

А. 1  
А. 59

1 Н 6 0 (ознакомительный фрагмент)

150

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины"

УДК 512.542

Аль-Шейхахмад Ахмад

**КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЗАДАНЫМИ СИСТЕМАМИ  
НОРМАЛЬНЫХ И ОБОБЩЕННО НОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП**

01.01.06 – математическая логика,  
алгебра и теория чисел

Навукова-  
бібліяграфічны  
а д д з е л

**Автореферат диссертации**  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Установа адукацыі  
"Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт  
імя П. М. Машэрава"  
БІБЛІЯТЭКА

22.144.12 2031

А56

Работа выполнена в Учреждении образования "Белорусский государственный университет транспорта"

Научный руководитель — доктор физико-математических наук, профессор  
**Скиба Александр Николаевич**,  
Учреждение образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины", кафедра алгебры и геометрии

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор  
**Тавгень Олег Игнатьевич**,  
Учреждение образования "Академия последиplomного образования",  
ректор

кандидат физико-математических наук, доцент  
**Авдашкова Людмила Павловна**,  
Учреждение образования "Белорусский государственный торгово экономический университет", кафедра высшей математики

Оппонирующая организация — Сумский государственный педагогический университет имени А.С. Макаренко

Защита состоится 14 октября 2004 года в 14<sup>00</sup> часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при Учреждении образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины" по адресу: 246019, г.Гомель, ул.Советская, 104. Телефон ученого секретаря: (10-375232) 57-37-91.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 Учреждения образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины"

Автореферат разослан 10 сентября 2004 года

Ученый секретарь совета по защите диссертаций  
кандидат физико-математических наук,  
доцент

 А.Ф.ВАСИЛЬЕВ



\*20502999\*

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** Наличие у группы тех или иных нормальных и обобщенно нормальных подгрупп в существенной степени определяет ее строение и поэтому результаты, связанные с изучением групп с заданными системами (обобщенно) нормальных подгрупп, составили важное направление современной теории групп.

Среди наиболее полезных обобщений нормальных подгрупп выделились по своему значению субнормальные, квазинормальные и  $s$ -нормальные подгруппы.

Подгруппа  $H$  группы  $G$  называется субнормальной, если в  $G$  имеется ряд подгрупп

$$H = H_0 \trianglelefteq H_1 \trianglelefteq H_2 \trianglelefteq \dots \trianglelefteq H_{t-1} \trianglelefteq H_t = G.$$

Субнормальные подгруппы  $H$  группы  $G$  наследуют следующее важное свойство нормальных подгрупп: *для любой силовской подгруппы  $P$  группы  $G$  пересечение  $P \cap H$  является силовской подгруппой в  $H$* . Интересно отметить тот удивительный факт, что любая подгруппа  $H$  группы  $G$ , обладающая таким свойством, является субнормальной (первоначально это было доказано Кегелем в разрешимом случае [21], а затем, на основе классификации простых групп, этот результат был доказан и для произвольных групп [22]). Этот важный результат лежит в основе изучения групп с различными заданными системами субнормальных подгрупп.

Согласно Оре [26] подгруппа  $H$  группы  $G$  называется квазинормальной, если  $H$  перестановочна со всеми подгруппами из  $G$  (т.е., если  $HA = AH$  для всех подгрупп  $A$  из  $G$ ). В современной литературе квазинормальные подгруппы называют также перестановочными подгруппами (см., в частности, [13, 24]). Понятно, что всякая нормальная подгруппа является перестановочной. Легко обнаружить примеры, показывающие, что обратное в общем случае не верно. Тем не менее оказалось, что квазинормальные подгруппы всегда субнормальны [26]. Но в действительности, такие подгруппы обладают и рядом других интересных свойств (см. более подробно [28], [24]), что вызвало широкий интерес к анализу перестановочных и частично перестановочных в целом. Прежде всего был обнаружен тот интересный факт, что многие свойства перестановочных подгрупп наследуют подгруппы, перестановочные лишь с силовскими подгруппами основной группы (в этой связи см. прежде всего, работы Кегеля [21] и Дескинса [12], а также недавнюю работу П. Шмида [27]). Большое число исследований было связано с изучением групп, в которых те или иные системы подгрупп (частично) перестановочны. Но возможно первый результат в этом направлении был получен Хунпертом, который доказал [19], что разрешимая группа  $G$  сверхразрешима, если все максимальные

