

(ознакомительный фрагмент)

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ»

УДК 512.542

**БОРОДИЧ  
ЕЛЕНА НИКОЛАЕВНА**

**ФУНКТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ  
МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 -- математическая логика,  
алгебра и теория чисел

Гомель, 2008

Работа выполнена в учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Научный руководитель:

**Селькин Михаил Васильевич**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры, учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кафедра высшей математики

Официальные оппоненты:

**Лиман Федор Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, ректор Сумского государственного педагогического университета имени А.С.Макаренко

**Воробьев Николай Николаевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры, учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М.Машерова», кафедра алгебры и методики преподавания математики


Оппонирующая организация — учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

Защита состоится 28 января 2009 года в 14<sup>00</sup> часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» по адресу: 246019, г.Гомель, ул.Советская, 104, ауд. 1-20. Телефон ученого секретаря: +10 375 232 573 791, e-mail: formation56@mail.ru

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 библиотеки учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Автореферат разослан 24 декабря 2008 года

Ученый секретарь  
совета по защите диссертаций

 А.Ф.Васильев

## КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

При исследовании свойств максимальных подгрупп, их пересечений и их влияния на подгрупповое и нормальное строение групп, начиная с работы Г.Фраттини [27] исторически выделились и стали развиваться следующие основные направления.

Арифметическое направление — направление, связанное с изучением свойств пересечений максимальных подгрупп с ограничениями на их индексы. Здесь особо следует отметить работы В.Дескинса [23] (о пересечениях  $\Phi_p(G)$  всех максимальных подгрупп группы  $G$ , индексы которых не делятся на  $p$ ), А.Н.Скибы [12]) (строение подгруппы  $\Phi_\pi(G)$ ), М.В.Селькина [11] (пересечение максимальных подгрупп с индексами, делящимися на числа из  $\pi$ ).

Формационное направление — направление, связанное с введением в работах Р.Каргера, Т.Хоукса [22] и Л.А.Шеметкова [13] понятия  $\mathfrak{F}$ -абнормальной максимальной подгруппы. Исследования свойств пересечений  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных подгрупп для разрешимой локальной формации  $\mathfrak{F}$  проводились В.В. Шлыком [17], а для произвольной локальной формации — Л.А. Шеметковым [13] и М.В. Селькиным (см. монографию [14]). В монографии Л.А. Шеметкова и А.Н. Скибы [15] изучаются эти свойства для нелокальных формаций.

Функторное направление — направление, связанное с изучением свойств максимальных подгрупп, выделяемых в группах заданным подгрупповым функтором. Здесь отметим работы Д.Барнса и О.Кегеля [20], где такой подход применялся к исследованию канонических подгрупп конечных разрешимых групп, С.Ф. Каморникова и Л.А. Шеметкова [3, 4], где исследовались операторы Виландта и операторы Виландта-Кегеля на субнормальных и  $\mathfrak{F}$ -достижимых подгруппах, монографию А.Н. Скибы [12], посвящённую разработке и применению подгрупповых функторов, перестановочных с гомоморфизмами, монографию С.Ф.Каморникова и М.В.Селькина [5], где исследуется связь подгрупповых функторов с классами групп.

Следующее направление связано с исследованием пересечений максимальных подгрупп, не принадлежащих заданному классу. Для формаций пильпотентных групп эта задача рассматривалась Л.И.Шидовым [16]. В работах А.Гилотти и У.Тиберио [25, 26] рассматриваются формации  $p$ -пильпотентных и сверхразрешимых групп. В общем случае данная задача для насыщенной формации исследовалась М.В. Селькиным [9].

Отметим также направление, связанное с изучением максимальных подгрупп, не содержащих заданную нормальную подгруппу  $K$  ( $K$ -максимальные подгруппы). В монографии М.В. Селькина [11] устанавливаются достаточные признаки частичной сверхразрешимости и разрешимости подгруппы  $K$  при ограничениях на индексы  $K$ -максимальных подгрупп.

