1}{2} \partial_t (||T_1||^2 + ||\nabla T_1||^2) \leq C \int_{\Omega_t} \left(\frac{|u|^q}{1+|T|^\alpha} + |u|^r + 1 \right) T_1 dx.$$

Складывая это неравенство с неравенством (19), умноженным на произвольную положительную константу M , получаем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \partial_t (M||u||^2 + ||T_1||^2) + M(||\nabla u||^2 + c_0 ||u||_{L_p}^p) + ||\nabla T_1||^2 \leq \\ & \leq C \int_{\Omega_t} \frac{|u|^q T_1}{1+|T|^\alpha} dx + C \int_{\Omega_t} (|u|^r + 1) T_1 dx + MC|\Omega|. \end{aligned} \quad (21)$$

Так как $T_2(t) \geq -R$ (в силу оценки (16)), то для всех $x \in \Omega_t$ имеем

$$\frac{T_1}{1+|T|^\alpha} \leq \frac{T_1 - R}{1+|(T_1 - R) + (T_2 + R)|^\alpha} + R \leq T_1^{1-\alpha} + R.$$

Поэтому

$$\int_{\Omega_t} \frac{|u|^q T_1}{1+|T|^\alpha} dx \leq \int_{\Omega} |u|^q |T_1|^{1-\alpha} dx + C_6(R) ||u||_{L_q}^q.$$

Используя это неравенство, из (21) выводим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \partial_t (M||u||^2 + ||T_1||^2) + M(||\nabla u||^2 + c_0 ||u||_{L_p}^p) + ||\nabla T_1||^2 \leq \\ & \leq C \int_{\Omega} |u|^q |T_1|^{1-\alpha} dx + C \int_{\Omega} |u|^r |T_1| dx + C_7(R) ||u||_{L_q}^q + \eta ||T_1||^2 + C_8(R, M, \eta) \end{aligned} \quad (22)$$

(здесь было применено также неравенство Юнга; $\eta > 0$ не зависит от R и может быть выбрано сколь угодно малым).

Оценим первый интеграл в правой части неравенства (22). С помощью неравенства Гельдера получаем

$$\int_{\Omega} |u|^q |T_1|^{1-\alpha} dx \leq |||u|^q||_{L_{2/(1+\alpha)}} |||T_1|^{1-\alpha}||_{L_{2/(1-\alpha)}} = ||u||_{L_{2q/(1+\alpha)}}^q ||T_1||^{1-\alpha}.$$

Используя неравенство Юнга (с показателями $2/(1+\alpha)$ и $2/(1-\alpha)$), отсюда выводим

$$\int_{\Omega} |u|^q |T_1|^{1-\alpha} dx \leq C_9(\eta) ||u||_{L_{2q/(1+\alpha)}}^{2q/(1+\alpha)} + \eta ||T_1||^2 \quad \forall t \geq 0$$

(η – то же, что и в (22)).

Аналогично предыдущей оценке выводится оценка для второго интеграла в правой части неравенства (22):

$$\int_{\Omega} |u|^r |T_1| dx \leq C_9(\eta) ||u||_{L_{2r}}^{2r} + \eta ||T_1||^2 \quad \forall t \geq 0.$$

В силу полученных оценок для интегралов из (22) следует

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \partial_t (M||u||^2 + ||T_1||^2) + Mc_0 ||u||_{L_p}^p + ||\nabla T_1||^2 \leq \\ & \leq C_{10}(R, \eta) ||u||_{L_p}^p + C_{11} \eta ||T_1||^2 + C_{12}(R, M, \eta) \quad \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

(было учтено также, что $q < p$, $2q/(1+\alpha) \leq p$ и $2r \leq p$). Поскольку $T_1(t) \in V \quad \forall t \geq 0$, то, согласно неравенству Пуанкаре,

$$||T_1||^2 \leq C_{\Omega} ||\nabla T_1||^2.$$

Применяя эту оценку и выбирая сначала достаточно малое η , а затем достаточно большое M (зависящее от η и R), из (23) имеем

$$\partial_t (M||u||^2 + ||T_1||^2) + Mc_0 ||u||_{L_p}^p + ||\nabla T_1||^2 \leq C_{13}(R) \quad \forall t \geq 0. \quad (24)$$

Отсюда, учитывая непрерывное вложение $L_p(\Omega) \subset L_2(\Omega)$ и используя снова неравенство Пуанкаре, выводим

$$\partial_t(M||u||^2 + ||T_1||^2) + \gamma(M||u||^2 + ||T_1||^2) \leq C_{13}(R) \quad \forall t \geq 0$$

($\gamma > 0$). Из этого дифференциального неравенства следует оценка (15).

Проинтегрировав (24) по t от 0 до t , получаем оценку (18). Лемма 1 доказана.

Ниже через $\langle \cdot, \cdot \rangle$ обозначаем скалярное произведение в $L_2(\Omega)$.

Лемма 2. Пусть выполнены условия леммы 1. Тогда при $t > 0$

$$||\nabla u(t)||^2 + ||\nabla T_1(t)||^2 \leq C_{14}(R)(t + t^{-1}) + C_{15}(R).$$

Доказательство. Умножим скалярно в $L_2(\Omega)$ уравнения (12) и (13) на $-t^2 \Delta u(t)$ и $-t^2 \Delta T_1(t)$ соответственно и сложим получившиеся равенства. После несложных преобразований с применением условия (6) имеем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \partial_t (t^2 ||\nabla u||^2 + t^2 ||\nabla T_1||^2) - t (||\nabla u||^2 + ||\nabla T_1||^2) = \\ & = -t^2 (||\Delta u||^2 + ||\Delta T_1||^2) + t^2 \langle f(u, T), \Delta u \rangle - t^2 \langle G_1(u, T), \Delta T_1 \rangle \leq \\ & \leq -t^2 \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \left[f'_u \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)^2 + (f'_T - g'_u) \cdot \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial T_1}{\partial x_i} - g'_T \cdot \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_i} \right)^2 \right] dx \leq Ct^2 (||\nabla u||^2 + ||\nabla T_1||^2). \end{aligned}$$

Проинтегрировав это неравенство по t от 0 до t и воспользовавшись оценками (17) и (18), получаем

$$t^2 (||\nabla u(t)||^2 + ||\nabla T_1(t)||^2) \leq \int_0^t (Ct^2 + t) (||\nabla u(t)||^2 + ||\nabla T_1(t)||^2) dt \leq (Ct^2 + t)(C_{16}(R)t + C_{17}(R)),$$

откуда вытекает утверждение леммы 2.

Лемма 3. Пусть $(u_0, T_0) \in H^1(\Omega) \times L_2(\Omega)$, (u, T) – решение задачи (1), (2) с начальными условиями $u|_{t=0} = u_0, T|_{t=0} = T_0$, определенное при $t \geq 0$. Тогда при $t \geq 0$ имеет место оценка

$$\int_0^t ||u(t)||_{L_{p+\beta}}^{p+\beta} dt \leq C_{18}t + C_{19} ||u_0||_1^{2+\beta},$$

где $||\cdot||_1$ – норма в пространстве $H^1(\Omega)$, $\beta = 4/(n-2)$ при $n \geq 3$ и $\beta > 0$ произвольно при $n < 3$.

Доказательство. Умножим скалярно в $L_2(\Omega)$ уравнение (12) на $u|u|^\beta$ и проинтегрируем получившееся равенство по Ω :

$$\int_{\Omega} u|u|^\beta \partial_t u dx = - \int_{\Omega} \nabla(u|u|^\beta) \nabla u dx - \int_{\Omega} f(u, T) u|u|^\beta dx. \quad (25)$$

В силу равенств $u|u|^\beta \partial_t u = \frac{1}{2+\beta} \partial_t |u|^{2+\beta}$, $\nabla(u|u|^\beta) = (1+\beta)|u|^\beta \nabla u$ и оценки (4) из (25) следует

$$\frac{1}{2+\beta} \partial_t ||u||_{L_{2+\beta}}^{2+\beta} + (1+\beta) \int_{\Omega} |u|^\beta |\nabla u|^2 dx \leq \int_{\Omega} (-c_0 |u|^{p+\beta} + C |u|^\beta) dx,$$

откуда получаем

$$\frac{1}{2+\beta} \partial_t ||u||_{L_{2+\beta}}^{2+\beta} + \frac{c_0}{2} ||u||_{L_{p+\beta}}^{p+\beta} \leq C_{20}.$$

Интегрируя это неравенство по t от 0 до t , выводим

$$\frac{1}{2+\beta} ||u(t)||_{L_{2+\beta}}^{2+\beta} + \frac{c_0}{2} \int_0^t ||u(t)||_{L_{p+\beta}}^{p+\beta} dt \leq C_{20}t + \frac{1}{2+\beta} ||u(0)||_{L_{2+\beta}}^{2+\beta}.$$

Учитывая непрерывное вложение $H^1(\Omega) \subset L_{2+\beta}(\Omega)$, отсюда имеем утверждение леммы 3.

Из (16) следует, что для любого решения (u, T) задачи (1), (2) $T_2(t) \rightarrow +\infty$ при $t \rightarrow +\infty$.

Рассмотрим задачу, в некотором смысле предельную при $T_2 \rightarrow +\infty$ для задачи (12), (13):

$$\partial_t \tilde{u} = \Delta \tilde{u} - \tilde{f}(\tilde{u}), \quad \partial_t \tilde{T}_1 = \Delta \tilde{T}_1 + \tilde{G}_1(\tilde{u}), \quad (26)$$

$$\partial \tilde{u} / \partial \nu|_{x \in \partial \Omega} = 0, \quad \partial \tilde{T}_1 / \partial \nu|_{x \in \partial \Omega} = 0, \quad (27)$$

где $\tilde{G}_1(\tilde{u}) = \tilde{g}(\tilde{u}) - \langle \tilde{g}(\tilde{u}) \rangle$. Начальные данные этой задачи берутся в пространстве $E_1 = L_2(\Omega) \times V \subset E$.

Для любых непустых множеств $X, Y \subset E$ положим

$$dist_E(X, Y) = \sup_{x \in X} \inf_{y \in Y} \|x - y\|_E.$$

Обычными методами (см. [6], [7]) устанавливается, что при выполнении условий (7) и (10) задача (26), (27) порождает в пространстве E_1 полугруппу операторов $\{\tilde{S}_t, t \geq 0\}$, которая обладает максимальным аттрактором \mathcal{A} , $\mathcal{A} \subset E_1$. (Следуя [7], максимальным аттрактором полугруппы операторов $\{\tilde{S}_t\}$ называем такое компактное в E_1 и инвариантное относительно операторов полугруппы множество \mathcal{A} , что для любого ограниченного в E множества $B \subset E_1$ $dist_E(\tilde{S}_t B, \mathcal{A}) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$.)

Определим отображения $\Pi_1: E \rightarrow E_1$ и $\Pi_2: E \rightarrow \mathbf{R}$ следующим образом:

$$\Pi_1: (u, T) \rightarrow (u, T_1), \quad \Pi_2: (u, T) \rightarrow T_2$$

для любых $(u, T) \in E$, где $T = T_1 + T_2$, $T_2 = \langle T \rangle$.

Теорема. Для любого ограниченного в E множества B

$$dist_E(\Pi_1 S_t B, \mathcal{A}) \rightarrow 0 \text{ и } \inf \Pi_2 S_t B \rightarrow +\infty \text{ при } t \rightarrow +\infty$$

($\{S_t\}$ – полугруппа, порожденная в пространстве E задачей (1), (2)).

Доказательство. Пусть B – ограниченное в E множество. Тогда существует такое $R > 0$, что $\forall (u_0, T_0) \in B$ выполнены условия леммы 1:

$$\|(u_0, T_{10})\|_E \leq R, \quad T_{20} \geq -R.$$

В силу оценки (16) имеем

$$\inf \Pi_2 S_t B \rightarrow +\infty \text{ при } t \rightarrow +\infty.$$

Положим $R_1 = \max\{C_1(R), R\}$, где $C_1(R)$ – константа из оценки (15). Пусть

$$D = \{(u, T) \in E : \|(u, T_1)\|_E \leq R_1, T_2 \geq -R_1\},$$

где $T_1 = T - \langle T \rangle$, $T_2 = \langle T \rangle$. Тогда, согласно лемме 1,

$$S_t B \subset D \quad \forall t \geq 0. \quad (28)$$

Пусть $(u_0, T_0) \in D$. Легко устанавливается, что для (u_0, T_0) выполнены условия лемм 1 и 2, где в качестве R рассматривается R_1 . Если $(u(t), T(t))$ – решение задачи (1), (2) с начальными условиями (11), определенное при $t \geq 0$, то из лемм 1 и 2 следует, что

$$\|u(1)\|_1 + \|T_1(1)\|_1 \leq C_{21}(R_1). \quad (29)$$

Пусть

$$K = \{(u, T) \in (H_1(\Omega))^2 : \|u\|_1 + \|T\|_1 \leq C_{21}(R_1)\}.$$

Из (29) и произвольности выбора $(u_0, T_0) \in D$ вытекает, что

$$\Pi_1 S_t D \subset K. \quad (30)$$

Пусть $t \geq 1$. Применяя полугрупповое свойство операторов S_t и включения (28) и (30), получаем

$$\Pi_1 S_t B = \Pi_1 S_1 S_{t-1} B \subset K. \quad (31)$$

Заметим, что K – замкнутое ограниченное в $(H_1(\Omega))^2$ множество. Таким образом, ввиду компактности вложения $(H_1(\Omega))^2 \subset (L_2(\Omega))^2$ множество K компактно в E . Отсюда и из (31) следует предкомпактность в E множества $B_1 = \bigcup_{t \geq 1} \Pi_1 S_t B$.

Введем в рассмотрение ω -предельное множество траектории $\{\Pi_1 S_t B, t \geq 0\}$:

$$\omega_1(B) = \{y \in E : \Pi_1 S_{t_k} z_k \rightarrow y \text{ в } E \text{ для некоторых } z_k \in B \text{ и } t_k \rightarrow +\infty\}.$$

Из предкомпактности в E множества B_1 легко следует, что

$$\text{dist}_E(\Pi_1 S_t B, \omega_1(B)) \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow +\infty. \quad (32)$$

Докажем, что $\omega_1(B) \subset \mathcal{A}$. Отметим, что в силу замкнутости в E подпространства E_1 $\omega_1(B) \subset E_1$. Пусть $(u^*, T_1^*) \in \omega_1(B)$. Тогда существуют такая последовательность $\{(u^{(k)}(t), T^{(k)}(t))\}$ решений задачи (1), (2) с начальными условиями $(u^{(k)}(0), T^{(k)}(0)) \in B$ и такая последовательность $\{t_k\}$, $t_k \rightarrow +\infty$, что

$$(u^{(k)}(t_k), T_1^{(k)}(t_k)) \rightarrow (u^*, T_1^*) \text{ в } E \text{ при } k \rightarrow \infty, \quad (33)$$

где $(u^{(k)}(t_k), T_1^{(k)}(t_k)) = \Pi_1(u^{(k)}(t_k), T^{(k)}(t_k))$.

Пусть $\theta > 0$. Ввиду предкомпактности в E множества $B_1 = \bigcup_{t \geq 1} \Pi_1 S_t B$ существует такая подпоследовательность $\{m\} \subset \{k\}$, что последовательность $\{(u^{(m)}(t_m - \theta), T_1^{(m)}(t_m - \theta))\}$ сходится в E . Пусть

$$(u^{(m)}(t_m - \theta), T_1^{(m)}(t_m - \theta)) \rightarrow (\tilde{u}_0, \tilde{T}_{10}).$$

Очевидно, что $(\tilde{u}_0, \tilde{T}_{10}) \in \omega_1(B)$. Пусть $(\tilde{u}(t), \tilde{T}_1(t))$ – решение задачи (26), (27) с начальным условием $(\tilde{u}(0), \tilde{T}_1(0)) = (\tilde{u}_0, \tilde{T}_{10})$. Получим оценки для $\|u^{(m)}(t_m - \theta + t) - \tilde{u}(t)\|^2$ и $\|T_1^{(m)}(t_m - \theta + t) - \tilde{T}_1(t)\|^2$. Обозначим для краткости $u^{(m)}(t_m - \theta + t) = \bar{u}^{(m)}(t)$, $T^{(m)}(t_m - \theta + t) = \bar{T}^{(m)}(t)$, $T_1^{(m)}(t_m - \theta + t) = \bar{T}_1^{(m)}(t)$. В силу (12), (13) имеем

$$\partial_t \bar{u}^{(m)} = \Delta \bar{u}^{(m)} - f(\bar{u}^{(m)}, \bar{T}^{(m)}), \quad \partial_t \bar{T}_1^{(m)} = \Delta \bar{T}_1^{(m)} - G_1(\bar{u}^{(m)}, \bar{T}^{(m)}). \quad (34)$$

Вычитая из первого уравнения (34) первое уравнение (26) и умножая получившееся равенство скалярно в $L_2(\Omega)$ на разность $\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}$, получаем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \partial_t \|\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}\|^2 = \\ & = -\|\nabla(\bar{u}^{(m)} - \tilde{u})\|^2 - \langle f(\bar{u}^{(m)}, \bar{T}^{(m)}) - \tilde{f}(\bar{u}^{(m)}), \bar{u}^{(m)} - \tilde{u} \rangle - \langle \tilde{f}(\bar{u}^{(m)}) - \tilde{f}(\tilde{u}), \bar{u}^{(m)} - \tilde{u} \rangle. \end{aligned}$$

Отсюда с учетом условий (7) и (8) выводим

$$\frac{1}{2} \partial_t \|\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}\|^2 \leq C \|\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}\|^2 + \langle h(\bar{T}^{(m)}) (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1), |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| \rangle. \quad (35)$$

Оценим второе слагаемое в правой части (35). Пусть $0 < \delta < \varepsilon$ (ε – из условия (5)). Определим для каждого $m \in \{m\}$ и каждого $t \geq 0$ множество $\Omega_t^m = \{x \in \Omega : |\bar{T}_1^{(m)}(x, t)| \leq \delta t_m\}$. Очевидно, что Ω_t^m измеримо по Лебегу. Используя неравенство Чебышева и оценку (15) (где вместо $T_1(t)$ берется $\bar{T}_1^{(m)}(t)$), получаем оценку для лебеговой меры множества $\Omega \setminus \Omega_t^m$:

$$\mu(\Omega \setminus \Omega_t^m) \leq \delta^{-2} t_m^{-2} \|\bar{T}_1^{(m)}(t)\|^2 \leq C_{22}(R) \delta^{-2} t_m^{-2}. \quad (36)$$

Из неравенства (16) для $T_2^{(m)} = T^{(m)} - T_1^{(m)}$ и определения множества Ω_t^m вытекает, что при $t \geq 0$

$$\bar{T}^{(m)}(x, t) \geq \varepsilon(t_m - \theta + t) - R - \delta t_m = (\varepsilon - \delta)t_m + \varepsilon(t - \theta) - R \quad \forall x \in \Omega_t^m.$$

Поэтому (в силу убывания функции $h(T)$ на \mathbf{R}) при $t \geq 0$ имеем

$$h(\bar{T}^{(m)}(x, t)) \leq h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) \quad \forall x \in \Omega_t^m.$$

Применяя эту оценку и ограниченность функции $h(T)$, выводим

$$\begin{aligned} & \langle h(\bar{T}^{(m)}) (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1), |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| \rangle \leq \\ & \leq h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) \int_{\Omega} (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1) |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| dx + C_{23} \int_{\Omega \setminus \Omega_t^m} (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1) |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| dx \quad \forall t \geq 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Оценим интегралы в правой части (37). Используя неравенство Юнга, получаем

$$\int_{\Omega} (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1) |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| dx \leq C_{24} \int_{\Omega} (|\bar{u}^{(m)}|^p + |\tilde{u}|^p + 1) dx. \quad (38)$$

Пусть $\chi_t^{(m)}(x)$ – характеристическая функция множества $\Omega \setminus \Omega_t^m$, β – число из условия леммы 3. Положим $\sigma = \beta/(p + \beta)$. С помощью неравенства Гельдера выводим

$$\begin{aligned} \int_{\Omega \setminus \Omega_t^m} (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1) |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| dx &= \int_{\Omega} \chi_t^{(m)} \cdot (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1) |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| dx \leq \\ &\leq C_{25} \|\chi_t^{(m)}\|_{L_{p/(\sigma(p-1))}} \left(\|\bar{u}^{(m)}\|_{L_{p/(1-\sigma)}}^{p-1} + 1 \right) \|\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}\|_{L_p}. \end{aligned} \quad (39)$$

Учитывая (36), имеем

$$\|\chi_t^{(m)}\|_{L_{p/(\sigma(p-1))}} = (\mu(\Omega \setminus \Omega_t^m))^{\sigma(p-1)/p} \leq C_{26}(R)t_m^{-2\sigma(p-1)/p}.$$

Воспользовавшись этой оценкой и неравенством Юнга, из (39) получаем

$$\int_{\Omega \setminus \Omega_t^m} (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1) |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| dx \leq C_{27}(R)t_m^{-2\sigma(p-1)/p} \left(\|\bar{u}^{(m)}\|_{L_{p+\beta}}^{p+\beta} + \|\tilde{u}\|_{L_p}^p + 1 \right).$$

В силу этой оценки и оценки (38) из (37) следует

$$\langle h(\bar{T}^{(m)}) (|\bar{u}^{(m)}|^{p-1} + 1), |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}| \rangle \leq C_{28}(R) \left(h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) + t_m^{-2\sigma(p-1)/p} \right) \left(\|\bar{u}^{(m)}\|_{L_{p+\beta}}^{p+\beta} + \|\tilde{u}\|_{L_p}^p + 1 \right).$$

Проинтегрировав неравенство (35) по t от 0 до t и воспользовавшись последней оценкой, получим

$$\begin{aligned} \|\bar{u}^{(m)}(t) - \tilde{u}(t)\|^2 &\leq \|\bar{u}^{(m)}(0) - \tilde{u}_0\|^2 + 2C \int_0^t \|\bar{u}^{(m)}(t) - \tilde{u}(t)\|^2 dt + \\ &+ 2C_{28}(R) \left(h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) + t_m^{-2\sigma(p-1)/p} \right) \int_0^t \left(\|\bar{u}^{(m)}(t)\|_{L_{p+\beta}}^{p+\beta} + \|\tilde{u}(t)\|_{L_p}^p + 1 \right) dt. \end{aligned} \quad (40)$$

Пусть $\tau \geq \theta$. Отметим, что ввиду (31) при достаточно больших m

$$\|\bar{u}^{(m)}(0)\|_1 = \|u^{(m)}(t_m)\|_1 \leq C_{29}(R).$$

(Далее считаем m настолько большим, что эта оценка имеет место.) Учитывая последнюю оценку и применяя лемму 3 (в которой в качестве (u, T) рассматривается $(\bar{u}^{(m)}, \bar{T}^{(m)})$), выводим

$$\int_0^{\tau} \|\bar{u}^{(m)}(t)\|_{L_{p+\beta}}^{p+\beta} dt \leq C_{18}\tau + C_{30}(R). \quad (41)$$

Аналогично выводу оценки (17) устанавливается, что

$$\int_0^{\tau} \|\tilde{u}(t)\|_{L_p}^p dt \leq C_2\tau + C_{31}(R). \quad (42)$$

Из (40) и двух последних оценок вытекает, что $\forall t \in [0, \tau]$

$$\|\bar{u}^{(m)}(t) - \tilde{u}(t)\|^2 \leq \|\bar{u}^{(m)}(0) - \tilde{u}_0\|^2 + C_{32}(R, \tau) \left(h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) + t_m^{-2\sigma(p-1)/p} \right) + 2C \int_0^t \|\bar{u}^{(m)}(t) - \tilde{u}(t)\|^2 dt,$$

где $C_{32}(R, \tau)$ – положительная константа, зависящая от R и τ . Отсюда, применяя неравенство Гронуолла, выводим

$$\|\bar{u}^{(m)}(t) - \tilde{u}(t)\|^2 \leq e^{2C\tau} \left[\|\bar{u}^{(m)}(0) - \tilde{u}_0\|^2 + C_{32}(R, \tau) \left(h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) + t_m^{-2\sigma(p-1)/p} \right) \right] \quad \forall t \in [0, \tau]. \quad (43)$$

Оценим теперь $\|\bar{T}_1^{(m)}(t) - \tilde{T}_1(t)\|^2$. Для этого вычтем из второго уравнения (34) второе уравнение (26) и умножим получившееся равенство скалярно в $L_2(\Omega)$ на $\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1$:

$$\frac{1}{2} \partial_t \|\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1\|^2 = -\|\nabla(\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1)\|^2 + \langle G_1(\bar{u}^{(m)}, \bar{T}^{(m)}) - \tilde{G}_1(\tilde{u}), \bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1 \rangle.$$

С учетом того, что $\forall t \geq 0$ $\bar{T}_1^{(m)}, \tilde{T}_1 \in V$, это равенство легко преобразовывается в следующее:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \partial_t ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||^2 + ||\nabla(\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1)||^2 = \\ & = \langle g(\bar{u}^{(m)}, \bar{T}_1^{(m)}) - \tilde{g}(\bar{u}^{(m)}), \bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1 \rangle + \langle \tilde{g}(\bar{u}^{(m)}) - \tilde{g}(\tilde{u}), \bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1 \rangle. \end{aligned}$$

Используя условие (9), отсюда получаем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \partial_t ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||^2 + ||\nabla(\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1)||^2 \leq \\ & \leq \langle h(\bar{T}^{(m)})(|\bar{u}^{(m)}|^q + 1), |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| \rangle + \langle \tilde{g}(\bar{u}^{(m)}) - \tilde{g}(\tilde{u}), \bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1 \rangle. \end{aligned} \quad (44)$$

Оценим первое слагаемое в правой части этого неравенства. Аналогично оценке (36) выводим

$$\begin{aligned} & \langle h(\bar{T}^{(m)})(|\bar{u}^{(m)}|^q + 1), |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| \rangle \leq \\ & \leq h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) \int_{\Omega} (|\bar{u}^{(m)}|^q + 1) |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| dx + C_{23} \int_{\Omega \setminus \Omega_t^m} (|\bar{u}^{(m)}|^q + 1) |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| dx \quad \forall t \geq 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Продолжим рассуждения для $n \geq 3$ (в случае $n < 3$ аналогичные оценки выводятся несколько проще).

Поскольку $q < \frac{\rho}{2} + \frac{4}{n-2}$, то для некоторого $\rho \in (0, 1)$ $q \leq \frac{2(1-\rho)}{n-2} + \frac{\rho+\beta}{2}$, где $\beta = \frac{4}{n-2}$ (т.е. такое же, как в условии леммы 3). Учитывая это неравенство, с помощью неравенства Гельдера выводим

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega \setminus \Omega_t^m} (|\bar{u}^{(m)}|^q + 1) |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| dx = \int_{\Omega} \chi_t^{(m)} (|\bar{u}^{(m)}|^q + 1) |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| dx \leq \\ & \leq C_{33} ||\chi_t^{(m)}||_{L_{n/\rho}} (||\bar{u}^{(m)}||_{L_{2n/(n-2)}}^{2(1-\rho)} + 1) (||\bar{u}^{(m)}||_{L_{p+\beta}}^{(\rho+\beta)/2} + 1) ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||_{L_{2n/(n-2)}}. \end{aligned}$$

Отсюда, используя (36), непрерывность вложения $H_1(\Omega) \subset L_{2n/(n-2)}(\Omega)$ и включение (31), при достаточно больших m получаем

$$\int_{\Omega \setminus \Omega_t^m} (|\bar{u}^{(m)}|^q + 1) |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| dx \leq C_{34}(R) t_m^{-2\rho/n} (||\bar{u}^{(m)}||_{L_{p+\beta}}^{\rho+\beta} + ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||_1^2 + 1).$$

Аналогично этой оценке выводится оценка

$$\int_{\Omega} (|\bar{u}^{(m)}|^q + 1) |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| dx \leq C_{35}(R) (||\bar{u}^{(m)}||_{L_{p+\beta}}^{\rho+\beta} + ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||_1^2 + 1).$$

Из (45) и двух последних оценок следует неравенство

$$\begin{aligned} & \langle h(\bar{T}^{(m)})(|\bar{u}^{(m)}|^q + 1), |\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1| \rangle \leq \\ & \leq C_{36}(R) (h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) + t_m^{-2\rho/n}) (||\bar{u}^{(m)}||_{L_{p+\beta}}^{\rho+\beta} + ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||_1^2 + 1). \end{aligned} \quad (46)$$

Оценим второе слагаемое в правой части неравенства (44). Пусть $\lambda = 2/n$ при $n \geq 3$ и $0 < \lambda < 1$ произвольно при $n < 3$. В силу (7)

$$|\tilde{g}(v_1) - \tilde{g}(v_2)| \leq C_{\lambda} (|v_1|^{r-\lambda} + |v_2|^{r-\lambda} + 1) |v_1 - v_2|^{\lambda} \quad \forall v_1, v_2 \in \mathbf{R}.$$

Используя это неравенство и неравенство Гельдера, а также учитывая, что $r \leq p/2$, выводим

$$\begin{aligned} & |\langle \tilde{g}(\bar{u}^{(m)}) - \tilde{g}(\tilde{u}), \bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1 \rangle| \leq C_{37} |||\bar{u}^{(m)}|^{p/2} + |\tilde{u}|^{p/2} + 1|| | |\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}|^{\lambda} |_{L_{2/\lambda}} ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||_{L_{2/(1-\lambda)}} \leq \\ & \leq C_{38} (||\bar{u}^{(m)}||_{L_p}^{p/2} + ||\tilde{u}||_{L_p}^{p/2} + 1) ||\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}|^{\lambda} |_{L_{2/(1-\lambda)}} ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||_{L_{2/(1-\lambda)}}. \end{aligned}$$

Ввиду неравенства Юнга и непрерывности вложения $H_1(\Omega) \subset L_{2/(1-\lambda)}(\Omega)$ отсюда следует, что

$$|\langle \tilde{g}(\bar{u}^{(m)}) - \tilde{g}(\tilde{u}), \bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1 \rangle| \leq C_{39}(\eta) (||\bar{u}^{(m)}||_{L_p}^{\rho} + ||\tilde{u}||_{L_p}^{\rho} + 1) ||\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}|^{2\lambda} + \eta ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||_1^2 \quad (47)$$

($\eta > 0$ может быть выбрано сколь угодно малым).

Воспользовавшись неравенством Пуанкаре, оценками (46), (47) и произвольной малостью η , из (44) при достаточно больших m получаем

$$\frac{1}{2} \partial_t ||\bar{T}_1^{(m)} - \tilde{T}_1||^2 \leq C_{36}(R) (h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) + t_m^{-2\rho/n}) (||\bar{u}^{(m)}||_{L_{p+\beta}}^{\rho+\beta} + 1) +$$

$$+C_{39}(\eta)(\|\bar{u}^{(m)}\|_{L^p}^p + \|\tilde{u}\|_{L^p}^p + 1)\|\bar{u}^{(m)} - \tilde{u}\|^{2\lambda}.$$

Интегрируя последнее неравенство по t от 0 до t и пользуясь оценками (41), (42), а также оценкой (17), где в качестве u рассматривается $\bar{u}^{(m)}$, приходим к неравенству

$$\|\bar{T}_1^{(m)}(t) - \tilde{T}_1(t)\|^2 \leq \|\bar{T}_1^{(m)}(0) - \tilde{T}_{10}\|^2 + C_{40}(R, \tau) \left(h((\varepsilon - \delta)t_m - \varepsilon\theta - R) + t_m^{-2\rho/n} + \max_{t \in [0, \tau]} \|\bar{u}^{(m)}(t) - \tilde{u}(t)\|^{2\lambda} \right) \quad (48)$$

$\forall t \in [0, \tau]$ ($C_{41}(R, \tau)$ – положительная константа, зависящая от R и τ).

Из оценок (43) и (48) вытекает, что $(u^{(m)}(t_m - \theta + t), T_1^{(m)}(t_m - \theta + t)) \rightarrow (\tilde{u}(t), \tilde{T}_1(t))$ в E равномерно по $t \in [0, \tau]$. В частности, при $t = \theta$ имеем: $(u^{(m)}(t_m), T_1^{(m)}(t_m)) \rightarrow (\tilde{u}(\theta), \tilde{T}_1(\theta))$. Поскольку (в силу (33) и того, что $\{m\} \subset \{k\}$) $(u^{(m)}(t_m), T_1^{(m)}(t_m)) \rightarrow (u^*, T_1^*)$ в E , отсюда следует, что $(\tilde{u}(\theta), \tilde{T}_1(\theta)) = (u^*, T_1^*)$. Таким образом, $\tilde{S}_\theta(\tilde{u}_0, \tilde{T}_{10}) = (u^*, T_1^*)$. Ввиду произвольности выбора $(u^*, T_1^*) \in \omega_1(B)$ отсюда выводим

$$\tilde{S}_\theta \omega_1(B) \supset \omega_1(B).$$

Из леммы 1 следует, что $\omega_1(B)$ – ограниченное в E множество. Поэтому, используя свойства максимального аттрактора полугруппы и учитывая произвольность $\theta > 0$, из последнего включения легко получаем, что $\omega_1(B) \subset \mathcal{A}$. Отсюда и из (32) следует, что $dist_E(\Pi_1 S_t B, \mathcal{A}) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$. Теорема доказана.

Заключение. Изложенный подход к изучению поведения решений рассматриваемой системы уравнений применим к исследованию достаточно широкого класса систем химической кинетики, правые части которых содержат функции, обладающие аналогичным свойством стабилизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Temam, R. Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics / R. Temam // Appl. Math. Sci. – 1988. – Vol. 68. – xvi + 500 p.
2. Chepyzhov, V.V. Attractors for equations of mathematical physics / V.V. Chepyzhov, M.I. Vishik // Amer. Math. Soc. Colloq. Publ. – 2002. – Vol. 49. – xii + 363 pp.
3. Chepyzhov, V.V. Trajectory attractor for reaction-diffusion system with diffusion coefficient vanishing in time / V.V. Chepyzhov, M.I. Vishik // Discrete and Continuous Dynamical Systems A. – 2010. – Vol. 27, № 4. – P. 1493–1509.
4. Zelik, S. The attractor for a nonlinear reaction-diffusion system with a supercritical nonlinearity and its dimension / S. Zelik // Rend. Accad. Naz. Sci. XL Mem. Mat. Appl. – 2000. – Vol. 24. – P. 1–25.
5. Efendiev, M. Attractors of the reaction-diffusion systems with rapidly oscillating coefficients and their homogenization / M. Efendiev, S. Zelik // Ann. I. H. Poincaré. – 2002. – AN 19, № 6. – P. 961–989.
6. Лионс, Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.-Л. Лионс. – М.: Мир, 1972. – 588 с.
7. Бабин, А.В. Аттракторы эволюционных уравнений / А.В. Бабин, М.И. Вишик; отв. ред. П.Я. Кочина. – М.: Наука, 1989. – 294 с.

REFERENCES

1. Temam, R. Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics / R. Temam // Appl. Math. Sci. – 1988. – Vol. 68. – xvi + 500 p.
2. Chepyzhov, V.V. Attractors for equations of mathematical physics / V.V. Chepyzhov, M.I. Vishik // Amer. Math. Soc. Colloq. Publ. – 2002. – Vol. 49. – xii + 363 pp.
3. Chepyzhov, V.V. Trajectory attractor for reaction-diffusion system with diffusion coefficient vanishing in time / V.V. Chepyzhov, M.I. Vishik // Discrete and Continuous Dynamical Systems A. – 2010. – Vol. 27, № 4. – P. 1493–1509.
4. Zelik, S. The attractor for a nonlinear reaction-diffusion system with a supercritical nonlinearity and its dimension / S. Zelik // Rend. Accad. Naz. Sci. XL Mem. Mat. Appl. – 2000. – Vol. 24. – P. 1–25.
5. Efendiev, M. Attractors of the reaction-diffusion systems with rapidly oscillating coefficients and their homogenization / M. Efendiev, S. Zelik // Ann. I. H. Poincaré. – 2002. – AN 19, № 6. – P. 961–989.
6. Lions J.-L. *Nekotoryye metody resheniya nelineynykh krayevykh zadach* [Some methods of Non-Linear Boundary Problem Solution], М.: Mir, 1972, 588 p.
7. Babin A.V., Vishik M.I. *Attraktory evoliutsionnykh uravneni* [Attractors of Evolution Equations], М.: Nauka, 1989, 294 p.

Поступила в редакцию 09.11.2021

Адрес для корреспонденции: e-mail: sirius722@rambler.ru – Бородич С.М.

УДК 535.14+681.7

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ «СВЕТОВЫХ ПУЛЬ» В ПРОЗРАЧНЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

Н.Ю. Вислобоков

Витебский филиал Международного университета «МИТСО»

Одним из приоритетных направлений научной и инновационной деятельности сегодня являются математика и моделирование сложных функциональных систем наряду с исследованиями в области лазерных, плазменных и оптических технологий, что обуславливает актуальность численных исследований процессов нелинейной оптики и фотоники. Спектр применения результатов таких исследований – от разработки компонентов лазерных систем до создания устройств микроэлектроники.