подгруппы всех силовских подгрупп из  $G$  перестановочны с силовскими подгруппами из  $G$ . Нетрудно построить примеры, показывающие, что обращение этой теоремы Хуперта не верно. В связи с этим интересен следующий результат А.Н. Скибы [29]: *Группа  $G$  является сверхразрешимой тогда и только тогда, когда все максимальные подгруппы всех силовских подгрупп из  $G$   $F(G)$ -перестановочны со всеми максимальными подгруппами из  $G$*  (согласно [29], подгруппы  $A$  и  $B$  называются  $H$ -перестановочными, где  $H \subseteq G$ , если в  $H$  найдется такой элемент  $x$ , что  $AB^x = B^xA$  (отметим попутно, что в работе [29] на основе свойств  $H$ -перестановочных подгрупп найдены также новые характеристики нильпотентных, разрешимых и других классов групп). Поскольку согласно [20] для любой перестановочной подгруппы  $H$  группы  $G$  факторгруппа  $H/H_G$  нильпотентна (здесь  $H_G$  – наибольшая по включению нормальная подгруппа группы  $G$ , содержащаяся в  $H$ ), то в работе Дескинса [24] была высказана гипотеза, что в случае, когда группа  $G$  примарна, то секция  $H/H_G$  абелева. Отрицательное решение этой проблемы было дано Томпсоном в работе [31].

Подгруппа  $H$  группы  $G$  называется  $s$ -нормальной, если  $G$  имеет такую нормальную подгруппу  $T$ , что  $G = HT$  и  $H \cap T \subseteq H_G$ . Легко видеть, что подгруппа  $H$   $s$ -нормальна в  $G$  тогда и только тогда, когда  $H/H_G$  обладает нормальным дополнением в  $G/H_G$ . Таким образом, понятие  $s$ -нормальности является естественным обобщением понятия нормальной подгруппы и значение этого понятия связано прежде всего со следующим важным наблюдением: *Конечная группа  $G$  разрешима тогда и только тогда, когда все ее максимальные подгруппы  $s$ -нормальны* [32]. Отметим попутно и следующий интересный факт: *Конечная группа  $G$  метанильпотентна тогда и только тогда, когда все ее силовские подгруппы  $s$ -нормальны* [33]. Условие  $s$ -нормальности можно встретить в работах многих авторов (см., например, О.Оре [26], Р. Бэр [11]), однако в явном виде впервые определение  $s$ -нормальности можно встретить лишь в недавней работе [32], где была построена общая теория  $s$ -нормальных подгрупп и рассмотрены некоторые ее приложения. Отметим, что после выхода работы [32]  $s$ -нормальные подгруппы стали активно использоваться в исследованиях многих авторов, связанных с изучением составных конечных групп. Таким образом, задача изучения конечных групп с заданными системами нормальных и обобщенно нормальных подгрупп весьма актуальна и дальнейшей ее реализации посвящена данная диссертация.

**Связь работы с крупными научными программами, темами.**  
Диссертация выполнена в рамках следующей государственной темы:

“Развитие методов теории классов в исследовании проективных и инъ-

активных свойств групп и алгебр мальцевского типа” Белорусского государственного университета транспорта (номер госрегистрации в БелИСА — 20011140). Тема входит в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утверждённый решением Президиума НАН Беларуси № 94 от 5 июля 2001 г. — Государственная программа фундаментальных исследований “Математические структуры — 04”, выполнение темы запланировано на 2001–2005 гг.