Настоящая диссертационная работа посвящена развитию с помощью функторного метода, аппарата теории формаций и теоретико-групповых подходов указанных выше направлений с целью построения новых обобщенных подгрупп Фраттини, исследования их свойств и изучения влияния этих свойств на строение самих групп.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Связь работы с крупными научными программами, темами.** Диссертация выполнена в рамках следующих госбюджетных тем: «Классификация важнейших систем конечных групп», входящая в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук в Республике Беларусь, утвержденный Постановлением Совета Министров Республики Беларусь №1339 от 28 ноября 2008г. (Государственная программа фундаментальных исследований «Математические модели», номер госрегистрации в БелИСА — 20061472, выполнение темы запланировано на 2006–2010 гг.); «Конечные группы с заданной системой максимальных подгрупп», выполняемая по заданию Министерства Образования Республики Беларусь (номер госрегистрации в БелИСА — 2008603).

**Цель и задачи исследования.** Целью диссертации является развитие и применение функторного метода для изучения пересечений максимальных подгрупп конечных групп. Для достижения поставленной цели в диссертации необходимо было решить следующие задачи:

- с помощью функторного метода построить новые примеры обобщенных подгрупп Фраттини, изучить их строение и установить влияние их свойств на строение группы;
- разработать новые подходы в исследовании заданных максимальных подгрупп, выделяемых функторами;
- найти теоретико-групповые обобщения подгруппы Фраттини, близкие к подгруппе Гашюца, и изучить их строение;
- исследовать строение пересечений заданных максимальных подгрупп с ограничениями на их индексы.

Объектом исследования являются максимальные  $\Theta$ -подгруппы и подгрупповые  $m$ -функторы в их взаимной связи.

Предмет исследования — свойства пересечений заданных максимальных  $\Theta$ -подгрупп.

**Положения, выносимые на защиту.**

1. Строение подгруппы, равной пересечению  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных  $\Theta$ -подгрупп, не содержащих  $\mathfrak{F}$ -радикал и не принадлежащих формации  $\mathfrak{F}$ .

2. Строение подгруппы, равной пересечению не  $p$ -нильпотентных абнормальных максимальных  $\Theta$ -подгрупп, не сопряженных с некоторой максимальной подгруппой.

3. Строение  $\mathfrak{F}$ -достижимой подгруппы  $N$  при условии, что  $N/N \cap \Phi_{\Theta}(G) \in \mathfrak{F}$ , когда  $\Theta$  — абнормально полный  $m$ -функтор,  $\mathfrak{F}$  — наследственная локальная формация,  $\Phi_{\Theta}(G)$  —  $\Theta$ -подгруппа Фраттини.

4. Строение подгруппы, равной пересечению  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных  $\Theta$ -подгрупп заданных индексов, не принадлежащих формации  $\mathfrak{F}$ .

5. Строение обобщенной теоретико-групповой подгруппы Фраттини.

В диссертации используется аппарат абстрактной теории конечных групп и теории формаций с применением функторных методов.

Все полученные в диссертации результаты являются новыми.

**Личный вклад соискателя.** Все основные результаты диссертации получены автором самостоятельно. В совместно опубликованной с научным руководителем работой (1-А) идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализация — соискателю. А в совместно опубликованных работах (3-А, 4-А, 5-А) результаты получены авторами на равноправных началах.

