О СВОЙСТВЕ $\mathscr{F}$-ИНЪЕКТОРОВ КОНЕЧНОЙ ЧАСТИЧНО РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЫ ДЛЯ МНОЖЕСТВА ФИШЕРА

Н.Т. Воробьёв, Т.Б. Караулова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать стандартную терминологию из [1]. Если T – непустое подмножество группы G и $g \in G$, то совокупность всех элементов группы G, перестановочных с подмножеством T вида

$$\{g \in G \mid gT = Tg\} = \{g \in G \mid T^g = T\}.$$

называется *нормализатором* подмножества T в группе G и обозначается через $N_G(T)$.

В теории радикальных классов Б. Хартли [2] установлено, что $\mathfrak{F}$-инъектор V разрешимой группы G либо покрывает, либо изолирует каждый главный фактор G, т. е. $\mathfrak{F}$-инъекторы G обладают свойством покрытия-изолирования. В работе [3] для доказательства свойств покрытия и изолирования $\mathfrak{F}$-инъекторов π-разрешимой группы Воробьевым Н.Т., Юфэн Лю и Сяолань И были использованы свойства нормализатора.

Основная цель настоящей работы – описать свойства $\mathscr{F}$-инъекторов конечной частично разрешимой группы для множеств Фишера.

Материал и методы. В работе материалом для исследования является сопряженность $\mathscr{F}$-инъекторов в нормальных подгруппах частично разрешимой группы G для множества Фишера. При исследовании использованы методы теории групп и теории классов групп.

Результаты и их обсуждение. Непустое множество $\mathscr{F}$ подгрупп группы G называется *множеством Фиттинга группы* G, если выполняются следующие условия: 1) если $T \trianglelefteq S \in \mathscr{F}$, то $T \in \mathscr{F}$; 2) если $S, T \in \mathscr{F}$ и $S, T \trianglelefteq ST$, $ST \in \mathscr{F}$; 3) если $S \in \mathscr{F}$ и $x \in G$, то $S^x \in \mathscr{F}$. При этом $\mathscr{F}$-инъектором G называется такая подгруппа V группы G, что $V \cap K$ является максимальной из подгрупп G, принадлежащих $\mathscr{F}$, для любой субнормальной подгруппы K группы G.

Произведением $\mathscr{F} \circ \mathfrak{X}$ множества Фиттинга $\mathscr{F}$ группы G и радикального класса $\mathfrak{X}$ называется множество подгрупп

$$\{H \leq G : H/H_{\mathscr{F}} \in \mathfrak{X}\}.$$

Множество Фишера группы G – это такое множество Фиттинга группы G, что из $L \leq G$, $K \trianglelefteq L \in \mathscr{F}$, $K \leq H \leq L$ и H/K – p-подгруппа L/K (p – простое число) всегда следует $H \in \mathscr{F}$.

Символом $\mathfrak{S}$ обозначим класс всех разрешимых групп.

Теорема. *Пусть $\mathscr{F}$ – множество Фишера группы G и $G \in \mathscr{F} \circ \mathfrak{S}$. Если $K \trianglelefteq G$ и V – $\mathscr{F}$-инъектор G, то $N_G(V \cap K)K = G$.*

Заключение. В данной работе описаны свойства $\mathcal{F}$-инъекторов конечной частично разрешимой группы для множеств Фишера.

Работа выполнена при поддержке БРФФИ (грант № Ф21М-030).

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York : Walter de Gruyter, 1992. – P.891.
2. Hartley, B. On Fischer's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol. 3(19), № 2. – P. 193–207.
3. Liu, Y. F. On the Cover-Avoid Property of Injectors for Hartley Classes / Y. F. Liu, X. Yi, N. T. Vorob'ev // Algebra Colloquium. – 2015. – Vol. 22, № 2. – P. 211–214. URL: https://rep.vsu.by/handle/123456789/33403 (дата обращения: 21.01.1023).

О МОНОИДЕ σ-ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Н.Т. Воробьёв, Д.А. Китаров
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. В терминологии и обозначениях следуем [1]. Одна из важных задач теории классов групп нахождение различных типов алгебр классов. В этом направлении исследований ключевым моментом является изучение произведений классов Фиттинга. Хорошо известно, что произведение классов Фиттинга является классом Фиттинга (см [1], теорема IX 1.12). В работе [2] доказано, что произведение двух любых локальных классов Фиттинга является локальным. Кроме того, в [3] обобщено понятие локального класса Фиттинга, где определены, так называемые σ-локальные классы Фиттинга. В связи с этим возникает *актуальная задача о том, является ли произведение σ-локальных классов Фиттинга σ-локальным классом Фиттинга и будет ли алгебра всех σ-локальных классов Фиттинга моноидом.* Решение указанной задачи – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. Мы будем использовать метод σ-свойств для изучения σ-локальных классов, основы которого предложены в [3, 4]. Сущность этого метода состоит в следующем. Пусть σ – разбиение множества простых чисел $\mathbb{P}$, т. е. $\sigma=\{\sigma_i \mid i\in I\}$, где $\mathbb{P} = \bigcup_{i\in I}\sigma_i$, $\sigma_i\cap\sigma_j=\emptyset$, для всех $i \neq j$. Назовем любую функцию f вида $f\colon\sigma \longrightarrow$ {классы Фиттинга} σ-функцией Хартли (или H_σ-функцией). Пусть $\Pi = \mathrm{Supp}(f) = \{\sigma_i : f(\sigma_i)\neq\emptyset\}$ – носитель H_σ-функции. Тогда $LR_\sigma(f) = \mathfrak{E}_\Pi\cap(\bigcap_{\sigma_i\in\Pi}f(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i}\mathfrak{E}_{\sigma'_i})$ – класс Фиттинга.

Результаты и их обсуждение. Пусть $LR_\sigma(f) = \mathfrak{E}_\Pi\cap(\bigcap_{\sigma_i\in\Pi}f(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i}\mathfrak{E}_{\sigma'_i})$ – класс Фиттинга, где $\Pi = \mathrm{Supp}(f) = \{\sigma_i : f(\sigma_i)\neq\emptyset\}$ – носитель H_σ-функции.

Определение 1[3]. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется σ-*локальным*, если существует H_σ-функция f такая, что $\mathfrak{F} = LR_\sigma(f)$.

Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ классы Фиттинга. Произведением классов Фиттинга $\mathfrak{F}\diamond\mathfrak{H}$ называется класс всех тех групп G, для которых $G/G_\mathfrak{F}\in\mathfrak{H}$.

Определение 2[3]. σ-*Локальным произведением* классов Фиттинга $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ называется класс Фиттинга $\mathfrak{F}\diamond\mathfrak{H}$, который σ-локален.