### **Цель и задачи исследования.**

Цель диссертации — изучение строения конечных групп с заданными системами нормальных и обобщенно нормальных подгрупп. Для достижения поставленной цели в диссертации решены следующие задачи:

- найдены новые характеристики конечных разрешимых групп в терминах обобщенно нормальных максимальных подгрупп (теоремы 3.1.3, 5.3.4);
- найдены новые характеристики конечных сверхразрешимых групп в терминах максимальных подгрупп силовских подгрупп (теоремы 3.3.3, 3.3.1);
- получено новое описание дисперсивных по Оре групп (теоремы 3.2.1, 3.3.6);
- дана классификация конечных групп, у которых субнормально примитивные подгруппы имеют нильпотентные холловские добавления (теорема 4.1.5).

### **Объект и предмет исследования.**

Объектом исследования являются конечные группы. Предмет исследования — изучение влияния систем обобщенно нормальных подгрупп на строение основной группы.

### **Методология и методы проведенного исследования.**

В диссертации используются методы доказательства абстрактной теории конечных групп, а также методы теории классов групп, в частности, методы теории формаций.

### **Научная новизна и значимость полученных результатов.**

Все полученные результаты в диссертации являются новыми. В диссертации найдены новые характеристики конечных разрешимых групп в терминах обобщенно нормальных подгрупп и новые характеристики конечных сверхразрешимых групп в терминах максимальных подгрупп силовских подгрупп, получены новые характеристики дисперсивных по Оре групп, установлено описание конечных групп, у которых всех ее субнормально примитивные подгруппы обладают холловскими нильпотентными добавлениями.

**Практическая (экономическая, социальная) значимость полученных результатов.**

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы при изучении строения конечных групп в зависимости от свойств обобщенно нормальных и обобщенно перестановочных подгрупп. Отдельные результаты могут быть использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов на математических специальностях высших учебных заведений.

**Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Новые характеристики разрешимых групп (теоремы 3.1.3, 3.1.6) в терминах обобщенно нормальных максимальных подгрупп.
2. Новые характеристики сверхразрешимых групп (теоремы 3.3.3, 3.3.6) в терминах максимальных подгрупп силовских подгрупп.
3. Новое описание дисперсивных по Оре групп.
4. Классификация конечных групп, у которых субнормально примитивные подгруппы имеют нильпотентные холловские добавления (теоремы 4.1.4, 4.1.5).

**Личный вклад соискателя.**

В совместных работах [35,45] основные идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализованы соискателем.

Остальные работы выполнены самостоятельно и опубликованы без соавторов.

**Апробация результатов диссертации.**

Основные результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины; на VII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов: "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях" (Гомель, 22-24 марта 2004 г.); на Международной алгебраической конференции, посвященной 250-летию Московского университета и 75-летию кафедры высшей алгебры (Москва, 26 мая – 2 июня 2004 г.)

**Опубликованность результатов.**

Основные результаты диссертации опубликованы в четырех журнальных статьях, одной статье в сб. научных трудов, трех препринтах и четырех тезисах докладов. Общее количество страниц опубликованных материалов – 59.

**Структура и объём диссертации.**

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, пяти глав, заключения и списка цитированной литературы в алфавитном порядке (70 наименований). Объем диссертации — 85 страниц.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Все рассматриваемые в диссертации группы конечны. Используются определения и обозначения, принятые в книгах [3, 8, 17].

Ниже охарактеризовано содержание диссертации по главам.

Глава 1 содержит обзор основных результатов диссертации.

В главе 2 собраны некоторые известные результаты, используемые в основном тексте диссертации.

Основное содержание диссертации представлено в главах 3 — 5.

Целью третьей главы является дальнейшее изучение строения групп в зависимости от свойств их  $s$ -нормальных подгрупп.