**Апробация результатов диссертации.** Основные результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины; на международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов - 2005» (Севастополь, 12-16 апреля 2005 г.); на международной алгебраической конференции «Классы групп и алгебр», посвященной 100-летию со дня рождения С.А.Чунихина (Гомель, 5-7 октября 2005г.); на юбилейной конференции, посвященной 75-летию со дня основания ГГУ им.Ф.Скорины (Гомель, 14-15 июня 2005г.); на международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов - 2006» (Севастополь, 12-15 апреля 2006 г.); на IX Респу-

бликанской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 18–20 марта 2006 г.); на региональной научно-практической конференции студентов и аспирантов «IV Машеровские чтения» (Витебск, 24–25 апреля 2007 г.); на X Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 12–14 марта 2007 г.); на международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов - 2007» (Севастополь, 11–14 апреля 2007 г.); на международной алгебраической конференции, посвященной 70-летию со дня рождения Л.А.Шемсткова (Гомель, 9–11 июля 2007 г.); на VI Международной алгебраической конференции в Украине (Камснец-Подольский, 1–7 июля 2007г.); на международной конференции «Алгебра и ее приложения» (Красноярск, 12–18 августа 2007г.); на XI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 17–19 марта 2008 г.); на международной алгебраической конференции, посвященной 100-летию А.Г.Куроша (Москва, 28 мая - 3 июня 2008 г.).

**Опубликованность результатов.** Основные результаты опубликованы в 5 статьях, в 5 препринтах и в 15 тезисах докладов. Общий объем опубликованных материалов — 13,1 авторских листа, в том числе: статьи в научных журналах — 1,96 авторских листа, препринты — 9,5 авторских листа, тезисы — 1,64 авторских листа.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из перечня определений и условных обозначений, введения, общей характеристики работы, результатов, используемых в основном тексте диссертации, трех глав основной части, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке в количестве 74 наименований. Объем диссертации — 92 страницы, из них 8 страниц занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору Михаилу Васильевичу Селькину за внимание и помощь, оказанные им при написании данной диссертации.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Ниже охарактеризовано содержание диссертации по главам.

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, пяти глав основной части, заключения и библиографического списка.

Глава 1 «Краткий обзор литературы по теме диссертации» содержит аналитический обзор литературы по теме диссертации.

В главе 2 «Предварительные сведения» собраны некоторые известные результаты, используемые в основном тексте диссертации.

Основное содержание диссертации представлено в главах 3, 4 и 5.

В последнее время функторный метод находит широкое применение в алгебраических исследованиях ([5], [8], [11], [12]).

Напомним, что  $m$ -функтором называют функцию, сопоставляющую группе  $G$  некоторое множество  $\Theta(G)$  её максимальных подгрупп и саму группу  $G$ .

Назовем  $m$ -функтор

1) тривиальным, если  $\Theta(G) \setminus \{G\}$  – множество всех максимальных подгрупп группы  $G$ ;

2)  $\mathfrak{F}$ -абнормальным [11], если в каждой группе  $G$   $m$ -функтор  $\Theta$  выделяет все  $\mathfrak{F}$ -абнормальные максимальные подгруппы вместе с самой группой  $G$ ;

3) абнормально полным, если множество  $\Theta(G)$  содержит все абнормальные максимальные подгруппы группы  $G$  вместе с самой группой  $G$ ;

4)  $N$ -свободным, если в заданной группе  $G$   $m$ -функтор  $\Theta(G)$  выделяет все максимальные подгруппы, не содержащие нормальную подгруппу  $N$ , вместе с самой группой  $G$ . Тогда дополнительный к  $\Theta$   $m$ -функтор  $\bar{\Theta}$  выделяет в группе  $G$  все максимальные подгруппы, содержащие нормальную подгруппу  $N$ , вместе с самой группой  $G$ .

Если  $\Theta$  –  $m$ -функтор и  $M \in \Theta(G)$ , то  $M$  будем называть  $\Theta$ -подгруппой группы  $G$ . Обозначим через  $\Phi_{\Theta}(G)$  и назовем  $\Theta$ -подгруппой Фраттини пересечение всех  $\Theta$ -подгрупп группы  $G$ .

