

(ознакомительный фрагмент)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Учреждение образования  
“ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ”

УДК 512.542

**БЛИЗНЕЦ Игорь Васильевич**

**КРИТИЧЕСКИЕ И ПРЯМО РАЗЛОЖИМЫЕ  
 $\omega$ -КОМПОЗИЦИОННЫЕ ФОРМАЦИИ**

01.01.06 – математическая логика, алгебра  
и теория чисел

**Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**Гомель 2003**

Работа выполнена в Учреждении образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор

**Скиба Александр Николаевич**

Учреждение образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”, кафедра алгебры и геометрии

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор

**Артемович Орест Демьянович**

Львовский национальный университет им. И.Франко,  
кафедра алгебры и топологии

доктор физико-математических наук, профессор

**Семенчук Владимир Николаевич**

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 Учреждения образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”

Автореферат разослан “ 12 ” февраля 2003 гс

Ученый секретарь

совета по защите диссертаций,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент

*АВаш*

А.Ф.Васильев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** Напомним, что формация — это класс конечных групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и подпрямых произведений. Для приложений наиболее полезными оказались формации, замкнутые относительно тех или иных frattingиевых расширений и, в частности,  $\omega$ -насыщенные и разрешимо  $\omega$ -насыщенные формации. Напомним, что формация  $\mathfrak{F}$  называется  $p$ -насыщенной, если ей принадлежит всякая такая конечная группа  $G$ , что  $G/O_p(\Phi(G)) \in \mathfrak{F}$ . Формация  $\mathfrak{F}$  называется  $\mathfrak{N}_p$ -насыщенной, если принадлежит всякая такая конечная группа  $G$ , что  $G/\Phi(O_p(G)) \in \mathfrak{F}$ . Формация  $\mathfrak{F}$  называется  $\omega$ -насыщенной (разрешимо  $\omega$ -насыщенной), если она  $p$ -насыщена (соответственно  $\mathfrak{N}_p$ -насыщена) для всех простых чисел  $p \in \omega$ . В случае, когда  $\omega = \mathbb{P}$  — множество всех простых чисел символ  $\omega$  опускают и мы приходим к понятиям насыщенной и разрешимо насыщенной формации.

Формация  $\mathfrak{F}$  называется минимальной насыщенной не  $\mathfrak{H}$ -формацией [1] или иначе  $\mathfrak{H}$ -критической формацией [2], если  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$ , но все ее собственные насыщенные подформации содержатся в классе групп  $\mathfrak{H}$ . Общая проблема изучения формаций такого рода обсуждалась Л.А.Шеметковым в докладе на VI Всесоюзном симпозиуме по теории групп [1]. Решению этой проблемы был посвящен ряд работ А.И.Скибы, в частности [2–5]. Отметим, что значительная часть теории минимальных насыщенных не  $\mathfrak{H}$ -формаций, построенная в этих работах, представлена в книге [6]. В монографиях [6–8] рассмотрен также ряд приложений теории минимальных насыщенных не  $\mathfrak{H}$ -формаций в вопросах изучения насыщенных формаций с заданными внутренними свойствами.

Результаты работ [2–5] получили развитие в трех направлениях. Во-первых, наряду с минимальными насыщенные не  $\mathfrak{H}$ -формациями стали изучаться минимальные наследственные насыщенные не  $\mathfrak{H}$ -формации [9, 10], минимальные нормально наследственные насыщенные не  $\mathfrak{H}$ -формации [13] и т.д. (см. подробнее гл.2 монографии [7]). Во-вторых, поскольку при исследовании  $\omega$ -насыщенных формаций результаты о минимальных насыщенных не  $\mathfrak{H}$ -формациях трудно применимы, стала разрабатываться теория минимальных  $\omega$ -насыщенных не  $\mathfrak{H}$ -формаций. Так в работе [11] было получено описание минимальных  $\omega$ -насыщенных непильпотентных формаций. В работе [16] были описаны минимальные  $\omega$ -насыщенные не  $\mathfrak{H}$ -формации, где  $\mathfrak{H}$  — произвольная 2-кратно локальная формация. В последствии [17] были описаны минимальные  $\omega$ -насыщенные

не  $\mathfrak{H}$ -формации, где  $\mathfrak{H}$  — произвольная насыщенная формация классического типа. Уже первые результаты о минимальных  $\omega$ -насыщенных не  $\mathfrak{H}$ -формациях нашли широкое применение при исследовании внутреннего строения формаций (см. в частности [11–17, 21, 25–30, 33, 34]).