Цель статьи – провести численное исследование закономерностей распространения и условий осуществления пространственно-временной локализации мощных лазерных импульсов в диэлектрических средах в условиях аномальной дисперсии.

Материал и методы. Численная модель распространения тераваттных лазерных импульсов в диэлектрических средах строится на основе волнового уравнения и нелинейного уравнения Шредингера, модифицированного для учета всех тех эффектов, которые проявляются в процессе распространения. В данном случае учтены самовоздействие импульсного излучения, нелинейность среды, дисперсия и ионизационные эффекты, индуцированные электромагнитным полем излучения.

Результаты и их обсуждение. Автором приводятся основные результаты численного исследования процесса распространения и филаментации мощных световых импульсов фемтосекундной длительности в полосе частот аномальной дисперсии для прозрачных диэлектриков типа плавленого кварца и CaF_2 . Выделен диапазон начальных параметров, благоприятствующих процессам филаментации и формирования т.н. «световых пуль», проходящих в кристалле диэлектрика на значительно большие расстояния.

Заключение. Таким образом, в данной работе составлена математическая и численная модель, позволяющая имитировать процесс распространения и филаментации мощных световых импульсов фемтосекундной длительности в полосе частот аномальной дисперсии для прозрачных диэлектриков типа плавленого кварца и CaF_2 . Посредством изучения эволюции пространственно-временного профиля, огибающей поля импульса и его частотного спектра выделен диапазон начальных параметров, благоприятствующих процессам филаментации и формирования «световых пуль», проходящих в кристалле диэлектрика расстояние не менее 1,5 см.

Ключевые слова: световой импульс, ультракороткий лазерный импульс, фемтосекундный импульс, филаментация, индуцированная ионизация, аномальная дисперсия.

NUMERICAL STUDY OF THE IMPACT OF LASER RADIATION PARAMETERS ON THE PROCESS OF “LIGHT BULLET” PRODUCTION IN TRANSPARENT DIELECTRICS

N.Yu. Vislobokov

Vitebsk Branch of The International University MITSO

One of the priority areas of scientific and innovative work today is mathematics and modeling of complex functioning systems along with the research in the field of laser, plasma and optic technologies, which determines the relevance of numerical studies of non-linear optics and photonics processes. The range of the application of such research findings varies from the development of laser system components to the creation of microelectronic devices.

The purpose of the article is to conduct a numerical study of the propagation pattern and conditions for space and time localization of high-power laser pulses in dielectric media under conditions of anomalous dispersion.

Material and methods. The numerical model of the propagation of terawatt laser pulses in dielectric media is constructed on the basis of the wave equation and Schrodinger non-linear equation, modified to account for all the effects which appear in the process of propagation. In this case the self-impact of pulse radiation, the non-linearity of the media, dispersion and ionization effects, which are induced by the electromagnetic field of the radiation, are taken into consideration.

Findings and their discussion. The author presents the main results of the numerical study of the process of propagation and filamentation of high-power femtosecond light pulses in the frequency band of anomalous dispersion for transparent dielectrics such as fused quartz and CaF_2 . The range of initial parameters favoring the processes of filamentation and shaping the so-called light bullets, which go through a dielectric crystal over much longer distances, is identified.

Conclusion. Thus, in the paper a mathematical and numerical model is compiled that makes it possible to simulate the process of propagation and filamentation of high-power femtosecond pulses in the frequency band of anomalous dispersion for transparent dielectrics such as fused quartz and CaF_2 . By studying the evolution of the space and time profile which envelopes the pulse field and its frequency spectrum, a range of initial parameters that favors the processes of filamentation and shaping light bullets which go through the dielectric crystal over the distance of at least 1,5 cm, is identified.

Key words: light pulse, ultrashort laser pulse, femtosecond pulse, filamentation, induced ionization, anomalous dispersion.

Одним из приоритетных направлений научной и инновационной деятельности сегодня является математика и моделирование сложных функциональных систем наряду с исследованиями в области лазерных, плазменных, оптических технологий и оборудования, что делает безусловно одними из наиболее актуальных и перспективных численные исследования процессов нелинейной оптики, фотоники и распространения лазерного излучения в различных средах. Непосредственно предшествуют разработке новых видов продукции и технологических решений исследования экспериментальные, однако данному виду исследований, ввиду широчайшего диапазона возможных направлений и параметров для проведения эксперимента, всегда предшествует исследование численное, позволяющее смоделировать в виртуальной среде и предсказать с определенной точностью результаты реального эксперимента. Данное обстоятельство обуславливает особую значимость как математического, компьютерного и численного исследования в целом, так и численного исследования процессов филаментации и пространственно-временной локализации высокоинтенсивных ультракоротких лазерных импульсов в прозрачных диэлектрических средах, включая формирование областей с динамически изменяющимися характеристиками и параметрами, в частности.

Интерес ученых к исследованиям в этой области активизировался и не ослабевает со времен разработки лазерных систем, генерирующих импульсы с тераваттной пиковой интенсивностью фемтосекундной длительностью, которые распространялись во многих средах, значительно лучше сохраняя энергию импульса и не повреждая среду распространения, чем импульсы даже пикосекундной длительности. Однако с самого начала исследований было очевидно, что изучение процессов, связанных с распространением таких импульсов, является вопросом насколько интересным и перспективным для изучения и дальнейшего применения результатов исследований, так и сложным, из-за того, что целый ряд процессов и явлений активизируется и протекает одновременно.

Соответственно после проведения исследований того, какие именно процессы сопровождают прохождение высокоинтенсивных ультракоротких лазерных импульсов в различных средах (твердотельных, жидких и газообразных), включая закономерности генерации электронной плазмы, многофотонного поглощения и условий лавинного плазмаобразования, особое значение приобрели исследования в области формирования квазисолитонов и пульсирующих каналов в прозрачных диэлектриках [1–3], изучения влияния обратных волн, отраженных от т.н. нелинейного фокуса [4], а также воздействия индуцированной плазмы электронов и дисперсии на ширину спектра мощных оптических импульсов и условий генерации суперконтинуального излучения [5].

Логичным продолжением данных исследований являются научные изыскания в сфере фемтосекундной филаментации и формирования так называемых «световых пуль» (самоорганизующихся локализованных в пространстве-времени и солитоноподобных в процессе распространения электромагнитных волновых пакетов [6–7]), которые сегодня можно отнести к одним из наиболее актуальных. Причем надо отметить, что особого внимания в рамках указанного научного направления заслуживает проблема исследования динамики процессов филаментации оптических импульсов ультракороткой (фемтосекундной) длительности в кристаллах прозрачных диэлектриков, характеризующихся аномальной дисперсией, а также эволюционных закономерностей изменения их параметров и характеристик в процессе распространения.

Обусловлено это в первую очередь просто огромной шириной спектра возможных применений результатов исследований в данной области. Так, например, их можно будет использовать в спектроскопии, для разработки компонентов лазерных систем, в проектировании и производстве

волноводов [6], при создании инновационных 3D накопителей информации и целого ряда других устройств микроэлектроники [2; 5; 7; 8].

В настоящей работе нами приводятся основные результаты численного исследования процесса распространения и филаментации мощных световых импульсов фемтосекундной длительности в полосе частот аномальной дисперсии для прозрачных диэлектриков типа плавленого кварца и CaF_2 . Выделен диапазон начальных параметров, благоприятствующих пространственно-временной локализации таких импульсов в структуры, проявляющие свойства солитонов при распространении («световые пули») и проходящие в кристалле диэлектрика на значительные расстояния.

Цель исследования – провести численное исследование закономерностей распространения и условий осуществления пространственно-временной локализации мощных лазерных импульсов в диэлектрических средах в условиях аномальной дисперсии.

Материал и методы. Известно, что «световые пули» наблюдались в ряде случаев при распространении световых пучков со сложным пространственным профилем огибающей интенсивности и в линейном режиме, однако наиболее интересно и актуально для дальнейшего применения исследование динамики появления солитоноподобных волновых пакетов в нелинейных режимах распространения как результата процесса динамической локализации профиля мощного электромагнитного импульса, поддерживающейся на сравнительно протяженном интервале благодаря установлению динамического равновесия фокусирующих и дефокусирующих эффектов (т.н. эффекта филаментации) в процессе распространения лазерных импульсов высокой мощности в прозрачных диэлектрических средах с аномальной дисперсией (плавленый кварц, CaF_2). Причем следует отметить, что от процессов расщепления импульса на субимпульсы под воздействием плазмы свободных электронов достаточно высокой плотности [4] и пульсирующего режима распространения ультракоротких импульсов [5] «световые пули» отличает наличие локализации профиля огибающей интенсивности, как по пространственной, так и по временной координатам одновременно [3] и отсутствие непосредственной зависимости от субимпульсов, находящихся в непосредственной близости (опережающих или отстающих по временной координате на время $< \tau_r$, где τ_r – время релаксации среды).

Результаты и их обсуждение. С математической точки зрения, эволюционное уравнение для распространения лазерных импульсов с пиковой интенсивностью ($I = |E^2|$) более 10^{12}Вт/см^2 в диэлектрических средах строится на основе волнового уравнения $\Delta E - \ddot{D}/c^2 = 0$ с индукцией

$$D = \int_{-\infty}^t \varepsilon(r, z, t - t') E(t') dt', \quad (1)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость, и нелинейного уравнения Шредингера, модифицированного для учета всех тех эффектов, которые проявляются в процессе распространения, в том числе и эффектов, вызванных электромагнитным полем самого излучения. В данном случае нам необходимо учесть самовоздействие импульсного излучения и нелинейность самой среды распространения, которая вводится в уравнение через нелинейную и зависящую от интенсивности (I) поправку n_i в показателе преломления $n = (n_0 + n_2 I^2 + n_4 I^4 + \Delta n_e)$, где $(i+1)$ соответствует порядку нелинейности, а Δn_e – изменение, вызванное ионизированной плазмой, а также дисперсионные и ионизационные эффекты, индуцированные возрастанием напряженности электромагнитного поля (E). Поправка Δn_e может быть вычислена как соотношение:

$$\Delta n_e = - \frac{2\pi e^2 \rho}{n_0 m_e (\omega_0^2 + \nu^2)}, \quad (2)$$

где e и m_e – заряд и масса электрона соответственно, а ν – их частота столкновений, ρ – плотность плазмы свободных электронов. А учет того, что в данном случае $\omega_0^2 \gg \nu^2$, позволит сделать вычисления более простыми. Влиянием волны, отраженной от неоднородностей диэлектрика, в нашем случае можно пренебречь даже в области максимальной амплитуды данной волны.

Кроме того, необходимо помнить и том, что в одних диапазонах частот дисперсия групповой скорости оказывает рассеивающее влияние на временной профиль поля импульсного пучка, которое считается нормальным, а в других – компрессионное (аномальная дисперсия).

В процессе численного исследования начальные параметры импульсного излучения для 2D+1 случая выберем соответствующими типовым характеристикам такового для реальных лазерных систем, генерирующих импульсы фемтосекундной длительности, с гауссовой формой осесимметричной огибающей напряженности электромагнитного поля, варьируемыми начальными длительностью (τ_0) и шириной (w_0) импульса:

$$\begin{aligned} E(r, z = 0, \tau) &= E_0 \exp \left[-\frac{r^2}{2w_0^2} - \frac{\tau^2}{2\tau_0^2} \right], \\ I_0 &= |E_0|^2, \\ P_{in} &= \pi I_0 w_0^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Граничные условия очевидны и могут быть записаны как

$$\begin{cases} E(z, r = R, t) = 0 \\ \frac{\partial E(z, r=0, t)}{\partial r} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

А параметры диэлектрика как среды распространения установим соответствующими характеристикам кварцевого стекла bk7 и CaF₂. Начальную несущую частоту (ω_0) будем варьировать в пределах полосы аномальной дисперсии, т.к. известно, что именно в этом диапазоне частот для исследуемых диэлектриков наблюдалось формирование «световых пульс».

Изменение частоты в любой точке пространства и любой момент времени может быть вычислено через временной градиент нелинейной фазы φ_{nl} :

$$\Delta\omega(r, \tau) = \frac{\partial \varphi_{nl}(r, \tau)}{\partial \tau}. \quad (5)$$

Теперь перейдем к системе уравнений численной модели. После проведения математических преобразований по методикам, аналогичным тем, которые уже были описаны в [4], получим уравнение, описывающее динамику изменения пространственно-временного профиля огибающей комплексной напряженности электромагнитного поля вдоль продольной координаты z:

$$\begin{aligned} &\frac{\gamma \alpha_1}{2} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{i \Delta_1 E}{2k_0 n_0} + \frac{\partial E}{\partial z} + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{d(\ln n_{nl})}{dz} E - \frac{ik_0}{2n_0} (n^2 - n_{nl}^2) E - \\ &- \gamma \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\beta_m + i \alpha_m}{2m!} \left(i \frac{\partial}{\partial t} \right)^m E - \frac{4\pi}{cn_0} \partial_t \chi_{nl} E = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$n_{nl} = n_2 I^2 + n_4 I^4 + \Delta n_e, \quad (7)$$

$$\gamma = \frac{n_2 I^2 + n_4 I^4 + \Delta n_e}{n_0}, \quad (8)$$

где χ_{nl} – диэлектрическая восприимчивость, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, при этом λ_0 – начальная длина волны на несущей частоте, β_1 и β_m вычисляются по методике, описанной в [4].

Далее учитывая, кроме нелинейностей 3-го и 5-го порядков, эффекты, обусловленные ионизацией кристалла диэлектрика электромагнитным полем проходящего светового импульса, и помня о необходимости изучения также частотного спектра излучения, получим следующее уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial z} = & \frac{i(\partial^2 k / \partial \omega^2)^{-1}}{2k} \nabla_{\perp} E - \\ & - \frac{i}{2} \partial^2 k / \partial \omega^2 \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} - \left(\frac{\sigma}{2} \hat{T}^{-1} (1 + i\omega\tau_c) \rho \right) E - \\ & - \frac{1}{2} \frac{W(|E|) \cdot U}{|E|^2} E - \frac{i}{2k} \alpha E + G, \end{aligned} \quad (9)$$

$$G = ik_0 n_2 \hat{T} |E|^2 E + ik_0 n_4 \hat{T} |E|^4 E, \quad (10)$$

где $D = \frac{i}{2} \partial^2 k / \partial \omega^2$, k_0 – начальный волновой вектор; $\tau = t - \frac{z}{v_g}$, где v_g – групповая скорость, ρ – плотность электронной плазмы в поле электромагнитного импульса, $W(|E|)$ – скорость фотонной ионизации будем вычислять согласно модели, уже рассмотренной нами в [4], оператор $\hat{T} = \left(\frac{i\partial}{\omega\tau_p\partial\tau} + 1 \right)$, параметр σ – характеризует тормозное излучение и вычисляется по формуле, предложенной Друдде-Стюартом.

Далее для завершения численной модели и перехода к исследованию перейдем к безразмерным величинам путем нормирования всех величин и параметров на характерные величины, такие как дифракционная (L_0), плотность электронов вне поля импульса (ρ_0), начальные длительность и ширина импульса (так, например, от величин E, z, τ, w, ρ перейдем к безразмерным $A, \zeta, \tau', w', \rho'$):

$$\begin{aligned} |E|^2 = I_0 |A|^2, \quad \zeta = \frac{z}{L_0}, \\ \tau' = \frac{\left(t - \frac{z}{v_g} \right)}{\tau_p}, \quad w' = \frac{w}{w_0}, \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_0}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$L_0 = L_{df} = \frac{kw_0^2}{2}, \quad \frac{L_0}{2kw_0^2} = \frac{1}{4}.$$

Соответственно уравнение для плотности индуцированной электронной плазмы можно будет записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} = W_{PIM} + \eta_{PL} |A|^2 \rho - \eta_r \rho, \\ W_{PIM} = W_{PI} \cdot \tau_p / \rho_0, \quad \eta_{PL} = \tau_p I_0 \sigma_{IBS} / U, \quad \eta_r = \tau_p / \tau_r, \end{aligned} \quad (12)$$

где величину W_{PIM} будем рассчитывать по методике, уже описанной автором ранее в статье [5].

В ходе численного исследования изучались закономерности процесса эволюции профиля огибающей интенсивности ультракоротких импульсов мощностью $(1 - 10) \cdot 10^{12}$ Вт/см², а также их параметров в процессе прохождения через диэлектрические среды с параметрами, соответствующими bk7 и CaF₂ в условиях аномальной дисперсии, благоприятных для филаментации излучения. На основе данных об интенсивности электромагнитного поля в различных точках пространства исследовалось поведение сформировавшихся филаментов.

По результатам численного исследования четко наблюдалось, что в начале распространения в диэлектрике первоначально осесимметричный импульс подвергается фокусировке в начале по пространственной координате (рис. 1а, 1б), что легко объяснимо воздействием нелинейностей 3-го и 5-го порядков для мощности $P > P_{cr}$, а затем под воздействием аномальной дисперсии групповой скорости еще и по временной (рис. 1в), благодаря чему его форма становится опять близкой к осесимметричной, однако энергия импульса уже в значительно большей степени сконцентрирована в его центре, т.е. возрастает пиковая интенсивность (рис. 2). Такое возрастание пиковой интенсивности излучения приводит к значительному увеличению плотности плазмы свободных электронов (ПСЭ) (рис. 3), фактически изменяющей свойства среды распространения и оказывающей обратное действие на форму пространственно-временной огибающей профиля лазерного импульса, приводя к рассеиванию его

энергии вплоть до остановки процессов фокусировки и установления динамического равновесия, благодаря которому при благоприятных условиях появляется локализованный в пространстве–времени импульсный пучок высокой мощности, поведение которого при распространении во многом напоминает солитон, т.е. можно сказать, что наблюдается появление т.н. «световой пули», которая продолжает свое движение, однако из-за высокой концентрации энергии и, как следствие, плотности ПСЭ в центре импульса существует достаточно большой риск ее распада на субимпульсы. Одновременно в процессе дальнейшего распространения возможна и обратная самоорганизация субимпульсов в единый волновой пакет.

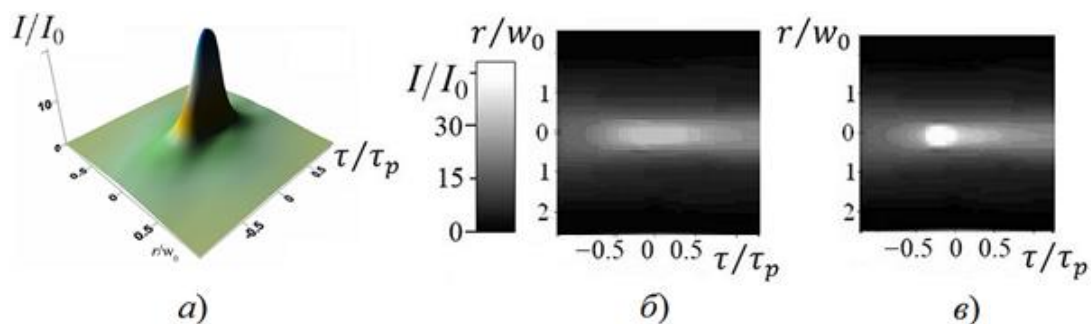


Рис. 1. Пространственно-временное (а) и тоновое (б) изображения пространственно-временного распределения интенсивности ультракороткого импульса, распространяющегося в плавленом кварце, на расстоянии 0,5 см от входа; тоновое изображение того же импульса на расстоянии 1,87 см от входа (в)

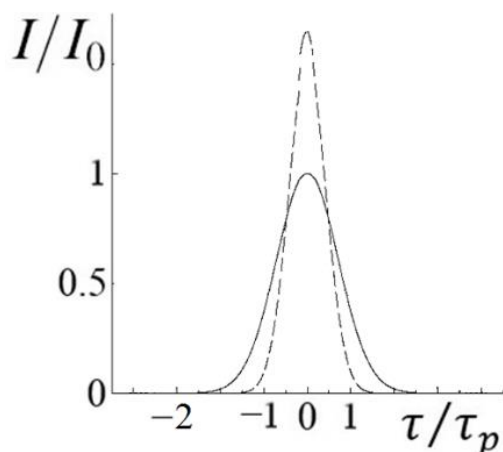


Рис. 2. Изменение огибающей интенсивности импульса в среде с аномальной дисперсией (в плавленом кварце, на входе – сплошная линия и на расстоянии 0,1 см от входа – штриховая линия)

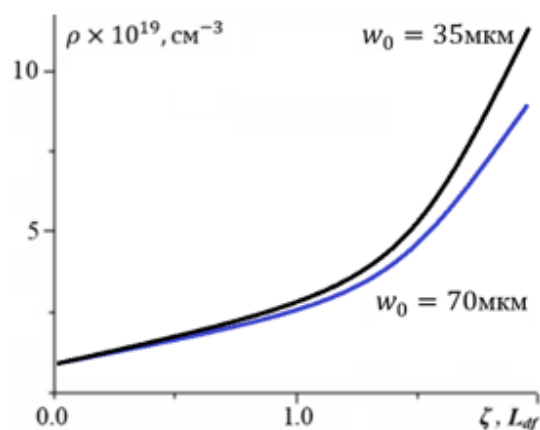


Рис. 3. Динамика изменения плотности плазмы свободных электронов в плавленом кварце при разных значениях начальной ширины светового пучка

Соответственно далее перейдем к вопросу выявления диапазона начальных параметров излучения, способствующих возникновению долгоживущих «световых пуль», возможности определять место их формирования и управления их параметрами, а также условий, приводящих к самоорганизации субимпульсов, появившихся в результате распада, обратно в единый волновой пакет без значимого рассеивания энергии. Вначале определим такие параметры, как длительность импульса и ширина пучка, благоприятные для появления «световой пули» в CaF₂ bk7 при несущей частоте, соответствующей 3 мкм. Для этого повaryируем τ_p в пределах от 10 до 300 фс с шагом 5 фс, а w_0 в пределах от 5 до 100 мкм – с шагом 5 мкм. Было выявлено, что при заданной начальной мощности вероятность фокусировки энергии импульса в локализованный волновой пакет с солитоноподобными свойствами, распространяющийся до распада по крайней мере на 1,5 см от входа, значительно повышалась, при начальных длительностях $\tau_p = 30 \div 50$ фс и $w_0 = 20 \div 50$ мкм для bk7 и $\tau_p = 15 \div 30$ фс и $w_0 = 10 \div 50$ мкм для CaF₂. В то же время надо отметить, что особого внимания требует вопрос

изучения того, как влияет мощность импульса на изучаемое явление и как изменяется спектр излучения на разных удаленностях от центра импульсного пучка.

Заключение. Таким образом, в данной работе составлена математическая и численная модель, позволяющая имитировать процесс распространения и филаментации мощных световых импульсов фемтосекундной длительности в полосе частот аномальной дисперсии для прозрачных диэлектриков типа плавленого кварца и CaF_2 . На основе изучения эволюции пространственно-временного профиля, огибающей поля импульса и его частотного спектра выделен диапазон начальных параметров, благоприятствующих процессам филаментации и формирования т.н. «световых пульс», проходящих в кристалле диэлектрика расстояние не менее 1,5 см, а также обоснована особая значимость изучения эволюции частотного спектра излучения в процессе филаментации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zaloznaya, E.D. Similarity parameter for the process of mid-IR light bullet formation / E.D. Zaloznaya [et al.] // *Quantum Electronics*. – 2020. – Vol. 50, № 8. – P. 354–372.
2. Proudnik, A. Electromagnetic interference shielding properties of the Cu, Ti and Cr coatings deposited by Arc-PVD on textile materials / A. Proudnik, Y. Zamastotsky, V. Siarheyev, V. Siuborov, E. Stankevich, I. Pobol // *Przegląd Elektrotechniczny*. – 2012. – Vol. 1, № 6. – P. 81–83.
3. Fu, W. High-power femtosecond pulses without a modelocked laser / W. Fu, L.G. Wright, F.W. Wise // *JOSA Optica*. – 2017. – Vol. 4, № 7. – P. 831–834.
4. Вислобоков, Н.Ю. Численное моделирование филаментации ультракороткого импульсного излучения в диэлектриках в условиях аномальной дисперсии / Н.Ю. Вислобоков // *Весн. Віцеб. дзярж. ун-та*. – 2022. – № 1(114). – С. 26–33.
5. Вислобоков, Н.Ю. Численное моделирование процесса формирования пульсирующего канала распространения мощного светового импульса в прозрачных диэлектриках / Н.Ю. Вислобоков // *Весн. Віцеб. дзярж. ун-та*. – 2018. – № 4(101). – С. 29–37.
6. Hayden, T. Large amplitude wavelength modulation spectroscopy for sensitive measurements of broad absorbers / T.S. Hayden, G.B. Rieker // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24, № 4. – P. 27910–27921.
7. Sugioka, K. Ultrafast lasers-reliable tools for advanced materials processing / K. Sugioka and Y. Cheng // *Light Sci. Appl.* – 2014. – Vol. 85, № 3. – P. 435–448.

REFERENCES

1. Zaloznaya, E.D. Similarity parameter for the process of mid-IR light bullet formation / E.D. Zaloznaya [et al.] // *Quantum Electronics*. – 2020. – Vol. 50, № 8. – P. 354–372.
2. Proudnik, A. Electromagnetic interference shielding properties of the Cu, Ti and Cr coatings deposited by Arc-PVD on textile materials / A. Proudnik, Y. Zamastotsky, V. Siarheyev, V. Siuborov, E. Stankevich, I. Pobol // *Przegląd Elektrotechniczny*. – 2012. – Vol. 1, № 6. – P. 81–83.
3. Fu, W. High-power femtosecond pulses without a modelocked laser / W. Fu, L.G. Wright, F.W. Wise // *JOSA Optica*. – 2017. – Vol. 4, № 7. – P. 831–834.
4. Vislobokov N.Yu. *Vesn. Vitseb. dziarzh. un-ta* [Bulletin of Vitebsk State University], 2022, 1(114), pp. 26–33.
5. Vislobokov N.Yu. *Vesn. Vitseb. dziarzh. un-ta* [Bulletin of Vitebsk State University], 2018, 4(101), pp. 29–37.
6. Hayden, T. Large amplitude wavelength modulation spectroscopy for sensitive measurements of broad absorbers / T.S. Hayden, G.B. Rieker // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24, № 4. – P. 27910–27921.
7. Sugioka, K. Ultrafast lasers-reliable tools for advanced materials processing / K. Sugioka and Y. Cheng // *Light Sci. Appl.* – 2014. – Vol. 85, № 3. – P. 435–448.

Поступила в редакцию 11.10.2022

Адрес для корреспонденции: e-mail: nkt_2004@mail.ru – Вислобоков Н.Ю.



БІАЛОГІЯ

УДК 631.6:631.879.4:631.445.24

АГРОЭКОЛОГИЧЕСКИЕ И МИКРОБИОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОКУЛЬТУРИВАНИЯ ДЕРНОВО- ПОДЗОЛИСТОЙ ПЕСЧАНОЙ ПОЧВЫ БЕЛАРУСИ

Е.Е. Гаевский, Я.К. Куликов

Белорусский государственный университет

Показана высокая эффективность окультуривания дерново-подзолистой песчаной почвы путем разового внесения высоких доз суглинка и торфонавозного компоста. Окультуривание этой почвы достигается за счет значительного повышения содержания гумуса и улучшения его качественного состава. Подобным образом оптимизируются агрохимические свойства и водный режим почвы, а также возрастает ее биологическая активность.

Цель статьи – выявление агроэкологических и микробиологических особенностей окультуривания дерново-подзолистой песчаной почвы путем ее торфования и землевания.

Материал и методы. Полевые опыты проводились на базе хозяйства «ПМК-16 АГРО» Борисовского района Минской области на дерново-подзолистой связнопесчаной почве.

Схема полевого опыта включала 5 вариантов, где на опытные деланки площадью 50 м² в четырехкратной повторности вносился суглинок из расчета 100, 200, 300 и 400 т/га, а также торфонавозный компост в дозе 200 т/га с соотношением навоза к торфу 1:1.

Результаты и их обсуждение. В процессе окультуривания дерново-подзолистой песчаной почвы путем торфования и землевания повышалось содержание гумуса с 1,4 до 3,0%.

Структурная мелиорация улучшила качественный состав гумуса, что проявилось в увеличении удельного веса гуминовых кислот и уменьшении доли фульвокислот.

Окультуривание песчаной почвы способом торфования и землевания оказало положительное влияние на ее биологическую активность, что выразилось в увеличении численности гетеротрофных бактерий, актиномицетов и микроскопических грибов. Это обеспечило активную минерализацию органического вещества, внесенного с торфом и суглинком в песчаную почву, освобождение азота и превращение его в минеральные соединения.

Заключение. Окультуривание дерново-подзолистой песчаной почвы под действием торфования и землевания достигается за счет изменения направленности микробиологических процессов минерализации и гумификации органических веществ в пользу синтеза гуминовых кислот и улучшения их качественного состава, что приводит к накоплению гумуса и формированию его положительного баланса.

Ключевые слова: торфование, землевание, песчаная почва, торфонавозный компост, суглинок, гумус, микробиологическое разнообразие, биологическая активность.

AGROECOLOGICAL AND MICROBIOLOGICAL SPECIFICITIES OF SANDY SODDY-PODZOLIC SOIL CULTIVATION IN BELARUS

E.E. Gayevski, Ya.K. Kulikov
Belarusian State University

High efficiency of the single application of peat-manure compost and loam for optimizing the properties of sandy soddy-podzolic soil was shown. Cultivation of sandy soil occurs through significant increase of the content of the physical clay and humus, as well as its qualitative composition improvement. Thereupon the agrochemical characteristics and water regime of soil are improved; its biological activity increases.

The purpose of our research was to identify agro-ecological and microbiological features of the cultivation of soddy-podzolic sandy soil by peat and earthing.

Material and methods. *Field experiments were carried out on the basis of the farm in Borisov District of Minsk Region on soddy-podzolic cohesive sandy soil.*

The scheme of the field experiment included 5 options, where loam was introduced into 50 m² of the experimental plots in four replicates at the rate of 100, 200, 300 and 400 t / hectare, as well as peat-manure compost at a dose of 200 t / hectare with a ratio of manure to peat 1:1.

Findings and their discussion. *In the process of cultivation of soddy-podzolic sandy soil by peat and earthing, the humus content increased from 1.4 to 3.0%.*

Structural amelioration improved the qualitative composition of humus, which manifested itself in an increase in the specific gravity of humic acids and a decrease in the proportion of fulvic acids. The cultivation of sandy soil by peat and land cultivation had a positive effect on its biological activity. This was manifested in an increase in the number of heterotrophic bacteria, actinomycetes, and microscopic fungi. This ensured active mineralization of organic matter introduced with peat and loam into sandy soil, liberation of nitrogen and its transformation into ammonium and nitrate compounds.

Conclusion. *Cultivation of soddy-podzolic sandy soil under the influence of peat and earthing is achieved by changing the direction of microbiological processes of mineralization and humification of organic substances in favor of the synthesis of humic acids and improving their qualitative composition, which leads to the accumulation of humus and the formation of its positive balance.*

Key words: *peat fertilization, earthing, sandy soil, peat-manure compost, loam, humus, microbiological diversity, biological activity.*

Перспективным направлением окультуривания дерново-подзолистых песчаных почв, занимающих более 20% площади пахотных земель Беларуси, является улучшение их свойств под действием торфования и землевания.

Актуальность данного подхода заключается в том, что он позволяет коренным образом изменять направленность почвообразовательных процессов в пользу гумификации органических веществ и обеспечивает ускоренное окультуривание этих почв. Однако теоретические основы таких структурных мелиораций разработаны слабо вследствие недостаточной изученности микробиологических механизмов воспроизводства почвенного плодородия [1; 2].

Повышение продуктивности сельскохозяйственных культур на низкоплодородных песчаных почвах невозможно без разработки новых приемов и методов их использования, основанных на максимальной интродукции биологических факторов, в частности почвенной микробиоты. Поэтому выбор и уточнение адекватных, объективных и достоверных целевых индикаторов биологического состояния земель сельскохозяйственного назначения является важным и необходимым как для определения качества почв, так и при разработке мер по воспроизводству почвенного плодородия в каждом конкретном регионе. Это поможет достигнуть высокого уровня экономической эффективности использования песчаных почв, позволяющего снять вопрос о целесообразности вывода их из сельскохозяйственного оборота и тем самым повысить уровень продовольственной безопасности страны [3–5].

Цель исследования – выявление агроэкологических и микробиологических особенностей окультуривания дерново-подзолистой песчаной почвы путем ее торфования и землевания.

Материал и методы. Полевые опыты проводились на базе хозяйства «ПМК-16 АГРО» Борисовского района Минской области на дерново-подзолистой связнопесчаной почве.

Для анализа отбирали почвенные образцы, в которых определяли рН в солевой вытяжке, подвижный фосфор по Кирсанову, обменный калий по Масловой, сумму поглощенных оснований по методу Каппена–Гильковица, гумус по Тюрину, физическую глину по Качинскому [6].

Схема полевого опыта включает 5 вариантов, где на опытные делянки площадью 50 м² в четырехкратной повторности вносился суглинок из расчета 100, 200, 300 и 400 т/га, а также торфонавозный компост в дозе 200 т/га с соотношением навоза к торфу 1:1 [5].

Вносимый легкий суглинок характеризовался следующими агрохимическими показателями: рН 6,1; сумма поглощенных оснований – 4,3 м-экв/100 г почвы; подвижный фосфор – 22,9 мг/100 г почвы; обменный калий – 33,0 мг/100 г почвы; содержание меди – 1,0 мг/кг, цинка – 4,6 мг/кг, бора – 0,44 мг/кг. Содержание физической глины – 26%, содержание гумуса – 1,8%.

Для приготовления торфонавозного компоста нами использовался низинный торф с зольностью 30%, который характеризовался следующими показателями: рН 6,4; сумма поглощенных оснований – 19,6 м-экв/100 г почвы; подвижный фосфор – 99,1 мг/100 г почвы; обменный калий – 120,0 мг/100 г почвы; содержание меди – 3,6 мг/кг, цинка – 14,4 мг/кг, бора – 2,7 мг/кг.

В торфонавозном компосте 70% влажности содержалось (в кг/т): органического вещества – 220, N_{общ} – 6, P₂O₅ – 2, K₂O – 5, CaO – 4,5, MgO – 1.

В первый год оптимизации песчаной почвы возделывалась пропашная культура (картофель). Это позволило уже в данный период оптимизации создать равномерное перемешивание минеральных и органических частиц пахотного горизонта. Во второй год оптимизации выращивался ячмень. При выращивании зерновой культуры практически создается равномерный органо-минеральный пахотный горизонт. Последствием оптимизации на третий-пятый год после внесения торфонавозного компоста и суглинка изучали на многолетних бобово-злаковых травах (клевер луговой *Trifolium pretense* L., тимфеевка луговая *Phleum pretense* L., ежа сборная *Dactylis glomerata* L.). В качестве фона вносили минеральные удобрения из расчета N₂₀P₄₀K₈₀ (картофель), P₄₀K₈₀ (ячмень) и N₄₀P₈₀K₁₂₀ (многолетние травы) в виде аммиачной селитры, простого суперфосфата и хлористого калия.

Обработку почвы, сроки посадки и уход за культурой в период вегетации проводили в соответствии с агротехническими требованиями, рекомендуемыми для центральной части Беларуси.

Учет урожая осуществляли поделочно с использованием общепринятой методики. Во время уборки урожая проводили отбор образцов клубней, зерна и сена с пяти вариантов в четырехкратной повторности, в которых определяли общий азот методом Къельдаля, содержание протеина путем умножения общего азота на коэффициент 5,7, микроэлементы и тяжелые металлы на атомно-абсорбционном спектрофотометре по методу ЦИНАО.

Статистическая обработка урожайных данных проведена по Доспехову [7].

При изучении активности целлюлозоразрушающих микроорганизмов дерново-подзолистой песчаной почвы применяли метод аппликаций по методике Д.Г. Звягинцева [7]. В почву на глубину 50 см в вертикальном положении закладывались стеклянные пластинки размером 5–50 см, обернутые льняной тканью, предварительно взвешенной.

Опыт проводился в девятикратной повторности. Через определенное время (экспозиция от 30 до 80 дней) пластинки выкапывали, с них осторожно смывались частички почвы, ткань просушивали и повторно взвешивали. По разности веса ткани до и после экспозиции выявлялась интенсивность жизнедеятельности целлюлозоразрушающих микроорганизмов.

Учет численности микроорганизмов, определение дыхания почвы и активности ее гидролитических ферментов проводили по общепринятой методике [8].