В работе Д.Бейдлемана и Ш.Смита [21] был поставлен следующий вопрос: «Если  $H$  – субнормальная подгруппа группы  $G$ , содержащая  $\Phi(G)$ , то будет ли из сверхразрешимости  $H/\Phi(G)$  следовать сверхразрешимость подгруппы  $H$ ?». М.В.Селькин решил эту задачу в общем виде: если  $\mathfrak{F}$  – наследственная локальная формация, содержащая формацию нильпотентных групп,  $H$  –  $\mathfrak{F}$ -субнормальная подгруппа группы  $G$  и  $H/H \cap \Phi(G) \in \mathfrak{F}$ , то  $H \in \mathfrak{F}$ . Развивая исследования в этом направлении, мы рассмотрим вопрос: для каких обобщенных подгрупп Фраттини

ение группы. В этой же главе построен пример, показывающий, что введенная подгруппа отлична от подгруппы Фраттини. [4-A, 10-A].

### Рекомендации по практическому использованию результатов

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы в исследованиях влияния пересечений максимальных подгрупп на строение конечных групп, а также для дальнейшего развития теории функторов. Поскольку основные теоремы диссертации являются развитием результатов большого круга зарубежных математиков, то результаты данной диссертации могут быть использованы не только в научных центрах Беларуси, но и за ее пределами.

Отдельные результаты могут быть использованы в учебном процессе, о чем свидетельствуют два акта внедрения в учебный процесс:  $\Theta$ -подгруппы Фраттини, соответствующей абнормально полному  $m$ -функтору  $\Theta$  и  $N$ -свободного подгруппового  $m$ -функтора. При чтении спецкурсов для студентов математических специальностей, написании курсовых, дипломных работ и диссертаций.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### Список использованных источников

1 Ведерников, В.А. Конечные группы с обобщенной подгруппой Фраттини / В.А. Ведерников, Н.Г. Дука // IX Всесоюз. алгебраич. коллоквиум: материалы IX Всесоюз. алгебраич. коллоквиума, Гомель, 1968 г. / Гом. пед. ин-т; редкол.: Л.А. Шеметков [и др.]. — Гомель, 1968. — С. 44.

2 Ведерников, В.А. Об обобщенной подгруппе Фраттини конечной группы / В.А. Ведерников, Т.Т. Огарков // IV Всесоюз. симпозиум по теории групп: материалы IV Всесоюз. симпозиума по теории групп, Новосибирск, 1973 г. / Новосиб. гос. ун-т. — Новосибирск, 1973. — С. 22-23.

3 Каморников, С.Ф. О корадикалах субнормальных подгрупп / С.Ф. Каморников, Л.А. Шеметков // Алгебра и логика. — 1995. — Т. 34, № 5. — С. 493-513.

4 Каморников, С.Ф. Перестановочность подгрупп и  $\mathfrak{F}$ -субнормальность / С.Ф. Каморников // Сибир. матем. ж. — 1996. — Т. 37, № 5. — С. 1065-1080.

5 Каморников, С.Ф., Селькин М.В. Подгрупповые функторы и



классы конечных групп / С.Ф. Каморников, М.В. Селькин. — Мн.: Бел. наука, 2003. — 254 с.

6 Монахов, В.С. Замечания о максимальных подгруппах конечных групп / В.С. Монахов // Доклады НАН Беларуси. — 2003. — Т.47, №4. — С.31-33.

7 Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В.С. Монахов. — Гомель: УО «ГГУ им. Ф.Скорины», 2003. — 322 с.

8 Плоткин, Б.И. Радикалы в группах, операции на классах групп и радикальные классы / Б.И. Плоткин // Избранные вопросы алгебры и логики: Сборник, посвящённый памяти А.И. Мальцева, Новосибирск, 1973 г. / Новосибирский гос. ун-т. — Новосибирск, 1973. — С. 205-244.

9 Селькин, М.В. Исследование  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных подгрупп конечных групп: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.03 / М.В. Селькин. — Гомель, 1976. — 106 с.

10 Селькин, М.В. Некоторые обобщения подгруппы Фраттини / М.В. Селькин, А.В. Сидоров // Вопросы алгебры. — Гомель. — 1996. — Вып. 9. — С. 138-143.