Пусть со всякой группой  $G$  сопоставлена некоторая система ее подгрупп  $\tau(G)$ . И пусть  $\mathfrak{X}$  — такой класс групп, которому принадлежит всякая группа  $G$ , у которой все подгруппы из  $\tau(G)$   $s$ -нормальны. Естественный вопрос, возникающий в такой ситуации состоит в следующем: *Верно ли, что всякая группа  $G$ , имеющая факторизацию  $G = AB$ , где все подгруппы из  $\tau(A)$ ,  $\tau(B)$   $s$ -нормальны в  $G$ , также принадлежит классу  $\mathfrak{X}$ ?*

Несколько неожиданным является тот факт, что в классе конечных групп это действительно так во многих важных случаях. В разделе 3.1 это демонстрируется на примере развития в этом направлении некоторых результатов работ [32, 33]. В частности, здесь доказаны следующие теоремы.

**3.1.3. ТЕОРЕМА [35].** *Группа  $G$  разрешима тогда и только тогда, когда  $G$  имеет такие подгруппы  $A, B$ , что  $G = AB$  и все максимальные подгруппы из  $A$  и из  $B$   $s$ -нормальны в  $G$ .*

Если подгруппы  $A$  и  $B$  группы  $G$  таковы, что  $AB = G$ , то  $B$  называется добавлением к  $A$  в  $G$ .

**3.1.6. ТЕОРЕМА [35].** *Группа  $G$  разрешима тогда и только тогда, когда  $G$  имеет такие подгруппы  $A, B$ , что  $G = AB$ ,  $A$  субнормальна в  $G$  и все силовские подгруппы из  $A$  и из  $B$ , не имеющие разрешимого добавления в  $G$ ,  $s$ -нормальны в  $G$ .*

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации решены следующие задачи:

- найдены новые характеристики конечных разрешимых групп в терминах обобщенно нормальных максимальных подгрупп ([35], [40], [43]);
- найдены новые характеристики конечных сверхразрешимых групп в терминах максимальных подгрупп силовских подгрупп ([36–39]);
- получено новое описание дисперсивных по Оре групп ([35], [45]);
- дана классификация конечных групп, у которых субнормально примитивные подгруппы имеют нильпотентные холловские добавления ([44]).

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Беркович Я.Г. Разрешимые группы конечного порядка // Матем. сб. — 1967. — Т. 74 (116). — С. 75–92.
2. Го Веньбинь, Шам К.П., Скиба А.Н.,  $G$ -накрывающие системы подгрупп для классов  $p$ -сверхразрешимых и  $p$ -нильпотентных конечных групп // Сиб. мат. журнал. — 2004. — № 3. — С. 53–57.
3. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов. — Гомель: Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины, 2003. — 319 с.
4. Поляков Л.Я. Конечные группы с перестановочными подгруппами // В сб. трудов "Конечные группы". — Минск: Наука и техника. — 1966. — с.75–88.
5. Скиба А.Н.  $H$ -перестановочные подгруппы // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. — 2003. — № 4(19) — С. 37–39.
6. Косенок Н.С., Рыжик В.Н. Некоторые критерии сверхразрешимости конечных групп. // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины, 5(14), Вопросы алгебры 18, 2002. — С. 68–73.
7. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. — М.: Наука, 1978. — 272 с.
8. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. — М.: Наука, 1989. — 253 с.
9. Buckley J. Finite groups whose minimal subgroups are normal // Math. Z. — 1970. — № 116. — P. 15–17.
10. Ballester-Bolinchas A., Guo Xiuyun, On complemented subgroups of finite groups // Arch. Math. — 1999. — № 72. — P. 161–166.

