О дуальной пронормальности инъекторов частично разрешимой группы

Т. Б. Караулова, Н. Т. Воробьёв, А. С. Бачун

Все рассматриваемые в работе группы предполагаются конечными. В обозначениях и определениях следуем [**1**]. В [**2**] А. Д'Аниелло было определено понятие $\mathfrak{F}$-дуальной пронормальности для класса Фиттинга $\mathfrak{F}$. Подгруппа H группы G является $\mathfrak{F}$-дуально пронормальной в G, если подгруппа Фиттинга группы $\langle H, H^g\rangle_{\mathfrak{F}}$ содержится в H для каждого $g \in G$. При этом, если $\mathfrak{F} = (1)$, то каждая подгруппа является $\mathfrak{F}$-дуально пронормальной, в случае, если $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}$, то $\mathfrak{F}$-дуально пронормальными являются нормальные подгруппы.

Понятие $\mathfrak{F}$-дуально пронормальной подгруппы G связано с понятием $\mathfrak{F}$-инъектора во множестве всех разрешимых групп. В [**2**] было установлено, что $\mathfrak{F}$-инъекторы разрешимой группы для наследственного радикального класса $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{S}$ являются $\mathfrak{F}$-дуально пронормальными и $\mathfrak{F}$-максимальными подгруппами группы G. В работах А. Д'Аниелло [**2**] и М. Д. Перез-Рамос [**3**] было установлено, что $\mathfrak{F}$-радикал группы G нормализует каждую $\mathfrak{F}$-дуально пронормальную подгруппу G для случая когда G разрешима и радикальный класс $\mathfrak{F}$ замкнут относительно подгрупп соответственно. Непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называют множеством Фиттинга G, когда выполняются следующие условия: (1) если $T \trianglelefteq S \in \mathcal{F}$, то $T \in \mathcal{F}$; (2) если $S \in \mathcal{F}$, $T \in \mathcal{F}$, $S \trianglelefteq ST$ и $T \trianglelefteq ST$, то $ST \in \mathcal{F}$; (3) если $S \in \mathcal{F}$ и $x \in G$, то $S^x \in \mathcal{F}$. Произведением $\mathcal{F} \odot \mathfrak{X}$ множества Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G и класса Фиттинга $\mathfrak{X}$ называется множество всех таких подгрупп H группы G, что $H/H_{\mathcal{F}} \in \mathfrak{X}$, то есть $\mathcal{F} \odot \mathfrak{X} = \{H \le G : H/H_{\mathcal{F}} \in \mathfrak{X}\}$. Непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называется наследственным множеством G или множеством G, замкнутым относительно подгрупп, если $L \le G$ и $H \le L \in \mathcal{F}$, то $H \in \mathcal{F}$.

В работе найдены характеризации $\mathcal{F}$-инъекторов и $\mathcal{F}$-подгрупп Фишера группы G при помощи свойства дуальной пронормальности подгрупп.

Теорема. *Пусть $G \in \mathcal{F} \odot \mathfrak{S}$ и $\mathcal{F}$ — наследственное множество Фиттинга группы G. Если $F \le G$, то следующие утверждения эквивалентны:*

(1) *F — $\mathcal{F}$-подгруппа Фишера группы G;*

(2) *F — $\mathcal{F}$-инъектор группы G;*

(3) *F — $\mathcal{F}$-максимальная и $\mathcal{F}$-дуально пронормальная подгруппа G.*

Литература

[1] Doerk K., Hawkes T., Finite soluble groups. Berlin-N. Y.: Walter de Gruyter, 1992.

[2] D'Aniello A., Dualpronormality and Fitting classes. Comm. Algebra, **26**: 2 (1998), 425–433.

[3] Perez-Ramos M. D., On A-normality, strong normality and $\mathfrak{F}$-dual pronormal subgroups in Fitting classes. Journal of Group Theory, **3** (2000), 127–145.

Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, Витебск (Беларусь)
E-mail: karaulovat@internet.ru, ntvorobyov@mail.ru, bachun.andrey@mail.ru