Значительно возросший в последние годы интерес к разрешимо насыщенным и разрешимо  $\omega$ -насыщенным формациям привел к естественным задачам построения теорий критических разрешимо насыщенных и разрешимо  $\omega$ -насыщенных формаций, аналогичных теориям критических локальных и  $\omega$ -локальных формаций. Первая из этих двух задач была решена в работах [20, 31].

Основной целью данной диссертации является изучение критических  $\omega$ -композиционных формаций. В основной, третьей главе диссертации, дано описание минимальных  $\omega$ -композиционных не  $\mathfrak{H}$ -формаций для произвольной формации классического типа  $\mathfrak{H}$ , что дает ответ на вопрос 14 работы [19]. В главе 4 на основе результатов главы 3 даны описания прямых разложений  $\omega$ -композиционных формаций.

**Связь работы с крупными научными программами, темами.** Диссертация выполнена в рамках следующих госбюджетных тем:

“Структурная теория формаций и других классов алгебр” Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. Тема входила в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утверждённый решением Президиума НАН Беларуси № 88 от 23 ноября 1995 г. (номер госрегистрации в БелИСА — 19963987), тема выполнялась в 1996–2000 гг. “Структурная теория классов груш и других алгебр” Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. Тема входит в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утверждённый решением Президиума НАН Беларуси № 94 от 5 июля 2001 г. — Государственная программа фундаментальных исследований “Математические структуры” (номер госрегистрации в БелИСА — 20011225), выполнение темы запланировано на 2001–2005 гг.

**Цель и задачи исследования.** Целью данной диссертации является исследование строения неприводимых и разложимых  $\omega$ -композиционных формаций. Для достижения этой цели в диссертации решены следующие задачи:

— получена классификация минимальных  $\omega$ -композиционных не  $\mathfrak{H}$ -формаций, где  $\mathfrak{H}$  — произвольная формация классического типа;

— доказано существование минимальных  $\omega$ -композиционных не  $\mathfrak{H}$ -подформаций в  $\omega$ -композиционной формации  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$ , при условии, что одна из формаций  $\mathfrak{F}$ ,  $\mathfrak{H}$  разрешима;

— описаны минимальные  $\omega$ -композиционные не  $\mathfrak{H}$ -формации для всех наиболее известных конкретных формаций классического типа  $\mathfrak{H}$ ;

— описаны прямые разложения  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций.

**Объект и предмет исследования.** Объектом исследования являются  $\omega$ -композиционные формации конечных групп, а предмет исследования — общие свойства критических  $\omega$ -композиционных формаций и прямых разложений  $\omega$ -композиционных формаций.

**Методология и методы проведенного исследования.** В диссертации используются методы абстрактной теории групп, общей теории решеток, а также методы теории классов групп, в частности, методы теории формаций конечных групп.

**Научная новизна и значимость полученных результатов.** Впервые описаны минимальные  $\omega$ -композиционные не  $\mathfrak{H}$ -формации, где  $\mathfrak{H}$  — произвольная формация классического типа. Кроме того, в диссертации рассмотрен ряд приложений этого результата, в частности, дано описание прямых разложений  $\omega$ -композиционных формаций.