Результаты и их обсуждение. Результаты проведенных исследований показали, что в окультуренной дерново-подзолистой песчаной почве накапливаются минералы с высоким некомпенсированным зарядом в набухающих пакетах, а также минералы с высокой степенью структурной неупорядоченности, которые, взаимодействуя с органическим веществом, образовывали водопрочные глино-гумусовые микроагрегаты. Конечным итогом такого взаимодействия является накопление биохимически устойчивых органо-минеральных соединений, что приводит к закреплению гумуса в почве.

Влажность пахотного горизонта песчаной почвы в процессе торфования и землевания заметно возрастала. И хотя абсолютная величина влажности в течение вегетационного периода изменялась в результате неравномерного выпадения атмосферных осадков, колебания влажности почвы

на окультуренных участках приобретали более выровненный характер, что обеспечивало улучшение экологических условий для роста и развития сельскохозяйственных культур. Данная закономерность прослеживалась во все годы исследований под различными сельскохозяйственными культурами. Создание почвенного профиля с добавлением торфа и суглинка позволяло более рационально использовать влагу и быстрее восстанавливать оптимальный водный режим при экстремальных погодных условиях. Внесение торфонавозного компоста и суглинка в дерново-подзолистую песчаную почву сопровождается уменьшением количества крупных пор, занятых воздухом, и увеличением мелких пор, заполненных водой, что обеспечивает повышение ее водоудерживающей способности в 2–3 раза. В основе этого механизма лежат процессы, имеющие коллоидную химическую природу. Как известно, в состав торфонавозного компоста и суглинка входят разнообразные органические соединения, многие из которых обладают свойством поверхностной активности, поскольку они понижают поверхностное натяжение воды, а следовательно, повышают ее смачивающую способность и возможность проникновения в мелкие поры почвы [9].

Содержание гумуса в пахотном горизонте песчаной почвы под действием торфования и землевания возрастало с 1,4 до 3%. И в последующие годы оно продолжало оставаться на высоком уровне. Изучение фракционно-группового состава гумуса показало, что структурная мелиорация оказывает положительное влияние на его качественный состав. Это проявилось в повышении удельного веса гуминовых кислот и уменьшении доли фульвокислот, что сопровождалось увеличением отношения углерода гуминовых кислот к углероду фульвокислот и свидетельствовало об активизации темпов гумификации органического вещества под действием окультуривания песчаной почвы. Следует отметить, что содержание гуминовых кислот возрастало, главным образом, за счет первой и третьей фракции, т.е. фракций, связанных с полуторными оксидами и глинистыми минералами. Это значит, что в результате оптимизации песчаной почвы органическое вещество превращается в менее подвижные формы. Оно становится более устойчивым против разрушения и вымывания и, следовательно, более способным к закреплению и накоплению в верхних слоях почвы. Полученные данные подтверждают то, что окультуривание песчаной почвы под действием торфования и землевания развивается по пути усиления дернового процесса почвообразования.

Расчетные данные продемонстрировали (табл. 1), что в первый год окультуривания песчаной почвы при возделывании картофеля в почве формируется положительный баланс гумуса, который значительно возрастает с увеличением доз внесенного суглинка.

Таблица 1

Влияние окультуривания дерново-подзолистой песчаной почвы на баланс гумуса, ц/га

| Вариант | Всего образуется гумуса за счет растительных остатков и органических удобрений | Потери гумуса почвы на минерализацию | Баланс гумуса |
|--|--|--------------------------------------|---------------|
| Картофель, 2006 г. | | | |
| 1 | 80 | 30 | 50 |
| 2 | 150 | 14 | 136 |
| 3 | 230 | 16 | 214 |
| 4 | 310 | 18 | 292 |
| 5 | 390 | 20 | 370 |
| Ячмень, 2007 г. | | | |
| 1 | 10 | 22 | -12 |
| 2 | 13 | 24 | -11 |
| 3 | 16 | 26 | -10 |
| 4 | 20 | 30 | -10 |
| 5 | 26 | 34 | -8 |
| Многолетние травы 1-го года пользования, 2008 г. | | | |
| 1 | 31 | 25 | 6 |
| 2 | 35 | 28 | 7 |
| 3 | 38 | 30 | 8 |

Окончание табл. 1

| | | | |
|--|----|----|----|
| 4 | 41 | 32 | 9 |
| 5 | 43 | 33 | 10 |
| Многолетние травы 2-го года пользования, 2009 г. | | | |
| 1 | 26 | 20 | 6 |
| 2 | 30 | 24 | 6 |
| 3 | 32 | 25 | 7 |
| 4 | 35 | 27 | 8 |
| 5 | 37 | 28 | 9 |
| Многолетние травы 3-го года пользования, 2010 г. | | | |
| 1 | 30 | 22 | 8 |
| 2 | 33 | 23 | 10 |
| 3 | 35 | 24 | 11 |
| 4 | 37 | 25 | 12 |
| 5 | 39 | 26 | 13 |

Примечание: схема полевого опыта включала 5 вариантов: 1. Контроль (фон). 2. Фон + 200 т/га компоста + 100 т/га суглинка. 3. Фон + 200 т/га компоста + 200 т/га суглинка. 4. Фон + 200 т/га компоста + 300 т/га суглинка. 5. Фон + 200 т/га компоста + 400 т/га суглинка.

Это обусловлено тем, что накопление гумуса в почве за счет гумификации значительно превосходит его потери, связанные с минерализацией. На второй год окультуривания почвы при возделывании ячменя на всех вариантах опыта выявлен отрицательный баланс гумуса, который составил 8–12 ц/га. Данная закономерность объясняется тем, что образование гумуса в почве в процессе гумификации не компенсировало его потери, вызванные минерализацией, т.е. минерализация гумуса происходила более активно, чем гумификация. В последующие годы при возделывании многолетних трав накопление гумуса в результате гумификации органических веществ происходило более активно, чем минерализация гумуса, что и обеспечило проявление его положительного баланса в почве. За пять лет в окультуренной почве сформировался положительный баланс гумуса. Например, на варианте с применением суглинка в дозе 400 т/га накопление гумуса в почве за счет гумификации примерно в 4 раза превосходило его потери, связанные с минерализацией (табл. 2).

Таблица 2

**Баланс гумуса за ротацию пятипольного севооборота
на окультуренной дерново-подзолистой песчаной почве**

| Вариант | Всего образуется гумуса за счет растительных остатков и органических удобрений | Потери гумуса почвы на минерализацию | Баланс гумуса |
|---------|--|--------------------------------------|---------------|
| 1 | 177 | 119 | 58 |
| 2 | 261 | 113 | 148 |
| 3 | 351 | 121 | 230 |
| 4 | 443 | 132 | 311 |
| 5 | 535 | 141 | 394 |

Примечание: варианты опытов те же, что и в табл. 1.

Окультуривание дерново-подзолистой песчаной почвы на основе торфования и землевания оказало положительное влияние на ее биологическую активность. Это проявилось в увеличении численности гетеротрофных бактерий, актиномицетов и микроскопических грибов. Повышение численности аммонифицирующих и нитрифицирующих бактерий вызвало активную минерализацию органического вещества, внесенного с торфом и суглинком в песчаную почву, освобождение азота и превращение его в аммонийные и нитратные соединения. Важно отметить накопление в окультуренной песчаной почве азотфиксирующих форм бактерий, в том числе цианобактерий, что имеет важное значение с точки зрения активизации микробиологических механизмов воспроизводства почвенного плодородия.

Структурная мелиорация дерново-подзолистой песчаной почвы стимулировала развитие целлюлозоразрушающих микроорганизмов, активность которых возрастала с увеличением доз внесенного суглинка. Выявленная закономерность в изменении активности целлюлозоразрушающих микроорганизмов наблюдалась во все годы исследований. Наиболее высокая активность целлюлозоразрушающих микроорганизмов наблюдалась под картофелем, наиболее низкая – под многолетними травами, а ячмень в этом плане занимал промежуточное положение (табл. 3).

Таблица 3

**Влияние окультуривания дерново-подзолистой песчаной почвы
на активность разложения клетчатки**

| <i>Картофель, 2006 г.</i> | | | | |
|-----------------------------------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------|------|
| Вариант опыта | Вес ткани до экспозиции, г | Вес ткани после экспозиции, г | Степень разложения ткани | |
| | | | г | % |
| На глубине 0–30 см | | | | |
| 1 | 16,97 | 9,49 | 7,48 | 44,1 |
| 2 | 17,03 | 8,29 | 8,74 | 51,3 |
| 3 | 16,35 | 7,46 | 8,89 | 54,4 |
| 4 | 16,21 | 6,87 | 9,34 | 57,6 |
| 5 | 15,93 | 6,23 | 9,70 | 60,9 |
| На глубине 30–50 см | | | | |
| 1 | 12,42 | 10,41 | 2,01 | 16,2 |
| 2 | 12,83 | 9,91 | 2,92 | 22,8 |
| 3 | 12,77 | 9,45 | 3,32 | 26,0 |
| 4 | 11,84 | 8,49 | 3,35 | 28,3 |
| 5 | 12,16 | 8,46 | 3,70 | 30,4 |
| <i>Ячмень, 2007 г.</i> | | | | |
| На глубине 0–30 см | | | | |
| 1 | 17,13 | 10,14 | 6,99 | 40,8 |
| 2 | 16,89 | 9,17 | 7,72 | 45,7 |
| 3 | 16,21 | 8,43 | 7,78 | 48,0 |
| 4 | 15,48 | 7,65 | 7,83 | 50,6 |
| 5 | 15,67 | 7,13 | 8,54 | 54,5 |
| На глубине 30–50 см | | | | |
| 1 | 12,46 | 10,72 | 1,74 | 14,0 |
| 2 | 12,07 | 9,63 | 2,44 | 20,2 |
| 3 | 11,56 | 8,85 | 2,71 | 23,4 |
| 4 | 11,73 | 8,68 | 3,05 | 26,0 |
| 5 | 12,11 | 8,65 | 3,46 | 28,6 |
| <i>Многолетние травы, 2008 г.</i> | | | | |
| На глубине 0–30 см | | | | |
| 1 | 16,8 | 12,4 | 4,4 | 26,2 |
| 2 | 15,9 | 11,3 | 4,6 | 28,9 |
| 3 | 16,6 | 11,1 | 5,5 | 33,1 |
| 4 | 17,3 | 11,0 | 6,3 | 36,4 |
| 5 | 17,8 | 11,1 | 6,7 | 37,6 |
| На глубине 30–50 см | | | | |
| 1 | 13,5 | 11,9 | 1,6 | 11,8 |
| 2 | 13,9 | 11,6 | 2,3 | 16,5 |
| 3 | 11,4 | 9,0 | 2,4 | 21,5 |
| 4 | 12,8 | 9,6 | 3,2 | 25,0 |
| 5 | 13,1 | 9,6 | 3,5 | 26,7 |

Примечание: варианты опытов те же, что и в табл. 1.

Особенно активно разрушение целлюлозы происходило в верхнем пахотном горизонте. В более глубоких слоях почвы активность целлюлозоразрушения заметно снижалась. Снижение активности целлюлозоразрушающих микроорганизмов по мере увеличения глубины почвенного профиля можно объяснить уменьшением запаса органических соединений и ухудшением воздушного режима почвы.

Окультуривание дерново-подзолистой песчаной почвы путем торфования и землевания обеспечивает повышение урожайности картофеля на 76–127 ц/га, или на 69–115%, а урожайности ячменя – на 12–21 ц/га, или на 81–140%. При этом выход протеина по картофелю возрастает на 3,6 ц/га, или на 190%, а по ячменю – на 2,6 ц/га, или на 200%. Действие структурной мелиорации песчаной почвы сохраняется в течение трех лет при возделывании многолетних трав и обеспечивает формирование урожайности сена за два укоса на уровне 99–113 ц/га при урожайности на контроле 68 ц/га. Валовой сбор протеина повышается на 6 ц/га, или на 96%.

Продуктивность пятипольного севооборота возрастает под действием торфования и землевания песчаной почвы с 22,9 до 41,2 тыс. к. ед./га, или на 80 %, что обеспечивает среднегодовую прибавку на уровне 3,7 тыс. к. ед./га. Под действием торфования и землевания песчаной почвы повышается биологическая ценность урожая картофеля, ячменя и многолетних трав, что выражается в накоплении микроэлементов.

Окультуривание дерново-подзолистой песчаной почвы на основе торфования и землевания обеспечивает прибавку урожая сельскохозяйственных культур, в которой запасы аккумулированной химической энергии на 40–70% превосходят затраты технической энергии, направленной на получение этой прибавки. Это подтверждает высокую энергетическую эффективность окультуривания песчаной почвы под действием торфования и землевания. Расчеты экономической эффективности окультуривания песчаной почвы показали, что на каждый доллар затрат получено 1,2–1,5 доллара дохода. Это также способствует хорошей окупаемости затрат по окультуриванию песчаной почвы.

Заключение. Окультуривание дерново-подзолистой песчаной почвы под действием торфования и землевания достигается за счет изменения направленности микробиологических процессов минерализации и гумификации органических веществ в пользу синтеза гуминовых кислот и улучшения их качественного состава, что приводит к накоплению гумуса и формированию его положительного баланса.

Активизация микрофлоры дерново-подзолистой песчаной почвы в условиях его окультуривания является мощным биологическим фактором, обеспечивающим повышение урожая картофеля на 127 ц/га, ячменя на 21 ц/га, сена многолетних трав за 2 укоса на 45 ц/га.

Запас химической энергии, аккумулируемой в прибавке урожая сельскохозяйственных культур, которая формируется в условиях окультуривания песчаной почвы, на 40–70 процентов превосходит затраты технической энергии, направленной на получение данной прибавки, что свидетельствует о высокой энергетической эффективности торфования и землевания этой почвы.

Землевание и торфование дерново-подзолистой песчаной почвы является высокоэффективным способом ее окультуривания, так как позволяет получать дополнительный доход в размере 1,2–1,5 доллара на каждый доллар затрат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андронов, Е.Е. Анализ показателей почвенного микробиома в процессах, связанных с почвообразованием, трансформацией органического вещества и тонкой регуляцией вегетационных процессов / Е.Е. Андронов, Е.А. Иванова, Е.В. Першина // Бюллетень Почвенного института им. В.В. Докучаева. – 2015. – Вып. 80. – С. 83–93.
2. Добровольский, Г.В. Деградация и охрана почв / Г.В. Добровольский. – М.: Наука, 2002. – 654 с.
3. Соколов, М.С. Здоровая почва как необходимое условие жизни человека / М.С. Соколов, Ю.Л. Дородных, А.И. Марченко // Почвоведение. – 2010. – № 7. – С. 858–866.
4. Маринеску, К.М. Экология микробного ценоза эродированных черноземов и восстановление его функций / К.М. Маринеску // Идентификация, ресурсосбережение и охрана почв в адаптивно-ландшафтных системах земледелия. – Курск, 2008. – С. 550–554.
5. Куликов, Я.К. Агроэкологические особенности земледелия на дерново-подзолистых песчаных почвах Беларуси / Я.К. Куликов // Журн. Белорус. гос. ун-та. Биология. – 2017. – № 1. – С. 71–76.
6. Ягодин, Б.А. Практикум по агрохимии / Б.А. Ягодин, И.П. Дерюгин, Ю.П. Жуков. – М., 1987. – 512 с.
7. Доспехов, Б.А. Планирование полевого опыта и статистическая обработка его данных / Б.А. Доспехов. – М.: Колос, 1972. – 207 с.

8. Звягинцев, Д.Г. Методы почвенной микробиологии и биохимии / Д.Г. Звягинцев. – М., 1991. – 304 с.
9. Соколов, Г.А. Изменения морфологических и водно-физических свойств песчаных пустынных почв под действием мелиорантов / Г.А. Соколов // Почвоведение и агрохимия. – 2014. – № 2(53). – С. 39–69.

R E F E R E N C E S

1. Andronov E.E., Ivanova E.A., Pershina E.V. *Bulleten Pochvennoho instituta im. V.V. Dokuchayeva* [Bulletin of V.V. Dokuchayev Soil Institute], 2015, 80, pp. 83–93.
2. Dobrovolski G.V. *Degradatsiya i okhrana pochv* [Degradation and Protection of Soils], 2002, 654 p.
3. Sokolov M.S., Dorodnykh Yu.L., Marchenko A.I. *Pochvovedeniye* [Soil Studies], 2010, 7, pp. 858–866.
4. Marinesku K.M. *Identifikatsiya, resursoberezheniye i okhrana pochv v adaptivno-landshaftnykh sistemakh zemledeliya* [Identification, Resource Saving and Protection of Soils in Adaptive and Landscape Systems of Farming], Kursk, 2008, pp. 550–554.
5. Kulikov Ya.K. *Zhurn. Belorus. gos. un-ta. Biologiya* [Journal of Belarusian State University. Biology], 2017, 1, pp. 71–76.
6. Yagodin B.A., Deriugin I.P., Zhukov Yu.P. *Praktikum po agrokhimii* [Practice Book on Agrochemistry], M., 1987, 512 p.
7. Dospikhov B.A. *Planirovaniye polevogo opyta i statisticheskaya obrabotka yego dannykh* [Planning Field Experiments and Statistical Processing of their Results], M.: Kolos, 1972, 207 p.
8. Zviagintsev D.G. *Metody pochvennoi mikrobiologii i biokhimii* [Methods of Soil Microbiology and Biochemistry], M., 1991, 304 p.
9. Sokolov G.A. *Pochvovedeniye i agrokhimiya* [Soil Studies and Agrochemistry], 2014, 2(53), pp. 39–69.

Поступила в редакцию 03.01.2022

Адрес для корреспонденции: e-mail: gaevski@rambler.ru – Гаевский Е.Е.

АГРОХИМИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПОЧВЫ ЛЕСНЫХ ЭКОСИСТЕМ ВОКРУГ ЦЕМЕНТНЫХ ПРОИЗВОДСТВ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

А.М. Николайчук, А.П. Яковлев, М.Н. Вашкевич, С.Ф. Жданец
Центральный ботанический сад НАН Беларуси

Приводятся сведения о влиянии выбросов предприятий цементной промышленности на агрохимическую характеристику верхнего корнеобитаемого слоя на ключевых участках вокруг ОАО «Красносельскстройматериалы» (КСМ) и ОАО «Белорусский цементный завод» (БЦЗ), а также в контрольных (условно чистых) зонах.

Цель статьи – получение научной информации о характере изменений агрохимических свойств в сосновых древостоях, расположенных вокруг крупнейших цементных производств нашей страны – ОАО «КСМ» и ОАО «БЦЗ».

Материалы и методы. Для оценки общих агрохимических свойств почв района исследований изучали следующие показатели: реакцию почвенной среды, содержание основных элементов питания, концентрацию накопления ионов Ca^{2+} , Na^+ и K^+ . Анализ этих почвенных характеристик важен, так как они влияют на миграцию и аккумуляцию химических элементов в естественных и техногенных ландшафтах. Исследования проводились на 16 пробных площадках, расположенных на различном удалении от предприятий цементной промышленности.

Результаты и их обсуждение. В результате исследований изучена реакция почвенной среды на совокупность действия ряда факторов химического и минералогического состава минеральной части почвы, наличия свободных солей, содержания и качества органического вещества. Выявлены существенные изменения в формировании азотного режима почвы под влиянием цементной пыли. Повышается содержание подвижных форм фосфора в почве, подвергшейся большому загрязнению выбросами цементной промышленности. Локализация в почве цементной пыли с высоким содержанием калия послужила причиной смены процессов природного формирования его калийного режима, что привело к заметному пополнению запасов обменного калия.

Заключение. Сохраняется высокий уровень щелочной нагрузки на лесные почвы в зависимости от удаленности от источника выброса цементной пыли, что является причиной увеличения содержания в почве окислов кальция, натрия и калия, а также сдвига кислотности почвы в сторону подщелачивания. Отмечено возрастание содержания аммонийной и нитратной форм азота и подвижных форм фосфора. Показано, что основные их запасы имеют техногенное происхождение. Загрязнение цементной пылью оказывает заметное отрицательное влияние на агрохимические свойства дерново-подзолистой почвы сосновых фитоценозов.

Ключевые слова: цемент, предприятия цементной промышленности, агрохимический состав, микроэлементы, щелочная нагрузка, кислотность почв.

AGROCHEMICAL CHARACTERISTICS OF THE SOIL OF FOREST ECOSYSTEMS AROUND CEMENT PRODUCTION OF THE REPUBLIC OF BELARUS

A.M. Nikolaychuk, A.P. Yakovlev, M.N. Vashkevich, S.F. Zhdanets
Central Botanical Garden of the National Academy of Sciences of Belarus

The article provides information on the impact of emissions from the cement industry on the agrochemical characteristics of the upper root layer in key areas around “Krasnoselskstroymaterialy” (KSM) and “Belarusian Cement Plant” (BCZ), as well as in control (conditionally clean) zones.

The purpose of the article is obtaining scientific information about the nature of changes in agrochemical properties in pine stands located around the largest cement production facilities in our country – “KSM” and “BCZ”.

Material and methods. To assess the general agrochemical properties of the soils of the area under research, the following indicators were studied: the reaction of the soil environment, the content of the main nutrients, the concentration of the accumulation of Ca^{2+} , Na^+ and K^+ ions. Analysis of these soil characteristics is important, since they affect the migration and accumulation of chemical elements in natural and man-made landscapes. The studies were carried out at 16 test sites located at various distances from the cement industry.

Findings and their discussion. As a result of our research, the reaction of the soil environment to the combination of the action of a number of factors of the chemical and mineralogical composition of the mineral part of the soil, the presence of free salts, the

content and quality of organic matter was studied. Significant changes were revealed in the formation of the nitrogen regime of the soil under the influence of cement dust. The content of mobile forms of phosphorus in the soil that was more polluted by emissions from the cement industry increases. The localization of cement dust with a high potassium content in the soil caused a change in the processes of natural formation of its potassium regime, which led to a noticeable replenishment of exchangeable potassium reserves.

Conclusion. A high level of alkaline load on forest soils remains, depending on the distance from the source of cement dust emission, which causes an increase in the content of calcium, sodium and potassium oxides in the soil, as well as a shift in soil acidity towards alkalization. An increase in the content of ammonium and nitrate forms of nitrogen and mobile forms of phosphorus was noted. It is shown that their main reserves are of technogenic origin. Cement dust pollution has a noticeable negative effect on the agrochemical properties of the soddy-podzolic soil of pine phytocenoses.

Key words: cement, cement industry enterprises, agrochemical composition, microelements, alkaline load, soil acidity.

Почва – это невозобновляемый ресурс, т.е. в случае утраты или деградации ее невозможно восстановить в срок, сопоставимый с продолжительностью человеческой жизни. Состояние почв оказывает влияние на пищу, воду, воздух и, следовательно, все живущие организмы на Земле. Загрязнение почвы вызывает цепную реакцию. Оно сказывается на почвенном биоразнообразии, снижает запасы органического вещества почвы и ее фильтрующую способность. Из-за загрязнения почвы происходит загрязнение почвенной влаги и грунтовых вод, нарушается баланс питательных веществ в почве.

Роль промышленного производства в загрязнении окружающей среды велика. При этом огромными выбросами как твердых, так и газообразных загрязняющих веществ отличаются предприятия по производству цемента, особенностью которых является образование большого количества пыли, покрывающей почву и растения, особенно в непосредственной близости от объекта. Предприятиями цементной промышленности в окружающую среду выделяется ежегодно более 27 млн т пыли из частиц цемента, асбеста, гипса, кварца и других вредных веществ, образующих зоны максимального загрязнения окружающей среды радиусом до 2 км [1]. Помимо стационарных источников значительное влияние на состояние атмосферного воздуха оказывают залповые выбросы при производстве взрывных работ и добыче природного строительного сырья открытым способом [2].

Частицы цементной пыли могут переноситься на расстоянии до 4–5 км от источника, охватывая значительные территории [3]. На их долю приходится 2/3 промышленных выбросов твердых веществ и 44% газообразных [4]. В некоторых странах количество пыли, ежегодно осаждающейся на поверхности почв, может достигать 10% от всего производства цемента и составлять до 150 т на 1 км² [5].

Исследование пыли цементных заводов выявило высокое содержание в них свинца – 1800 мг/кг, цинка – 410 мг/кг, кадмия – 93 мг/кг и меди – 62 мг/кг. Они сохраняются долгое время даже после завершения работы предприятий, являющихся источником загрязнения. Результаты исследования дисперсного состава пыли, образующейся при производстве портландцементного клинкера, говорят о том, что выделяемые из источников загрязнения пыли – полидисперсные. Пыль, выбрасываемая в атмосферу после очистки, содержит более высокие концентрации Cd, Pb и Zn по сравнению с пылью в газовом потоке до очистки. Высокая концентрация пыли в выбросах наносит огромный вред природной среде [4; 6; 7].

Серьезную опасность для состояния почвенно-растительного покрова представляют физико-химические нарушения, связанные с загрязнением почв соединениями тяжелых металлов, нефтепродуктами, радионуклидами. Эти вещества, накапливаясь, способны существенно изменять свойства почв: снижать численность микроорганизмов, интенсивность микробиологических процессов, активность почвенных ферментов, кислотность среды, что приводит к снижению биохимической активности почвенных ферментов, замедляет процессы их самоочищения и заканчивается частичной или полной утратой биопродуктивности [7].

Таким образом, целью проводимых нами исследований явилось получение научной информации о характере изменений агрохимических свойств в сосновых древостоях, расположенных вокруг крупнейших цементных производств нашей страны – ОАО «Красносельскстройматериалы» (КСМ) и ОАО «Белорусский цементный завод» (БЦЗ).

Материал и методы. Для этого были отобраны растительные образцы на 16 пробных площадках (ПП), заложенных на различном удалении от источников выбросов – ОАО «КСМ» и ОАО «БЦЗ» (табл. 1). Контролем служили чистые точки, расположенные на значительном удалении от источников выбросов: 40 км от КСМ – Порозовское лесничество ГПУ «НП “Беловежская пуца”» (КСМ, контроль) и 40 км от БЦЗ – Хотимское лесничество ГЛХУ «Костюковичский лесхоз» (БЦЗ, контроль) (табл. 1).

Места отбора почвенных образцов для определения содержания микроэлементов

| ПП | Расположение |
|-----------------------------------|---|
| ОАО «Белорусский цементный завод» | |
| БЦЗ Ю-3, 50 см | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 50 м к юго-западу от завода |
| БЦЗ Ю-3, 1000 м | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 1000 м к юго-западу от завода |
| БЦЗ Север, 100 м | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 100 м к северу от завода |
| БЦЗ Север, 1500 м | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 1500 м к северу от завода |
| БЦЗ Запад, 150 м | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 150 м к западу от завода |
| БЦЗ Запад, 850 м | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 850 м к западу от завода |
| БЦЗ Ю-В, 100 м | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 100 м к юго-востоку от завода |
| БЦЗ Ю-В, 2500 м | Могилевская обл., Костюковичский р-н, БЦЗ, 2500 м к юго-востоку от завода |
| БЦЗ контроль Хотимск | Могилевская обл., Хотимский р-н, ГЛХУ «Костюковичский лесхоз», Хотимское л-во, 40 км к востоку от БЦЗ |
| ОАО «Красносельскстройматериалы» | |
| КСМ, Юг, 100 м, | Гродненская обл., Волковысский р-н, КСМ, 100 м к югу от завода |
| КСМ, Юг, 2500 м | Гродненская обл., Волковысский р-н, КСМ, 2500 м к югу от завода |
| КСМ, Северо-запад, 50 м | Гродненская обл., Волковысский р-н, КСМ, 50 м к северо-западу от завода |
| КСМ, Северо-запад, 250 м | Гродненская обл., Волковысский р-н, КСМ, 250 м к северо-западу от завода |
| КСМ, Северо-запад, 2500 м | Гродненская обл., Волковысский р-н, КСМ, 2500 м к северо-западу от завода |
| КСМ, Север, 800 м | Гродненская обл., Волковысский р-н, КСМ, 800 м к северу от завода |
| Порозово | Гродненская обл., Свислочский р-н, ГПУ «НП «Беловежская пуца», Порозовское л-во |

На каждой пробной площадке (ПП) было сделано по пять прикопок (0–55 см), расположенных методом конверта. Образцы почвы для определения ее агро- и физико-химических показателей брали по профилю пошагово, предварительно убрав подстилку с помощью тростевого бура на глубине 0–5 и 5–20 см. При отборе учитывались расстояние от источника загрязнения, рельеф местности, почвенный покров. Исследования выполнены с использованием общепринятых методов. Обработка данных проводилась с помощью программы Excel. Повторность опыта – 4-кратная.

Результаты и их обсуждение. Наиболее благоприятной для растений является почва с нейтральной кислотностью (рН 7). При повышенной кислотности почвы или при ее защелачивании растениям становятся недоступны или малодоступны некоторые питательные вещества, которые они получают из почвы. Слишком высокая кислотность почвы может снижать эффективность вносимых в почву удобрений и останавливать деятельность многих полезных бактерий. Щелочные почвы препятствуют поступлению в растения некоторых микроэлементов, что приводит к преждевременному пожелтению и опаданию листьев.

Как видно из табл. 2 и 3, показатели рН солевой и водной вытяжек на пробных площадях вокруг цементных предприятий были сходными и менялись незначительно. Диапазон варьирования кислотности почвы на БЦЗ на фоновых участках составил 6,45–7,45 для pH_{H_2O} и 6,63–7,57 для pH_{KCl} , т.е. реакция была от нейтральной до слабощелочной. На контрольном участке (Хотимск) показатели кислотности водной и солевой вытяжек характеризовались как сильнокислые и оказались ниже, чем на фоновых площадках в 2,1–2,5 и 1,7–2,0 раза соответственно. Что касается КСМ, то в контрольной зоне pH_{H_2O} и pH_{KCl} составили 3,65 и 4,01 соответственно, что существенно (в 2 раза) ниже кислотности почвы на фоновых площадках (табл. 2, 3).

Следует сказать, что в условиях чистой зоны (Хотимск, Порозово) в почвенных образцах не было обнаружено окислов кальция, однако при приближении к предприятиям его количество многократно

возрастало. Особенно высокое содержание CaO было отмечено в северном и северо-западном направлении от КСМ и в западном направлении от БЦЗ. Сохраняется закономерность увеличения содержания окислов кальция при сокращении расстояния от предприятия (табл. 2, 3).

Таблица 2

Агрохимическая характеристика верхнего корнеобитаемого слоя (0–25 см) почвы на пробных площадках вокруг ОАО «БЦЗ», июнь 2020 г.

| Направление/ удаленность | pH _{H₂O} | pH _{KCl} | N-NH ₄ ⁺ | N-NO ₃ ⁻ | P ₂ O ₅ | K ₂ O | CaO | Na ₂ O |
|-----------------------------|------------------------------|-------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|------------------|------------|-------------------|
| | | | | | | | | |
| Контроль (Хотимск) | 3,01 | 3,72 | 11,9±0,3 | 0,7±0,0 | 35,9±0,3 | 14,3±0,0 | 0,0±0,0 | 0,7±0,0 |
| Ю-3, 50 м | 7,27 | 7,31 | 45,6±0,3 | 0,7±0,0 | 205,2±0,3 | 88,3±0,1 | 546,4±0,3 | 3,2±0,0 |
| Ю-3, 1000 м | 7,45 | 7,57 | 26,9±0,3 | 0,6±0,0 | 67,8±0,3 | 89,2±0,1 | 311,9±0,4 | 4,1±0,0 |
| 3, 150 м | 7,37 | 7,42 | 50,7±0,3 | 1,1±0,0 | 38,7±0,3 | 105,8±0,1 | 2471,9±4,4 | 5,1±0,0 |
| 3, 850 м | 6,57 | 6,85 | 36,2±0,3 | 1,3±0,0 | 38,3±0,3 | 49,6±0,0 | 308,4±0,4 | 1,9±0,0 |
| Ю-В, 100 м | 7,37 | 7,42 | 185,0±0,3 | 1,9±0,0 | 44,6±0,3 | 80,6±0,1 | 404,7±0,4 | 5,2±0,0 |
| Ю-В, 2500 м | 7,24 | 7,34 | 20,8±0,3 | 2,0±0,0 | 75,3±0,3 | 70,8±0,0 | 171,8±0,4 | 9,5±0,0 |
| Север, 100 м | 7,01 | 7,13 | 68,4±0,3 | 0,7±0,0 | 106,0±0,3 | 55,8±0,0 | 1010,8±1,1 | 3,6±0,0 |
| Север, 1500 м | 6,45 | 6,63 | 34,3±0,3 | 1,0±0,0 | 34,4±0,3 | 41,0±0,0 | 359,2±0,4 | 22,8±0,1 |

Таблица 3

Агрохимическая характеристика верхнего корнеобитаемого слоя (0–25 см) почвы на пробных площадках вокруг ОАО «КСМ», июнь 2020 г.

| Направление/ удаленность | pH _{H₂O} | pH _{KCl} | N-NH ₄ ⁺ | N-NO ₃ ⁻ | P ₂ O ₅ | K ₂ O | CaO | Na ₂ O |
|-----------------------------|------------------------------|-------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|------------------|--------------|-------------------|
| | | | | | | | | |
| Контроль (Порозово) | 3,65 | 4,01 | 35,7±0,3 | 0,4±0,0 | 55,1±0,3 | 14,3±0,0 | 0,0±0,0 | 8,1±0,0 |
| Юг, 100 м | 7,22 | 7,43 | 11,4±0,3 | 2,6±0,0 | 241,1±0,3 | 101,0±0,1 | 492,6±2,6 | 8,1±0,1 |
| Юг, 2500 м | 6,96 | 7,18 | 32,0±0,3 | 3,4±0,1 | 135,8±0,3 | 82,4±0,1 | 455,3±0,3 | 10,8±0,1 |
| С-3, 50 м | 7,22 | 7,28 | 82,5±0,3 | 2,5±0,0 | 126,2±0,3 | 236,5±0,1 | 16915,5±10,5 | 20,1±0,1 |
| С-3, 250 м | 7,22 | 7,33 | 43,4±0,3 | 3,7±0,1 | 118,1±0,3 | 89,8±0,1 | 28437,5±17,5 | 0,0±0,0 |
| С-3, 2500 м | 7,03 | 7,11 | 33,4±0,3 | 4,5±0,1 | 137,1±0,3 | 112,5±0,1 | 1755,3±5,2 | 1,4±0,0 |
| Север, 800 м | 7,39 | 7,42 | 35,7±0,3 | 2,3±0,0 | 222,7±0,3 | 94,2±0,1 | 12400,5±10,5 | 0,0±0,0 |

Что касается содержания окислов натрия, то в окрестностях БЦЗ наблюдается тенденция увеличения их содержания в фоновых зонах в 2,7–32,5 раза по сравнению с чистой зоной (Хотимск).

Калий в почве встречается только в виде соединений, он является действующим веществом сырых и концентрированных калийных удобрений. Запасы обменного калия существенно повышаются в почве, подвергшейся техногенному загрязнению предприятиями по производству цемента. Так, на фоновых площадках в окрестностях БЦЗ содержание обменного калия повышается в 2,9–7,3 раза, а в окрестностях КСМ – в 5,8–16,5 раза по сравнению с условиями чистых зон (Хотимск, Порозово) (табл. 2, 3).

Азот – важнейший элемент питания, необходимый для нормального развития живых организмов. Нормальная обеспеченность растений азотом ассоциируется с интенсивным вегетативным ростом и зеленым окрасом. Растения поглощают азот в двух основных формах: в виде нитрат-иона NO_3^- и в виде иона аммония NH_4^+ , также небольшое количество азота может поступать в растения в виде мочевины и некоторых других органических соединений. Молекулярный азот недоступен растениям, его поглощение идет в форме NH_4^+ , NO_2^+ , NO_3^+ . В условиях влажной, теплой и хорошо аэрированной почвы доминирующим источником азота для растений является нитрат-ион (поскольку в таких условиях активно протекают процессы нитрификации). Аммоний – преобладающий источник азота для растений в анаэробных условиях [8].

Соединения азота играют большую роль в процессах фотосинтеза, обмена веществ, образования новых клеток. Главными источниками азота в почве являются гумус и органические вещества. В дерново-подзолистых почвах запасы гумуса ограничены его содержанием в верхнем горизонте почвы (0–25 см) [9]. Признаки дефицита азота – слабая ветвистость растений, слабое вызревание, повышенная ломкость побегов [10].

По результатам наших исследований выявлены существенные изменения в формировании азотного режима почвы под влиянием выбросов цементной пыли. На удалении 50 м северо-западнее от источника выброса (КСМ) установлено заметное увеличение в 2,3 раза содержания аммонийной формы минерального азота ($82,5 \pm 0,3$ мг/кг) по сравнению с контрольной точкой (Порозово), где данная величина была равна $35,7 \pm 0,3$ мг/кг. Следует отметить, что при удалении от предприятия в северо-западном направлении содержание аммонийной формы азота постепенно снижается и на расстоянии от 2500 м как в северо-западном, так и южном направлении достигает значений, близких к значениям в контрольной точке отбора проб. Что касается нитратной формы азота, то в окрестностях КСМ отмечено увеличение его содержания в фоновых зонах в 5,8–11,3 раза по сравнению с контрольной (табл. 2).