11 Селькин, М.В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп / М.В. Селькин. — Мн.:Беларуская наука, 1997. — 144 с.

12 Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. — Мн.: Беларуская наука, 1997. — 240 с.

13 Шеметков, Л.А. Ступенчатые формации групп / Л.А. Шеметков // Матем. сб. — 1974. — Т.94, № 4. — С. 628-648.

14 Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. — М.: Наука, 1978. — 267 с.

15 Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. — М.: Наука, 1989. — 253 с.

16 Шидов, Л.И. О максимальных подгруппах конечных групп / Л.И. Шидов // Сиб. мат. ж. — 1971. — Т. 12, № 3. — с. 682-683.

17 Шлык, В.В. О пересечении максимальных подгрупп в конечных группах / В.В. Шлык // Мат. заметки. — 1973. — Т.14, №3. — С. 429-439.

18 Ballester-Bolinches, A. Maximal subgroups and formations / A. Ballester-Bolinches. // J.Pure Appl. Algebra. — 1989. — V. 61. — P. 223-232.

19 Ballester-Bolinches, A. On  $\mathfrak{F}$ -subnormal subgroups and Frattini-like subgroups of a finite group / A. Ballester-Bolinches, M.D. Perez-Ramos. // Glasgow Math. J. — 1994. — V. 36. — P. 241-247.

20 Barnes, D.W. Gaschutz functors on finite soluble groups / D.W.

- Barnes, O.H. Kegel. // *Math. Z.* — 1966. — V. 94. — P. 134-142.
- 21 Beidleman, J.C. On Frattini-like subgroups / J.C. Beidleman, H.Smith. // *Glasgow Math. J.* — 1993. — Vol. 35. — P. 95-98.
- 22 Carter, R. The  $\mathfrak{F}$ -normalizers of a finite soluble group / R. Carter, T. Hawkes. // *J.Algebra.* — 1967. — V. 5, № 2 — P. 175-202.
- 23 Deskins, W.E. A condition for the solvability of a finite group / W.E. Deskins. // *Ill.J.Math.* 1961. — Vol. 5. — № 2, P. 306-313.
- 24 Gaschütz, W. Über die  $\Phi$ -Untergruppen endlicher Gruppen / W. Gaschütz. // *Math. Z.* — 1953. — Bd. 58. — S. 160-170.
- 25 Gilotti, A. On the intersection of certain class of maximal subgroups of a finite group / A. Gilotti, U. Tiberio. // *Arch. Math.* — 1998. — V. 71. — P. 89-94.
- 26 Gilotti, A. On the intersection of maximal non-supersoluble subgroups in a finite group / A. Gilotti, U. Tiberio. // *Bollettino U.M.I.* — 2000. — V. 8. — P. 691-698.
- 27 Frattini, G. Intorno alla generazione dei gruppi di operazioni / G. Frattini. // *Atti Acad. dei Lincei.* — 1885. — V. 1. — P. 281-285.
- 28 Kegel, O. Untergruppenverbände endlicher Gruppen, die den Subnormsteilerverband echt enthalten / O. Kegel. // *Arch. Math.* — 1978. — Vol. 30, № 2. — P. 225-228.
- 29 Schmid, P. Über die Automorphismengruppen endlicher Gruppen / P. Schmid. // *Arch. Math.* 1972. Vol.23, № 3. P.236-242.