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы при изучении  $\omega$ -композиционных формаций. Отдельные результаты могут быть использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов на математических специальностях высших учебных заведений.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту.** Теорема 3.2.7 [49–51]. Пусть  $\mathfrak{H}$  — локальная формация классического типа, и  $H$  — её канонический  $\omega$ -композиционный спутник. Тогда  $\mathfrak{F}$  в том и только в том случае является минимальной  $\omega$ -композиционной не  $\mathfrak{H}$ -формацией, когда  $\mathfrak{F} = c_\omega \text{form } G$ , где  $G$  — такая монолитическая группа с нефраттиниевым монолитом  $P = G^{\mathfrak{H}}$ , что либо  $\mathcal{K}(P) \cap \mathcal{L} = \emptyset$ , либо  $\mathcal{K}(P) \cap \mathcal{L} \neq \emptyset$  и выполняется одно из следующих условий:

- 1)  $G = P$  — группа порядка  $p \notin \pi(\mathfrak{H})$ ;
- 2)  $G = [P]H$ ,  $P = C_G(P)$  — абелева  $p$ -группа, и
  - а)  $H$  — монолитическая группа с нефраттиниевым монолитом  $Q = H^{H(Z_p)}$ ;
  - б)  $H$  — минимальная не  $(H(Z_p))$ -группа, причем  $H$  либо группа кватернионова порядка 8; либо неабелева группа порядка  $q^3$  простой нечетной экспоненты  $q$ ; либо циклическая  $q$ -группа.

**Теорема 3.4.1 [44].** Пусть  $\mathfrak{F}$  и  $\mathfrak{H}$  —  $\omega$ -композиционные формации и одна из формаций  $\mathfrak{F}$  или  $\mathfrak{H}$  разрешима. Тогда если  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$ , то в  $\mathfrak{F}$  имеется по крайней мере одна минимальная  $\omega$ -композиционная не  $\mathfrak{H}$ -подформация.

**Теорема 4.1.4 [39, 41, 47].** Пусть  $\mathfrak{F} = \mathfrak{M} \oplus \mathfrak{H}$  для некоторых формаций  $\mathfrak{M}$  и  $\mathfrak{H}$ . Если формация  $\mathfrak{F}$   $n$ -кратно  $\omega$ -композиционна (тотально  $\omega$ -композиционна), то формации  $\mathfrak{M}$  и  $\mathfrak{H}$   $n$ -кратно  $\omega$ -композиционны (соответственно, тотально  $\omega$ -композиционны).

**Теорема 4.2.3 [47].** Пусть  $\mathfrak{F}$  — композиционная формация,  $\mathfrak{F} \neq (1)$ . Тогда следующие условия равносильны:

- 1) каждый атом решетки  $L_c(\mathfrak{F})$  дополняем в решетке  $L(\mathfrak{F})$ ;
- 2) каждая группа  $G$  из  $\mathfrak{F}$  имеет разложение

$$G = A \times A_1 \times \dots \times A_t,$$

где  $A$  — нильпотентная подгруппа в  $G$ ,  $A_1, \dots, A_t$  — простые неабелевы группы.

**Личный вклад соискателя.** Все основные результаты диссертации получены автором самостоятельно. В опубликованных совместно с научным руководителем работах идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализация соискателю.

**Апробация результатов диссертации.** Основные результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины; на конференции студентов и аспирантов “Новые компьютерные технологии в науке и технике и индустрии развлечений” (Гомель, 9–13 марта 1998 г.); на II Международной алгебраической конференции на Украине, памяти Калужнина (Киев–Винница, 9–16 мая 1998 г.); на Международной научной конференции, посвящённой 80-летию профессора Вольфганга Гашиоца “Гашиоца теория классов групп и других алгебраических систем” (Гомель, 16–21 октября 2000 г.); на V Республиканской научной конференции студентов и аспирантов: “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях” (Гомель, 18–20 марта 2002 г.); на Международной математической конференции, посвященной столетию начала работы Д.А.Граве в Киевском университете (Киев, 17–22 июня 2002 г.).