Анализ результатов отбора проб вблизи БЦЗ также показал, что на расстоянии 100 м юго-восточнее предприятия содержание аммонийной формы азота было самым высоким за весь период исследования ($185,0 \pm 0,3$ мг/кг), что в 8,8 раза выше, чем при удалении на 2500 м от БЦЗ в том же направлении, здесь исследуемая величина была равна $20,8 \pm 0,3$ мг/кг. Что касается других сторон горизонта (юго-запад, север, запад), то также выявлена тенденция снижения содержания аммонийной формы азота при удалении от предприятия. В контрольном варианте (Хотимск) содержание NH_4^+ было ниже, чем на опытных пробных площадках в 1,7–15,5 раза (табл. 2). Возрастание содержания минерального азота в почве на пробных площадях, максимально приближенных к заводу, на наш взгляд, обусловлено большим объемом выбросов цементной пыли совместно с торможением необменной фиксации аммонийного азота [11].

Фосфор является одним из главных элементов питания растений. Он занимает второе место по важности. В то же время он относится к одним из самых распространенных элементов. В свободном состоянии фосфор в природе не встречается, он чаще всего является действующим веществом простых и сложных фосфорных удобрений [12]. Подвижный фосфор в почвах аккумулируется в верхнем гумусовом горизонте почвы и определяется в большей степени деятельностью корневых систем растений и микроорганизмов. Характер и интенсивность такого взаимодействия связаны также со степенью и спецификой техногенной нагрузки на почвенный покров [11].

По результатам исследования 2020 г. установлено, что минимальное количество P_2O_5 содержится в почве, отобранной в контрольных точках (Порозово и Хотимск), – $55,1 \pm 0,3$ и $35,9 \pm 0,3$ мг/кг соответственно. Если сравнивать два предприятия – БЦЗ и КСМ, то на фоновых участках КСМ содержание P_2O_5 превышает контрольный показатель в 2,1–4,4 раза, а на БЦЗ – в 1,2–5,7 раза. Касательно сторон горизонта необходимо отметить отсутствие разницы между содержанием различных подвижных форм фосфора в западном направлении как на расстоянии 150 м от БЦЗ, так и на удалении 850 м от него.

Количественное содержание P_2O_5 на пробных площадках КСМ, отобранных на различном расстоянии от предприятия, оказалось выше, чем на БЦЗ по всем сторонам горизонта (табл. 2).

Заключение. Проведенные исследования почвенного покрова в окрестностях влияния цементных производств Республики Беларусь позволили сформировать более целостную картину о воздействии выбросов цементных предприятий на агрохимические особенности почвы лесных фитоценозов.

Таким образом, сохраняется высокий уровень щелочной нагрузки на лесные почвы в зависимости от удаленности от источника выброса цементной пыли, что является причиной увеличения содержания в почве окислов кальция, натрия и калия, а также сдвига кислотности почвы в сторону подщелачивания.

Кроме того, отмечено возрастание содержания аммонийной и нитратной форм азота, а также подвижных форм фосфора. Показано, что основные их запасы имеют техногенное происхождение, поскольку максимальное количество подвижного фосфора было выше контрольных показателей в 1,2–5,7 раза, а аммонийного азота и нитратного азота – в 1,7–15,5 и 5,8–11,3 раза соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зубченко, М.П. Современные направления технических решений при проектировании пылеулавливающих систем цементного производства / М.П. Зубченко, Н.С. Филиппова // Экологические проблемы технологии цементного производства. – М., 1990. – Вып. 102. – С. 3–11.
2. Горчакова, А.Ю. О влиянии цементного производства на растения / А.Ю. Горчакова // Известия Самарского научного центра РАН. – 2014. – Т. 16, № 1. – С. 120–126.
3. Орлов, Д.С. Почвенно-экологический мониторинг и охрана почв / Д.С. Орлов, В.Д. Васильева. – М.: МГУ, 1994. – С. 80–88.
4. Дуров, В.В. Охрана атмосферного воздуха в цементной промышленности / В.В. Дуров // Цемент и его применение. – 1998. – № 6. – С. 2–3.
5. Рэуце, К. Борьба с загрязнением почвы / К. Рэуце, С.М. Кырстя. – М.: Агропромиздательство, 1986. – 221 с.
6. Глазков, Е.Г. Промышленное загрязнение / Е.Г. Глазков. – Киев: Наукова думка, 1977. – 288 с.
7. Колесников, С.И. Экологические последствия загрязнения почв тяжелыми металлами / С.И. Колесников, К.Ш. Казеев, В.Ф. Вальков. – Ростов н/Д: СКНЦ ВШ, 2000. – 232 с.
8. Логинова, И. Страсти по азоту: аммоний или нитрат [Электронный ресурс] / И. Логинова // Инфоиндустрия. – 2017. – Режим доступа: <https://infoindustria.com.ua>. – Дата доступа: 06.05.2020.
9. Опекунова, М.Г. Биоиндикация загрязнений: учеб. пособие / М.Г. Опекунова. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2016. – 300 с.
10. Бусыгин, В.О. Содержание нитратной и аммонийной форм азота в почвах санатория «Сосновая роща» и обеспеченность ими растений / В.О. Бусыгин, А.А. Бунин, Ю.А. Даниленко // Молодой ученый. – 2019. – № 5. – С. 85–88.
11. Агрохимическая характеристика и микробиологическая активность почвы лесных экосистем вокруг цементного производства / А.П. Яковлев [и др.] // Проблемы лесоведения и лесоводства: сб. науч. тр. ИЛ НАН Беларуси. – Вып. 77. – Гомель: Институт леса НАН Беларуси, 2017. – С. 402–412.
12. Даниленко, Ю.А. Содержание фосфора в почвах Восточного района г. Кургана / Ю.А. Даниленко, В.О. Бусыгин, А.А. Бунин // Молодой ученый. – 2019. – № 5(243). – С. 95–97.

REFERENCES

1. Zubchenok M.P., Filippova N.S. *Ekologicheskiye problemy tekhnologii tsementnogo proizvodstva* [Environmental problems of cement production technology], M., 1990, 102, pp. 3–11.
2. Gorchakova A.Yu. *Izvestiya Samarского nauchnogo tsentra RAN* [Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences], 2014, 16(1), pp. 120–126.
3. Orlov D.S., Vasilyeva V.D. *Pochvenno-ekologicheski monitoring i okhrana pochv* [Soil-ecological monitoring and soil protection], M.: MGU, 1994, pp. 80–88.
4. Durov V.V. *Tsement i yego primeneniye* [Cement and its application], 1998, 6, pp. 2–3.
5. Rautse K., Krystia S.M. *Borba s zagriazneniyami pochvy* [Struggle with soil pollution], M.: Agropromizdatelstvo, 1986, 221 p.
6. Glazkov E.G. *Proyshlennoye zagriazneniye* [Industrial pollution], Kiev: Navukova Dumka, 1977, 288 p.
7. Kolesnikov S.I., Kazeev K.Sh., Valkov V.F. *Ekologicheskiye posledstviya zagriazneniya pochv tiazhelyimi metallami* [Ecological consequences of soil pollution with heavy metals], Rostov on / D: SKNTs VSh, 2000, 232 p.
8. Loginova I. *Infoindustria* [Infoindustry], 2017. Available at: <https://infoindustria.com.ua>. – Accessed: 06.05.2020.
9. Opekunova M.G. *Bioidikatsiya zagriazneni: uch. posobiye* [Bioindication of contamination: Textbook], Spb.: Izd-vo St. Peterb. un-ta, 2016, 300 p.
10. Busygin V.O., Bunin A.A., Danilenko Yu.A. *Molodoi ucheny* [Young Scientist], 2019, 5, pp. 85–88.
11. Yakovlev A.P. *Problemy lesovedeniya i lesovodstva: sb. nauch. tr.* [Issues of Forestry: Collection of Articles], 2017, 77, Gomel: Forest Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, pp. 402–412.
12. Danilenko Y.A., Busygin V.O., Bunin A.A. [Molodoi ucheny], [Young Scientist], 2019, 5(243), pp. 95–97.

Поступила в редакцию 19.02.2021

Адрес для корреспонденции: e-mail: alla_nik77@mail.ru – Николайчук А.М.

ОЦЕНКА ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ДРЕВЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ В УСЛОВИЯХ ГОРОДСКОЙ СРЕДЫ (НА ПРИМЕРЕ г. ВИТЕБСКА)

И.А. Литвенкова*, П.А. Галкин**, А.Н. Галкин*, А.С. Буко*

**Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»*

***Учреждение образования «Витебский государственный ордена Дружбы народов медицинский университет»*

Зеленые насаждения являются частью планировочной структуры города и одним из основных объектов экологического мониторинга. Они служат индикаторами состояния окружающей среды и позволяют определить, как и в какой мере сама среда сказывается на их состоянии.

Цель работы – оценить состояние древесной растительности в различных функциональных зонах Витебска.

Материал и методы. *В основу работы положены результаты исследований на территории города, проводимых авторами в 2017–2019 гг. Наблюдения осуществлялись в летне-осенний период на ключевых участках маршрутным методом. В пределах исследуемых участков определялся видовой состав древесных пород, оценивались их встречаемость и жизненное состояние.*

Результаты и их обсуждение. *Среди встречающихся на всех участках древесных растений выявлено восемь видов: ель европейская (*Picea abies*), береза повислая (*Betula pendula*), ясень обыкновенный (*Fraxinus excelsior*), рябина обыкновенная (*Sorbus aucuparia*), черемуха обыкновенная (*Prunus padus*), липа мелколистная (*Tilia cordata*), клен остролистный (*Acer platanoides*) и каштан конский обыкновенный (*Aesculus hippocastanum*). Причем в количественном отношении преимущественным распространением пользуются последние три вида, которые впоследствии и стали объектами для оценки экологического состояния древостоя на исследуемых участках. Сравнение рассчитанных коэффициентов состояния видов на участках наблюдений показало, что наиболее ослабленная древесная растительность произрастает на территориях с промышленным и коммунально-складским типом застройки, расположенных в окрестностях железнодорожного вокзала и предприятия по производству строительного кирпича и керамических труб ОАО «Керамика». Здесь в ослабленном состоянии находятся практически все исследуемые виды, но в то же время на участках с такими типами застройки, как с многоквартирной жилой и общественной с промышленными объектами, большинство из них относится к категории здоровых. При этом наилучшим жизненным состоянием характеризуются древесные насаждения парков и скверов Витебска.*

Заключение. *Состояние зеленых насаждений в Витебске подвержено существенным флуктуациям и зависит от принадлежности к определенным функциональным зонам города.*

Ключевые слова: *городская среда, функциональные зоны, древесные насаждения, видовой состав, жизненное состояние.*

ASSESSMENT OF THE ECOLOGICAL STATE OF WOODY VEGETATION IN THE CONDITIONS OF THE URBAN ENVIRONMENT (ON THE EXAMPLE OF THE CITY OF VITEBSK)

I.A. Litvenkova*, P.A. Galkin**, A.N. Galkin*, A.S. Buko*

**Education Establishment “Vitebsk State P.M. Masherov University”*

***Education Establishment “Vitebsk State Order of Peoples’ Friendship Medical University”*

Green spaces are part of the planning structure of the city and are one of the main objects of environmental monitoring. They serve as indicators of the state of the environment and allow you to determine how and to what extent the environment itself affects their condition.

The purpose of the work is to assess the state of woody vegetation in various functional areas of Vitebsk.

Material and methods. The work is based on the results of research on the territory of the city, conducted by the authors in 2017–2019. Observations were carried out in the summer-autumn period at key sites by the route method. Within the study areas, the species composition of tree species was identified, their occurrence and vital status were assessed.

Findings and their discussion. Among the woody plants found in all areas, eight species were identified: European spruce (*Picea abies*), drooping birch (*Betula pendula*), common ash (*Fraxinus excelsior*), common mountain ash (*Sorbus aucuparia*), bird cherry (*Prunus padus*), small-leaved linden (*Tilia cordata*), Norwegian maple (*Acer platanoides*) and horse chestnut (*Aesculus hippocastanum*). Moreover, in quantitative terms, the last three species are predominantly spread, which later became objects for assessing the ecological state of the forest stand in the studied areas. Comparison of the calculated coefficients of the state of species in the observation sites showed that the most weakened woody vegetation grows in areas with industrial and communal-storage type of buildings located in the vicinity of the railway station and the building brick and ceramic pipes production company JSC “Keramika”. Here, almost all the studied species are in a weakened state, while in areas with multi-apartment residential and public buildings with industrial facilities, most of them belong to the category of healthy ones. At the same time, tree plantations of parks and squares in Vitebsk are characterized by the best vitality.

Conclusion. The state of green spaces in Vitebsk is subject to significant fluctuations and depends on the location in certain functional areas of the city.

Key words: urban environment, functional areas, tree plantations, species composition, life status.

Городские фитоценозы – один из основных объектов экологического мониторинга урбогеосистем. Растения служат индикаторами состояния окружающей среды, поэтому необходимо знать, как и в какой мере сама среда сказывается на их состоянии и, следовательно, влияет на качество выполняемых ими функций [1]. Согласно В.А. Алексееву [2], воздействие загрязнения атмосферного воздуха на растительность – это биохимическое явление, затрагивающее в первую очередь метаболические и физиологические процессы и разрушающее ультрамикроскопические структуры клеток листа. Основным диагностическим симптомом повреждения растительности служат хлорозы и некрозы листовых пластинок. В то же время указанный признак не настолько очевидный, поскольку хлорозы и некрозы возникают под действием многих причин: недостатка или избытка питательных веществ в почве, высоких и низких температур, засухи, подтопления корневых систем, а также в результате деятельности различных энтомофитовредителей и патогенов. Наличие тех или иных диагностических признаков повреждения растений позволяет, пусть и не всегда, выполнить индикацию, установить фактор (или факторы), вызвавший данное повреждение. Порой эти признаки выражены настолько сильно, что они обуславливают и интенсивность ослабления растений. Тем не менее гораздо чаще степень ослабления или повреждения дерева будет определяться изреженностью густоты кроны вследствие недоразвития или преждевременного опадания листьев и хвои, резким сокращением прироста, быстрым усыханием ветвей в верхней половине кроны и рядом других признаков [2].

Город Витебск, как и многие современные крупные города, располагающий высоким промышленно-энергетическим потенциалом, разветвленной транспортной сетью и коммунальным хозяйством, оказывает существенное воздействие на формирующие его экосистему фитоценозы.

В городе зеленые насаждения занимают 1446,5 га или 10,7% его общей площади и распределены крайне неравномерно (рис.). Они включают в себя насаждения парков культуры и отдыха (3,5% площади города), территорий в пределах лечебных, детских учебных и научных учреждений, промышленных предприятий, спортивных комплексов, жилых кварталов (6%), территорий специального назначения – санитарно-защитных и водоохраных зон, кладбищ, вдоль автомобильных и железных дорог, ботанического сада (0,4%), а также улиц и площадей (0,8%).

Растительность в городе сформирована как из насаждений естественного или смешанного генезиса и основных форм воспроизводства (леса, лесопарки, парки, суходольные луга и др.), так и культурных насаждений, где естественные механизмы развития и возобновления заменяются культурными. В насаждениях преобладают липа мелколистная (*Tilia cordata*), клен остролистный (платановидный) (*Acer platanoides*), каштан конский обыкновенный (*Aesculus hippocastanum*), вяз обыкновенный (*Ulmus laevis*), дуб скальный (*Quercus petraea*), ясень обыкновенный (*Fraxinus excelsior*), береза повислая (*Betula pendula*), рябина обыкновенная (*Sorbus aucuparia*), орех маньчжурский (*Juglans mandshurica*), бархат амурский (*Phellodendron amurense*), ель европейская (*Picea abies*) и ель канадская (*Picea glauca*), многие виды кустарников-интродуцентов. При этом доминирующими древесными породами в насаждениях, особенно улиц и магистралей, Витебска являются липа, клен и конский каштан. В подавляющем большинстве посадки представлены растениями старо- и средневозрастной групп (50–20 лет). Выбор этих видов деревьев для озеленения был обусловлен их высокой декоративностью и хорошей

устойчивостью в условиях города. Однако за последние два десятилетия состояние уличных посадок основных пород несколько ухудшилось. Все чаще начали проявляться массовые симптомы неблагоприятного санитарного состояния деревьев. Отдельные рядовые посадки уже в середине лета теряют свой внешний вид, испытывая сильнейшую дефолиацию и дихромацию кроны, перестают выполнять свои функции [3].

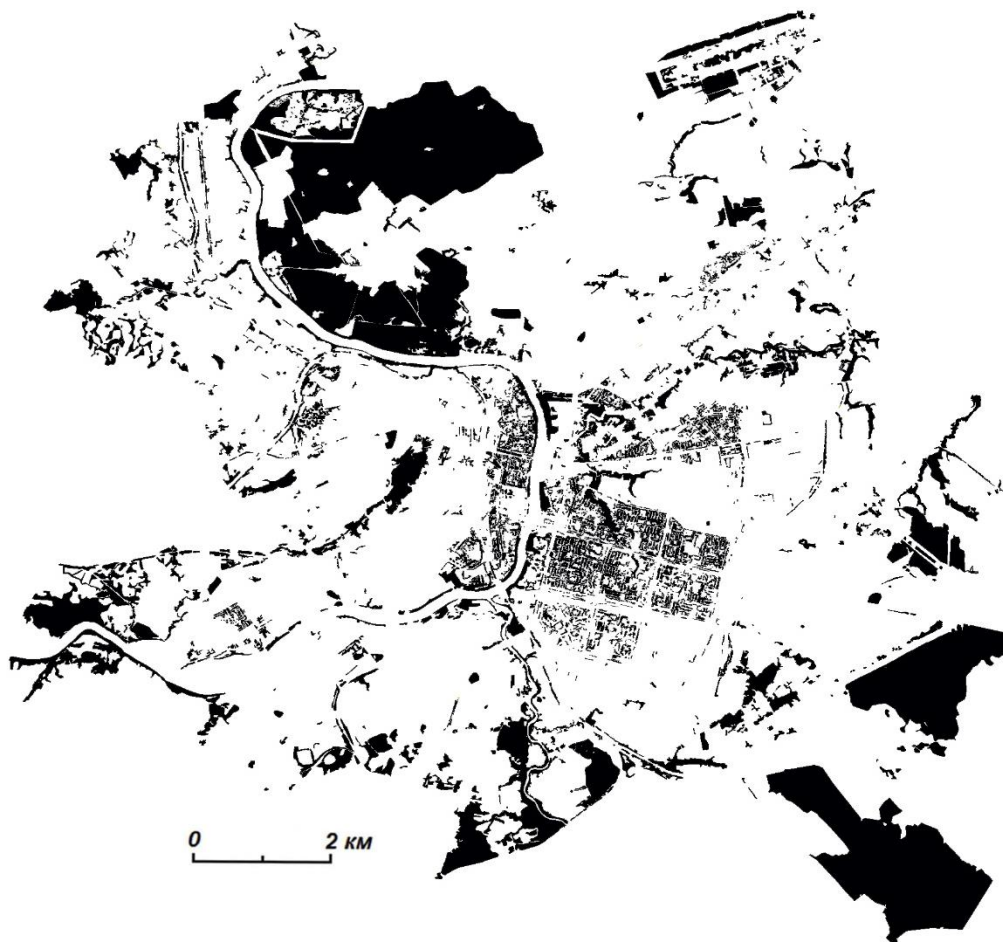


Рис. Схема распространения зеленых насаждений Витебска

Целью настоящей работы послужила оценка состояния древесной растительности в различных функциональных зонах Витебска.

Материал и методы. В основу работы положены результаты исследований на территории города, проводимых авторами в 2017–2019 гг. Наблюдения осуществлялись маршрутным методом в летне-осенний период на ключевых участках. В качестве последних были выбраны территории, прилегающие к железнодорожному вокзалу, – участок № 1 (тип застройки: промышленная и коммунально-складская с озелененными территориями), вблизи ОАО «Керамика» по производству строительного кирпича и керамических труб – № 2 (тип застройки: промышленная и коммунально-складская), в окрестностях СООО «Белвест» – предприятия по производству кожаной обуви – № 3 (тип застройки: многоквартирная жилая и общественная с промышленными объектами), в месте пересечения Бешенковичского шоссе и 3-й Прибережной улицы – № 4 (тип застройки: промышленная и коммунально-складская), микрорайона ЮГ-6 – № 5 (тип застройки: многоквартирная жилая и общественная). Наряду с промышленными, жилыми и общественными объектами эти участки включали в себя территории улиц и площадей, а также вдоль автомобильных дорог. В пределах указанных участков определялся видовой состав древесных пород, оценивались их встречаемость и жизненное состояние. Основными параметрами при оценке состояния древесной растительности нами были приняты коэффициент состояния отдельных видов деревьев: $K_j = \Sigma b_j / N$ (где Σb_j – сумма баллов состояния отдельных деревьев,

устанавливаемых по шкале визуальной оценки состояния древостоя по комплексу признаков [4]; N – общее число учтенных деревьев j -го вида) и коэффициент состояния древостоя в целом, определяемый как среднее арифметическое средних значений коэффициента состояния различных видов деревьев на исследуемом участке: $K_{cp} = (K_1 + K_2 + K_3 + \dots) / R$ (где $K_{1, 2, 3}$ – коэффициенты состояния отдельных видов древесных пород; R – число видов) [4]. По данным параметрам в соответствии с установленными критериями (табл. 1) выявлялись категории жизненного состояния древесных насаждений.

Таблица 1

Критерии оценки состояния древостоя [4]

| Коэффициент, K | Категория состояния древостоя | Характеристика состояния древостоя |
|------------------|-------------------------------|------------------------------------|
| < 1,5 | I | здоровое |
| 1,6–2,5 | II | ослабленное |
| 2,6–3,5 | III | сильно ослабленное |
| 3,6–4,5 | IV | усыхающее |
| > 4,6 | V | сухое |

Результаты и их обсуждение. Исследуемые нами территории характеризуются достаточно однородным видовым составом. Среди встречающихся на всех участках древесных растений выявлено восемь видов: ель европейская (*Picea abies*), береза повислая (*Betula pendula*), ясень обыкновенный (*Fraxinus excelsior*), рябина обыкновенная (*Sorbus aucuparia*), черемуха обыкновенная (*Prunus padus*), липа мелколистная (*Tilia cordata*), клен остролистный (*Acer platanoides*) и каштан конский обыкновенный (*Aesculus hippocastanum*). Причем в количественном отношении преимущественным распространением пользуются, как отмечалось выше, последние три вида, которые впоследствии и стали объектами для оценки экологического состояния древостоя на исследуемых участках.

Сравнение рассчитанных коэффициентов состояния видов на участках наблюдений показало, что наиболее ослабленная древесная растительность произрастает на территориях, прилегающих к железнодорожному вокзалу, – участок № 1, и в окрестностях ОАО «Керамика» – участок № 2 (табл. 2, 3). Здесь в ослабленном состоянии находятся практически все исследуемые виды, в то время как на участках № 3–5 большинство из них относится к категории здоровых.

Таблица 2

Экологическая оценка древесной растительности различных функциональных зон Витебска по коэффициенту состояния вида (K)

| Вид древесного растения | Коэффициент состояния вида, K | Категория жизненного состояния древостоя |
|---------------------------|---------------------------------|--|
| <i>Участок 1</i> | | |
| Клен остролистный | 1,7 | ослабленное |
| Липа мелколистная | 2,4 | ослабленное |
| Каштан конский обыкновен. | 2,3 | ослабленное |
| <i>Участок 2</i> | | |
| Клен остролистный | 1,6 | ослабленное |
| Липа мелколистная | 1,8 | ослабленное |
| Каштан конский обыкновен. | 1,3 | здоровое |
| <i>Участок 3</i> | | |
| Клен остролистный | 1,4 | здоровое |
| Липа мелколистная | 1,3 | здоровое |
| Каштан конский обыкновен. | 1,3 | здоровое |

Окончание табл. 2

| Участок 4 | | |
|---------------------------|-----|-------------|
| Клен остролистный | 1,4 | здоровое |
| Липа мелколистная | 1,8 | ослабленное |
| Каштан конский обыкновен. | 1,3 | здоровое |
| Участок 5 | | |
| Клен остролистный | 1,4 | здоровое |
| Липа мелколистная | 1,3 | здоровое |
| Каштан конский обыкновен. | 1,3 | здоровое |

Таблица 3

Экологическая оценка общего жизненного состояния древесной растительности различных функциональных зон Витебска

| № участка | Средний показатель состояния древостоя, K_{cp} | Категория жизненного состояния древостоя |
|-----------|--|--|
| 1 | 2,6 | ослабленное |
| 2 | 1,6 | ослабленное |
| 3 | 1,3 | здоровое |
| 4 | 1,5 | здоровое |
| 5 | 1,3 | здоровое |

Подтверждает сделанный выше вывод и установление классов состояния всех встречающихся на исследуемых участках видов деревьев, выполненное по методике Е.Г. Куликовой [5] с использованием определенных условных шкал, позволяющих визуально оценивать состояние деревьев по внешним признакам (табл. 4, 5). Согласно полученным результатам (табл. 6) для участка № 1 половина всех видов (50%) отнесена нами к классу состояния «удовлетворительное». К ним относятся ель, ясень, липа, черемуха. Насаждения клена и каштана находятся в хорошем состоянии, в то время как березы – в неудовлетворительном. Примечательно, что рябина обыкновенная на всех исследуемых участках имеет состояние «отличное» (табл. 6).

Таблица 4

Шкала визуальной оценки состояния древесной растительности по внешним признакам [5]

| Фактор | Вариация фактора состояния | Баллы |
|------------------------|---|-------|
| Состояние ствола | Здоровый и крепкий | 5 |
| | Имеются повреждения коры | 3 |
| | Наличие гнилей и дупел | 1 |
| Величина прироста | Более 15 см | 5 |
| | 5–15 см | 3 |
| | Менее 5 см | 1 |
| Структура кроны | Нормальная, здоровая | 5 |
| | Один крупный или несколько мелких сучьев усохли | 3 |
| | Два и более крупных сучьев усохли | 1 |
| Вредители и болезни | Отсутствуют | 5 |
| | Имеется один вид | 3 |
| | Имеется 2 и более видов | 1 |
| Степень развития кроны | Полная, равномерно развитая (сбалансированная) | 5 |
| | Полная, но нарушенная | 3 |
| | Нарушенная и недоразвитая | 1 |

Таблица 5

Шкала определения класса состояния деревьев [5]

| Суммарное количество баллов | Класс состояния |
|-----------------------------|--------------------|
| 25–22 | отличное |
| 21–18 | хорошее |
| 17–14 | удовлетворительное |
| 13–10 | плохое |
| 9–5 | очень плохое |

Таблица 6

Результаты определения классов жизненного состояния древесной растительности различных функциональных зон Витебска по внешним признакам

| Вид древесного растения | Класс жизненного состояния / баллы | | | |
|---------------------------|------------------------------------|---------|-----------|----------|
| | Отличное | Хорошее | Удовлетв. | Неудовл. |
| <i>Участок 1</i> | | | | |
| Ель европейская | | | 15 | |
| Береза повислая | | | | 13 |
| Ясень обыкновенный | | | 15 | |
| Рябина обыкновенная | 23 | | | |
| Липа мелколистная | | | 15 | |
| Черемуха обыкновен. | | | 17 | |
| Клен остролистный | | 21 | | |
| Каштан конский обыкновен. | | 21 | | |
| <i>Участок 2</i> | | | | |
| Ель европейская | | | 17 | |
| Береза повислая | | 21 | | |
| Ясень обыкновенный | | | 17 | |
| Рябина обыкновенная | 25 | | | |
| Липа мелколистная | | 19 | | |
| Черемуха обыкновен. | 23 | | | |
| Клен остролистный | 25 | | | |
| Каштан конский обыкновен. | | 21 | | |
| <i>Участок 3</i> | | | | |
| Ель европейская | 25 | | | |
| Береза повислая | 25 | | | |
| Ясень обыкновенный | 25 | | | |
| Рябина обыкновенная | | 21 | | |
| Липа мелколистная | | 21 | | |
| Черемуха обыкновен. | | | 17 | |
| Клен остролистный | | 21 | | |
| Каштан конский обыкновен. | | 21 | | |
| <i>Участок 4</i> | | | | |
| Ель европейская | | | 17 | |
| Береза повислая | | 21 | | |
| Ясень обыкновенный | | 21 | | |
| Рябина обыкновенная | 25 | | | |

| | | | | |
|---------------------------|----|----|----|--|
| Липа мелколистная | 23 | | | |
| Черемуха обыкновен. | 23 | | | |
| Клен остролистный | | | 17 | |
| Каштан конский обыкновен. | | | 17 | |
| <i>Участок 5</i> | | | | |
| Ель европейская | | | 17 | |
| Береза повислая | | 21 | | |
| Ясень обыкновенный | | 21 | | |
| Рябина обыкновенная | 25 | | | |
| Липа мелколистная | 23 | | | |
| Черемуха обыкновен. | 23 | | | |
| Клен остролистный | | 21 | | |
| Каштан конский обыкновен. | 23 | | | |

В отличие от промышленных зон, жилых кварталов и улиц, насаждения парков и скверов Витебска характеризуются наилучшим жизненным состоянием. Так, например, нашими исследованиями установлено [6], что в сквере по улице Кирова, где произрастает 17 видов лиственных и хвойных деревьев с преобладанием липы и каштана конского и 3 вида кустарников, 73% древостоя (325 из 448 экз.) относится к категории «здоровые особи», 18% (82 экз.) – ослабленные, 7% (30 экз.) – сильно ослабленные, усыхающие – 2% (8 экз.), сухостой – 1% (3 экз.). Подобным жизненным состоянием характеризуются зеленые насаждения и в сквере Привокзальной площади, где также произрастает 17 видов деревьев и 3 вида кустарников, из которых доминантами являются туя западная и барбарис Тунберга. Здесь среди древесной растительности 69% (142 из 207 экз.) составляют здоровые особи; 25% (52 экз.) – ослабленные: 5% (11 экз.) – сильно ослабленные, 1% (2 экз.) – усыхающие. Надо заметить, что за последние два десятилетия озеленение объектов общего пользования Витебска (парков, скверов и др.) в ландшафтно-декоративном отношении существенно улучшилось [7]. Это произошло за счет организации новых или благоустройства ранее созданных объектов, таких, к примеру, как летний амфитеатр, парк Победителей и др.

Так, летний амфитеатр благодаря расположению на дне крупной овражной балки с крутыми склонами и богатым ассортиментом древесных пород, хорошему дизайну ландшафтных композиций, наличию многих красивых малых архитектурных форм лидирует среди озеленительных объектов Витебска. В парке Победителей, расположенном вытянутой полосой вдоль Западной Двины, озеленение выполнено на перспективу: немногочисленные старые деревья подверглись обрезке, высажено много новых таксонов, широко представлены декоративные виды. Обследование 13 объектов общего пользования на территории города позволило выявить 108 таксонов древесно-кустарниковой растительности [7], из которых 53 являются редкими (аралия, барбарис обыкновенный краснолистный, боярышник алма-атинский, бук европейский краснолистный, вейгела гибридная, дуб скальный и др.), что свидетельствует о большой индивидуальности этих объектов.

Заключение. Таким образом, состояние зеленых насаждений в Витебске подвержено существенным флуктуациям и зависит от принадлежности к определенным функциональным зонам города. Любое значимое проявление неблагоприятных факторов – будь то природных (засухи, паводки, ураганные ветры, экстремальные температуры и т.д.), или техногенных (подтопление, выбросы в атмосферу промышленных поллютантов и др.), способно снизить их устойчивость и привести к повреждению, а при длительном негативном воздействии нельзя исключать и возможной гибели части фитоценозов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фролов, А.К. Окружающая среда крупного города и жизнь растений в нем / А.К. Фролов. – СПб.: Наука, 1998. – 328 с.
2. Лесные экосистемы и атмосферное загрязнение / В.А. Алексеев [и др.]; под ред. В.А. Алексеева. – Л.: Наука, 1990. – 200 с.
3. Галкин, П.А. Современное состояние древесной растительности на территории Витебска / П.А. Галкин, И.А. Литвенкова, К.С. Космачева // Географические аспекты устойчивого развития регионов: сб. материалов IV Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 27–29 мая 2021 г. / Гом. гос. ун-т; редкол.: А.И. Павловский (гл. ред.) [и др.]. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2021. – С. 93–96.

4. Экологический мониторинг / Т.Я. Ашихмина [и др.]; под ред. Т.Я. Ашихминой. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Академический Проект, 2006. – 416 с.
5. Куликова, Е.Г. Методы определения ценности деревьев в городских насаждениях / Е.Г. Куликова // Экология, мониторинг и рациональное природопользование: сб. науч. тр. – Вып. 294. – М., 1998. – С. 33–40.
6. Дудник, Ю.А. Инвентаризация и оценка жизненного состояния придорожной древесной растительности Железнодорожного района г. Витебска / Ю.А. Дудник, И.А. Литвенкова // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XXIV(71) Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, науч. сотрудников и аспирантов, Витебск, 14 февр. 2019 г.: в 2 т. / Витеб. гос. ун-т; редкол.: И.М. Прищепа (гл. ред.) [и др.]. – Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2019. – Т. 1. – С. 43–45. URI: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/17805>.
7. Гаранович, И. Особенности озеленения областных центров Беларуси / И. Гаранович // Наука и инновации. – 2015. – № 3(145). – С. 4–8.

REFERENCES

1. Frolov A.K. *Okruzhayushchaya sreda krupnogo goroda i zhizn rasteniy v nem* [Environment of a large city and plant life in it], SPb.: Nauka, 1998, 328 p.
2. Alekseyev V.A. *Lesniye ekosistemy i atmosfernoye zagryazneniye* [Forest Ecosystems and Atmospheric Pollution], L.: Nauka, 1990, 200 p.
3. Galkin P.A. *Geograficheskiye aspekty ustoychivogo razvitiya regionov: sb. mater. IV mezhd. nauch.-prakt. konf., Gomel, 27–29 maya 2021 g.* [Geographical aspects of sustainable development of regions: proceedings of the 4th Intern. scientific-practical. conf., Gomel, May 27–29, 2021], Gomel, 2021, p. 93–96.
4. Ashikhmina T.Ya. *Ekologicheskiy monitoring* [Environmental monitoring], Moscow: Akademicheskii Proyekt, 2006, 416 p.
5. Kulikova Ye.G. *Ekologiya, monitoring i ratsionalnoye prirodopolzovaniye: sb. nauch. tr.* [Ecology, monitoring and rational nature management: Collection of Articles], 294, Moscow, 1998, p. 33–40.
6. Dudnik Yu.A., Litvenkova I.A. *Nauka – obrazovaniyu, proizvodstvu, ekonomike: mater. XXIV(71) Region. nauch.-prakt. konf. prepodavateley, nauchn. sotrudnikov i aspirantov, Vitebsk, 14 fevralya 2019 g.: v 2 tomakh* [Science – to education, production, economy: proceedings of the XXIV(71) Region. scientific-practical. conf. of teachers, researchers and graduate students, Vitebsk, February 14, 2019: in 2 volumes], Vitebsk, 2019, 1, p. 43–45. URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/17805>.
7. Garanovich I. *Nauka i innovatsii* [Science and innovations], 2015, 3(145), p. 4–8.

Поступила в редакцию 15.11.2022

Адрес для корреспонденции: e-mail: Inna.Litvenkova@yandex.ru – Литвенкова И.А.



ПЕДАГОГІКА

УДК 37.091.12:005.963.3

ТВОРЧЕСТВО КАК ВАЖНЕЙШЕЕ УСЛОВИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

М.В. Макрицкий*, М.В. Долгая*, З.С. Кунцевич**

**Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»*

***Учреждение образования «Витебский государственный ордена Дружбы народов медицинский университет»*

В работе рассматриваются пути формирования у студентов творческих способностей, роль преподавателя в процессе организации студенческого творчества (опытно-экспериментальной работы, кружковой, поисковой, научной, работы в органах студенческого самоуправления, спортивной и т.д.), ведь полученные умения и навыки позволят им лучше овладеть основами педагогического мастерства.

Цель статьи – теоретически обосновать, разработать и апробировать доминирующие факторы и условия, обеспечивающие формирование у студентов педагогической культуры в ходе разнообразных видов творческой деятельности, направленной на подготовку к профессии учителя.

Материал и методы. *В исследовании приняли участие 52 студента IV курса факультета гуманитаристики и языковых коммуникаций ВГУ имени П.М. Машерова. Авторами использовались такие методы, как наблюдение, анкетирование, синтез, обобщение, статистическая обработка данных.*

Результаты и их обсуждение. *Формирование педагогической культуры и педагогическое творчество, развитие социально активной личности и профессиональное становление будущего учителя взаимосвязаны и причинно обусловлены: при приобретении профессионально значимых качеств в процессе творческой деятельности складывается социально активная личность будущего учителя, а овладение различными видами творчества приводит будущего педагога к высокой квалификации.*

Выявлены условия, формы и методы формирования социально активной личности, творческого, нестандартного мышления студентов, а в будущем их общей и педагогической культуры.