### Список публикаций соискателя

#### Статьи в научных журналах

- 1-А Бородич, Е.Н. Об абнормальных максимальных подгруппах конечных групп / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин // *Известия Гомел. гос. ун-та.* — 2006. — 5(38). — С. 11-14.
- 2-А Бородич, Е.Н. О пересечении максимальных  $\Theta$ -подгрупп, не принадлежащих заданному классу групп / Е.Н. Бородич // *Известия Гомел. гос. ун-та.* — 2007. — 2(41). — С. 30-37.
- 3-А Бородич, Е.Н. О пересечении  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных  $\Theta$ -подгрупп / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // *Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук.* — 2007. — № 3. — С. 47-52.
- 4-А Бородич, Е.Н. Об одном обобщении подгруппы Фраттини в конечных разрешимых группах / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // *Веснік УА «ВДУ імя П.М. Машэрава».* — 2008. — № 4(50). — С. 124-127.
- 5-А Бородич, Е.Н. О пересечении максимальных подгрупп, не при-

надлежащих заданному классу групп / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // Известия Гомел. гос. ун-та. – 2008. – 2(47). – С. 37-40.

### **Препринты**

6-А Бородич, Е.Н. О пересечении максимальных подгрупп конечных групп / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин, Р.В. Бородич – Гомель, 2005. – 24 с. – (Препринт / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; № 8).

7-А Бородич, Е.Н. О пересечении  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных подгрупп в конечных группах / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин, Р.В. Бородич – Гомель, 2006. – 25 с. – (Препринт / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; № 12).

8-А Бородич, Е.Н. О пересечении заданных максимальных подгрупп конечных групп / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин, Р.В. Бородич – Гомель, 2007. – 19 с. – (Препринт / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; № 1).

9-А Бородич, Е.Н. О некоторых свойствах  $\Theta$ -подгруппы Фраттини / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин, Р.В. Бородич – Гомель, 2008. – 31 с. – (Препринт / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; № 1).

10-А Бородич, Е.Н. О строении обобщенной подгруппы Фраттини в конечных разрешимых группах / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин, Р.В. Бородич – Гомель, 2008. – 18 с. – (Препринт / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; № 2).

### **Тезисы докладов**

11-А Бородич, Е.Н. О пересечении максимальных  $\mathfrak{F}$ -подгрупп с ограничениями на индексы / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // Ломоносов - 2005: материалы междунар. науч. конф. студентов, аспирантов и молодых учёных, Севастополь, 4-6 мая 2005 г. / ЧФ МГУ. – Севастополь, 2005. – с. 127-128.

12-А Бородич, Е.Н. О подгруппе близкой к подгруппе Гашюца / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин // Материалы юбилейной конференции, посвященной 75-летию со дня основания ГГУ им.Ф.Скорины, Гомель, 14-15 июня 2005г. / Гомел. гос. ун-т; редкол.: Л.А. Шеметков [и др.]. – Гомель, 2005. – С. 114-115.

13-А Бородич, Е.Н. О пересечении абнормальных подгрупп в конечных группах / Е.Н. Бородич, М.В. Селькин // Классы групп и алгебр: материалы междунар. алгебр. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения С.А.Чунихина, Гомель, 5-7 октября 2005г. / Гомел. гос. ун-т; редкол.: Л.А. Шеметков [и др.]. – Гомель, 2005. – С.42-43.

14-А Бородич, Е.Н. Об обобщенной подгруппе Фраттини конечных разрешимых групп / Е.Н. Бородич // Новые математические методы и

компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы IX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 13-15 марта 2006 г. / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2006. – С. 203–204.

15-А Бородич, Е.Н. Об одном обобщении подгруппы Фраттини / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // Ломоносов - 2006: материалы междунар. науч. конф. студентов, аспирантов и молодых учёных, Севастополь, 3-5 мая 2006 г. / ЧФ МГУ. – Севастополь, 2006. – с. 12-13.

16-А Бородич, Е.Н. Об одном обобщении подгруппы Гашюца в конечных разрешимых группах / Е.Н. Бородич // Сб. науч. работ студентов и аспирантов ГГУ им. Ф.Скорины/ под ред. О.Е. Круковской. Гомель, 2006. – С. 16-17.

17-А Бородич, Е.Н. О пересечении  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных подгрупп, не содержащих  $\mathfrak{F}$ -радикал / Е.Н. Бородич // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы X Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 12-14 марта 2007 г. / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2007. – С. 63.