**Опубликованность результатов.** Основные результаты опубликованы в 6 статьях, в 2 препринтах и в 5 тезисах. Общее количество страниц опубликованных материалов — 61 с.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из перечня определений и условных обозначений, введения, общей характеристики работы, трех глав основной части, заключения и списка использованных источников в алфавитном порядке в количестве 64 наименований. Объем диссертации — 81 страница.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Ниже охарактеризовано содержание диссертации по главам.

Диссертация состоит из перечня определений и условных обозначений, введения, общей характеристики работы, трех глав основной части, заключения и списка цитированной литературы. В главе 1 приводится обзор полученных результатов.

Глава 2 посвящена известным результатам, используемым в основном тексте диссертации.

Глава 3 “Минимальные  $\omega$ -композиционные не  $\mathfrak{F}$ -формации” включает в себя четыре раздела.

Перейдем к изложению основного материала работы.

Кроме стандартных обозначений [3, 6, 38], в диссертации используются определения и обозначения, введенные в работах [2, 19].

В дальнейшем класс всех простых групп мы будем обозначать символом  $\mathfrak{J}$ . Для произвольного класса простых групп  $\mathfrak{T}$  через  $\mathfrak{T}'$  обозначается множество  $\mathfrak{J} \setminus \mathfrak{T}$ .

Пусть  $\mathfrak{L}$  — произвольный непустой класс простых групп. Тогда всякую функцию вида  $f : \mathfrak{L} \cup \{\mathfrak{L}'\} \mapsto \{\text{формации групп}\}$ , принимающую одинаковые значения на изоморфных группах, называют  $\mathfrak{L}$ -композиционным спутником.

Для произвольного множества простых групп  $\mathfrak{T}$  символ  $E(\mathfrak{T})$  обозначает класс всех таких групп, у которых все композиционные факторы принадлежат классу  $(\mathfrak{T})$ . По определению единичные группы принадлежат  $E(\mathfrak{T})$ .

Символом  $C^A(G)$  обозначается пересечение всех централизаторов всех таких главных факторов  $H/K$  группы  $G$ , что  $A \in \mathcal{X}(H/K)$  ( $C^A(G) = G$ , если группа  $G$  таковых главных факторов не имеет). Наряду с записью  $C^{Z_p}(G)$  применяется также более короткая запись  $C^p(G)$ .

Для произвольного  $\mathfrak{L}$ -композиционного спутника  $f$  полагают

$$CF_{\mathfrak{L}}(f) = \{G \mid G/G_{E\mathfrak{L}} \in f(\mathfrak{L}') \text{ и } G/C^A(G) \in f(A) \\ \text{для всех } A \in \mathcal{X}(G) \cap \mathfrak{L}\}.$$

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шеметков Л.А. Экраны ступенчатых формация // Тр. VI Всесоюзного симпозиума по теории групп. — Киев. — 1980. — С. 37–50.
2. Скиба А.Н. О критических формациях // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. — 1980. — № 4. — С. 27–33.
3. Скиба А.Н. О критических формациях // Докл. АН БССР. — 1983. — Т. 27. — № 9. — С. 780–782.
4. Скиба А.Н. Формации со сверхразрешимыми локальными подформациями // Группы и другие алгебраические системы с условиями конечности: Тр. Ин-та математики СО АН СССР. — Новосибирск: Наука, 1984. — № 4. — С. 101–118.
5. Скиба А.Н. О критических формациях // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры. — Киев. — 1993. — С. 258–268.
6. Шметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. — М.: Наука, 1989. — 253 с.
7. Скиба А.Н. Алгебра формаций. — Мн.: Беларуская навука, 1997. — 240 с.
8. Guo Wenbin. The theory of classes groups. — Science Press. — Kluwer Academic Press. — Beijing New York–Dordrecht–Boston–London, 2000.
9. Скиба А.Н. О минимальных  $S$ -замкнутых локальных не  $\pi$ -сверхразрешимых формациях / Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп. — Мн.: Наука и техника, 1984. — С. 182–195.
10. Селькин В.М., Скиба А.Н. О наследственных критических формациях // Сибир. мат. журн. — 1996. — Т. 37, № 5. — С. 1145–1153.
11. Джарадин Джехад. Минимальные  $p$ -насыщенные ненильпотентные формации // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. — 1995. — Вып. 8. — С. 59–64.



