

Т.В. Кавитова, А.А. Молчанова

*Витебский государственный университет им. П.М. Машерова,
г. Витебск, Беларусь*

ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРИ $|x| \rightarrow \infty$

Рассмотрим задачу Коши для нелинейного псевдопараболического уравнения

$$u_t = \Delta u_t + \Delta \varphi(u) + h(t, u), \quad x \in R^n, \quad t > 0, \quad (1)$$

с начальным условием

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R^n, \quad (2)$$

где Δ – оператор Лапласа по переменным $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $n = 1, 2, \dots$.

Относительно функций φ и h сделаем следующие предположения:

$$\varphi(p) \in C^2([0, +\infty)), \quad h(t, p) \in C^{0,1}([0, +\infty) \times [0, +\infty));$$

$$h(t, 0) = 0 \quad \text{для любого } t \in [0, +\infty);$$

$$h(t, p) \text{ не возрастает по переменной } p \text{ для любого } t \in [0, +\infty);$$

$$\varphi(p) + h(t, p) \text{ не убывает по переменной } p \text{ для любого } t \in [0, +\infty).$$

Относительно начальной функции $u_0(x)$ предположим, что

$$u_0(x) \in C^2(R^n), \quad 0 \leq u_0(x) \leq M, \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} u_0(x) = M.$$

Пусть $g(t)$ – решение вспомогательной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения

$$g'(t) = h(t, g), \quad g(0) = M, \quad (3)$$

определенное на промежутке $[0, T_0)$.

В работе [1] установлено существование решения задачи Коши (1), (2) в слое $R^n \times [0, T]$ при любом $T \in (0, T_0)$.

Справедлива теорема.

Теорема. Пусть $u(x, t)$ и $g(t)$ – решения задач (1), (2) и (3) соответственно. Тогда равномерно по $t \in [0, T]$ ($T < T_0$)

$$u(x, t) \rightarrow g(t) \text{ при } |x| \rightarrow \infty.$$

Отметим, что асимптотическое поведение решения $u(x, t)$ задачи (1), (2) в случае $h(t, p) \geq 0$, $t \in [0, +\infty)$, $p \in [0, +\infty)$, было исследовано в [2].

Литература

1. Кавитова Т.В. Существование решения задачи Коши для псевдопараболического уравнения // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2011. – № 3 (63). – С. 14–19.
2. Kavutova T.V. Behavior of the maximal solution of the Cauchy problem for some nonlinear pseudoparabolic equation as $|x| \rightarrow \infty$ // Electron. J. Differ. Equ. – 2012. – Vol. 2012, No. 141. – P. 1–12.