18-А Бородич, Е.Н. О пересечении абнормальных максимальных подгрупп / Е.Н. Бородич // IV Машеровские чтения: тезисы региональной науч.-практ. конф. студ. и асп., Витебск, 24-25 апреля 2007 г./ Витебский гос. ун-т. – Витебск, 2007. – С. 127.

19-А Бородич, Е.Н. О пересечении абнормальных максимальных подгрупп / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // Ломоносов - 2007: материалы междунар. науч. конф. студентов, аспирантов и молодых учёных, Севастополь, 8-10 мая 2007 г. / ЧФ МГУ. – Севастополь, 2007. – С. 132.

20-А Borodich, E.N. About intersections abnormal maximal subgroups / E.N. Borodich, R.V. Borodich // 6-ая международная алгебраическая конференция в Украине: материалы 6-ой междунар. алгебр. конф. в Украине, Каменец-Подольский, 1-7 июля 2007 г. / Каменец-Подольский гос. ун-т. – Каменец-Подольский, 2007. – С. 68.

21-А Бородич, Е.Н., Селькин М.В. О пересечении максимальных подгрупп, не содержащих  $\mathfrak{F}$ -радикал // Материалы юбилейной конференции, посвященной 70-летию со дня рождения Л.А.Шеметкова, 9-11 июля 2007г. / Гомель, 2007. – С. 47-48.

22-А Бородич, Е.Н., Обобщенная подгруппа Фраттини конечных

разрешимых групп / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // Алгебра и ее приложения: материалы междунар. алгебр. конф., Красноярск, 12-18 авг. 2007 г. / Сибирский федеральный ун-т; редкол.: В.М. Левчук [и др.]. — Красноярск, 2007. — С. 24.

23-А Бородич, Е.Н. Об  $\mathfrak{F}$ -субнормальных подгруппах / Е.Н. Бородич // Сб. науч. работ студентов и аспирантов ГГУ им. Ф.Скорины/ под ред. О.Е. Круковской. Гомель, 2007. — С. 134.

24-А Бородич, Е.Н. О пересечении ненильпотентных максимальных подгрупп / Е.Н. Бородич // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы XI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 17-19 марта 2008 г. / УО «ГГУ им. Ф.Скорины»; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. — Гомель, 2008. — Ч. 2. — С. 3.

25-А Бородич, Е.Н. О пересечении ненильпотентных максимальных подгрупп, не сопряженных с данной / Е.Н. Бородич, Р.В. Бородич // Междунар. алгебр. конф., посвящ. 100-летию А.Г.Куроша: материалы, Москва, 28 мая - 3 июня, 2008 г. / МГУ. — Москва, 2008. — С. 12.

## Р Э З Ю М Э

Бародзіч Алена Мікалаеўна

### Функтарнае даследаванне перасячэнняў максімальных падгруп канчатковых груп

Ключавыя словы: канечная група, максімальная падгрупа, фармацыя, падгрупавы  $m$ -функтар.

Усталявана страенне падгрупы, роўнай перасячэнню  $\mathfrak{F}$ -абнармальных максімальных  $\Theta$ -падгруп, не ўтрымоўвальных  $\mathfrak{F}$ -радыкал і не прыналежных фармацыі  $\mathfrak{F}$ . Апісана страенне падгрупы, роўнай перасячэнню не  $p$ -нільпатэнтных абнармальных максімальных  $\Theta$ -падгруп, не сапражонных з некаторай максімальнай падгрупай. Усталявана страенне  $\mathfrak{F}$ -дасягальнай падгрупы  $N$  пры ўмове, што  $N/N \cap \Phi_{\Theta}(G) \in \mathfrak{F}$ , калі  $\Theta$  — абнармальна поўны  $m$ -функтар,  $\mathfrak{F}$  — наследвальная лакальная фармацыя. Дадзена апісанне страення падгрупы, роўнай перасячэнню  $\mathfrak{F}$ -абнармальных максімальных  $\Theta$ -падгруп, не прыналежных фармацыі  $\mathfrak{F}$ , індэкса якіх маюць абмежаванні. Усталявана страенне абагульненай тэарэтыка-групавой падгрупы Фраціні.