12. Джарадин Джехад. Элементы высоты 3 решеткой  $p$ -насыщенных формаций // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. — 1996. — Вып. 9. — С. 119–132.
13. Селькин В.М. О минимальных локальных нормально наследственных не  $\mathfrak{S}$ -формациях // Весці АН РБ. Сер. фіз.-мат. навук. — 1996. — № 3. — С. 73–83.
14. Жевнова Н.Г.  $\omega$ -локальные формации с булевой решеткой  $\omega$ -локальных подформаций // Докл. АН Беларуси. — 1997. — Т. 41, № 5. — С. 15–19.
15. Жевнова Н.Г., Скиба А.Н.  $p$ -Насыщенные формации с дополняемыми  $p$ -насыщенными подформациями // Изв. вузов. Сер. Математика. — 1997. — № 5. — С. 1–7.
16. О критических  $p$ -локальных формациях / В.Н.Рыжик. — Гомель, 1997. — 12 с. (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 58).
17. Сафонова И.Н. О минимальных  $\omega$ -локальных не  $\mathfrak{S}$ -формациях // Весці НАН Беларусі, Сер. фіз.-мат. навук. — 1999. — № 2. — С. 23–27.
18. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно  $\omega$ -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. труды. — 1999. — Т. 2, № 1. — С. 1–34.
19. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно  $\mathfrak{L}$ -композиционные формации конечных групп // Украинский мат. журн. — 2000. — Т. 52, № 6. — С. 783–797
20. Ведерников В.А., Сорокина М.М. Композиционные наследственные критические формации // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. — 1997. — Вып. 11. — С. 59–64.
21. Скиба А.Н., Рыжик В.Н. Факторизация  $p$ -локальных формаций // Вопросы алгебры. Гомель. — 1997. — Вып. 11. — С. 114–118.
22. Ведерников В.А. Элементы теории классов групп. — Смоленск, 1988. — 122 с.

23. Скиба А.Н. О дополняемых подформациях // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во ГГУ им. Ф.Скорины. — 1996. — Вып. 9. — С. 55–62.
24. Воробьев Н.Н., Скиба А.Н. О булевых решетках  $n$ -кратно локальных классов Фиттинга // Сибир. мат. журн. — 1999. — Т 40, № 3. — С. 523–530.
25. Vishnevskaya T.R. On factorizations of one-generated  $p$ -local formations // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. — 2000. — № 3. — С. 88–92.
26. Селькин В.М. Характеризация одного класса локальных формаций // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. — 1995. — Вып. 8. — С. 139–145.
27. Селькин В.М. Описание минимальных наследственных не  $\varphi$ -дисперсивных формаций // Вестник БГУ, Минск: Университетское, 1995. — № 3. — С. 72–73.
28. Селькин В.М. О минимальных локальных нормально наследственных несверхразрешимых формациях // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, 1998. — Вып. 13. — С. 172–176.
29. Селькин В.М. О существовании минимальных локальных нормально наследственных не  $\mathfrak{H}$ -формаций // Доклады НАН Беларуси, 1999. — Т. 43, № 3. — С. 29–31.
30. Селькин В.М. Минимальные наследственные  $\omega$ -локальные не  $\mathfrak{H}$ -формации // Украинский мат. журн. — 2002. — Т 54, № 3. — С. 45–56.
31. Сорокина М.М. О композиционных нормально наследственных критических формациях // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. — 1998. — Вып. 12. — С. 23–36.
32. Скиба А.Н. О неоднородных  $S$ -замкнутых локальных формациях // В кн.: Арифметическое и подгрупповое строение конечных групп, Мн.: Наука и техника, 1986. — С. 149–156.
33. Шабалина И.П. Об алгебраичности решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $p$ -насыщенных формаций // Некоторые вопросы алгебры и прикладной математики: Сб. науч. тр. Белорус. гос. ун-т трансп. Гомель, 2002. — С. 34–37.