Заключение. *Таким образом, анализ полученных в ходе исследования данных свидетельствует о том, что формирование педагогической культуры студентов происходит в процессе их творческой деятельности под руководством преподавателей УВО, кураторов групп, функции которых заключаются в конструировании конкретных педагогических ситуаций, выборе разнообразных способов организации общественно полезной деятельности, проведении нестандартных форм занятий во время педагогической практики.*

Ключевые слова: *творчество, педагогическое творчество, педагогическая культура, общественно полезная деятельность, социально активная личность, педагогические ценности, творческое мышление, творческая деятельность.*

CREATIVITY AS THE MOST IMPORTANT CONDITION FOR SHAPING PEDAGOGICAL CULTURE OF WOULD-BE TEACHERS

M.V. Makritsky*, M.V. Dolgaya*, Z.S. Kuntsevich**

*Education Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"

**Education Establishment "Vitebsk State Order of Peoples' Friendship Medical University"

The paper examines ways of shaping students' creative abilities, the role of the teacher in the process of organizing student creative work (experimental work, circle work, search, research, work in the bodies of student government, sports, participation in amateur art activities, etc.), because the acquired skills, abilities will be useful for them in the work of the teacher.

The aim of the article is to theoretically justify, develop and test the dominant factors and conditions that ensure the shaping of students' pedagogical culture in the course of a variety of creative activities aimed at training for teaching profession.

Material and methods. *The research was conducted among 52 fourth-year students of the Faculty of Humanities and Language Communication at Vitebsk State P.M. Masherov University. The author used such methods as observation, questionnaires, synthesis, generalization, statistical data processing.*

Findings and their discussion. *The results of the study show that the shaping of pedagogical culture and pedagogical creativity, development of socially active personality and professional shaping of a would-be teacher are interrelated and causally linked: while acquiring professionally significant qualities in the process of creative activity the socially active personality of a would-be teacher is shaped, and at the same time, the expansion and diversity of different types of creativity results in the high qualification of a teacher.*

Conditions, forms and methods of shaping a socially active personality, creative, non-standard thinking of students, and in the future their general and pedagogical culture were identified.

Conclusion. *Thus, the analysis of the data obtained during the study indicates that shaping of students' pedagogical culture occurs in the process of their creative activities under the guidance of university teachers, curators of groups, whose functions are to design specific teaching situations, to choose a variety of ways to organize socially useful activities holding non-standard forms of classes during teaching practice.*

Key words: *creativity, pedagogical creativity, pedagogical culture, socially useful activity, socially active personality, pedagogical values, creative thinking, creative activity.*

Проблематика исследований педагогической культуры и творчества необычайно обширная. Многообразны способы мышления о работе учителя, теоретические и методические подходы к изучению педагогической деятельности как одной из самых творческих по своей природе. Заслуживают внимания и методы формирования педагогической культуры и творчества, вопросы их влияния на школьную практику и подготовку молодых поколений творчески работающих учителей.

Чаще всего под творчеством понимается такая деятельность, результатом которой являются продукты, оцениваемые как новые, оригинальные, полезные и ценные. Говоря о педагогическом творчестве, следует отметить, что оно выражается в непосредственной работе на уроке, в общении с учащимися, учителями-коллегами, родителями, в воспитательной работе и т.д.

В современных условиях ресурс личности и деятельности студентов педагогических университетов составляют не столько специальные знания, владение информацией, освоение основ педагогики и психологии, сколько общая и педагогическая культура, обеспечивающая способность создавать и передавать общечеловеческие и педагогические ценности, превращая их во внутренний мир индивида.

Усвоение педагогических ценностей осуществляется в процессе воспитания, образования, влияния окружающей действительности. Приобщение к ним происходит в процессе творческой деятельности: участия в научной, писательской, художественной, театральной, спортивной и других видах деятельности, а также в ходе работы студентов с элементами педагогического труда и моделирования педагогического процесса, во время прохождения педагогической практики, участия в органах студенческого самоуправления, работы вожатыми в летних оздоровительных лагерях и т.п.

Цель статьи – теоретически обосновать, разработать и апробировать доминирующие факторы и условия, обеспечивающие формирование у студентов педагогической культуры в ходе разнообразных видов творческой деятельности, направленной на подготовку к профессии учителя.

Материал и методы. В исследовании приняли участие 52 студента IV курса факультета гуманитаристики и языковых коммуникаций ВГУ имени П.М. Машерова. При этом использовались такие методы, как наблюдение, анкетирование, синтез, обобщение, статистическая обработка данных.

Результаты и их обсуждение. Как показали наши исследования, у 54% респондентов преобладает ориентация на науку, у 22% – смешанная ориентация на науку и педагогическую деятельность и лишь у 24% – ориентация на школу и воспитание.

Следует отметить, что студенты, проявляющие склонность к педагогической деятельности, отличаются наиболее высоким уровнем культуры, сознательности, более быстрым развитием педагогических способностей (личностных, организаторских, коммуникативных, дидактических). У них значительно выше уровень эмпатии и рефлексов, которые лежат в основе осознания особенностей взаимодействия с другими людьми.

На вопрос «Что, по Вашему мнению, является показателем(-ями) уровня сформированности педагогической культуры?» 39% студентов ответили «уровень интеллектуального развития», 10% – «уровень и всесторонность организации деятельности педагога», 7% – «уровень овладения педагогической этикой», 5% – «уровень сформированности нравственной и мировоззренческой зрелости», 9% – «культура общения», 11% – «творческий характер педагогической деятельности»; 1% – «умение слушать и слышать собеседника, задавать вопросы, устанавливать контакты, понимать партнера по общению, умение видеть и верно интерпретировать поведенческие реакции учащихся, их родителей (законных представителей)»; 8% – «культура внешнего вида педагога (продуманность, аккуратность, эстетика, подтянутость и собранность, умение двигаться, управлять собственной мимикой и пантомимикой)»; 2% – «креативность, осознание педагогом престижности избранной профессии, социальной значимости, ответственности перед обществом, государством, воспитанниками за процесс и результаты своего труда»; 3% – «сформированность гуманистической направленности личности педагога», 8% – «совершенное владение современными образовательными технологиями, технологиями общения».

В сегодняшних условиях актуализируется задача (наряду с формированием научного мировоззрения) развития творческого, нестандартного мышления будущего учителя еще в стенах педагогического университета. Как известно, особенностью творческого мышления как свободной деятельности людей является способность к созданию нового, реализации необычного или совершенствование, улучшение, интерпретация уже известного. В его характеристику следует включить и умение самостоятельно ориентироваться в нестандартных ситуациях, системе общественных отношений, моральных и культурных ценностей. Ведь жизнь и школьники будут ставить перед учителем нередко такие задачи, решение которых не дает (да и не может дать) ни один учебник по педагогике. Будущий учитель, как правило, будет и классным руководителем, а потому умение творчески мыслить, находить новые формы в работе очень важно.

Особая роль в формировании указанных качеств принадлежит семинарским и лабораторным занятиям по педагогике, разнообразным формам их организации и активизации самостоятельной деятельности студентов. Так, этому способствует составление студентами плана своего выступления на семинарских занятиях, кратких или развернутых тезисов доклада по той или иной теме, способа доказательства истинности того, что будет предметом соответствующего обсуждения. Подготовка ими дополнительных вопросов к выступающему товарищу, оппонирование выступлений, рефератов, докладов, оценка работы своего сокурсника либо одноклассника обучает определенным приемам научных рассуждений, формирует у них самостоятельное, творческое отношение к миру и своей профессии.

Активизируют познавательную деятельность студентов нетрадиционные формы занятий: пресс-конференции, диспуты, системы оппонирования, деловые игры, круглые столы и др. Опыт показывает их высокую эффективность при постоянном чередовании. Каждая из названных форм дополняет одна другую, нивелирует негативные моменты отдельных, а главное – развивает творческую инициативу студентов, углубляет их самостоятельную деятельность.

Многообразие содержания и форм работы со студентами в значительной степени способствует формированию у них творческого отношения к миру и будущей своей деятельности.

Таким образом, в настоящее время ключевая цель обучения и воспитания, а следовательно, главная функция преподавателя УВО – не просто передача накопленного опыта и знаний, а управление творческим развитием студентов в учебно-воспитательном процессе.

В процессе опытно-экспериментальной работы со студентами апробирован ряд методов формирования творческого, нестандартного мышления, педагогической культуры в целом. Это:

- ролевая педагогическая игра, содействующая формированию профессионально значимых качеств личности;
- решение педагогических задач, направленных на развитие организаторских навыков целеполагания в планируемых видах деятельности, на решение условных конфликтных ситуаций;
- самонаблюдение по заданной программе, самоотчет, самооценка;
- диспуты по вопросам воспитания;
- деловые (педагогические) игры по проведению элементов урока, воспитательного мероприятия перед одноклассниками;
- дебаты по различным проблемам педагогики, психологии и общества;
- проведение уроков, воспитательных мероприятий во время педагогической практики.

Важнейшим условием формирования педагогической культуры студентов является творческая направленность проводимых с ними занятий. Для этого обучающиеся вовлекаются в различные формы педагогического творчества: педагогические сочинения, конструирование педагогических ситуаций, соиздание в педагогических играх и т.п. Эта деятельность направлена на осознание студентами себя как разработчика творчества, поскольку творчество – важнейшая характеристика культуры.

Творческие способности студентов формируются в процессе прохождения ими педагогической практики в школах.

В ходе проведения уроков, воспитательных мероприятий, общественно-педагогической, культурно-массовой, спортивно-массовой, общественно-трудовой и иной деятельности создаются оптимальные условия формирования социально активной личности педагога. Вместе с тем анкетный опрос и выступления студентов на заключительной конференции продемонстрировали, что только 42% из них в основном или полностью удовлетворены результатами практики, 48% – удовлетворены не в полной мере и указывают на необходимость улучшения связи «университет–школа» в вопросах руководства работой студентов, 8% – не высказали своего мнения, а 2% – отметили, что практика им не дала ничего нового, т.к. работу с детьми они и так знают. Но в целом полезность практики признали все студенты.

Многообразна и сложна воспитательная работа педагога в школе, разнообразны ее виды и формы. Тем более важно помочь будущим учителям еще в стенах университета как можно лучше подготовиться теоретически, методически и практически к осуществлению многогранной воспитательной работы в школе и вне ее.

Педагогическая культура формируется в процессе общественной деятельности студентов, посредством их творческого участия в работе БРСМ, профсоюзной организации студентов, в работе объединений по интересам, факультативов, клубов, лекториев, спортивных секций, студенческого научного общества, в художественной самодеятельности и т.п. Все эти виды деятельности призваны дополнить систему подготовки будущего учителя к воспитательной работе в школе, способствовать приобретению, развитию и закреплению педагогических умений и навыков.

Благодаря общественно-педагогической деятельности у студентов формируются педагогические способности, которые являются одним из важнейших компонентов психолого-педагогической культуры. Они учатся видеть психологические особенности и состояние других людей, анализировать их поведение и поступки, находить общий язык с детьми и взрослыми в разных обстоятельствах, организовывать коллективную деятельность людей, распределять поручения с учетом их индивидуальных особенностей, их взаимоотношений, личных симпатий и антипатий, принимать на себя роль организатора интересных и полезных дел и т.д.

Определенную роль в работе учителя имеют организаторские способности. Особо следует отметить, что большинство ответов студентов сводится к тому, что организаторские способности формируются в деятельности.

Так, 12% опрошенных считают, что приобрели эти способности, работая вожатыми в оздоровительных лагерях, 11% – когда организовывали отдельные мероприятия в школе, 27% – в период работы в органах ученического самоуправления, 17% – в общении с товарищами, совместных делах и играх. Лишь 21% – наблюдая за тем, как учителя или однокурсники организуют то или иное мероприятие.

12% студентов пока не уверены в развитии у них данной способности, т.к. «не приходилось кого-либо организовывать».

Качество характера убеждать, предъявлять требование и без принуждения добиваться их выполнения многие студенты воспитали у себя, наблюдая за работой учителей (36%), следуя примеру родителей или воздействуя на брата или сестру (17%), 14% студентов приобрели данную способность через участие в диспутах, собраниях, 11% – в результате общения, споров с друзьями, 8% – в процессе работы в органах ученического самоуправления.

Одним из ведущих факторов профессионального становления будущего учителя является студенческое самоуправление. Наше исследование доказывает, что студенты-активисты в большинстве случаев быстро адаптируются к конкретным условиям практической деятельности, чаще становятся хорошими организаторами, лидерами в трудовых коллективах.

Так, по данным нашего опроса, 66,4% молодых специалистов, регулярно участвующих в работе органов студенческого самоуправления, стали в школах заместителями директоров по учебно-воспитательной работе, организаторами внеклассной и внешкольной воспитательной работы, директорами. Пути совершенствования студенческого самоуправления мы также видим в создании условий для активного включения студентов в различные виды творческой деятельности.

Заключение. Таким образом, анализ полученных в ходе исследования данных свидетельствует о том, что формирование педагогической культуры студентов происходит в процессе их творческой деятельности под руководством преподавателей университета, кураторов групп, функции которых заключаются в конструировании конкретных педагогических ситуаций, выборе разнообразных способов организации общественно полезной деятельности, проведении нестандартных форм занятий во время педагогической практики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Решетко, В.С. Школа как саморазвивающаяся система / В.С. Решетко. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 1997. – 215 с.
2. Загвязинский, В.И. Педагогическое творчество учителя / В.И. Загвязинский. – М.: Педагогика, 1987. – 160 с.
3. Педагогика: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / под ред. В.А. Сластенина. – М., 2002. – 576 с.
4. Гильманов, С. Творческая индивидуальность педагога / С. Гильманов // Школьная практика. – 2004. – № 1. – С. 197–207.
5. Кан-Калик, В.А. Педагогическое творчество / В.А. Кан-Калик, Н.Д. Никандров. – М., 1990. – 140 с.
6. Зубра, А.С. Педагогическая культура преподавателя высшей школы / А.С. Зубра. – Минск, 2005. – 397 с.: ил.

REFERENCES

1. Reshetko V.S. *Shkola kak samorazvivayushchaya sistema* [School as a self-developing system], Minsk: Adukatsiya i vykhavanne, 1997, 215 p.
2. Zagvyazinsky V.I. *Pedagogicheskoye tvorchestvo uchitelia* [Pedagogical creativity of the teacher], Moscow: Pedagogika, 1987, 160 p.
3. Slastenina V.A. *Pedagogika: ucheb. posobiye dlia stud. vyssh. ped. ucheb. zavedeni* [The Science of Education: Pedagogical University Textbook], M., 2002, 576 p.
4. Gilmanov S. *Shkolnaya praktika* [School Practice], 2004, 1, pp. 197–207.
5. Kahn-Kalik V.A., Nikandrov N.D. *Pedagogicheskoye tvorchestvo* [Pedagogical Creativity], M., 1990, 140 p.
6. Zubra A.S. *Pedagogicheskaya kultura prepodavatelja vysshei shkoly* [Pedagogical Culture of a Higher School Teacher], Minsk, 2005, 397 p.

Поступила в редакцию 11.11.2021

Адрес для корреспонденции: e-mail: kpiom@vsu.by – Макрицкий М.В.

УДК 316.334.55+352.071(1-22)+332.12(1-22)

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОЦЕНКИ СЕЛЬСКИХ ТЕРРИТОРИЙ (СЕЛЬСКОЙ МЕСТНОСТИ)

Е.В. Шаматульская

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Подходы к изучению сельской местности определяются современной парадигмой науки на базе достижения естественных, социально-экономических и общественно-географических наук. Поэтому сельская местность выступает объектом исследования многих дисциплин и отраслей.

Цель статьи – провести ретроспективный анализ развития методологии и основных теоретических положений, связанных с подходами к оценке сельских территорий (сельской местности) за период с 1980–1990-х гг. и по настоящее время.

Материал и методы. *Материалом исследования послужили научные труды белорусских, российских и украинских ученых, тематика работ которых связана с устойчивостью, развитием и типологией сельских территорий. Методы: базирующиеся на системном подходе, абстрактно-логического анализа, синтеза, аналогии, сравнения, типологии и обобщения.*

Результаты и их обсуждение. *Рассмотрены основные теоретико-методологические аспекты изучения сельских территорий и наиболее встречающиеся подходы к их определению, различающиеся по критерию отнесения той или иной территории к сельским. Выделены различные трактовки термина «сельская местность» и критерии определения типологий сельских территорий.*

Заключение. *Типология элементов сельской местности является одной из важнейших задач руральных наук и выступает приоритетным направлением развития и оптимального функционирования сельских территорий.*

Ключевые слова: *сельская местность, сельские территории, подходы, типологии.*

THEORETICAL AND METHODOLOGICAL ASPECTS OF THE EVALUATION OF RURAL TERRITORIES (RURAL AREAS)

E.V. Shamatulskaya

Educational establishment “Vitebsk state P.M. Masherov University”

Approaches to the study of rural areas are determined by the modern paradigm of science based on the achievements of natural, socio-economic and socio-geographical Sciences. Therefore, the countryside is the object of research in many disciplines and industries.

The purpose of the study is to conduct a retrospective analysis of the development of the methodology and the main theoretical provisions related to approaches to the assessment of rural areas (rural areas) for the period 1980–1990 and up to the present.

Material and methods. *The material of the study was the scientific works of Belarusian, Russian and Ukrainian scientists, whose subjects are related to the sustainability, development and typology of rural areas.*

Research methods: methods based on the system approach, methods of abstract-logical analysis, synthesis, analogy, comparison, typology and generalization techniques.

Findings and their discussion. *The main theoretical and methodological aspects of the study of rural areas and the most common approaches to their definition, which differ by the criterion of classifying a particular territory as rural, are considered. Different interpretations of the term “rural area” and criteria for determining different typologies of rural areas are highlighted.*

Conclusion. *Typology of elements of rural areas is one of the most important tasks of rural Sciences and is a priority direction for the development and optimal functioning of rural areas.*

Key words: *rural areas, rural territories, approaches, typologies.*

Сельские территории Беларуси обладают большим земельным потенциалом для ведения сельского хозяйства и основой продовольственного обеспечения населения, достаточно уникальным природным потенциалом, экономическими и трудовыми ресурсами, а также являются одним из ключевых элементов загородного отдыха горожан. На этом пространстве сохраняется историко-культурный и ландшафтный потенциал, поддерживается общее экологическое равновесие республики.

В последние десятилетия исследование сельских территорий находится одновременно на пересечении предметной области разных отраслей. Инкорпорирование сельской местности (наряду с городом) все чаще используется как неотъемлемая часть территориальной организации общества и страны. Комплексное изучение сельской местности на основе кооперирования данных всех систем наук способствует разработке новых эволюционных теорий, приносит креативные и инновационные научные результаты, расширяет границы привычных парадигм.

Цель статьи – провести ретроспективный анализ развития методологии и основных теоретических положений, связанных с подходами к оценке сельских территорий (сельской местности) за период с 1980–1990-х гг. и по настоящее время.

Материал и методы. Материалом исследования послужили научные труды белорусских, российских и украинских ученых, тематика работ которых связана с устойчивостью, развитием и типологией сельских территорий.

Методы: базирующиеся на системном подходе, абстрактно-логического анализа, синтеза, аналогии, сравнения, типологии и обобщения.

Результаты и их обсуждение. Сельская местность (СМ) представляет особую ценность для любого государства. Полная и достоверная информация, глубокое знание проблем и потенциала сельских территорий, их экономическая оценка являются необходимым условием для полного анализа состояния и развития сельской местности.

Теоретические основы оценки сельских территорий (сельской местности). С.А. Ковалев и А.И. Алексеев (1989) рассматривают «сельскую местность» как территорию за пределами городов и сельских поселений, которая используется человеком [1].

Согласно нормативно-правовым документам Республики Беларусь под сельской местностью понимается «территория, входящая в пространственные пределы сельсоветов, за исключением территорий поселков городского типа и городов районного подчинения», а к сельским населенным пунктам относятся агрогородки, поселки, деревни и хутора [2].

В соответствии с Общегосударственным классификатором Республики Беларусь сельские территории – это все, что названо сельским: население и населенные пункты [3].

Термин «сельская местность» изоморфически аналогичен представлению «село в широком смысле». Российский исследователь Н.А. Полушкин (2015) и представитель белорусской научной школы Л.В. Корбут (2012) определяют данное пространство как «территории за границами городов, включающие территории сельских населенных пунктов и межселенные территории» [4; 5].

Рассматривая сельскую местность как географическое и экономическое пространство, в ней можно выделить такие территориальные элементы, как центры, узлы, ядра, транспортные оси, зоны притяжения, т.к. пространственный рост экономических показателей региона происходит неравномерно и территории имеют разные уровни экономического развития. Российские ученые Ю.В. Поросенков и О.В. Диденко (2007) подобный подход к изучению сельской местности называют территориально-морфологическим [6].

Следует отметить, что ряд белорусских, российских и украинских исследователей отождествляют СМ с системой, состоящей из взаимосвязанных элементов. Так, сельская территория, по мнению российского исследователя Е.Г. Коваленко (2012), является сложной социально-экономической системой, состоящей из экономической, социальной и экологической подсистем, и занимает определенный иерархический уровень, а ее стабильность зависит от устойчивости входящих в ее состав подсистем и отдельных элементов [7].

Такого же мнения придерживаются Ю.В. Поросенков и О.В. Диденко (2007) и дополняют, что в качестве основных подсистем СМ выступают природно-ресурсные, социально-экономические, демографические, культурно-исторические, политические, экологические, технологические и другие элементы [6].

Принимая во внимание данное положение, представитель российской научной школы О.А. Шувалова (2016) утверждает, что сельскую местность необходимо рассматривать как сложную систему, с позиций рационального управления, целостности, автономности и устойчивости. О.А. Шувалова понимает СМ как территориально-хозяйственную систему, находящуюся за пределами городов. Автор подчеркивает, что специфичность ландшафта и определенный образ жизни сельчан являются обязательными элементами, как и другие подсистемы [8].

Представители белорусской аграрной школы В.Г. Гусаков и С.А. Матох (2011, 2013), а также В.Н. Блохин (2018) считают, что изучение сельских территорий должно учитывать совокупность различных сфер развития и субъектов хозяйствования, а также комплексное влияние разнообразных факторов (в экономической, институциональной, социальной, демографической и экологической сферах) [9–11]. Такой подход к исследованию сельской местности как сложной территориальной системы, учитывающий широкий спектр составляющих, можно назвать комплексным.

Поддерживая идею системности сельской местности, представитель белорусской аграрной школы Л.В. Корбут (2011) видит актуальным изучение особенностей сельского образа жизни в качестве основных элементов социальной подсистемы [12]. Условия жизни сельских жителей изменились в меньшей степени, чем у горожан: сельчане по-прежнему подчинены ритмам и сезонам года, для них характерна большая трудоемкость в домашнем и подсобном хозяйстве, они чаще сами формируют среду жизнедеятельности.

По мнению украинского ученого А.И. Павлова (2009), сельское развитие позиционируется как активный процесс, который реализуется в рамках сельской территориальной подсистемы общества, а в качестве объекта сельского развития рассматриваются сельские территории. Исследователем дается трактовка сельского развития как понятия, тождественного понятию «развитие сельских территорий» [13]. Как отмечает А.И. Павлов (2013), сельские территории объединены экономической, социальной и экологической подсистемами, включают население, поселения, сельскохозяйственные земли и само сельское хозяйство, инфраструктурные и окружающие природные компоненты, свойства которых раскрывают их сущность и обуславливают определенные функции [14].

Принимая во внимание многообразие научно-методологических подходов к трактовке сельских территорий, считаем, что сельскую местность необходимо понимать как сложную территориальную агросоциохозяйственную экосистему, в которой природные, экономические, демографические, социальные и экологические подсистемы и элементы являются взаимосвязанными иерархически и функционально.

Долгое время сельские территории рассматривались только с точки зрения продовольственного обеспечения населения. Такой подход к изучению сельской местности можно назвать сельскохозяйственным или отраслевым, однако он уменьшает число потенциальных объектов изучения села.

Исследование сельского расселения и сферы услуг населения также было прерогативой советского периода изучения сельской местности. На современном этапе представителем белорусской демографической школы Е.А. Антиповой (2008) разработано научное обеспечение региональной демографической политики, проанализирована трансформация развития сельской местности, определены пространственно-временные и структурные сдвиги в расселении, разработаны геодемографические типологии сельской местности Беларуси [15; 16]. Предложенный подход к изучению сельской местности можно назвать демографическим.

Следует отметить, что на именно основе системности определяется оптимальное сочетание методов и подходов изучения СМ (рис.).

Плюрализм научно-методологических подходов к исследованию сельских территорий объясняется универсальностью и сложностью самого предмета изучения.

Методологические основы оценки сельской местности (сельских территорий). На современном этапе ключевым принципом при исследовании социально-экономического и экологического состояния сельских территорий является выбор методических инструментов, которые бы учитывали характерные признаки территорий и максимально раскрывали их важнейшие особенности.

Одной из первоочередных задач руральных наук является типология объектов сельской местности. Представитель белорусской школы Е.В. Грузинская (2019) считает, что именно функции самой сельской местности и определяют методику выявления дифференциации сельских территорий. Сфера деятельности сельского населения, демографическая и экологическая составляющие являются комплексными показателями в предлагаемой автором методике [17].

Российский исследователь Н.М. Едрёнкина (2014) разработала три группы типологии сельских территорий Сибирского федерального округа, где за основу взяты демографические показатели, а также структура занятости сельского населения и уровень развития социальной и инженерной инфраструктуры села [18].



Рис. Подходы к изучению сельской местности (составлено автором).

Представителем отечественной научной школы Л.В. Корбут (2016) разработана типология сельских территорий Беларуси, в основе которой рассматривается способность территории выполнять экономические или неэкономические функции. И в качестве основных критериев выделения групп районов исследователь предлагает долю и плотность сельского населения; удаленность района от крупного города и вес сельскохозяйственной отрасли в экономику района. Типологические критерии позволяют установить соответствующие характеристики района: по первому критерию: сельские, сельско-урбанизированные, урбанизированные; по второму – периферийные и непериферийные; по третьему – значительность вклада с/х в экономику рассматриваемой территории [19].

Геодемографическая типология сельских территорий, разработанная Е.А. Антиповой (2008), основана на определении устойчивости территориальной структуры сельского населения и закономерностей развития «центр–периферия» пространственно-экономических систем [15; 16].

Региональная оценка развития типологий сельских территорий Республики Беларусь показала, что в стране происходят функциональные изменения в пространственной структуре сельской местности, связанные с усилением ее роли в социально-экономическом развитии и интенсивным становлением рурального пространства периферийных зон.

Развитие сельской местности определяется потенциалом территории, возможностями использования всей совокупности территориальных ресурсов, особенностей нынешнего и перспективного состояния сельской среды. В зависимости от целей исследования оценку и потенциал развития сельских территорий следует проводить с учетом особенностей всех элементов и подсистем сельской местности.

Заключение. Все системные преобразования сельской местности необходимо начинать с детальной диагностики особенностей исследуемой территории. И поэтому самостоятельная методология системно-диагностического подхода к изучению сельских территорий актуальна. Для любой сельской территории существуют потенциальные возможности дальнейшего развития и позитивных изменений фактически сложившейся ситуации в ряде социально-экономических сфер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев, А.И. География сельской местности / А.И. Алексеев. – М.: Знание, 1989. – 48 с.
2. Закон Республики Беларусь: Об административно-территориальном устройстве Республики Беларусь от 5 мая 1998 г. № 154-3 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://kodeksy-by.com/zakon_rb_ob_administrativno-territorialnom_ustrojstve. – Дата доступа: 11.11.2020.
3. Общегосударственный классификатор Республики Беларусь «Система обозначений объектов административно-территориального деления и населенных пунктов» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nca.by/rus/geosystem/partition/classificator>. – Дата доступа: 11.11.2020.
4. Полушкин, Н.А. Механизм государственного регулирования развития сельских территорий Республики Мордовия / Н.А. Полушкин // Международный научный журнал «Инновационная наука». – 2015. – № 5. – С. 228–232.

5. Корбут, Л.В. К вопросу управления сельскими территориями / Л.В. Корбут // Научные труды Белорусского государственного экономического университета / редкол.: В.Н. Шимов (пред.) и др.]. – Минск, 2012. – С. 158–164.
6. Поросенков, Ю.В. Основы теории комплексного географического исследования сельской местности областного региона / Ю.В. Поросенков, О.В. Диденко // Вестник ВГУ. Сер.: География. Геоэкология. – 2007. – № 2. – С. 54–58.
7. Коваленко, Е.Г. Механизм устойчивого развития сельских территорий региона / Е.Г. Коваленко // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 2. – С. 299–302.
8. Шувалова, О.А. Потенциал развития сельской местности (на примере Волгоградской области): дис. ... канд. геогр. наук: 25.00.24 / О.А. Шувалова. – М., 2016. – 191 л.
9. Гусаков, В.Г. Развитие сельских территорий Республики Беларусь: проблемы и перспективы / В.Г. Гусаков, С.А. Маток // Аграрная экономика. – 2013. – № 7. – С. 2–7.
10. Гусаков, В.Г. Стратегия устойчивого развития сельских территорий / В.Г. Гусаков // Весті Нац. акад. навук Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2011. – № 2. – С. 5–12.
11. Блохин, В.Н. Теория и методология изучения социально-экономического положения сельских территорий / В.Н. Блохин // Территория науки. – № 2. – 2018. – С. 83–90.
12. Корбут, Л.В. О некоторых аспектах развития сельских территорий / Л.В. Корбут // Аграрная экономика. – 2011. – № 9. – С. 64–69.
13. Павлов, А.И. Региональные проблемы развития сельских территорий Украины / А.И. Павлов // Региональная экономика. – 2013. – № 4. – С. 16–23.
14. Павлов, А.И. Сельские территории Украины: функционально-управленческая модель: монография / А.И. Павлов. – Одесса: Астропринт, 2009. – 340 с.
15. Антипова, Е.А. Сельское расселение Беларуси: территориальная структура и геодемографическое развитие: автореф. дис. ... д-ра геогр. наук: 25.00.24 / Е.А. Антипова. – Минск: БГУ, 2008. – 44 с.
16. Антипова, Е.А. Геодемография Беларуси в XXI веке: сравнительно-географический анализ городского и сельского населения / Е.А. Антипова, В.К. Коротаев // Вестник БГУ. Сер. 2, Химия. Биология. География. – 2014. – № 3. – С. 91–97.
17. Грузинская, Е.В. Дифференциация сельских территорий по уровню развития / Е.В. Грузинская // Вестник Белорусской государственной сельскохозяйственной академии. – 2019. – № 1. – С. 34–38.
18. Едрёнкина, Н.М. Методические подходы к типизации сельских территорий региона / Н.М. Едрёнкина // Вестник КрасГАУ. – 2014. – № 4. – С. 22–27.
19. Корбут, Л.В. Типологические аспекты исследования сельской экономики / Л.В. Корбут // Экономический рост Республики Беларусь: глобализация, инновационность, устойчивость: материалы IX Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 19–20 мая 2016 г.: в 2 т. / [редкол.: В.Н. Шимов (отв. ред.) и др.]. – Минск: БГЭУ, 2016. – Т. 2. – С. 61–63.

REFERENCES

1. Alekseyev A.I. *Geografiya selskoi mestnosti* [Geography of Rural Areas], M.: Znaniye, 1989, 48 p.
2. *Zakon Respubliki Belarus Ob administrativno-territorialnom ustroistve Respubliki Belarus ot 5 maya 1998 g. № 154-3* [The Republic of Belarus Law About Administrative and Territorial Composition of the Republic of Belarus of May 5, 1998 No 154-3]. – Available at: https://kodeksy-by.com/zakon_rb_ob_administrativno-territorialnom_ustrojstve. – Accessed: 11.11.2020.
3. *Obshchegosudarstvenni klassifikator Respubliki Belarus "Sistema oboznachenii obyektov administrativno-territorialnogo deleniya naseleennykh punktov"* [General State Directory of the Republic of Belarus "System of Marking Objects of Administrative and Territorial Delimitation and Settlements"]. – Available at: <http://nca.by/rus/geosystem/partition/classificator>. – Accessed: 11.11.2020.
4. Polushkin N.A. *Mezhdunarodny nauchny zhurnal "Innovatsionnaya nauka"* [International Scientific Journal "Innovation Science", 2015, 5, pp. 228–232.
5. Korbut L.V. *Nauchniye Trudy Belorusskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta* [Scientific Papers of Belarusian State Economic University], Minsk, 2012, pp. 158–164.
6. Porosenkov Yu.V., Didenko O.V. *Vestnik VGU. Ser. Geografiya. Geoekologiya* [Journal of VSU. Ser. Geography. Geoecology], 2007, 2, pp. 54–58.
7. Kovalenko E.G. *Sovremenniyemye problemy nauki i obrazovaniya* [Contemporary Issues of Science and Education], 2012, 2, pp. 299–302.
8. Shuvalova O.A. *Potentsial razvitiya selskoi mestnosti (na primere Volgogradskoi oblasti): dis. ... kand. geogr. nauk* [Development Potential of Rural Areas (on the Example of Volgograd Region) PhD (Geography) Dissertation], M., 2016, 191 p.
9. Gusakov V.G., Matokh S.A. *Agrarnaya ekonomika* [Agrarian Economy], 2013, 7, pp. 2–7.
10. Gusakov V.G. *Vesti Nats. akad. navuk Belarusi. Ser. agrar. navuk* [Journal of the National Academy of Sciences of Belarus, Ser. Agrarian Sciences], 2011, 2, pp. 5–12.
11. Blokhin V.N. *Territoriya nauki* [Territory of Science], 2, 2018, pp. 83–90.
12. Korbut L.V. *Agrarnaya ekonomika* [Agrarian Economy], 2011, 9, pp. 64–69.
13. Pavlov A.I. *Regionalnaya ekonomika* [Regional Economy], 2013, 4, pp. 16–23.
14. Pavlov A.I. *Selskiye territorii Ukrainy: funktsionalno-upravlencheskaya model: monografiya* [Rural Territories of Ukraine: Function and Management Model: Monograph], Odessa: Astroprint, 2009, 340 p.
15. Antipova E.A. *Selskoye rasseleniye Belarusi: territorialnaya struktura i geodemograficheskoye razvitiye: avtoref. dis. ... d-ra geogr. nauk* [Rural Distribution of Population in Belarus: Territorial Structure and Geodemographic Development: Dr.Sc. (Geography) Dissertation Summary], Minsk: BGU, 2008, 44 p.
16. Antipova E.A., Korotayev V.K. *Vestnik BGU. Ser. 2, Khimiya. Biologiya. Geografiya* [Journal of BSU. Ser. 2, Chemistry. Biology. Geography], 2014, 3, pp. 91–97.
17. Gruzinskaya E.V. *Vestnik Belorusskoi gosudarstvennoi selskokhoziaystvennoi akademii* [Journal of Belarusian State Agrarian Academy], 2019, 1, pp. 34–38.
18. Yedrenkina N.M. *Vestnik KrasGAU* [Journal of KrasSAU], 2014, 4, pp. 22–27.
19. Korbut L.V. *Ekonomicheski rost Respubliki Belarus: globalizatsiya, innovatsionnost, ustoichivost: materialy IX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., Minsk, 19–20 maya 2016 g.* [Economic Growth of the Republic of Belarus: Globalization, Innovation, Sustainability: Proceedings of the IX International Scientific and Practical Conference, Minsk, May 19–20, 2016], Minsk: BGEU, 2016, 2, pp. 61–63.

Поступила в редакцию 22.12.2020

Адрес для корреспонденции: e-mail: shamelena08@gmail.com – Шаматуйская Е.В.

МЕТОДИКА ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ЛЫЖНИКОВ-ГОНЩИКОВ НА ЭТАПЕ НЕПОСРЕДСТВЕННОЙ ПОДГОТОВКИ К СОРЕВНОВАНИЯМ

Н.Т. Станский, Д.А. Венкович

*Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»*

Одной из главных задач, которые решаются на шаге конкретной подготовки к состязаниям, выступает создание критериев для проявления обретенных в процессе тренировочного занятия способностей острой спортивной борьбы. В предсоревновательных микроциклах структура и содержание тренировочного процесса должны быть сильно приближенными к условиям состязаний. На этом шаге необыкновенную значимость приобретает умение наставника нормально дозировать тренировочные перегрузки в согласовании с персональными многофункциональными возможностями атлетов. Методом решения этого трудного вопроса видится педагогическое тестирование.

Цель статьи – анализ методик педагогического тестирования лыжников-гонщиков.

