автотопизмов полуполевой плоскости с ограничением на порядок. Естественное требование отсутствия гомологий несущественно при исследовании проблемы Д. Хьюза.

Теорема 1. *Недезаргова полуполевая плоскость π порядка p^N, где p – простое, $p-1$ делится на 4, не допускает подгруппы автотопизмов, изоморфной диэдральной группе порядка 8 и не содержащей гомологий.*

Отметим, что диэдральная группа D_8 содержится почти в каждой конечной простой неабелевой группе. Результаты Д. Голдшмидта о сильно замкнутых подгруппах ([4], см. также Д. Горенстейн [5, теорема 4.128]), перечисляют исключения.

Теорема 2. *Пусть π – недезаргова полуполевая плоскость порядка p^N, где p – простое, $p-1$ делится на 4. Тогда ее группа автотопизмов Λ не содержит простых неабелевых подгрупп, за исключением, возможно, следующих: $PSL(2,2^n)$, $n \geq 2$, $PSU(3,2^n)$, $n \geq 2$, $Sz(2^n)$, n нечетно, $n > 1$, $PSL(2,q)$, $q \equiv \pm 3 \pmod 8$, J_1 или ${}^2G_2(3^n)$, n нечетно, $n > 1$.*

Обращаясь к списку Д.Г. Томпсона минимальных простых неабелевых групп, уточняем также, что группа автотопизмов Λ при указанном условии на порядок плоскости не содержит $PSL(2,3^n)$, n нечетное простое, $PSL(2,n)$, $n \equiv \pm 1 \pmod 8$ – простое, $PSL(3,3)$.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hughes D. R., Piper F. C. Projective planes. — New-York: Springer–Verlag Publ., 1973, 324 p.
2. Kravtsova O. V. On alternating subgroup A_5 in autotopism group of finite semifield plane // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2020. Vol. 17. P. 47-50.
3. Кравцова О. В. 2-элементы в группе автотопизмов полуполевой проективной плоскости // Известия Иркутского государственного университета. Серия «Математика». 2022. Том 39. С. 96-110.
4. Goldschmidth D. M. 2-fusion in finite groups // Ann. Math. 1974. Vol. 99, № 1. P. 70-117.
5. Горенстейн Д. Конечные простые группы. Введение в их классификацию. — Москва: Изд-во Мир, 1985. 352 с.

УДК 512.547.23

О форме деревьев Брауэра конечных симплектических и унитарных групп[1]

А. В. Кухарев (Россия, г. Красноярск)
Сибирский федеральный университет
e-mail: kukharev.av@mail.ru

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 18-71-10007)

On the shape of Brauer trees of finite symplectic and unitary groups

A. V. Kukharev (Russia, Krasnoyarsk)
Siberian Federal University
e-mail: kukharev.av@mail.ru

Пусть G — конечная группа с нетривиальной циклической силовской p-подгруппой. Тогда для главного p-блока группы G однозначно определен граф Браэура, являющийся деревом. В работе [1] была поставлена проблема описания конечных групп, у которых дерево Брауэра главного p-блока является звездой, то есть деревом диаметра не более 2. В терминах подъема характеров это означает, что каждый p-модулярный неприводимый характер главного блока поднимается до обыкновенного неприводимого характера, однако такое поднятие не обязательно единственно.

Обозначим через $\mathcal{X}_p$ класс групп с нетривиальной циклической силовской p-подгруппой, для которых дерево Брауэра главного p-блока является звездой. Известным фактом является то, что каждая p-разрешимая группа с циклической силовской p-подгруппой лежит в $\mathcal{X}_p$. Однако класс $\mathcal{X}_p$ не ограничивается только p-разрешимыми группами. Например, легко проверить, что $A_5 \in \mathcal{X}_3$.

Проблема описания класса $\mathcal{X}_p$ тесно связана с проблемой классификации конечных групп, групповые кольца которых являются полуцепными. А именно, если групповое кольцо FG, где F — поле характеристики p, является полуцепным, то $G \in \mathcal{X}_p$.

Среди классических конечных групп наиболее хорошо изучены деревья Брауэра линейных групп. В частности, известно, что деревья брауэра p-блоков полной линейной группы $\mathrm{GL}_n(q)$ с циклической дефектной группой являются открытым полигоном [2]. В работе [3] построены деревья Брауэра для групп $\mathrm{PSL}_2(q)$. Также для линейных групп $\mathrm{GL}_n(q)$, $\mathrm{SL}_n(q)$ и $\mathrm{PSL}_n(q)$ с циклической силовской p-подгруппой известно, в каких случаях дерево Браура главного p-блока является звездой [4]. В настоящей работе этот вопрос изучается для унитарных и симплектических групп.

Поскольку для групп $\mathrm{Sp}_2(q) \cong \mathrm{SU}_2(q^2) \cong \mathrm{SL}_2(q)$ и $\mathrm{PSp}_2(q) \cong \mathrm{PSU}_2(q^2) \cong \mathrm{PSL}_2(q)$ ответ уже известен (см. по ссылкам выше), то эти группы исключим из дальнейшего рассмотрения. Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть G – одна из групп $\mathrm{PSp}_{2n}(q)$ или $\mathrm{Sp}_{2n}(q)$, где $n \geq 2$, и пусть p — простое число, делящее порядок группы G. Тогда $G \notin \mathfrak{X}_p$.*

Теорема 2. *Пусть G – одна из групп $\mathrm{PSU}_n(q^2)$ или $\mathrm{SU}_n(q^2)$, где $n \geq 3$, и p — простое число, делящее порядок группы G. Тогда $G \in \mathfrak{X}_p$, если и только если $n = 3$, $p > 2$ и p делит $q - 1$.*

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blau H.I. On Brauer stars // J. Algebra. 1984. Vol. 90. P. 169-188.
2. Fong P., Srinivasan B. Brauer trees in classical groups // J. Algebra. 1990. Vol. 131. P. 179-225.
3. Burkhardt R. Die Zerlegungsmatrizen der Gruppen $\mathrm{PSL}(2, p^f)$ // J. Algebra. 1976. Vol. 40. P. 75-96.
4. Кухарев А. В. Конечные линейные группы, деревья Брауэра которых имеют форму звезды // Алгебра, теория чисел и математическое моделирование динамических систем : тезисы международной конференции, посвященной 70-летию А.Х. Журтова (Нальчик, 29 июня - 3 июля 2019 года.) — Нальчик, 2019. С. 71.