34. Шабалина И.П. Алгебраичность решетки  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -локальных формаций // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины, 2002, № 5(14), Вопросы алгебры — 18. — С. 59–67.
35. Скиба А.Н. О локальных формациях с дополняемыми локальными подформациями // Изв. вузов. Сер. Математика, 1994. — № 10. — С. 75–80.
36. Жевнова Н.Г. О  $\pi$ -локальных формациях с  $\mathfrak{N}_r$ -дополняемыми  $\pi$ -локальными подформациями // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, 1996. — Вып. 10, С. 55–70.
37. Ведерников В.А. Формации конечных групп с дополняемыми подформациями длины 3 // Вопросы алгебры. Минск: Университетское, 1992. — Вып. 6. — С. 16–21.
38. Doerk K., T.Hawkes. Finite soluble groups. — Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. — 891 p.

### СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

39. Близнец И.В., Воробьев Н.Н. О прямых разложениях композиционных формаций // Вопросы алгебры, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. — 1998. — Вып. 12. — С. 105–112.
40. Близнец И.В. О разложимых композиционных формациях // Конференция студентов и аспирантов “Новые компьютерные технологии в науке и технике и индустрии развлечений”: Тез. докл. науч. конф., Гомель, 9–13 марта 1998 г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. — Гомель, 1998. — С. 117–118.
41. Близнец И.В., Воробьев Н.Н. Прямые разложения кратно композиционных формаций. — Гомель, 1998. — 10 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 75).
42. Близнец И.В., Скиба А.Н. О  $\mathfrak{N}_{\pi}$ -критических формациях // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. — 1999. — № 1. — С. 140–144.

13. Близи́нец И.В. О прямых разложениях  $\mathcal{L}$ -композиционных формаций // II Международная алгебраическая конференция на Украине, памяти профессора Л.А.Калужнина (1914–1990): Тез. докл. науч. конф., Киев–Винница, 9–16 мая 1999 г. / Киевский национальный университет им. Т.Шевченко. — Киев, 1999. — С. 56.
14. Близи́нец И.В. Об одном классе  $\mathcal{L}$ -композиционных формаций // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. — 1999. — № 1(15). — С. 116–120.
15. Близи́нец И.В. О минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\mathcal{L}$ -композиционных не-нильпотентных формациях // Международная научная конференция, посвященная 80-летию профессора Вольфганга Гашюца “Гашюцова теория классов групп и других алгебраических систем”: Тез. докл. науч. конф., Гомель, 16–21 октября 2000 г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. — Гомель, ГГУ. — 2000. — С. 4–5.
16. Близи́нец И.В. Формации с единственной максимальной  $p$ -композиционной подформацией // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. — 2001. — 3(6), Вопросы алгебры — 17. — С. 182–184.
17. Близи́нец И.В., Скиба А.Н. Критические и прямо разложимые  $\omega$ -композиционные формации. — Гомель, 2002. — 23 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 33).
18. Близи́нец И.В. Об одном классе критических формаций // V республиканская научная конференция студентов и аспирантов “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях”: Тез. докл. науч. конф, Гомель, 18–20 марта 2002 г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. — Гомель, 2002. — С. 185–186
19. Близи́нец И.В. Об одном классе критических формаций // Международная математическая конференция, посвященная столетию начала работы Д.А.Граве (1863–1939) в Киевском университете: Тез. докл. науч. конф., Киев, 17–22 июня 2002 / Киевский национальный университет им. Т.Шевченко. — Киев, 2002. — С. 72.

50. Близнец И.В. Критические  $\omega$ -композиционные формации // Вестні НАН Беларусі, Сер. фіз.-мат. навук. — 2002. — № 4. — С. 115–117.
51. Близнец И.В. О критических  $p$ -композиционных формациях // Вестн. Белорус. ун-та, Сер. 1. — 2003. — № 1. — С. 101–102.

