О построении фиттинговых множеств Π-разрешимой группы[1]

Караулова Т.Б., Воробьев Н.Т.
Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, Витебск, Беларусь
tatyana.vasilevich.1992@mail.ru, ntvorobyov@mail.ru

Все группы, которые рассматриваются в данной работе, конечны. В терминологии и обозначениях мы следуем [1, 2]. В теории групп ряд задач посвящен построению классов Фиттинга и фиттинговых множеств, с помощью заданных свойств холловых подгрупп (см. [1]). Данное направление исследований базируется на фундаментальной теореме Холла [3] о том, что в любой разрешимой группе существуют холловы π-подгруппы и любые две из них сопряжены.

Напомним, что множество подгрупп $\mathcal{F}$ группы G называется фиттинговым множеством группы G [4, 5], если $\mathcal{F}$ замкнуто относительно нормальных подгрупп, нормальных произведений подгрупп и сопряжений. Для непустого фиттингова множества $\mathcal{F}$ группы G подгруппа V группы G является $\mathcal{F}$-инъектором группы G, если для каждой субнормальной подгруппы K группы G пересечение $V \cap K$ является $\mathcal{F}$-максимальной подгруппой группы K.

Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ – некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \varnothing$ для всех $i \neq j$. При этом, $\Pi \subseteq \sigma$ и $\Pi' = \sigma \setminus \Pi$. Обозначим через $\mathfrak{S}_\Pi$ класс всех Π-разрешимых групп. Группа G называется Π-разрешимой [2], если каждый главный фактор группы G либо Π'-группа, либо σ_i-группа для некоторого $\sigma_i \in \Pi$. Подгруппа H группы G называется холловой Π-подгруппой группы G, если H является Π-подгруппой G и $\mid G : H \mid$ – Π'-число.

Данное исследование посвящено разработке методов построения фиттинговых множеств Π-разрешимой группы, определяемых вложением радикалов в холловы Π-подгруппы.

Определение. *Пусть* Π – *подмножество множества* σ *и* $\mathcal{F}$ – *фиттингово множество* Π*-разрешимой группы* G. *Обозначим через* $\mathcal{R}_\Pi(\mathcal{F})$ *множество всех подгрупп группы* G*, которое определяется следующим образом:* $\mathcal{R}_\Pi(\mathcal{F}) = \{H \le G : H_\mathcal{F} \le H_\Pi\}$.

Теорема. *Если* $\Pi \subseteq \sigma$ *и* $G \in \mathfrak{S}_\Pi$, *то* $\mathcal{R}_\Pi(\mathcal{F})$ *является фиттинговым множеством группы* G.

Список литературы

[1] K. Doerk, T. Hawkes. Finite soluble groups. Walter de Gruyter, Berlin; New York, 1992.

[2] A. N. Skiba. A generalization of a Hall theorem. *J. Algebra and its Application*, **15**: 5 (2016), 1650085.

[3] P. Hall. A note on soluble groups. *J. London Math. Soc.*, **3** (1928), 98–105.

[4] W. Anderson. Injectors in finite solvable groups. *J. Algebra*, **36** (1975), 333–338.

[1] Исследование выполнено при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф21М-030, № государственной регистрации 20213279).

[5] Л. А. Шеметков. О подгруппах π-разрешимых групп. В кн.: Конечные группы. Минск: Наука и техника, 1975.