11. Baer R. Soluble Artinian Groups // *Canad. J. Math.* — 1967. — V. XIX. — P. 904-939.
12. Deskins W.E. On quasinormal subgroups of finite groups // *Math. Z.* — 1963. — Bd.82. — P. 125-132.
13. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. — Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. — 889 p.
14. Guo W., Shum K. P., Skiba A. N.  $G$ -Covering Subgroup Systems for the Classes of Supersoluble and Nilpotent Groups // *Israel J. Math.* — 2003. — V.38. — P. 125-138.
15. Guo W., Shum K. P., Skiba A. N. Conditionally Permutable Subgroups and Supersolubility of Finite Groups // *SEAMS Bull Math.* — 2004. — V. 28, № 5. — P. 725-741.
16. Guo W., Shum K. P., Skiba A. N. On Primitive Subgroups. — Гомель, 2003. — (Препринт/ ГГУ им. Ф.Скорины; № 52).
17. Huppert B. Endliche Gruppen I. — Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 1967. — 793 p.
18. Huppert B. Normalteiler und maximale Untergruppen endlicher Gruppen // *Math. Z.* — 1954. — Bd.60. — P. 409-434.
19. Huppert B. Zur Sylowstruktur auflösbarer Gruppen // *Arch. Math.* — 1961. — V.12. — P. 161-168.
20. Ito N., Szep J. Über die Quasinormalteiler von endlichen Gruppen // *Act. Sci. Math.* — 1962. — Bd.23. — P. 168-170.
21. Kegel O. Sylow-Gruppen und Sunormalteiler endlicher Gruppen // *Math Z.* — 1962. — 78. — P. 205-221.
22. Kleidman P. A proof of the Kegel-Wielandt conjecture on subnormal subgroups // *Ann. Math.* — 1991. — № 133. — P. 369-428.  
bibitemjonh Johnson D.L. A note on supersoluble groups // *Canad. J. Math.* — 1971. — V. 23. — P. 562-564.
23. Lennox J. Stonchewer S.E. Subnormal subgroups of groups. — Oxford: Clarendon Press, 1987. — 253 p.
24. Miao L., Chen X., Guo W. Finite groups with  $c$ -normal subgroups // *South-east Asian Bulletin of Mathematics.* — 2001. — V.25, № 3.

25. Ore O. Contributions in the theory of groups of finite // Duke Math. J. — 1939. — V.5. — P. 431-460.
26. Schmid P. Subgroups Permutable with All Sylow Subgroups // J. Algebra. — 1998. — V. 224. — P. 285-296.
27. Shmidt R. Subgroups Lattices of Groups. — Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1994. — 572 p.
28. Skiba A.N.  $H$ -Permutable subgroups of finite groups. — Гомель, 2003. — (Препринт/ ГГУ им. Ф.Скорины; № 61).
29. Srinivasan S. Two sufficient conditions for supersolubility of finite groups // Israel J. Math. — 1990. — V. 35. — P. 210-214.
30. Thompson J.G. Finite groups with fixed-point-free automorphisms of prime order. — Proc Nat.Acad. Sci. USA. — 1959. — V.45. — P. 578 581.
31. Wang Y.  $c$ -Normality of groups and its properties // J.Algebra. — 1996. — № 180. — P. 954-965.
32. Zhu L., Guo W., Shum K.P. Weakly  $c$ -normal subgroups of finite groups and their properties // Comm. Algebra. — 2002. — V.192. — P. 133 142.

### СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

#### *Статьи в журналах:*

33. Аль-Шейхahмад А. Новые признаки разрешимости конечных групп // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины, 3(6), Вопросы алгебры — 17, 2001. — С. 207-209.
34. Аль-Шейхahмад А., Скиба А.Н. О конечных факторизуемых группах с заданными системами  $c$ -нормальных подгрупп // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 2004. — № 2. — С. 107-110.
35. Аль-Шейхahмад А. О сверхразрешимости одного класса конечных групп // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины, 4(25). — 2004. — С. 121-123.
36. Al-Sheihahmad A. Finite groups with given  $c$  permutable subgroups // Algebra discrete math. — 2004. — №2. — pp. 74-81.

#### *Статьи в сборниках:*

37. Аль-Шейхахмад А. Критерии сверхразрешимости конечных групп // Известия Мозырьского государственного педагогического университета. — 2004. — №1. — С. 43–49.