## Р Э З Ю М Э

Блізнец Ігар Васільевіч

Крытычныя і прама раскладальныя  
 $\omega$ -кампазіцыйныя фармацыі

Ключавыя словы: канечная група, маналітычная група, клас груп, фармацыя,  $\omega$ -кампазіцыйная фармацыя,  $\omega$ -кампазіцыйны спутнік, краты фармацый.

Атрымана класіфікацыя мінімальных  $\omega$ -кампазіцыйных не  $\mathfrak{H}$ -фармацый, дзе  $\mathfrak{H}$  — адвольная фармацыя класічнага тыпу; доказана, што калі адна з  $\omega$ -кампазіцыйных фармацый  $\mathfrak{F}$  ці  $\mathfrak{H}$  развязальна і калі  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$ , то фармацыя  $\mathfrak{F}$  абладае мінімальнай  $\omega$ -кампазіцыйнай не  $\mathfrak{H}$ -падфармацыяй; апісаны мінімальныя  $\omega$ -кампазіцыйныя не  $\mathfrak{H}$ -фармацыі для ўсіх найбольш вядомых канкрэтных фармацый класічнага тыпу  $\mathfrak{H}$ ; апісаны прамыя раскладанні  $n$ -кратна  $\omega$ -кампазіцыйных фармацый.

Усе асноўныя вышкі працы з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны пры вывучэнні  $\omega$ -кампазіцыйных фармацый і другіх класаў груп з зададзенымі вонкавымі і ўнутранымі абмежаваннямі, а таксама пры выкладанні спецкурсаў у дзяржуніверсітэтах і педінстытутах.

## РЕЗЮМЕ

Близнец Игорь Васильевич

Критические и прямо разложимые  
 $\omega$ -композиционные формации

Ключевые слова: конечная группа, монолитическая группа, класс групп, формация,  $\omega$ -композиционная формация,  $\omega$ -композиционный спутник, решётка формаций.

Получена классификация минимальных  $\omega$ -композиционных не  $\mathfrak{H}$ -формаций, где  $\mathfrak{H}$  — произвольная формация классического типа; доказано, что если одна из  $\omega$ -композиционных формаций  $\mathfrak{F}$  или  $\mathfrak{H}$  разрешима и если  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$ , то формация  $\mathfrak{F}$  обладает минимальной  $\omega$ -композиционной не  $\mathfrak{H}$ -подформацией; описаны минимальные  $\omega$ -композиционные не  $\mathfrak{H}$ -формации для всех наиболее известных конкретных формаций классического типа  $\mathfrak{H}$ ; описаны прямые разложения  $n$ -кратно  $\omega$ -композиционных формаций.

Все полученные результаты работы являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы при изучении  $\omega$ -композиционных формаций и других классов групп с заданными внешними и внутренними ограничениями, а также при чтении спецкурсов, преподаваемых в госуниверситетах и пединститутах.

S U M M A R Y  
Bliznets Igor Vasil'evich

Critical and direct decomposable  
 $\omega$ -composition formations

Key words: finite group, monolithic group, class of groups, formation,  $\omega$ -composition formation,  $\omega$ -composition satellite, lattice of formations.

The classification of the minimal  $\omega$ -composition non- $\mathfrak{H}$ -formations where  $\mathfrak{H}$  is an arbitrary formations of classical type is obtained. It is proved that if one of the  $\omega$ -composition formations  $\mathfrak{F}$ ,  $\mathfrak{H}$  is soluble and if  $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$  then the formation  $\mathfrak{F}$  has a minimal  $\omega$ -composition non- $\mathfrak{H}$ -subformations. For all the most famous concrete formations of classical types the minimal  $\omega$ -composition non- $\mathfrak{H}$ -formations are described. Direct decompositions of the  $n$ -multiply  $\omega$ -composition formations are described.

All the main results of this thesis are new. They are of a theoretic character and may be used studying  $\omega$ -composition formations and other classes of groups with the set external and internal restrictions and while teaching special courses in universities and pedagogical institutes.