Материал и методы. *На факультете физической культуры и спорта ВГУ имени П.М. Машерова было проведено педагогическое исследование, в котором приняли участие 16 студентов, занимающихся лыжным спортом и имеющих I и II разряды. При этом использовались методы анализа, наблюдения и опроса.*

Результаты и их обсуждение. *Все тренировочные занятия проходили на обычных промеренных трассах. По результатам проведения тестов оценивали воздействие тренировочной перегрузки на спортсмена и вносили поправки в тренировочный процесс как в границах одного занятия, так и на последующее занятие. В тестах проба Рюффье и тренд-анализ есть шкалы оценок, с помощью которых можно найти величину действия перегрузки.*

В процессе выполнения малых и средних по объему нагрузок в тесте прохождение 500-метрового отрезка дистанции с наибольшей скоростью с регистрацией ЧСС по Карлайлу показатели изменялись некардинально. При выполнении больших нагрузок на 1-й минуте восстановления существенно ухудшились время прохождения и сумма ЧСС трех измерений.

Заключение. *Полученные данные свидетельствуют, что педагогический контроль содействует более оптимальному планированию и реализации корректировки тренировочного процесса в экспериментальной группе по отношению с контрольной.*

Ключевые слова: *лыжные гонки, студенты, педагогические тесты, соревнования.*

METHODS OF PEDAGOGICAL TESTING OF CROSS-COUNTRY SKIERS AT THE STAGE OF PRE-COMPETITION TRAINING

N.T. Stansky, D.A. Venskovich

Education Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"

One of the main tasks solved at the stage of direct training for the competition is to create conditions for the manifestation of acute sport fight skills acquired in the process of training. The structure and content of the training process in pre-competition micro cycles should be as close to the conditions of the competition as possible. Therefore, at this stage, the ability of a trainer to optimally dose training loads in accordance with the individual functional capabilities of athletes is of particular importance. One of the ways to solve this difficult issue is pedagogical testing.

The purpose of the work is an analysis of skiers-racers' pedagogical testing methods.

Material and methods. *A pedagogical research was carried out at the VSU Department of Physical Education and Sports in which 16 1st and 2nd category students-skiers participated. The methods of analysis, observation and questionnaire were used.*

Findings and their discussion. *All training sessions were held on standard measured tracks. Based on the test results, the influence of the training load on the athlete's body was assessed and corrections were made in the training process both within one session and in the subsequent training session. Ruffier's test and trend analysis contain rating scales with which it is possible to determine the magnitude of the effect of the load.*

When performing small and medium-volume loads in the test, passing a 500-meter distance segment at maximum speed with heart rate recording according to Carlisle, the results changed insignificantly. When performing large-volume loads, the transit time and the sum of the heart rate of three measurements for the 1st minute recovery significantly worsened.

Conclusion. *The data obtained allow us to say that pedagogical control contributed to more rational planning and implementation of the training process correction in the test group as compared with the control group.*

Key words: *cross-country skiing, students, pedagogical tests, competitions.*

Одной из главных задач, которые решаются на шаге конкретной подготовки к состязаниям, выступает создание критериев для проявления обретенных в процессе тренировочного занятия способностей острой спортивной борьбы.

Главное в педагогическом контроле – оценка состояния спортсмена. Принято различать три вида состояния спортсмена: перманентное (устойчивое), сохраняющееся относительно длительный промежуток времени (недели, месяцы); текущее, меняющееся под влиянием одного или нескольких занятий, и оперативное, меняющееся под влиянием однократного сеанса физических упражнений.

Для оценки состояния спортсмена существуют следующие формы контроля: поэтапный, текущий и оперативный. Выявление уровня развития физических качеств, степени тренированности, подготовленности спортсмена, определение стратегии тренировочного процесса и оценка результатов проделанной работы за определенный промежуток времени происходят на поэтапном контроле. При текущем контроле устанавливаются повседневные колебания в состоянии спортсмена для планирования нагрузки на ближайшие тренировочные дни. На данном этапе фиксируются изменения состояния спортсмена под влиянием одного или нескольких упражнений в пределах занятия, планирование осуществляется на одно занятие.

При успешном управлении тренировочным процессом тренеру необходимо контролировать соревновательную деятельность и состояние спортсмена, переносимость тренировочных нагрузок, проводить анализ поступившей информации, сопоставлять результаты, показанные в соревнованиях, с выполненной тренировочной нагрузкой, планировать тренировочный процесс.

Главная задача педагогического контроля – умение выбрать наиболее информативные тесты, встречающиеся в практике лыжного спорта. В поэтапном контроле нужно использовать подобные испытания, на которых не отражается динамика ежедневных колебаний. С помощью корреляционного анализа учитывается взаимосвязь со спортивным результатом. При текущем контроле корреляционный анализ менее оправдан, т.к. основное значение имеет не взаимосвязь между контрольными показателями, а характер их изменений изо дня в день. Наиболее информативным будут те тесты, которые изменяются под воздействием тех или иных тренировочных нагрузок. Особенно четкую картину оперативного состояния дают тесты, наиболее подверженные изменениям под влиянием выполненного упражнения или серии упражнений в одном тренировочном занятии [1].

Цель статьи – анализ методик педагогического тестирования лыжников-гонщиков.

Материал и методы. В ВГУ имени П.М. Машерова было проведено педагогическое исследование, в котором приняли участие 16 студентов, занимающихся лыжным спортом и имеющих I и II разряды. Тесты были применены для определения рациональности планирования и коррекции тренировочного процесса по результатам поэтапного, текущего и оперативного контроля. В качестве методов исследования использовались метод анализа, наблюдения и опроса.

Результаты и их обсуждение. После проведенного в начале эксперимента поэтапного тестирования испытуемые были разделены на две равнозначные по подготовленности группы (табл. 1). Контрольная группа тренировалась по общепринятой методике (I группа).

Таблица 1

Результаты поэтапного тестирования в начале педагогического эксперимента

| Показатели | Тесты | Результаты тестов | |
|-------------------------------|---|-------------------|------------|
| | | I группа | II группа |
| Работоспособность, кгм/мин/кг | PWC170 | 18,3±0,87 | 17,8±0,93 |
| Специальная выносливость, мин | 10 км на время | 39,07±0,92 | 40,03±1,07 |
| Скоростная выносливость, мин | 4×1 км, старт каждые 5 мин | 16,32±0,77 | 16,27±0,91 |
| Относительная сила, кг | По методике А.В. Коробкова, Г.И. Черняева | 11,9±0,47 | 12,0±0,51 |
| Общая выносливость, км | Количество км при пульсе 150±10 до существенного падения скорости | 25,2±1,08 | 26,0±1,32 |
| Быстрота, сек | Отрезок 200 м дистанции на время | 47,2±1,8 | 46,3±0,80 |

В эксперименте применялась предложенная Л.П. Матвеевым структура этапа непосредственной подготовки к соревнованиям, представляющая собой системное чередование собственно тренировочных (МЦт) и модельно-соревновательных микроциклов (МЦмс) с добавлением в конце этапа подводящего микроцикла (МЦп). При небольшой продолжительности основного соревнования МЦмс заменяли комбинированной (МЦкб). Недельные микроциклы имели следующую схему: МЦт – МЦкб – МЦмс – МЦп [2].

В экспериментальной группе на весь этап был запланирован тренировочный процесс. Итоги испытания каждого спортсмена сопоставляли со значениями представленной таблицы. Подразумевалось, если результаты тестирования у данного спортсмена меньше среднего значения, то спортсмену в МЦт и МЦкб необходимо включить в тренировочные занятия упражнения, при помощи которых можно было бы их повысить. При анализе данной ситуации фиксируются отрицательные величины, что неудобно для расчета. Для этого была использована стандартная T -шкала оценок, которую предложил В.М. Зациорский, где средний результат теста приравнивается к 50, а стандартное отклонение к 10 очкам.

$$T = 50 + 100 \frac{x - x'}{\bar{\sigma}},$$

где x – показанный результат, x' , $\bar{\sigma}$ – средняя и стандартное отклонение.

С помощью оперативного и текущего контроля осуществлялся расчет доз тренировочных нагрузок. В эксперименте применяли следующие тесты: 1) пробу Рюффье, 2) прохождение с максимальной скоростью отрезка 500 м стандартной дистанции с регистрацией ЧСС по Карлайлу (на 1–10-й, 30–40-й, 60–70-й сек восстановления), 3) тренд-анализ, 4) тренометрию.

Испытуемые выполняли пробу Рюффье ежедневно утром в одно и то же время и вели дневник самоконтроля. У испытуемого в положении сидя после 5 минут покоя (P_1) измеряли частоту пульса. Затем делали 30 глубоких приседаний в течение 30 секунд. Пульс измерялся в положении стоя (P_2) непосредственно после нагрузки и после 1 минуты сидения (P_3).

$$J = \frac{P_1 + P_2 + P_3 - 200}{10}.$$

Шкала оценок величины J выглядит следующим образом: <0 – отлично; 0–5 – хорошо; 6–10 – посредственно; 11–15 – слабо; >15 – неудовлетворительно.

При прохождении стандартной дистанции отрезка 500 м на 1-й минуте восстановления определяли время и ЧСС по указанным временным отрезкам, а также сумму ЧСС трех измерений.

Для проведения тренд-анализа необходим прибор, который позволяет точно дозировать нагрузку. Мы использовали изготовленный А.С. Чубуковым прибор – скоростемер. Обследуемый спортсмен выполнял дозируемую нагрузку еще до начала тренировки. Пульс за 10-секундный интервал и артериальное давление (P_{s_0}) рассчитывались непосредственно до выполнения дозированной нагрузки (f_0), на 1-й (f_1 , P_{s_1}) и 3-й (f_3 , P_{s_3}) мин восстановления. В оставшееся время измеряли только систолическое давление. Через 15–20 минут после окончания тренировки тест повторяли. В качестве дополнительной нагрузки использовали любую работу, но она была одинаковой до и после тренировки [3].

Результаты подсчитывали по следующим формулам:

– тренд пульса до тренировки (Tf_0): $Tf_0 = \frac{f_0 + f_1 + f_3}{3}$;

– тренд артериального давления (TP_0) (систолического): $TP_0 = \frac{P_{s_0} + P_{s_1} + P_{s_3}}{3}$;

– индекс трендов (IT_0) до тренировки: $IT_0 = \frac{TP_{s_0}}{Tf_0}$.

Величину воздействия тренировочной нагрузки (ВВН) выражали как разность индексов трендов после тренировки (IT_1) и до тренировки (IT_0) по формуле: $ВВН = IT_1 - IT_0$.

Для оценки результатов пользовались шкалой оценок величины воздействия нагрузки при методе тренд-анализа (табл. 2).

Тренировочные занятия проходили на стандартных промеренных трассах. В ходе проведения тестирования оценивалось влияние тренировочной нагрузки на организм спортсмена и вносились коррективы в тренировочный процесс как в пределах одного занятия, так и в последующее тренировочное занятие. При помощи пробы Рюффье и тренд-анализа определяли величину воздействия нагрузки.

При выполнении малых и средних нагрузок в тесте – прохождение 500-метрового отрезка дистанции с максимальной скоростью с регистрацией ЧСС по Карлайлу – результаты изменялись незначительно. При выполнении больших нагрузок значительно ухудшались время прохождения и сумма ЧСС трех измерений на 1-й мин восстановления.

Таблица 2

Шкала оценок величины воздействия нагрузки

| ВВН | Оценка |
|---------|----------------|
| 0–0,5 | незначительная |
| 0,6–1,0 | малая |
| 1,1–2,0 | средняя |
| 2,1–3,0 | большая |
| 3,0 | чрезмерная |

При выполнении тренометрии результаты начинали ухудшаться несколько раньше, чем падала скорость. Вероятно, эти изменения можно рассматривать как первые сигналы нарастающего утомления и необходимости ограничения количества повторений в тренировке.

Лучшие возможности для сравнения данных самоконтроля, проб, тестов и выполняемых тренировочных нагрузок дало графическое изображение, где на горизонтальной оси откладывали дни тренировок и отдыха, а на вертикальной – оценки каждого из показателей.

В конце эксперимента для сравнения прироста результатов в экспериментальной и контрольной группах были проведены следующие тесты: 1) прохождение 10 км дистанции; 2) PWC₁₇₀; 3) 4×1 км, старт каждые 5 минут; 4) 200 метров на время [4].

Анализируя результаты тестирования до и после эксперимента между группами наблюдались существенные различия. Прирост результатов в экспериментальной группе в тесте PWC₁₇₀ составил 6%, в контрольной – 5,2% ($p > 0,05$). Наибольший прирост результатов в экспериментальной группе прослеживался в тестах, отражающих специальную – 8,5% и скоростную – 4,5% выносливость, в контрольной группе соответственно 6,1 и 1,8% ($p < 0,05$). Наименьший прирост результатов был в быстроте и составлял в экспериментальной группе 3,1%, в контрольной – 2,6% ($p > 0,05$). Таким образом, в экспериментальной группе наблюдался наибольший прирост по всем результатам. Особенно улучшились результаты в тестах, отражающих ведущие физические качества лыжника-гонщика, такие, как специальная и скоростная выносливость. В особенности стали лучше показатели в тестах, которые отражают ведущие физические качества лыжника-гонщика – особую и высокоскоростную выносливость.

Заключение. Полученные данные позволяют говорить о том, что педагогический контроль содействовал более оптимальному планированию и реализации коррекции тренировочного процесса в экспериментальной группе по соотношению с контрольной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булкин, В.А. Комплексный педагогический контроль в системе подготовки квалифицированных спортсменов / В.А. Булкин // Средства и методы этапного педагогического контроля и индивидуализация тренировочного процесса: сб. науч. тр. – Л.: ЛНИ-ИФК, 1983. – С. 3–13.
2. Матвеев, Л.П. Основы спортивной тренировки: учеб. пособие для ин-тов физической культуры / Л.П. Матвеев. – М.: Физкультура и спорт, 1977. – 271 с.
3. Зимкин, В.А. Физиологические основы физического воспитания и спорта: учеб. пособие для ин-тов физической культуры / В.А. Зимкин. – М.: Физкультура и спорт, 1975. – 336 с.
4. Станский, Н.Т. Моделирование соревновательной деятельности студентов-лыжников с учетом предстоящих стартов / Н.Т. Станский // Вестн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2011. – № 1. – С. 76–79.

REFERENCES

1. Bulkin V.A. *Sredstva i metody etapnogo pedagogicheskogo kontrolya i individualizatsiya trenirovochnogo protsesssa: sb. nauch. tr.* [Means and methods of control of staged pedagogical control and individualization of the training process: Collection of articles], L.: LNI-IFK, 1983, pp. 3–13.
2. Matveyev L.P. *Osnovy sportivnoi trenirovki: ucheb. posobiye dlia in-tov fizicheskoi kultury* [Fundamentals of sports training: physical education university textbook], M.: Fizkultura i sport, 1977, 271 p.
3. Zimkin V.A. *Fiziologicheskiye osnovy fizicheskogo vospitaniya i sporta: ucheb. posobiye dlia in-tov fizicheskoi kultury* [Physiological basis of physical education and sports: physical education university textbook], M.: Fizkultura i sport, 1975, 336 p.
4. Stansky N.T. *Vesnik Vitsebskaga dzyarzhavnaga universiteta* [Journal of Vitebsk State University], 2011, 1, pp. 76–79.

Поступила в редакцию 10.03.2021

Адрес для корреспонденции: e-mail: kfvis@vsu.by – Венкович Д.А.

ОСОБЕННОСТИ СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА ТЕРРИТОРИИ БЕЛАРУСИ (с древнейших времен до начала XX в.)

Н.С. Семенова

*Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»*

В статье рассматривается этап развития социально-педагогической деятельности на территории Беларуси с древнейших времен до начала XX века.

На основании комплексного анализа различных источников была предложена периодизация указанного этапа: древний период, период становления государственности, период XIV–XVIII веков, конец XIX – начало XX века. Каждый период исследовался с учетом следующих структурных элементов социально-педагогической деятельности – объект, субъект, определяющий фактор, организационные формы и учреждения, в которых такая деятельность реализовывалась.

Цель работы – изучить особенности развития социально-педагогической деятельности на территории Беларуси с древнейших времен до начала XX века.

Материал и методы. *Материалом послужили архивные материалы, научные публикации, отчеты о состоянии учебных заведений, расположенных на территории Беларуси конца XIX века. В работе применялись общенаучные методы анализа и синтеза, индукции и дедукции, а также специально-исторические.*

Результаты и их обсуждение. *В результате проведенного исследования было определено, что обозначенный исторический этап (древнее время – начало XX века) имеет следующую периодизацию: древний период, период становления государственности, период XIV–XVIII веков, конец XIX – начало XX века. Смена периода была обусловлена влиянием ведущего фактора на феномен социально-педагогической деятельности.*

Заключение. *Каждый период развития социально-педагогической деятельности на территории Беларуси характеризуется своими особенностями, которые заключаются в специфике объекта, субъекта, определяющего фактора, организационных форм и учреждений, в которых подобная деятельность осуществлялась. Данный исторический этап и его особенности предопределили дальнейшее развитие феномена социально-педагогической деятельности.*

Ключевые слова: *социально-педагогическая деятельность, организационные формы, братские школы, белорусские просветители, народные училища, гимназии, прогимназии, воспитательно-исправительные колонии.*

FEATURES OF SOCIAL AND PEDAGOGICAL ACTIVITY ON THE TERRITORY OF BELARUS (From Ancient Times to the Early 20th Century)

N.S. Semenova

Education Establishment “Vitebsk State P.M. Masherov University”

The article deals with the stage of development of social and pedagogical activity on the territory of Belarus from ancient times to the early 20th century.

Based on a comprehensive analysis of various sources, periodization of this stage was proposed: the ancient period, the period of statehood shaping, the period of the 14th–18th centuries, the late 19th – early 20th centuries. Each period was analyzed taking into account the following structural elements of social and pedagogical activity – object, subject, determining factor, organizational forms and institutions in which such activities were implemented.

The purpose of the article is to study the peculiarities of the development of social and pedagogical activity on the territory of Belarus from ancient times to the early 20th century.

Material and methods. *Archival materials, scientific publications, reports on the state of educational institutions located on the territory of Belarus in the early 19th century were the research material. General scientific methods of analysis and synthesis, induction and deduction, as well as special historical methods were used in the paper.*

Findings and their discussion. *As a result of the conducted research, it was identified that the designated historical stage (ancient time – the early 20th century) has the following periodization: the ancient period, the period of statehood shaping, the period of the*

14th–18th centuries, the late 19th – early 20th centuries. The change of the period was due to the influence of the leading factor on the phenomenon of social and pedagogical activity.

Conclusion. Each period of the development of social and pedagogical activity on the territory of Belarus is characterized by its own characteristics, which consist in the specifics of the object, subject, determining factor, organizational forms and institutions in which such activities were carried out. This historical stage and its features predetermined the further development of the phenomenon of social and pedagogical activity.

Key words: social and pedagogical activity, organizational forms, fraternal schools, Belarusian educators, public schools, gymnasiums, progymnasiums, educational and correctional colonies.

Становление отечественной социально-педагогической деятельности явилось закономерным результатом взаимодействия объективных предпосылок исторического, политического, социального и культурного характера. Их специфика в период с древнейших времен до начала XX века предопределила особенности феномена социально-педагогической деятельности в настоящее время.

Беларусь долгое время находилась на своеобразной «границе» двух цивилизационных общностей: западноевропейской и российской, что выразилось в особенностях белорусского менталитета, образа жизни, государственно-политического и социально-экономического развития. Но традиционные общенациональные духовные ценности, характерные для большинства европейских народов, в белорусском обществе так и не сформировались, что дополнительно актуализировало необходимость проведения целенаправленной социально-педагогической деятельности [1].

Цель статьи – изучить особенности развития социально-педагогической деятельности на территории Беларуси в период с древнейших времен до начала XX века.

Материал и методы. Материалом послужили архивные материалы, научные публикации, отчеты о состоянии учебных заведений конца XIX века. В работе применялись общенаучные методы анализа и синтеза, индукции и дедукции, а также специально-исторические.

Результаты и их обсуждение. Этап зарождения социально-педагогической деятельности на территории Беларуси включает в себя следующие периоды: древний период, период становления государственности, период XIV–XVIII веков, конец XIX – начало XX века. Смена периода была обусловлена влиянием ведущего фактора на феномен социально-педагогической деятельности.

На обозначенном этапе можно проследить изменение цели социально-педагогической деятельности и ее особенностей, в зависимости от того, какой фактор был определяющим. В течение всего этапа цель социально-педагогической деятельности трансформировалась от передачи опыта жизнедеятельности личности в социуме до социализации детей, которые самостоятельно не могли справиться с этой задачей.

В качестве объекта социально-педагогической деятельности длительный период времени выступали дети, оставшиеся без попечения родителей, только в конце этого этапа объект социально-педагогической деятельности расширился за счет включения в него такой категории детей, как дети, совершившие проступки. Если изначально в качестве источника реализации социально-педагогической деятельности можно было отметить только старших мужчин и женщин, которые пользовались уважением в общинно-родовых коллективах, то к началу XX века субъектом социально-педагогической деятельности становится государство и общественные объединения.

Организационные формы социально-педагогической деятельности видоизменяются и совершенствуются: одними из первых форм взаимодействия объектов и субъектов социально-педагогической деятельности были «приймачество» (усыновление), общинная помощь (передача ребенка на «кормление»), назначение общественных родителей, материальная помощь, которые постепенно дополняются опекой и посещением семей (патронатом). Начиная с периода становления государственности социально-педагогическая деятельность реализуется в различных учреждениях – первых школах, приютах, школах религиозной конфессиональной направленности, гимназиях и прогимназиях, училищах, народных училищах, воспитательных домах, детских приютах, воспитательно-исправительных приютах или колониях для несовершеннолетних преступников.

Истоки социально-педагогической деятельности можно фиксировать в древний период отечественной истории. Обязанность социального педагога возлагалась на самых старших мужчин и женщин общинно-родовых коллективов, которые обеспечивали ретрансляцию опыта жизнедеятельности личности в социуме. В рамках общинно-родовых коллективов возникают первичные формы социально-педагогической помощи и поддержки детей, оставшихся без попечения родителей. В качестве примера можно привести

«приймачество» – усыновление (усыновить ребенка могли люди как зрелого, так и пожилого возраста). Еще одной формой социально-педагогической поддержки сироты была общинная, «мирская» помощь, когда ребенок передавался из одного дома (семьи) в другой на «кормление» (содержание).

В догосударственный период отечественной истории появляются начальные организационные структуры, через которые оказывалась материальная поддержка детям, оставшимся без попечения родителей, и осуществлялся процесс их первичной социализации и воспитания – помещения при «скудельницах». Рядом с ними сооружались отдельные небольшие дома – «сторожки», куда привозили детей, оставленных родителями. Отвечали за их содержание и воспитание «скудельники», выполняющие обязанности общественного воспитателя детей-сирот. В качестве таких воспитателей выступали одинокие люди зрелого и пожилого возраста, которые являлись своеобразными социальными педагогами.

Становление государственности и принятие православного христианства на белорусских землях открыло новый период в истории социально-педагогической деятельности. Православная церковь взяла на себя основные функции ее реализации. Именно при православных церквях и монастырях создаются первые школы и приюты, где не только обучаются дети, но и осуществляется их начальная социализация, предоставляется необходимая социально-педагогическая помощь и поддержка.

В частности, благодаря активному и непосредственному участию святой Евфросиньи Полоцкой в г. Полоцке во второй трети XII столетия в основанных ей церквях и монастырях были открыты две школы для мальчиков и одна из первых на землях Древней Руси школа для девочек, которую можно охарактеризовать и как первый социально-педагогический центр того времени [2].

Говоря об истоках феномена современной социально-педагогической деятельности, необходимо подчеркнуть, что помимо Евфросиньи Полоцкой, не менее важный вклад в формирование ее содержательного аспекта внес другой выдающийся белорусский просветитель XII века – Кирилл Туровский, сформулировавший целостную и всеобъемлющую социально-педагогическую идею интегративного характера, которая на многие столетия определила подходы к восточнославянской модели помощи и поддержки [3]. Еще одна значимая фигура XII века, повлиявшая на развитие социально-педагогической деятельности, – Климент Смолятич, один из образованнейших людей своего времени. Сохранилось его единственное произведение – «Послание смоленскому пресвитеру Фоме», в котором представлены различные размышления о моральных нормах, законах и принципах, являющиеся основами социально-педагогической деятельности, вне зависимости от временного периода и исторической событийности – «за грехом и осуждением следует смерть, за правдой и оправданием – жизнь» [4].

Следующим периодом в развитии социально-педагогической деятельности и института социальной педагогики на территории Беларуси является период XIV–XVIII веков, когда белорусские земли входили в состав Великого княжества Литовского и Речи Посполитой. В это время впервые в мировой практике происходит законодательное оформление одного из направлений социально-педагогической деятельности – механизма социально-педагогической помощи и поддержки детей, оставшихся без попечения родителей.

В Статуте Великого княжества Литовского 1588 года целый раздел, состоящий из 15 отдельных статей, имел название «Об опеках». В нем подробно характеризуется, как органы государственной власти должны оказывать помощь и поддержку детям, нуждавшимся в опеке.

С середины XVI столетия в связи с появлением и интенсивным развитием широкой сети учебных заведений низшего и среднего уровней на белорусских землях начинает оформляться система массового образования детей. Наиболее распространенными типами учебных заведений являлись школы и училища, созданные при православных общественных объединениях (братствах); частные протестантские (кальвинистские) училища; кафедральные училища («коллегиумы») и начальные парафиальные школы при католическом ордена иезуитов; монастырские школы униатского ордена базилиан; школы ордена пиаров. В XVII веке на Беларуси училища, школы различной религиозно-конфессиональной направленности функционировали во всех крупных населенных пунктах – городах и местечках. В их основной массе социально-педагогическая деятельность присутствовала в качестве обязательного атрибута их функционирования. В практике социально-педагогической деятельности, в иезуитских учебных заведениях имел место ряд позитивных моментов – уделялось внимание физическому воспитанию учащихся, выработке у них норм и правил повседневного поведения. Аналогичной организацией социально-педагогической деятельности отличались и школы католического ордена пиаров. Они по своей распространенности на территории Беларуси во второй половине XVIII века стали превосходить иезуитские учебные заведения.

Социально-педагогической деятельностью, основанной на принципах педагогики сотрудничества, славились братские православные школы. В такие школы принимались мальчики из семей различных групп православного населения и дети-сироты. За функционированием школ устанавливался контроль, который осуществляли общественные наблюдатели – «дозорцы». Братские школы в контексте исследуемой проблемы представляют интерес и в том плане, что в их рамках впервые в отечественной педагогической практике стала осуществляться связь с семьей с целью усиления и повышения эффективности воспитательного воздействия на учащихся.

На основе всего вышесказанного можно сделать вывод, что модель организованной, упорядоченной и нормативно-закрепленной социально-педагогической деятельности впервые в отечественной педагогической практике воплотилась в братских православных школах и училищах.

В XVI столетии в духовной сфере жизни белорусского общества начинается формирование теоретических основ педагогической деятельности, включая и ее социально-педагогический компонент. Первые идеи, связанные с процессом воспитания и развития личности, в истории педагогической мысли получили свое изложение в произведениях выдающегося белорусского просветителя Франциска Скорины (конец 1480-х гг. – 1551 г.). Значимый вклад Франциска Скорины в развитие социально-педагогической деятельности заключается в закладывании системы ценностей, которые охватывают сферу семейных отношений (между детьми и родителями) [2]. Просветитель XVI века, создатель «этической доктрины» Сымон Будный продолжает развитие гуманистических идей того времени, являющихся основой социально-педагогической деятельности. Он разделяет моральные законы на высшие (данные Богом) и обычные (созданные образованными людьми для регуляции отношений в обществе). К высшему моральному закону относилось уважение родителей и всех старших [2]. Пробразы форм социально-педагогической деятельности прослеживаются в труде талантливого педагога и проповедника Лаврентия Зизания «Поучение при погребении Софьи Чарторыйской». В произведении был представлен образ женщины-христианки, которая славится добрыми делами: «Ни одна вещь так не направляет человека на творение добрых дел, как рассуждение о смерти и о том, что наступает после нее на том свете» [2]. Софью воспринимают как защитницу убогих и опекуна сирот [2].

Во второй половине XVII века выдающийся отечественный просветитель и педагог Симеон Полоцкий (1629–1680) закладывает теоретическую основу социально-педагогической деятельности в качестве обязательного элемента сопровождения социализации личности. Указывая на социальную среду в качестве основного фактора социализации, Симеон Полоцкий подчеркивал, что в практике воспитания приоритетной целью должно быть исключение воздействия на развитие личностных качеств детей негативных явлений, присутствующих во взаимоотношениях между ними.

В период с конца XIX – начала XX века социально-педагогическая деятельность осуществлялась в своеобразной форме и в народных училищах. В качестве примера можно привести Зарудавьевское народное училище, в котором обучалось 36 детей, преимущественно мальчики. Одним из направлений работы училища была профилактика пьянства среди детей. Наставник считал своим долгом охранять детей от «недуга» и расширять их знания о последствиях принятия алкоголя. Работа велась с мальчиками, в результате которой совершенствовалась такая форма взаимодействия, как товарищеский контроль. Сущность контроля заключалась в том, что дети смотрели друг за другом. В случае, если кто-то употреблял алкоголь, дети напоминали друг другу о необходимости обещания не пить. Если слово не сдерживалось, то ребенок должен был обратиться к наставнику в присутствии других детей и самого виновника [5]. В отчете училища отмечается эффективность подобной формы взаимодействия педагога с детьми, несмотря на отрицание со стороны педагогической науки. Результатом деятельности в борьбе с пьянством было то, что к концу учебного года никто из детей алкоголь не употреблял.

Анализ отчетов о состоянии учебных заведений и учреждений Виленского учебного округа позволяет утверждать, что в конце XIX века социально-педагогическая деятельность была в стадии активного развития. В указанный выше период времени на территории Беларуси действовали восемь гимназий (Виленская, Ковенская, Гродненская, Минская, Витебская, Могилевская, Слуцкая, Шавельская) и пять прогимназий (Виленская, Гомельская, Мозырская, Брестская, Бобруйская). Данные типы учреждений являлись своеобразными центрами оказания социально-педагогической помощи нуждающимся [6].

Например, в отчете за 1880 г. в качестве мероприятия для улучшения условий преподавания и развития у преподавателя стойкости и уверенности в своих педагогических силах было предложено

в прогимназиях установить чтение уроков во внеучебное время, в присутствии членов педагогического совета, подвергая это чтение совместному обсуждению [7]. Обязательному анализу подвергалось поведение учащихся, которое включало: сведения о числе проступков учеников и рода взысканий; о числе важных взысканий; о числе уроков, пропущенных по неуважительной причине [7]. В отчетах велась статистика совершения проступков в образовательных учреждениях. Согласно ведомости номер семь, за 1880 г. был совершен 9061 проступок, на каждого ученика гимназий и прогимназий приходилось 1,83 проступка, что составляло менее одного процента. Проступки детей не оставались без внимания педагогов и предполагали различные виды наказаний: оставление в заведении на час с оповещением родителей, заключение в карцер от 1 до 4 часов с письменной работой, выговор перед классом, задержание в гимназии на выходные и праздничные дни на 3 часа. Среди менее распространенных наказаний были одиночное сидение в классе, дополнительные задания, выговор инспектора перед классом с оповещением родителей, отделение от общества товарищей. Контроль за поведением учащихся осуществляли классные наставники, выполняющие в определенной степени функции современного социального педагога. В гимназиях их число составляло от 10 до 14 человек, в прогимназиях – от 4 до 9. Всего на 1880 г. насчитывалось 123 классных наставника. Меры, которые наставники применяли к своим ученикам, имели определенный эффект: в период с 1885 по 1889 г. процент отчисленных учеников был менее 0,5 процента.

Одной из главных обязанностей наставников было посещение ученических квартир (такая форма работы социального педагога с семьей используется и в современных учреждениях образования, не утратив своей действенности и результативности). При посещении важно было познакомиться с родителями, обсудить вопросы, касающиеся поведения и успехов. Наставник соотносил, соответствует ли домашняя обстановка «правильному ходу» домашних занятий ученика, оценивал нравственное влияние на ребенка семейной среды. Результаты наблюдений вносились в специальные книги, заведенные для этих целей. При необходимости данные отчеты заслушивались на заседаниях педагогических советов. В конце четверти наставник составлял подробный отчет о состоянии класса в умственном и нравственном отношении. Если ребенок не успевал или его поведение «требовало заботливости», то классный наставник приглашал родителя на беседу. Следя за поведением и успехами учеников, наставник, вникая в их нужды, должен был содействовать искоренению дурных привычек и наклонностей [7].

Гимназии и прогимназии не ограничивали своего воздействия на учеников классным учебным временем. Жизнь и поведение учеников находились под постоянным наблюдением инспекций и классных наставников в свободное от занятий время. Обязательно было посещение не только тех учеников, которые жили на ученических квартирах, но и тех, которые жили у родственников и родителей. Цель таких посещений состояла в том, чтобы объяснить родителям влияние домашней обстановки на учебу ребенка [7].

Задача гимназий конца девятнадцатого века заключалась не только в том, чтобы обогатить знаниями своих учеников, но и в том, чтобы сделать их полезными членами общества. Руководство учреждений образования считало, что для достижения обозначенной цели необходимо привлекать родителей и родственников как важный средовой фактор в процессе социализации ребенка. Наставники прикладывали максимум усилий, чтобы установить правильные и доверчивые отношения между школой и родителями. Институт классных наставников стремился к тому, чтобы поддерживать связь с семьей ребенка с целью привлечения родителей и родственников к борьбе с «дурными» инстинктами, которая выражалась в добрых советах и наставлениях [8].

В протоколах заседаний комиссии при Управлении Виленского учебного округа по вопросу о мерах содействия физическому, нравственному и умственному развитию учащихся особое внимание уделялось нравственному аспекту. Комиссией были выработаны меры запрещающего характера, пресекающие проступки и предотвращающие асоциальное поведение детей, и меры положительного характера, развивающие в детях полезные наклонности. Таким образом, социально-педагогическая деятельность конца XIX – начала XX века в большом объеме реализовывалась в гимназиях и прогимназиях, а ее субъектами являлись классные наставники.

В 90-е годы XIX века создаются и специализированные детские учреждения – воспитательно-исправительные приюты или колонии для несовершеннолетних преступников. Такие заведения функционировали в Могилевской (1891 г.), Витебской (1896 г.), Виленской (1898 г.) губерниях. На их базе впервые в практике отечественной социально-педагогической деятельности была успешно апробирована модель социальной реабилитации «трудных» детей и подростков, профилактики их девиантного, асоциального поведения.

Заключение. Основы современной социально-педагогической деятельности закладываются в древний период развития отечественной истории, что подтверждается возникновением таких форм, как усыновление, общинная помощь, назначение общественных родителей. Догосударственный период характеризуется появлением первых организационных структур оказания помощи детям – «судельницы» и «сторожки». Социально-педагогическая деятельность в качестве социокультурного педагогического феномена ограничивалась узкими локальными рамками отдельных общинно-родовых и семейных коллективов. В период становления государственности и принятия православного христианства (X–XIII вв.) функции по реализации социально-педагогической деятельности переходят к церкви. Особый вклад в развитие социально-педагогической деятельности внесли белорусские просветители Евфросинья Полоцкая, Кирилл Туровский, Климент Смолятич и другие.

Особенность периода XIV–XVIII веков, времени нахождения белорусских земель в состав ВКЛ и Речи Посполитой, заключалась в законодательном оформлении социально-педагогической помощи детям, которая реализовывалась в школах и училищах религиозно-конфессиональной направленности – иезуитских коллегиях, школах католического ордена пиаров, братских православных школах.

Конец XIX – начало XX века – это стадия активного развития социально-педагогической деятельности. В качестве центров оказания социально-педагогической помощи выступали гимназии, а субъектами являлись классные наставники. В связи с созданием системы массового школьного образования социально-педагогическая деятельность приобретает роль постоянного компонента учебно-воспитательного процесса. Широко распространяется во всех белорусских губерниях сеть стационарных социально-педагогических учреждений – «воспитательных домов» и детских приютов, воспитательно-исправительных приютов или колоний для несовершеннолетних преступников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Семенова, Н.С. Социально-историческая обусловленность подготовки специалистов в области социальной педагогики / Н.С. Семенова // Социально-психологические проблемы современного общества и человека: пути решения: сб. науч. ст. памяти профессора А.П. Орловой / под науч. ред. Е.Л. Михайловой, отв. за вып. С.А. Моторов. – Витебск, 2020. – С. 289–293. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/25389> (дата обращения: 03.01.2023).
2. Памятники литературы Беларуси X–XVIII веков / сост., лит. обраб. текста, пер. на рус. яз. И.В. Саверченко. – Минск: Беларус. Энцыкл. імя П. Броўкі, 2013. – 464 с.
3. Библиотека литературы Древней Руси: в 20 т. / Рос. акад. наук, Ин-т рус. лит.; под ред. Д.С. Лихачева [и др.]. – СПб.: Наука, 1997–2020. – Т. 12: XVI век. – 2003. – 624 с.
4. Библиотека литературы Древней Руси: в 20 т. / Рос. акад. наук, Ин-т рус. лит.; под ред. Д.С. Лихачева [и др.]. – СПб.: Наука, 1997–2020. – Т. 4: XII век. – 1997. – 687 с.
5. Мещеряков, В.П. Братские школы Белоруссии (XVI – первая половина XVII в.) / В.П. Мещеряков. – Минск: БГУ, 1977. – 56 с.
6. Отчет о состоянии Зарудавьевского народного училища, представленный попечителю Виленского учебного округа наставником Антоном Давидовичем. – Вильна, 1863. – 27 с.
7. Отчет о состоянии учебных заведений и учреждений Виленского учебного округа ... – Вильна: Типография А.Г. Сыркина, 1882–1915 ... за 1880 гражданский год, 1881. – 101 с.
8. Отчет о состоянии учебных заведений и учреждений Виленского учебного округа ... – Вильна: Типография А.Г. Сыркина, 1882–1915 ... за 1890 гражданский год, 1891. – 64, 37 с.