**Тезисы докладов:**

38. Аль-Шейхахмад А. Критерии сверхразрешимости конечных групп // Тезисы докладов Международная алгебраическая конференция, посвященная 250-летию Московского университета и 75-летию кафедры высшей алгебры: тез. докл. науч. конф., Москва, 26 мая–2 июня 2004 г. / МГУ им. М.В. Ломоносова, 2004. — С. 4–5.
39. Аль-Шейхахмад А. О конечных группах с заданными системами с-нормальных подгрупп // VII Республиканская научная конференция студентов и аспирантов: “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях”: Тез. докл. науч. конф., Гомель, 22–24 марта 2004 г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. — Гомель, 2004. — С. 183.
40. Аль-Шейхахмад А. Конечные группы с заданными ограничениями на максимальные подгруппы силовских подгрупп // VII Республиканская научная конференция студентов и аспирантов: “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях”: Тез. докл. науч. конф., Гомель, 22–24 марта 2004 г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. — Гомель, 2004. — С. 184.
41. Аль-Шейхахмад А. Конечные группы с заданными ограничениями на максимальные подгруппы силовских подгрупп // Материалы международной математической конференции: “Алгебра, логика и кибернетика”, посвященной памяти профессора Али Ивановича Кокорина: Тез. докл. науч. конф., Россия, Иркутск, 25–28 августа 2004 г. 2004. — С. 97.

**Препринты:**

42. Аль-Шейхахмад А. Конечные группы с системами с нормальных примарных подгрупп — Гомель, 2003. — 8 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 116(11)).
43. Аль-Шейхахмад А. Конечные группы с заданными примитивными подгруппами — Гомель, 2003. — 14 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 81).

44. Аль-Шейххмад А., Скиба А.Н. Группы с заданными максимальными подгруппами силовских подгрупп — Гомель, 2004. — 12 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 82).

## Р Э З Ю М Э

Аль-Шейхахмад Ахмад

**Канечныя групы з заданымі сістэмамі нармальніх і абагульняюча нармальніх падгруп**

Ключавыя словы: канечная група, нармальная падгрупа, дысперсівная група, прымітыўная падгрупа, вырашальная група, найвырашальная група,  $s$ -нармальная падгрупа, дабаўленні к падгрупе.

У дысертацыі даследуюцца канечныя групы з заданымі сістэмамі нармальніх і абагульняюча нармальніх падгруп

Найдзены новыя характарызацыі вырашальных і найвырашальных канечных груп ў тэрмінах абагульняюча нармальніх падгруп, найдзены новыя характарызацыі дысперсівных груп ў тэрмінах максімальных падгруп сілаўскіх падгруп, атрыманы апісанне груп, у якіх  $s$ -нармальны усе іх субнармальна прымітыўныя падгрупы.

Усе атрыманыя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі канечных груп, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах і педагогічных ВНУ.

## Р Е З Ю М Е

Аль-Шейхахмад Ахмад

**Конечные группы с заданными системами нормальных и обобщенно нормальных подгрупп**

Ключевые слова: конечная группа, нормальная подгруппа, дисперсивная группа, примитивная подгруппа, разрешимая группа, сверхразрешимая группа,  $c$ -нормальная подгруппа, добавление к подгруппе.

В диссертации исследуются конечные группы с заданными системами нормальных и обобщенно нормальных подгрупп.

Найдены новые характеристики разрешимых и сверхразрешимых групп в терминах обобщенно нормальных подгрупп, найдены новые характеристики дисперсивных групп в терминах максимальных подгрупп силовских подгрупп, получено описание групп, у которых  $c$ -нормальны все их субормально примитивные подгруппы.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории конечных групп, а также при чтении спецкурсов в университетах и педвузах.

## S U M M A R Y

Al-Sheihahmad Ahmad

**Finite groups with the given systems of normal and generalized normal subgroups**

Key words: finite group, normal subgroup, dispersive group, primitive subgroup, soluble group, supersoluble group,  $c$ -normal subgroup, supplement to a subgroup.

In the dissertation finite groups with given systems of normal and generalized normal subgroups are investigated .

New characterizations of soluble and supersoluble groups in the terms of generalized normal subgroups are given, new characterizations of dispersive groups in the terms of maximal subgroups of Sylow subgroups are found, a description of groups in which all subnormally primitive subgroups are  $c$ -normal is obtained.

All results of this dissertation are new. They have a theoretical significance and may be used in the investigations in the theory of finite groups, and also while teaching special courses at universities and pedagogical institutions.

