О существовании и сопряженности инъекторов в конечной группе

Н. Т. Воробьев, Е. Д. Волкова

Все рассматриваемые в работе группы предполагаются конечными. В терминологии и обозначениях мы следуем [**1**]. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Подгруппа V группы G называется $\mathfrak{F}$-*инъектором* G, если $V \cap N$ является максимальной из подгрупп G, принадлежащих $\mathfrak{F}$, для любой субнормальной подгруппы N группы G.

В работах [**2, 3**] был предложен σ-метод изучения строения групп и их классов, который состоит в следующем. Пусть $\mathbb{P}$ — множество всех простых чисел. Тогда $\pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi' = \mathbb{P} \setminus \pi$. Обозначим $\pi(n)$ множество всех простых делителей числа n, $\pi(G) = \pi(|G|)$ — множество всех простых делителей группы G. Пусть σ — некоторое разбиение $\mathbb{P}$, т.е. $\sigma = \{\sigma_i : i \in I\}$, $\mathbb{P} = \cup_{i\in I}\sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$; $\sigma(n) = \{\sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$. Указанный метод был дуализирован в [**4**]. Группа G называется *σ-примарной* [**3**], если G является σ_i-группой для некоторого $\sigma_i \in \sigma$; *σ-разрешимой* [**3**], если каждый главный фактор G σ-примарен; *σ-нильпотентной* [**3**], если $G = G_1 \times \cdots \times G_n$ для некоторых σ-примарных групп $G_1, \ldots, G_n$.

Всякое отображение вида $h : \sigma \to \{$ классы Фиттинга$\}$ назовем *σ-функцией Хартли* или просто *H_σ-функцией*. Пусть $LH_\sigma(h) = \cap_{\sigma_i\in\sigma} h(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i'}\mathfrak{E}_{\sigma_i}$, где $\mathfrak{E}_{\sigma_i}$ и $\mathfrak{E}_{\sigma_i'}$ — классы всех σ_i-групп и всех σ_i'-групп соответственно. Класс Фиттинга $\mathfrak{H}$ назовем *σ-классом Хартли*, если $\mathfrak{H} = LH_\sigma(h)$ для некоторой H_σ-функции h.

Основной результат работы следующая

Теорема. *Пусть $\mathfrak{H} = \cap_{i\in I} h(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i'}\mathfrak{E}_{\sigma_i}$ — σ-класс Хартли. Тогда в любой σ-разрешимой группе G существуют $\mathfrak{H}$-инъекторы и любые два из них сопряжены.*

Из теоремы вытекает существование и сопряженность σ-нильпотентных инъекторов в любой σ-разрешимой группе.

Литература

[1] Doerk K., Hawkes T., Finite Soluble Groups. New-York: Walter de Gruyter, 1992.

[2] Skiba A. N., On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups. J. Algebra, **436** (2015), 1–16.

[3] Skiba A. N., On one generalization of local formations, Problems of Physics, Mathematics and Technics, **34**:1 (2018), 76–81.

[4] Guo W., Zhang L., Vorob'ev N.T., On σ-local Fitting classes. J. Algebra, **542** (2020), 116–129.

Витебский государственный университет имени П. М. Машерова, Витебск (Беларусь)
E-mail: ntvorobyov@mail.ru, ekaterina.lancetova@gmail.com