Усе атрыманыя вынікі працы з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаныя ў даследаваннях па тэорыі груп, а таксама пры выкладанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

## РЕЗЮМЕ

Бородич Елена Николаевна

### Функторное исследование пересечений максимальных подгрупп конечных групп

Ключевые слова: конечная группа, максимальная подгруппа, формация, подгрупповой  $m$ -функтор.

Установлено строение подгруппы, равной пересечению  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных  $\Theta$ -подгрупп, не содержащих  $\mathfrak{F}$ -радикал и не принадлежащих формации  $\mathfrak{F}$ . Описано строение подгруппы, равной пересечению не  $p$ -нильпотентных абнормальных максимальных  $\Theta$ -подгрупп, не сопряженных с некоторой максимальной подгруппой. Установлено строение  $\mathfrak{F}$ -достижимой подгруппы  $N$  при условии, что  $N/N \cap \Phi_{\Theta}(G) \in \mathfrak{F}$ , когда  $\Theta$  — абнормально полный  $m$ -функтор,  $\mathfrak{F}$  — наследственная локальная формация. Дано описание строения подгруппы, равной пересечению  $\mathfrak{F}$ -абнормальных максимальных  $\Theta$ -подгрупп, не принадлежащих формации  $\mathfrak{F}$ , индексы которых имеют ограничения. Установлено строение обобщенной теоретико-групповой подгруппы Фраттини.

Все полученные результаты работы являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории групп, а также при чтении спецкурсов, преподаваемых в университетах.

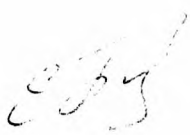
**S U M M A R Y**  
**Borodich Elena Nikolayevna**

**Functor research of intersection  
of the maximal subgroups of finite groups**

Key words: finite group, maximal subgroup, formation, subgroups  $m$ -functor.

Established subgroup structure which equals to the intersection of  $\mathfrak{F}$ -abnormal maximal  $\Theta$ -subgroup not containing  $\mathfrak{F}$ -radical and not belonging to formation  $\mathfrak{F}$ . The structure of subgroup which equals to the intersection non  $p$ -nilpotent abnormal maximal  $\Theta$ -subgroup, not conjugated with some maximal subgroup is described. The structure of  $\mathfrak{F}$ -accessible subgroup  $N$  is established under the condition that  $N/N \cap \Phi_{\Theta}(G) \in \mathfrak{F}$ , while  $\Theta$  is an abnormally complete  $m$ -functor,  $\mathfrak{F}$  is a subgroup closed local formation. The description of subgroup structure is given which equals to the intersection of  $\mathfrak{F}$ -abnormal maximal  $\Theta$ -subgroups, not belonging to formation  $\mathfrak{F}$ , with their indexes having no contingencies. The structure of Frattini's generalized group-theoretical subgroup is established.

All the main results of this thesis are new. They have a theoretical significance and may be used in the investigations in theories of finite groups, and also while teaching special courses in universities.





Научное издание

**БОРОДИЧ ЕЛЕНА НИКОЛАЕВНА**

**ФУНКТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ  
МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

01.01.06 математическая логика,  
алгебра и теория чисел

Лицензия №02330/0133208 от 30.04.04.

Подписано в печать 19.12.08. Формат 60 × 84 1/16. Бумага писчая №1.  
Гарнитура «Тайме». Усл. печ. л. 1,45. Уч.-изд. л. 1,56. Тираж 60 экз.

Заказ № 109

Отпечатано с оригинал-макета на ризографе учреждения образования  
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Лицензия №02330/0056611 от 16.02.04.

246019, г. Гомель, ул. Советская, 104.