REFERENCES

1. Semenova N.S. *Sotsialno-psikhologicheskiye problemy sovremennogo obshchestva i cheloveka: puti resheniya: sb. nauch. st. pamiati professora A.P. Orlovoi* [Social and Psychological Issues of the Contemporary Society and the Man: Ways of Solving: Collection of Articles in Memory of Professor A.P. Orlova], Vitebsk, 2020, pp. 289–293. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/25389> (Accessed: 03.01.2023).
2. Saverchenko I.V. *Pamiatniki literatury Belarusi X–XVIII vekov* [Monuments of the 10th–18th Century Literature of Belarus], Minsk: Belarus. entsykl. imia P. Brouki, 2013, 464 p.
3. Likhachev D.S. *Biblioteka literatury Drevnei Rusi: v 20 t.* [Literature of the Ancient Rus Library: in 20 Volumes], SPb.: Nauka, 1997–2020, 12: 16th Century, 2003, 624 p.
4. Likhachev D.S. *Biblioteka literatury Drevnei Rusi: v 20 t.* [Literature of the Ancient Rus Library: in 20 Volumes], SPb.: Nauka, 1997–2020, 4: 12th Century, 1997, 687 c.
5. Meshcheriakov V.P. *Bratskiye shkoly Belorussii (XVI – pervaya polovina XVII v.)* [Fraternal Schools in Belarus (16th – Early 17th Centuries)], Minsk: BGU, 1977, 56 p.
6. *Otchet o sostoyanii Zarudavyevskogo narodnogo uchilishcha, predstavlennoy popечitelю Vilenskogo uchebnogo okruga nastavnikom Antonom Davidovichem* [Report on the State of Zarudavye Public School Presented to Vilna Education District Trustee by Teacher Anton Davidovich], Vilna, 1863, 27 p.
7. *Otchet o sostoyanii uchebnykh zavedenii i uchrezhdenii Vilenskogo uchebnogo okruga ...* [Report on the State of Education Establishments and Institutions of Vilna Education District], Vilna: Tipografiya A.G. Syrkin, 1882–1915 ... for the Year of 1880, 1881, 101 p.
8. *Otchet o sostoyanii uchebnykh zavedenii i uchrezhdenii Vilenskogo uchebnogo okruga...* [Report on the State of Education Establishments and Institutions of Vilna Education District], Vilna: Tipografiya A.G. Syrkin, 1882–1915 ... the Year of 1890, 1891, 64, 37 p.

Поступила в редакцию 23.01.2023

Адрес для корреспонденции: e-mail: nataevjen@gmail.com – Семенова Н.С.

ОПЫТ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ В ЗАРУБЕЖНЫХ УНИВЕРСИТЕТАХ ВО ВРЕМЯ ПАНДЕМИИ COVID-19

В.П. Быстряков

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Новый зарубежный опыт дистанционного обучения представляет интерес и для отечественной системы образования.

Цель работы – анализ новых аспектов образовательного менеджмента, технологий, методических разработок, исследований, которые проводились в период 2020–2021 годов в университетах зарубежных стран в связи со срочным переходом на удаленное обучение из-за пандемии COVID-19.

Материал и методы. *Материалом послужили статьи в зарубежных англоязычных журналах. При исследовании применялись теоретические методы.*

Результаты и их обсуждение. *В 2020 году университеты в большинстве стран не были полностью готовы к быстрому переходу на удаленное обучение. Технологические проблемы доступа к сети Интернет в основном ощутили слабо-развитые страны. Однако некоторые студенты даже университетов США отметили свои и неопытность в использовании онлайн-систем. Исследователи онлайн-образования указывают на решающую роль именно преподавателей. При этом преподаватели не везде получали достаточную поддержку. На восприятие онлайн-обучения студентами могут повлиять мотивация, воспринимаемая информация, совместное применение, социальное дистанцирование и воспринимаемая безопасность. Подтверждены возможности использования смартфонов в качестве образовательного компонента. На восприятие полезности и простоты мобильного обучения значительно влияют «качество обучающего контента», «мобильная простота использования» и в меньшей степени «мобильная полезность». Положительной стороной онлайн-обучения во время карантина явилась «гибкость». Однако данный вид обучения нарушил и ослабил взаимодействие и сотрудничество с однокурсниками и преподавателями. Обнаружено, что под давлением изоляции возникают психологический стресс и напряжение, которые также отрицательно влияют на эффективность онлайн-обучения. Студентам в подобной ситуации может потребоваться психологическая помощь.*

Заключение. *Ключевым фактором готовности университетов к переходу на онлайн-обучение в ситуациях, связанных с карантином при COVID-19, является образовательный менеджмент. Лучший вариант при отсутствии карантина – смешанное обучение.*

Ключевые слова: *дистанционное обучение, онлайн-обучение, электронное обучение, мобильное обучение, смешанное обучение, синхронное и асинхронное обучение, университет, пандемия COVID-19.*

EXPERIENCE OF DISTANCE LEARNING AT FOREIGN UNIVERSITIES DURING COVID-19 PANDEMIC

V.P. Bystryakov

Education Establishment “Vitebsk State P.M. Masherov University”

The new foreign experience of distance learning is of interest to the domestic education system.

The purpose of the work is to analyze new aspects of educational management, technologies, methodological developments, and research that were conducted in the period of 2020–2021 at universities in foreign countries in connection with the urgent transition to remote learning due to COVID-19 pandemic.

Material and methods. *The material was articles in foreign English-language journals. Theoretical research methods were used.*

Findings and their discussion. *In 2020, universities in most countries were not fully prepared for a rapid transition to distance learning. Mainly underdeveloped countries experienced technological problems of Internet access. However, some students even at US universities pointed out failures and inexperience in using online systems. Researchers of online education point to the crucial role of teachers. At the same time, teachers did not receive sufficient support everywhere. Students' perception of online learning can be influenced by motivation, perceived information, sharing, social distancing, and perceived security. The possibilities of using smartphones as an educational component have been confirmed. The perception of the usefulness and simplicity of mobile learning is significantly influenced by the “learning content quality”, “mobile ease of use” and to a lesser extent “mobile usefulness”. The positive side of online training during quarantine was “flexibility”. However, it disrupted and weakened interaction and cooperation with classmates and teachers. It was found out that under the pressure of isolation, psychological stress and tension arise, which also negatively affect the effectiveness of online learning. Students in such a situation may need psychological help.*

Conclusion. *Educational management is a key factor in the readiness of universities to switch to online education in situations similar to quarantine under COVID-19. The best option in the absence of quarantine is mixed training.*

Key words: *distance learning, online teaching, e-teaching, mobile teaching, mixed teaching, synchronous and asynchronous teaching, university, COVID-19 pandemic.*

По данным ООН из-за пандемии COVID-19 к концу апреля 2020 года 94 процента обучающихся во всем мире были переведены на дистанционное обучение (ДО) в домашних условиях. А в странах с уровнем дохода ниже среднего и низким эта цифра составила 99 процентов. К концу ноября 2020 года большинство учебных заведений возобновили очное обучение и этот показатель упал до 18%. Однако, согласно данным опроса ЮНИСЕФ, проведенного в конце 2020 года, организация учебного процесса во многих учебных заведениях изменилась. В более чем половине стран в них перешли к смешанному обучению – совмещению очного и дистанционного обучения [1]. Подобные изменения происходили и в образовательной системе Республики Беларусь.

ДО – одна из современных форм организации образовательного процесса, основанная на принципе самостоятельного обучения, для которой характерен целенаправленный процесс интерактивного взаимодействия обучающихся и обучающихся с помощью информационных и телекоммуникационных технологий, обеспечивающих обучающихся необходимым объемом изучаемого материала. ДО является составляющей дистанционного образования. Согласно Кодексу Республики Беларусь об образовании дистанционная форма получения образования рассматривается как вид заочной формы получения образования, осуществляемого преимущественно с использованием современных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Иными словами, ДО – это организация образовательного процесса, характеризующегося тем, что обучающиеся большую часть времени обучения удалены от обучающего в пространстве и, в основном, и во времени (удаленное обучение), а обучение происходит с помощью информационных технологий.

Ряд зарубежных исследователей зафиксировали возникавшие во время срочного перехода из-за пандемии COVID-19 на ДО проблемы, проанализировали их и предложили пути решения. Накопленный в этот период новый зарубежный опыт ДО представляет несомненный интерес как для повышения устойчивости отечественной системы образования к возможным в будущем потрясениям, подобным пандемии COVID-19, так и для ее планового развития.

Цель работы – анализ новых аспектов образовательного менеджмента, образовательных технологий, методических разработок и инноваций, психолого-педагогических исследований, которые проводились в период 2020–2021 годов в университетах зарубежных стран в связи со срочным переходом на удаленное обучение из-за пандемии COVID-19.

Материал и методы. Материалом послужили статьи в зарубежных англоязычных журналах, опубликованные в основном в 2021 году, доступные в базе данных Scopus. В работе применялись теоретические методы: анализ, синтез, индукция и дедукция, систематизация, обобщение.

Результаты и их обсуждение. В зарубежной литературе помимо термина «дистанционное обучение» также используются другие близкие по содержанию термины. Наиболее часто применяются термины «онлайн-обучение» и «электронное обучение» (Electronic Learning, E-learning).

Понятие «электронное обучение» введено и в закон «Об образовании в Российской Федерации»: под электронным обучением понимается организация образовательной деятельности с применением содержащейся в базах данных и используемой при реализации образовательных программ информации и обеспечивающих ее обработку информационных технологий, технических средств, а также информационно-телекоммуникационных сетей, обеспечивающих передачу по линиям связи указанной информации, взаимодействие обучающихся и педагогических работников. В этом законе также содержится определение дистанционных образовательных технологий: «образовательные технологии, реализуемые в основном с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии обучающихся и педагогических работников» [2]. В нашей работе более распространенный в отечественном образовании термин «дистанционное обучение» и используемые в цитируемых зарубежных публикациях термины «электронное обучение», «онлайн-обучение» рассматриваются как практически идентичные по содержанию *образовательные технологии*. Сравнительно недавно появился новый вариант электронного обучения – «мобильное обучение» (M-learning), по аналогии с понятиями «служба мобильного такси», «мобильный платеж» и т.п. Digital-

эксперты назвали мобильное обучение главным трендом 2019 года. Так обозначают процесс обучения, осуществляемый с использованием цифрового онлайн-контента с помощью мобильных устройств. Контент включает приложения, социальные взаимодействия, образовательные центры и многое другое. Он доступен в любом месте и в любое время. Мобильные устройства стимулируют совместное обучение, облегчая проведение удаленных групповых дискуссий, обмен материалами и вопросами. Многие эмпирические исследования подтвердили другие преимущества мобильного обучения: увеличение креативности учащихся, усиление саморегуляции, наращивание потенциала для сотрудничества, улучшение академических результатов обучающихся. Как отмечает Хао с соавт. (2017), одним из ведущих рынков m-обучения в мире является Китай. В ситуации карантина, сообщает Юн-Пэн Юань с соавт., в университетах Китая широко использовали мобильное обучение [3].

Для организации и успешного функционирования ДО необходимо определенное предварительное финансирование. Эксперты ЮНИСЭФ констатировали, что в большинстве стран система образования в 2020 году не была полностью готова к быстрому переходу на ДО. В ряде стран практически отсутствовал доступ к электронному обучению. Основная причина в том, что ранее не были запланированы и профинансированы развитие соответствующих технологий и подготовка как технического персонала, так и педагогов. Инновации должны сочетаться с инвестициями в людей, которые будут их применять, и в развитие электронной информационно-образовательной среды. Чтобы сделать системы образования более устойчивыми к ситуациям, подобным пандемии COVID-19, необходимо учесть полученный опыт в будущем планировании и финансировании систем образования [1].

Для того чтобы ДО было эффективным, студенты должны иметь персональные компьютеры и надежное подключение к скоростному интернету. Технологические проблемы доступа к интернету после перехода на ДО в основном возникали в слаборазвитых странах, таких как, например, Афганистан, в котором многие студенты жаловались на отсутствие необходимого оборудования и соответственно не получали постоянного онлайн-обучения во время пандемии COVID-19. Но жалобы на низкую скорость интернета были не только у афганских, но даже у некоторых европейских студентов, например в Румынии [4]. В то же время около 93% опрошенных студентов университета Западного Мичигана сообщили, что у них есть компьютер или другое устройство для мобильного обучения, что является хорошим показателем для эффективного ДО. Однако некоторые студенты этого университета отметили технологические сбои, такие как плохое подключение к сети Интернет и неопытность студентов или преподавателей в использовании онлайн-систем [5]. Аналогичные результаты были получены среди студентов университета штата Джорджия (А. Менса, 2020).

Правда, технология не заменяет и не может заменить роли и положения преподавателя. Предыдущие исследователи онлайн-образования единодушны в признании решающей роли в нем преподавателей, на что указано, например, в обзоре [6]. Уоллес (2003), отметив, что роль педагогов в онлайн-образовании до этого не была тщательно изучена, подчеркнула важность их роли в «содействии обсуждению, непосредственному обучению и обратной связи с учениками». Будущие исследования, по ее мнению, должны быть сосредоточены на изучении «взаимосвязи присутствия преподавателя с непосредственным участием студентов в формировании знаний и с обучением студентов». В. аль-Мави с соавт. (2021) выражает мнение, что ДО требует иных усилий преподавателя, специальных инструментов и методов обучения, чем те, которые необходимы в традиционном обучении. Гаррисон с соавт. (2009) исследовал такие формы присутствия преподавателей, как дизайн обучения, упрощение беседы и прямое обучение. Учебный дизайн ориентирован на планирование, структурирование, обработку, взаимодействие и оценку онлайн-курсов. Дизайн включает, в частности, создание онлайн-презентаций, заметок к лекциям, аудио / видео-мини-лекций, индивидуальных или групповых заданий с запланированными сроками и предоставление рекомендаций по использованию технологии на веб-сайте курса. Взаимодействие между учениками и преподавателем может быть асинхронным или синхронным, при этом преподаватели, облегчая обучение, предоставляют информацию, обратную связь, в том числе отвечают на вопросы. В то же время отдельные студенты могут взять на себя инициативу задать вопросы или связаться с инструктором (онлайн-преподавателем) для получения дополнительной помощи. Таллент-Рунели с соавт. (2006) перечислил другие составляющие онлайн-обучения, зависящие от преподавателя: специальные учебные пособия, системы оценки, создание взаимодействия. Доступность инструктора, общение и обратная связь – важные факторы, влияющие на ДО. Участие

преподавателя должно быть более интенсивным при адаптации к новым условиям обучения. Установлено: когда студенты видят, что их преподаватели принимают активное участие в активизации онлайн-дискуссий, они свидетельствуют о более высоком уровне своего когнитивного присутствия. Эффективными инструкторами были те, кто создавал сильное социальное присутствие с частыми признаниями, своевременными отзывами, дружескими приветствиями, использованием имен и выражений эмоций и сочувствия. Таким образом, инструкторы поддерживали благоприятную среду обучения, отслеживая динамику групп, приглашали студентов обращаться за помощью и связываться с теми, кто не участвует в онлайн-обучении. Но исследования показали, что для такого преподавания онлайн-курсов требуется больше времени, чем для традиционных (Кроуфорд-Ферре и Виест, 2012; Кенгве и Кидд, 2010). Габриэль и Кофилд (2008) выяснили, что онлайн-преподавание более трудоемкое, в частности, «из-за количества времени, необходимого для оценки работ и ответов на вопросы». Кроуфорд-Ферре и Виест (2012) заметили, что значительное количество педагогов учреждений высшего образования неохотно преподавало онлайн-курсы, а те, кто их преподавал, сообщали, что они проводились гораздо дольше, чем очные. В связи с этим они предложили, чтобы инструкторам оказывалась «дополнительная поддержка», например в форме снижения учебной нагрузки. Тем не менее из обзора А. Сан и Х. Чен. следует, что онлайн-преподаватели УВО не получают достаточной поддержки от своих учреждений. Обычная практика, когда онлайн-инструкторы тратят больше времени и энергии на онлайн-курсы по сравнению со своими коллегами, которые преподают традиционно. Реальность такова, что инструкторы обучают большое количество учеников в своих классах, практически не получают освобождение от рабочей нагрузки, имеют недостаточную поддержку от своих университетов в отношении ресурсов и технологий и не обладают возможностью профессионального развития в области онлайн-образования [6]. Р. Шерер с соавт. указал, что онлайн-обучение и смешанное обучение уже присутствовали в университетах в течение двух десятилетий, но степень их использования и принятия была разной у педагогов. Для того, чтобы руководство оказывало педагогам необходимую поддержку, необходимо понимать причины, по которым некоторые преподаватели не принимают или не внедряют новые методики онлайн-обучения [7].

В связи с вышеуказанным значительное внимание исследователей аспектов быстрого перехода к онлайн-обучению во время пандемии COVID-19 было уделено изучению готовности к такому переходу педагогов.

В целях исследования готовности преподавателей перехода к онлайн-обучению во время пандемии COVID-19 Р. Шерер с соавт. провел их анонимное анкетирование по нескольким каналам, включая социальные сети, университеты и УВО. В итоговую выборку для статистического анализа вошло 739 преподавателей, из них 54,4% женщин, из 58 стран в семи регионах мира, но при этом большинство из Европы и Центральной Азии (84,2%). В среднем возраст обследованных составил 48,2 года, опыт преподавания 19,4 года. 37,2% преподавателей указали на некоторый предыдущий опыт онлайн-обучения. В работе использовалось психологическое понятие «основная конструкция», введенное Келли. Такие конструкции лежат в основе самоощущения человека, направляя каждый предвосхищающий выбор, действие и позицию, которую они могут принять. Для оценки основной конструкции готовности преподавателя к онлайн-преподаванию и обучению (ОПО) использовались три показателя: 1) самооэффективность в ОПО, которая оценивалась с точки зрения концепции «структуры технологического и педагогического содержания знаний» (СТПСЗ) (П. Мишра и М. Дж. Келер, 2006) – индикатор компетентности в ОПО; 2) восприятие своего онлайн-присутствия во время ОПО – показатель практики онлайн-обучения; 3) восприятие институциональной поддержки – индикатор контекстной готовности к ОПО. В результате статистической обработки данных авторы разделили педагогов выборки на три профиля: со стабильно высокой, низкой или непостоянной готовностью к проведению онлайн-обучения. К профилю 1 (низкая готовность) отнесены педагоги со стабильно низкими оценками по всем показателям профиля. Эти педагоги не готовы или вряд ли готовы к осуществлению онлайн-обучения. В профиль 2 (непостоянная готовность) включены педагоги со стабильно низкими оценками самооэффективности СТПСЗ и восприятия своего онлайн-присутствия во время ОПО, но высокими рейтингами восприятия институциональной поддержки. Педагоги этой группы сообщили о достаточно высокой поддержке со стороны своего учреждения (контекст, в котором реализовано онлайн-обучение), но мало верили в свои способности и методы онлайн-обучения. В этом смысле указанные учителя

продемонстрировали «контекстную» готовность, но не «личную» готовность. К профилю 3 (высокая степень готовности) отнесены педагоги с высокими оценками самооэффективности СТПСЗ и восприятия своего онлайн-присутствия и средним или высоким рейтингом восприятия институциональной поддержки. Эти учителя продемонстрировали личную и контекстную готовность к онлайн-обучению. Полученные результаты авторы попытались скоррелировать с личными характеристиками педагогов: возрастом, полом, предыдущим опытом онлайн-обучения, контекстом перехода к онлайн-обучению, инновационным потенциалом в образовании, культурной ориентацией и другими. Распределение по возрасту и опыту преподавания оказалось одинаковым по трем профилям. Профиль 3 содержал 68% женщин, в то время как другие профили были сбалансированы по этому параметру. Большинство педагогов, отнесенных к профилям 1 и 2, сообщили об отсутствии какого-либо предыдущего опыта ОПО; напротив, большинство педагогов профиля 3 написали о таком опыте. Преподавателям профиля 1 было предоставлено самое короткое время на подготовку к ОПО (около 6 дней), а учителям профиля 3 – в среднем до 8 дней. Распределение академических дисциплин варьировалось по профилям для искусств, гуманитарных наук, бизнеса, права, медицины; напротив, они были одинаковыми для инженерных и социальных наук. Во всех профилях преобладали педагоги социальных наук. Большинство преподавателей правоведения были отнесены к профилю 3, а профиль 1 содержал меньше всего преподавателей бизнеса. Педагоги всех профилей были в основном из стран Европы и Центральной Азии. Значительная часть педагогов профиля 3 была из стран Восточной Азии, Северной Америки, Африки, побережья Тихого океана. Более подробные результаты были получены при сравнении данных отдельных профилей друг с другом. Преподаватели с большим опытом традиционного преподавания с большей вероятностью были отнесены к профилю 1, в то время как имевшие некоторый опыт использования онлайн-обучения с меньшей вероятностью относятся к этому профилю. Преподаватели естественных наук реже относились к профилю 1. При попарном сравнении профилей 2 и 3 и 1 и 3 женщины с большей вероятностью были отнесены к профилю 3 по сравнению с профилем 1 или 2, как и преподаватели, которые сообщили о предыдущем опыте онлайн-обучения, или преподаватели права. Чем больше дней давалось учителям на подготовку перехода на ОПО, тем менее вероятно они были отнесены к профилю 1 по сравнению с профилем 3. Таким образом, было подтверждено первоначальное описание профиля 3 как состоящего в основном из преподавателей-женщин, преподавателей с опытом онлайн-обучения и преподавателей правоведения. Результаты исследования показали, что преподаватели УВО не являются однородной группой по готовности к ОПО, кроме того, существуют различные подгруппы преподавателей, которые требуют разных подходов в институциональной поддержке. Выявлено, что личная и контекстная готовность не всегда присутствуют вместе. По итогам проведенного исследования Р. Шерер с соавт. утверждает, что структура готовности к онлайн-преподаванию многогранна и требует учета индивидуальных и контекстных факторов. Кроме того, восприятие институциональной поддержки и самооэффективность не обязательно сочетаются: в частности, хорошая поддержка может и не компенсировать малую уверенность в онлайн-преподавании. Тем не менее именно образовательный менеджмент является ключевым фактором для улучшения ОПО. Но для понимания того, как лучше всего поддержать преподавателей при переходе к онлайн-обучению, необходимы более глубокие исследования, с учетом других факторов, в том числе институциональных, культурологических, инновационных, определяющих отнесение преподавателей к указанным профилям [7].

Основное внимание исследователей перехода к онлайн-обучению во время пандемии COVID-19 было уделено изучению преимуществ и проблем ДО, на основании отзывов студентов.

В. аль-Мави с соавт. провел онлайн-опрос, для которого случайным образом из 5000 студентов и аспирантов университета Западного Мичигана было отобрано 420 студентов и аспирантов. Был составлен опросник со шкалой Лайкерта. Первый показатель, который исследовался, – восприятие студентами ДО. Самый высокий рейтинг получила «гибкость ДО», напротив такие аспекты ДО, как «взаимодействие» и «сотрудничество», получили наименьшие рейтинги. Большинство студентов выразили чувство, что ДО «нарушило и ослабило взаимодействие и сотрудничество с однокурсниками и инструкторами». Оценки этих аспектов ДО значительно различались в зависимости от колледжа и курса. Около 95% первокурсников не согласны с утверждением, что «ДО обеспечивает большее взаимодействие с другими студентами». Однако процент такого несогласия уменьшался в соответствии с повышением уровня образования. Из аспирантов 75% были не согласны с этим утверждением, напротив

12% выразили уверенность, что при ДО взаимодействие с однокурсниками увеличивается. Та же тенденция наблюдается при сравнении ответов о взаимодействии с инструкторами. Посчитали, что ДО снизило это взаимодействие 87% первокурсников и 66% аспирантов. Процент подобных ответов студентов от второго до старшего курса колебался от 76% до 82%. Следующей задачей была оценка впечатлений студентов от того, как ДО повлияло на их успешность в учебе. Большинство студентов указали, что ДО не улучшило их занятия в общезнании и оценки, что узнали не так много, как узнали бы на традиционных занятиях. Рейтинг оценки студентами своей успеваемости и успехов при ДО значительно варьируется в зависимости от уровня колледжа, но не от типа колледжа. 41% аспирантов согласился с тем, что они узнали столько же, сколько узнали до пандемии COVID-19 во время очных занятий. Большинство студентов-старшекурсников высказали более негативное мнение, чем аспиранты. Одной из положительных сторон ДО является гибкость в отношении выбора местоположения и времени для занятий и выполнения заданий. Большинство студентов согласилось с тем, что ДО обеспечивает такую гибкость. Гибкость, предлагаемая ДО, была наиболее высоко оценена аспирантами (84%). В ходе исследования оценивалось также восприятие студентами методов ДО. Одна из задач исследования состояла в том, чтобы выяснить, как студенты оценивают доступность инструкторов в тех случаях, когда им нужна помощь, и смогли ли они дать студентам четкие указания о том, как они могут получить доступ к материалам курса онлайн. Выяснилось, что студенты предпочитали личные, а не онлайн-встречи с преподавателями. У аспирантов был более высокий процент положительной оценки работы онлайн-преподавателей. В исследовании также изучалось восприятие студентами эффективности таких инструментов ДО, как приложения WebEx и платформа Microsoft Teams. Оценки аспирантов этих инструментов обучения были немного выше, чем на уровне бакалавриата: 61% аспирантов согласился с тем, что эти инструменты ДО эффективны и просты в использовании (68%). Рейтинг студентов-старшекурсников склонялся к несогласию и нейтралитету. Низкую оценку этим инструментам ДО дали студенты авиационного колледжа и колледжа бизнеса. Также было выяснено, как студенты оценивают используемые в университете методы ДО, а именно методы синхронного, асинхронного и смешанного обучения. Как известно, у каждого метода есть свои плюсы и минусы. В принципе, среди студентов существовало понимание того, что онлайн-занятия были предпочтительным выбором из-за COVID-19. Однако явного предпочтения форме ДО не было. Оказалось, что студенты, особенно первокурсники, решительно предпочитали очные занятия или гибридное обучение онлайн-занятиям. Около 42% студентов предпочитают асинхронное обучение и только 29% студентов синхронное обучение. Старшекурсники сообщили о более негативном восприятии синхронного метода обучения, чем на других уровнях обучения, в то время как первокурсники подчеркнули крайне негативное восприятие асинхронного метода обучения. Чтобы выявить важные проблемы, которые не были охвачены вопросами шкалы Лайкерта, студентам был также задан открытый вопрос о лучшем и худшем опыте онлайн-обучения. Для извлечения информации из мнений студентов использовали интеллектуальный анализ текстов. Наиболее частыми парами слов для лучшего опыта ДО являются: «гибкое местоположение», «гибкий график», «социальная дистанция», «пропуск в парк». Наиболее частые пары слов, которые применялись для описания худшего опыта ДО, включают: «человек в контакте», «срок выполнения», «дистанционное обучение», «в режиме реального времени» и «синхронизация занятий». Основные темы комментариев о худшем опыте ДО: отсутствие человеческого взаимодействия, социальных связей, самомотивации и концентрации. Результаты исследования В. аль-Мави с соавт. могут дать полезное понимание того, что приводит к менее позитивному восприятию студентами ДО. Авторы обнаружили, что как уровень колледжа, так и тип колледжа значительно влияют на восприятие и отношение студентов к дистанционному обучению. Отрицательный эффект был менее серьезным для более высокого уровня колледжа, особенно для аспирантов. Академический прогресс и успехи студентов бакалавриата были негативно затронуты переходом на ДО. О препятствии академическому прогрессу, вызванном пандемией, сообщалось также в других учреждениях высшего образования (Куммита с соавт. 2021; Покхрел и Четри, 2021). По мнению В. аль-Мави с соавт., во многом это объясняется отсутствием институциональной готовности справиться с беспрецедентной пандемией. Кроме того, сообщалось (А. Менса с соавт., 2020), что во время пандемии, из-за отсутствия доступной информации о передовой практике ДО, преподавателям приходилось оценивать и поддерживать студентов методом проб и ошибок, что сдерживало успеваемость и прогресс [5].

Целью исследования М. Роман и А.-П. Плопяну было выяснение, какое обучение, традиционное, онлайн или гибридное, в чрезвычайной ситуации, вызванной пандемией COVID-19, предпочитают румынские студенты-экономисты. По результатам опроса выборки 1415 студентов было определено, что обучающиеся, которые сталкиваются с нехваткой времени из-за семейных проблем и нехваткой места дома, предпочитают традиционное образование. В меньшей степени склонны к онлайн-обучению студенты мужского пола. Студенты, живущие в городах, более позитивно отзываются о гибридном обучении. Студенты, которые высоко оценивают роль преподавателей в онлайн-обучении, с большей вероятностью будут эффективно обучаться таким способом. Также авторы обнаружили, что психологический стресс и напряжение под давлением изоляции отрицательно влияют на эффективность онлайн-обучения. Здесь студентам может потребоваться психологическая помощь [4].

Р. Али Абуамаллох с соавт. провел эмпирическое исследование с целью выяснения восприятия студентами преимуществ электронного обучения во время пандемии COVID-19. В университете имама Абдулрахмана Бин Фейсала (Саудовская Аравия) во втором семестре 2019–2020 и первом семестре 2020–2021 учебных годов был осуществлен переход на полное ДО с использованием платформы Blackboard Learn. Задачи исследования состояли в том, чтобы изучить факторы, которые могут значительно повлиять на преимущества онлайн-обучения для студентов. В исследовании применялась теоретическая схема «Push-Pull-Mooring» (PPM), («Тяни-Толкай-Швартовка»), которая ранее использовалась для объяснения процессов миграции (Ли, 1966), в том числе образовательной (S. Nimako, 2013). Согласно подходу PPM, факторы, влияющие на студенческую мобильность, применительно к вынужденному переходу на электронное обучение, можно разделить на: «выталкивающие» – вынуждающие студента отправиться учиться дистанционно; «притягивающие» – положительные характеристики «принимающего» места (жилых помещений студентов); «удерживающие» – положительные характеристики «отправляющего» места (университетских аудиторий и лабораторий для физического обучения). Авторы исследования установили, как эти три фактора PPM влияют на вынужденный учебный переход студентов в виртуальные и удаленные учебные лаборатории. Для этого была также использована психологическая теория защитной мотивации Роджерса. Эта теория указывает на два основных направления в мотивации людей к принятию защитных мер: оценка риска и оценка преодоления риска. Согласно теории защитной мотивации, на ожидаемые преимущества электронного обучения будут влиять два фактора: «экологическая угроза» и предполагаемый риск для здоровья. Мотивация использовать более безопасный вариант обучения – электронное обучение – будет высокой, если обучающийся рассматривает риск, связанный с продолжением традиционного обучения во время пандемии COVID-19 как серьезный. Мотивация может дополнительно повыситься, если обучаемый ощутит преимущества электронного обучения, позволяющие минимизировать негативные воздействия, связанные с личным присутствием в аудитории в этой ситуации. Данные для исследования были собраны с помощью онлайн-анкетирования студентов, по электронной почте. Для оценки ответов была принята 5-балльная шкала Лайкерта. Полученные результаты показали, что «экологическая угроза» как фактор выталкивания в значительной степени связан с предполагаемыми преимуществами. Однако положительного влияния предполагаемого риска для здоровья как фактора выталкивания на преимущества электронного обучения не было выявлено. Установлено, что преимущества – факторы притяжения (мотивация электронного обучения, воспринимаемая информация, совместное использование и социальное дистанцирование) и удерживающий фактор (воспринимаемая безопасность) существенно влияют на студентов. Результаты этого исследования показывают, что эффект притяжения – основная сила, чтобы перейти на электронное обучение и получить ожидаемые выгоды. Эффект притяжения основан на восприятии пользователем платформы электронного обучения и восприятии мер социального дистанцирования. Кроме того, важным является обмен информацией, чтобы улучшить воспринимаемый выигрыш. Выявленный эффект притягивающих факторов продемонстрировал, что потребность в обмене информацией влияет на ожидаемые преимущества виртуальных классов. Результаты также подтвердили влияние социальной дистанции на преимущества электронного обучения. Социальное дистанцирование при электронном обучении реализуется в перенаправлении образовательных услуг на дом. В этом исследовании предполагалось, что студенты будут воспринимать социальное дистанцирование как положительную черту, которая привлечет их к электронному обучению, что и подтвердили результаты. Наконец, исследование показало, что ожидаемые преимущества систем

электронного обучения связаны также с уровнем безопасности системы. По итогам проведенного исследования Р. Али Абумаллох с соавт. полагает, что почти все обучение может проводиться в форме электронного обучения, за исключением практического обучения – работы с техникой, химическими и биологическими препаратами. Хотя клиническое обследование и лечение могут быть сложными для проведения с помощью электронного обучения, клиническое образование также можно в некоторой степени проводить с помощью электронного обучения [8].

Юн-Пэн Юань с соавт. изучил применение мобильного обучения (МО) во время пандемии в Китае. В качестве положительных аспектов такого обучения авторы отметили удаленную регистрацию и механизм онлайн-вопросов и ответов, что обеспечивает посещение студентами ежедневных занятий и участие в них. Большинство предыдущих исследований МО проводилось в контролируемых условиях и может не отражать обучение в реальных условиях, таких как обязательное посещение занятий во время COVID-19 пандемии. В исследовании Юн-Пэн Юаня с соавт. оценивается влияние педагогики и технологии на отношение обучаемых именно к обязательному МО. Отличием данного исследования от прошлых исследований является также то, что в нем объясняется «реакция на опыт пользователя», а не «намерение поведения». Авторы использовали «модель принятия мобильных технологий» (MTAM), предложенную Оои и Тан (2016), которая выступает как вариант применения «модели принятия технологий» (Девис, 1989), ориентированную на мобильных пользователей. Ключевой особенностью при этом является акцент на восприятии потенциального пользователя. Согласно MTAM два фактора определяют, будет ли новая технология принята ее потенциальными пользователями: (1) «воспринимаемая полезность» и (2) «воспринимаемая простота использования». В рамках исследования принятия мобильных технологий MTAM эти факторы названы как «мобильная полезность» и «мобильная простота использования». Для сбора данных проводилось онлайн-анкетирование с использованием опросника, который обычно находит применение в мобильных исследованиях (Оои и Тан, 2016), с последующим анализом с помощью программного обеспечения SmartPLS 3.2.9. Использовалась 7-балльная шкала Лайкерта. Всего было собрано 627 эффективных ответов от студентов университетов Китая. Из них 84,8% были студенты бакалавриата, 10,2% – дипломники и 5% – аспиранты. У большинства участников имелось от 2 до 3 мобильных устройств (73,5%). Изучалось влияние на МО четырех факторов: двух педагогических – «качество обучающего контента» и «интерактивность» и двух технологических – «пользовательский интерфейс» и «коммуникации» (возможности подключения системы). Результаты показали, что «качество обучающего контента» и оба технологических фактора значительно влияют на восприятие обучающимися полезности и простоты МО, что в конечном итоге отражает их реакцию на опыт пользователя при МО. Кроме того, были обнаружены существенные эффекты между мобильной полезностью, мобильной простотой использования и реакцией на опыт пользователя, что демонстрирует применимость MTAM в МО. В результате матричного анализа оценки «важности-эффективности» экзогенных переменных установлено, что хотя мобильная полезность показала высокую важность в этом исследовании, ее эффективность ниже, чем у мобильной простоты использования. Поэтому мобильная простота использования более важна в МО [3].

Несколько исследований было посвящено обучению медицинским специальностям, в связи с возникшими во время перехода на ДО проблемами с практическим обучением студентов. Целью исследования Д. Юй-Фонг Чанг с соавт. было сравнить эффективность классических занятий и онлайн-обучения стоматологов в Национальном Тайваньском университете в 2021 году. Авторы отметили, что использование онлайн-обучения пропагандируется в стоматологическом образовании с 1990 года, однако поскольку в нем имеется много хирургических курсов, для которых удобнее очное обучение, до 2019 года онлайн-курсы не разрабатывались. Тем не менее преподаватели-стоматологи были потенциально готовы к переходу на ДО, поскольку в их преподавательской деятельности информационные технологии уже активно использовались. Был проведен онлайн-опрос 37 студентов, которые прошли курс «Патологии полости рта и диагностика» в условиях смешанного обучения. Перед переходом в мае 2021 года на ДО по этому курсу уже были прочитаны лекции, проведены лабораторные занятия по микроскопической интерпретации и промежуточный экзамен. Затем онлайн были проведены заключительное обсуждение и заключительный экзамен. Таким образом, 81% занятий был проведен очно и 19% – онлайн. Для обучения микроскопической интерпретации обычно используют реальный микроскоп. В онлайн-части этого курса применялись виртуальные слайды гистологических срезов.

В итоге большинство студентов выразило мнение, что эффективность онлайн-обучения выше, чем реального, особенно с точки зрения эффективного использования времени и удобства обучения. Некоторые студенты предложили, чтобы лекции и курсы по применению микроскопии проводились только онлайн. Предварительно записанные курсы были удобны для неоднократного просмотра. Тем не менее многие студенты также считают, что личное общение было очень важно при обучении в физическом классе, и лабораторные занятия необходимо проводить в физическом классе. Однако поскольку управлять онлайн-обучением труднее, качество онлайн-обучения студентов, которые не желают учиться самостоятельно, может быть хуже. Для контроля учебы использовали вопросы, на которые студенты должны были отвечать в мобильных сообщениях. Чтобы избежать обмана в онлайн-экзамене, была запрограммирована скорость ответов. Негибкие установки времени явились для некоторых студентов проблемой на онлайн-экзамене. Также при проведении онлайн-экзамена были другие технологические проблемы, такие как сбои и медленная скорость интернета. Поэтому большинство студентов выразили мнение, что при проведении онлайн-экзамена присутствовали проблемы с удобством проведения и справедливостью оценивания, и предпочли в будущем физический экзамен. Несмотря на отмеченные проблемы, авторы исследования считают, что будущая тенденция стоматологического образования – смешанное обучение, сочетание реального и онлайн-обучения [9].

Э. Виттенберг с соавт. сообщил, что при внезапном переходе к онлайн-образованию остро встал вопрос о том, как проводить обучение коммуникативным навыкам студентов третьего курса бакалавриата по медсестринскому делу. Поскольку медицинское образование в США переходит к образованию, основанному на компетенциях, обучение этим навыкам необходимо для формирования обязательной коммуникационной компетенции. Целью исследования этих авторов было применение разработанного ими для обучения сестринскому общению коммуникационного ресурса «Комфортное общение. Коммуникационные модули», состоящего из двух учебных модулей («Средства индивидуальной защиты» и «Взаимодействие по видео/телефонным звонкам») и приложения для смартфона – мобильного ресурса, включающего в себя методы коммуникации для медсестер. По окончании обучения с использованием этого коммуникационного ресурса компетентность в области коммуникационных знаний оценивалась по способности студента ориентироваться в приложении для смартфона. Компетентность считалась достигнутой, если студент смог найти правильный раздел приложения и предоставил общий ответ. Большинство студентов (79,8%) достигли продвинутой компетенции или компетенции в области коммуникационных знаний в модуле «Видео/телефонные звонки»; 55% студентов – в модуле «Средства индивидуальной защиты». Компетентность в навыках общения оценивалась по способности студента применять усвоенные модели поведения к контексту делового сценария. Результаты показали, что разработанный авторами коммуникационный ресурс улучшает коммуникативные установки, знания и навыки студентов. Результаты также подтвердили большие возможности использования смартфонов в качестве образовательного компонента в клиническом обучении, что согласуется с предыдущими исследованиями применения смартфонов и приложений для них в обучении медсестер [10].

А. Метчик с соавт. сообщил, что в США во время пандемии COVID-19 была организована серия виртуальных совместных лекций по общей хирургии между 52 университетами, что позволило продолжить теоретическое образование студентов. При этом объем и разнообразие материала значительно расширились, а нагрузка лекторов снизилась. Авторы предлагают использовать подобный опыт меж-университетского сотрудничества в образовании [11].

Исследователь Х.Н. Филлипс описала особенности обучения в 2020 году магистрантов педагогического факультета Кейптаунского университета, которые одновременно работали учителями. Традиционное образование в университете до начала пандемии уже было дополнено информационными ресурсами и обучением соответствующим технологиям. Автор отмечает, что грамотность в области информационно-коммуникационных технологий стала одним из аспектов преподавания и учебы во время пандемии, а ее интеграция в программу обучения имеет центральное значение для развития будущих учителей. Для обучения использовались платформы Microsoft Teams и Blackboard Collaborate для всей группы, а также электронная почта для отправки индивидуальных заданий и WhatsApp для общения. Преподаватели имели некоторый опыт использования этих платформ, но большинству магистрантов пришлось быстро обучаться их применению уже во время обучения. Согласно результатам

анкетирования 40% студентов чувствовали себя уверенно с этими платформами обучения, но 45% смогли лишь несколько раз получить доступ к Microsoft Teams из-за плохой связи. Целью исследования Х.Н. Филлипс было выяснить индивидуальные трудности при ДО и подыскать соответствующие траектории обучения магистрантов, при их переходе от очного обучения к синхронному и асинхронному онлайн-обучению. Синхронное обучение позволяет использовать презентации Power Point, видео, общение через чаты и другие средства, а также получать немедленную обратную связь. Однако ранее сообщалось, что студенты могут, войдя в виртуальное пространство, заниматься во время занятия другими вещами (Доница-Шмидт и Рамот, 2020). Карильо и Флореса (2020) также сообщали, что обучающиеся «прятались» за своими камерами. Это приводило к более низкому уровню участия в обучении. Поэтому, чтобы удовлетворить различные потребности обучающихся, было применено сочетание синхронного и асинхронного обучения. Для реализации задач исследования была использована «стратегия смешивания методов», нацеленная на «совместное проектирование социально справедливой учебной деятельности». Эта стратегия «развивает представления об обучении и развитии, уделяя особое внимание тому, как разворачиваются и функционируют несправедливые процессы» (Банг и Во-соуи, 2016). Были сопоставлены количественные данные анкетирования (для получения информации о доступе к образовательным ресурсам и ИТ-технологиям) с качественными данными интервью в фокус-группах (для объяснения или уточнения количественных результатов). Магистранты вначале находились в состоянии неуверенности, пытаясь решить вопросы, связанные с временным закрытием школ, в которых они преподавали, и университета, в которых учились. У обучаемых сначала было мало времени для приспособления к онлайн-обучению. Магистранты и преподаватели были загружены занятиями и вебинарами для обучения использованию образовательных платформ. Вынужденный переход к онлайн-обучению еще больше ослабил тех обучающихся, кто и ранее был неблагополучным в учебе. Через несколько недель, когда преподаватели освоили новые обучающие технологии и стали их активно применять, обучающиеся должны были проявить гибкость в учебе, но некоторые начали «ломаться» под давлением этих технологий, что повлияло на их эмоциональное благополучие. Многие сначала чувствовали себя неадекватными и уязвимыми. Переживания уязвимости могут вызывать в воображении чувства негатива, страха и разочарования. Часть обучающихся выказывали неудовольствие и разочарование ситуацией, а некоторые набрасывались на преподавателей. Для анализа этих процессов в исследовании использовались представления психологии и социальной педагогики о «уязвимости», сфокусированные на рисках изменений, незнания, неудачи и самораскрытия. Согласно теории, опыт уязвимости следует использовать как трансформирующую педагогику, помогающую студентам актуализировать свои образовательные цели. Необходимы «безопасные пространства» и «тесное взаимодействие» между преподавателями и учениками, чтобы победить их уязвимость. Без этого их уязвимости могут привести к возникновению барьера во взаимодействии обучающего и обучаемого, что отрицательно скажется на обучении. Результаты исследования выявили наличие социально-экономического неравенства обучающихся – отсутствие доступа, технических устройств и навыков при использовании онлайн-платформ, что оказывало влияние как на обучение магистрантов, так и на их преподавание в школах. По мнению Х.Н. Филлипс, учреждения образования должны нести полную ответственность за тщательную подготовку и всестороннее планирование, чтобы помочь студентам минимизировать неопределенности и напряженность, возникающие при смене модели обучения. Лучшим вариантом организации образования, при отсутствии карантина, является, по мнению автора, смешанное обучение, которое, в частности, обеспечивает взаимосвязь и развитие отношений между студентами, усиливая их социальное присутствие (Карильо и Флорес, 2020). Это необходимо для развития тесного сотрудничества и интерактивности. Видеоконференции, телефонные звонки и текстовые сообщения – плохая замена личному контакту, чувству принадлежности и эмоциональной поддержке, необходимой в профессиональной среде [12].

Заключение. В 2020 году в большинстве зарубежных стран система образования оказалась не полностью готовой к быстрому переходу на дистанционное обучение во время карантина, вызванного пандемией COVID-19. Исследователи признают решающую роль преподавателей в онлайн-образовании. Онлайн-обучение и смешанное обучение уже давно присутствовали в университетах, но степень их использования и принятия у педагогов была разная. Для того, чтобы руководство могло оказывать преподавателям необходимую поддержку, необходимо понимать причины, по которым некоторые

педагоги не принимают онлайн-обучения. Установлено, что структура готовности к онлайн-преподаванию многогранна и требует учитывать индивидуальные и контекстные факторы. К тому же восприятие институциональной поддержки и самоэффективность не обязательно присутствуют вместе. Тем не менее именно образовательный менеджмент является ключевым фактором для улучшения готовности к такому переходу педагогов. Основная причина недостаточной готовности многих университетов к полному переходу на онлайн-обучение состояла в недостатках перспективного планирования и финансирования развития соответствующих ИКТ и подготовки как технического персонала, так и педагогов.

Технологические проблемы доступа к интернету после перехода на онлайн-обучение в основном возникали в слаборазвитых странах, однако жалобы на технологические сбои и неопытность пользователей, в том числе и преподавателей, были известны и у некоторых студентов европейских и американских университетов.

Важным для эффективности онлайн-обучения является отношение к нему обучающихся. На восприятие преимуществ онлайн-обучения студентами, как установлено с применением схемы «Push-Pull-Mooring», могут значительно повлиять мотивация электронного обучения, воспринимаемая информация, совместное использование, социальное дистанцирование (факторы притяжения) и воспринимаемая безопасность (удерживающий фактор). На восприятие обучающимися полезности и простоты мобильного обучения, как установлено с использованием «модели принятия мобильных технологий», значительно влияют «качество обучающего контента», «мобильная простота использования» и в меньшей степени «мобильная полезность». По мнению студентов, положительной стороной онлайн-обучения во время карантина явилась также «гибкость». Однако оно нарушило и ослабило взаимодействие и сотрудничество с однокурсниками и преподавателями. Обнаружено, что под давлением изоляции возникают психологический стресс и напряжение, которые отрицательно влияют на эффективность онлайн-обучения. Студентам в подобной ситуации может потребоваться психологическая помощь. Для рассмотрения этих аспектов онлайн-обучения исследователи использовали психологическую теорию защитной мотивации Роджерса, представления психологии и социальной педагогики об «уязвимости».

Лучшим вариантом организации образования в будущем, при отсутствии карантина, по мнению ряда авторов, будет смешанное обучение, среди преимуществ которого усиление социального присутствия обучающихся. Так, исследователи опыта дистанционного стоматологического образования во время карантина пришли к выводу, что его будущая тенденция – это именно данный вид обучения. Разработанный для онлайн-обучения будущих медсестер коммуникационный ресурс улучшает их коммуникативные установки, знания и навыки. Даже клиническое образование можно в некоторой степени проводить с помощью электронного обучения. Также подтверждены большие возможности использования смартфонов в качестве образовательного компонента в клиническом обучении. Примером межуниверситетского сотрудничества в образовании явилась серия виртуальных совместных лекций по общей хирургии, в которых приняли участие 52 американских университета. При этом объем и разнообразие теоретического материала значительно расширились, а нагрузка лекторов снизилась.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lennox, J. UNICEF's lessons learned from the education response to the COVID-19 crisis and reflections on the implications for education policy / J. Lennox, N. Reugeb, F. Benavides // *International Journal of Educational Development*. – 2021. – Vol. 85. – September. – Article 102429.
2. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ (Ред. от 02.07.2021) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.zakonrf.info/zakon-ob-obrazovanii-v-rf/>. – Дата доступа: 27.11.2021.
3. Yuana, Y.-P. Can COVID-19 pandemic influence experience response in mobile learning? / Y.-P. Yuana [et al.] // *Telematics and Informatics*. – 2021. – Vol. 64. – November. – Article 101676.
4. Roman, M. The effectiveness of the emergency eLearning during COVID-19 pandemic. The case of higher education in economics in Romania / M. Roman, A.-P. Plopeanu // *International Review of Economics Education*. – 2021. – Vol. 37. – June. – Article 100218.
5. Al-Mawee, W. Student's perspective on distance learning during COVID-19 pandemic: A case study of Western Michigan University, United States / W. Al-Mawee, K.M. Kwayub, T. Gharaibeh // *International Journal of Educational Research Open*. – 2021. – Vol. 2-2. – Article 100080.
6. Sun, A. Online education and its effective practice: A research review / A. Sun, C. Xiufang // *Journal of Information Technology Education*. – 2016. – Vol. 15. – P. 157–190.
7. Scherer, R. Profiling teachers' readiness for online teaching and learning in higher education: Who's ready? / R. Scherer [et al.] // *Computers in Human Behavior*. – 2021. – Vol. 118. – May. – Article 106675.
8. Ali Abumalloh, R. The impact of coronavirus pandemic (COVID-19) on education. The role of virtual and remote laboratories in education / R. Ali Abumalloh [et al.] // *Article Technology in Society*. – 2021. – Vol. 67. – November. – Article 101728.
9. Yu-Fong Chang, J. Comparison of learning effectiveness between physical classroom and online learning for dental education during the COVID-19 pandemic / J. Yu-Fong Chang [et al.] // *Journal of Dental Sciences*. – 2021. – Vol. 16. – Iss. 4, October. – P. 1281–1289.

10. Wittenberg, E. COVID-19-transformed nursing education and communication competency: Testing COMFORT educational resources / E. Wittenberg [et al.] // Nurse Education Today 2021. – Vol. 107. – December. – Article 105105.
11. Metchik, A. How We Do It: Implementing a Virtual, Multi-Institutional Collaborative Education Model for the COVID-19 Pandemic and Beyond / A. Metchik [et al.] // Journal of Surgical Education. – 2021. – Vol. 78. – Iss. 4, July – August. – P. 1041–1045.
12. Nadia Phillips, H. Re-imagining higher education: A cohort of teachers' experiences to face the 'new normal' during COVID-19 / H. Nadia Phillips // International Journal of Educational Research Open. – 2021. – Vol. 2-2. – Article 100069.

REFERENCES

1. Lennox, Janet. UNICEF's lessons learned from the education response to the COVID-19 crisis and reflections on the implications for education policy / Janet Lennox, Nicolas Reugeb, Francisco Benavides // International Journal of Educational Development. – 2021. – Vol. 85. – September. – Article 102429.
2. *Ob obrazovanii v Rossiiskoi Federatsii: Federalny zakon ot 29.12.2012 No. 273-F3* [On education in the Russian Federation: Federal Law No. 273-F3 of 29.12.2012 (Ed. of 02.07.2021)] [Available at: <https://www.zakonrf.info/zakon-ob-obrazovanii-v-rf>. – Accessed: 27.11.2021.
3. Yuana, Yun-Peng. Can COVID-19 pandemic influence experience response in mobile learning? / Yun-Peng Yuana [et al.] // Telematics and Informatics. – 2021. – Vol. 64. – November. – Article 101676.
4. Roman, Monica. The effectiveness of the emergency eLearning during COVID-19 pandemic. The case of higher education in economics in Romania / Monica Roman, Aurelian-Petruş Ploeanu // International Review of Economics Education. – 2021. – Vol. 37. – June. – Article 100218.
5. Al-Mawee, Wassnaa. Student's perspective on distance learning during COVID-19 pandemic: A case study of Western Michigan University, United States / Wassnaa Al-Mawee, Keneth Morgan Kwayub, Tasnim Gharaibeh // International Journal of Educational Research Open. – 2021. – Vol. 2-2. – Article 100080.
6. Sun, Anna. Online education and its effective practice: A research review / Anna Sun, Chen Xiufang // Journal of Information Technology Education. – 2016. – Vol. 15. – P. 157–190.
7. Scherer, Ronny. Profiling teachers' readiness for online teaching and learning in higher education: Who's ready? / Ronny Scherer [et. al.] // Computers in Human Behavior. – 2021. – Vol. 118. – May. – Article 106675.
8. Ali Abumalloh, Rabab. The impact of coronavirus pandemic (COVID-19) on education. The role of virtual and remote laboratories in education / Rabab Ali Abumalloh [et. al.] // Article Technology in Society. – 2021. – Vol. 67. – November. – Article 101728.
9. Yu-Fong Chang, Julia. Comparison of learning effectiveness between physical classroom and online learning for dental education during the COVID-19 pandemic / Julia Yu-Fong Chang [et. al.] // Journal of Dental Sciences. – 2021. – Vol. 16. – Iss. 4, October. – P. 1281–1289.
10. Wittenberg, E. COVID-19-transformed nursing education and communication competency: Testing COMFORT educational resources / E. Wittenberg [et. al.] // Nurse Education Today. – 2021. – Vol. 107. – December. – Article 105105.
11. Metchik, Ariana. How We Do It: Implementing a Virtual, Multi-Institutional Collaborative Education Model for the COVID-19 Pandemic and Beyond / Ariana Metchik [et. al.] // Journal of Surgical Education. – 2021. – Vol. 78. – Iss. 4, July – August. – P. 1041–1045.
12. Nadia Phillips, Heather. Re-imagining higher education: A cohort of teachers' experiences to face the 'new normal' during COVID-19 / Heather Nadia Phillips // International Journal of Educational Research Open. – 2021. – Vol. 2-2. – Article 100069.

Поступила в редакцию 30.11.2021

Адрес для корреспонденции: e-mail: bystryakovvp@gmail.com – Быстряков В.П.

ЗВЕСТКІ ПРА АЎТАРАЎ

АЛЕКСАНДРОВІЧ Таццяна Аліеўна – старшы выкладчык кафедры матэматыкі ВДУ імя П.М. Машэрава, магістр фізіка-матэматычных навук.

БАРОДЗІЧ Сяргей Мітрафанавіч – старшы выкладчык кафедры матэматыкі ВДУ імя П.М. Машэрава.

БУКА Анастасія Сяргееўна – магістрант кафедры экалогіі і геаграфіі ВДУ імя П.М. Машэрава.

БЫСТРАКОЎ Уладзімір Пятровіч – дацэнт кафедры хіміі і прыродазнаўчай адукацыі ВДУ імя П.М. Машэрава, кандыдат хімічных навук, дацэнт.

ВАШКЕВІЧ Марына Мікалаеўна – навуковы супрацоўнік лабараторыі экалагічнай фізіялогіі раслін ДНУ “Цэнтральны батанічны сад НАН Беларусі”.

ВЯНСКОВІЧ Дзіна Аляксандраўна – дацэнт кафедры фізічнага выхавання і спорту ВДУ імя П.М. Машэрава, кандыдат педагагічных навук, дацэнт.

ВІСЛАБОКАЎ Мікіта Юр’евіч – дацэнт кафедры эканомікі і інфармацыйных тэхналогій Віцебскага філіяла Міжнароднага ўніверсітэта «МІТСО», кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт.

ГАЕЎСКІ Яўген Яўгенавіч – старшы выкладчык кафедры агульнай экалогіі і методыкі выкладання біялогіі БДУ.

ГАЛКІН Аляксандр Мікалаевіч – прафесар кафедры экалогіі і геаграфіі ВДУ імя П.М. Машэрава, доктар геолога-мінералагічных навук, прафесар.

ГАЛКІН Павел Аляксандравіч – старшы выкладчык кафедры інфармацыйных тэхналогій УА “Віцебскі дзяржаўны ордэна Дружбы народаў медыцынскі ўніверсітэт”, магістр геаграфічных навук.

ДОЎГАЯ Марына Віктараўна – выкладчык кафедры педагогікі і адукацыйнага менеджменту ВДУ імя П.М. Машэрава, магістр адукацыі.

ЖДАНЕЦ Святлана Хвядосаўна – вядучы інжынер ДНУ “Цэнтральны батанічны сад НАН Беларусі”.

КАЗЛОЎ Аляксандр Аляксандравіч – дацэнт кафедры матэматыкі і камп’ютарнай бяспекі Полацкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Еўфрасінні Полацкай, кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт.

КУЛІКОЎ Яраслаў Канстанцінавіч – прафесар кафедры агульнай экалогіі і методыкі выкладання біялогіі БДУ, доктар біялагічных навук, прафесар.

КУНЦЭВІЧ Зінаіда Сцяпанаўна – загадчык кафедры агульнай, фізічнай і калоіднай хіміі ВДМУ, доктар педагагічных навук, дацэнт.

ЛІЦВЯНКОВА Іна Аляксандраўна – дацэнт кафедры экалогіі і геаграфіі ВДУ імя П.М. Машэрава, кандыдат біялагічных навук, дацэнт.

МАКРЫЦКІ Міхаіл Васільевіч – дацэнт кафедры педагогікі і адукацыйнага менеджменту ВДУ імя П.М. Машэрава, кандыдат педагагічных навук, дацэнт.

МІКАЛАЙЧУК Ала Міхайлаўна – вядучы навуковы супрацоўнік аддзела навукова-метадычнага забеспячэння дзяржаўнай экспертызы ДУ “БелІСА”, кандыдат біялагічных навук.

СТАНСКІ Мікалай Цімафеевіч – дацэнт кафедры фізічнага выхавання і спорту ВДУ імя П.М. Машэрава, дацэнт.

СЯМЁНАВА Наталля Сяргееўна – старшы выкладчык кафедры псіхалогіі ВДУ імя П.М. Машэрава, магістр псіхалагічных навук.

ШАМАТУЛЬСКАЯ Алена Уладзіміраўна – старшы выкладчык кафедры экалогіі і геаграфіі ВДУ імя П.М. Машэрава.

ЯКАЎЛЕЎ Аляксандр Паўлавіч – загадчык лабараторыі экалагічнай фізіялогіі раслін ДНУ “Цэнтральны батанічны сад НАН Беларусі”, кандыдат біялагічных навук, дацэнт.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

ALEKSANDROVICH Tatsiana Aliyeuna – Senior Lecturer of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Mathematics, Master of Science (Physics and Mathematics).

BARODZICH Siargei Mitrafanovich – Senior Lecturer of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Mathematics.

BUKA Anastasiya Siargeyeuna – master student of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Ecology and Geography.

BYSTRAKOU Uladzimir Piatrovich – Assistant Professor of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Chemistry and Nature Studies Education, PhD (Chemistry), Assistant Professor.

VASHKEVICH Maryna Mikalayeuna – Central Botanical Gardens of the NAS of Belarus Laboratory of Ecological Physiology of Plants Researcher.

VIANSKOVICH Dzina Aliaksandrauna – Assistant Professor of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Physical Education and Sports, PhD (Education), Assistant Professor.

VISLABOKAU Mikita Yuryevich – Assistant Professor of Vitebsk Branch of the International University MITSO Department of Economics and Information Technologies, PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor.

GAYEUSKI Yaugen Yaugenavich – Senior Lecturer of BSU Department of General Ecology and Methods of Teaching Biology.

GALKIN Aliaksandr Mikalayeovich – Professor of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Ecology and Geography, Dr.Sc. (Geology and Mineralogy), Professor.

GALKIN Pavel Aliaksandravich – Senior Lecturer of Vitebsk State Order of Peoples' Friendship Medical University Department of Information Technologies, Master of Science (Geography).

DOUGAYA Maryna Viktarauna – Lecturer of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Pedagogy and Education Management, Master of Science (Education).

ZHDANETS Sviatlana Khviadosauna – Leading Engineer of Central Botanical Gardens of the NAS of Belarus.

KAZLOU Aliaksandr Aliaksandravich – Assistant Professor of Polotsk State Eufrasiniya Polatskaya University Department of Mathematics and Computer Security, PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor.

KULIKOU Yaraslau Kanstantsinavich – Professor of BSU Department of General Ecology and Methods of Teaching Biology, Dr.Sc. (Biology), Professor.

KUNTSEVICH Zinaida Stsiapanaua – Head of VSMU Department of General, Physical and Colloid Chemistry, Dr.Sc. (Education), Assistant Professor.

LITSVIANKOVA Ina Aliaksandrauna – Assistant Professor of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Ecology and Geography, PhD (Biology), Assistant Professor.

MAKRYTSKI Mikhail Vasilyevich – Assistant Professor of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Pedagogy and Education Management, PhD (Education), Assistant Professor.

MIKALAICHUK Ala Mikhailauna – Leading Researcher of the Department of Scientific and Methodological Support for State Expertise "BelISA", PhD (Biology).

STANSKI Mikalai Tsimafeyevich – Assistant Professor of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Physical Education and Sports, Assistant Professor.

SIAMENOVA Natallia Siargeyeuna – Senior Lecturer of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Psychology, Master of Science (Psychology).

SHAMATULSKAYA Alena Uladzimiraua – Senior Lecturer of Vitebsk State P.M. Masherov University Department of Ecology and Geography.

YAKAULEU Aliaksandr Paulavich – Head of Central Botanical Gardens of the NAS of Belarus Laboratory of Ecological Physiology of Plants, PhD (Biology), Assistant Professor.

ПРАВИЛЫ ДЛЯ АЎТАРАЎ

1. «Вестнік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» публікуе вынікі навуковых даследаванняў, якія праводзяцца ў Віцебскім дзяржаўным універсітэце, навуковых установах і ВНУ рэспублікі, СНД і іншых краін. Асноўным крытэрыем мэтазгоднасці публікацыі з’яўляецца навізна і арыгінальнасць артыкула. Навуковы часопіс уключаны ў Пералік навуковых выданняў, рэкамендаваных ВАК Рэспублікі Беларусь для апублікавання вынікаў дысертацыйных даследаванняў па біялагічных, педагагічных, фізіка-матэматычных навуках. Па-за чаргой публікуюцца навуковыя артыкулы аспірантаў апошняга года навучання (уключаючы артыкулы, якія падрыхтаваны імі ў суаўтарстве) пры ўмове іх поўнай адпаведнасці патрабаванням, што прад’яўляюцца да навуковых публікацый выдання.

2. Патрабаванні да афармлення артыкула:

2.1. Рукапісы артыкулаў прадстаўляюцца на беларускай, рускай ці англійскай мове.

2.2. Кожны артыкул павінен утрымліваць наступныя элементы:

- індэкс УДК;
- назва артыкула;
- прозвішча і ініцыялы аўтара (аўтараў);
- арганізацыя, якую ён (яны) прадстаўляе;
- уводзіны;
- раздзел «Матэрыял і метады»;
- раздзел «Вынікі і іх абмеркаванне»;
- заключэнне;
- спіс выкарыстанай літаратуры.

2.3. Назва артыкула павінна адлюстроўваць яго змест, быць па магчымасці лаканічнай, утрымліваць ключавыя словы, што дазваляць індэксаваць артыкул.

2.4. Ва ўводзінах даецца кароткі агляд літаратуры па праблеме, указваюцца не вырашаныя раней пытанні, фармулюецца і абгрунтоўваецца мэта, падаюцца спасылкі на працы іншых аўтараў за апошнія гады, а таксама на замежныя публікацыі.

2.5. Раздзел «Матэрыял і метады» ўключае апісанне метадыкі, тэхнічных сродкаў, аб’ектаў і зместу даследаванняў, праведзеных аўтарам (аўтарамі).

2.6. У раздзеле «Вынікі і іх абмеркаванне» аўтар павінен зрабіць высновы з пункту гледжання іх навуковай навізны і супаставіць з адпаведнымі вядомымі дадзенымі. Гэты раздзел можа дзяліцца на падраздзелы з паясняльнымі падзаглаўкамі.

2.7. У заключэнні ў сціслым выглядзе павінны быць сфармуляваны атрыманыя вынікі, з указаннем на дасягненне пастаўленай мэты, навізну і магчымасці прымянення на практыцы.

2.8. Спіс літаратуры павінен уключаць не больш за 12 спасылак. Спасылкі нумаруюцца адпаведна з парадкам іх цытавання ў тэксце. Парадкавыя нумары спасылак пішуцца ў квадратных дужках па схеме: [1], [2]. Спіс літаратуры афармляецца ў адпаведнасці з патрабаваннямі ДАСТ – 7.1-2003. Спасылкі на неапублікаваныя працы, дысертацыі не дапускаюцца. Указваюцца поўная назва аўтарскага пасведчання і дэпаніраванага рукапісу, а таксама арганізацыя, якая прад’явіла рукапіс да дэпаніравання.

2.9. Артыкулы падаюцца ў рэдакцыю аб’ёмам не менш за 0,35 аўтарскага аркуша 14000 друкаваных знакаў, з прабеламі паміж словамі, знакамі прыпынку, лічбамі і інш.), надрукаваных праз адзін інтэрвал, шрыфт Times New Roman памерам 11 пт. У гэты аб’ём уваходзяць тэкст, табліцы, спіс літаратуры. Колькасць малюнкаў не павінна перавышаць трох. Малюнкi і схемы павінны падавацца асобнымі файламі ў фармаце jpg. Фатаграфіі ў друку не прымаюцца. Артыкулы павінны быць падрыхтаваны ў рэдактары Word для Windows. Простыя формулы і літарныя абазначэнні велічынь трэба ўстаўляць, выкарыстоўваючы Symbol (напрыклад, ∞ , A_1 , β^k , $^{\circ}C$). Складаныя формулы набіраюцца тым жа шрыфтам і памерам, што і асноўны тэкст, пры дапамозе рэдактара формул Equation.

2.10. У дадатак да папяровай версіі артыкула ў рэдакцыю здаецца электронная версія матэрыялаў. Электронная і папяровая версіі артыкула павінны быць ідэнтычнымі. Адрас электроннай пошты ўніверсітэта (nauka@vsu.by).

3. Да артыкула дадаюцца наступныя матэрыялы (на асобных лістах):

- рэферат (100–250 слоў), які павінен дакладна перадаваць змест артыкула і быць прыдатным для апублікавання ў анатацыях да часопісаў асобна ад артыкула, і ключавыя словы на мове арыгінала. Ён павінен мець наступную структуру: уводзіны, мэту, матэрыял і метады, вынікі і іх абмеркаванне, заключэнне;
- назва артыкула, прозвішча, імя, імя па бацьку аўтара (поўнасцю), месца яго працы, рэферат, ключавыя словы і спіс літаратуры на англійскай мове;
- нумар тэлефона, адрас электроннай пошты аўтара;
- рэкамендацыя кафедры (навуковай лабараторыі) да друку;
- экспертнае заключэнне аб магчымасці апублікавання матэрыялаў у друку;
- кароткія звесткі пра аўтара на беларускай і англійскай мовах: прозвішча, імя, імя па бацьку аўтара (поўнасцю); пасада; месца працы; навуковая ступень; навуковае званне; адрас для карэспандэнцыі (лепш электронны).

4. Артыкулы, якія дасылаюцца ў рэдакцыю часопіса, падлягаюць абавязковай праверцы на арыгінальнасць і карэктнасць запазычанняў сістэмай «Антыплагіят.ВНУ». Для арыгінальных навуковых артыкулаў ступень арыгінальнасці павінна быць не менш за 85%, для аглядаў – не менш за 75%.

5. Па рашэнні рэдкалегіі артыкул накіроўваецца на рэцэнзію, затым візіруецца членам рэдкалегіі. Вяртанне артыкула аўтару на дапрацоўку не азначае, што ён прыняты да друку. Перапрацаваны варыянт артыкула зноў разглядаецца рэдкалегіяй. Датай паступлення лічыцца дзень атрымання рэдакцыяй канчатковага варыянта артыкула.

6. Накіраванне ў рэдакцыю раней апублікаваных або прынятых да друку ў іншых выданнях работ не дапускаецца.

7. Адказнасць за прыведзеныя ў матэрыялах факты, змест і дакладнасць інфармацыі нясуць аўтары.

GUIDELINES FOR AUTHORS

1. «Vesnik of Vitebsk State University» publishes results of scientific research conducted at Vitebsk State University as well as at scientific institutions and universities, CIS and other countries. The main criterion for the publication is novelty and specificity of the article. The scientific journal is included into the List of scientific publications recommended by Supreme Qualification Commission (VAK) of the Republic of Belarus for publishing the results of dissertation research in biological, pedagogical, physical and mathematical sciences. The priority for publication is given to scientific articles by postgraduates in their last year (including their articles written with co-authors) on condition these articles correspond the requirements for scientific articles of the journal.

2. Guidelines for the layout of a publication:

2.1. Articles are to be in Belarusian, Russian or English.

2.2. Each article is to include the following elements:

- UDK index;
- title of the article;
- name and initial of the author (authors);
- institution he (she) represents;
- introduction;
- «Material and methods» section;
- «Findings and their discussion» section;
- conclusion;
- list of applied literature.

2.3. *The title* of the article should reflect its contents, be laconic and contain key words which will make it possible to classify the article.

2.4. *The introduction* should contain a brief review of the literature on the problem. It should indicate not yet solved problems. It should formulate the aim; give references to the recent articles of other authors including foreign publications.

2.5. «*Material and methods*» section» includes the description of the method, technical aids, objects and contents of the author's (authors') research.

2.6. In «*Findings and their discussion*» section the author should draw conclusions from the point of view of their scientific novelty and compare them with the corresponding well-known data. This section can be divided into sub-sections with explanatory subtitles.

2.7. *The conclusion* should contain a brief review of the findings, indicating the achievement of this goal, their novelty and possibility of practical application.

2.8. The list of literature shouldn't include more than 12 references. The references are to be numerated in the order of their citation in the text. The order number of a reference is given in square brackets e.g. [1], [2]. The layout of the literature list layout is to correspond State Standard (GOST) – 7.1-2003. References to articles and theses which were not published earlier are not permitted. A complete name of the author's certificate and the deposited copy is indicated as well as the institution which presented the copy for depositing.

2.9. Two copies of articles of at least 0,35 of an author sheet size (14000 printing symbols with blanks, punctuation marks, numbers etc.), interval 1, Times New Roman 11 pt are sent to the editorial office. This size includes the text, charts and list of literature. Not more than three pictures are allowed. Pictures and schemes are to be presented in individual *jpg* files. Photos are not allowed. Articles should be typed in Word for Windows. Simple formulas and alphabetical symbols of dimensions should be put by using Symbol (e.g. ∞ , A_1 , β^k , $^{\circ}C$). Complicated formulas are typed by the same point and size as the basic text with the help of formula's editor Equation.

2.10. The electronic version should be attached to the paper copy of the article submitted to the editorial board. The electronic and the paper copies of the article should be identical. The university e-mail address is nauka@vsu.by).

3. Following materials (on separate sheets) are attached to the article:

- summary (100–250 words), which should precisely present the contents of the article, should be liable for being published in magazine summaries separately from the article as well as the key words in the language of the original. The structure of the summary is the following: introduction, objective, material and methods, findings and their discussion, conclusion;
- title of the article, surname, first and second names of the author (without being shortened), place of work, summary, key words and the list of literature should be in English;
- author's telephone number, e-mail address;
- recommendation of the department (scientific laboratory) to publish the article;
- expert conclusion on the feasibility of the publication;
- brief information about the author in Belarusian and Russian: the author's surname, name, patronymic; position, employment place; degree, title; post address (e-mail preferably).

4. All articles submitted to the editorial office of the journal are subject to mandatory verification of originality and correctness of borrowings by the Antiplagiat.VUZ system. For original scientific articles the degree of originality should be at least 85%, for reviews – at least 75%.

5. On the decision of the editorial board the article is sent for a review, and then it is signed by the members of the editorial board. If the article is sent back to the author for improvement it doesn't mean that it has been accepted for publication. The improved variant of the article is reconsidered by the editorial board. The article is considered to be accepted on the day when the editorial office receives the final variant.

6. Earlier published articles as well as articles accepted for publication in other editions are not admitted.

7. The authors carry responsibility for the facts provided in the articles, the content and the accuracy of the information.

Выдавец і паліграфічнае выкананне – установа адукацыі
«Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт імя П.М. Машэрава».

Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі ў якасці выдаўца,
вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў
№ 1/255 ад 31.03.2014.

Надрукавана на рызографе ўстанова адукацыі
«Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт імя П.М. Машэрава».
210038, г. Віцебск, Маскоўскі праспект, 33.

Пры перадрукаванні матэрыялаў спасылка
на «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта» з’яўляецца абавязковай.
